Comment soutenir la pensée algébrique des élèves de 10 à 14 ans dans les activités de généralisation ? Étude comparative des connaissances pour enseigner d'instituteurs et de régents en mathématiques en Belgique francophone

Auteur : Trippaers, Julie
Promoteur(s) : Demonty, Isabelle
Faculté : þÿFaculté de Psychologie, Logopédie et Sciences de l Educatio
Diplôme : Master en sciences de l'éducation, à finalité spécialisée en enseignement
Année académique : 2020-2021
URI/URL : http://hdl.handle.net/2268.2/13768

LIÈGE université
Psychologie, Logopédie
& Sciences de l'Éducation

Comment soutenir la pensée algébrique des élèves de 10 à 14 ans dans les activités de généralisation ?

Étude comparative des connaissances pour enseigner d'instituteurs et de régents en mathématiques en Belgique francophone.

Mémoire présenté par **TRIPPAERS Julie**

en vue de l'obtention du diplôme de Master en Sciences de l'Éducation, à finalité spécialisée en Enseignement

Promotrice : DEMONTY Isabelle

Lectrices : FAGNANT Annick

GERON Christine

Année académique 2020 – 2021

LIÈGE université
Psychologie, Logopédie
& Sciences de l'Éducation

Comment soutenir la pensée algébrique des élèves de 10 à 14 ans dans les activités de généralisation ?

Étude comparative des connaissances pour enseigner des instituteurs et des régents en Belgique francophone.

Mémoire présenté par **TRIPPAERS Julie**

en vue de l'obtention du diplôme de Master en Sciences de l'Éducation, à finalité spécialisée en Enseignement

Promotrice : DEMONTY Isabelle

Lectrices : FAGNANT Annick

GERON Christine

Année académique 2020 – 2021

Remerciements

Il me semble tout d'abord primordial d'adresser mes plus sincères remerciements à toutes les personnes qui m'ont aidée, de près ou de loin, dans la réalisation de ce mémoire.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance envers ma promotrice, Madame Demonty. Merci pour sa bienveillance, sa disponibilité et son soutien sans faille. Merci de m'avoir encouragée à me dépasser grâce à tous ses judicieux conseils.

Je remercie également Madame Fagnant et Madame Géron pour leur lecture attentive de ce mémoire.

Mes remerciements s'adressent également à tous les professeurs de l'Université de Liège en sciences de l'éducation pour la transmission de tous leurs savoirs durant ces trois années, ce qui a permis d'enrichir ce travail.

J'exprime également toute ma gratitude envers les nombreux enseignants qui ont rendu la réalisation de ce projet possible en participant à l'étude menée lors de ce travail.

Ma reconnaissance va également à Jérôme et Benjamin pour le temps consacré à la relecture.

Je souhaite remercier aussi très sincèrement ma famille, ma belle-famille, mes amis, mes collègues et toutes les personnes qui m'ont soutenue et encouragée durant ces trois années dans ce projet. Je n'y serais certainement pas parvenue sans leur aide.

Un de mes plus profonds remerciements va à Benjamin Deflandre pour son soutien, sa patience, sa compréhension, son écoute et son amour. Merci de m'avoir encouragée à chaque moment difficile traversé durant ce master.

Mon dernier remerciement et non des moindres s'adresse enfin à mon petit garçon qui grandit en moi et qui m'a donné la force d'achever ce travail.

Table des matières

INTRODUCTION

Le passage du primaire vers le secondaire est un moment particulièrement délicat, marqué par des changements majeurs dans de nombreux domaines durant la scolarité des élèves. Entre autres, l'enseignement de l'algèbre s'avère être une étape cruciale, mais pourtant périlleuse, dans l'apprentissage des mathématiques en secondaire. Il n'en reste pas moins que les fondements algébriques acquis dès les premières années sont nécessaires pour développer des savoirs solides indispensables durant tout le cursus scolaire et qu'il est donc primordial d'y accorder le plus grand intérêt.

Par ailleurs, de nombreux enseignants peuvent largement constater de grandes difficultés rencontrées par les élèves lors de cette transition entre l'arithmétique et l'algèbre. En effet, pour illustrer nos propos, il suffit de comparer les résultats obtenus par les élèves au CEB (certificat d'études de base) à la fin de la 6ème primaire avec ceux du CE1D (certificat d'études du premier degré) à la fin de la 2ème secondaire en Fédération Wallonie-Bruxelles. Chaque année, une diminution de près de 20% se produit dans les résultats d'une épreuve à l'autre, notamment en 2019 où la moyenne des élèves de 6ème primaire avoisinait les 74% en mathématiques alors que celle de leurs condisciples du secondaire dépassait à peine les 51%. Comment expliquer cet effondrement soudain des performances d'une année à l'autre ? Au vu de ces chiffres, nous pensons donc que le passage vers le secondaire tel qu'il est appréhendé actuellement pose problème.

Fort heureusement, de nombreuses recherches réalisées ces dernières années dans le domaine de l'articulation entre l'arithmétique et l'algèbre ont fait des avancées importantes : les difficultés des élèves pour passer d'un mode de pensée arithmétique à un mode de pensée algébrique sont actuellement bien connues (Bednarz & Janvier, 1996 ; Grugeon-Allys & Pilet, 2017 ; Radford, 2014 ; Adihou, 2020). Par ailleurs, de nombreux auteurs (Kieran et al., 2016 ; Radford, 2014) insistent sur l'importance de négocier cette transition dès l'école primaire, avec le développement d'une forme de pensée dite algébrique. Une meilleure compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques permet aux apprenants une entrée en algèbre plus accessible.

Par conséquent, des environnements permettant de promouvoir cette pensée algébrique afin d'assurer une transition plus aisée entre l'arithmétique et l'algèbre ont été mis au point, particulièrement dans deux domaines : les problèmes de partages inégaux (Squalli, Larguier, Bronner & Adihou, 2020), et les activités de généralisation (Larguier, 2015 ; Kieran et al., 2016 ; Radford, 2014). Pourtant, malgré la diffusion de ces environnements dans les classes de la fin de l'école primaire et du début de l'enseignement secondaire, les élèves continuent à éprouver des difficultés à comprendre en profondeur les rudiments de l'algèbre (Cai & Knuth, 2011).

Une des raisons évoquées pour expliquer ces problèmes est liée au fait que l'efficacité de ces environnements repose sur la capacité des enseignants à analyser le mode de pensée des élèves, ce qui leur permettrait d'exploiter au mieux ces situations. En effet, comme le soulignent Nathan et Koedinger (2000), ils doivent évoluer en ajustant leurs pratiques, changer leurs convictions et l'image qu'ils ont de l'étudiant. Une des tâches qui leur incombe est d'aider les apprenants à surmonter les difficultés qui se dressent devant eux quand ils passent d'un mode de pensée arithmétique à un mode de pensée algébrique. Cela pose inéluctablement la question capitale des connaissances dont disposent actuellement les enseignants du primaire et du début du secondaire pour enseigner ces activités. Et ce domaine est actuellement sous-exploité (Depaepe, Verschaffel & Klercherman, 2013), particulièrement en ce qui concerne les enseignants en fonction.

Des études antérieures sur les connaissances pour enseigner les mathématiques (Ball, Thames & Phelps, 2008 ; Hill, Ball & Schilling, 2008 ; Depaepe et al., 2015) ont mis en évidence des lacunes chez les enseignants, tant au niveau de la matière que de leurs pratiques pédagogiques. Pourtant, elles attestent que les progrès des élèves en mathématiques sont liés aux connaissances des enseignants, ce qui peut sembler cohérent. Comment peuvent-ils donc fournir aux élèves une formation de qualité si leurs propres connaissances en tant qu'enseignants sont insuffisantes ?

En partant de ce constat selon lequel la compétence des enseignants influence la réussite des élèves, il est donc primordial de se préoccuper des connaissances dont ils disposent quand il s'agit de favoriser le développement de la pensée algébrique chez leurs élèves.

A ce jour, peu d'investigations ont été réalisées sur le sujet tel que nous l'appréhendons. La plupart implique soit des futurs enseignants (Depaepe et al., 2015 ; Callejo & Zapatera, 2017) soit l'observation d'élèves (Demonty, Fagnant & Vlassis, 2015 ; Adihou, 2020), soit un tout autre contenu mathématiques (Depaepe et al., 2015). Une étude particulièrement intéressante pour notre domaine de recherche a été menée par Demonty, Vlassis et Fagnant (2018) sur une centaine d'instituteurs et de régents en fonction à l'aide d'un questionnaire papier - crayon. Elles aboutissent au résultat suivant : les connaissances dont disposent les enseignants pour développer la pensée algébrique chez les élèves face aux activités de généralisation sont insuffisantes dans le primaire, s'améliorent au début du secondaire, mais pas de façon concluante. De plus, elles ont montré que seul, l'usage d'un questionnaire de type papier - crayon a ses limites. En effet, ces chercheurs ont remarqué que certaines réponses fournies par les participants étaient brèves et injustifiées. Dès lors, le recours à des questions ouvertes lors d'un entretien s'avère indispensable pour pouvoir analyser leurs réponses plus en profondeur vu qu'il sera aisé de les inviter à aller plus loin dans leur réflexion. C'est pourquoi nous avons fait le choix de réaliser des entretiens semi-dirigés, en complément des questionnaires.

C'est donc dans ce contexte que se situe notre travail : l'objectif est de voir **quelles connaissances les enseignants mobilisent dans des problèmes de généralisation en vue de développer la pensée algébrique chez leurs élèves à la fin de l'école primaire et au début de l'enseignement secondaire.**

Pour tenter de répondre à cette question, nous détaillerons, dans la première partie théorique de ce travail, les conclusions des recherches antérieures concernant les connaissances pour enseigner, mais également celles plus spécifiques au domaine des mathématiques. Dans un second point, nous exposerons les difficultés rencontrées par les élèves lors de la transition entre le primaire et le secondaire et les moyens préconisés par les revues de la littérature pour y remédier. Nous y aborderons donc, entre autres, la pensée algébrique et comment les activités de généralisation peuvent favoriser son développement.

La partie pratique présentera l'objectif de la recherche ainsi que les hypothèses émises. Ensuite, nous vous présenterons la méthodologie adoptée, la présentation des résultats et l'analyse de ceux-ci. Enfin, les conclusions de notre étude, ses limites et ses perspectives achèveront ce travail.

Partie théorique

LES CONNAISSANCES POUR ENSEIGNER

> *Imaginez que vous êtes professeur de mathématiques. Un élève lève la main et dit: « Je ne comprends pas pourquoi 1 fois 1 vaut 1. Je sais que c'est le résultat correct, mais cela n'a aucun sens pour moi ». Comment expliqueriez-vous ce résultat à votre élève ? Des scenarios comme ceux-ci sont typiques de la tâche d'enseignement. Pour répondre de manière appropriée, les enseignants doivent non seulement comprendre les concepts mathématiques sous-jacents à la question, mais aussi savoir comment ces concepts peuvent être expliqués au mieux aux élèves.*[1] (Krauss, Kunter, Brunner & Baumert, 2008, p.716)

1. Le modèle de Shulman

Il est légitime de penser que les connaissances qu'a un enseignant va influencer sa manière d'enseigner et, par conséquent, l'apprentissage de ses élèves. Depuis plusieurs années, de nombreux chercheurs se sont intéressés à cette thématique : « […] les connaissances des enseignants devraient être une variable principale dans l'étude de l'enseignement » (Carpenter, Fennema, Peterson & Carey, 1988, p.385). C'est donc au milieu des années 80 qu'une grande avancée dans les connaissances pour enseigner a eu lieu. Lee Shulman et ses collaborateurs (1986) ont donc « proposé un domaine spécial de la connaissance des enseignants qu'ils ont appelé la connaissance de contenu pédagogique […] qui relie la connaissance de contenu et la pratique de l'enseignement[2] » (Ball et al., 2008, p.389). Ce concept a vu le jour en réponse de ce qu'il a nommé un « *paradigme manquant* » dans l'enseignement et la formation initiale des enseignants. Il s'agissait d'une grande avancée à cette époque où les chercheurs n'étudiaient

---

[1] Traduit de l'anglais : « Imagine you are a mathematics teacher. A student puts his hand up and says : « I don't understand why 1 times 1 equals 1. I know it's the correct result, but it makes no sense to me. Why does multiplying two negative numbers give a positive number ? » How would you explain this result to your student ? Scenarios like these are typical for the task of teaching. In order to respond appropri- ately, teachers not only need to understand the mathematical concepts underlying the question, they also need to know how these concepts can best be explained to students ».

[2] Traduit de l'anglais : « proposed a special domain of teacher knowledge that they termed pedagogical content knowledge […] that it bridges content knowledge and the practice of teaching ».

principalement que les dimensions globales de l'enseignement. « Shulman a critiqué le manque d'attention porté à la matière, tant dans la pratique de la formation et de l'évaluation des enseignants en formation initiale que dans la recherche sur les pratiques efficaces d'enseignement et de formation des enseignants[3] » (Depaepe et al., 2013, p.12).

Par ailleurs, les auteurs reprennent le terme « psychologiser » le contenu de Dewey, à savoir que les enseignants doivent reconsidérer la matière et penser à la place des élèves dans le but de la rendre plus abordable pour eux. Il faut tenir compte de leurs prérequis et de leurs croyances, erronées ou non, en abordant la matière. Cela a donc conduit à revoir les connaissances pour enseigner qui ne sont pas envisagées comme étant deux domaines distincts, à savoir la pédagogie et le contenu mais une combinaison des deux baptisée connaissances pédagogiques de contenu, nécessaires au métier d'enseignant.

Shulman a donc voulu mettre l'accent sur le rôle primordial du contenu dans l'enseignement et a ainsi déterminé sept domaines de la base des connaissances des enseignants (1987, p.8) :

- **Les connaissances pédagogiques générales** recouvrent la gestion de la classe, les méthodes d'apprentissage et l'évaluation ;
- **Les connaissances des apprenants et leurs caractéristiques** ;
- **Les connaissances des contextes éducatifs** ;
- **Les connaissances des objectifs, des buts et des valeurs de l'éducation** ;
- **Les connaissances de contenu** englobent les connaissances de la matière et de sa structure ;
- **Les connaissances du curriculum** ;
- **Les connaissances pédagogiques de contenu** se réfèrent aux connaissances sur les activités d'enseignement qui favorisent la compréhension des élèves sur la matière, sur leurs préconceptions, sur les erreurs et les difficultés qu'ils éprouvent. Il est impératif que les enseignants aient recours à des méthodes d'enseignement qui facilitent l'explication de la matière aux élèves.

Dans cette typologie, les quatre premières catégories abordent des connaissances générales alors que les trois autres « définissent des dimensions spécifiques au contenu et constituent ensemble ce que Shulman a appelé le paradigme manquant dans la recherche sur

[3] Traduit de l'anglais : « Shulman criticized the lack of attention for subject matter both in the practice of training and evaluating pre-service teachers and in the research on effective teaching and teacher training practices ».

l'enseignement[4] » (Ball et al., 2008, p.391). C'est pour cette raison que nous allons nous attarder sur les trois derniers domaines. Tout d'abord, les connaissances de contenu contiennent les connaissances propres à la matière enseignée. Ainsi, l'enseignant doit connaitre parfaitement son sujet, mais surtout la raison pour laquelle il doit faire cela. Ensuite, les connaissances du curriculum regroupent les savoirs relatifs au programme d'enseignement propres à la discipline. L'enseignant doit donc être capable de connaitre les points de matière à transmettre en fonction du niveau d'enseignement ainsi que le matériel pédagogique à utiliser. Enfin, les connaissances pédagogiques de contenu sont, selon Shulman, les plus influentes. Elles comprennent « les façons les plus utiles de représenter et de formuler le sujet qui le rendent compréhensible pour les autres[5] » (Ball et al., 2008, pp.391). En d'autres termes, elles englobent les méthodes d'enseignement et les conceptions erronées des élèves. D'après Shulman (1987), ces connaissances sont celles qui différencient le pédagogue du professionnel d'une même discipline. Elles sont donc primordiales pour enseigner efficacement.

Les concepts définis par Shulman et ses collègues ont rapidement suscité une attention particulière largement répandue par de nombreux chercheurs. Néanmoins, il manquait une dimension dans leurs idées, à savoir qu'ils ne distinguaient pas les enseignants de différentes disciplines. C'est pourquoi de nombreuses investigations qui ont suivi les propositions de Shulman ont montré « comment les orientations des enseignants sur le contenu influençaient la manière dont ils enseignaient ce contenu[6] » (Ball et al., 2008, p.393). Ainsi, plusieurs chercheurs se sont intéressés à la discipline des mathématiques afin de savoir comment il était possible de rendre son enseignement efficace en implantant des modèles des connaissances mathématiques pour enseigner (Ball et al., 2008 ; Hill et al., 2008 ; Baumert et al., 2010 ; Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2012). Les conclusions de ces recherches sont ainsi largement détaillées dans le point suivant.

4 Traduit de l'anglais : « The remaining three categories define content-specific dimensions and together comprise what Shulman referred to as the missing paradigm in research on teaching ».
5 Traduit de l'anglais : « The most useful ways of representing and formulating the subject that make it comprehensible to others ».
6 Traduit de l'anglais : « how teachers' orientations to content influenced the ways in which they taught that content ».

2. Les connaissances mathématiques pour enseigner

Trois études à large échelle dans le domaine de l'enseignement des mathématiques ont montré qu'un meilleur apprentissage des élèves était corrélé significativement aux connaissances des professeurs (Depaepe et al., 2015) . Ainsi, il est donc primordial d'accorder une importance colossale à leurs connaissances pédagogiques de contenu afin de rendre leur enseignement plus efficace. Dans ce second point, nous décrirons le contexte de ces recherches ainsi que les conclusions auxquelles elles ont abouties. Nous communiquerons également les résultats d'investigations qui ont été menées par la suite.

2.1. Études MKT

Les premières études présentées dans cette partie sur les connaissances mathématiques pour enseigner concernent les études MKT (Mathematical Knowledge for Teaching) conduites entre autres par Hill et al. (2008) et Ball et al. (2008). Ces recherches sont certainement les plus connues dans ce domaine. Elles ont été menées dans le but d'apporter des précisions et un cadre théorique ainsi que des preuves empiriques aux travaux de Shulman (Ball et al., 2008). Ces chercheurs se sont donc concentrés sur l'enseignement des mathématiques et plus spécifiquement sur les aptitudes des enseignants en termes de savoir et de savoir-faire pour rendre leur travail efficace en favorisant la formation des apprenants. Ils ont admis que les connaissances pour enseigner les mathématiques sont multidimensionnelles. Ces nombreux domaines sont donc amplement explicités dans cette partie.

Bien que se basant largement sur ses prédécesseurs, le modèle de Ball et al. (Figure 1) diffère néanmoins de celui de Shulman à certains niveaux. En effet, dans ce modèle, les connaissances pédagogiques de contenu englobent la connaissance du contenu et des élèves, la connaissance du contenu et de son enseignement ainsi que la connaissance du contenu et du curriculum. Dans le modèle de Shulman, la connaissance du curriculum n'appartient pas à la connaissance pédagogique de contenu.

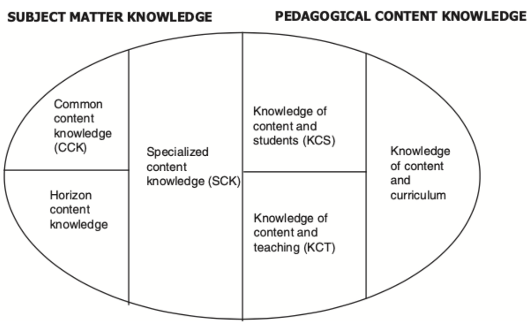


Figure 1 : Domains of Mathematical Knowledge for teaching (MKT) (Ball et al., 2008, p.403)

Il apparait dans ce modèle que les auteurs ont tenu à scinder les connaissances mathématiques pour enseigner en deux ensembles, soit les connaissances de contenu d'une part (subject matter knowledge) et les connaissances pédagogiques de contenu (pedagogical content knowledge) d'autre part.

Tout d'abord, le MKT enveloppe trois domaines qui se rapportent aux connaissances de contenu (CK) des enseignants. Premièrement, la **connaissance de contenu commun (CCK)** englobe toutes les connaissances utilisées par tout mathématicien ou individu éduqué dans d'autres situations que l'enseignement. Par exemple, toute personne ayant reçu une instruction en mathématiques est capable de dire que le nombre 11 est impair. Pour un enseignant, elle implique d'employer à bon escient le vocabulaire et les notations mathématiques et de ne pas se tromper sur la matière à enseigner (Ball et al., 2008).

Deuxièmement, la **connaissance de contenu de l'horizon (HCK)** concerne la façon dont toutes les matières en mathématiques sont liées tout au long de la scolarité. Cette large vision du programme, en pouvant définir ce qui vient en amont et en aval des contenus enseignés, est primordiale pour un enseignement de qualité.

Troisièmement, la **connaissance spécialisée de contenu (SCK)** contient les savoirs et les aptitudes propres à l'enseignement des mathématiques, acquis durant la formation initiale et grâce à l'expérience professionnelle sur le terrain. Prenons par exemple la fraction $\frac{5}{10}$, tout le monde sait que cette fraction représente un demi (CCK). Cependant, un enseignant devra connaitre, et être capable d'expliquer, que pour rendre une fraction irréductible, il faut diviser le numérateur et de dénominateur par leur plus grand commun diviseur (SCK). Contrairement au modèle de Shulman où ces trois types de connaissances sont rassemblés en une seule et même dimension à savoir celle des connaissances de contenu, ces auteurs ont tenu à les dissocier, étant donné qu'elles comportent chacune des savoirs différents.

Ensuite, un autre ensemble de ce modèle concerne les connaissances pédagogiques de contenu (PCK) qui se réfèrent au lien qui existe entre les concepts mathématiques et les connaissances pédagogiques. Selon Demonty et Fagnant (2018), les connaissances pédagogiques de contenu peuvent être associées à la didactique des mathématiques.

Premièrement, la **connaissance du contenu et des élèves (KCS)** concerne la compréhension des élèves. Comment apprennent-ils les concepts mathématiques ? Pour l'enseignant, il s'agit d'explorer et d'interpréter les raisonnements et les erreurs des élèves ainsi que les notions particulièrement difficiles pour eux. Il doit être capable d'anticiper leurs démarches et leurs

difficultés afin de perfectionner son enseignement. Par exemple, une erreur fréquente produite par les élèves lors de l'addition de fractions est la suivante : « $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{2}{7}$ ». En effet, ils procèdent de la même façon que pour la multiplication. N'importe quel adulte ayant reçu une éducation en mathématiques pourra dire que la réponse est incorrecte. Mais la tâche qui incombe au professeur réside bien plus que dans l'identification d'un résultat erroné, mais bien dans le fait d'être capable de déterminer l'origine de l'erreur et d'y remédier (Ball et al., 2008).
Deuxièmement, la **connaissance du contenu et de son enseignement (KCT)** va nécessiter une interdépendance entre les savoirs mathématiques et la façon dont ceux-ci vont impacter l'apprentissage des apprenants. Pour l'enseignant, il s'agit de sélectionner des activités qui vont susciter l'intérêt des élèves et de disposer d'assez de ressources pour diversifier son enseignement et ses explications. Il doit être capable de justifier ses choix méthodologiques et didactiques. Une analogie peut donc être faite entre les connaissances du contenu et des élèves (KCS) et de son enseignement (KCT) avec les connaissances pédagogiques de contenu de Shulman.
Troisièmement, la **connaissance du contenu et du curriculum (KCC)** se rapporte à la connaissance des programmes officiels d'enseignement en allant bien au-delà des matières et des objectifs d'apprentissage. On y retrouve également le matériel didactique, les méthodes éducatives et les modalités d'évaluation (Depaepe et al., 2013).

En définitive, ces chercheurs apportent de nombreuses modifications quant au modèle de Shulman. D'une part, ils ont tenu à ajouter des sous dimensions à l'intérieur des connaissances de contenu : la connaissance de contenu commun propre à tout individu et la connaissance spécialisée de contenu qui est spécifique à l'enseignant. D'autre part, ils ont également distingué deux domaines au sein des connaissances pédagogiques de contenu, à savoir celles relatives aux élèves de celles liées à l'enseignement.
En outre, ils sont parvenus à prouver empiriquement que les connaissances de contenu des enseignants prédisent un bénéfice important dans l'apprentissage des élèves en mathématiques. Malheureusement, ce champ de recherche reste sous-exploité, particulièrement en ce qui concerne la connaissance du contenu et des élèves (Hill et al., 2008).

2.2. Étude COACTIV

Dans le modèle MKT présenté précédemment, seules les compétences cognitives pour enseigner sont prises en compte. Le programme de recherches COACTIV (Cognitive

Activation in the Mathematics Classroom) mené par plusieurs chercheurs en Allemagne (Baumert & Kunter, 2013 ; Kleickmann et al., 2013) intègre quant à lui les aspects non cognitifs. Il a comme objectif de déterminer les aptitudes nécessaires aux enseignants afin que leur travail soit le plus efficace possible et d'y apporter des précisions sur les aspects fondamentaux du métier. L'étude menée par Baumert et ses collaborateurs (2010) a cherché à identifier les responsabilités de manière distincte qu'ont les connaissances de contenu et les connaissances pédagogiques de contenu sur l'enseignement et les progrès des élèves. Ils ont également considéré dans leur recherche que l'accompagnement individuel de l'élève de la part de l'enseignant et la gestion de la classe étaient des critères d'un enseignement de qualité.

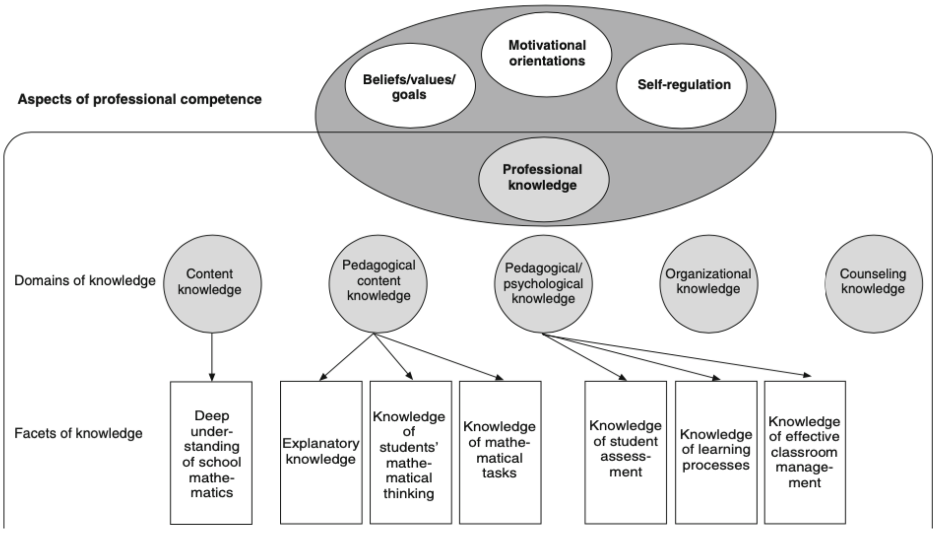


Figure 2: Modèle COACTIV (Baumert & Kunter, 2013, p. 29)

Dans leur modèle COACTIV, Baumert et Kunter (2013) s'appuient sur les dimensions de Shulman concernant les domaines des connaissances des enseignants tout en l'enrichissant de trois aspects supplémentaires liés à la compétence professionnelle tels que les croyances, la motivation et l'autorégulation des enseignants. Ils intègrent aux domaines de la connaissance celle de contenu (CK) et de contenu pédagogique (PCK), bien définies par Shulman (1987) . Tout d'abord, au sein des PCK, ils distinguent trois dimensions : « connaissance du potentiel didactique et diagnostique des tâches ; connaissance des cognitions des élèves (idées fausses, erreurs typiques, stratégies) et des moyens d'évaluer les connaissances et les processus de compréhension des élèves ; connaissance des explications et des représentations multiples[7] » (Baumert & Kunter, 2013, p.33).

[7] Traduit de l'anglais : « Knowledge of the didactic and diagnostic potential of tasks ; Knowledge of student cognitions (misconceptions, typical errors, strategies) and ways of assessing student knowledge and comprehension processes ; knowledge of explanations and multiple representations ».

La connaissance de nombreuses méthodes de résolution pour résoudre une tâche mathématique est une nouveauté par rapport au modèle de Shulman.

Ensuite, ils complètent les domaines de la connaissance avec celle de la pédagogique générale et de la psychologie (PPK). Cette dernière est une nouveauté par rapport aux modèles de Shulman et de Ball et ses collaborateurs. Les facettes telles que la connaissance de l'évaluation des élèves, des processus d'apprentissage et de la gestion de classe efficace s'y retrouvent.
Ils y ajoutent également deux dimensions qui sont la connaissance organisationnelle et la connaissance en *counseling* qui pourrait se traduire comme étant la relation d'aide et la communication entre des personnes. Alors que la première se concentre sur le « fonctionnement et l'efficacité du système éducatif et de ses institutions individuelles[8] » (Baumert & kunter, 2013, p.36), la seconde concerne la capacité des enseignants à réagir quand une difficulté se présente dans la scolarité des élèves.

Enfin, en ce qui concerne la méthodologie, les chercheurs ont pris le parti de ne tester que trois domaines de la connaissance à savoir celle de contenu, celle de contenu pédagogique et celle de la pédagogie générale et de la psychologie par le biais de questions ouvertes. Pour ce qui est du contenu, le test élaboré « se concentre sur la compréhension par les enseignants des concepts mathématiques qui sous-tendent le contenu enseigné au collège[9] » (Baumert & Kunter, 2013, p.34). Quant aux deux autres, il évalue les trois facettes présentes au sein de celles-ci. En revanche, ils ont préféré ne pas mesurer la connaissance organisationnelle et la connaissance en *counseling* car cela dépassait le cadre de la recherche et était trop onéreux.

En conclusion, le programme COACTIV de la compétence professionnelle expose dans une perspective multidimensionnelle les aptitudes primordiales qu'un enseignant a besoin pour enseigner efficacement (Baumert & Kunter, 2013). Et fort heureusement, celles-ci peuvent être acquises lors de la formation initiale et continue. De plus, Baumert et ses collègues (2010) révèlent que les connaissances de contenu (CK) et de contenu pédagogique (PCK) détenues par les enseignants influencent l'apprentissage des élèves. Néanmoins, bien qu'il existe une forte corrélation entre les deux, les connaissances de contenu affectent plus faiblement les performances des élèves que celles de contenu pédagogique, qui jouent un rôle majeur dans la

[8] Traduit de l'anglais : « the functioning and effectiveness of the education system and its individual institutions ».
[9] Traduit de l'anglais : « focuses on teachers' understanding of the mathematical concepts underlying the content taught in middle school ».

qualité de l'enseignement. Malgré tout, il est indéniable qu'un professeur ayant des lacunes en connaissances de contenu en aura également en connaissances pédagogiques de contenu. C'est pourquoi il est plus que nécessaire de développer les deux dimensions. Enfin, ces études prouvent également que le niveau de la formation des enseignants influence leurs connaissances de contenu et de contenu pédagogique (Krauss et al., 2008). Par ailleurs, Kunter et Baumert (2013) soulignent des failles dans la formation initiale des enseignants. En effet, le fait d'acquérir seulement des connaissances de contenu essentielles pour dispenser leur cours en classe impacte négativement le développement des connaissances pédagogiques de contenu.

2.3. Étude TEDS-M

L'étude TEDS-M (Teacher Education and Development Study in Mathematics) est menée par l'IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) dans le but d'étudier la formation et le développement des enseignants en mathématiques et de comparer cela à l'échelle internationale. Elle s'adresse aux futurs enseignants du primaire et du secondaire inférieur. Cette enquête se base sur les apports de Shulman (1987) et identifie trois domaines de connaissances nécessaires aux enseignants en mathématiques (Döhrmann ; Kaiser & Blömeke, 2012). Premièrement, la **connaissance de contenu des mathématiques (MCK)**. Deuxièmement, la **connaissance de contenu pédagogique des mathématiques (MPCK)** qui est elle-même divisée en trois composantes à savoir la **connaissance du curriculum** (au-delà du programme, l'enseignant doit être capable d'établir des objectifs d'apprentissage ainsi que divers méthodes d'évaluation pour y parvenir), la **connaissance de la planification de l'enseignement** (il s'agit de sélectionner des méthodes d'enseignement appropriées et de prédire les réponses typiques des élèves) et la **connaissance de la mise en pratique des mathématiques pour l'enseignement et l'apprentissage** (il s'agit d'être capable d'expliquer des contenus mathématiques et de déterminer les réponses des élèves). Troisièmement, la **connaissance pédagogique générale (GPK)**. A ces trois dimensions de connaissances nécessaires aux compétences professionnelles des enseignants s'ajoutent leurs croyances, leur motivation et leur autorégulation, se rapprochant donc fortement du modèle COACTIV.

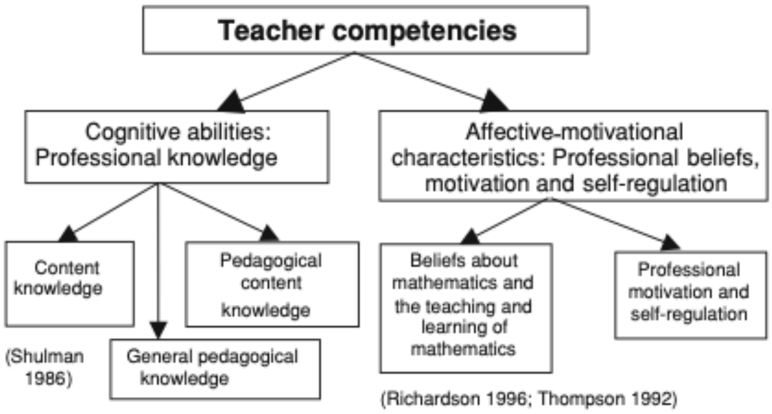


Figure 3 : Modèle conceptuel des compétences professionnelles des enseignants (Döhrmann ; Kaiser & Blömeke, 2012, p. 327)

Les tests de compétence élaborés pour l'enquête TEDS-M couvrent les trois types de connaissances précédemment cités à savoir la connaissance de contenu des mathématiques, la connaissance pédagogique de contenu des mathématiques et la connaissance pédagogique générale. Les questions portent sur cinq domaines majeurs des mathématiques soit les nombres, la géométrie, l'algèbre, les fonctions et le traitement de données.

Pour finir, ces recherches ont abouti sur le fait que les connaissances de contenu et encore davantage les connaissances pédagogiques de contenu des enseignants ont un impact considérable sur la qualité de l'enseignement et, par déduction, sur la progression des apprenants. Malheureusement, les résultats montrent qu'il existe encore de grandes disparités quant à la formation des enseignants dans le monde, et de manière analogue au sein même des pays (Senk et al., 2012 ; Blömeke, Suhl, Kaiser & Döhrmann, 2012). Le niveau de la formation en mathématiques a également un impact sur les connaissances qu'ils possèdent. En effet, un futur enseignant davantage éduqué en tant que spécialiste possède des connaissances de contenu et de pédagogiques de contenu supérieures à un autre moins qualifié dans la matière. De plus, les réponses fournies par les futurs enseignants fournissent des indications sur ce qu'ils sont capables de faire, ce qui représentent un bénéfice considérable dans la recherche sur les connaissances pour enseigner les mathématiques. Enfin, ces études certifient que les tests de compétence de l'enquête TEDS-M sont fiables et valides d'un point de vue international (Döhrmann et al., 2012). Nous nous baserons donc sur certaines de leurs questions dans notre étude.

3. Conclusions des recherches antérieures

En définitive, il apparait évident que les enseignants doivent maitriser les contenus enseignés. En effet, « les enseignants qui ne connaissent pas bien une matière eux-mêmes ne sont pas susceptibles d'avoir les connaissances nécessaires pour aider les élèves à apprendre ce contenu[10] » (Ball et al., 2008, p.404). Ils doivent connaitre l'aspect pratique des mathématiques afin d'y donner du sens aux yeux des élèves et de susciter leur intérêt. Il est nécessaire de rendre les mathématiques accessibles aux apprenants. Malheureusement, « les cours dans les programmes de préparation des enseignants ont tendance à être académiques dans le meilleur et le pire sens du terme, savants et non pertinents, de toute façon éloignés de l'enseignement en classe[11] » (Ball et al., 2008, p.404). La formation des enseignants se répercute donc, par la suite, sur la compréhension et la réussite des élèves en classe. La maitrise des connaissances de contenu et des connaissances pédagogiques de contenu mathématiques telles qu'elles ont été développées dans les points précédents sont donc primordiales pour améliorer l'enseignement et, par conséquent, l'apprentissage des élèves.

Pour ces raisons, ce domaine de recherche a commencé à provoquer l'intérêt de nombreux chercheurs, avec notamment Shulman comme précurseur dans les années 80 qui a introduit le concept de connaissances pédagogiques de contenu. D'autres études plus spécifiques au domaine des mathématiques se sont alors succédées avec, entre autres, le modèle MKT, le programme COACTIV et l'enquête TEDS-M. Elles ont permis d'apporter des preuves empiriques et des précisions théoriques sur les connaissances nécessaires pour un enseignement de qualité, largement explicitées dans cette première partie.

Par ailleurs, d'autres recherches supplémentaires ont été menées par la suite dans ce domaine.
Tout d'abord, une étude particulièrement intéressante effectuée par Depaepe et ses collaborateurs (2015) sur des futurs enseignants du primaire et du secondaire sur les nombres rationnels indique de nombreuses failles quant à leurs connaissances de contenu et pédagogiques de contenu. Les résultats révèlent que les futurs régents surpassent les futurs

10 Traduit de l'anglais : « Teachers who do not themselves know a subject well are not likely to have the knowledge they need to help students learn this content ».
11 Traduit de l'anglais : « subject matter courses in teacher preparation programs tend to be academic in both the best and worst sense of the word, scholarly and irrele- vant, either way remote from classroom teaching ».

instituteurs quant aux connaissances de contenu, contrairement aux connaissances pédagogiques de contenu où cette différence est moins marquée.
Ensuite, une investigation menée par Callejo et Zapatera (2017) sur des futurs professeurs du primaire apporte des précisions sur les connaissances dont ils disposent pour repérer la compréhension des élèves dans les activités de généralisation. Bien qu'ils étaient capables d'exécuter correctement un problème, ils n'ont pas suffisamment réussi à repérer les processus de compréhension mis en place par les élèves. Cela témoigne une nouvelle fois des lacunes dans leurs connaissances pédagogiques de contenu, et plus précisément dans ce cas-ci dans celles du contenu et des élèves.
Enfin, Demonty et al. (2018) ont interrogé une centaine de professeurs belges en fonction à la fin du primaire et au début du secondaire sur l'état de leurs connaissances pour enseigner les activités de généralisation dans leur classe en vue de développer la pensée algébrique des élèves. Et le constat est interpellant : elles sont largement limitées dans le primaire et bien qu'elles augmentent en secondaire, elles restent nettement insuffisantes. Cette étude se rapproche fortement de notre domaine de recherche et fournira donc des éléments clés pour la suite de ce travail.

En résumé, les principales conclusions des recherches antérieures sur les connaissances mathématiques pour enseigner montrent que les connaissances de contenu et les connaissances pédagogiques de contenu sont corrélées positivement et qu'elles sont des facteurs importants de la qualité de l'enseignement. Elles indiquent également que, dans l'ensemble, les enseignants plus qualifiés en mathématiques devancent ceux moins qualifiés quant aux connaissances de contenu (Depaepe et al., 2015 ; Kleickmann et al., 2013 ; Senk et al., 2012). Par contre, cela ne se confirme pas nécessairement à l'égard des connaissances pédagogiques de contenu, excepté dans l'étude de Senk et de ses collaborateurs (2012).
Par conséquent, il est nécessaire de renforcer l'acquisition de connaissances de contenu dans la formation des enseignants, mais cela ne sera malgré tout pas suffisant pour développer davantage les connaissances pédagogiques de contenu. Surtout que ces lacunes se répercutent par la suite sur l'apprentissage des élèves, notamment lors du passage entre l'arithmétique et l'algèbre, qui est une étape cruciale mais laborieuse pour eux. Le point suivant sera donc consacré à déterminer ce qui rend cette transition si complexe.

LA TRANSITION ARTIHMETIQUE - ALGEBRE

1. Pourquoi cette transition est-elle si complexe ?

La transition entre le primaire et le secondaire demande, pour les élèves, « des changements conceptuels importants comme, par exemple, le passage de l'arithmétique à l'algèbre » (Bednarz, Lafontaine, Auclair, Morelli & Leroux, 2009, p.8). Il est donc judicieux de trouver la meilleure articulation possible entre l'arithmétique et l'algèbre afin d'aider les élèves à passer ce cap difficile. Il est important que l'enseignant tienne compte du parcours des élèves, de leurs acquis, des convictions et des notions qu'ils ont établies en primaire afin de leur proposer des activités qui facilitent ce passage laborieux. Cela fait donc appel aux connaissances en mathématiques qu'un professeur a besoin pour enseigner. De nombreuses recherches sur les connaissances des enseignants montrent qu'ils ont tendance à sous-estimer l'obstacle qui se dresse devant les élèves quand ils doivent symboliser. Certains auteurs affirment que « les connaissances mathématiques des enseignants les ont conduit à automatiser un certain nombre de procédures que les élèves doivent découvrir lors des premiers apprentissages algébriques » (Demonty et al., 2015, p.6). De plus, les recherches de Schmidt et Bednarz sur des futurs enseignants mettent en évidence que « ce passage à l'algèbre nécessite, des changements majeurs en regard notamment du rapport à l'écriture symbolique, de la nature même des raisonnements et du contrôle à exercer sur ces raisonnements » (1997, p.151). Enfin, Bronner évoque que l'introduction de l'algèbre est due à un « coup de force du professeur à partir de problèmes dont il suggèrera aux élèves à un moment plus ou moins opportun qu'il est utile voire nécessaire d'utiliser une lettre […] pour chercher un nombre inconnu satisfaisant un système de contraintes numériques » (2015, p.247). Cela représente donc une difficulté pour les élèves car le professeur ne tient pas compte de leurs acquis et de leur capacité à raisonner de manière algébrique, bien avant l'introduction du symbolisme formel.

Par ailleurs, dans la plupart des programmes en mathématiques, la séparation entre les apprentissages arithmétiques et algébriques est bien marquée, l'arithmétique est propre à l'enseignement primaire tandis que l'algèbre apparait au premier degré du secondaire. Pourtant, une étude menée par Demonty et ses collaborateurs affirme que « dès la fin de la scolarité primaire, environ 40% des élèves parviennent sans aide à développer des raisonnements de nature algébrique, qu'ils peuvent exprimer par écrit. Après plus d'une année d'acquis algébriques, cette proportion s'élève à environ 50% » (2015, p.16). De plus, en analysant les épreuves du CEB, on y retrouve des exercices faisant intervenir des quantités indéterminées ainsi que des activités qui sollicitent la généralisation de procédures, notions fondamentales de l'algèbre. Comment pouvons-nous donc expliquer ces difficultés dans les raisonnements algébriques au début de l'enseignement secondaire ? Quels sont les acquis des élèves dans l'enseignement fondamental et quels sont ceux attendus par la suite ? Comment les enseignants peuvent-ils aider les élèves à dépasser ce bouleversement ?

Pour répondre à ces questions, une analyse des difficultés rencontrées par les élèves lors de la transition entre l'arithmétique et l'algèbre est largement développée dans le point suivant.

2. Difficultés rencontrées par les élèves lors de la transition arithmétique – algèbre

Bien que n'étant pas une revue scientifique, le programme du SeGEC (2010) sur lequel les enseignants se basent pour construire leurs cours apporte également quelques précisions sur les disparités qui existent entre les deux niveaux d'enseignement. Au fondamental, la lettre incarne principalement un objet et aucune opération n'est explicitement effectuée sur celle-ci. En ce qui concerne le symbole d'égalité, il désigne majoritairement l'amorce d'un résultat et n'est que très rarement utilisé comme relation d'équivalence. Dans le secondaire, la lettre représente une variable ou une indéterminée et le signe d'égalité indique une relation d'équivalence. Par ailleurs, les difficultés rencontrées par les élèves pour passer d'un mode de pensée arithmétique à un mode de pensée algébrique sont actuellement bien connues dans la littérature de recherche (Adihou, 2020 ; Carraher & Schliemann, 2007 ; Grugeon-Allys et Pilet, 2017 ; Radford, 2014).

Premièrement, le type de raisonnement mis en place lors d'une résolution de problème diffère totalement d'une méthode à l'autre (Larguier, 2015). D'un côté, dans un **raisonnement arithmétique**, on ne travaille que sur des quantités numériques connues pour déterminer celles qui sont inconnues. Le contexte est donc prégnant et il est compliqué de s'en détacher. D'un autre côté, dans un **raisonnement algébrique**, on travaille sur des quantités dont certaines sont connues et d'autres pas, et on opère sur elles comme si elles étaient connues. Il est donc distinct du précédent car il se détache du contexte et prend appui sur l'inconnue, qui est alors symbolisée par un substitut quelconque.
Squalli fait une distinction entre ces deux types de raisonnement en affirmant que celle-ci « réside précisément dans le caractère analytique du raisonnement et non sur l'absence ou la présence de lettres pour représenter les inconnues » (2020, p.39). Ainsi, un **raisonnement**

analytique repose sur la capacité à raisonner sur des quantités inconnues au départ et en opérant sur elles comme si elles étaient connues (Adihou, 2020 ; Radford, 2014). Il est tout à fait accessible avant l'introduction de l'algèbre formelle et est primordial pour aider les élèves à accéder au raisonnement algébrique.

A titre d'exemple, nous pouvons illustrer ces différentes méthodes par les raisonnements mis en place par des élèves pour résoudre un problème faisant intervenir un programme de calcul (Grugeon-Allys et Pilet, 2017, pp.112-113-114). L'énoncé est le suivant : « *Tu penses un nombre, tu ajoutes 8, tu multiplies par 3, tu retranches 4, tu ajoutes ton nombre, tu divises par 4, tu ajoutes 2, tu soustrais ton nombre : tu as trouvé 7. L'affirmation est-elle vraie ? Justifiez votre réponse* ». Dans un raisonnement arithmétique, l'élève a tendance à s'appuyer sur un exemple numérique et à avoir une vision procédurale en effectuant la série d'opérations et où l'égalité désigne l'amorce d'un résultat et est parfois mal employée. Concrètement, une réponse possible à ce problème est : « 1 + 8 = 9 ; 9 . 3 = 27 ; 27 – 4 = 23 ; 23 + 1 = 24 ; 24 : 4 = 6 ; 6 + 2 = 8 ; 8 – 1 = 7 ; donc c'est vrai ». Dans un raisonnement algébrique, l'élève utilise une lettre pour désigner le nombre de départ et effectue une série d'opérations sur celle-ci, en respectant les conventions de l'algèbre. Ce type de raisonnement n'est donc pas possible avant l'enseignement de l'algèbre formel. L'écriture peut être procédurale : « (x + 8) . 3 = 3x + 24 ; 3x + 24 – 4 + x = 4x + 20 ; (4x + 20)/4 = x + 5 ; x + 5 + 2 – x = 7 » ou structurale « (x + 8) . 3 – 4 + x)/4 + 2 – x = (4x + 20)/4 + 2 – x = x + 5 + 2 – x = 7 ». Dans ce dernier exemple, l'élève utilise correctement les propriétés et les priorités des opérations et construit une réponse plus élaborée mathématiquement parlant.

Deuxièmement, il existe un changement conceptuel important entre le primaire et le secondaire quant au sens de l'égalité. Alors que d'un côté le symbole d'égalité désigne l'amorce d'un résultat, de l'autre, il indique davantage une notion d'équivalence (Kieran, 2004 ; Carpenter, Levi, Franke & Zeringue, 2005 ; Grugeon-Allys & Pilet, 2017). Cela représente donc un obstacle considérable chez les apprenants. Face à un exercice du type : « 9 + 7 = … + 6 » ils ont tendance à trouver 16 et non 10 car ils veulent mettre une réponse après le signe d'égalité, vu qu'ils ne le voient pas comme étant le symbole d'une relation d'équivalence. Cette conception erronée du signe d'égalité conduit également à des erreurs quand plusieurs étapes sont à effectuer dans un même calcul, comme par exemple : « 3 + 2 = 5 . 7 = 35 – 5 = 30 ». Cette écriture est totalement incorrecte et est due au fait que les élèves associent égalité et résultat. Ils gardent une vision procédurale et non structurale des opérations.

Troisièmement, les élèves ont tendance à être incommodés par une expression algébrique qui peut être considérée comme un tout, un objet et non comme un processus uniquement (Kieran et al., 2016). C'est pourquoi face à une expression telle que 15x + 3, ils refusent de laisser des opérations en suspens et donnent donc comme réponse finale 18x (Grugeon-Allys & Pilet, 2017). Pour eux, l'arithmétique telle qu'ils l'ont découverte ne laisse pas d'opérations dans un résultat vu qu'une expression simplifiée doit se trouver derrière le signe d'égalité. Ils se sentent donc obligés de les effectuer, ce qui conduit à des erreurs de concaténation (Squalli, Oliveira, Bronner & Larguier, 2020). Ils doivent abandonner la vision procédurale qui les incite à additionner 15x et 3. Cette difficulté n'est donc pas sans lien avec la précédente, où le symbole d'égalité est vu comme l'amorce d'un résultat.

Quatrièmement, un obstacle rencontré par les élèves lors de l'articulation entre l'arithmétique et l'algèbre est la symbolisation algébrique, c'est-à-dire le sens qui va être donné aux concepts de base comme le sens du signe d'égalité déjà bien développé précédemment ou le sens de la lettre. Dans le primaire, les élèves sont capables de résoudre un calcul à trous du type : « 3 + ... = 8 ». Or, en secondaire, une lettre est positionnée à la place des pointillés pour faire émerger les équations et tout d'un coup, cela se complique pour eux. A leurs yeux, résoudre l'équation 3 + x = 8 fait appel à des changements importants. Par ailleurs, les règles auxquelles ils doivent recourir pour y parvenir sont souvent complexes car ils éprouvent beaucoup de difficultés à opérer sur les inconnues.

Dernièrement, le sens des opérations incluant ses propriétés et l'ordre de priorité pose problème. D'une part, les élèves n'identifient pas les propriétés telles que la distributivité ou la commutativité. D'autre part, ils n'intègrent pas les priorités des opérations. C'est pourquoi il n'est pas rare de voir un élève répondre de manière erronée à un calcul faisant intervenir plusieurs opérations, comme par exemple : « 2 + 5 . 3 = 7 . 3 = 21 ». Il ne respecte pas les priorités des opérations qui imposent d'effectuer la multiplication avant l'addition.

3. Comment aider les élèves à dépasser ces obstacles ?

Faciliter le passage entre le primaire et le secondaire ne signifie pas de modifier les programmes scolaires et d'enseigner davantage de contenus dès le plus jeune âge. Il s'agit d'apporter une vision différente face aux objectifs poursuivis dans les activités proposées dans les curricula actuels. En algèbre, l'accent est principalement mis sur les relations, contrairement à l'arithmétique (Carpenter et al., 2005). C'est pourquoi il est nécessaire que dans le primaire, les enseignants renforcent le caractère algébrique présent dans des activités de nombres, en insistant davantage sur les relations et les opérations que sur le calcul de résultats. Dans le secondaire, il est essentiel d'asseoir les fondements algébriques sur les concepts arithmétiques vus antérieurement, et non de les amener comme de nouvelles notions.

Pour ce faire, il est important d'aborder l'arithmétique de manière relationnelle, où les expressions et les opérations sont perçues comme un tout, et non comme des calculs à effectuer. Il s'agit de se détacher d'une vision procédurale en se focalisant davantage sur les relations que sur les réponses. Il est également primordial d'aborder le signe d'égalité dans ce sens, soit comme un symbole d'équivalence et non comme l'amorce d'un résultat (Carpenter et al., 2005). En procédant de la sorte, les élèves seront amenés à résoudre l'exercice vu précédemment plus facilement, à savoir : « 9 + 7 = … + 6 ».

En définitive, il est indéniable que l'apprentissage de l'algèbre pose problème. C'est la raison pour laquelle de nombreux chercheurs (Kieran, Pang, Schifter & Ng, 2016) se sont intéressés à cette thématique et ont donc réfléchi à comment cette transition pourrait être facilitée. Vu que l'apprentissage de l'algèbre pose problème, il est nécessaire de trouver une autre façon de l'aborder. Un courant connu sous le nom de *Early Algebra* a donc vu le jour dans le début des années 2000. Ce domaine de recherche ne consiste pas en une pré-algèbre mais bien en une amélioration de la relation entre l'arithmétique et l'algèbre. Il n'est donc ici nullement question d'appréhender le programme du secondaire dès l'école fondamentale mais bien de développer cette pensée algébrique au travers d'activités dès le plus jeune âge pour favoriser l'appropriation de l'algèbre dès le début du secondaire. Le développement de cette pensée est donc largement expliqué dans le point suivant.

4. Le développement de la pensée algébrique comme moyen pour favoriser la transition entre l'arithmétique et l'algèbre

Habituellement, il était logique pour bon nombre de personnes de considérer qu'il fallait développer la pensée arithmétique avant la pensée algébrique, d'où il n'était pas envisageable de considérer une quelconque forme de raisonnement algébrique dans l'enseignement fondamental (Carraher & Schliemann, 2007 ; Radford, 2014).
Pourtant, certaines activités proposées en primaire touchent déjà à l'algèbre (Vergnaud, as cited in Grugeon & Pilet, 2017). Par exemple, une égalité à trous comme « 8 + … = 10 » peut correspondre à une équation où l'inconnue est, dans ce cas-ci, représentée par des pointillés et

non par une lettre comme il est d'usage dans le secondaire. Il est donc légitime de s'interroger sur l'obstacle vécu par les élèves quand le symbolisme algébrique apparait.
C'est pour cette raison que de nombreux chercheurs (Kieran et al., 2016 ; Radford, 2014) ont développé le courant *Early Algebra* ayant pour ambition de reconsidérer l'apprentissage de l'algèbre. Celui-ci prône le développement d'une pensée algébrique qui s'apparente davantage à une forme de raisonnement qu'à une multitude de méthodes particulières. Abordable dès l'école primaire bien avant l'acquisition du symbolisme algébrique formel, elle favorise l'apprentissage de l'algèbre dans les années ultérieures (Kieran, 2018). D'une manière générale, Kieran (1996) aboutit à une définition de la pensée algébrique.

> La pensée algébrique peut être interprétée comme une approche de situations quantitatives qui met l'accent sur les aspects relationnels généraux avec des outils qui ne sont pas nécessairement symboliques de lettres, mais qui peuvent finalement être utilisés comme support cognitif pour introduire et soutenir le discours plus traditionnel de l'algèbre scolaire[12] (p.275).

Près de deux décennies plus tard, Radford (2014) caractérisent trois conditions fondamentales favorisant son développement.

- **L'indétermination :** Le problème renferme des quantités indéterminées.
- **La dénotation :** Les nombres inconnus présents dans l'activité doivent être symbolisés, mais pas nécessairement sous forme de signes alphanumériques. Ils peuvent être exprimés par le langage naturel, par des pictogrammes, par des symboles autres que des lettres, ….
- **L'analycité :** Il s'agit d'opérer sur des quantités inconnues en faisant comme si elles étaient connues.

De son côté, Squalli (2015) souligne deux éléments de la pensée algébrique : la propension à généraliser et à raisonner de manière analytique. Il insiste également sur le fait qu'il s'agit d'une réflexion particulière qui peut être mise en place dans n'importe quel problème mathématique.

[12] Traduit de l'anglais : « Algebraic thinking can be interpreted as an approach to quantitative situations that emphasizes the general relational aspects with tools that are not necessarily letter- symbolic, but which can ultimately be used as cognitive support for introducing and for sustaining the more traditional discourse of school algebra ».

Il ajoute également que :

> Sur le plan opératoire, la pensée algébrique se déploie au moyen d'un ensemble de raisonnements particuliers et de manières d'approcher des concepts en jeu dans les activités algébriques (par exemple, une tendance à voir l'égalité comme une relation d'équivalence, une tendance à laisser les opérations en suspens, une tendance à symboliser et à opérer sur des symboles; une tendance à avoir une vision structurale (voir par exemple une expression numérique comme un objet en soi et non uniquement comme une chaine de calculs) » (pp.347-348).

En résumé, la pensée algébrique correspond à une manière particulière de raisonner, pouvant se développer dans un grand nombre d'activités, même numériques. Son développement est possible dès l'école primaire, bien avant l'apprentissage de l'algèbre formelle. Il s'agit de faire émerger chez les élèves une compréhension approfondie de notions mathématiques fondamentales, comme le sens de l'égalité ou des opérations, et en d'autres termes de développer une vision relationnelle de l'arithmétique (Carpenter et al., 2005). Pour y parvenir, il est nécessaire qu'ils appréhendent l'égalité comme une relation d'équivalence et qu'ils soient capables de laisser des opérations en suspens. Elle englobe également la capacité à raisonner de manière analytique sur des quantités indéterminées et à détecter des régularités en vue de généraliser.

Pour ce faire, des environnements permettant d'assurer une transition entre l'arithmétique et l'algèbre en développant la pensée algébrique ont été mis au point, particulièrement dans deux domaines : les problèmes de partages inégaux (Squalli, Larguier, Bronner & Adihou, 2020), et les activités de généralisation (Larguier, 2015 ; Kieran et al., 2016 ; Radford, 2014). Ces activités renferment une richesse colossale à condition que les enseignants aient les connaissances nécessaires pour les mener. Dans la suite de ce travail, nous avons délibérément fait le choix de nous attarder sur les activités de généralisation comme moyen pour développer la pensée algébrique. En effet, elles combinent deux éléments fondamentaux à savoir l'habilité à généraliser et à raisonner de manière analytique. Des clarifications sur celles-ci ainsi que les raisonnements mis en place par les élèves et les difficultés qu'ils rencontrent sont largement explicitées dans le point suivant.

5. Les activités de généralisation comme moyen pour développer la pensée algébrique

5.1. Qu'entend-on par activité de généralisation ?

Par définition, une activité de généralisation est « un problème dont la résolution conduit à mettre en œuvre un processus de généralisation, l'identification d'un modèle » (Squalli et al., 2020, p.46). Il s'agit de repérer la construction du motif sur base des premières itérations, et de dégager une règle générale qui fonctionnerait quelle que soit la figure. Elle s'apparente à une suite arithmétique vu que chaque motif peut être obtenu en ajoutant toujours un même nombre, appelé la raison, au précédent.

Tout d'abord, de nombreuses recherches ont montré les richesses contenues dans ce type d'activité afin de développer la pensée algébrique chez les élèves dès l'école primaire (Larguier, 2015 ; Kieran et al., 2016 ; Radford, 2014). Bien que ces problèmes rencontrent de nombreuses difficultés, il est primordial de s'y intéresser puisqu'être capable de généraliser est au centre des mathématiques (Mason, 1996). Radford soutient également l'idée selon laquelle : « Il y a quelque chose d'intrinsèquement arithmétique en algèbre et quelque chose d'intrinsèquement algébrique en arithmétique, et que l'activité de généralisation réunit ces deux aspects[13]» (2014, p.258). Ces auteurs (Mason, 1996 ; Radford 2008, 2014) considèrent donc ce type d'activité comme étant un cadre prospère pour favoriser la transition entre l'arithmétique et l'algèbre en développant la pensée algébrique puisqu'elles encouragent un raisonnement visant à faire identifier et exprimer des régularités (Vlassis et al., 2017).

De plus, les programmes sensibilisent les enseignants à cette problématique. Par exemple, le programme de mathématiques du SeGEC corrobore ces propos, en affirmant que : « Les problèmes de dénombrement […] sont une source d'activités stimulantes pour le raisonnement : les configurations de figures et parfois de nombres figurés constituent un champ expérimental qui se prête à l'observation, à la généralisation, à l'argumentation et à la vérification » (2010, p.22). Ces activités, appelées plus communément problèmes de dénombrement dans les programmes de l'enseignement primaire et secondaire, sont présentes dans les manuels scolaires des deux niveaux. Elles sont structurées généralement de façon similaire à la seule différence que dans le secondaire, il est demandé aux élèves une formulation

[13] Traduit de l'anglais : « that there is something inherently arithmetic in algebra and something inherently algebraic in arithmetic, and that pattern activity brings these two aspects together. »

symbolique, après l'acquisition de l'algèbre formelle. Au début, une séquence de motifs introduit l'activité. Ils doivent alors trouver des termes proches de ceux connus. Cette étape est largement abordable car il suffit de s'appuyer sur le dessin. Ensuite, il faut chercher un terme plus éloigné ce qui exige une observation de la structure de la séquence et des invariants. De là, un modèle qui fonctionne pour trouver n'importe quel motif est alors établi.

En définitive, lorsque l'élève parvient à généraliser le processus et à définir une règle, il entame un raisonnement qui nécessite d'opérer sur des quantités indéterminées ce qui constitue un élément fondamental de la genèse de la pensée algébrique (Radford, 2014). Compte tenu de tous ces éléments, il nous semble judicieux d'utiliser les activités de généralisation dans cette étude. Le point suivant détaille plus en profondeur en quoi elles favorisent le développement de la pensée algébrique.

5.2. En quoi favorisent-elles le développement de la pensée algébrique ?

Comme cela a été souligné préalablement, ces activités offrent un cadre prospère pour développer la pensée algébrique pour deux raisons : d'une part elles favorisent un raisonnement analytique au départ de quantités indéterminées, et d'autre part elles produisent du sens au niveau de l'égalité et des opérations.
Nous avons sélectionné un problème de généralisation utilisé dans une étude de Radford (2008) et dans les tests de compétences élaborés pour l'enquête TED-S pour illustrer nos propos.

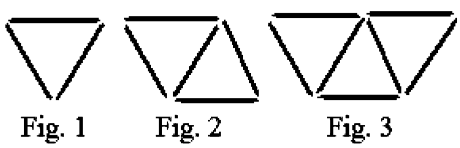


Figure 4 : Exemple d'une activité de généralisation (Radford, 2008, p.86)

En premier lieu, les élèves sont amenés à raisonner de manière analytique, vu qu'ils travaillent sur des quantités inconnues. Dans ce type d'activité, cette indéterminée a le statut de variable, vu qu'elle dépend d'un autre nombre (le numéro de la figure).

Par ailleurs, la variété des démarches possibles dans les activités de généralisation est une richesse et permet d'entrainer un bon nombre de concepts mathématiques. Par exemple, elle offre la possibilité de réfléchir sur la notion d'équivalence d'expressions. En effet, l'analyse du visuel des motifs peut aboutir à des formules différentes chez les élèves, ce qui ne serait pas possible avec le numérique uniquement. Il est alors intéressant de les comparer et de remarquer qu'elles sont équivalentes, ce qui permettra de travailler sur le sens de l'égalité et des opérations.

De plus, Radford (2014) précise que la relation entre la structure spatiale et la structure numérique est un élément considérable dont il faut tenir compte pour promouvoir la pensée algébrique. Cela « permet de créer des relations entre le nombre d'une figure et la partie pertinente de celle-ci. De plus, en décomposant les chiffres, les élèves créent une relation entre des entités connues et inconnues et peuvent faire des calculs[14] » (Callejo & Zapatera, 2017, p.313).

Par ailleurs, une étude réalisée par Larguier (2015) sur les premières rencontres avec l'algèbre a permis de déceler les indicateurs de la genèse d'une pensée algébrique chez un élève. Par exemple, le fait d'être capable de détecter des régularités, de formuler la généralité à l'aide d'un exemple, d'aboutir à des données inconnues lors de la résolution, de s'éloigner du contexte et de valider le terme général en vérifiant à l'aide des données numériques connues. Ce dernier est une excellente façon d'associer l'arithmétique et l'algèbre. Les activités de généralisation permettent donc de remplir tous ces critères.

Malheureusement, pour favoriser le développement de la pensée algébrique chez les élèves à travers les activités de généralisation, il faut que les enseignants disposent des connaissances nécessaires pour y parvenir. Et comme cela a déjà été précisé préalablement, des études montrent que ce n'est pas spécialement toujours le cas (Callejo & Zapatera, 2017 ; Demonty et al., 2018). Notre étude tentera donc d'évaluer ces connaissances en vue de favoriser le développement de la pensée algébrique chez les élèves.

Enfin, la manière dont raisonnent les élèves dans les activités de généralisation va permettre d'apporter des précisions sur ce qui développe, ou non, la pensée algébrique. Les démarches qu'ils mettent en œuvre pour généraliser des suites de motifs sont largement détaillées dans le point suivant.

[14] Traduit de l'anglais : « because it allows relationships to be created between the number of a figure to the relevant part of it. Furthermore, by decomposing the figures, students create a relationship between known and unknown entities and can make calculations ».

5.3. Raisonnements des élèves face aux activités de généralisation

Radford (2006) affirme que la généralisation d'un motif est un processus qui nécessite, dans un premier temps, de saisir un point commun afin de le généraliser ensuite à tous les termes de la séquence. De là, une expression peut alors être établie pour trouver directement n'importe quel motif, proche ou lointain. Il détermine deux facettes dans la généralisation : d'un côté, l'aspect phénoménologique, qui se rapporte aux types de raisonnements mis en place par les élèves pour généraliser une suite de motifs, et d'un autre côté, l'aspect sémiotique, qui se réfère à l'expression de ce raisonnement. Dans ce volet, nous rendons compte des caractéristiques de ces deux facettes définies par Radford ainsi que des résultats d'une étude réalisée par Demonty et ses collaborateurs (2015) sur des élèves de fin de primaire et de début de secondaire.

Premièrement, Radford distingue trois types de raisonnements se rapportant à l'aspect phénoménologique qui vont être mis en place par les élèves face à des activités de généralisation, à savoir l'induction naïve, la généralisation arithmétique et la généralisation algébrique.

A. <u>Induction naïve</u>

Les élèves se basent sur l'analyse d'un seul motif connu pour déterminer une règle qui fonctionnerait pour calculer un motif inconnu. Un raisonnement proportionnel ou le recours à une règle de trois sont typiques dans ce genre de démarche. Néanmoins, elle est souvent incorrecte car elle ne tient pas compte de toutes les figures dont ils disposent. Il serait aisé de voir que cette méthode ne fonctionne pas dans d'autres cas, mais les élèves ne prennent pas la peine de vérifier sur d'autres dessins.

Par exemple, les élèves pourraient remarquer que le motif n°1 contient 5 carrés, donc le motif n°4 aurait 20 carrés. Ils élaborent une règle selon un seul motif, ici par proportionnalité, et ne vérifient pas que cela fonctionne pour les autres cas.

			
Motif n°1	Motif n°2	Motif n°3	Motif n°4

Figure 5 : L'induction naïve (Fagnant & Demonty, 2020)

B. Généralisation arithmétique

Les élèves constatent un accroissement constant entre deux motifs consécutifs d'une séquence. Cette manière de procéder permet de prédire des modèles proches mais n'offre pas de généralisation. Par conséquent, il sera impossible pour eux de trouver rapidement n'importe quel terme éloigné de la séquence. Ce type de raisonnement ne fait intervenir que des valeurs numériques et n'implique donc pas des opérations avec des quantités indéterminées, ce qui représente une condition pour développer la pensée algébrique.

Dans cet exemple-ci, les élèves remarquent assez aisément que pour passer d'un motif à un autre, on ajoute à chaque fois 3 carrés. Ils seront donc capables de déterminer des termes proches de ceux qu'ils connaissent, mais pas un éloigné. Ils ne tiennent compte que d'un seul élément de la régularité (+3) et ne sauront donc pas généraliser pour déterminer le nombre de carrés présents dans n'importe quel motif.

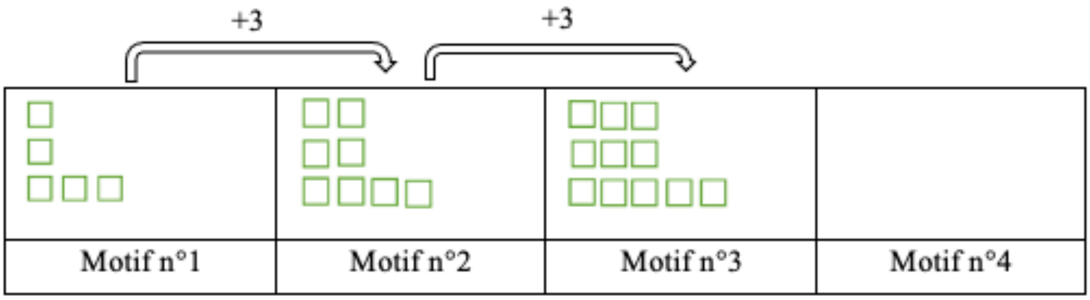


Figure 6 : La généralisation arithmétique (Fagnant & Demonty, 2020)

Dans l'exemple ci-dessus, ils pourraient trouver que le motif n°9 comporte 29 carrés (5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3). Ce type de généralisation permet donc de trouver n'importe quel terme de la séquence, mais le procédé peut s'avérer fort long.

Ainsi, pour aider les élèves à passer d'une généralisation arithmétique à une généralisation algébrique, il faudrait qu'ils se rendent compte du nombre de fois qu'il faut ajouter 3 lorsque l'on passe d'un motif à un autre (Fagnant & Demonty, 2020). Il faut parvenir à provoquer chez eux une réflexion multiplicative au lieu d'une additive pour qu'ils aboutissent à une généralisation algébrique.

C. <u>Généralisation algébrique</u>

Dans ce troisième type de raisonnement, les élèves décèlent un modèle régulier basé sur les premiers motifs connus qu'ils peuvent alors généraliser pour déterminer n'importe quel terme de la séquence. Ils aboutissent donc à une formule mettant en relation le numéro de la figure et le nombre d'éléments présents sur celle-ci.

			
Motif n°1	Motif n°2	Motif n°3	Motif n°4

Figure 7 : La généralisation algébrique (Fagnant & Demonty, 2020)

Dans ce cas-ci, les élèves peuvent s'appuyer sur le visuel pour remarquer que le nombre de rangées verticales de trois carrés concorde avec le numéro du motif et qu'il faut ensuite joindre deux carrés. La généralisation algébrique attendue est donc : « nombre de carrés = numéro du motif x 3 + 2 ». Formulée comme cela en étant exprimée dans un langage naturel, il est tout à fait envisageable que les élèves du primaire y parviennent. Quant à ceux du secondaire ayant reçu un apprentissage de l'algèbre, il sera plus commun d'aboutir à une formule intégrant le symbolisme conventionnel telle que $3n + 2 = c$ (où n représente le numéro du motif et c le nombre de carrés). Au primaire, les élèves sont donc capables de généraliser une séquence dans un langage plus naturel, qui tendra au fur et à mesure des premières années du secondaire vers un langage algébrique plus formel. Ces manières d'exprimer une règle générale sont explicitées dans la suite de cette section.

Deuxièmement, en ce qui concerne l'aspect sémiotique de la généralisation, les élèves vont avoir tendance à annoter le dessin, à avoir recours à des calculs ou à des phrases quand ils utilisent une des deux premières approches (induction naïve ou généralisation arithmétique). Par contre, en ce qui concerne la généralisation algébrique, elle peut être exprimée de différentes façons. Radford (2006) a caractérisé trois sortes de symbolisation de ce nombre indéterminé :

- **Généralisation algébrique factuelle :** Les élèves parviennent à déterminer une régularité, mais celle-ci n'est énoncée qu'à partir de modèles numériques. Ils symbolisent donc l'inconnue en s'appuyant sur un nombre. Dans ce cas-ci, un exemple pourrait être : « Si le numéro du motif est 5, il faut faire 11 + (2 . 3) = 17 et si le numéro du motif est 30, il faut faire 11 + (27 . 3) = 92 ». Cet élève parvient à généraliser, mais il a besoin qu'on lui donne un motif pour raisonner. Il ne sait pas encore exprimer sa règle en utilisant un substitut symbolique : « 11 + (n – 2) . 3 ».

- **Généralisation algébrique contextuelle :** Les élèves représentent la quantité indéterminée par un substitut symbolique pouvant être un point d'interrogation, trois points de suspension, une case vide ou tout autre chose. Cette symbolisation peut se faire à l'aide de lettres, mais elle ne s'écarte pas totalement du contexte. Dans cet exemple, il serait envisageable d'avoir une généralisation telle que le numéro du motif x 3 + 2, ou encore (n . 3) + 2 (Demonty & Fagnant, 2018).

- **Généralisation algébrique symbolique :** Les élèves emploient le symbolisme algébrique afin de déterminer une formule générale entièrement correcte sur le plan mathématique et sans lien avec le contexte de la suite. Dans ce cas, ils aboutissent à une formule du type 3n + 2 = c. Ce type de de généralisation n'est possible qu'après l'enseignement de l'algèbre formelle.

En conclusion, seule la généralisation algébrique permet de développer la pensée algébrique, aussi bien au fondamental qu'au secondaire. En effet, dans les deux premiers types d'approche (induction naïve et généralisation arithmétique), les élèves n'élaborent pas un raisonnement de nature analytique, condition essentielle du développement de la pensée algébrique et ils n'utilisent que des quantités numériques connues (Demonty et al., 2015). Par ailleurs, une étude menée par Demonty et ses collaborateurs (2015) montre que 40% des élèves de fin de primaire aboutissent à des raisonnements algébriques. A l'inverse, près d'un tiers des élèves de fin de première secondaire ayant reçu une formation en algèbre ont toujours recours à l'induction naïve ou à la généralisation arithmétique. Cela prouve que la genèse d'une pensée algébrique peut être envisagée dès le primaire et qu'un apprentissage approfondi de l'algèbre n'engendre pas spécialement un meilleur développement de celle-ci.
En outre, en ce qui concerne la symbolisation, la généralisation algébrique contextuelle et symbolique remplissent les trois conditions définies par Radford, à savoir l'indétermination, l'analycité et la dénotation (2014) contrairement à la factuelle qui ne remplit que deux des trois critères.

> Dans la généralisation factuelle, l'indéterminée reste sans nom; la généralité repose sur les actions effectuées sur les nombres. Dans les couches contextuelles et symboliques de la généralisation, l'indéterminée est nommée. Alors que dans la généralisation contextuelle, les objets généraux sont nommés à travers une description incarnée et située de ceux-ci, en généralisation symbolique, les objets généraux et les opérations effectuées avec eux sont exprimés dans le système sémiotique alphanumérique de l'algèbre[15] (Radford, 2006, p.16).

5.4. Difficultés des élèves face aux activités de généralisation

De nombreuses études ont révélé les difficultés éprouvées par les élèves quand ils doivent généraliser une séquence de motifs en produisant correctement une formule (Radford, 2008 ; Squalli, 2015). Le stade de la généralisation demande une réflexion plus abstraite de la part des élèves et, par conséquent, entraine une tâche plus laborieuse pour eux. En effet, il est matériellement impossible d'illustrer la figure générale, ce qui représente un défi à leurs yeux (Radford, 2004). Vlassis et ses collaborateurs (2017) ont déterminé dans une étude deux obstacles majeurs qu'ils rencontrent. D'une part, l'identification des invariants dans les motifs connus de la suite et d'autre part, la capacité à généraliser le processus à tous les autres cas.

Pour aider les élèves, il faut qu'ils parviennent à associer la configuration spatiale et numérique du modèle. De là, il leur sera plus aisé de déterminer un lien entre le rang du motif et le nombre d'éléments qu'il possède (Callejo & Zapatera, 2017), afin de dépasser cette dépendance de la connaissance des termes précédents. Ils seront alors capables de trouver n'importe quel terme de la suite, même éloigné.

[15] Traduit de l'anglais : « In factual generality, indeterminacy remains unnamed; generality rests on actions performed on numbers. In the contextual and symbolic layers of generality, the indeterminate is made linguistically explicit: it is named. While in contextual generality the general objects are named through an embodied and situated description of them, in symbolic generality the general objects and the operations made with them are expressed in the alphanumeric semiotic system of algebra ».

6. En conclusion : que retenir sur la transition arithmétique – algèbre ?

Les recherches effectuées sur la transition entre l'arithmétique et l'algèbre fournissent un certain nombre d'éclaircissements quant à ce qui pose problème aux élèves (Grugeon-Allys & Pilet, 2017 ; Radford, 2014 ; Adihou, 2020). Tout d'abord, la nature du raisonnement n'est pas similaire. D'un côté, un raisonnement arithmétique ne prend appui que sur des données connues alors qu'à contrario, un raisonnement analytique ou algébrique fait intervenir des quantités indéterminées. De plus, le statut accordé au symbole d'égalité diffère dans la mesure où il désigne l'amorce d'un résultat en arithmétique alors qu'il signifie une relation d'équivalence en algèbre. Par ailleurs, ils ont tendance à avoir une vision procédurale d'une expression au lieu de la considérer comme un objet à part entière. Enfin, le sens des opérations est un obstacle non négligeable.

Partant de ces constats, il faut parvenir à développer une pensée algébrique chez les élèves dès le plus jeune âge afin de favoriser une meilleure compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques. Et les activités de généralisation représentent un environnement approprié pour y parvenir.

SYNTHÈSE GLOBALE DE LA PARTIE THÉORIQUE

La transition entre le primaire et le secondaire est souvent un passage problématique pour les élèves et la revue de la littérature exposée au préalable en atteste. Pourtant, celle-ci pourrait être plus aisée si les enseignants disposaient des connaissances nécessaires pour promouvoir la pensée algébrique des apprenants. Or, des études antérieures sur les connaissances pour enseigner les mathématiques (Ball et al., 2008 ; Depaepe et al., 2015, Demonty et al., 2018) ont recensé des lacunes chez les enseignants, tant au niveau de la matière que de leurs pratiques pédagogiques. Pourtant elles attestent que les progrès des élèves en mathématiques sont liés aux connaissances des enseignants.

Théoriquement, les connaissances pour enseigner ont été introduites par Shulman (1986) puis ont été ajustées au domaine des mathématiques par, entre autres, Ball et ses collaborateurs (2008) qui ont mis au point le modèle MKT ((mathematical content knowledge for teaching). C'est sur ce dernier que nous nous appuyons dans cette étude. Parmi les dimensions présentes dans ce modèle, nous avons fait le choix de nous concentrer sur trois facettes : les connaissances de contenu, les connaissances du contenu et de son enseignement ainsi que les connaissances du contenu et des élèves.

Concrètement, il faut que les enseignants soient capables de sélectionner des activités pertinentes à proposer à leurs élèves pour ensuite les mener correctement en classe de manière à travailler le développement de cette pensée. Il faut également qu'ils puissent anticiper leurs difficultés en vue d'y remédier. Nous entendons donc par là une utilisation efficace de leurs connaissances dans le but de travailler le sens de l'égalité et des opérations ainsi que le déploiement de la pensée relationnelle et du raisonnement analytique. Et les activités de généralisation sont un excellent moyen d'y arriver, à condition que les enseignants en saisissent tout le potentiel.

C'est pourquoi il est intéressant de déterminer les connaissances mobilisées par les enseignants dans des problèmes de généralisation en vue de développer la pensée algébrique chez leurs élèves à la fin de l'école primaire et au début de l'enseignement secondaire.

Partie pratique

METHODOLOGIE

Cette section a pour but d'exposer la méthodologie employée pour la réalisation de notre recherche. Dans un premier temps, nous présentons l'objectif de celle-ci ainsi que les hypothèses émises. Dans un second temps, nous communiquons la méthodologie adoptée, la description de l'échantillon, les instruments de mesure utilisés ainsi que les traitements de données envisagés. Enfin, nous expliquons les vigilances éthiques appliquées tout au long de ce travail.

1. Question et hypothèses de recherche

La revue de la littérature a montré que les connaissances des enseignants étaient lacunaires, tant au niveau du contenu que de leurs pratiques pédagogiques (Ball et al., 2008 ; Hill et al., 2008 ; Depaepe et al., 2015). Pourtant, celles-ci sont primordiales pour enseigner efficacement, notamment quand il s'agit d'améliorer, au travers d'activités suscitant la pensée algébrique, la transition entre l'arithmétique et l'algèbre, passage souvent délicat chez les élèves. Elle a également révélé que, malgré l'importance de se consacrer à ce domaine de recherche au vu des difficultés éprouvées par les élèves, peu d'études ont été réalisées sur des enseignants en fonction, particulièrement en Fédération Wallonie-Bruxelles.

L'objectif principal de ce travail est de prolonger une étude réalisée en FW-B (Demonty et al., 2018) en vue de voir quelles connaissances les enseignants mobilisent dans des problèmes de généralisation en vue de développer la pensée algébrique chez leurs élèves. Il s'agit d'identifier les difficultés dans leurs connaissances de contenu (CK) et dans leurs connaissances pédagogiques de contenu (PCK), lors de la transition entre l'enseignement primaire et secondaire. La question qui a guidé notre recherche est donc la suivante :

Comment soutenir la pensée algébrique des élèves de 10 à 14 ans dans les activités de généralisation ? Étude comparative des connaissances pour enseigner d'instituteurs et de régents en mathématiques en Belgique francophone.

Pour tenter de répondre à cette question, nous émettons trois hypothèses basées sur des études antérieures :

> **Hypothèse 1 : Qu'ils travaillent à la fin de l'école primaire ou au début de l'enseignement secondaire, les enseignants ne perçoivent pas le potentiel des activités de généralisation en matière de développement d'une pensée algébrique accessible dès l'école primaire.**

Deux recherches nous ont plus spécifiquement amenés à établir cette première hypothèse. D'une part celle de Stephens (2008) réalisée auprès d'instituteurs, et d'autre part, celle de Demonty et al. (2018) menée auprès d'enseignants belges de fin de primaire et du début du secondaire. Elles montrent que les enseignants ont une conception assez restreinte de l'algèbre qui est, selon eux, pratique pour résoudre des équations et des problèmes et qui demande une maitrise du symbolisme (Stephens, 2008). Mais comme nous l'avons souligné dans la première partie de notre travail, le développement de la pensée algébrique ne s'apparente pas à des procédures particulières mais à une façon de penser, bien avant l'introduction de l'algèbre formelle et accessible dans de nombreuses activités numériques dès le primaire. C'est pourquoi il est nécessaire que les enseignants décèlent le potentiel des activités de généralisation à cette fin dès l'école primaire, bien que Demonty et ses collaborateurs (2018) aient montré que ce n'était pas tout à fait le cas.

> **Hypothèse 2 : les enseignants du primaire disposent de moins de connaissances que celles de leurs collègues du secondaire, plus formés en mathématiques.**

Le niveau de la formation des enseignants influence leurs connaissances de contenu et de contenu pédagogique (Krauss et al., 2008). Cette hypothèse se fonde sur les résultats d'études antérieures (Depaepe et al., 2015 ; Kleickmann et al., 2013) qui révèlent que les futurs régents surpassent les futurs instituteurs quant aux connaissances de contenu, contrairement aux connaissances pédagogiques de contenu où cette différence est moins marquée. Demonty et al. (2018) ont également montré que les connaissances pour enseigner des activités de généralisation sont nettement limitées dans le primaire et même si elles s'améliorent dans le secondaire, elles restent malgré tout insuffisantes.

Hypothèse 3 : les enseignants du primaire et du secondaire disposent de connaissances de contenu supérieures à leurs connaissances pédagogiques de contenu.

Conformément aux recherches existantes, nous pouvons supposer que les enseignants réussiront davantage les items de CK que ceux de PCK (Depaepe et al., 2015 ; Baumert et al., 2010). De plus, une étude menée par Callejo et Zapatera (2017) a montré que les futurs enseignants du primaire étaient capables de résoudre correctement une activité de généralisation, qui renvoie aux connaissances de contenu, mais qu'ils avaient plus de difficultés à repérer les processus de compréhension mis en place par les élèves. Cela atteste des lacunes dans leurs connaissances pédagogiques de contenu, précisément dans les aspects liés aux démarches des élèves. Néanmoins, celles-ci peuvent être dues à leur pratique limitée sur le terrain. Il est dès lors intéressant de vérifier si cette tendance se maintient chez des enseignants en fonction depuis plusieurs années. Ce prolongement était un souhait de Depaepe et ses collaborateurs : « Des recherches plus poussées auprès d'enseignants du primaire et du premier cycle du secondaire pourraient déterminer si des différences de PCK apparaissent après quelques années d'expérience dans l'enseignement[16] » (2015, p.91).

2. Présentation de l'échantillon

2.1. Public cible et recrutement

Le public cible pour mener à bien cette recherche concerne des enseignants en fonction dans le dernier cycle de l'enseignement fondamental et dans l'enseignement secondaire inférieur en mathématiques dans les écoles de la fédération Wallonie-Bruxelles. Afin de disposer d'un échantillon de convenance, mais diversifié, nous avons recruté les enseignants dans un grand nombre d'écoles différentes.

Initialement, notre volonté était d'interroger 40 enseignants, soit 20 instituteurs de 5ème et 6ème année et 20 régents en mathématiques. Ce nombre a été établi sur la base de deux recherches antérieures. D'une part, celle menée par Callejo et Zapatera (2017) sur 38 futurs enseignants du primaire, et d'autre part, celle entreprise par Demonty et ses collaborateurs (2018) sur 100 enseignants de fin de primaire et de début du secondaire. Étant donné que notre étude comportait des entretiens semi-directifs, il était préférable de s'en tenir à une quarantaine de participants. Pour y parvenir, nous avons effectué une procédure de recrutement via plusieurs

[16] Traduit de l'anglais : « Further research with in-service elementary and lower secondary teachers might disentangle whether differences in PCK come apparent after some years of teaching experience ».

biais afin de recevoir le plus rapidement possible des retours pour que la passation des questionnaires débute promptement. Les enseignants ont donc été sollicités grâce à une annonce postée sur les réseaux sociaux (Cf. Annexe 1.1.), par un courriel envoyé aux directions d'une cinquantaine d'établissements (Cf. Annexe 1.2.) ou encore via le « bouche à oreille ». Néanmoins, il a été nécessaire de réitérer la demande plusieurs fois pour parvenir à recueillir le nombre de personnes souhaitées.
Il est important de préciser que les enseignants qui ont participé à l'étude l'ont fait sur base volontaire, ce qui laisse à penser qu'ils étaient intéressés par le sujet.

2.2. Échantillon effectif

Une fois l'appel aux volontaires effectué, 82 personnes se sont manifestées pour participer à l'étude, ce qui représentait largement plus que ce qui était attendu au départ. Finalement, 25 questionnaires ne nous ont pas été retournés. Bien que la majorité des individus n'ait pas répondu quand nous avons tenté de les relancer, deux instituteurs de $6^{ème}$ primaire ont évoqué leur incapacité à répondre : « Après avoir lu le questionnaire, je ne me sens pas en mesure d'y répondre », ou encore : « Je suis absolument incapable de répondre à votre questionnaire sans devoir y passer des heures. Désolée, ça ne correspond pas du tout à ce qui est attendu en $6^{ème}$ primaire ». Malgré ce taux assez élevé d'absence de réponse, nous avons pu interroger davantage de participants que ce qui était initialement prévu.
Dès lors, notre échantillon effectif est constitué de 57 individus : 30 instituteurs en $5^{ème}$ et $6^{ème}$ année primaire et 27 enseignants en mathématiques issus du premier cycle du secondaire. Parmi eux, 65% sont des femmes et 35% sont des hommes. Il s'agit donc d'un échantillon de convenance. Celui-ci n'est évidemment par représentatif de la population étant donné qu'il s'agit d'une enquête à petite échelle et que les enseignants n'ont pas été choisi de manière aléatoire vu qu'ils ont accepté de répondre à l'enquête de leur propre chef.

3. Méthodes et outils de mesure

Après avoir lu une multitude de recherches antérieures (Depaepe et al., 2015 ; Callejo & Zapatera, 2017 ; Demonty et al., 2018), il nous a semblé opportun de recourir à une étude transversale à l'aide de questionnaires et d'entretiens semi-directifs pour collecter nos données. Le but d'une telle approche est d'avoir un aperçu précis des connaissances des enseignants de deux niveaux scolaires différents au moment même de la recherche. Elle a permis de les comparer, à un moment, en vue de dégager d'éventuelles différences dans leurs connaissances

pour enseigner des activités de généralisation. Cette méthodologie en deux phases a contribué à l'approfondissement et à l'amélioration de la qualité des données récoltées.
C'est pourquoi les questionnaires et les entretiens semi-directifs portaient sensiblement sur les mêmes thématiques. Sur la base de questions portant sur des problèmes destinés aux élèves et présents dans la littérature de recherche, comme par exemple « Les maisons en allumettes » (Larguier, 2015) ou « A table ! » (Callejo & Zapatera, 2017), il a été question d'analyser et de comparer les connaissances pour enseigner des deux publics d'enseignants. Ces dernières ont été appréhendées à travers deux facettes impactant particulièrement les pratiques d'un enseignant : d'une part, il leur a été demandé de résoudre des problèmes de généralisation afin d'approcher leurs connaissances de contenu. D'autre part, le questionnaire et l'entretien comprenaient des questions relatives aux connaissances pédagogiques de contenu : il s'agissait par exemple d'analyser et de comprendre des démarches et des conceptions erronées d'élèves (connaissances du contenu et des élèves) et d'analyser des gestions possibles de ce type d'activité en classe (connaissances du contenu et de son enseignement).
Nous détaillons ci-après les deux outils de mesure utilisés dans notre étude.

3.1. Questionnaire

Dans un premier temps, les participants ont été soumis à un questionnaire de type papier-crayon comprenant des questions fermées et des questions ouvertes à réponses courtes. En effet, nous avons pensé que les enseignants éprouveraient sans doute, pour plusieurs questions, la nécessité d'annoter leurs démarches et leurs réflexions. C'est pourquoi un tel formulaire nous a paru plus adéquat car il permet de garder une trace de leurs essais. De plus, d'autres études antérieures sur lesquelles nous nous sommes basés employaient ce type de démarche (Demonty et al., 2018 ; Depaepe et al., 2015).
Pour construire cet instrument de mesure, nous avons analysé plusieurs questionnaires qui existaient déjà dans notre champ de recherche, à savoir les connaissances des enseignants et plus spécifiquement celles mises en place face à des activités de généralisation. Bien qu'elles portent sur un tout autre contenu, les questions s'inspirent en grande partie des travaux réalisés par Depaepe et ses collaborateurs (2015) sur les connaissances des futurs enseignants concernant les nombres rationnels. De plus, des questionnaires mis au point dans des articles focalisés sur l'apprentissage et l'enseignement des activités de généralisation ont également été consultés, et en particulier : Larguier (2015) qui a étudié de manière très approfondie les démarches mises en place par les élèves face aux activités de généralisation, Callejo & Zapatera

(2017) qui ont proposé à des enseignants en formation, des analyses qualitatives de productions d'élèves dans le domaine, à l'aide d'un questionnement structuré en trois étapes et Demonty et al. (2018) qui ont mené une recherche sur les connaissances mathématiques des enseignants du primaire et du secondaire nécessaires à l'enseignement des activités de généralisation.

Concrètement, à la lumière de la revue de la littérature, nous avons élaboré un questionnaire comprenant 29 items couvrant plusieurs sous dimensions et dont la durée de passation avoisinait une trentaine de minutes. Celui-ci est constitué de deux volets majeurs :

- Un volet abordant les caractéristiques de l'enseignant à savoir son âge, son niveau d'enseignement, ses années d'ancienneté et ses formations.
- Un second volet nous permettant d'examiner ses connaissances pour enseigner les problèmes de généralisation. En référence à la typologie de Ball et al. (2008), trois dimensions sont explorées :
    - Leurs connaissances de contenu (CK), c'est-à-dire leur capacité à résoudre des problèmes qu'ils pourraient soumettre à leurs élèves.
    - Leurs connaissances pédagogiques de contenu (PCK) qui se structurent elles-mêmes en deux dimensions :
        - L'analyse de démarches et de conceptions erronées d'élèves (KCS) ;
        - L'analyse de gestions possibles de ce type d'activité en classe (KCT).

Le tableau suivant présente les caractéristiques de chaque question en référence aux dimensions investiguées dans le questionnaire (Cf. Annexe 5).

Dimension 1 : Caractéristiques de l'enseignant	Âge	Item 1
	Genre	Item 2
	Niveau d'enseignement et année(s) scolaire(s) où l'enseignant enseigne	Items 3 - 4
	Ancienneté	Item 5
	Participation à des formations sur le thème investigué dans l'enquête	Item 6
Dimension 2 : Connaissances pour enseigner	Connaissances de contenu (CK)	Items 7.1 ; 7.2 ; 7.3 ; 8.1 ; 8.2 ; 8.3 ; 9.9
	Connaissances pédagogiques de contenu (PCK) – aspects liés aux démarches des élèves (KCS)	Items 7.4 ; 8.4 ; 8.6 ; 9.1 ; 9.2 ; 9.3 ; 9.4 ; 9.5 ; 9.7
	Connaissances pédagogiques de contenu (PCK) – aspects liés aux stratégies d'enseignement (KCT)	Items 7.5 ; 7.6 ; 7.7 ; 8.5 ; 8.7 ; 9.6 ; 9.8

Figure 8 : Tableau synthétisant les caractéristiques des items du questionnaire

La structure du questionnaire a donc été pensée selon les recommandations de Lafontaine (2019) afin d'inciter les participants à y répondre. C'est pourquoi nous avons d'abord formulé des questions simples afin de recueillir une série d'informations factuelles sur les enseignants (âge, genre, niveau d'enseignement, ...) avant de passer à des questions plus fermées sur les connaissances de contenu qui impliquaient des réponses numériques concises pour terminer par des questions ouvertes mesurant les connaissances pédagogiques de contenu. Comme nous pouvons le constater dans la figure 8, le nombre d'items pour mesurer chaque type de connaissance est relativement semblable, soit sept items pour les connaissances de contenu et seize items pour les connaissances pédagogiques de contenu, divisées elles-mêmes en deux dimensions : d'une part celles mesurant les aspects liés aux démarches des élèves (9 items), et d'autre part celles mesurant les aspects liés aux stratégies d'enseignement (7 items).

Avant de proposer cet outil de mesure aux participants, il a été soumis à des laboratoires cognitifs menés sur deux instituteurs primaires et deux régents en mathématiques qui ne font pas partie de notre échantillon dans le but de le tester. Ceux-ci consistaient en des entretiens avec ces enseignants volontaires basés sur le « thinking aloud », autrement dit il leur a été demandé de réfléchir à haute voix en répondant aux questions en vue d'améliorer la qualité du questionnaire et d'évaluer plus précisément son temps de passation. Cette mise à l'essai s'est avérée bénéfique car elle nous a permis d'effectuer quelques ajustements.

Tout d'abord, nous demandions à trois reprises aux enseignants d'évaluer si le raisonnement d'un élève était correct. La réponse était donc oui ou non et ne laissait pas de place à la nuance. Nous avons donc décidé de leur demander d'attribuer un score allant de 0 à 2 et de justifier leur notation. De plus, nous avons précisé certaines consignes qui n'étaient pas assez explicites. Le temps de passation a également été revu à la hausse.

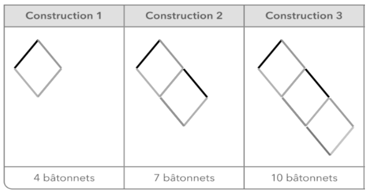
Une fois le questionnaire modifié, il a pu être administré aux enseignants volontaires. Celui-ci est présenté dans sa globalité en annexe de ce travail (Cf. Annexe 5) et nous exposons dans la suite de cette partie une analyse de nos items.

3.1.1. Les items de connaissance de contenu (CK)

Les items de connaissance de contenu visaient à mesurer la capacité des enseignants à résoudre des problèmes de généralisation qu'ils pourraient soumettre à leurs élèves. C'est pourquoi ces questions sont issues de livres scolaires destinés aux enfants de 10 à 14 ans.

Trois problèmes nous ont permis d'examiner ce type de connaissance.

Résolvez le problème suivant en répondant aux questions ci-dessous.



7.1. Combien de bâtonnets contiendra la 7ème construction ?

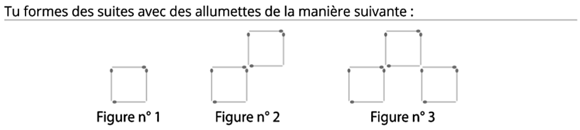
7.2. Combien de bâtonnets contiendra la 25ème construction ?

7.3. Quel numéro de construction contiendra 100 bâtonnets ?

Figure 9 : Septième item du questionnaire (CK)

Premièrement, avec cette question provenant d'un manuel de sixième primaire (Cf. Figure 9), il leur était demandé de trouver des termes proches de ceux connus (item 7.1) puis de chercher un terme plus éloigné, ce qui exigeait une observation de la structure de la séquence et des invariants (item 7.2). Ensuite, le dernier item exigeait de la part des enseignants de remarquer le processus inverse dans la mesure où il fallait trouver le numéro de la figure (item 7.3).

Résolvez le problème suivant en répondant aux questions ci-dessous.



8.1. De combien d'allumettes aurez-vous besoin pour former 100 carrés ?

8.2. Vous avez 124 allumettes en main. Combien de carrés pourrez-vous créer en les utilisant toutes ?

8.3. Donnez la formule qui vous permet de retrouver le nombre d'allumettes (a) en fonction du numéro de la figure (n).

Figure 10 : Huitième item du questionnaire (CK)

Deuxièmement, ce problème conçu pour des élèves de première secondaire avait sensiblement la même structure que la question précédente, mais il leur était aussi demandé de généraliser la séquence à l'aide d'une formule faisant intervenir le symbolisme algébrique (Cf. Figure 10).

9.1. L'élève C écrit à la fin de son raisonnement : « 150 x 5 = 750 – 1 = 749 ». Cette écriture est-elle correcte selon vous ?

- ☐ Oui
- ☐ Non

Justifiez votre réponse avec un regard mathématique.

Figure 11 : Neuvième item du questionnaire (CK)

Dernièrement, cette question permettait de voir la vision des enseignants quant au sens de l'égalité (Cf. Figure 11). L'égalité telle qu'elle est écrite est incorrecte d'un point de vue mathématique vu que l'élève utilise le signe d'égalité comme amorce d'un résultat dans une situation où il devrait pourtant avoir le statut d'un signe d'équivalence.

3.1.2. Les items de connaissance pédagogique de contenu (PCK)

Les items de connaissance pédagogique de contenu se penchaient sur la capacité des enseignants à analyser des démarches et des conceptions erronées d'élèves, ainsi que l'aide à leur apporter en vue de les amener à progresser. Les questions posées sont en partie en lien avec les problèmes présentés dans le point précédent.

7.4. Face à ce type de problème, prédisez une idée fausse des élèves qui se produit fréquemment et expliquez le raisonnement sous-jacent.
Déterminez ensuite une stratégie pédagogique pour surmonter cette idée fausse.

Figure 12 : Item 7.4 du questionnaire (PCK)

L'item 7.4 implique un point fondamental dans les connaissances pédagogiques de contenu, à savoir prédire les idées fausses des élèves. Face à ce type de problème (Cf. Figure 9), une idée fausse peut être justifiée par un exemple d'induction naïve (Radford, 2008). L'élève n'utilise qu'un motif pour trouver les autres constructions ou applique une règle erronée de proportionnalité.

7.5. A quel moment de la scolarité pourriez-vous envisager de proposer cette activité aux élèves ?

- ☐ 5 – 6ème primaire
- ☐ 1 – 2ème secondaire

Justifiez brièvement votre choix.

Figure 13 : Item 7.5 du questionnaire (PCK)

L'activité présentée à la septième question (Cf. Figure 9) est issue d'un manuel de 6ème primaire. Vu qu'il n'est pas demandé de généraliser à l'aide d'une formule, nous nous attendons à ce que les enseignants situent ce problème en 5ème – 6ème primaire. Les enfants sont tout à fait capables de la réaliser à cet âge-là.

7.6. Vous arrive-t-il de proposer ce type de tâches à vos élèves ?

- ☐ Oui
- ☐ Non

7.7. Quels objectifs et quelles compétences poursuivriez-vous avec ce type d'activité dans vos classes ?

Figure 14 : Items 7.6 et 7.7 du questionnaire (PCK)

Les questions 7.6 et 7.7 permettent d'étudier notre première hypothèse, à savoir si les enseignants sont capables de déceler le potentiel des activités de généralisation en vue de développer la pensée algébrique. L'intérêt de cette question est de savoir si les enseignants des deux niveaux proposent ce type d'activité dans leur classe et surtout s'ils poursuivent un objectif qui concorde avec le développement d'une pensée algébrique en les soumettant.

8.4. Selon vous, qu'est-ce qui pourrait aider un élève qui ne parvient pas à trouver la formule de généralisation demandée à la question précédente ?

Figure 15 : Item 8.4 du questionnaire (PCK)

Cet item 8.4 a pour objectif de connaitre l'aide concrète proposée par les enseignants quand un élève ne parvient pas à généraliser. Dans la littérature de recherche, on préconise d'associer la configuration spatiale et numérique du modèle. De là, il leur sera plus aisé de déterminer un lien entre le rang du motif et le nombre d'éléments qu'il possède (Callejo & Zapatera, 2017), afin de dépasser cette dépendance de la connaissance des termes précédents.

8.5. A quel moment de la scolarité pourriez-vous envisager de proposer cette activité aux élèves ? ☐ 5 – 6ème primaire ☐ 1 – 2ème secondaire Justifiez brièvement votre choix.

Figure 16 : Item 8.5 du questionnaire (PCK)

L'activité proposée à la huitième question (Cf. Figure 10) est issue d'un manuel de 1ère secondaire. Vu qu'il est demandé de généraliser à l'aide d'une formule algébrique, nous nous attendons à ce que les enseignants situent ce problème en 1ère et 2ème secondaire.

8.6. Quelle est <u>l'erreur typique la plus probable</u> que les élèves pourraient commettre à la question : « Combien de carrés pouvons-nous construire avec 64 allumettes ? » ? Justifiez.

Figure 17 : Item 8.6 du questionnaire (PCK)

Cette question 8.6 fait intervenir le processus inverse dans un problème de généralisation, ce qui est souvent source de difficultés chez les élèves. Une réponse attendue dans ce cas-ci est donc que l'élève ne perçoit pas le processus inverse et multiplie 64 par 4 pour obtenir 256. Justifier une erreur typique par une erreur de calcul n'est pas accepté car cela peut se produire dans d'autres matières et n'est pas propre à cette activité.

8.7. Comment mèneriez-vous cette activité en classe afin de répondre aux 3 questions qui pourraient être demandées à des élèves (8.1 – 8.2 – 8.3) ?

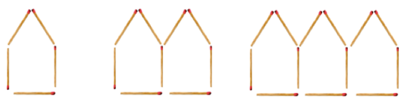
Figure 18 : Item 8.7 du questionnaire (PCK)

L’item 8.7 permet de voir les stratégies d’enseignement face à une telle activité de généralisation. Nous nous attendons à ce que les participants évoquent des approches qui favorisent le développement de la pensée algébrique. Par exemple, pour généraliser, il faut repérer un point commun dans les premiers motifs de la séquence, le généraliser à tous les motifs de la séquence et prouver que cette règle fonctionne. Il est aussi important d’utiliser les différentes stratégies, visuelles et numériques, pour faire découvrir la généralisation aux élèves. Cela permet donc une ouverture à la variété des démarches possibles.

Toutes les questions suivantes reposent sur l’analyse des productions de trois élèves face au problème « les maisons en allumettes » (Larguier, 2015).

Voici l’énoncé d’un problème « les maisons en allumettes » qui a été proposé à des élèves de 1ère secondaire. Plusieurs de leurs raisonnements vous sont présentés ci-dessous.

Avec des allumettes, on veut construire une succession de maisons comme le montre le dessin ci-dessous :

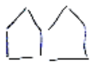


ARTHUR dit qu’il est capable de trouver la quantité d’allumettes nécessaires à la construction de n’importe quel nombre de maisons. Trouvez comment fait ARTHUR.

Figure 19 : Neuvième question du questionnaire – Énoncé du problème « les maisons en allumettes ».

Tout d’abord, sur la base du raisonnement fourni par l’élève A, les participants devaient répondre aux trois items présentés ci-après.

Voici la réponse fournie par l’élève A. Répondez aux questions ci-dessous.



Chaque maison a 5 allumettes donc on doit chaque fois faire fois 5.
Si une maison a 5 allumettes, alors 4 maisons ont 20 allumettes.
On fait : nombre de maison x 5 = nombre d'allumettes

9.1. Quelle note attribueriez-vous à l’élève A pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2).

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

Justifiez votre choix.

9.2. Que pensez-vous du raisonnement mis en place par l’élève A dans ce cas-ci ?

Figure 20 : Production d’un élève A et items 9.1 et 9.2 du questionnaire (PCK)

L'objectif de ces deux premières questions réside dans la capacité des enseignants à noter et à commenter une production d'élève. Cet élève se base sur le premier motif pour généraliser et ne tient pas compte de l'allumette commune à deux maisons. Nous sommes dans un cas d'induction naïve où l'élève applique une règle de proportionnalité. Sa généralité est fonctionnelle vu qu'il l'exprime en langage naturel. En s'appuyant sur son dessin, il pourrait vérifier que son raisonnement est incorrect.

9.3. Comment pourriez-vous aider cet élève afin d'améliorer son raisonnement ?

Figure 21 : Item 9.3 du questionnaire (PCK)

A la question précédente, il est demandé d'évaluer le raisonnement d'un élève qui est incorrect. Nous pensons qu'il sera aisé pour les participants de le constater. Mais la tâche qui incombe au professeur se situe bien plus que dans l'identification d'un résultat erroné, mais bien dans le fait d'être capable de déterminer l'origine de l'erreur et d'y remédier (Ball et al., 2008). C'est donc tout l'intérêt de cet item 9.3.

Ensuite, sur la base du raisonnement fourni par l'élève B, ils devaient répondre aux trois items présentés ci-après.

Voici la réponse fournie par l'élève B. Répondez aux questions ci-dessous.

Arthur fait une maison de 5 alumettes et après il fait +4, +4, +4...
entre chaque deux maisons il ya une alumette en commun

$5+4+4+4+4=21$

Conclusion: Alors pour une maison il faut 5 alumettes mais pour 2 maisons il en faut neuf alumettes car $5+4=9$ (les maisons sont colés)
par example pour 20 maisons il faut 81 alumettes car $5+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4=81$
pour chaque maisons la première est de 5 alumettes et les autres de 4 alumettes

9.4. Quelle note attribueriez-vous à l'élève B pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2).

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

Justifiez votre choix.

9.5. Que pouvez-vous dire concernant le raisonnement de l'élève B ?

Figure 22 : Production d'un élève B et items 9.4 et 9.5 du questionnaire (PCK)

L’objectif de ces deux items 9.4 et 9.5 réside dans la capacité des enseignants à noter et à commenter une production d’élève comme pour les items 9.1 et 9.2, mais avec un raisonnement différent. Dans celui-ci, l’élève donne un exemple générique, toujours en lien avec les termes précédents. Nous constatons une genèse de pensée algébrique vu qu’il décèle les invariants, à savoir que toutes les maisons n’ont pas 5 allumettes. Il parvient à déterminer une régularité et l’énonce à partir d’un modèle numérique en lien avec le contexte, dans ce cas-ci un grand nombre pour montrer qu’il généralise. Il ne donne donc pas une formule algébrique.

9.6. Cet élève ne donne pas une formule pour déterminer le nombre d’allumettes nécessaires à la construction de n’importe quel nombre de maisons. Sur la base de son raisonnement (Élève B), comment l’amèneriez-vous à dégager cette formule ?

Figure 23 : Item 9.6 du questionnaire (PCK)

Comme dit précédemment, l’élève ne fournit pas de formule générale. Le rôle de l’enseignant est donc de l’amener, sur la base de son raisonnement, à la déterminer. Pour y parvenir, il faut qu’il l’incite à la pensée multiplicative. Il est nécessaire d’établir un lien entre le nombre de maisons et d’allumettes afin de surmonter cette dépendance aux termes précédents. Pour ce faire, il peut s’appuyer sur les supports visuels et numériques.

Enfin, en se basant sur le raisonnement fourni par l’élève C, les enseignants devaient répondre aux trois items présentés ci-après.

Voici la réponse fournie par <u>l’élève C</u>. Répondez aux questions ci-dessous.

y x 5 - 1 = le nombre d'allumettes par y
y = nombre de maison.
<u>Conclusion</u>: Si il y à 5 allumettes dans une maison,
Quand on en colle une autre à côter,
on enlève un allumette de la deuxième
maison (on enlève celle qui touche la première)
Exemple :  le traie rouge fait partie de la première
maison mais aussi de la deuxième.
. Si il y a 150 maison, 1 maison 5 allumette
pour 2 maison 9 allumettes donc il faut en enlevé une
150 x 5 = 750 - 1 = 749

9.7. Quelle note attribueriez-vous à l’élève C pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2).

☐ 0
☐ 1
☐ 2

Justifiez votre choix.

9.8. Quel(s) commentaire(s) feriez-vous à cet élève ?

Figure 24 : Production d'un élève C et items 9.7 et 9.8 du questionnaire (PCK)

Dans ces items 9.7 et 9.8, les participants devaient noter et commenter la production d'un troisième élève. Le raisonnement de celui-ci est encore différent des deux autres. Dans ce cas-ci, l'élève essaye de généraliser algébriquement, mais sa formule est fausse, bien qu'il décèle les invariants. Il pourrait s'en rendre compte en la testant dans des cas proches. L'objectif ici est de voir si les enseignants du primaire et du secondaire parviennent à identifier une formule incorrecte. De plus, à la fin de son écrit, il utilise un exemple avec un grand nombre, mais en utilisant un enchainement incorrect d'égalités. Il est donc intéressant ici que les professeurs constatent cette erreur très classique chez les élèves, à savoir que pour eux le symbole d'égalité est synonyme de résultat et non d'équivalence.

En fin de compte, deux questions supplémentaires clôturaient le questionnaire afin de savoir si, d'une part, les participants souhaitaient recevoir les conclusions de ce travail de recherche et si d'autre part, ils acceptaient d'aller plus loin en donnant leur accord pour participer à un entretien semi-directif. Le prochain volet aborde donc ce deuxième instrument de mesure.

3.2. Entretien semi-directif

Une étude menée par Demonty et al. (2018) sur les connaissances des enseignants face à des activités de généralisation a montré que, seul, l'usage d'un questionnaire de type papier - crayon a ses limites. En effet, ces chercheurs ont remarqué que certaines réponses fournies par les participants étaient brèves et injustifiées. Dès lors, le recours à des questions ouvertes lors d'un entretien s'est avéré indispensable pour pouvoir analyser leurs réponses plus en profondeur vu qu'il est aisé de les inviter à aller plus loin dans leur réflexion.
Les questions posées lors de ceux-ci étaient sensiblement du même style que celles présentes dans le questionnaire présenté précédemment, mais avec cette volonté d'aller plus loin dans l'analyse des réponses fournies par les enseignants. Elles sont largement inspirées de recherches antérieures (Radford, 2008 ; TEDS-M, 2008 ; Callejo & Zapatera, 2017 ; Demonty et al., 2018). Nous exposons dans la suite de cette partie le déroulement des entretiens et une description des participants ainsi qu'une analyse des items proposés dans ceux-ci.

Concrètement, les vingt-deux entretiens ont été menés du 22 juin 2021 au 6 juillet 2021. Leur durée fluctue considérablement selon la personne interrogée, allant d'une dizaine à une cinquantaine de minutes. Le moment de la rencontre ainsi que le moyen utilisé pour celle-ci ont

été fixés au préalable avec chaque participant, selon les disponibilités de chacun. C'est pourquoi la majorité des entretiens a été effectuée en fin d'année scolaire ou durant les vacances, vu l'agenda chargé des enseignants à cette période.
Chaque rencontre s'est déroulée en présentiel ou via la plateforme de discussion *Zoom*. Avant de démarrer, nous leur avons rappelé les règles de confidentialité concernant l'utilisation des données récoltées et nous les avons prévenus qu'ils étaient enregistrés afin de garantir un traitement des informations fidèle et complet. Les participants avaient au préalable marqué leur accord pour être filmés dans le formulaire de consentement libre et éclairé.

En ce qui concerne les participants, 10 étaient des instituteurs et 12 des régents. Leur niveau de connaissance, attesté sur la base des réponses apportées au questionnaire papier - crayon, était globalement semblable à celui de notre échantillon global. En moyenne, les 10 enseignants du primaire étaient meilleurs dans trois items PCK (items 7.4, 7.6 et 9.6) que les 20 autres de notre échantillon. A l'inverse, nous remarquons un niveau légèrement plus faible dans deux items PCK (items 8.4 et 8.6) pour les enseignants du secondaire. Dans l'ensemble, nous pouvons donc admettre une certaine concordance entre notre échantillon effectif et celui des entretiens. Pour plus de précisions, nous avons calculé le nombre d'items réussis dans le questionnaire par les participants aux entrevues. Ce taux se trouvent dans les cadres qui introduisent les retranscriptions (Cf. Annexes 10 et 11).

Le guide d'entretien sur lequel nous nous sommes appuyés pour les interroger comporte dix questions. Il se trouve dans son intégralité en annexe (Cf. Annexe 9). La majorité des items relève des connaissances pédagogiques de contenu. Seul un item (item 2.2) fait appel aux connaissances de contenu des enseignants. Nous avons considéré qu'il y avait déjà assez d'items CK dans notre questionnaire pour étudier notre problématique et qu'il n'y a pas une multitude de questions possibles pour évaluer ce type de connaissance. De plus, il est plus facile de répondre à ce type d'item dans un questionnaire vu les réponse assez brèves, donc il ne servait à rien de surcharger les entretiens inutilement. Le tableau suivant expose les caractéristiques de chaque question en référence aux dimensions investiguées dans les entretiens.

Dimension : Connaissances pour enseigner	Connaissances de contenu (CK)	Item 2.2
	Connaissances pédagogiques de contenu (PCK) – aspects liés aux démarches des élèves (KCS)	Items 2.1 ; 2.2 ; 2.3 ; 2.4 ; 3.1 ; 3.2 ; 3.3

	Connaissances pédagogiques de contenu (PCK) – aspects liés aux stratégies d'enseignement (KCT)	Items 1 ; 3.4

Figure 25 : Tableau synthétisant les caractéristiques des items du guide d'entretien

Question 1

Quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation :

- En primaire ?
- En secondaire ?

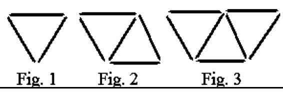
Figure 26 : Première question de l'entretien

L'intérêt de cette première question est de constater si les enseignants sont capables de déceler le potentiel des activités de généralisation dans le but de développer la pensée algébrique chez les élèves, en primaire et en secondaire. Elle permet également de déterminer si les enseignants sont aptes à répondre pour un autre niveau d'enseignement que le leur. Une question visant le même objectif a été posée dans le questionnaire papier - crayon à l'item 7.7 où il leur était demandé les objectifs et les compétences qu'ils poursuivaient avec ce type d'activité dans leurs classes. A la question 7.7, nous nous attendions à ce que les enseignants répondent pour le niveau auquel ils enseignent. La démarche ici est donc différente étant donné que nous recueillons l'avis des professeurs pour les deux niveaux. En effet, selon Stephens (2008), il est intéressant de procéder de la sorte car les enseignants du primaire pourraient discerner la pertinence en secondaire, mais pas dans leur classe.

Cette question avait déjà été posée dans une recherche menée par Demonty et al. (2018) et est également extrêmement utile dans le cadre de notre recherche. Cependant, ces chercheurs ont fait part d'une problématique, à savoir que dans un questionnaire de type papier - crayon, les réponses fournies sont peu développées et justifiées. C'est pourquoi poser cette question lors d'un entretien nous semblait plus bénéfique. Elle contribuera à étudier notre première hypothèse, à savoir que les enseignants, que ce soit en primaire ou en secondaire, ne perçoivent pas le potentiel des activités de généralisation dans le but de favoriser le développement d'une pensée algébrique dès l'école primaire.

Question 2

On construit une séquence de figures géométriques avec des cure-dents en suivant le modèle ci-dessous. Chaque nouvelle figurine a un triangle supplémentaire. Il faut trouver une formule qui exprime le nombre total de cure-dents (n) pour n'importe quel numéro de figure (t). Des élèves expriment leur raisonnement.



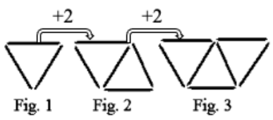
2.1. En trouvant une description mathématique du modèle, Thomas explique sa pensée en disant : « J'utilise trois bâtons pour chaque triangle. Ensuite, je vois que je compte deux fois un bâton pour chaque triangle, sauf le dernier, donc je dois les supprimer. »

Si la variable *n* représente le nombre total de cure-dents utilisés dans une figure et *t* le numéro de la figure, laquelle des équations ci-dessous représente le mieux la déclaration de Thomas en notation algébrique ?

- ☐ n = 2 t + 1
- ☐ n = 2 (t + 1) - 1
- ☐ n = 3 t - (t -1)
- ☐ n = 3 t + 1 - t

2.2. Certains élèves proposent ensuite d'autres expressions, parmi celles citées ci-dessus. Certaines sont-elles correctes ? Si oui, sélectionnez-les et expliquez le raisonnement sous-jacent des élèves.

2.3. Sophie fait le dessin suivant et dit : « *On fait chaque fois plus 2, donc la formule c'est : t + 2* ».



Comment pouvez-vous, en tant qu'enseignant, montrer que c'est incorrect et quelle aide apporteriez-vous pour aider cet élève ?

2.4. Certains élèves du primaire et/ou du secondaire éprouveraient des difficultés avec un problème de ce type. Quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ? Expliquez votre point de vue en référence au problème et à l'année scolaire considérée. Quelle solution proposeriez-vous afin de dépasser cet obstacle rencontré par un grand nombre d'élèves ?

Figure 27 : Deuxième question de l'entretien

Les quatre items présents dans cette deuxième question ne se retrouvent pas dans le questionnaire et ils sont intéressants afin d'avoir des précisions sur les connaissances de contenu (item 2.2) et sur les connaissances pédagogiques de contenu (aspects liés aux démarches des élèves) des enseignants, particulièrement concernant la variété des démarches possibles, les raisonnements mis en place par les élèves pour généraliser ou encore les difficultés auxquelles ils s'attendent.

Le but de l'item 2.1 est de voir si les enseignants comprennent la démarche d'un élève quand celui-ci l'exprime en langage naturel et s'ils sont capables de la traduire en généralisation algébrique. Cet item issu de l'enquête TEDS-M (2008) n'est pas évident car lors de cette étude, seulement 28% des participants avaient répondu correctement.

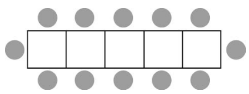
Seul l'item 2.2 tend à évaluer les connaissances de contenu des enseignants dans l'entretien semi-dirigé. Il est utile afin de se rendre compte de la variété des démarches possibles, qui est révélateur de la richesse de ce type d'activité dans le développement de la pensée algébrique. Cela peut amener un travail sur le sens de l'égalité et des opérations. De plus, il est intéressant pour interpréter la compréhension des élèves (Callejo & Zapatera, 2017). Cette question fait intervenir d'une part la dimension des connaissances de contenu vu que les enseignants doivent être capables de trouver des expressions correctes, et d'autre part celle des connaissances pédagogiques de contenu et des élèves quand il leur est demandé d'expliquer le raisonnement sous-jacent des élèves.

L'intérêt de l'item 2.3 est de voir l'aide apportée par les enseignants à un élève sur un raisonnement de type arithmétique, qui se trompe dans sa généralisation algébrique (Demonty et al., 2018). Il est intéressant de voir comment ils réagissent face à la compréhension d'un élève et comment ils peuvent rebondir dessus afin de l'aider dans sa démarche (Callejo & Zapatera, 2017). Afin de gérer au mieux ce type d'activité, il parait important qu'un enseignant puisse déterminer une erreur mathématique, mais également la source de celle-ci.

L'item 2.4 a pour objectif de déterminer les difficultés des élèves auxquelles les professeurs s'attendent et de comparer celles-ci en primaire et en secondaire.

<u>Question 3</u>

Dans un réfectoire d'école, une table carrée peut accueillir quatre personnes, une de chaque côté. Lorsque 5 tables carrées sont placées côte à côte, comme illustré ci-dessous, 12 personnes peuvent s'asseoir autour d'elles. Combien de personnes pourront s'asseoir autour de 3 tables et de 10 tables ? Donne ensuite une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables lorsqu'elles sont placées l'une à côté de l'autre ?



3.1. Voici la réponse fournie par un élève aux trois questions. Analysez mathématiquement sa production. Quel(s) commentaire(s) pourriez-vous lui faire ?

Pour 3 tables = 8 personnes

$3 + 3 = 6 + 2 = 8$

Pour 10 tables = 22 personnes

$10 + 10 = 20 + 2 = 22$

Pour trouver pour n'importe quel nombre de tables, on fait chaque fois : nombre de tables + nombre de tables + 2

3.2. L'enseignant demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes. Malheureusement, beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question.

- Pour quelle raison, selon vous ?
- Comment pourriez-vous aider les élèves à répondre à cette question ?

3.3. Quelle sera, selon vous, la réponse fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables lorsqu'elles sont placées l'une à côté de l'autre » ? Justifiez.

3.4. Comment mèneriez-vous cette activité en classe ?

Figure 28 : Troisième question de l'entretien

La troisième question de l'entretien s'inspire d'une activité de généralisation bien présente dans la littérature de recherche. Ce problème « A table ! », a été proposé dans plusieurs études (TEDS-M, 2008 ; Callejo & Zapatera, 2017 ; Demonty et al., 2018).

L'objectif de l'item 3.1 est de voir comment les enseignants analysent une production d'élève dans une activité de généralisation. Bien que cette question ait déjà été posée dans une autre activité dans le questionnaire, le but ici est de les pousser à aller plus loin dans leur réflexion.

L'item 3.2 a pour intérêt de constater l'aide apportée par les enseignants quand il s'agit d'effectuer le processus inverse, qui est souvent source de difficultés chez les élèves. Il est également intéressant afin de comparer l'aide apportée par un instituteur et par un régent.

Le but de l'item 3.3 est d'examiner les prédictions des enseignants sur les réponses typiques des élèves et de comparer celles-ci entre les enseignants des deux niveaux.

Enfin, l'item 3.4 permet de voir les stratégies d'enseignement face à une telle activité. Bien que cette question ait déjà été posée dans une activité différente dans le questionnaire, le but ici est de pousser les participants à aller plus loin dans leur réflexion lors d'une entrevue.

4. Données récoltées et traitements envisagés

Afin de vérifier les trois hypothèses que nous avons émises précédemment de la manière la plus judicieuse possible, nous avons jugé opportun de traiter les données récoltées de différentes façons. Nous avons dans un premier temps analysé les données issues des questionnaires puis, dans un deuxième temps, celles issues des entretiens semi-dirigés.

Pour les questionnaires, deux méthodes ont été privilégiées : le traitement quantitatif pour connaitre les orientations globales et le traitement qualitatif pour comprendre la problématique en profondeur. Grâce à l'analyse quantitative, nous avons pu rapidement étudier si les enseignants émettaient des avis similaires à ce que recommande la littérature de recherche. Quant à l'analyse qualitative, elle nous a permis de comprendre davantage les raisons qui incitaient les enseignants à poser des choix qui ne sont pas forcément cohérents avec les recherches antérieures.

D’une part, nous avons analysé nos données de manière **quantitative**. Comme la majorité de nos questions était ouverte, nous avons mis au point, comme le suggère Lafontaine (2019), « des grilles d’analyse pour encoder les données sous forme numérique ». C’est pourquoi nous avons évalué chaque réponse aux items relatifs aux connaissances de contenu et aux connaissances pédagogiques de contenu en attribuant un score allant de 0 à 1. Cinq items nécessitaient un codage partiel et ont donc été affectés d’un score compris entre 0 et 2. Un score de 9 était attribué en cas d’omission. Cette analyse a été effectuée sur base d’un guide de codage proposé dans son intégralité en annexe (Cf. Annexe 6). Nous avons dès lors inséré ces scores dans une grille de codage sur excel pour effectuer les traitements statistiques (Cf. Annexe 7).
A partir de cette codification, nous avons pu calculer un score global à l’épreuve pour le questionnaire. L’alpha de Cronbach était ainsi de 0,59, ce qui traduit un manque de consistance interne (Cf. Annexe 8). En effet, on peut raisonnablement penser que notre questionnaire n’est pas unidimensionnel et que notre outil de mesure évalue plusieurs dimensions. En analysant plus précisément les questions posées, nous pensons que certaines questions font particulièrement appel aux pratiques déclarées alors que d’autres envisagent plus spécifiquement l’analyse d’erreurs et de corrections possibles. Ainsi, si les questions portent sur différentes facettes des connaissances pour enseigner, on peut raisonnablement penser que les enseignants ont tantôt fait appel à leurs connaissances, tantôt à leurs pratiques déclarées, ce qui peut rendre la mesure multidimensionnelle. Dans de telles circonstances, calculer un score global n’est pas valide. L’approche proposée s’attachera donc à comparer les taux de réussite pour chaque dimension constitutive du questionnaire, sans chercher à synthétiser l’information sous la forme d’un score global. C’est pourquoi grâce au score attribué pour chaque item, nous avons pu calculer des taux de réussite, de non-réussite et d’omission afin de pouvoir comparer le niveau de connaissances des enseignants.

D’autre part, nous avons décidé de traiter nos données de manière plus **qualitative** afin d’étudier notre problématique en profondeur. Cela apporte une vision différente sur les données. Nous avons ainsi pu dégager des tendances dans les réponses fournies et explorer les profils des enseignants. Grâce à leurs explications dans les questions ouvertes du questionnaire et lors des entretiens, nous avons pu connaitre où se situaient leurs forces et leurs faiblesses, mais cela nous a aussi permis d’illustrer leur propos et de les mettre en lien avec la littérature de recherche.

Par ailleurs, nous avons décidé de ne pas tenir compte de l'item 8.7 du questionnaire et de l'item 3.4 de l'entretien dans nos analyses. Nous avons constaté que les réponses étaient beaucoup trop vagues et donc difficiles à coder. Il était compliqué de dégager des tendances utiles pour vérifier nos hypothèses et répondre à notre question de recherche.

Dans un second temps, nous avons également traité les données provenant des entretiens semi-dirigés. Grâce aux enregistrements, nous les avons retranscrits en intégralité au mot à mot afin de respecter la fidélité des informations (Cf. Annexes 10 et 11). Nous avons fait précéder chaque retranscription d'un cadre avec le moment de la rencontre ainsi que les caractéristiques de la personne interrogée (genre, niveau d'enseignement, ancienneté). Ces données ont été recueillies par le biais des questionnaires. De plus, chacune des interventions a été numérotée pour en faciliter la lecture. Enfin, nous avons mis en évidence les réponses à nos questions en mettant en gras chaque élément. Toute cette démarche nous a permis de dégager des tendances et d'apporter des précisions aux informations contenues dans les questionnaires afin de vérifier nos trois hypothèses de recherche.

5. Vigilance éthique

Il est primordial de signaler que cette recherche a été particulièrement vigilante quant à l'aspect éthique. Tout d'abord, pour respecter le principe d' « engagement libre et éclairé », une lettre d'accompagnement (Cf. Annexe 2) a été fournie aux participants pour leur expliquer le but de la recherche, l'importance d'y contribuer et leur assurer le traitement confidentiel des données. Ils ont également reçu un formulaire d'information au volontaire pour leur décrire l'étude (Cf. Annexe 3) et signé un formulaire de consentement libre et éclairé (Cf. Annexe 4). Il leur a été précisé qu'ils seraient enregistrés s'ils donnaient leur accord pour participer à l'entretien. Il est évident que participer à une enquête demande du temps et que répondre à certaines questions peut être embarrassant pour les sujets, car il s'agit là d'une intrusion dans leurs pratiques d'enseignement (Lafontaine, 2019). Le respect de l'anonymat était donc essentiel afin de les encourager à collaborer. C'est pourquoi aucun participant n'a été cité lors de la rédaction de ce travail et que les données ont été traitées de manière anonyme via des codes qui leur ont été assignés (e.g. EP1 = enseignant primaire 1, ES1 = enseignant secondaire 1).
De plus, comme cela a déjà été mentionné, la participation à l'étude a été faite sur base volontaire. En aucun cas un enseignant n'a été obligé de répondre au questionnaire s'il ne le souhaitait pas. Il a bien été précisé aux participants qu'ils pouvaient ne pas répondre à certaines

questions s'ils le désiraient. Néanmoins, il est clair que les questionnaires ont été construits afin de respecter au mieux les sujets en ne les mettant pas mal à l'aise.
La participation à l'étude ne comporte aucun risque pour les participants étant donné qu'il s'agit de compléter un questionnaire dans le lieu de leur choix.
Enfin, un dossier a été proposé et avalisé par le comité d'éthique de la Faculté de Psychologie, Logopédie et des Sciences de l'Éducation de l'Université de Liège le 17 mars 2021 avant d'entamer une quelconque démarche.

PRESENTATION DES RESULTATS

Cette partie a pour objectif de présenter les résultats obtenus avec, tout d'abord, l'analyse de l'échantillon. Ensuite, nous fournissons une analyse des questionnaires complétés par les enseignants en scindant les résultats permettant d'étudier nos trois hypothèses de recherches. Enfin, nous procédons de la même manière pour explorer les entretiens semi-directifs.

1. Analyse de l'échantillon

La première partie du questionnaire avait pour objectif d'aborder le profil des enseignants. Rappelons d'emblée que 30 instituteurs et 27 régents composent notre échantillon. En ce qui concerne le genre, comme nous pouvons le constater dans les figures 29 et 30, une majorité de femmes représente les enseignants du primaire alors que dans le secondaire, la proportion homme-femme est pratiquement équilibrée. Ces chiffres concordent avec les données recueillies dans les indicateurs de l'enseignement de 2020 pour le primaire, à savoir que 83% du corps enseignant est féminin. A contrario, nos données indiquent une mixité presque totale dans le secondaire alors que les indicateurs de l'enseignement de 2020 attestent que seulement 36% sont des hommes (Fédération Wallonie – Bruxelles, 2020).
Quant à l'âge, l'échantillon est assez varié bien qu'une minorité ait moins de 25 ans. Il en est de même quant à l'ancienneté. Enfin, le niveau d'enseignement est assez hétérogène en primaire avec 30% qui dispensent la 5ème année primaire, 23,33% pour la 6ème année et 46,67% qui ont les deux années dans une même classe. Dans le secondaire, une majeure partie enseigne à des élèves du premier degré, avec près de 75% qui ont des élèves de 1ère et de 2ème années (Cf. Figure 30).
En définitive, nous pouvons admettre une certaine mixité des profils dans notre échantillon. Ce constat indique une nouvelle fois qu'il s'agit d'un échantillon de convenance avec des

personnes de niveau et d'âge assez contrasté. En effet, les indicateurs de l'enseignement de 2020 affirment que l'âge moyen en primaire est de 41 ans et de 43,2 ans en secondaire (Fédération Wallonie – Bruxelles, 2020). Or ici, les enseignants volontaires sont de tout âge, avec une forte proportion ayant moins de 35 ans.

<table>
<tr><th rowspan="2">Sexe</th><td colspan="6">Homme</td><td colspan="6">Femme</td></tr>
<tr><td colspan="6">23,33%</td><td colspan="6">76,67%</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Âge</th><td colspan="3">Entre 20 et 25 ans</td><td colspan="3">26 – 35 ans</td><td colspan="3">36 – 45 ans</td><td colspan="3">Plus de 45 ans</td></tr>
<tr><td colspan="3">3,33%</td><td colspan="3">30%</td><td colspan="3">23,33%</td><td colspan="3">43,33%</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Ancienneté</th><td colspan="3">Moins de 5 ans</td><td colspan="3">Entre 5 et 10 ans</td><td colspan="3">Entre 10 et 20 ans</td><td colspan="3">Plus de 20 ans</td></tr>
<tr><td colspan="3">6,67%</td><td colspan="3">20%</td><td colspan="3">30%</td><td colspan="3">43,33%</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Niveau d'enseignement</th><td colspan="4">5ème primaire</td><td colspan="4">6ème primaire</td><td colspan="4">5ème et 6ème primaire</td></tr>
<tr><td colspan="4">30%</td><td colspan="4">23,33%</td><td colspan="4">46,67%</td></tr>
</table>

Figure 29 : Tableau synthétisant le profil des enseignants du primaire

<table>
<tr><th rowspan="2">Sexe</th><td colspan="10">Homme</td><td colspan="10">Femme</td></tr>
<tr><td colspan="10">48,15%</td><td colspan="10">51,85%</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Âge</th><td colspan="5">Entre 20 et 25 ans</td><td colspan="5">26 – 35 ans</td><td colspan="5">36 – 45 ans</td><td colspan="5">Plus de 45 ans</td></tr>
<tr><td colspan="5">18,52%</td><td colspan="5">33 ,33%</td><td colspan="5">22,22%</td><td colspan="5">25,93%</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Ancienneté</th><td colspan="5">Moins de 5 ans</td><td colspan="5">Entre 5 et 10 ans</td><td colspan="5">Entre 10 et 20 ans</td><td colspan="5">Plus de 20 ans</td></tr>
<tr><td colspan="5">22,22%</td><td colspan="5">22,22%</td><td colspan="5">25,93%</td><td colspan="5">29,63%</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Niveau d'enseignement</th><td colspan="4">1 – 2 – 3ème année</td><td colspan="4">1 – 2ème année</td><td colspan="4">2 – 3ème année</td><td colspan="4">2ème année</td><td colspan="4">3ème année</td></tr>
<tr><td colspan="4">29,63%</td><td colspan="4">44,44%</td><td colspan="4">11,11%</td><td colspan="4">7,41%</td><td colspan="4">7,41%</td></tr>
</table>

Figure 30 : Tableau synthétisant le profil des enseignants du secondaire

Après avoir répondu aux questions concernant leurs caractéristiques, il leur a ensuite été demandé s'ils avaient déjà suivi des formations portant sur la transition primaire – secondaire dans le domaine des nombres et opérations durant leur carrière et le constat est interpellant. Nous pouvons observer en regard de la figure 31 que seuls quelques-uns d'entre eux ont répondu par l'affirmative.

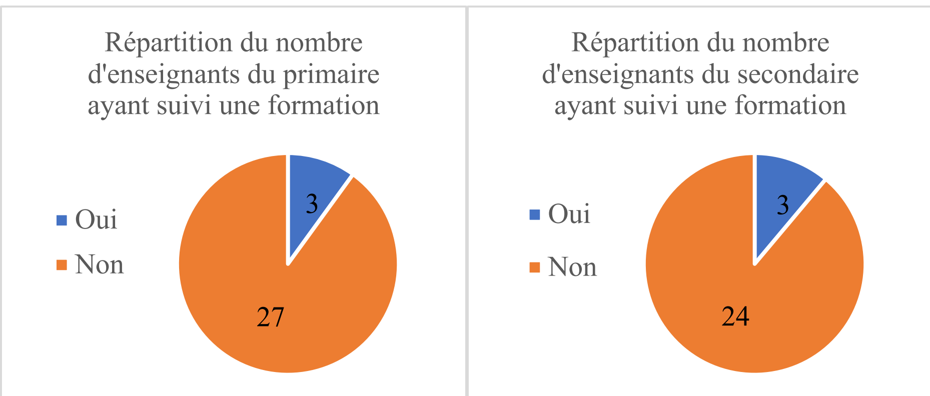


Figure 31 : Répartition des formations des enseignants des deux niveaux

2. Résultats des questionnaires et des entretiens

Les items de la deuxième partie de notre questionnaire et de nos entretiens étaient destinés à analyser les connaissances des participants pour enseigner les problèmes de généralisation. Nous avons décidé de présenter ces résultats selon nos trois hypothèses de recherche.

2.1. Hypothèse 1 : qu'ils travaillent à la fin de l'école primaire ou au début de l'enseignement secondaire, les enseignants ne perçoivent pas le potentiel des activités de généralisation en matière de développement d'une pensée algébrique accessible dès l'école primaire.

Afin de constater si les enseignants du primaire et du secondaire perçoivent tout le potentiel des activités de généralisation, nous avons analysé en profondeur les réponses des participants à trois questions : l'item 1 du guide d'entretien et les items 7.6 et 7.7 du questionnaire. Nous fournissons donc dans cette partie une analyse des tendances qui se dégagent pour cette première hypothèse.

Tout d'abord, lors des entretiens semi-directifs, il a été demandé d'emblée aux enseignants quelle était la pertinence, selon eux, d'utiliser des activités de généralisation en primaire et en secondaire (Cf. Annexe 9 ; item 1). Selon la littérature de recherche, plusieurs arguments attestent du potentiel de ces activités face au développement d'une pensée algébrique tels que l'observation de régularités, l'identification d'un objectif de généralisation, l'ouverture à la variété des démarches et au sens de l'égalité, la relation entre la structure spatiale et la structure numérique, le fait que ces problèmes impliquent des quantités indéterminées ou encore l'utilisation d'ostensifs pour nommer les nombres inconnus (Radford, 2014 ; Larguier, 2915 ; Callejo & Zapatera, 2017 ; Demonty et al., 2018). A l'inverse, d'autres justifications ne témoignent pas de la richesse de ces activités à cette fin, notamment si les enseignants témoignent qu'il s'agit d'activités de dénombrement pure où le but est de calculer simplement des termes proches ou d'activités ayant pour objectif de travailler la réflexion et la logique de l'enfant. Un objectif également non recevable est d'évoquer l'application du calcul littéral ou des équations. En effet, comme le déclare Stephens (2008), les enseignants ont une vision assez limitée de l'algèbre qui est, selon eux, pratique pour résoudre des équations et qui demande une maitrise du symbolisme. Mais comme cela a déjà été souligné, le développement de la pensée algébrique est une façon de raisonner, bien avant l'introduction de l'algèbre formelle.

Les avis des 22 participants (10 en primaire et 12 en secondaire) ont donc été synthétisés de manière à présenter le nombre d'enseignants correspondants à chaque catégorie. La figure 32 illustre les réponses des enseignants du primaire pour les deux niveaux et la figure 33 celles des enseignants du secondaire. Nous avons mis en évidence les arguments en lien avec la littérature de recherche.

Arguments des enseignants du primaire	**Primaire**	**Secondaire**
Travailler la réflexion de l'enfant	4/10	2/10
Leur donner un bagage de méthodes et de logique	3/10	
C'est intéressant mais les formules mathématiques sont trop compliquées en primaire	1/10	
Trop compliqué pour les élèves du primaire car cela manque de sens pour eux	2/10	
Arriver à des notions plus systématiques, à des formules		2/10
Transférer ce qu'ils ont appris		1/10
Donner du sens et pas que du drill		1/10
Continuité du primaire		1/10
Ne sait pas répondre		3/10

Figure 32 : Pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire et en secondaire pour les enseignants du primaire

Arguments des enseignants du secondaire	**Primaire**	**Secondaire**
Travailler la réflexion de l'enfant et pas seulement l'application	2/12	
Moins pertinent en primaire car difficile de généraliser sans lettre	4/12	
Recherche de régularités	**1/12**	
Pourquoi ne pas l'aborder dès le primaire vu qu'on le fait en secondaire	1/12	
Généraliser des expressions	**2/12**	**1/12**
Généraliser le thème dans lequel on se situe	1/12	
Travailler avec des flèches les opérations réciproques	1/12	
Introduire la notion de variable		**2/12**
Calcul littéral et équations		7/12
Généraliser les différents acquis des élèves		2/12

Figure 33 : Pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire et en secondaire pour les enseignants du secondaire

Nous constatons donc que les justifications diffèrent considérablement de la littérature de recherche et nous pouvons remarquer qu'il n'était pas aisé pour eux de statuer sur le potentiel de ces activités dans un autre degré que le leur. En effet, 4 instituteurs sur 10 ne savaient pas répondre pour le secondaire et 4 régents sur 12 considéraient ces activités non pertinentes en primaire au vu de leur complexité. Ils considéraient également qu'il était impossible de généraliser sans lettre.

Parmi les enseignants du primaire, aucun n'a donc été capable de déceler le potentiel de ces activités en vue de développer la pensée algébrique chez les élèves. Dans leur classe, l'intérêt

d'y recourir était purement dans une optique de travailler la réflexion et la logique pour sept d'entre eux. Un trouvait que c'est intéressant mais qu'il est trop compliqué de trouver une formule mathématique en primaire et deux autres considéraient ces activités trop compliquées pour les élèves car elles manquent souvent de sens. Enfin, un instituteur trouvait également ces problèmes pertinents pour développer différentes stratégies.
En ce qui concerne l'intérêt pour leurs successeurs, il était assez complexe pour eux de répondre. Deux d'entre eux trouvaient cela approprié pour arriver à des notions plus systématiques et à des formules. Deux autres pensaient qu'elles étaient utiles pour amener les élèves à raisonner, un pour transférer ce qu'ils ont appris et un pour donner du sens aux apprentissages. Enfin, un évoquait que c'était intéressant pour leur futur.

Quant aux enseignants du secondaire, la majorité d'entre eux voyait le potentiel de ces activités dans leur classe uniquement en lien avec le calcul littéral : deux pour introduire la notion de variable, quatre pour introduire le calcul littéral, deux pour aborder les équations et les démonstrations et un pour mettre en lien avec l'algèbre en remplaçant l'objet par une lettre. Ensuite, trois mentionnaient la généralisation, mais de manière assez différente. Un parlait de généraliser des expressions afin de trouver des formules et de travailler dans les deux sens, un de généraliser les différents acquis des élèves et le dernier qu'il fallait généraliser pour ne pas bloquer les élèves avec moins de bagage en mathématiques.
A propos de leurs collègues du primaire, quatre régents trouvaient qu'il n'était pas important qu'ils aient recours à ce type d'activité. Parmi les autres, un évoquait que les enfants généralisaient déjà quand ils travaillent sur les formules d'aire et de périmètre, un que c'était important pour rechercher des régularités, un pour se rendre compte de l'importance de généraliser car on ne peut pas toujours compter les objets et un pour travailler avec des flèches les opérations réciproques. Quant aux cinq restants, deux trouvaient cela intéressant pour travailler la réflexion, un pour apprendre à se projeter et un se posait la question de pourquoi ne pas l'aborder en primaire vu qu'en secondaire, on les utilise automatiquement. Enfin, le dernier était hors contexte vu qu'il mentionnait l'utilité de généraliser le thème dans lequel les élèves se situaient.

En définitive, nous constatons à l'aide de cette question que les enseignants du primaire et du secondaire ne décèlent pas tout le potentiel des activités de généralisation. Par ailleurs, les deux items du questionnaire, à savoir le 7.6 et le 7.7 ont également été analysés afin d'apporter davantage d'éclaircissement à cette hypothèse de recherche. Nous présentons cela dans la suite de cette partie.

Dans le questionnaire, il a été demandé aux enseignants à l'item 7.6 s'ils proposaient des activités de généralisation à leurs élèves. La figure 34 illustre les réponses qu'ils ont fournies et au vu de ces chiffres, nous constatons que seul un enseignant en secondaire ne leur soumet pas ce type de tâche. Dans le primaire, le constat est plus interpellant avec près de la moitié (12/30) qui n'y ont jamais recours dans leur classe.

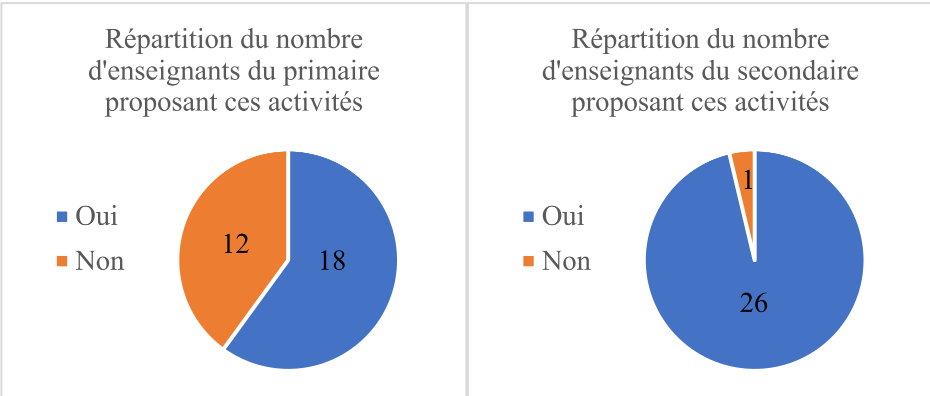


Figure 34 : Répartition des enseignants des deux niveaux qui proposent des activités de généralisation à leurs élèves

Enfin, les participants devaient exprimer à l'item 7.7 les objectifs qu'ils poursuivaient avec ce type d'activité dans leur classe. Grâce au codage de cette question, nous avons pu établir des taux de réussite, de non-réussite et d'omission (Cf. Figure 35).

Item 7.7	**Taux de réussite totale**	**Taux de non-réussite**	**Taux d'omission**
Primaire	8/30	**16/30**	6/30
Secondaire	13/27	13/27	1/27

Figure 35 : Tableau synthétisant le taux de réussite, de non-réussite et d'omission des enseignants du primaire et du secondaire à l'item 7.7

Nous avons considéré comme objectif recevable un qui concordait avec le développement d'une pensée algébrique, notamment l'observation de régularités, l'identification d'un objectif de généralisation, l'ouverture à la variété des démarches, le recours à des problèmes qui impliquent des quantités indéterminées ainsi que la vérification et la preuve d'une règle. Le tableau ci-dessous (Cf. Figure 36) présente le nombre d'enseignants en primaire et en secondaire ayant fourni un objectif en lien avec la littérature de recherche.

Objectif en lien avec la littérature de recherche exprimé par les enseignants	Primaire	Secondaire
Observer des régularités	4/30	
Généraliser à l'aide d'une formule, chercher une règle	3/30	12/27
Montrer des expressions algébriques équivalentes		1/27
Établir des liens dans des suites de nombres	1/30	

Figure 36 : Tableau synthétisant les réponses des enseignants du primaire et du secondaire ayant réussis l'item 7.7

Nous constatons qu'en primaire, peu d'enseignants ont été capables de proposer une réponse en cohérence avec la littérature de recherche. Le taux de réussite est d'à peine 8 sur 30. Plus de la moitié ont malheureusement échoué avec un taux d'échec de 16 sur 30. Pour eux, exploiter des activités de généralisation dans leur classe n'a pour but que de travailler la logique, le sens de l'observation, le dépassement de soi et résoudre des tâches complexes. Par ailleurs, le taux d'omission assez élevé, à savoir 6 participants sur 30, est assez interpellant et rejoint nos constats précédents, à savoir que les enseignants ne décèlent pas tout le potentiel des activités de généralisation en vue de développer la pensée algébrique des élèves.

En secondaire, nous observons un taux de réussite légèrement plus élevé (13 sur 27), mais ce n'est malheureusement toujours pas supérieur à la moitié des participants. Le taux de non-réussite est de 13 sur 27, avec des enseignants qui n'évoquaient qu'un objectif de dénombrement, de mise en équation ou d'introduction au calcul littéral. Enfin, nous constatons un taux d'omission nettement moins élevé que pour le primaire avec seulement 1 participant sur 27 qui n'a pas su répondre à la question. En conclusion, nous pouvons dire que les résultats de ces trois items tendent à confirmer notre première hypothèse.

2.2. Hypothèse 2 : les enseignants du primaire disposent de moins de connaissances que celles de leurs collègues du secondaire, plus formés en mathématiques.

Afin de vérifier notre deuxième et notre troisième hypothèse, nous avons calculé pour chacun de nos items CK et PCK du questionnaire les taux de réussite, de non-réussite et d'omission des instituteurs et des régents. Nous les présentons dans les tableaux suivants avec, en premier lieu, les résultats aux questions relatives aux connaissances de contenu (Cf. Figures 37 et 38) et en deuxième lieu ceux relatifs aux connaissances pédagogiques de contenu (Cf. Figure 39 et 40). Concernant les items qui demandaient un codage partiel, nous avons séparé le taux de réussite en deux, à savoir taux de réussite totale (code 2) et partielle (code 1). Pour permettre une analyse plus aisée de ces tableaux, nous avons mis en évidence le taux le plus élevé par item, à moins que les taux de réussite et de non-réussite soient similaires (Cf. Figure 40 ; item 7.7). De plus, dans le cas d'un codage partiel, nous ne considérons pas un taux de non-réussite plus élevé si la somme des taux de réussite totale et partielle est supérieure. Ainsi, pour les enseignants du secondaire à l'item 8.5, si on additionne le taux de réussite totale et partielle, il est de 17/27. Cet item est donc réussi par plus de la moitié d'entre eux. (Cf. Figure 40 ; item 8.5).

Dans un premier temps, nous allons analyser les taux de réussite des participants aux questions relatives aux connaissances de contenu.

Items CK	**Taux de réussite**	**Taux de non-réussite**	**Taux d'omission**
Item 7.1	**30/30**	0/30	0/30
Item 7.2	**30/30**	0/30	0/30
Item 7.3	**28/30**	2/30	0/30
Item 8.1	**27/30**	3/30	0/30
Item 8.2	**29/30**	1/30	0/30
Item 8.3	15/30	15/30	0/30
Item 9.9	**30/30**	0/30	0/30

Figure 37 : Tableau synthétisant le taux de réussite, de non-réussite et d'omission des enseignants du primaire aux questions relatives aux connaissances de contenu du questionnaire

Items CK	**Taux de réussite**	**Taux de non-réussite**	**Taux d'omission**
Item 7.1	**26/27**	1/27	0/27
Item 7.2	**26/27**	1/27	0/27
Item 7.3	**26/27**	1/27	0/27
Item 8.1	**27/27**	0/27	0/27
Item 8.2	**27/27**	0/27	0/27
Item 8.3	**23/27**	4/27	0/27
Item 9.9	**27/27**	0/27	0/27

Figure 38 : Tableau synthétisant le taux de réussite, de non-réussite et d'omission des enseignants du secondaire aux questions relatives aux connaissances de contenu du questionnaire

Au regard de ces résultats, nous constatons des taux de réussite aux items assez élevés, que ce soit en primaire ou en secondaire. Le taux d'omission est nul, ce qui laisse à penser que les participants étaient en mesure de répondre. La seule question qui attire notre attention avec un taux d'échec plus élevé est la 8.3, où il était demandé aux enseignants d'élaborer une formule. Nous remarquons qu'à peine la moitié des instituteurs (15 sur 30) sont parvenus à généraliser algébriquement le processus. En secondaire, 4 participants n'ont pas abouti à une formule correcte, ce qui est assez interpellant puisque cette activité est destinée à leurs élèves.

Lors de l'entretien semi-dirigé, il a été demandé aux enseignants à l'item 2.2 de sélectionner des expressions correctes pour généraliser une suite de motif. Quatre formules étaient proposées

et elles étaient toutes correctes. Ils devaient donc être capables de s'ouvrir à la variété des démarches et de trouver des expressions équivalentes. En primaire, le taux de réussite à cette question est de 2 sur 10 alors qu'il est de 9 sur 12 dans le secondaire.
L'analyse de ces deux dernières questions révèlent des connaissances de contenu des instituteurs inférieures à celles des régents quand la tâche se complexifie.

En plus de cela, nous avons remarqué des failles considérables au niveau des connaissances de contenu dans les dires des instituteurs lors des entretiens. A la deuxième question, il était question de trouver une formule qui exprime le nombre total de cure-dents (n) pour n'importe quel numéro de figure (t). Ces bâtons formaient des triangles (Cf. Figure 27). Certains d'entre eux éprouvaient des difficultés avec le symbolisme algébrique et la compréhension de formules.

« Donc 3t, c'est la troisième figure ». (EP8)

Cet enseignant (EP8) ne comprenait pas que *3t* signifiait le produit du numéro de la figure par 3, et que *t* était une variable qui représentait n'importe quelle figure. Un second (EP10) commettait également cette erreur.

« Donc 2t c'est la figure numéro 2, c'est ça ». (EP10)

Plusieurs d'entre eux (EP8 et EP9) était dans ce même ordre d'idées en disant que *t* représentait la première figure.

« Ben en fait ... Euh ... t à la limite on peut partir que c'est la figure une. On aurait pu mettre t1 ». (EP8)

« t, c'est le numéro de la figure ... Oui, la figure oui ... La première ! ». (EP9)

Un autre (EP3) ne fournissait pas une formule qui correspondait avec son raisonnement.

« Donc le nombre de triangles plus 2. Donc c'est, si je raisonne comme un élève de primaire, il mettrait, par exemple pour la figure 3 il y a 2 triangles donc 2 fois 3 plus 2 ». (EP3)

Enfin, un instituteur (EP6) était incapable de dire si les formules proposées étaient correctes pour généraliser le processus.

« Je ne sais pas du tout car je n'utilise pas du tout ces trucs là en primaire donc je ne sais pas du tout ». (EP6)

Par ailleurs, quand ils devaient montrer que la formule de Sophie était incorrecte à l'item 2.3, un instituteur (EP5) se trompe en affirmant :

« Pour moi le t représente la figure 3 donc pour moi la figure 4, ce sera bien la figure 3 plus encore deux. Donc la formule t + 2 de Sophie est correcte ». (EP5)

Ces notions sont capitales pour enseigner les activités de généralisation et les instituteurs ont commis pas mal d'erreurs, contrairement aux régents où il n'en est rien.

Néanmoins dans l'ensemble, nous pouvons admettre une certaine maitrise des enseignants en termes de connaissances de contenu, hormis pour les instituteurs quand les notions deviennent plus complexes et pointilleuses. Les questions relatives à celles-ci plafonnent avec la majorité ayant été très bien réussie. En effet, nos items CK n'étaient pas assez discriminants étant donné que nous sommes partis de ce qu'un enfant de 10 à 14 ans est censé savoir faire. Mais il n'est pas demandé davantage aux enseignants et il est bon de savoir qu'ils sont capables de résoudre correctement des activités qu'ils proposent à leurs élèves.

En revanche cela ne signifie pas pour autant qu'il en est de même pour celles relatives aux connaissances pédagogiques de contenu. Nous allons donc nous pencher dans la suite de cette partie sur ces dernières afin de voir si les tendances sont similaires. Les figures 39 et 40 présentent les taux de réussite totale et partielle, de non-réussite et d'omission aux items PCK du questionnaire.

Items PCK	**Taux de réussite totale**	**Taux de réussite partielle**	**Taux de non-réussite**	**Taux d'omission**
Item 7.4	**19/30**		7/30	4/30
Item 7.5	**23/30**	2/30	5/30	0/30
Item 7.6	**18/30**		12/30	0/30
Item 7.7	8/30		**16/30**	6/30
Item 8.4	6/30		**24/30**	0/30
Item 8.5	3/30	**14/30**	13/30	0/30
Item 8.6	8/30		**15/30**	7/30
Item 9.1	**15/30**	4/30	11/30	0/30
Item 9.2	11/30		**18/30**	1/30
Item 9.3	14/30		14/30	2/30
Item 9.4	7/30	**23/30**	0/30	0/30
Item 9.5	5/30		**24/30**	1/30
Item 9.6	12/30		**16/30**	2/30
Item 9.7	**15/30**	13/30	2/30	0/30
Item 9.8	**20/30**		10/30	0/30

Figure 39 : Tableau synthétisant le taux de réussite totale et partielle, de non-réussite et d'omission des enseignants du primaire aux questions relatives aux connaissances pédagogiques de contenu du questionnaire

Items PCK	Taux de réussite totale	Taux de réussite partielle	Taux de non-réussite	Taux d'omission
Item 7.4	**17/27**		7/27	3/27
Item 7.5	**11/27**	10/27	6/27	0/27
Item 7.6	**26/27**		1/27	0/27
Item 7.7	13/27		13/27	1/27
Item 8.4	13/27		**14/27**	0/27
Item 8.5	9/27	8/27	10/27	0/27
Item 8.6	**16/27**		9/27	2/27
Item 9.1	**24/27**	1/27	2/27	0/27
Item 9.2	**16/27**		11/27	0/27
Item 9.3	**21/27**		6/27	0/27
Item 9.4	11/27	**16/27**	0/27	0/27
Item 9.5	9/27		**17/27**	1/27
Item 9.6	10/27		**17/27**	0/27
Item 9.7	**13/27**	11/27	3/27	0/27
Item 9.8	**17/27**		10/27	0/27

Figure 40 : Tableau synthétisant le taux de réussite totale et partielle, de non-réussite et d'omission des enseignants du secondaire aux questions relatives aux connaissances pédagogiques de contenu du questionnaire

D'une manière générale, nous constatons que 6 items PCK sont totalement réussis en moyenne par plus de la moitié des participants dans le primaire contre 9 dans le secondaire. Même si ces questions sont en moyenne réussies, les taux ne sont jamais vraiment élevés, surtout dans le primaire. Plus de la moitié des instituteurs ont échoué à 6 questions sur 15 alors que ce taux est de 3 sur 15 pour les régents. Quant au taux d'omission, nous remarquons qu'il est plus important dans le primaire que dans le secondaire. Celui-ci diffère de zéro pour 7 items dans le primaire contre 4 dans le secondaire. Nous allons donc tenter d'examiner où se situent les forces et les faiblesses dans les connaissances pédagogiques de contenu des participants.

En primaire et en secondaire, les enseignants arrivent, dans l'ensemble, à prévoir les moments de la scolarité propices à certaines activités. Ils parviennent également à noter correctement la production d'un élève. En secondaire, ils réussissent également à anticiper les erreurs typiques des élèves et à analyser leur raisonnement, ce qui n'est pas le cas en primaire.

Tout d'abord, nous ne constatons pas des failles majeures pour ce qui est de **prévoir les moments de la scolarité propices à certaines activités**. Deux items y faisaient référence, à savoir l'item 7.5 et l'item 8.5 et ils ont été réussis par plus de la moitié des participants.

Ensuite, les enseignants parviennent en général à **évaluer correctement la production d'un élève**, mais sans savoir la commenter. Ils devaient noter trois productions d'élèves aux items

9 .1, 9.4 et 9.7. Rappelons les taux de réussite totale et partielle pour cette épreuve (Cf . Figures 39 et 40). En primaire, l'item 9.1 a été réussi totalement par 15 enseignants sur 30 et partiellement par 4 sur 30. En secondaire, ces taux sont de 24 sur 27 et de 1 sur 27. Nous constatons donc que cette question a été moins bien réussie chez les instituteurs. En effet, ils ne considéraient pas cette production comme incorrecte alors qu'elle l'était et qu'elle illustrait une erreur d'induction naïve.
A l'item 9.4, le taux de réussite totale est de 7 sur 30 en primaire et de 11 sur 27 en secondaire. Le taux de réussite partielle est plus élevé avec 23 sur 30 en primaire et 16 sur 27 en secondaire. Dans sa production, l'élève ne donne pas de formule, mais utilise un exemple pour généraliser. Or, dans l'énoncé, il est bien demandé de trouver la quantité d'allumettes nécessaires à la construction de n'importe quel nombre de maisons. La plupart des enseignants, que ce soit en primaire ou en secondaire, n'ont pas mentionné ce commentaire.
Quant à l'item 9.7, 15 instituteurs et 13 régents ont réussi totalement contre 13 et 11 partiellement.

En ce qui concerne les **erreurs typiques et les idées fausses des élèves**, deux items dans le questionnaire y faisaient référence soit le 7.4 et le 8.6. A l'item 7.4, il était demandé aux enseignants de déterminer une idée fausse des élèves sur une activité de généralisation (Cf. Figure 9). Une idée fausse en lien avec la littérature de recherche peut être justifiée par un exemple d'induction naïve (Radford, 2008). L'élève n'utilise qu'un motif pour trouver les autres constructions, ou applique une règle erronée de proportionnalité. Dans le primaire, 19 participants fournissent une réponse acceptable, dont 18 qui évoquent une justification en lien avec l'induction naïve. Celui qui reste mentionne un problème lors de la généralisation arithmétique, où l'élève va ajouter 3 d'un motif à l'autre et va donc fournir « n + 3 » comme formule. Dans le secondaire, 17 enseignants donnent une réponse satisfaisante avec 11 qui justifient une induction naïve et le reste un problème de formule comme pour le primaire.
Les enseignants n'ayant pas réussi cet item évoquaient des idées fausses n'étant pas en lien direct avec l'énoncé ou avec la revue de la littérature : *« Il est difficile pour les élèves de trouver une suite logique »*, *« C'est difficile pour les élèves car c'est trop abstrait »* ou encore *« Les élèves se trompent dans les opérations »*.

A l'item 8.6, nous leur demandions de prédire une erreur typique des élèves dans une question faisant intervenir le processus inverse. Nous nous attendions donc à ce qu'ils évoquent cette difficulté. Malheureusement, à peine 8 personnes en primaire et 16 en secondaire l'ont

soulevée. Beaucoup ont fourni une réponse qui n'était pas en lien avec la littérature de recherche avec, entre autres, des erreurs de calculs. Cette réponse n'est pas recevable car ce type de faute peut survenir dans n'importe quelle matière et n'est pas propre à cette question.
Pourtant, lors des entretiens, l'item 3.2 faisait également intervenir le processus inverse et la plupart des enseignants l'ont détecté. Peut-être que la manière de formuler la question a eu une influence, ou encore qu'ils étaient plus dociles à répondre lors d'un face à face.

Là où le bât blesse cependant pour les deux niveaux, c'est quand ils doivent déterminer les objectifs à atteindre en proposant des activités de généralisation. Nous avons déjà abordé ce point dans la présentation des résultats de la première hypothèse (Cf. Figure 36). De plus, ils ne sont pas capables d'aider des élèves sur la base de leur raisonnement.

Au sujet de **l'aide apportée aux élèves**, la majorité des participants qui propose un soutien acceptable pour une erreur émanant d'une induction naïve évoque plusieurs pistes : faire vérifier la formule de l'élève aux autres motifs connus de la suite, leur dire qu'il ne faut jamais se fier à un seul cas pour généraliser ou encore réaliser un tableau de valeurs. D'autres mentionnent une aide non concrète comme leur dire de compter, de dessiner. Cela ne nous permet pas de connaitre l'aide réelle apportée à l'élève.
Quand il s'agit d'aider un élève à dégager une formule sur base de son raisonnement comme c'est le cas à l'item 9.6, seul 12 instituteurs encouragent la pensée multiplicative, qui est une aide prônée dans la littérature de recherche. Les autres évoquent des aides qui ne sont pas suffisantes. Par exemple, un instituteur (EP3) ne fournit pas une aide en lien avec la littérature de recherche.

« *Lui faire comprendre que, bien que correct, son système n'est pas pratique en lui demandant de trouver le nombre d'allumettes nécessaires pour un très grand nombre de maisons. Lui faire comprendre les limites de sa méthode pour l'inciter à en trouver une autre* ». (EP3)

Beaucoup fournissent des aides similaires à celle-ci, mais cet enseignant ne répond pas à la question en expliquant l'aide concrète qu'il va apporter à l'élève afin de dégager une formule. D'autres (EP11 et EP14) ne partent tout simplement pas du raisonnement de l'élève et proposent leur correction qui n'est pas toujours spécialement correcte.

« Il faut écrire chaque calcul qui représente la situation. 1 maison = 5 allumettes ; 2 maisons = 9 allumettes ; 3 maisons = 14 allumettes ... Puis établir un lien entre les nombres.

Faire comprendre le lien de proportionnalité avec les x5, mais aussi des allumettes en moins avec le -1 ». (EP14)

« [...] La formule devient (x.5) – (x-1) ». (EP11)

Quant aux enseignants du secondaire, ils restent davantage cantonnés dans une approche théorique des activités de généralisation. Ils enseignent un procédé à respecter, sans tenir compte de la variété des démarches qui pourraient être fournies par les élèves et les richesses de celles-ci pour développer la pensée algébrique. Ils procèdent toujours de la même façon : le nombre qu'on ajoute pour passer d'un motif à l'autre est le coefficient de la variable et il faut ensuite regarder ce qu'il faut ajouter ou enlever pour trouver la valeur à laquelle on doit arriver. C'est le cas, par exemple, de cet enseignant (ES5) qui fournit une aide basée sur une méthode théorique.

« Écrire le nombre d'allumettes en dessous de chaque dessin. Expliquer le rôle de la raison et comment (et où) l'insérer dans la formule ». (ES5)

D'autres ne partent pas du raisonnement de l'élève et recommencent l'activité en s'appuyant sur un tableau numérique, comme c'est le cas de cet enseignant (ES19).

« Revenir à ce fameux tableau (dessine un tableau de valeurs), on multiplie par 4 et puis on ajoute 1 ». (ES19)

Dans l'entretien semi-dirigé, à l'item 2.3 (Cf. Figure 27), il était demandé aux enseignants de déterminer l'aide qu'ils pourraient apporter à un élève sur un raisonnement de type arithmétique qui se trompe dans sa généralisation algébrique. C'est une difficulté soulignée dans la littérature de recherche, à savoir qu'un élève ajoute chaque fois deux pour passer d'un motif à un autre et généralise donc en ajoutant deux au numéro de la figure.

Les tableaux suivants (Cf. Figures 41 et 42) présentent des aides efficaces prônées par la revue de la littérature (Demonty et al., 2018 ; Radford, 2008 ; Callejo & Zapatera, 2017), ainsi que celles qui ne le sont pas et le nombre d'enseignants qui ont fourni ces réponses.

Aides efficaces en lien avec la littérature de recherche exprimées par les enseignants	**Primaire**	**Secondaire**
L'enseignant fait référence aux différents types de supports visuels et numériques pour amener l'élève à raisonner.		1/12
L'enseignant incite à la pensée multiplicative plutôt qu'additive.		
L'enseignant montre sur le dessin que la formule ne fonctionne pas et fait vérifier la formule à l'élève.	4/10	5/12

Figure 41 : Aides efficaces en lien avec la littérature de recherche exprimées par les enseignants pour l'item 2 .3 des entretiens

Aides non efficaces en lien avec la littérature de recherche exprimées par les enseignants	Primaire	Secondaire
L'enseignant corrige simplement en donnant la réponse attendue.		
L'enseignant explique à l'aide d'un exemple, autre que celui donné par l'élève.		1/12
L'enseignant ne part pas de la production de l'élève pour l'amener à raisonner.		
L'enseignant corrige de manière théorique en disant que le 2 est le coefficient de la variable et qu'il faut voir ce qu'il faut ajouter ou retirer.		3/12
L'enseignant donne une explication incorrecte.	4/10	1/12
L'enseignant trouve la formule correcte et n'apporte aucune aide.	1/10	
L'enseignant ne fournit pas d'aide concrète.		1/12
L'enseignant ne sait pas répondre.	1/10	

Figure 42 : Aides non efficaces en lien avec la littérature de recherche exprimées par les enseignants pour l'item 2 .3 des entretiens

Nous constatons qu'une minorité d'entre eux, que ce soit en primaire ou en secondaire, fournit une aide efficace en lien avec la littérature de recherche. Aucun enseignant n'incite ici à la pensée multiplicative, plutôt qu'additive, qui est un réel soutien dans cette activité. Un instituteur pense même qu'il faut toujours partir de la première figure pour généraliser un processus (EP8) : *« Moi, je partirais toujours de la figure 1 pour généraliser pour les autres figures »*. Un autre (EP6) ne sait même remédier à l'erreur de son élève, ce qui est assez interpellant. Cela atteste, encore une fois, des lacunes dans les connaissances pédagogiques de contenu des enseignants au niveau de l'aide apportée à leurs élèves.

Concernant la **compréhension des démarches des élèves**, les enseignants éprouvent des difficultés. A l'item 2.1 de l'entretien, ils devaient traduire en langage algébrique l'explication du procédé d'un élève pour généraliser une séquence de motif. Cet item issu de l'enquête TEDS-M (2008) n'est pas évident car lors de celle-ci, seulement 28% des participants avaient répondu correctement. Le taux de réussite est de 3 sur 10 en primaire et de 5 sur 12 en secondaire. Cela traduit un manque de connaissances pédagogiques de contenu des enseignants quand ils doivent comprendre le raisonnement d'un élève, alors que c'est une tâche importante de leur profession. Plusieurs d'entre eux (EP4 et EP5) avouent même ne pas y arriver.

« Je ne sais pas du tout me mettre à la place des élèves parce que je ne le fais jamais ou trop rarement dans ma classe. C'est vraiment compliqué pour moi de répondre à cette question ».

(EP4)

« Même moi, je ne comprends pas. J'ai vraiment du mal à comprendre le raisonnement ».

(EP5)

Enfin, lors de l'entretien semi-dirigé, les enseignants devaient sélectionner à l'item 2.2 des expressions correctes pour généraliser une suite de motif. Quatre formules étaient proposées et elles étaient toutes correctes. Ils devaient donc être capables de s'ouvrir à la variété des démarches et de trouver des expressions équivalentes. En primaire, le taux de réussite à cette question est de 2 sur 10 alors qu'il est de 9 sur 12 dans le secondaire. Bien que la majorité des régents ait déterminé les formules correctes, aucun n'a été capable d'expliquer le raisonnement sous-jacent des élèves pour arriver à ces expressions. Ils se sont contentés de les réduire ou de vérifier avec des valeurs numériques pour affirmer que les formules étaient équivalentes. Cette démarche ne permet donc pas de développer la pensée relationnelle.

En définitive, nous pouvons admettre que les enseignants du primaire ont des connaissances inférieures à celles de leurs collègues du secondaire avec, en moyenne, 6 items CK réussis et 6 items PCK réussis contre 8 items CK réussis et 11 items PCK réussis par la moitié des enseignants. La présentation de tous ces résultats nous permet également de mettre à l'épreuve notre troisième hypothèse.

2.3. Hypothèse 3 : les enseignants du primaire et du secondaire disposent de connaissances de contenu supérieures à leurs connaissances pédagogiques de contenu.

Rappelons d'emblée les analyses qui ont été faites précédemment pour vérifier notre deuxième hypothèse. Le tableau suivant (Cf. Figure 43) compare le nombre d'items réussis dans le questionnaire par au moins la moitié des participants en primaire et en secondaire.

	Primaire	**Secondaire**
Nombre d'items **CK** réussis en moyenne	6/7	7/7
Nombre d'items **PCK** réussis en moyenne totalement ou partiellement	8/15	11/15

Figure 43 : Tableau comparant les connaissances de contenu et les connaissances pédagogiques de contenu des enseignants du primaire et du secondaire

Nous constatons, qu'en moyenne, les enseignants des deux niveaux maitrisent davantage les connaissances de contenu que les connaissances pédagogiques de contenu. Néanmoins, cette différence est davantage marquée en primaire qu'en secondaire, avec un taux de réussite aux items PCK à peine supérieur à la moyenne.
De plus, nous n'observons aucune omission dans les questions relatives au contenu (Cf. Figures 37 et 38) ce qui laisse à penser que les enseignants se sentent plus à l'aise. A l'inverse, certains n'ont pas répondu à 7 questions PCK en primaire et à 4 en secondaire. Les taux de manquement sont moins élevés dans le secondaire.

INTERPRETATION DES RESULTATS ET DISCUSSION

Cette recherche avait pour ambition de comparer les connaissances pour enseigner des instituteurs et des régents afin de soutenir la pensée algébrique des élèves de 10 à 14 ans dans les activités de généralisation. Pour y parvenir, nous avons interrogé 30 instituteurs et 27 régents par le biais d'un questionnaire papier-crayon. Nous avons ensuite poursuivi nos investigations sur 22 d'entre eux à travers des entretiens semi-dirigés.

En s'appuyant sur la revue de la littérature, nous avons pu émettre trois hypothèses. Les résultats concernant chacune d'entre elles ont été largement exposés dans la partie précédente. Ce présent volet a pour objectif d'interpréter nos résultats et de les discuter afin de confirmer ou d'infirmer nos hypothèses de recherche. Rappelons néanmoins que nous avons mené une étude exploratoire sur une série d'enseignants pour expliquer certains phénomènes et que ce travail de recherche n'a pas pour but de décrire l'étendue des connaissances de l'ensemble des professeurs en Fédération Wallonie-Bruxelles.

Discussion de notre première hypothèse : qu'ils travaillent à la fin de l'école primaire ou au début de l'enseignement secondaire, les enseignants ne perçoivent pas le potentiel des activités de généralisation en matière de développement d'une pensée algébrique accessible dès l'école primaire.

Les résultats de notre enquête tendent à confirmer cette première hypothèse. Lors de l'étude menée par Demonty et al. (2018), 29% des instituteurs et 63% des régents décelaient le potentiel des activités de généralisation dans le but de favoriser le développement de la pensée algébrique. Dans notre cas, ces taux sont quelque peu moins élevés, surtout dans le primaire. En effet, aucun instituteur n'a été capable de déceler le potentiel d'utiliser des activités de généralisation dans sa classe en vue de développer la pensée algébrique. Un autre constat inquiétant est qu'une minorité d'entre eux ont recours à ce type d'activité dans leur classe. En effet, près de la moitié des instituteurs interrogés ont avoué ne pas en proposer à leurs élèves. Et ceux qui les exploitent ne poursuivent pas nécessairement un objectif en lien avec le développement de la pensée algébrique. Par ailleurs, selon Stephens (2008), ils ont tendance à ne pas dissocier l'algèbre de la dimension formelle et des symboles algébriques dans le primaire. Nos résultats corroborent ces propos vu qu'ils considèrent ces problèmes trop complexes pour leurs jeunes élèves. Ils ne les incitent donc pas à raisonner de manière

analytique sur des quantités indéterminées, sans avoir nécessairement recours au symbolisme, ce qui est un facteur essentiel du développement de la pensée algébrique.
De plus, les enseignants ont une conception assez restreinte de l'algèbre qui est, selon eux, utile pour résoudre des équations et des problèmes et qui demande une maitrise du symbolisme (Stephens, 2008). Effectivement, la majorité des participants évoque l'intérêt de ces activités en lien avec le chapitre sur le calcul littéral. D'après eux, il est impossible de généraliser sans lettre. Mais comme nous l'avons souligné dans la première partie de notre travail, le développement de la pensée algébrique ne s'apparente pas à des procédures particulières mais est une façon de penser, bien avant l'introduction de l'algèbre formelle.

Ce constat est assez désolant car ces activités renferment une richesse colossale pour développer la pensée algébrique chez les élèves dès le plus jeune âge, à condition qu'ils aient les connaissances nécessaires pour les mener adéquatement. Et nos résultats montrent que ce n'est malheureusement pas le cas.

Discussion de notre deuxième hypothèse : les enseignants du primaire disposent de moins de connaissances que celles de leurs collègues du secondaire, plus formés en mathématiques.

Nos résultats valident cette seconde hypothèse. En effet, les enseignants du primaire disposent de moins de connaissances que celles de leurs collègues du secondaire avec un nombre inférieur d'items CK et PCK réussis en moyenne. Cette différence se marque davantage dans les connaissances pédagogiques de contenu que dans les connaissances de contenu. Ce constat rejoint les conclusions des recherches antérieures (Krauss et al., 2008 ; Depaepe et al., 2015 ; Kleickmann et al., 2013 ; Demonty et al., 2018). Dans l'étude de Depaepe et ses collaborateurs (2015) menée sur des futurs enseignants dans le domaine des nombres rationnels, les items PCK n'étaient pas spécialement mieux réussis en secondaire qu'en primaire, contrairement à nos conclusions. Cela peut nous amener à penser que l'expérience professionnelle sur le terrain améliore les connaissances pédagogiques de contenu. Il faudrait néanmoins investiguer davantage dans ce domaine pour confirmer cela. C'était d'ailleurs un des souhaits de Depaepe et al. (2015).

En ce qui concerne les disparités dans leurs connaissances de contenu, nous remarquons qu'elles se marquent davantage quand la tâche se complexifie. Les instituteurs commettent davantage d'erreurs quand il faut être plus pointilleux avec la matière. Ils ont également du mal à généraliser algébriquement une séquence de motifs.

Quant à leurs connaissances pédagogiques de contenu, les régents parviennent plus facilement à analyser des raisonnements d'élèves que leurs collègues du primaire. Il leur est également plus aisé de prédire les erreurs typiques des élèves. Cela peut s'expliquer, encore une fois, par l'expérience sur le terrain. Les enseignants du secondaire proposent habituellement des activités de généralisation à leurs élèves, contrairement à ceux du primaire. Nous pensons donc que ce manque de pratique entraine un manque de compétence chez les instituteurs.

Discussion de notre troisième hypothèse : les enseignants du primaire et du secondaire disposent de connaissances de contenu supérieures à leurs connaissances pédagogiques de contenu.

Cette troisième hypothèse est également confirmée compte tenu de nos résultats. En effet, nous observons que les items CK sont davantage réussis en moyenne que les items PCK par les enseignants du primaire et du secondaire. Notons que cette différence est davantage marquée en primaire qu'en secondaire avec un taux de réussite aux items PCK à peine supérieur à la moitié.
Ces conclusions rejoignent celles de Demonty et al. (2018) où les participants maitrisaient davantage les connaissances de contenu que les connaissances pédagogiques de contenu. Ces lacunes dans ce deuxième type de connaissance sont également soulignées par Callejo et Zapatera (2017) qui ont remarqué qu'il était difficile pour les enseignants de repérer la compréhension des élèves (PCK), alors qu'ils parviennent à effectuer correctement le problème (CK). Demonty et al. (2018) affirment également qu'ils sont assez fermés à la diversité des démarches et que les aides apportées aux élèves face à leurs difficultés ne sont pas toujours efficaces.

Nos constatations vérifient donc celles faites dans les recherches antérieures. Dans l'ensemble, ils parviennent généralement à évaluer les productions des élèves et à y déceler les erreurs. Mais la tâche qui incombe à l'enseignant réside bien plus que dans l'identification d'un résultat erroné, mais bien dans le fait d'être capable de déterminer l'origine de l'erreur et d'y remédier (Ball et al., 2008). Et c'est là où le bât blesse. Ils rencontrent des difficultés quand ils doivent comprendre le raisonnement des élèves et y apporter une aide efficace. La plupart du temps, ils ne partent pas de la démarche de l'élève et apportent une correction ou une explication qui n'est pas en lien avec ce qu'il a fourni.

De plus, ils ont du mal à anticiper les erreurs typiques et les idées fausses que les élèves pourraient rencontrer face à ce type d'activité. Ces lacunes ne leur permettent donc pas de perfectionner leur enseignement et de tirer profit de la richesse des problèmes de généralisation en vue de développer la pensée algébrique.

En définitive, comme le souligne Stephens (2008), des enseignants capables d'effectuer une tâche en mathématiques n'est pas une condition suffisante à la réussite des élèves. Il faut qu'ils saisissent davantage la matière afin de pouvoir leur faciliter la compréhension. Cette compétence fait donc appel aux connaissances pédagogiques de contenu, qui demeurent encore comme une faille considérable chez les enseignants.

CONCLUSION ET PERSPECTIVE

Les enseignants doivent maitriser la matière qu'ils transmettent à leurs élèves et leurs compétences influencent grandement la réussite de ceux-ci. Effectivement, « les enseignants qui ne connaissent pas bien une matière eux-mêmes ne sont pas susceptibles d'avoir les connaissances nécessaires pour aider les élèves à apprendre ce contenu[17] » (Ball et al., 2008, p.404). Pourtant, les recherches antérieures montrent que dans la réalité du terrain, ce n'est pas forcément le cas (Depaepe et al., 2015 ; Callejo & Zapatera, 2017 ; Demonty et al., 2018).

Et ces lacunes dans leurs connaissances ne facilitent en rien le passage entre le primaire et le secondaire avec l'apprentissage de l'algèbre, qui est souvent une étape périlleuse pour les élèves. Cependant, les amener à développer une pensée dite algébrique dès le primaire pourrait les aider (Kieran et al., 2016 ; Radford, 2014). Par ailleurs, la littérature de recherche a révélé que les activités de généralisation jouent un rôle dans le développement de cette forme de pensée. Hélas, le bénéfice n'est pas atteint sur le terrain vu la vision restreinte des enseignants en la matière.

[17] Traduit de l'anglais : « Teachers who do not themselves know a subject well are not likely to have the knowledge they need to help students learn this content ».

C’est pourquoi nous avons souhaité étudier cette problématique bien présente dans les classes à la transition entre le primaire et le secondaire. Notre objectif était de voir **les connaissances mobilisées par les enseignants dans les activités de généralisation en vue de développer la pensée algébrique chez leurs élèves à la fin de l’école primaire et au début de l’enseignement secondaire.**

Pour mener à bien cette recherche, nous avons, dans un premier temps, étudié la revue de la littérature sur le sujet afin d’en dégager les points importants pour notre problématique. Sur la base de celle-ci, nous avons émis trois hypothèses afin de répondre à notre question de recherche. Après cela, nous avons élaboré un questionnaire papier-crayon et un guide d’entretien semi-dirigé que nous avons fait passer à un panel d’enseignants du primaire et du secondaire. Les résultats issus de ceux-ci ont été analysés, discutés et nous ont ainsi permis de valider nos hypothèses.

Cette étude apporte donc des preuves supplémentaires dans un domaine qui reste encore malheureusement sous-exploité. Le manque de connaissance des enseignants en fonction pour favoriser le développement de la pensée algébrique chez leurs élèves en recourant à des activités de généralisation est préoccupant.

Il serait donc intéressant de poursuivre les investigations avec un test davantage discriminant et quantitatif sur un échantillon plus large. C’est pourquoi une perspective intéressante à cette étude exploratoire serait d’exploiter les réponses apportées par les participants afin de déboucher sur des questionnaires plus fermés.

Bibliographie

Adihou, A. (2020). Nature analytique des raisonnements d'élèves au début du secondaire : qu'en est-il lors de la résolution de problèmes visant le développement de la pensée algébrique? *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 22* (1), 63–98. https://doi.org/10.7202/1070025ar

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching : What Makes It Special ? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y. M. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133-180. https://doi.org/10.3102/0002831209345157

Baumert, J., & Kunter, M. (2013). The COACTIV Model of Teachers' Professional Competence. *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers*, 25-48. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5149-5_2

Bednarz, N., Lafontaine, J., Auclair, M., Morelli, C., & Leroux, C. (2009). Pour une plus grande harmonisation dans la transition du primaire au secondaire en mathématiques. *Bulletin AMQ, 49(1)*, 7-18.

Blömeke, S., Suhl, U., Kaiser, G., & Döhrmann, M. (2012). Family background, entry selectivity and opportunities to learn : What matters in primary teacher education ? An international comparison of fifteen countries. *Teaching and Teacher Education, 28*(1), 44-55. https://doi.org/10.1016/j.tate.2011.08.006

Bronner A., (2015). Développement de la pensée algébrique avant la lettre - Apport des problèmes de généralisation et d'une analyse praxéologique. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT3, pp. 247-264.

Bronner, A., & Squalli, H. (2020). Le développement de la pensée algébrique avant l'introduction du langage algébrique conventionnel (Vol. 2). *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 22*(1), 1-10. https://doi.org/10.7202/1070022ar

Cai, J., & Knuth, E. (2011). *Early algebraization. A dialogue for multiple perspective*. New York : Springer

Callejo, M. L., & Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(4), 309-333. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9343-1

Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A. (1988). Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Students' Problem Solving in Elementary Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385-401. https://doi.org/10.2307/749173

Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school : Developing relational thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 37*(1), 53-59. https://doi.org/10.1007/bf02655897

Carraher, D. W., & Schliemann, A. L. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, pp. 669–705). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Demonty, I., Fagnant, A., & Vlassis, J. (2015). *Le développement de la pensée algébrique : Quelles différences entre les raisonnements mis en place par les élèves avant et après l'introduction de l'algèbre ?* Communication présentée à l'Espace mathématique francophone (EMF 2015), Alger, Algérie.

Demonty, I., Vlassis, J., & Fagnant, A. (2018b). Algebraic thinking, pattern activities and knowledge for teaching at the transition between primary and secondary school. *Educational Studies in Mathematics, 99*(1), 1-19. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9820-9

Demonty, I., & Fagnant, A. (2018). *Enseignement et apprentissage des mathématiques dans l'enseignement fondamental et secondaire inferieur – Partim 1. Notes de cours*. Liège : ULiège.

Demonty, I., & Fagnant, A. (2020). *Enseignement et apprentissage des mathématiques dans l'enseignement fondamental et secondaire inferieur – Partim 2. Notes de cours*. Liège : ULiège.

Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34, 12-25. https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.03.001

Depaepe, F., Torbeyns, J., Vermeersch, N., Janssens, D., Janssen, R., Kelchtermans, G., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2015). Teachers' content and pedagogical content knowledge on rational numbers : A comparison of prospective elementary and lower secondary school teachers. *Teaching and Teacher Education, 47*, 82-92. https://doi.org/10.1016/j.tate.2014.12.009

Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study *TEDS-M. ZDM, 44*(3), 325-340. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0432-z

Fédération Wallonie-Bruxelles. (2020). *Les indicateurs de l'enseignement*. Bruxelles.

Grugeon-Allys, B. & Pilet, J. (2017). Quelles connaissances et quels raisonnements en arithmétique favorisent l'entrée dans l'algèbre? *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20* (3), 106–130. https://doi.org/10.7202/1055730ar

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge : Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(4), 372-400.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator,8* (1), 139–151.

Kieran, C., Pang, J. S., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). Early Algebra. ICME-13 Topical Surveys. New York : Springer Open. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S., & Baumert, J. (2013). Teachers' Content Knowledge and Pedagogical Content Knowledge. *Journal of Teacher Education, 64*(1), 90-106. https://doi.org/10.1177/0022487112460398

Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., & Jordan, A. (2008). Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary mathematics teachers. *Journal of Educational Psychology, 100*(3), 716-725. https://doi.org/10.1037/0022-0663.100.3.716

Lafontaine, D., Jaegers, D. & Dupont, V. (2019). *Construction et analyse de questionnaires. Notes de cours.* Liège : Uliège

Larguier M. (2015). Première rencontre avec l'algèbre. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT3, pp.313-333.

Marchand, P., & Bednarz, N. (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin AMQ, Vol. XXXIX, n°4*. pp.30-42.

Mason, J. (1996). Expressing Generality and Roots of Algebra. *Approaches to Algebra*, 65-86. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_5

Ministère de la Communauté française. (1999). *Les Socles de compétences*. Bruxelles : Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique.

Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles. Communiqué. Résultats épreuve externe commune pour l'obtention du CEB 2019 - 6e primaire. Retrieved from http://enseignement.be/download.php?do_id=15352

Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles. Épreuve externe commune formation mathématique CE1D résultats. Retrieved from http://enseignement.be/download.php?do_id=15839

Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2000). An Investigation of Teachers' Beliefs of Students' Algebra Development. *Cognition and Instruction, 18*(2), 209-237. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1802_03

Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2000). Teachers' and Researchers' Beliefs about the Development of Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(2), 168. https://doi.org/10.2307/749750

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking : A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42(3), 237-268.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns : A semiotic perspective. Dans S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz et A Méndez (dir.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American chapter* (vol. 1, p. 2-21). Mérida, Mexico : Universidad Pedagógica Nacional.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction : a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM, 40*(1), 83-96. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0

Radford, L. (2013). The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Journal, 26*(2), 257-277. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Radford, L. (2014). The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Journal, 26*(2), 257-277. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Schmidt, S., & Bednarz, N. (1997). Raisonnements arithmétiques et algébriques dans un contexte de résolution de problèmes : difficultés rencontrées par les futurs enseignants. *Educational Studies in Mathematics*, 32(2), 127-155. https://doi.org/10.1023/a:1002946500851

Secrétariat Général de l'Enseignement Catholique. (2010). *Programme : Mathématiques 1er degré commun*. Bruxelles, Belgique.

Senk, S. L., Tatto, M. T., Reckase, M., Rowley, G., Peck, R., & Bankov, K. (2012). Knowledge of future primary teachers for teaching mathematics: an international comparative study. *ZDM, 44*(3), 307-324. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0400-7

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching : Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.

Squalli, H. (2015). La généralisation algébrique comme abstraction d'invariants essentiels. In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perpectives pour leur enseignement et leur apprentissage - Actes du congrès Espace EMF2015 – GT3, pp.346-356.

Squalli, H., Larguier, M., Bronner, A. & Adihou, A. (2020). Cadre d'analyse des raisonnements dans la résolution de problèmes algébriques de type partage inéquitable. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 22* (1), 36–62. https://doi.org/10.7202/1070024ar

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A. et Larguier, M. (2020). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires.* Québec : Livres en ligne du CRIRES. En ligne : https ://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-pensee-algebrique-lecole-primaire-et-au-début-du-secondaire-recherches

Stephens, A. C. (2008). What « counts » as algebra in the eyes of preservice elementary teachers? *The Journal of Mathematical Behavior, 27*(1), 33-47. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.12.002

Vlassis, J., Demonty, I. & Squalli, H. (2017). Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20*(3), 131–155. https://doi.org/10.7202/1055731ar

Table des figures

Table des annexes

Annexe 1 : Procédure de recrutement

Annexe 1.1. Recrutement via les réseaux sociaux

‼Recherche enseignants en primaire (5-6) et enseignants en secondaire inférieur en mathématiques ‼

Bonjour,

Dans le cadre de mon mémoire à l'université de Liège en Sciences de l'éducation, je suis à la recherche de 40 instits primaire en 5-6 et de 40 régents en mathématiques afin de compléter un questionnaire (30 minutes) concernant une étude sur la transition primaire - secondaire en mathématiques.

J'ai vraiment besoin de vous ! Si vous êtes d'accord de participer, merci de le dire dans ce post et je vous contacterai ou vous pouvez me contacter par mail : julie.trippaers@student.uliege.be

Merci 1000 fois pour votre aide !

Annexe 1.2. Recrutement via un courriel envoyé aux directions d'établissements scolaires

Bonjour,

Je suis enseignante en mathématiques au Centre Scolaire Sainte Julienne à Fléron. Il y a trois ans, j'ai repris un master à l'université de Liège en sciences de l'éducation et j'effectue cette année un mémoire sur la transition primaire - secondaire en mathématiques.

Je suis donc à la recherche d'enseignants en 5 – $6^{\text{ème}}$ primaire et en secondaire inférieur en mathématiques qui accepteraient de répondre à un questionnaire (environ 30 minutes).

Je vous joins l'information de l'étude.

Vos enseignants seraient-ils d'accord d'y participer ?

Je vous remercie d'avance pour votre aide,

Bien à vous,

Julie Trippaers

Annexe 2 : Lettre pour les participants

LIÈGE université
Psychologie, Logopédie
& Sciences de l'Éducation

Madame, Monsieur,

Étudiante à l'université de Liège, je réalise un mémoire en vue de l'obtention du diplôme de Master en Sciences de l'Éducation sous la supervision d'Isabelle Demonty, chercheuse au Service d'analyse des systèmes et des pratiques d'enseignement. La recherche menée aura pour objectif d'analyser les connaissances que les enseignants mobilisent face à des problèmes de généralisation pour développer la pensée algébrique chez des élèves de 10 à 14 ans. J'ai donc besoin d'instituteurs en $5^{\text{ème}}$ et $6^{\text{ème}}$ année primaire et de professeurs de mathématiques du secondaire inférieur.

Dans ce cadre, je vous remercie de bien vouloir consacrer une trentaine de minutes pour répondre au questionnaire ci-joint. La récolte des données ne sera utilisée que dans le cadre de ce travail de recherche et celles-ci ne seront donc exploitées à d'autres fins. De plus, votre participation se fera de manière anonyme et toutes les règles de confidentialité seront de ce fait respectées. Vous avez le droit de refuser de répondre à une question et vous pouvez choisir de cesser de participer à tout moment.

Le questionnaire est constitué de deux parties : une première partie abordant les caractéristiques de l'enseignant et une seconde permettant d'examiner vos connaissances pour enseigner les problèmes de généralisation.

Pour mener cette recherche à son terme et y apporter toute la qualité possible, je vous serai donc très reconnaissante d'y contribuer. Ce travail est d'une importance capitale pour moi, ainsi que pour vous, enseignant. C'est pourquoi, je m'engage à vous fournir les conclusions de mes investigations une fois celles-ci terminées, si vous le souhaitez.

Je reste à votre disposition pour tout complément d'informations.

En vous remerciant pour la confiance que vous voudrez bien m'accorder et l'attention que pour porterez à ce projet, veuillez agréer, Madame, Monsieur, l'expression de mes meilleurs sentiments .

Julie TRIPPAERS
0472/27.33.03
julie.trippaers@student.uliege.be

Annexe 3 : Formulaire d'information au volontaire

Faculté de Psychologie, Logopédie et des Sciences de l'Education
Comité d'éthique
PRESIDENTE : Fabienne COLLETTE
SECRETAIRE : Annick COMBLAIN

Formulaire d'information au volontaire

TITRE DE LA RECHERCHE

Comment soutenir la pensée algébrique des élèves de 10 à 14 ans dans les activités de généralisation ? Étude comparative des connaissances pour enseigner des instituteurs et des régents en Belgique francophone.

CHERCHEUR / ETUDIANT RESPONSABLE

TRIPPAERS JULIE, Étudiante ; 0472/27.33.03 ; julie.trippaers@student.uliege.be

PROMOTEUR

DEMONTY Isabelle

Université de Liège

Service d'analyse des systèmes et des pratiques d'enseignement (aSPe)
Faculté de Psychologie, Logopédie et des Sciences de l'Éducation
Université de Liège
Quartier Agora, Place des Orateurs, 2 - (bât. B32)
B-4000 Liège (Sart-Tilman) Belgique

DESCRIPTION DE L'ETUDE

Les recherches réalisées ces dernières années dans le domaine de l'articulation entre l'arithmétique et l'algèbre ont fait des avancées importantes : les difficultés des élèves pour passer d'un mode de pensée arithmétique à un mode de pensée algébrique sont actuellement bien connues. De plus, des environnements permettant d'assurer une transition entre l'arithmétique et l'algèbre ont été mis au point, particulièrement dans des domaines : les problèmes de partages inégaux et les activités de généralisation. Pourtant, malgré la diffusion de ces environnements particulièrement porteurs d'apprentissage dans les classes de la fin de l'école primaire et du début de l'enseignement secondaire, les élèves continuent à éprouver des difficultés à comprendre en profondeur les rudiments de l'algèbre. Une des raisons évoquées pour expliquer ces problèmes est liée au fait que l'efficacité de ces environnements repose sur la capacité des enseignants à analyser le mode de pensée des élèves, qui leur permettra d'exploiter au mieux ces situations. C'est dans ce contexte que se situe notre travail : l'objectif est de voir quelles connaissances les enseignants mobilisent dans des problèmes de généralisation en vue de développer la pensée algébrique chez leurs élèves à la fin de l'école primaire et au début de l'enseignement secondaire.

Concrètement, dans un premier temps, vous devrez répondre à un questionnaire qui vous sera envoyé par courrier ou par mail, en raison de la crise sanitaire. Celui-ci sera d'abord composé de questions fermées, où vous devrez cocher vos réponses. Il y aura aussi une série de questions ouvertes. D'une part, il vous sera demandé de résoudre des problèmes de généralisation, afin de voir comment vous appréhender, vous-mêmes, ces situations. Nous vous demanderons également d'analyser des démarches d'élèves, ou d'anticiper les réponses qu'ils risquent de fournir dans ce genre de situations. Enfin, certaines questions porteront davantage sur l'aide que vous pourriez leur apporter en vue de les aider à progresser dans leur démarche. Vous aurez besoin d'environ 30 minutes pour compléter ce questionnaire.
Ce questionnaire est envoyé à des enseignants de l'école primaire et du début de l'enseignement secondaire. Une fois les données recueillies, le chercheur comparera les réponses apportées par les deux publics d'enseignants, afin d'établir des profils de réponses, selon que les enseignants travaillent à la fin de l'école primaire ou au début de l'enseignement secondaire. Nous aimerions ensuite discuter avec certains enseignants de cette analyse, afin d'approfondir les résultats et de mieux comprendre les décisions prises par chacun des publics d'enseignants. Cela se réalisera sous la forme d'un entretien semi-structuré où nous demanderons à des enseignants de commenter les résultats observés en vue, par exemple, de mieux comprendre encore les positions des uns et des autres. Vous aurez préalablement signalé si vous souhaitez, ou non, participer à cette deuxième partie de l'enquête. Les questions porteront sensiblement sur les mêmes thématiques qu'au point précédent, mais avec cette volonté de disposer de données permettant d'aller plus loin dans l'analyse des réponses fournies par le biais de justifications et d'explications. Cet entretien durera 30 minutes et sera enregistré afin de faciliter l'analyse de données.

Section à garder et adapter si enregistrement audio ou vidéo du participant

Pour la seconde partie de l'étude, si vous souhaitez participer à un entretien pour approfondir vos réponses (seulement sur base volontaire), votre participation implique que vous soyez enregistré/filmé. Cet enregistrement est destiné à assurer un recueil complet et exact des données à traiter. Si vous avez donné votre accord en ce sens, cet enregistrement sera également utilisé à des fins cliniques, de recherche, d'enseignement (par exemple, de cours), de communication scientifique (par exemple, de conférences) et/ou de formation. Ces enregistrements seront conservés durant 2 ans sur un dispositif sécurisé [Disque dur externe, avec mot de passe, conservé à mon domicile].
Toutes les informations récoltées au cours de cette étude seront utilisées dans la plus stricte confidentialité et seuls les expérimentateurs, responsables de l'étude, auront accès aux données récoltées. Toutes les données acquises dans le cadre de cette étude seront traitées de façon anonyme[1]. L'anonymat sera assuré de la façon suivante. A partir de la première étape de l'étude (le recrutement) et tout au long de l'acquisition et du stockage des données, vos données se voient attribuer un code de participant (e.g. PRIM01 = Niveau d'enseignement, 001 = nom du participant ou SEC01 = Niveau d'enseignement, 001 = nom du participant). Seuls l'investigateur principal et la personne en charge du recrutement et de votre suivi auront accès

[1] L'anonymisation des données consiste à empêcher de faire un lien entre la personne ou l'entité qui a participé à l'étude et les données recueillies. Une première étape consiste à effacer le nom du fichier de données et à attribuer un code (tel que par exemple le numéro d'inclusion dans l'étude) ou un pseudonyme aux données. Ce code ou ce pseudonyme sera connu seulement de l'expérimentateur et du promoteur. Si une clé de décodage doit être conservée, elle doit se trouver dans un fichier et répertoire différent de celui où sont stockées les données recueillies, et doit être cryptée

à un fichier crypté, contenant votre nom, prénom, ainsi que vos coordonnées de contact. Ces personnes devront signer une déclaration de confidentialité. S'il est nécessaire de faire référence à un volontaire en particulier, ce ne sera qu'en utilisant des codes.
Les données codées issues de votre participation à cette recherche peuvent être transmises pour utilisation dans le cadre d'une autre recherche en relation avec cette étude-ci, et elles seront éventuellement compilées dans des bases de données accessibles uniquement à la communauté scientifique. Les données que nous partageons posséderont uniquement un numéro de code, de telle sorte que personne ne pourra en déduire votre nom ou quelles données sont les vôtres. En l'état actuel des choses, ces informations ne permettront pas de vous identifier. Si nous écrivons un rapport ou un article sur cette étude ou partageons les données, nous le ferons de telle sorte que vous ne pourrez pas être identifié directement. Nous garderons la partie privée de vos données (données d'identification comme nom, coordonnées, etc.) dans un endroit sûr pour un maximum de 1 année (durée nécessaire à la réalisation de l'étude). Après cette période de temps, nous détruirons ces informations d'identification pour protéger votre vie privée. Vos données privées conservées dans la base de données sécurisée sont soumises aux droits suivants : droits d'accès, de rectification et d'effacement de cette base de données. Pour exercer ces droits, vous devez vous adresser au chercheur responsable de l'étude ou, à défaut, au délégué à la protection des données de l'Université de Liège, dont les coordonnées se trouvent au bas du formulaire d'information. Les données issues de votre participation à cette recherche (données codées) seront quant à elles stockées pour une durée maximale de 15 ans.

Si vous changez d'avis et décidez de ne plus participer à cette étude, nous ne recueillerons plus de données supplémentaires vous concernant et vos données d'identification seront détruites. Seules les données rendues anonymes pourront être conservées et traitées de façon statistique.

Les modalités pratiques de gestion, traitement, conservation et destruction de vos données respectent le Règlement Général sur la Protection des Données (UE 2016/679), les droits du patient (loi du 22 août 2002) ainsi que la loi du 7 mai 2004 relative aux études sur la personne humaine. Toutes les procédures sont réalisées en accord avec les dernières recommandations européennes en matière de collecte et de partage de données. Ces traitements de données à caractère personnel seront réalisés dans le cadre de la mission d'intérêt public en matière de recherche reconnue à l'Université de Liège par le Décret définissant le paysage de l'enseignement supérieur et l'organisation académique des études du 7 novembre 2013, art.2.
Une assurance a été souscrite au cas où vous subiriez un dommage lié à votre participation à cette recherche. Le promoteur assume, même sans faute, la responsabilité du dommage causé au participant (ou à ses ayants droit) et lié de manière directe ou indirecte à la participation à cette étude. Dans cette optique, le promoteur a souscrit un contrat d'assurance auprès d'Ethias, conformément à l'article 29 de la loi belge relative aux expérimentations sur la personne humaine (7 mai 2004).

Vous signerez un consentement éclairé avant de prendre part à l'expérience. Vous conserverez une copie de ce consentement ainsi que les feuilles d'informations relatives à l'étude.

Cette étude a reçu un avis favorable de la part du comité d'éthique de la faculté de psychologie, logopédie et des sciences de L'éducation de l'Université de Liège et du comité d'éthique FPLSE Universitaire de Liège. En aucun cas, vous ne devez considérer cet avis favorable comme une incitation à participer à cette étude.

Personnes à contacter

Vous avez le droit de poser toutes les questions que vous souhaitez sur cette recherche et d'en recevoir les réponses.
Si vous avez des questions ou en cas de complication liée à l'étude, vous pouvez contacter les personnes suivantes :

TRIPPAERS Julie
0472/27.33/03
julie.trippaers@student.uliege.be

ou l'investigateur principal du projet :

DEMONTY Isabelle
Email: Isabelle.Demonty@uliege.be
Téléphone : 04/366.47.70
Adresse : Université de Liège
Quartier Agora, Place des Orateurs, 2 - (bât. B32)
B-4000 Liège (Sart-Tilman) Belgique

Pour toute question, demande d'exercice des droits ou plainte relative à la gestion de vos données à caractère personnel, vous pouvez vous adresser au délégué à la protection des données par e-mail (dpo@uliege) ou par courrier signé et daté adressé comme suit :
Monsieur le Délégué à la protection des données
Bât. B9 Cellule "GDPR",
Quartier Village 3,
Boulevard de Colonster 2,
4000 Liège, Belgique.

Vous disposez également du droit d'introduire une réclamation auprès de l'Autorité de protection des données (https://www.autoriteprotectiondonnees.be, contact@apd-gba.be).

Annexe 4 : Consentement éclairé pour des recherches impliquant des participants humains

Faculté de Psychologie, Logopédie et des Sciences de l'Education

Comité d'éthique
PRESIDENTE : Fabienne COLLETTE
SECRETAIRE : Annick COMBLAIN

CONSENTEMENT ECLAIRE

POUR DES RECHERCHES IMPLIQUANT DES PARTICIPANTS HUMAINS

Titre de la recherche	Comment soutenir la pensée algébrique des élèves de 10 à 14 ans dans les activités de généralisation ? Étude comparative des connaissances pour enseigner des instituteurs et des régents en Belgique francophone.
Chercheur responsable	Julie Trippaers
Promoteur	Isabelle Demonty
Service et numéro de téléphone de contact	Service d'analyse des systèmes et des pratiques d'enseignement - aSPe Contact : 04/366.47.70

- *Je, soussigné(e) ……………………………………………………………………………………………………… déclare :*
- avoir reçu, lu et compris une présentation écrite de la recherche dont le titre et le chercheur responsable figurent ci-dessus ;
- avoir pu poser des questions sur cette recherche et reçu toutes les informations que je souhaitais.
- avoir reçu une copie de l'information au participant et du consentement éclairé.

J'ai compris que :

- je peux à tout moment mettre un terme à ma participation à cette recherche sans devoir motiver ma décision ni subir aucun préjudice que ce soit. Les données codées acquises resteront disponibles pour traitements statistiques.
- je peux demander à recevoir les résultats globaux de la recherche mais je n'aurai aucun retour concernant mes performances personnelles.
- je peux contacter le chercheur pour toute question ou insatisfaction relative à ma participation à la recherche.

- des données me concernant seront récoltées pendant ma participation à cette étude et que le chercheur/mémorant responsable et le promoteur de l'étude se portent garants de la confidentialité de ces données. Je conserve le droit de regard et de rectification sur mes données personnelles (données démographiques). Je dispose d'une série de droits (accès, rectification, suppression, opposition) concernant mes données personnelles, droits que je peux exercer en prenant contact avec le Délégué à la protection des données de l'institution dont les coordonnées se trouvent sur la feuille d'information qui m'a été remise. Je peux également lui adresser toute doléance concernant le traitement de mes données à caractère personnel. **Je dispose également du droit d'introduire une réclamation auprès de l'Autorité de protection des données (https://www.autoriteprotectiondonnees.be, contact@apd-gba.be).**
- les données à caractère personnel ne seront conservées que le temps utile à la réalisation de l'étude visée, c'est-à-dire pour un maximum de 2 ans.

Je consens à ce que :

- les données anonymes recueillies dans le cadre de cette étude soient également utilisées dans le cadre d'autres études futures similaires, y compris éventuellement dans d'autres pays que la Belgique.
- les données anonymes recueillies soient, le cas échéant, transmises à des collègues d'autres institutions pour des analyses similaires à celles du présent projet ou qu'elles soient mises en dépôt sur des répertoires scientifiques accessibles à la communauté scientifique uniquement.
- mes données personnelles soient traitées selon les modalités décrites dans la rubrique traitant de garanties de confidentialité du formulaire d'information.

J'autorise le chercheur responsable à m'enregistrer / me filmer à des fins de recherche : OUI – NON

Je consens à ce que cet enregistrement soit également utilisé à des fins :

- d'enseignement (par exemple, présentation dans le cadre de cours) : OUI-NON
- de formation (y compris sur le site intranet du Service d'Analyse des Systèmes et des Pratiques d'Enseignement, uniquement accessible par un identifiant et un mot de passe) : OUI-NON
- cliniques : OUI-NON
- de communication scientifique aux professionnels (par exemple, de conférences) : OUI-NON

En conséquence, je donne mon consentement libre et éclairé pour être participant à cette recherche.

Lu et approuvé,

Date et signature

Chercheur responsable

- Je soussigné, Julie TRIPPAERS, chercheur responsable, confirme avoir fourni oralement les informations nécessaires sur l'étude et avoir fourni un exemplaire du document d’information et de consentement au participant.
- Je confirme qu'aucune pression n'a été exercée pour que la personne accepte de participer à l'étude et que je suis prêt à répondre à toutes les questions supplémentaires, le cas échéant.
- Je confirme travailler en accord avec les principes éthiques énoncés dans la dernière version de la « Déclaration d’Helsinki », des « Bonnes pratiques Cliniques » et de la loi belge du 7 mai 2004, relative aux expérimentations sur la personne humaine, ainsi que dans le respect des pratiques éthiques et déontologiques de ma profession.

Nom, prénom du chercheur responsable | Date et signature

TRIPPAERS Julie | 16/03/2021

Annexe 5 : Questionnaire

Partie 1 : Analyse du profil de l'enseignant

1. **Quel âge avez-vous ?**
   - ☐ Entre 20 et 25 ans
   - ☐ 26 – 35 ans
   - ☐ 36 – 45 ans
   - ☐ Plus de 45 ans
2. **Êtes-vous un homme ou une femme ?**
   - ☐ Homme
   - ☐ Femme
3. **A quel niveau enseignez-vous ?**
   - ☐ Primaire
   - ☐ Secondaire
4. **Dans quelle année scolaire enseignez-vous ? (Vous pouvez cocher plusieurs cases)**
   - ☐ 5ème primaire
   - ☐ 6ème primaire
   - ☐ 1ère secondaire
   - ☐ 2ème secondaire
   - ☐ 3ème secondaire
5. **Depuis combien d'années enseignez-vous ?**
   - ☐ Moins de 5 ans
   - ☐ Entre 5 et 10 ans
   - ☐ Entre 10 et 20 ans
   - ☐ Plus de 20 ans
6. **Avez-vous suivi des formations portant sur la transition primaire – secondaire dans le domaine des nombres et opérations durant votre carrière ?**
   - ☐ Oui
   - ☐ Non

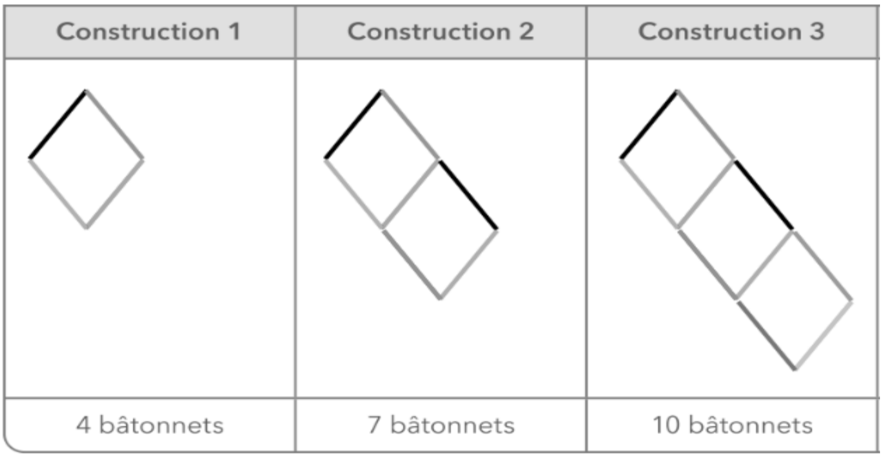
   Si oui, veuillez préciser.

   ……………………………………………………………………………………………...

Partie 2 : Analyse des connaissances du participant pour enseigner les problèmes de généralisation

QUESTION 7

Résolvez le problème suivant en répondant aux questions ci-dessous.



7.1. Combien de bâtonnets contiendra la 7ème construction ?

7.2. Combien de bâtonnets contiendra la 25ème construction ?

7.3. Quel numéro de construction contiendra 100 bâtonnets ?

7.4. Face à ce type de problème, prédisez <u>une idée fausse des élèves</u> qui se produit fréquemment et expliquez le raisonnement sous-jacent.

Déterminez ensuite une stratégie pédagogique pour surmonter cette idée fausse.

7.5. A quel moment de la scolarité pourriez-vous envisager de proposer cette activité aux élèves ?

- ☐ 5 – 6$^{\text{ème}}$ primaire
- ☐ 1 – 2$^{\text{ème}}$ secondaire

Justifiez brièvement votre choix.

7.6. Vous arrive-t-il de proposer ce type de tâches à vos élèves ?

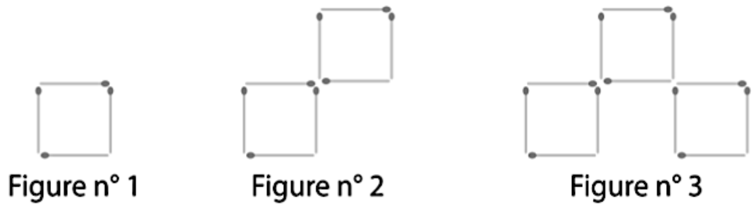
- ☐ Oui
- ☐ Non

7.7. Quels objectifs et quelles compétences poursuivriez-vous avec ce type d'activité dans vos classes ?

QUESTION 8

Résolvez le problème suivant en répondant aux questions ci-dessous.

Tu formes des suites avec des allumettes de la manière suivante :



8.1. De combien d'allumettes aurez-vous besoin pour former 100 carrés ?

8.2. Vous avez 124 allumettes en main. Combien de carrés pourrez-vous créer en les utilisant toutes ?

8.3. Donnez la formule qui vous permet de retrouver le nombre d'allumettes (a) en fonction du numéro de la figure (n).

8.4. Selon vous, qu'est-ce qui pourrait aider un élève qui ne parvient pas à trouver la formule de généralisation demandée à la question précédente ?

8.5. A quel moment de la scolarité pourriez-vous envisager de proposer cette activité aux élèves ?

- ☐ 5 – 6$^{\text{ème}}$ primaire
- ☐ 1 – 2$^{\text{ème}}$ secondaire

Justifiez brièvement votre choix.

8.6. Quelle est <u>l'erreur typique la plus probable</u> que les élèves pourraient commettre à la question : « Combien de carrés pouvons-nous construire avec 64 allumettes ? » ? Justifiez.

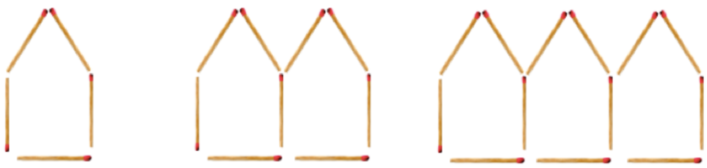
8.7. Comment mèneriez-vous cette activité en classe afin de répondre aux 3 questions qui pourraient être demandées à des élèves (8.1 – 8.2 – 8.3) à savoir :

- *De combien d'allumettes aurez-vous besoin pour former 100 carrés ?*
- *Vous avez 124 allumettes en main. Combien de carrés saurez-vous créer en les utilisant toutes ?*
- *Donnez la formule qui vous permet de retrouver le nombre d'allumettes (a) en fonction du numéro de la figure (n).*

QUESTION 9

Voici l'énoncé d'un problème « les maisons en allumettes » qui a été proposé à des <u>élèves de 1ère secondaire</u>. Plusieurs de leurs raisonnements vous sont présentés ci-dessous.

Avec des allumettes, on veut construire une succession de maisons comme le montre le dessin ci-dessous :



ARTHUR dit qu'il est capable de trouver la quantité d'allumettes nécessaires à la construction de n'importe quel nombre de maisons. Trouvez comment fait ARTHUR.

Voici la réponse fournie par <u>l'élève A</u>. Répondez aux questions ci-dessous.

Chaque maison a 5 allumettes donc on doit chaque fois faire fois 5.
Si une maison a 5 allumettes, alors 4 maisons ont 20 allumettes.
On fait : nombre de maison x 5 = nombre d'allumettes

9.1. Quelle note attribueriez-vous à l'élève A pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2).

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

Justifiez votre choix.

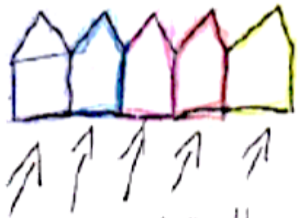
9.2. Que pensez-vous du raisonnement mis en place par l'élève A dans ce cas-ci ?

9.3. Comment pourriez-vous aider cet élève afin d'améliorer son raisonnement ?

Voici la réponse fournie par <u>l'élève B</u>. Répondez aux questions ci-dessous.

Arthur fait une maison de 5 alumettes et après il fait +4, +4, +4...

entre chaque deux maisons il y a une alumette en commun



5 + 4 + 4 + 4 + 4 = 21

Conclusion : Alors pour une maison il faut 5 alumettes mais pour 2 maisons il en faut neuf alumettes car 5+4=9 (les maisons sont colés)

par example pour 20 maisons il faut 81 alumettes car 5+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4 = 81

pour chaque maisons la première est de 5 alumettes et les autres de 4 alumettes

9.4. Quelle note attribueriez-vous à l'élève B pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2).

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

Justifiez votre choix.

9.5. Que pouvez-vous dire concernant le raisonnement de l'élève B ?

9.6. Cet élève ne donne pas une formule pour déterminer le nombre d'allumettes nécessaires à la construction de n'importe quel nombre de maisons. Sur la base de son raisonnement (Élève B), comment l'amèneriez-vous à dégager cette formule ?

Voici la réponse fournie par <u>l'élève C</u>. Répondez aux questions ci-dessous.

y × 5 − 1 = le nombre d'allumettes par y

y = nombre de maison.

<u>Conclusion</u>: Si il y à 5 allumettes dans une maison,
Quand on en colle une autre à côter ~~des~~,
, on enlève un allumette de la deuxième
maison (on enlève celle qui touche la première)

Exemple :  le traie rouge fait partie de la première
maison mais aussi de la deuxième.

. Si il y a 150 maison, 1 maison 5 allumette
pour 2 maison 9 allumettes donc il faut en enlevé une

150 × 5 = 750 − 1 = 749

9.7. Quelle note attribueriez-vous à l'élève C pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2).

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

Justifiez votre choix.

9.8. Quel(s) commentaire(s) feriez-vous à cet élève ?

9.9. L'élève C écrit à la fin de son raisonnement : « 150 x 5 = 750 – 1 = 749 ». Cette écriture est-elle correcte selon vous ?

- ☐ Oui
- ☐ Non

Justifiez votre réponse avec un regard mathématique.

QUESTIONS SUPPLEMENTAIRES

<u>QS1 :</u> Afin d'aller plus loin dans l'analyse de vos réponses, accepteriez-vous d'être contacté afin de prolonger votre participation en répondant à quelques questions lors d'un entretien semi-dirigé à distance d'une durée approximative de 30 minutes ?

- ☐ Oui
- ☐ Non

<u>QS2 :</u> Souhaitez-vous recevoir les conclusions de ce travail de recherche ?

- ☐ Oui
- ☐ Non

Merci pour votre participation !

Annexe 6 : Guide de codage de chaque item du questionnaire

Le tableau suivant présente les caractéristiques de chaque question en référence aux dimensions investiguées dans le questionnaire.

Dimension 1 : Caractéristiques de l'enseignant	Âge	Item 1
	Genre	Item 2
	Niveau d'enseignement et année(s) scolaire(s) où l'enseignant enseigne	Items 3 - 4
	Ancienneté	Item 5
	Participation à des formations sur le thème investigué dans l'enquête	Item 6
Dimension 2 : Connaissances pour enseigner	Connaissances de contenu (CK)	Items 7.1 ; 7.2 ; 7.3 ; 8.1 ; 8.2 ; 8.3 ; 9.9
	Connaissances pédagogiques de contenu (PCK) – aspects liés aux démarches des élèves (KCS)	Items 7.4 ; 8.4 ; 8.6 ; 9.1 ; 9.2 ; 9.3 ; 9.4 ; 9.5 ; 9.7
	Connaissances pédagogiques de contenu (PCK) – aspects liés aux stratégies d'enseignement (KCT)	Items 7.5 ; 7.6 ; 7.7 ; 8.5 ; 8.7 ; 9.6 ; 9.8

Item 7.1	**Réponse souhaitée**
Combien de bâtonnets contiendra la 7ème construction ?	La réponse attendue est **22 bâtonnets**.
Guide de codage	
1 si le participant donne 22 comme réponse, quel que soit son raisonnement. **0** si le participant fournit une autre réponse.	

Item 7.2	**Réponse souhaitée**
Combien de bâtonnets contiendra la 25ème construction ?	La réponse attendue est **76 bâtonnets**.
Guide de codage	
1 si le participant donne 76 comme réponse, quel que soit son raisonnement. **0** si le participant fournit une autre réponse.	

Item 7.3	Réponse souhaitée
Quel numéro de construction contiendra 100 bâtonnets ?	La réponse attendue est la **33ème construction**.
Guide de codage	
1 si le participant donne 33 comme réponse, quel que soit son raisonnement. **0** si le participant fournit une autre réponse.	

Item 7.4	Réponse souhaitée
Face à ce type de problème, prédisez une <u>idée fausse des élèves</u> qui se produit fréquemment et expliquez le raisonnement sous-jacent. Déterminez ensuite une stratégie pédagogique pour surmonter cette idée fausse.	Une idée fausse peut être justifiée par un exemple d'induction naïve (Radford, 2008). L'élève n'utilise qu'un motif pour trouver les autres constructions, ou applique une règle erronée de proportionnalité.
Guide de codage	
1 si le participant évoque une idée fausse faisant intervenir une induction naïve. **0** si le participant fournit une réponse qui n'est pas en lien avec la littérature de recherche ou qui n'évoque pas une idée fausse précise en lien avec cette activité. **Exemples de réponses non acceptées :** - Il est difficile pour les élèves de trouver une suite logique, de comptage. - C'est difficile pour les élèves car c'est trop abstrait. - L'élève ne comprend pas qu'ajouter une construction, c'est faire + 3 bâtonnets. - Les élèves se trompent dans les opérations. => *Cette réponse n'est pas acceptée car des erreurs de calculs peuvent intervenir dans toutes les matières.*	

Item 7.5	**Réponse souhaitée**
A quel moment de la scolarité pourriez-vous envisager de proposer cette activité aux élèves ? ☐ 5 – $6^{\text{ème}}$ primaire ☐ 1 – $2^{\text{ème}}$ secondaire Justifiez brièvement votre choix.	Cette activité est issue d'un manuel de $6^{\text{ème}}$ primaire. Vu qu'il n'est pas demandé de généraliser à l'aide d'une formule, nous nous attendons à ce que les enseignants situent ce problème en $5^{\text{ème}}$ – $6^{\text{ème}}$ primaire.
Guide de codage	
2 si le participant répond 5 – $6^{\text{ème}}$ primaire et le justifie en évoquant qu'il n'y a pas de généralisation. **1** si le participant répond 1 – $2^{\text{ème}}$ secondaire. **0** si le participant justifie que cette activité ne peut être vue dans le primaire, si le participant répond que ce n'est possible qu'en secondaire car il est difficile de trouver une formule, s'il parle de calcul littéral ou de l'introduction à la notion de calcul algébrique. **Exemples de réponses non acceptées :** - Cela me semble trop tôt en primaire car il manque le calcul littéral.	

Item 7.6	**Réponse souhaitée**
Vous arrive-t-il de proposer ce type de tâches à vos élèves ? ☐ Oui ☐ Non	Ces activités, appelées plus communément problèmes de dénombrement dans les programmes de l'enseignement primaire et secondaire, sont présentes dans les manuels scolaires des deux niveaux. La réponse attendue à cette question est donc « oui ».
Guide de codage	
1 si le participant répond par l'affirmative. **0** si le participant répond par la négative.	

Item 7.7	Réponse souhaitée
Quels objectifs et quelles compétences poursuivriez-vous avec ce type d'activité dans vos classes ?	Les réponses souhaitées sont les suivantes : - Observer des régularités. - Identifier un objectif de généralisation. - Diverses démarches possibles. - Problèmes qui impliquent des indéterminées. - Utilisation d'ostensifs pour nommer les nombres inconnus. - Tester et prouver des règles (savoir articuler le numérique et l'algébrique).
Guide de codage	
1 si le participant donne au moins une réponse souhaitée parmi celles citées ci-dessus. **0** si le participant donne une autre réponse que celles attendues, par exemple si les enseignants voient cette activité dans le seul but de dénombrer et de calculer des motifs proches (objectif de cette activité dans les programmes de l'enseignement fondamental). **Exemples de réponses non acceptées :** - Manipuler et développer une certaine logique. - Résoudre des tâches complexes. - Se surpasser et travailler l'abstraction. - Les équations. - Dénombrer des suites logiques.	

Item 8.1	Réponse souhaitée
De combien d'allumettes aurez-vous besoin pour former 100 carrés ?	La réponse attendue est **400 allumettes**.
Guide de codage	
1 si le participant donne 400 comme réponse, quel que soit son raisonnement. **0** si le participant fournit une autre réponse.	

Item 8.2	**Réponse souhaitée**
Vous avez 124 allumettes en main. Combien de carrés pourrez-vous créer en les utilisant toutes ?	La réponse attendue est **31 carrés**.
Guide de codage	
1 si le participant donne 31 comme réponse, quel que soit son raisonnement. **0** si le participant fournit une autre réponse.	

Item 8.3	**Réponse souhaitée**
Donnez la formule qui vous permet de retrouver le nombre d'allumettes (a) en fonction du numéro de la figure (n).	La réponse attendue est a = 4n ou toute autre expression équivalente.
Guide de codage	
1 si le participant répond a = 4n ou toute autre expression équivalente. **0** si le participant fournit une autre réponse.	

Item 8.4	**Réponse souhaitée**
Selon vous, qu'est-ce qui pourrait aider un élève qui ne parvient pas à trouver la formule de généralisation demandée à la question précédente ?	Les réponses souhaitées sont les suivantes : - Tableau de valeurs avec le lien entre le numéro de la figure et le nombre d'allumettes. - Travailler sur le dessin.
Guide de codage	
1 si le participant donne au moins une réponse souhaitée parmi celles citées ci-dessus. **0** si le participant donne une autre réponse que celles attendues **Exemples de réponses non acceptées :** - Dessiner jusqu'à faire le lien. => *Cela peut être long si l'élève ne trouve jamais le lien.* - C'est trop difficile de généraliser en primaire. - La maturité pour pouvoir abstraire. => *L'enseignant n'a aucun contrôle là-dessus.*	

- Dessiner la progression, tracer des flèches en indiquant l'opération pour passer d'une figure à l'autre et dégager la répétition de cette opération. => *Cela amène un lien entre des dessins successifs et non entre le numéro de la figure et le nombre d'allumettes.* - Lui expliquer que dans la plupart des exercices de dénombrement, la formule commence en multipliant le numéro de la figure par le nombre d'éléments ajoutés pour obtenir la figure suivante. Ensuite, on regarde dans le tableau combien il faut ajouter ou retirer pour obtenir la valeur indiquée. => *Démarche théorique à refuser car l'élève travaille comme un robot et ne comprend pas pourquoi il aboutit à une telle formule.*

Item 8.5	**Réponse souhaitée**
A quel moment de la scolarité pourriez-vous envisager de proposer cette activité aux élèves ? ☐ 5 – 6ème primaire ☐ 1 – 2ème secondaire Justifiez brièvement votre choix.	Cette activité est issue d'un manuel de 1ère secondaire. Vu qu'il est demandé de généraliser à l'aide d'une formule algébrique, nous nous attendons à ce que les enseignants situent ce problème en 1ère – 2ème secondaire.
Guide de codage	
2 si le participant répond 1 – 2ème secondaire. **1** si le participant répond 5-6ème primaire en justifiant que la formule est simple à trouver vu qu'elle fait intervenir les multiples de 4. **0** si le participant répond 5 – 6ème primaire sans justification quant à la formule demandée.	

<table>
<tr><th>Item 8.6</th><th>Réponse souhaitée</th></tr>
<tr><td>Quelle est l’erreur typique la plus probable que les élèves pourraient commettre à la question : « Combien de carrés pouvons-nous construire avec 64 allumettes ? » ? Justifiez.</td><td>Cette question fait intervenir le processus inverse, qui est souvent source de difficultés chez les élèves. Une réponse attendue est donc que l’élève ne parvient pas à saisir le processus inverse et fait 64 . 4 = 256.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Guide de codage</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 si le participant évoque une difficulté liée au processus inverse.
0 si le participant n’évoque pas le processus inverse dans sa justification. Une réponse non admise serait de mentionner une erreur de calcul car cela n’est pas en lien direct avec l’énoncé étant donné que les élèves peuvent en commettre dans toutes les matières.
Exemples de réponses non acceptées :
- Erreurs au niveau des tables de multiplication.
- Erreurs de calculs.
- Exercice trop simple que pour commettre une erreur.
- S’ils ont réussi avec 124 allumettes, il n’y pas de raison d’échouer avec 64.
- En primaire, nous n’utilisons pas beaucoup les carrés de nombres.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Item 8.7</th><th>Réponse souhaitée</th></tr>
<tr><td>Comment mèneriez-vous cette activité en classe afin de répondre aux 3 questions qui pourraient être demandées à des élèves (8.1 – 8.2 – 8.3) à savoir :
- De combien d’allumettes aurez-vous besoin pour former 100 carrés ?
- Vous avez 124 allumettes en main. Combien de carrés saurez-vous créer en les utilisant toutes ?
- Donnez la formule qui vous permet de retrouver le nombre d’allumettes (a) en fonction du numéro de la figure (n).</td><td>Les enseignants expriment, avec leurs mots, les points suivants :
- Pour généraliser, ils repèrent un point commun dans les premiers motifs de la séquence, ils le généralisent à tous les motifs de la séquence et ils prouvent ensuite cette règle. Fonctionne-t-elle pour chaque motif ?
- La formule à laquelle aboutir est a = 4n. Elle peut néanmoins être exprimée de différentes manières et n’est pas obligatoirement sous la</td></tr>
</table>

	forme d'une généralisation symbolique. - Développement de la pensée multiplicative. - Utilisation du visuel et du numérique pour faire découvrir la généralisation aux élèves (stratégies spatiales – stratégies numériques). - La variété des démarches possibles.
Guide de codage	
Nous avons constaté que les réponses étaient beaucoup vagues et donc difficiles à coder. Il était compliqué de dégager des tendances utiles pour vérifier nos hypothèses et répondre à notre question de recherche. Cette question n'a donc pas été codée.	

Item 9.1	**Réponse souhaitée**
Quelle note attribueriez-vous à l'élève A pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2). ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 Justifiez votre choix.	Le raisonnement est incorrect.
Guide de codage	
2 si le participant attribue la note de 0 à l'élève. **1** si le participant attribue la note de 1 à l'élève en justifiant que tout son raisonnement est incorrect. **0** si le participant attribue la note de 1 à l'élève en ne justifiant pas que le raisonnement est incorrect ou s'il attribue la note de 2 à l'élève.	

Item 9.2	Réponse souhaitée
Que pensez-vous du raisonnement mis en place par l'élève A dans ce cas-ci ?	Les enseignants expriment, avec leurs mots, les points suivants : - Induction naïve où l'élève ne tient compte que du premier motif. Il applique alors une règle de proportionnalité. - Il ne tient pas compte des invariants, à savoir que la première maison a 5 allumettes mais qu'après, elle n'en ont que 4 de plus. - L'élève utilise un exemple puis généralise à partir de celui-ci, en langage naturel.
Guide de codage	
1 si le participant donne au moins une réponse souhaitée parmi celles citées ci-dessus. **Exemples d'autres réponses de participants acceptées :** - Il n'a pas pris le temps de vérifier si c'était juste sur les trois premiers dessins => *Réponse acceptée même si c'était attendu à la prochaine question.* **0** si le participant ne donne aucune réponse citée ci-dessus. **Exemples de réponses non acceptées :** - Son raisonnement est incomplet. - Son raisonnement est logique. - Il a compris la répétition de l'opération. - Il est allé trop vite.	

<table>
<tr><th>Item 9.3</th><th>Réponse souhaitée</th></tr>
<tr><td>Comment pourriez-vous aider cet élève afin d’améliorer son raisonnement ?</td><td>Les enseignants expriment, avec leurs mots, les points suivants :
- Utilisation du dessin pour se rendre compte que le raisonnement est erroné.
- Essai de la généralisation de l’élève dans des cas proches, afin de se rendre compte que la démarche est erronée.
- Utilisation du visuel et du numérique dans les premiers motifs pour déterminer une règle.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Guide de codage</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 si le participant donne au moins une réponse souhaitée parmi celles citées ci-dessus.
0 si le participant ne donne aucune réponse citée ci-dessus.
Exemples de réponses non acceptées :
- Donner du matériel à l’élève.
- Le faire manipuler, toucher.
- L’aider à faire un lien entre chaque dessin => Quelle est l’aide concrète ? Comment l’aider à faire un lien entre chaque dessin ?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Item 9.4</th><th>Réponse souhaitée</th></tr>
<tr><td>Quelle note attribueriez-vous à l’élève B pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2).
☐ 0
☐ 1
☐ 2
Justifiez votre choix.</td><td>La réponse est oui, le raisonnement est correct, bien que l’élève ne généralise pas pour n’importe quel nombre de maisons, comme cela est demandé dans la consigne. Elle peut donc être nuancée. Il ne donne pas de formule générale. Il reste dans une généralisation factuelle.
Nous pouvons donc nous attendre à ce que les instituteurs trouvent cette réponse correcte, alors qu’il manquera une généralisation symbolique pour les régents. La variété des justifications fera donc la richesse de cette question.
Il n’est pas demandée explicitement dans la consigne de fournir une formule, mais de trouver la quantité d’allumettes pour n’importe quel nombre de maisons. L’élève utilise un exemple pour généraliser. Bien qu’il choisit un grand nombre, il n’explique pas clairement ce qu’il faut faire.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Guide de codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">2 si le participant attribue la note de 1 à l’élève en justifiant, avec ses mots, qu’il ne donne pas de formule générale pour trouver pour n’importe quel nombre de maisons.
1 si le participant attribue la note de 2 à l’élève.
0 si le participant attribue la note de 0 à l’élève.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Item 9.5</th><th>Réponse souhaitée</th></tr>
<tr><td>Que pouvez-vous dire concernant le raisonnement de l’élève B ?</td><td>Les enseignants expriment, avec leurs mots, les points suivants :
- Raisonnement de type arithmétique, on ajoute chaque fois 4 au motif précédent.
- Il reste donc très lié au contexte, en expliquant comment il faut faire.
- Expression en lien avec motif précédent.
- Cela permet de trouver des figures proches, mais pas lointaines.
- L’élève identifie les invariants mais il éprouve des difficultés difficile à généraliser le processus.
- Il utilise un exemple pour justifier et généraliser (généralisation factuelle), mais il utilise un nombre plus grand, pour laisser penser à une forme de généralisation.
- Début d’une pensée algébrique car l’élève a repéré des invariants : pour une maison, on a 5 allumettes puis pour les suivantes, on en ajoute chaque fois 4.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Guide de codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">1 si le participant donne au moins une réponse souhaitée parmi celles citées ci-dessus.
0 si le participant ne donne aucune réponse citée ci-dessus.
Exemples de réponses non acceptées :
- Raisonnement mathématique logique et adéquat.
- Il décompose le calcul.
- Raisonnement complet, cohérent et bien exprimé.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Item 9.6</th><th>Réponse souhaitée</th></tr>
<tr><td>Cet élève ne donne pas une formule pour déterminer le nombre d’allumettes nécessaires à la construction de n’importe quel nombre de maisons. Sur la base de son raisonnement (Élève B), comment l’amèneriez-vous à dégager cette formule ?</td><td>Les enseignants expriment, avec leurs mots, les points suivants :
- Inciter à la pensée multiplicative, sur base du visuel et du numérique.
- Établir un lien entre le nombre de maisons et d’allumettes en s’aidant des différents types de support (dessin et numérique), afin de dépasser cette dépendance de la connaissance des termes précédents.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Guide de codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">1 si le participant donne au moins une réponse souhaitée parmi celles citées ci-dessus.
0 si le participant ne donne aucune réponse citée ci-dessus.
Exemples de réponses non acceptées :
- Faire comprendre les limites de sa méthode si on a un grand nombre de maisons => Il ne répond pas à la question de comment l’amener à dégager cette formule.
- Faire 7 maisons avec 5 allumettes, enlever chaque fois une allumette aux maisons communes et trouver la formule (x.5) - (x-1) => Il ne part pas de son raisonnement.
- Écrire le nombre d’allumettes en dessous de chaque dessin, faire un tableau et expliquer le rôle de la raison et comment l’insérer dans la formule => Très théorique et ne part pas de son raisonnement.
- Combien d’allumettes pour 10, pour 100, pour 500 afin de le forcer à raisonner verticalement => Concrètement, que faire par rapport à son raisonnement pour qu’il y parvienne ?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Item 9.7</th><th>Réponse souhaitée</th></tr>
<tr><td>Quelle note attribueriez-vous à l'élève C pour sa résolution ? Cochez une note (0, 1 ou 2).
☐ 0
☐ 1
☐ 2
Justifiez votre choix.</td><td>La résolution de l'élève est incorrecte.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Guide de codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">2 si le participant a attribué la note de 0 à l'élève.
1 si le participant a attribué la note de 1 à l'élève en justifiant que le raisonnement est incorrect.
0 si le participant a attribué la note de 1 sans justifier que la résolution est incorrecte ou la note de 2 à l'élève.</td></tr>
</table>

Item 9.8	Réponse souhaitée
Quel(s) commentaire(s) feriez-vous à cet élève ?	Les enseignants expriment, avec leurs mots, les points suivants : - L'élève généralise en utilisant une lettre (généralisation symbolique) mais sa formule est fausse. - Il essaye d'utiliser un exemple générique avec un grand nombre (généralité fonctionnelle). - L'élève ne teste pas sa formule dans des cas proches afin de se rendre compte que sa réponse est incorrecte. - L'enseignant peut déjà soumettre ici que l'égalité en fin de raisonnement est incorrecte.
Guide de codage	
1 si le participant donne au moins une réponse souhaitée parmi celles citées ci-dessus. **0** si le participant ne donne aucune réponse citée ci-dessus. **Exemples d'autres réponses de participants acceptées :** - Le dessin n'est pas en accord avec la formule. Il a mis en couleur les côtés communs, et on voit que pour 3 maisons, il y a 2 côtés communs donc son expression ne tient plus la route. - La formule de généralisation ne correspond pas à la réflexion. **Exemples de réponses non acceptées :** - L'élève a bien raisonné. - Correction de l'élève en ne partant pas du raisonnement qu'il a proposé. - Dessiner jusqu'à comprendre la logique de cet exercice.	

<table>
<tr><th>Item 9.9</th><th>Réponse souhaitée</th></tr>
<tr><td>L’élève C écrit à la fin de son raisonnement : « 150 x 5 = 750 – 1 = 749 ». Cette écriture est-elle correcte selon vous ?
☐ Oui
☐ Non

Justifiez votre réponse avec un regard mathématique.</td><td>La réponse attendue est non.
L’égalité telle qu’elle est écrite est incorrecte d’un point de vue mathématique. L’élève utilise le signe d’égalité comme amorce d’un résultat et non comme un signe d’équivalence.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Guide de codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">1 si le participant répond non.
0 si le participant répond oui.</td></tr>
</table>

Annexe 7 : Grille de codage sur Excel des items du questionnaire

Annexe 7.1. Grille de codage des participants du primaire

Dénomination	Q.7.1	Q.7.2	Q.7.3	Q.7.4	Q.7.5	Q.7.6	Q.7.7	Q.8.1	Q.8.2	Q.8.3	Q.8.4	Q.8.5	Q.8.6	Q.9.1	Q.9.2.	Q.9.3.	Q.9.4	Q.9.5.	Q.9.6.	Q.9.7	Q.9.8.	Q.9.9
EP1	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	0	1	1	2	0	1	1	1	1	1	0	1
EP2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	2	0	1	1	1	1
EP3	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	2	0	1	0	1	1	0	0	2	1	1
EP4	1	1	1	9	2	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	2	1	1
EP5	1	1	1	1	2	1	0	0	1	0	0	0	9	2	1	1	1	0	9	2	1	1
EP6	1	1	1	1	2	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
EP7	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	2	1	0	1	0	1	2	0	1
EP8	1	1	1	1	2	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	2	0	1
EP9	1	1	1	0	2	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1
EP10	1	1	1	1	2	1	1	0	0	0	0	2	0	2	0	0	1	0	0	2	1	1
EP11	1	1	0	1	2	1	0	1	1	1	1	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	1
EP12	1	1	1	0	0	0	9	1	1	1	0	2	1	0	0	1	1	9	0	1	1	1
EP13	1	1	1	1	2	0	0	1	1	0	0	1	0	2	1	0	1	0	1	1	1	1
EP14	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	0	1	0	2	0	0	2	1	0	1	1	1
EP15	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	0	0	9	2	1	1	1	0	0	1	1	1
EP16	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	2	1	0	1	0	1	2	1	1
EP17	1	1	1	1	2	1	0	1	1	0	0	1	1	2	1	1	2	0	1	1	1	1
EP18	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	2	1	1
EP19	1	1	1	1	2	1	1	1	1	0	0	0	9	2	1	1	1	0	0	2	1	1
EP20	1	1	1	9	0	0	9	1	1	1	0	0	0	2	0	9	1	0	9	1	1	1
EP21	1	1	1	9	2	0	1	1	1	0	0	0	9	0	1	0	1	0	0	1	1	1
EP22	1	1	1	1	2	0	9	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	2	0	1
EP23	1	1	1	0	2	1	0	1	1	1	1	0	0	2	9	9	1	0	1	2	0	1
EP24	1	1	1	1	2	0	9	1	1	1	0	1	1	2	0	1	1	1	1	1	1	1
EP25	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	9	0	0	0	2	0	1	2	0	1
EP26	1	1	0	0	2	0	0	1	1	0	0	0	9	0	0	0	2	0	0	1	0	1
EP27	1	1	1	1	2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	2	0	1
EP28	1	1	1	1	2	0	9	1	1	1	1	0	9	0	0	0	1	0	0	0	0	1
EP29	1	1	1	9	2	1	1	1	1	0	0	0	0	2	0	1	2	0	0	2	1	1
EP30	1	1	1	0	1	0	9	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1

Annexe 7.2. Grille de codage des participants du secondaire

Dénomination	Q.7.1	Q.7.2	Q.7.3	Q.7.4	Q.7.5	Q.7.6	Q.7.7	Q.8.1	Q.8.2	Q.8.3	Q.8.4	Q.8.5	Q.8.6	Q.9.1	Q.9.2.	Q.9.3.	Q.9.4	Q.9.5.	Q.9.6.	Q.9.7	Q.9.8.	Q.9.9
ES1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	2	0	2	1	1	2	1	0	0	0	1
ES2	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	2	0	2	0	1	2	1	0	2	1	1
ES3	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	2	1	2	1	1	1	0	0	0	1	1
ES4	1	1	1	0	2	1	0	1	1	1	0	1	0	2	1	1	2	1	1	1	0	1
ES5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	2	0	1	1	0	0	2	0	1
ES6	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	0	0	1	2	0	1	1	0	1	1	1	1
ES7	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	1	0	2	0	0	2	1	1
ES8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	2	1	1	1	0	0	1	0	1
ES9	1	1	1	1	1	1	9	1	1	0	1	2	1	2	1	1	1	0	0	1	1	1
ES10	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
ES11	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	2	1	1	1	0	1	2	1	1
ES12	1	1	1	1	2	1	0	1	1	0	0	0	0	2	0	1	1	0	0	1	1	1
ES13	1	1	1	9	2	1	0	1	1	1	0	0	9	2	1	0	1	0	0	1	1	1
ES14	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	1	0	1	2	0	0	1	1	1	1	0	1
ES15	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	2	0	1	2	1	1	2	1	1
ES16	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	1	2	1	2	0	1	2	1	1	2	1	1
ES17	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	9	0	1	1	1	0	0	1	1	1
ES18	1	1	1	9	2	1	0	1	1	0	1	2	1	2	1	1	2	9	1	2	1	1
ES19	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	2	1	2	1	0	1	0	0	2	0	1
ES20	1	1	1	9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	2	0	1	2	1	1	1	0	1
ES21	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	0	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1
ES22	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	0	0	2	1	1
ES23	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	2	0	1
ES24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	2	0	2	1	1	2	0	0	2	1	1
ES25	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	0	1	1	2	1	1	1	0	1	2	1	1
ES26	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	0	0	1	2	0	1	1	0	0	0	0	1
ES27	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	0	1	2	1	0	1	0	0	1	1	1

CK	
PCK	

Annexe 8 : Analyse statistique des items du questionnaire

```
============================================================================
==============
ConQuest: Generalised Item Response Modelling Software      Fri Nov
05 15:21:19 2
GENERALISED ITEM ANALYSIS
============================================================================
==============
Item 1
------
item:1 (1)
Cases for this item      57   Discrimination is -0.09
----------------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis      t  (p)    WLEAvg:1
WLE SD:1
----------------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00         1       1.75    0.09     0.64(.523)    NA
NA
   1       1.00        56      98.25   -0.09    -0.64(.523)    NA
NA
   2                    0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                    0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                    0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
============================================================================
==========
```

Item 7.1 (CK)

```
Item 2
------
item:2 (2)
Cases for this item      57   Discrimination is  0.03
----------------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis      t  (p)    WLEAvg:1
WLE SD:1
----------------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00         1       1.75   -0.03    -0.23(.820)    NA
NA
   1       1.00        56      98.25    0.03     0.23(.820)    NA
NA
   2                    0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                    0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                    0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
============================================================================
==========
```

Item 7.2 (CK)

Item 7.3 (CK)

```
Item 3
------
item:3 (3)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.22
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)    WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00        3       5.26   -0.22    -1.63(.108)    NA
NA
   1       1.00       54      94.74    0.22     1.63(.108)    NA
NA
   2                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 8.1 (CK)

```
Item 4
------
item:4 (4)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.03
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)    WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00        3       5.26   -0.03    -0.23(.817)    NA
NA
   1       1.00       54      94.74    0.03     0.23(.817)    NA
NA
   2                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 8.2 (CK)

```
Item 5
------
item:5 (5)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.03
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)    WLEAvg:1
WLE SD:1
```

```
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00        1        1.75   -0.03    -0.23(.820)    NA
NA
   1       1.00       56       98.25    0.03     0.23(.820)    NA
NA
   2                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 6 — **Item 8.3 (CK)**

```
------
item:6 (6)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.35
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       19       33.33   -0.35    -2.75(.008)    NA
NA
   1       1.00       38       66.67    0.35     2.75(.008)    NA
NA
   2                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 7 — **Item 9.9 (CK)**

```
------
item:7 (7)
Cases for this item     57   Discrimination is NA
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   1       1.00       57      100.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   2                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
```

```
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========

Item 8
------
item:8 (8)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.32
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       14      24.56   -0.31    -2.42(.019)    NA
NA
   1       1.00       36      63.16    0.32     2.55(.014)    NA
NA
   2                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9       0.00        7      12.28   -0.07    -0.53(.601)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 7.4 (PCK)

```
Item 9
------
item:9 (9)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.19
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       11      19.30   -0.27    -2.07(.043)    NA
NA
   1       1.00       12      21.05    0.14     1.09(.282)    NA
NA
   2       2.00       34      59.65    0.10     0.71(.479)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========

Item 10
```

Item 7.5 (PCK)

Item 7.6 (PCK)

```
-------
item:10 (10)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.60
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       13      22.81   -0.60    -5.59(.000)    NA
NA
   1       1.00       44      77.19    0.60     5.59(.000)    NA
NA
   2                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 7.7 (PCK)

```
Item 11
-------
item:11 (11)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.30
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       29      50.88   -0.09    -0.68(.500)    NA
NA
   1       1.00       21      36.84    0.30     2.35(.022)    NA
NA
   2                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9       0.00        7      12.28   -0.31    -2.38(.021)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 8.4 (PCK)

```
Item 12
-------
item:12 (12)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.37
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
```

```
----------
   0       0.00       38       66.67   -0.37    -2.95(.005)    NA
NA
   1       1.00       19       33.33    0.37     2.95(.005)    NA
NA
   2                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========
```

```
Item 13
-------
item:13 (13)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.38
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       23       40.35   -0.35    -2.74(.008)    NA
NA
   1       1.00       22       38.60    0.10     0.76(.453)    NA
NA
   2       2.00       12       21.05    0.30     2.30(.025)    NA
NA
   3                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 8.5 (PCK)

```
Item 14
-------
item:14 (14)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.42
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       24       42.11   -0.10    -0.77(.445)    NA
NA
   1       1.00       24       42.11    0.42     3.39(.001)    NA
NA
   2                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
```

Item 8.6 (PCK)

```
NA
   9       0.00        9      15.79   -0.42    -3.46(.001)    NA
NA
=======================================================================
==========
```

```
Item 15
-------
```

Item 9.1 (PCK)

```
item:15 (15)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.67
-----------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
-----------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       13      22.81   -0.65    -6.36(.000)    NA
NA
   1       1.00        5       8.77   -0.07    -0.53(.597)    NA
NA
   2       2.00       39      68.42    0.63     6.03(.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
=======================================================================
==========
```

```
Item 16
-------
```

Item 9.2 (PCK)

```
item:16 (16)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.34
-----------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
-----------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       29      50.88   -0.33    -2.57(.013)    NA
NA
   1       1.00       27      47.37    0.34     2.64(.011)    NA
NA
   2                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9       0.00        1       1.75   -0.03    -0.23(.820)    NA
NA
=======================================================================
==========
```

```
Item 17
-------
```

Item 9.3 (PCK)

```
item:17 (17)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.40
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       20      35.09   -0.34    -2.69(.009)    NA
NA
   1       1.00       35      61.40    0.40     3.28(.002)    NA
NA
   2                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9       0.00        2       3.51   -0.18    -1.38(.172)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 9.4 (PCK)

```
Item 18
-------
item:18 (18)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.46
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
   0                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   1       1.00       39      68.42   -0.46    -3.85(.000)    NA
NA
   2       2.00       18      31.58    0.46     3.85(.000)    NA
NA
   3                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9                   0       0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
====================================================================
==========
```

Item 9.5 (PCK)

```
Item 19
-------
item:19 (19)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.38
--------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
--------------------------------------------------------------------
----------
```

```
   0       0.00       41       71.93   -0.38    -3.05(.003)    NA
NA
   1       1.00       14       24.56    0.38     3.05(.004)    NA
NA
   2                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9       0.00        2        3.51    0.04     0.29(.770)    NA
NA
=====================================================================
==========

Item 20
-------
item:20 (20)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.35
---------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
---------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       33       57.89   -0.28    -2.17(.034)    NA
NA
   1       1.00       22       38.60    0.35     2.81(.007)    NA
NA
   2                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   3                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
   9       0.00        2        3.51   -0.18    -1.38(.172)    NA
NA
=====================================================================
==========
```

Item 9.6 (PCK)

```
Item 21
-------
item:21 (21)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.26
---------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
---------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00        5        8.77   -0.11    -0.80(.425)    NA
NA
   1       1.00       24       42.11   -0.22    -1.65(.104)    NA
NA
   2       2.00       28       49.12    0.28     2.13(.038)    NA
NA
   3                   0        0.00     NA       NA (.000)    NA
NA
```

Item 9.7 (PCK)

L

```
   9                   0       0.00      NA       NA (.000)     NA
NA
======================================================================
==========

Item 22
-------
item:22 (22)
Cases for this item     57   Discrimination is  0.37
----------------------------------------------------------------------
----------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   WLEAvg:1
WLE SD:1
----------------------------------------------------------------------
----------
   0       0.00       20      35.09   -0.37   -2.99(.004)     NA
NA
   1       1.00       37      64.91    0.37    2.99(.004)     NA
NA
   2                   0       0.00      NA       NA (.000)     NA
NA
   3                   0       0.00      NA       NA (.000)     NA
NA
   9                   0       0.00      NA       NA (.000)     NA
NA
======================================================================
==========

----------------------------------------------------------------------
----------
The following traditional statistics are only meaningful for
complete
designs and when the amount of missing data is minimal.
In this analysis  0.00%  of the data are missing.

The following results are scaled to assume that a single response
was provided for each item.

N                                   57
Mean                             17.79
Standard Deviation                3.45
Variance                         11.92
Skewness                         -0.16
Kurtosis                         -0.53
Standard error of mean            0.46
Standard error of measurement     2.22
Coefficient Alpha                 0.59
======================================================================
==========
```

Item 9.8 (PCK)

Annexe 9 : Guide d'entretien

<u>Question 1</u>

Quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation :

- En primaire ?
- En secondaire ?

<u>Question 2</u>

On construit une séquence de figures géométriques avec des cure-dents en suivant le modèle ci-dessous. Chaque nouvelle figurine a un triangle supplémentaire. Il faut trouver une formule qui exprime le nombre total de cure-dents (n) pour n'importe quel numéro de figure (t). Des élèves expriment leur raisonnement.

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

2.1. En trouvant une description mathématique du modèle, Thomas explique sa pensée en disant : « J'utilise trois bâtons pour chaque triangle. Ensuite, je vois que je compte deux fois un bâton pour chaque triangle, sauf le dernier, donc je dois les supprimer. »
Si la variable *n* représente le nombre total de cure-dents utilisés dans une figure et *t* le numéro de la figure, laquelle des équations ci-dessous représente le mieux la déclaration de Thomas en notation algébrique ?

- ☐ $n = 2t + 1$
- ☐ $n = 2(t + 1) - 1$
- ☐ $n = 3t - (t - 1)$
- ☐ $n = 3t + 1 - t$

2.2. Certains élèves proposent ensuite d'autres expressions, parmi celles citées ci-dessus. Certaines sont-elles correctes ? Si oui, sélectionnez-les et expliquez le raisonnement sous-jacent des élèves.

2.3. Sophie fait le dessin suivant et dit : « *On fait chaque fois plus 2, donc la formule c'est : t + 2* ».

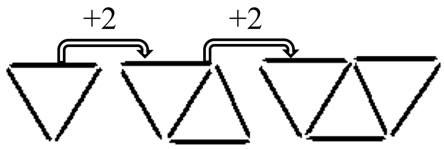


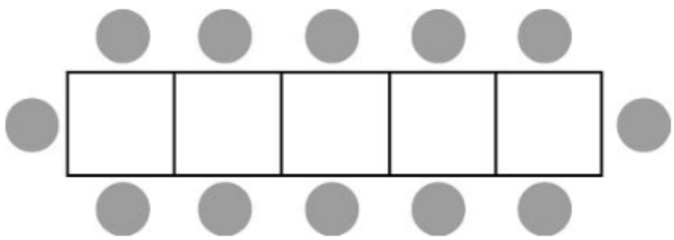
Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

Comment pouvez-vous, en tant qu'enseignant, montrer que c'est incorrect et quelle aide apporteriez-vous pour aider cet élève ?

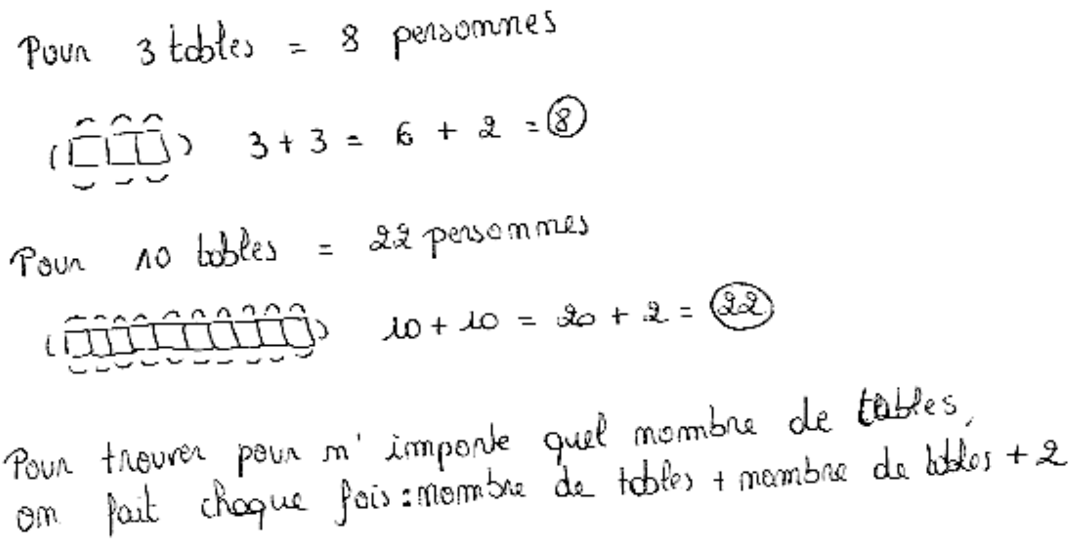
2.4. Certains élèves du primaire et/ou du secondaire éprouveraient des difficultés avec un problème de ce type. Quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ? Expliquez votre point de vue en référence au problème et à l'année scolaire considérée. Quelle solution proposeriez-vous afin de dépasser cet obstacle rencontré par un grand nombre d'élèves ?

<u>Question 3</u>

Dans un réfectoire d'école, une table carrée peut accueillir quatre personnes, une de chaque côté. Lorsque 5 tables carrées sont placées côte à côte, comme illustré ci-dessous, 12 personnes peuvent s'asseoir autour d'elles. Combien de personnes pourront s'asseoir autour de 3 tables et de 10 tables ? Donne ensuite une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables lorsqu'elles sont placées l'une à côté de l'autre ?



3.1. Voici la réponse fournie par un élève aux trois questions. Analysez mathématiquement sa production. Quel(s) commentaire(s) pourriez-vous lui faire ?



Pour 3 tables = 8 personnes

3 + 3 = 6 + 2 = 8

Pour 10 tables = 22 personnes

10 + 10 = 20 + 2 = 22

Pour trouver pour n'importe quel nombre de tables, on fait chaque fois : nombre de tables + nombre de tables + 2

3.2. L'enseignant demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes. Malheureusement, beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question.

- Pour quelle raison, selon vous ?

- Comment pourriez-vous aider les élèves à répondre à cette question ?

3.3. Quelle sera, selon vous, la réponse fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables lorsqu'elles sont placées l'une à côté de l'autre » ? Justifiez.

3.4. Comment mèneriez-vous cette activité en classe ?

Annexe 10 : Retranscription des entretiens des enseignants du primaire

Annexe 10.1. Enseignant primaire 1 (EP1)

Cet entretien a été mené le mardi 22 juin 2021 à 19h et a duré 18 minutes 41.
La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis plus de 20 ans en 5ème année primaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 11 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Je vous remercie encore d'avoir accepté de participer à cet entretien. Je vais partager mon écran avec vous pour vous permettre de voir les questions que je vais vous poser.
2	EP1	Ok parfait ! Avec plaisir.
3	Julie	Alors on peut démarrer avec la première question. Quelle est pour vous la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
4	EP1	Qu'est-ce que vous entendez par activité de généralisation ?
5	Julie	Les activités de dénombrement, les suites arithmétiques, … comme vous avez dû faire dans le questionnaire écrit.
6	EP1	Oui oui effectivement. Je trouve que **ça développe chez l'enfant une certaine capacité de réflexion, une certaine capacité d'analyse**. Euh de **chercher des rapports entre les choses, de ne pas se contenter d'être content de sa première impression, mais de vérifier qu'elle se reproduit et qu'elle peut se vérifier dans les autres situations de de la série**.
7	Julie	Ok. Et en secondaire ? Pour vous, est-ce qu'il y a d'autres choses ?
8	EP1	**Je dois dire que moi je suis instituteur en primaire donc je ne vois pas très bien ce que ça pourrait apporter de plus en secondaire**. J'imagine qu'il y a des applications dans l'apprentissage des mathématiques, dans certaines logiques et dans certaines matières, mais je dois bien dire que je ne saurai pas vraiment vous dire.
9	Julie	Ok, pas de souci. Donc pour la question 2, je vais vous demander de lire la question qui s'affiche sur votre écran. Ensuite, il faut choisir une des 4 propositions.
10	EP1	Alors … Moi il m'a fallu du temps pour répondre à votre questionnaire. Il a fallu que je le refasse, que je me répète, que je dessine limite.
11	Julie	Oui, il y a plusieurs personnes qui m'ont dit ça, surtout en primaire.
12	EP1	Bon, je n'en vois aucune. Bon là vous promettez que vous ne montrez l'enregistrement à personne parce que sinon …
13	Julie	Non non ne vous tracassez pas, c'est confidentiel.
14	EP1	Mais il doit les supprimer donc euh …Ben je n'en vois aucune.
15	Julie	Ok. Donc question suivante : on vous dit que certains élèves proposent d'autres expressions que celles qu'il fallait choisir pour Thomas. Est-ce que vous pensez

		qu'il y a des expressions qui sont correctes et alors si oui, je vous demande d'expliquer le raisonnement qui est sous-jacent par rapport à l'expression choisie.
16	EP1	Donc je dois expliquer les 4 raisonnements ?
17	Julie	Ben par exemple, si vous pensez qu'il y en a une, deux, trois ou quatre qui sont correctes, vous les sélectionnez et alors par rapport à la situation, vous expliquez le raisonnement que l'élève aurait mis en place s'il répondait cette expression-là.
18	EP1	Donc 2t + 1 ça me paraît correct.
19	Julie	Oui, et comment est-ce qu'il aurait fait pour trouver cette expression-là ?
20	EP1	Alors chaque triangle c'est 2 enfin je veux dire que chaque triangle est construit avec 2 cure-dents plus un qui est ajouté à la fin, pour terminer en fait. Alors 2 fois t plus un moins un. Donc c'est 2t plus 2 moins un. Bah ça revient exactement au même la $2^{ème}$ en fait.
21	Julie	Ok, donc vous la sélectionnez aussi ?
	EP1	Oui. Donc 2t en fait c'est 2t plus 2 moins un donc ça revient exactement au même pour moi. **Je ne sais pas comment il a fait son compte pour trouver ça. Pour moi, elle est correcte.** Alors 3t moins t moins un. Bah si on fait le compte, ça revient exactement au même aussi.
22	Julie	Ok donc vous la choisissez aussi alors ?
23	EP1	Oui. Et la dernière vaut exactement la même chose pour moi aussi. Donc je choisirai bien les 4 mais je ne sais pas les expliquer toutes et je ne vois toujours pas celle de Thomas.
24	Julie	Ok. C'est compliqué pour vous cette question-là ?
25	EP1	Oui pour moi en tout cas oui, j'ai un peu du mal parfois avec les casse-têtes, donc je vous dis, j'ai pris un temps fou à faire votre truc.
26	Julie	C'est gentil de l'avoir fait en tout cas.
27	EP1	Oui, mais avec plaisir, j'aime bien mais voilà.
28	Julie	Alors question suivante, ici Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit on fait chaque fois plus 2 donc la formule c'est t plus 2. Comment est-ce que vous pouvez en tant qu'enseignant montrer que c'est incorrect et quelle aide apporteriez-vous pour aider cet élève ? Je vous rappelle donc que t c'est le numéro de la figure.
29	EP1	**Ben je lui ferai compter déjà les cure-dents qui ont été utilisés pour les 3 premières figures. Parce qu'effectivement, si je vois bien, on ajoute chaque fois 2. Mais ça n'a rien avoir avec le nombre de figures.**
30	Julie	Oui, donc vous vous basez sur le dessin pour montrer que c'est incorrect ?
31	EP1	Oui.
32	Julie	Ok. Alors certains élèves, donc pour vous du primaire, éprouvent des difficultés avec un problème de ce type. Et donc quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez et donc je vous demande d'expliquer votre point de vue et la solution que vous pourriez proposer pour dépasser cet obstacle ? Donc voilà, par rapport à ce problème-ci, quelle est la grosse difficulté que les élèves pourraient rencontrer ?
33	EP1	**La première difficulté, c'est que j'imagine des élèves de $5^{ème}$ primaire, ils vont tout de suite dire qu'il faut compter le nombre de triangles et qu'un triangle c'est trois côtés. Et donc spontanément, ils vont dire il y 3 triangles**

		donc il y a 9 cure-dents. Ils ne vont pas compter ou observer plus que ça. Donc la première chose que je leur proposerai, c'est d'observer vraiment ce qui se passe. Euh sans trop leur dire est ce que vous êtes sûr qu'il y a 3 côtés à chaque triangle parce que si on regarde bien chaque triangle à 3 côtés mais n'est pas dessiné avec 3 cure-dents. Et donc ça c'est vraiment la première chose qu'ils vont faire. **Ensuite, la 2ème difficulté, ça va être alors de proposer une formule pour généraliser. Là, euh je pense qu'avec mes élèves de 5ème année, ça va être quelque chose de vraiment très compliqué.**
34	Julie	Ok et comment est-ce que vous pourriez amener alors avec des élèves peut être de 5ème ou 6ème année primaire cette généralisation ? Est-ce que vous avez vous une idée de ce que vous faites peut-être en classe pour amener ce processus de généralisation, ou est-ce que vous ne le faites jamais ? Est- ce que vous vous arrêtez à compter le nombre de cure-dents pour telle figure ?
35	EP1	**Je vais dire que je ne le fais jamais**. Je ne le fais jamais et c'est peut-être pour ça que je les imagine avoir beaucoup de difficultés. C'est peut-être quelque chose qui qui me fait peur parce que ce genre de truc logique n'est pas toujours évident à expliquer non plus à des plus petits. Et donc voilà, je pense que je les ferai compter et je ferai noter chaque fois. Et j'en ferai un peu plus que 3 parce que 3 pour moi c'est un peu un peu trop peu pour généraliser. Je crois qu'avec 3 ils auront besoin de plus d'exemples pour dire ah ben oui ça va être comme ça, ça va continuer comme ça.
36	Julie	Ok. Et alors vous par exemple en primaire vous attendrez quel type de généralisation si vous demandez de généraliser ce processus-là, de dire combien de cure-dents pour telle figure, vous pensez qu'ils pourraient vous répondre quoi ?
37	EP1	Je pense qu'ils pourraient multiplier simplement le nombre de la figure par 3.
38	Julie	Ok. On va passer à la dernière question, donc voilà, je vous laisse la lire. Et donc première question, je vous donne la réponse fournie par un élève aux 3 questions. Donc les 3 questions, c'était trouver pour 3 tables, 10 tables et puis généraliser et donc je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir quels commentaires vous pourriez lui faire.
39	EP1	**Moi je dirais bravo, je pense que c'est une bonne réponse**. Et donc avec son dessin, il a bien compris que chaque table pouvait accueillir 2 personnes face à face puisque certaines sont potentiellement collées l'une à l'autre et qu'aux 2 extrémités il y a une personne qui peut s'asseoir à chaque fois.
40	Julie	Donc pour vous tout ce qui est écrit est correct alors ? Vous n'avez aucun autre commentaire à faire ?
41	EP1	Non. **Je pense que nombre de tables plus nombre de tables aurait pu être exprimé autrement. Ah non je n'aime pas les calculs par contre. Je n'aime pas les calculs 3 plus 3 égale 6 plus 2 égale 8 ça c'est vraiment difficile et même avec mes élèves de 5ème ça j'insiste**. Pour le 2ème 10 plus 10 égale 20 plus 2, il passe tout de suite, il voit une partie du calcul. Effectivement, 10 plus 10 égale 20 puis on fait plus 2 mais moi, j'insiste beaucoup pour que les « égal » soient comme les plateaux d'une balance. Je crois que je vous l'écrivais dans le truc. Ce qu'on met d'un côté, on met exactement la même chose de l'autre, et ce n'est pas le cas ici.
42	Julie	Ok parfait merci. Alors l'enseignant demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes. Malheureusement, beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question ? Pourquoi, selon vous ?

43	EP1	**Parce qu'il faut faire l'inverse** et ce n'est pas toujours évident de faire l'inverse quand on a trouvé quelque chose. Pour faire, le processus inverse ce n'est jamais vraiment évident. Je vous reviens avec mes élèves 6 fois 8 égale 48, mais combien de fois 8 va dans 48, c'est le processus inverse et donc ça devient un peu compliqué. Euh, voilà d'autre part, à mon avis, c'est un peu difficile à dessiner parce qu'il y a beaucoup de personnes et donc c'est un long dessin pour lequel on ne prend pas la peine de consacrer du temps. Et je crois que je ferai moi ce que j'aime bien dans ces cas-là, **c'est de faire des flèches. Parce que des flèches ça montre un cheminement donc nombre de tables fois 2 plus 2 et on sait alors qu'on peut faire l'inverse. Le calcul inverse pour revenir au point de départ et donc avec n'importe quel nombre de personnes, ou n'importe quel nombre de tables, on sait faire le calcul**. Par rapport à un calcul comme il est exprimé au-dessus.
44	Julie	Alors avant dernière petite question donc quelle sera selon vous la réponse la plus fournie par les élèves où on leur demande donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables. Et donc pour vous, en tant qu'instit primaire, quelle est la réponse que vous attendez le plus à avoir de la part de vos élèves ?
45	EP1	**Je pense que beaucoup vont compter 3 plus 2 plus 2 plus 2 plus 2 … Et le nombre de fois 2 dépendra du nombre de tables.**
46	Julie	Donc ils vont généraliser avec des valeurs numériques ?
47	EP1	Alors oui je pense qu'ils vont regarder en tout cas si c'est possible avec le dessin ou la situation ils vont faire un calcul table par table. Ils vont vraiment regarder la situation de chaque table. **Et ça va être difficile pour eux de généraliser pour ça justement parce qu'ils vont vraiment dépendre de chaque situation.**
48	Julie	Et alors dernière question, bah c'est comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe ? Donc ici je vous remontre l'activité. Si vous deviez proposer cette activité à vos élèves, comment est-ce que vous feriez ?
49	EP1	Je leur poserai la question comme un problème qui pourrait se rencontrer dans notre réfectoire. Déjà pour que ce soit un truc auquel ils accrochent, parce que voilà, ce n'est pas n'importe quelles tables, ce n'est pas dans n'importe quel endroit, c'est un truc qui les touche particulièrement. Ils sont plus sensibles à ça quand je leur propose un problème qu'ils peuvent ressentir vraiment avec limite qu'on pourrait vivre dans la réalité de notre école. Bah ça, ça marche toujours mieux. Euh … Je leur poserai la question et je le laisserai se prendre la tête. Et puis j'essaierai de voir un petit peu soit individuellement dans les groupes ou par élève, ou alors collectivement, de donner un petit peu, d'arrêter un petit peu le jeu pour qu'ils puissent peut-être exprimer leurs difficultés. Essayer de trouver des solutions à certaines difficultés ou moi amener quelques indices pour amener une progression dans la découverte de la solution. L'indice, ça pourrait être de dessiner le nombre de tables, de dessiner le nombre de personnes. Je pense qu'au départ, ils auraient du mal à imaginer que les tables collées puisqu'on leur dit qu'elles peuvent accueillir 4 personnes, bah des tables collées ils vont un peu avoir du mal à visualiser la situation aussi. Donc je m'attends à ce que certains élèves comptent 4 personnes par table, quelle que soit la position des tables avant de les voir. Évidemment si je leur donne le dessin tout de suite, ça va aller très vite enfin beaucoup plus vite. Mais je pense que je ne donnerai pas le dessin tout de suite.
50	Julie	Ok donc vous les laisseriez réfléchir juste avec la consigne sans le dessin ?

51	EP1	Oui je pense qu'avec le dessin, c'est moins un défi. Enfin, c'est moins un défi de trouver la première chose ici. Ça illustre le 12 mais je pense que je les laisserai s'interroger sur le 12. 5 tables, 12 personnes alors qu'on vient de dire qu'une table peut accueillir 4 personnes, ça pose déjà un problème.
52	Julie	OK donc plus demander d'analyser vraiment le problème et de repérer les informations importantes alors et après aller dans la résolution ?
53	EP1	Oui je pense que ça les fera plus réfléchir et ça donnera plus d'impact à ce défi. Si on a le dessin tout de suite, à la limite, il compte directement, mais ils ne se posent pas plus de questions que ça, ils vont faire exactement la même chose. Ils vont compter si on leur donne 100 tables et qu'ils sont capables de dessiner 100 tables et 202 personnes autour puis de les compter quoi.
54	Julie	Ok. Parfait ! Un tout grand merci en tout cas. Je ne sais pas si vous avez autre chose à rajouter.
55	EP1	Non, je ne pense pas. Je suis toujours frustré de la première question, mais tant pis, j'attendrai votre travail.
56	Julie	Oui je vous donnerai ça. Un tout grand merci en tout cas d'avoir répondu au questionnaire et d'avoir encore pris ici de votre temps pour l'entretien.
57	EP1	Avec plaisir. Il n'y a pas de souci. J'espère que vous aurez assez de monde et que vous saurez faire votre travail sans problème.
58	Julie	C'est gentil, merci beaucoup ! Une bonne soirée à vous.
59	EP1	Merci, à vous aussi ! Au revoir.
60	Julie	Au revoir !

Annexe 10.2. Enseignant primaire 2 (EP2)

Cet entretien a été mené le mercredi 23 juin 2021 à 15h et a duré 30 minutes 21.

La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis moins de 5 ans en 5ème année primaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 13 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Je vous remercie encore d'avoir accepté de participer à cet entretien. Je vais partager mon écran avec vous pour vous permettre de voir les questions que je vais vous poser.
2	EP2	Ok. Avec plaisir.
3	Julie	Donc première question c'est quelle est, pour toi, la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
4	EP2	Alors je réfléchis un peu parce que faut pas que je dise des bêtises. Euh … Vous entendez quoi par activité de généralisation ?
5	Julie	Vraiment comme j'ai proposé dans le questionnaire, donc les suites arithmétiques, les activités de dénombrement qui à la fin aboutissent à un processus de généralisation.
6	EP2	Ok ok. Donc en primaire, moi je trouve que **c'est intéressant parce que justement ça va les amener à avoir différentes méthodes et différentes stratégies et puis surtout de pouvoir après peut être choisir celle qui le correspond plus.** Et ici on voit bien justement au moment des révisions que c'est compliqué pour les élèves de pouvoir choisir la bonne méthode et choisir

		le bon procédé par rapport à une situation. Et donc ici si je me souviens bien par rapport aux situations que vous aviez proposées bah il y avait plusieurs possibilités. En tout cas, il y avait peut-être une stratégie qui était plus intéressante, mais il y avait quand même parfois plusieurs possibilités. Et donc je trouve que c'est important de pouvoir leur donner ce bagage-là déjà en primaire pour qu'ils arrivent en secondaire.
7	Julie	Ok. Et alors pour toi en secondaire du coup ce serait quoi la pertinence ?
8	EP2	Euh. **C'est compliqué parce que je ne suis pas en secondaire, mais je les préparer à aller en secondaire. Mais je ne sais pas pourquoi ce serait pertinent.** Euh … Je réfléchis. Oui, donc en primaire de pouvoir les ouvrir sur les différentes possibilités et **en secondaire peut-être par rapport justement à l'autonomie et de savoir quelle stratégie utiliser dans quelle situation.** Oui peut-être par rapport à ça. C'est compliqué. Je me souviens plus de votre questionnaire en fait.
9	Julie	Attendez, je vais vous remontrer des exemples à la limite.
10	EP2	Oui je vois. Donc du coup si je dois répondre, en primaire, c'est plutôt le fait de partager et justement d'écouter les différentes stratégies pour pouvoir s'en construire une ou en tout cas pour pouvoir **voir quelles sont les méthodes les plus efficaces**. C'est toujours ce que je fais en classe moi, qu'ils puissent expliquer leurs différentes stratégies. Et puis après chacun choisit celle qui lui correspond. Voilà, euh, si c'est faire une addition alors qu'une multiplication est plus simple, j'accepte quand même si la réponse est juste et la réflexion est correcte même si je leur explique qu'il y'a quelque chose qui est plus efficace. Et donc en primaire c'est peut-être le partage et justement l'écoute et beaucoup le collectif. Et en secondaire, peut être justement de pouvoir utiliser ces stratégies en essayant peut-être là de choisir la plus efficace parce qu'il y a quand même un apprentissage derrière. Et je sais bien qu'en secondaire, on est peut-être plus strict et sévère sur la précision mathématique, les formules mathématiques etc., alors qu'en primaire, c'est plus les échanges et les stratégies partagées. Voilà ce que je dirais.
11	Julie	OK et est-ce que, par exemple en primaire, vous dites la variété des démarches, est ce que vous faites quelque chose de cette variété des démarches ? Donc par exemple, si vous avez plusieurs élèves qui proposent des démarches différentes, vous faites quoi ? Vous dites ok, c'est correct pour tous, ou est-ce que vous allez essayer peut-être de faire le lien entre les différentes démarches ?
12	EP2	Oui, donc je les écoute d'abord tous parce qu'alors ils sont directement paniqués parce qu'ils disent : madame moi je n'ai pas fait comme ça, je n'ai pas fait comme ça, je n'ai pas la même réponse et donc je trouve que c'est important de pouvoir tous les écouter. Je valide celles qui sont correctes et celles qui ne sont pas correctes alors là je le dis clairement quand même, je ne laisse pas des erreurs. Mais je dis laquelle est la plus efficace mais je ne vais pas supprimer celles qui sont moins efficaces si elles sont quand même correctes quoi. Mais comme je disais avec les additions, quelqu'un qui va me faire 4 plus 4 plus 4 plus 4. Bah je vais lui dire que c'est plus efficace de faire 4 fois 4, mais ta démarche est correcte en tout cas. Et c'est peut-être la différence en primaire et en secondaire parce qu'au final il a quand même la stratégie même s'il n'a peut-être pas l'opération la plus précise quoi.
13	Julie	Ok. Donc question suivante. Je vais vous laisser lire.
14	EP2	Oui. Ok. Donc il y a 3 propositions c'est ça ?

15	Julie	Non ici vous avez 4 propositions et vous devez trouver celle qui correspond au raisonnement de Thomas.
16	EP2	Ok. Attendez, je relis. (Long moment de réflexion) Euh je dirai la dernière.
17	Julie	Ok.
18	EP2	Je dois expliquer pourquoi ?
19	Julie	Vous pouvez, oui, mais sinon vous n’êtes pas obligée.
20	EP2	Euh non parce que je ne suis pas sûre de mon explication, donc si je ne suis obligée de faire c’est parfait.
21	Julie	Alors certains élèves proposent d'autres expressions, donc parmi celles qui sont citées ici et donc je vous demande de me dire s'il y en a d'autres pour vous qui vous semblent correctes et, si oui, alors d’expliquer le raisonnement de l'élève pour trouver cette solution-là.
22	EP2	Ok. Donc euh … Je dirai le premier. Puisque le n représente le nombre total de cure-dents, que pour chaque triangle, il en utilise 2, sauf le premier. Donc ça veut dire qu’il en utilise à chaque fois 2 et puis après il en ajoute un. Mais le problème, c'est que pour le dernier, il en ajoute aussi euh … Non, donc je dirais le un parce qu’il met à chaque fois 2 bâtons sauf pour le premier ou y en a 3 donc 2 fois le nombre de triangle, plus un bâton en plus.
23	Julie	Vous en voyez d’autres ?
24	EP2	Je vous avoue que c’est hyper chaud car pour répondre au questionnaire, ben je prenais le temps mais là le fait que ce soit en direct, c’est stressant.
25	Julie	Ne vous tracassez pas. Pas de souci. Prenez le temps. Vous voyez d'autres expressions possibles ou pas ?
26	EP2	Non, les autres ça ne me parle pas.
27	Julie	Ok. Alors voilà la question suivante. Donc elle Sophie elle dit qu’on fait chaque fois plus 2 pour passer d'une figure à une autre et donc pour elle la formule c'est t plus 2 donc t c'est le nombre de triangles. Et donc voilà comment est-ce que vous pouvez dire que c'est incorrect ? Comment est-ce que vous pouvez lui montrer que c'est incorrect et ce que vous feriez pour l'aider ?
28	EP2	Parce que ce n’est pas juste, parce que euh … Elle, elle dit qu’entre chaque figure, elle doit faire plus 2 c’est ça ?
29	Julie	Oui, elle voit qu'on fait chaque fois plus 2 et donc pour elle la formule c’est t + 2. Donc le nombre de triangles plus 2.
30	EP2	Ok d’accord j’ai compris. Donc euh … **Ben d'abord, je vais lui faire calculer en en lui disant que si elle fait t + 2 bah pour la figure 2 ça veut dire qu’elle va faire 2 plus 2. Et donc du coup je vais lui faire compter les bâtons d'une part et puis faire la formule à côté et donc je vais comparer le résultat de sa réponse en comptage et le résultat de sa réponse en opération**. Et on va montrer que ça ne fait pas la même réponse. Puisque si je compte bien y en a 5, et ça ferait 4. Et même chose pour la figure 3 donc mettre d'un côté l'opération et de l'autre côté le comptage et montrer qu'on n'arrive pas au bon résultat.
31	Julie	Ok. Et alors quelle aide vous lui apporteriez pour trouver la bonne formule ?
32	EP2	Donc ça ce serait le début de de l'aide et puis j'essaierai de lui faire comprendre que c'est un. J’essaie d’abord de trouver la solution moi-même ce qui est intéressant avant d'expliquer à un élève. Euh … Parce que en fait, ici, ce qui me perturbe, c'est que sa méthode n'est pas mauvaise, mais quand elle part du dessin précédent et pas du numéro de la figure. Mais **ce qu'il faut faire, c'est qu'il faut partir du numéro de la figure, ça c'est obligatoire pour la formule**

		quoi. C'est l'objectif pour justement pouvoir dire à la figure 11 combien y en a. C'est ça, c'est juste ?
33	Julie	Oui.
34	EP2	Euh … **Donc oui, en fait, lui faire comprendre que à chaque fois il y a un cure-dent en moins. Enfin qu'on ne peut pas faire 2 fois 3 donc on est obligé de faire le numéro de la figure fois le nombre de cure-dents qui est constant, donc faire 2 fois 2, et puis alors ajouter le cure-dent à chaque fois, à chaque fois qu'il reste, puisque on en ajoute à chaque fois 2**. Donc, après lui avoir fait comprendre son erreur, si je reprends ma démarche, j'essaye de lui faire voir, par rapport à ces nombres de cure-dents, ce qui est constant entre chaque figure, en essayant de mettre sur le côté ce qui est régulier pour lui faire prendre conscience de la proportionnalité qu'il peut y avoir. Plus venir rajouter en fait cette petite irrégularité donc de lui faire comprendre qu'on en ajoute à chaque fois 2 mais qui en a un en plus qu'on va venir rajouter donc pouvoir faire le fois 2 plus un.
35	Julie	Ok. Alors dernière sous question pour ce problème-là. Certains élèves du primaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type et donc pour vous, c'est quoi la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ? Et donc voilà expliquez votre point de vue et quelle solution vous pourriez proposer pour dépasser cet obstacle.
36	EP2	Ok. Vous pouvez me remettre le petit schéma ?
37	Julie	Oui, voilà.
38	EP2	Merci. Bah j'allais dire ça reprend un peu la difficulté de l'élève que vous avez montré avec le plus 2. Je pense que ce qui poserait problème, c'est que l'élève justement en fasse une opération proportionnelle entre chaque dessin, sans se rendre compte qu'il y a un cure-dent à chaque fois en moins et donc qu'à chaque fois il fasse plus 3. **Mais bon, si on fait une opération proportionnelle, on va faire une multiplication et alors du coup il pourrait faire comme erreur à chaque fois le numéro de la figure fois le nombre de cure-dents, fois 3 quoi. Donc de faire une fois trois, deux fois trois, trois fois trois.**
39	Julie	Ok. Et alors qu'est-ce que vous pourriez proposer du coup pour remédier à cette difficulté-là ?
40	EP2	Ben d'utiliser du matériel et justement un peu comme j'avais expliqué précédemment de valider sa formule en disant bah on va tester et on va tester avec le matériel comme ça, ça va nous permettre de compter pour voir si on a le même nombre qu'avec la formule. Et donc d'avoir d'un côté le comptage avec le matériel et de l'autre côté l'opération mathématique. Et donc là pour prouver que ça ne ça ne fonctionne pas. Et alors après pour l'aider de justement de faire compter dans les 3 premières figures, de montrer le nombre qu'il y a au-dessus de chaque dessin et de se rendre compte qu'il y a quelque chose qui n'est pas proportionnel et d'essayer de trouver la solution pour pouvoir avoir un lien proportionnel entre chaque dessin et donc de se rend compte que si on enlève un cure-dent dans chaque dessin, on peut avoir cette opération. Et donc après, il suffirait de l'ajouter.
41	Julie	Ok. Et alors dernier problème. Je vous le laisse lire.
42	EP2	Ok.
43	Julie	Donc ici voilà la réponse fournie par un élève aux trois questions. Je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et quel commentaire vous pourriez faire à cet élève ?

44	EP2	Ok. Bah **je valide sa stratégie, je lui dis que c'est correct**. Mais maintenant qu'il y a peut-être une solution plus efficace justement si jamais on lui demande de calculer. Enfin, même pas en fait non. Bah ça reste quand même des opérations assez simples donc. Non, je valide et je suis, je suis d'accord avec elle, je trouve que c'est une stratégie qui est correcte et qui peut être utilisée.
45	Julie	Ok. L'enseignant demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes. Malheureusement, beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question et pour quelle raison vous pensez ?
46	EP2	Oui. **Parce que déjà c'est le cheminement inverse, donc du coup, euh, il faut partir de la réponse pour pouvoir trouver l'opération et c'est toujours beaucoup plus compliqué pour les élèves de réfléchir dans ce sens-là**. Euh. Et donc du coup …
47	Julie	Comment est-ce que vous pourriez aider les élèves du coup pour trouver la réponse ?
48	EP2	En sachant qu'ils ont fait l'exercice inverse avant ? Ou pas forcément ?
49	Julie	C'est-à-dire ?
50	EP2	Ben vous dites ensuite donc ils ont déjà fait l'exercice précédent ?
51	Julie	Oui.
52	EP2	Donc ils ont déjà dégagé la règle et en ont discuté ?
53	Julie	Oui.
54	EP2	Bah moi je pense que ce que je ferais, c'est que je repartirai des situations précédentes en disant, **quel est le point commun à chaque fois dans la situation avec 3 personnes, avec 10 personnes, et de se rendre compte qu'il y a ces fameuses 2 personnes qu'on va ajouter en plus, donc je vais leur demander de les retirer. De mettre en évidence donc ces 2 bouts de table. Et puis alors de voir comment est-ce qu'on pourrait diviser 50 personnes en tables de 2 puisqu'ils peuvent à chaque fois être l'un en face de l'autre et donc de les amener à faire ces opérations-là en reprenant justement ce qu'on a vu dans les situations précédentes avec 10 et avec 3**. Donc sortir les points communs des 2 démarches en disant forcément bah qu'à chaque fois c'était le double et puis qu'on est venu ajouter 2 personnes et donc là de faire le cheminement inverse donc de d'abord enlever les 2 personnes et puis diviser 50 par 2.
55	Julie	Ok parfait. Alors avant dernière petite question : quel sera selon vous la réponse fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables. Donc voilà, si on devait généraliser ce phénomène-ci, bah comment pour vous, quelle serait la réponse la plus fournie par vos élèves ?
56	EP2	Ils sont tellement différents que je pourrais avoir plein de réponses possibles. Euh bah je pense que ... La situation ne me semble pas très compliquée, mais je me dis, euh … **le nombre de tables fois 2 plus 2.**
57	Julie	OK. Et alors, comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe ?
58	EP2	Donc si j'avais cette situation-là quoi, que je devais la donner ?
59	Julie	Oui donc si vous deviez donner ça à vos élèves, comment est-ce que vous feriez ?
60	EP2	Euh … Bah je pense que je leur mettrais le dessin et je leur demanderai de trouver euh … Donc de leur expliquer la situation en disant que voilà, on va travailler sur des plans de tables et sur différentes possibilités d'aménager

		l'espace avec ce genre de tables et de leur demander quelle est la régularité qu'on peut observer dans ce schéma-là et quelles sont les différences pour essayer de les amener que … Voilà, les tables du milieu, c'est des tables de 2 alors que les extrémités sont des tables de 3. Donc dans un premier temps, c'est ce que je ferai avec eux en collectif peut-être après leur avoir permis d'observer en individuel. Et puis alors de leur demander … J'imagine que voilà, si je leur pose la question : combien de personnes pourront s'asseoir autour de 3 tables et autour de 10 tables, quoi. Donc, après avoir analysé avec eux et regardé un petit peu le schéma et les régularités, de leur poser la question et puis justement de les laisser réfléchir assez librement et de les écouter. Et après, en écoutant les différentes stratégies, les différentes possibilités d'essayer de trouver la formule générale. En tout cas, une stratégie générale ou plusieurs stratégies générales qui seraient correctes. Donc je pense un temps individuel de réflexion et puis peut-être une discussion collective autour de ce qui est régulier, de ce qui est irrégulier dans le schéma et puis alors différentes … Enfin être ouverte à différentes stratégies, les écouter et puis peut être en choisir une qui est plus efficace, une ou 2.
61	Julie	OK et puis après vous faites quoi donc si par exemple vous sélectionnez 3 démarches possibles, qu'est-ce que vous faites avec ces 3 démarches pour le temps de synthèse ?
62	EP2	Bah une structuration en disant que justement il existe des procédés de généralisation et qu'il en existe … ça peut être une addition ou une multiplication. Euh, ici moi c'est les 2 que j'ai en tête et donc du coup que euh … Qu'ils aient la possibilité de choisir une des 2 et que ça leur permet justement d'avoir un procédé pour pouvoir résoudre x situations possibles puisqu'une fois qu'on a ce procédé de généralisation, on est capable de résoudre ce genre de situation avec beaucoup d'inconnues quoi.
63	Julie	Ok.
64	EP2	Voilà, ici c'est parce que la situation est assez … Voilà, ou alors je suis complètement à côté de la plaque depuis tantôt, mais est assez simple et donc du coup je trouve que l'addition et ce que l'élève a fait en dessous est quelque chose de correct. Et la multiplication se justifie mais ce n'est pas une addition à 25 termes ou quoi donc je serai plutôt ouverte sur les 2 méthodes.
65	Julie	Ok, parfait. Un tout tout grand merci en tout cas.
66	EP2	Avec plaisir. Courage pour la suite. Au revoir.
67	Julie	Au revoir.

Annexe 10.3. Enseignant primaire 3 (EP3)

Cet entretien a été mené le mercredi 23 juin 2021 à 17h et a duré 47 minutes 04.

La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis plus de 20 ans en 6ème année primaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 8 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Merci de prendre encore de votre temps pour répondre à cet entretien.
2	EP3	Avec plaisir.

3	Julie	Je vais vous partager mon écran pour que vous voyez les questions. Voilà ! Vous voyez ?
4	EP3	Oui.
5	Julie	Ok. Super ! Alors première question c'est pour vous, quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
6	EP3	Euh précise activité de généralisation.
7	Julie	Donc, comme je vous avais montré dans le questionnaire donc des activités de dénombrement, des suites arithmétiques.
8	EP3	**C'est intéressant sauf que pour moi en primaire, c'est très compliqué d'arriver à une formule mathématique. Bon, ils vont trouver une astuce, mais tu vois commencer à nommer des items avec des lettres, je pense qu'en primaire, c'est encore un peu un peu complexe.**
9	Julie	Ok et ils pourraient généraliser comment alors en primaire ? Est-ce qu'ils pourraient déjà généraliser différemment ?
10	EP3	Oui, ils peuvent généraliser, mais de manière, comment dire, pour moi plus avec une phrase française, une définition française qu'avec une formule mathématique. Pour moi, la formule mathématique est encore trop abstraite pour eux. Tu vois déjà quand tu as une formule ou c'est simplement tu mets, euh, pour les formules d'aire, par exemple du cercle, ben pi fois rayon au carré, pi r carré, c'est encore un peu trop abstrait. Donc faut insister que c'est le rayon fois le rayon. T'as des notions qui ne sont pas encore … C'est au niveau … Enfin si je me souviens lorsque j'avais répondu dans ton travail, c'est vraiment cette partie schématisation sur une formule avec des lettres qui pour moi est un peu trop complexe. Et je dis, quand je sors encore du CEB ici, on en est vachement loin. C'est pas du tout pour moi dans l'optique de de ce qui est demandé, ce qui est attendu pour les enfants. Même si voilà t'as le top de la classe qui pourrait comprendre mais pour moi un élève moyen, un élève lambda il ne va rien, ça ne va rien lui dire.
11	Julie	OK et alors du coup, la pertinence en secondaire, est-ce que vous avez un petit peu des idées ?
12	EP3	Ben pour moi, voilà justement **en secondaire, à ce moment-là, tu dois plus arriver vers des notions plus systématiques, vers les formules**. Là oui. Même si voilà, le secondaire reste encore un peu loin pour moi, même si bon, j'ai encore cette année par exemple, j'avais un élève de 2ème secondaire en cours particuliers. Je ne suis pas certain que lui maîtrisait ce genre de formule.
13	Julie	Ok. Alors ici, je vais vous demander de lire la question suivante.
14	EP3	Tu vois là au niveau du primaire par exemple, voilà, ça va rester, je pense, dans ce qu'il explique. Il explique sa pensée avec des mots mais schématiser par une formule au niveau du primaire, pour moi c'est quasi impossible.
15	Julie	Oui, on ne leur demande pas de toute façon.
16	EP3	Bah c'est parce que quand tu vois euh, laquelle des équations ci-dessous représente le mieux la déclaration de Thomas en notation algébrique, ça pour un élève du primaire, tu oublies. Voilà, ça fait plus de 30 ans que je bosse, c'est le genre le truc, je n'oserais même pas imaginer lancer dans une classe primaire. C'est beaucoup trop beaucoup trop loin pour eux. Voilà, mais eux expliqueront, voilà, c'est ce que je dis, ce qu'ils vont utiliser, c'est une formulation française et alors on voit si elle est pertinente, si elle est correcte, si elle fonctionne tout le temps. Mais honnêtement, moi je n'irai jamais plus loin que ça en primaire. n = 2t+1 c'est beaucoup trop abstrait pour eux. C'est comme tu vois comme t'as bêtement ici dans la 2ème talent, 2 parenthèses t plus un, au niveau primaire

		l'absence du fois en forme de croix est quelque chose qui n'est pas du tout compréhensible pour eux.
17	Julie	Mais ici, voilà imaginons que c'est un élève du secondaire, bah par rapport à sa pensée, quelle serait son expression ?
18	EP3	Là il faut que je rentre dedans alors. Donc par rapport à sa pensée … (Réfléchit longuement pendant 3 minutes) Pff je n'ai pas la tête claire là. Donc moi je mettrai la troisième.
19	Julie	La troisième ok. Et est-ce que parmi les autres expressions, est-ce qu'il y en a qui pourraient convenir et si oui, bah quel serait le raisonnement de l'élève derrière ces expressions-là ?
20	EP3	Donc n égale 2 triangles plus un, surement pas.
21	Julie	Donc je rappelle que t c'est le numéro de la figure et n le nombre de cure-dents.
22	EP3	Oui. (Temps de réflexion) Là je suis largué parce que, je dis, ce genre de formulation est totalement, est très loin de ce qu'on vit en primaire. Si j'étais un gosse de primaire, je dirais : **on fait le nombre de triangles plus 2.**
23	Julie	Oui.
24	EP3	**Donc le nombre de triangles plus 2. Donc c'est, si je raisonne comme un élève de primaire, il mettrait, par exemple pour la figure 3 il y a 2 triangles donc 2 fois 3 plus 2.** Voilà, ce serait ça la formulation pour moi d'un élève de primaire, le raisonnement d'un élève de primaire parce que c'est le genre de chose qu'on a lorsqu'on faisait à l'époque les défis maths, il va calculer un triangle c'est 3 donc bon, c'est chaque fois le nombre de triangles, donc 3 bâtonnets plus 2 puisqu'il y a à chaque fois un bâtonnet qui est utilisé plusieurs fois. Même si là il va se planter parce que pour moi en primaire il va mettre ça mais il va se planter. Mais alors dans tes formules, je ne sais pas ce que ça donnerait. Le premier, c'est 3 plus 2. Le deuxième, c'est 3 plus 3 plus 1. Si j'ajoute un quatrième … Non à mon avis en additionnant, ce n'est pas le bon plan. Donc ce serait chaque fois … J'essaye de penser comme un gamin de 6ème et encore là je suis plus un gamin de 6ème. Je vais dessiner pour voir si ma formule fonctionne. (Réfléchit et prend de quoi dessiner). Alors le suivant c'est 4 fois 3 moins 3, 3 fois 3 moins 2, 2 fois 3 moins 1 (teste sa formule sur le dessin en comptant les bâtonnets). Non, ça ne va pas. Si 4 fois 3, 12 moins 3 c'est 9. Donc ma formule fonctionne. Mais comment est-ce que je la mettrai sous forme de ? C'est nombre de triangles moins le nombre de triangles moins 1. Ça correspond à un truc ici ? **Donc ça correspondrait à la troisième si je vois bien. Donc 3t moins t moins 1 donc c'est la 3.**
25	Julie	Donc la troisième, c'est celle que vous aviez déjà sélectionner pour Thomas.
26	EP3	Oui mais ça c'est ma réflexion d'adulte mise sous forme algébrique, qu'on peut oublier pour moi un bon élève de primaire il dira : c'est le nombre de triangles fois trois moins le nombre de triangles moins 1. S'il y arrive … Maintenant s'il pouvait se planter, qu'est ce qui pourrait ?
27	Julie	Du coup, dans ces expressions-là, donc si on enlève la 3ème qu'on a déjà sélectionnée, est-ce qu'il y en a d'autres qui pourraient être correctes ?
28	EP3	Attends donc il faut que je les transforme en français. Donc tu me dis que le t c'est le numéro de la figure, ou le nombre de triangles. Alors comment est-ce qu'ils pourraient réagir ? Pour moi, à mon avis, ils pourraient toujours faire plus 2, mais il n'est pas ici dedans. Tu vois, moi, un élève qui va aller trop vite, il va compter qu'on rajoute, il risque de ne compter que les 2 barres supplémentaires. Il ne va pas chaque fois compter les barres intermédiaires. Donc il ferait pour

		moi, elle n'est pas dedans, ce serait euh … Par exemple 3 ce serait 3t moins 2 ou alors 3t moins un. Ça c'est écrit ? Si ! Ah bah non c'est celle qu'on vient de mettre. Attends. C'est chaque fois le nombre. Attends, comment est-ce qu'on pourrait faire d'autre ? Pour moi, un élève qui ne va pas réfléchir, une erreur qui commettrait facilement, c'est voilà, c'est simplement 3t. Tu vois, ils vont compter 3 barres par triangle. Je suis certain que tu mets ça au CEB, ceux qui ne vont pas réfléchir, ils vont compter le suivant, ils ne vont pas regarder, ils vont compter trois barres par triangle, ils ne vont pas aller plus loin. **Pour moi, ce serait le nombre de triangles plus deux une autre logique. Mais elle est ici dedans ?**
29	Julie	Non. Donc vous sélectionnez juste la troisième alors ici ?
30	EP3	Oui parce qu'un gosse du primaire il va dire attends c'est, oui c'est ce qu'il risque de faire, nombre de triangles plus 2. **Mais je ne vois pas comment il pourrait arriver à un autre. Non je ne vois pas, désolée.**
31	Julie	Ok pas de souci. Voilà, alors bah du coup, Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit on fait chaque fois plus 2 donc la formule c'est t + 2, donc nombre de triangles plus 2. Comment est-ce que vous pouvez en tant qu'enseignant montrer que cette incorrect et alors l'aide que vous pourriez apporter à cet élève ?
32	EP3	Honnêtement dans ce cas comme ça, je passe soit par, et je ne sais pas si en secondaire on a encore l'occasion, mais en primaire **je passe par de la manipulation. Donc le faire concrètement ou alors concrète ou semi concrète en utilisation du dessin. Et se rendre compte que si elle fait suivant, est-ce que ça va fonctionner ?** Donc c'est vraiment, en tout cas au niveau du primaire et je crois que c'est un truc qu'on fait encore trop peu, ce serait vraiment de retourner au concret pour ceux qui … Parce que les mises en formulation, on est à 2000 % dans de l'abstrait et t'as des gosses en primaire qui en sont totalement totalement incapables. Et je suis certain qu'en secondaire aussi quand je vois ce que je vais lâcher en secondaire avec les résultats du CEB, bon courage à vous.
33	Julie	Merci (rires).
34	EP3	Mais voilà, je dis ça je ne dis rien mais voilà, je n'ai pas le choix, c'est comme ça. Donc pour moi, certains gosses ont vraiment besoin … Pour certains enfants, c'est impossible de trouver une formule. S'ils bossent, ils vont la retenir si tu lui donnes, mais la trouver eux-mêmes, c'est pour certains quasi impossible. Donc moi un enfant qui essaye et qui n'y arrive pas, je lui dis bah voilà, on va essayer. Fais un dessin parce que c'est vrai que moi je parle pour les 6èmes, je n'ai pas de cure-dent en classe donc je lui demanderai de faire le dessin. C'est vraiment d'abord qu'elle se rende compte de son erreur et puis voir alors comment ça peut fonctionner, comment on peut arriver à une formulation. Mais voilà, tout en revenant à l'idée principale qu'il faut donner une formulation algébrique en 6ème primaire, on oublie.
35	Julie	Et donc du coup si on disait nombre de triangles plus 2, comment est-ce que vous montreriez alors, quelle aide on pourrait lui apporter alors pour dire ah bah nombre de triangles plus 2 c'est faux.
36	EP3	Voilà déjà avant pour lui montrer que c'est faux, bah je lui dis ok, allez dessine le suivant. Déjà compte. **Est-ce que dans le suivant tu as 3 triangles plus 2 ? Donc 3 triangles, c'est 9 et 2 ça fait 11**. Est-ce que tu vas arriver ? Donc là ce n'est déjà pas possible. Donc c'est vraiment pour moi au départ en tout cas lui faire rendre compte de son erreur par le dessin ou la manipulation concrète.

		Bon si j'ai pas de cure-dents, je sors les marqueurs. Et puis à la limite aller en rajouter quelques-unes parce que pour un élève de primaire, pour moi en en 3 étapes, trouver une logique, ce n'est pas possible. Et qu'elle écrive les nombres et qu'elle essaie de voir comment elle peut y arriver par rapport, puisque on est dans les triangles, par rapport aux multiples de 3. Voilà ici je prends le premier j'ai 3 triangles donc le deuxième j'ai deux triangles. Dans les multiples de 3, on est 6. Est-ce qu'on est à 6 ? Non on est à 5. Ok c'est 6 moins 1. Le suivant, on a 3 triangles. Si on utilise les multiples de 3, on est à 9. Est-ce qu'on a 9 ? Non, 7 donc c'est 9 moins 2. Si je fais le quatrième … Elle va se rendre compte que c'est le multiple au départ, le multiple moins un, le multiple moins 2, le multiple moins 3, moins 4, moins 5 … Donc c'est à ce moment-là qu'on va comparer le nombre qu'elle retire par rapport au nombre de triangles et essayer de trouver une formule française qui va lui donner ça ? Pour moi, c'est en multipliant, pour moi pour des primaires sur 3 c'est trop juste, alors je leur fais multiplier le nombre de dessins et on compare. **On essaye de trouver des formules par rapport aux notions qu'elle maîtrise, un triangle c'est 3 côtés, il y a 3 triangles donc 3 fois 3 c'est 9. Donc c'est vraiment à ce niveau-là que je travaillerai personnellement. Mais voilà j'arriverai à une formule comme je t'ai dit, le nombre de triangle fois 3 moins le nombre de triangles moins 1.** Donc voilà en gardant des noms plutôt que des lettres.
37	Julie	Ok. Et alors bah vous avez déjà peut-être un peu répondu à cette question-là mais du coup c'est vraiment quoi la plus grosse difficulté à laquelle vous vous attendez face à ce problème-là en primaire ? Donc voilà, si on leur demande de généraliser ce processus-ci, quelle est vraiment la plus grosse difficulté à laquelle vous vous attendez ?
38	EP3	**La plus grosse difficulté honnêtement, voilà je dis un élève de base il va utiliser les tables, il va multiplier 3 triangles, voilà il ne va pas capter que certains côtés sont communs. Il va donc utiliser ses tables, 3 triangles fois 3 s'il n'a pas fait attention.** La plus grosse difficulté, ce sera vraiment de retirer un schéma récurrent. Et pour y arriver, il faut vraiment qu'il multiplie le nombre d'exemples, c'est vraiment pour moi, un élève de primaire, arriver à une formulation, c'est pas impossible pour les tout bons, mais pour un élève moyen c'est assez compliqué. Et c'est vrai que bon l'année suivante, on va leur demander, alors qu'il n'y a que quelques mois de différence.
39	Julie	Oui et c'est toujours aussi compliqué …
40	EP3	Oui, c'est ça la transition reste très compliquée. C'est pour ça que voilà, j'essaie de la diminuer en demandant énormément à mes élèves. J'ai dit, j'ai pleuré en regardant le niveau du CEB. Même si les résultats ne sont pas là mais trouver une formulation, tu sais. Bêtement je fais du coq à l'âne pour trouver les formules d'aire au départ, je ne leur donne pas, euh. Je pars chaque fois de la formule de base, celle du carré ou du rectangle, et je vois comment on peut la transformer. Mais directement tu vas voir les élèves futés qui, ah oui, ah oui, on remplace la longueur du rectangle par la base du parallélogramme et le côté ça devient la hauteur. Mais arriver à une schématisation comme ça, tu n'as que les élèves qui ont déjà l'esprit mathématique qui vont y arriver. Les élèves moyens ils diront olala vivement que la leçon s'arrête et qu'on me donne la formule à étudier, qui eux ne l'utiliseront de toute façon pas. Je dis pour un gosse de 12 ans arriver à une formulation mathématique d'une situation qu'il a,

		c'est très compliqué. Et tu peux le mettre dans n'importe quelle situation mathématique, tu peux faire les calculs d'échelle, bah t'as certains gosses qui vont rapidement comprendre les opérations à faire, d'autres élèves tant que tu ne leur donnes pas la formulation à appliquer, ils vont pas y arriver. Donc trouver d'eux-mêmes … Oui, c'est la principale difficulté. Je sais très bien qu'un élève sur 4, il va pas réussir à trouver une formule. Quand tu lui donneras, 1 sur 2 parviendra à l'appliquer mais … Alors, une solution à proposer ? C'est très compliqué. En tout cas au niveau du primaire, moi, c'est vraiment de rester dans la manipulation et l'utilisation, la manipulation condensée. Et l'utilisation vraiment de termes, et surtout pas surtout pas de lettres. C'est déjà pour certains, quand je te dits dans une formule d'aire, un B, un H, un C, pff qu'est-ce que c'est ? Déjà une base t'en as un sur deux qui ne sait pas ce que c'est parce qu'ils n'ont pas bossé, une hauteur non plus. Alors bah, ça ne représente plus rien. En tout cas une formulation comme tu parles d'une formulation algébrique, pour moi, c'est pour un primaire c'est impossible. Alors j'ose pas imaginer comment ce qui arrive en 1ère et 2ème secondaire, ils doivent galérer parce que c'est … On passe vraiment totalement dans de l'abstrait.
41	Julie	Oui c'est pour ça que ça m'intéressait pour mon mémoire, c'était de voir parce que je vois bien moi je les récupère en première et bah oui il y en a beaucoup pour qui c'est compliqué. Et donc bah voilà, voir un petit peu pourquoi c'est compliqué et qu'est-ce qu'on pourrait faire pour faciliter ça quoi.
42	EP3	Et bon tu t'es sûrement rendu compte que, de plus en plus pour beaucoup d'élèves, les faire bosser, c'est compliqué. Donc déjà, ils ne connaissent pas, ils ne parviennent pas à se mettre en tête une formule. Et puis ils ne connaissent pas le vocabulaire de la formule. Donc t'as aussi voilà, c'est vrai que dans les difficultés t'as aussi la pourriture de certains gosses. Donc pour moi, un la difficulté c'est de l'abstrait. Et deux, la difficulté, c'est ce que le gosse qui arrive face à un problème comme ça à la connaissance minimum de ce qu'on va lui demander. A quoi est-ce que ça a fait rapport ? Pour moi, la grosse difficulté, je sais bien si je demande ça à des gosses, c'est passer totalement dans l'abstrait et une formule, elle est totalement abstraite. Pour moi, elle est abordable que pour des gosses hyper doués en mathématiques
43	Julie	Alors voilà ici le dernier petit problème, donc voilà, je vous laisse lire. Vous me dites quand c'est bon.
44	EP3	Attends, je regarde moi comment je ferai (temps de réflexion de deux minutes environ).
45	Julie	Donc là, vous ne devez pas répondre. En fait, je vous demande d'analyser la réponse fournie par un élève aux trois questions. Donc voilà ça c'est la réponse d'un élève. Et alors me dire quels commentaires vous pourriez faire à cet élève.
46	EP3	**Déjà la première je lui dirais que tes opérations, tu les oublies. Parce que voilà les fausses égalités** … Et heureusement, ça fait des années que je me battais avec ça au niveau des CEB, heureusement maintenant, on en tient compte et on pénalise.
47	Julie	Ah, enfin !
48	EP3	Ah non, ça, moi j'étais furieux quand on donnait des points pour les opérations comme ça, donc maintenant au moins voilà. Donc quelque part ce gosse-là, même s'il y arrive, attends nombre de tables plus deux, ok. Donc voilà déjà moi peut-être que je lui accorderai une partie des points, je ne sais pas sur combien je mettrais l'exercice mais la fausse égalité moi c'est vraiment une horreur mathématique.

49	Julie	Et est-ce que sa généralisation est bonne ?
50	EP3	Attends, je vérifie. Donc il met deux fois le nombre de tables plus deux. Moi là, je vérifierai toujours par un dessin. Oui **pour moi, la généralisation, elle est bonne** mais euh, voilà les calculs, moi ça me hérisse parce que …
51	Julie	OK donc généralisation ok mais attention aux calculs ?
52	EP3	Mais voilà son opération est archi mal posée. Euh voilà. Après, je leur dis, je vous interdis 2 signes égal dans la même opération parce que là aussi, il y a que les élèves qui savent maîtriser la notion des parenthèses qui sont capables d'y arriver. Mais un élève sur deux, il va se glander là-dedans. Et pourtant c'est un truc que je travaille avec eux et chaque fois que j'en vois, je les mets au tableau. Donc la notion de fausse égalité, j'espère qu'en arrivant en secondaire c'est un truc qui va être ancré, mais voilà.
53	Julie	Oui, c'est un truc compliqué pour eux … On se bat tout le temps avec eux pour ça.
54	EP3	Honnêtement, je ne sais pas si tous les enseignants du primaire le font, mais maintenant ils sont obligés puisqu'ils sont obligés enfin, puisqu'au niveau du CEB, c'est une notion dont on doit tenir compte dans la résolution de problèmes. Voilà j'espère qu'en arrivant, une bonne partie va maîtriser ça. J'espère.
56	Julie	Alors question suivante, l'enseignant demande aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes ? Malheureusement, beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés. Pour quelle raison ?
57	EP3	Pour moi, **parce qu'ils ne maîtrisent pas la réciprocité des opérations**. Donc, si sa formule à lui est bonne, c'est 25 tables, si sa formule est correcte. Mais pour moi c'est parce qu'ils n'arrivent pas, ils ne parviennent pas à retourner l'opération.
58	Julie	Ok. Et comment est-ce que vous pourriez les aider alors à trouver la réponse du coup ?
59	EP3	C'est vraiment retravailler avec eux, et je me rends compte que c'est un truc que je n'ai pas assez fait cette année, c'est vraiment travailler la réciprocité, voilà.
60	Julie	Par quels moyens ? Comment est-ce que vous faites concrètement ? Pour les amener à trouver par exemple ici le nombre de table pour 52 personnes.
61	EP3	**Voilà, c'est retourner l'opération. On part de la réponse et on retourne chaque opération. Voilà t'as 52, le plus 2 devient moins 2, on arrive à 50 et 50 c'est combien plus combien ? C'est vraiment, voilà retourner et avec les opérations mutilées, on retourne le calcul et on inverse chaque opération.** Et c'est vrai que c'est un truc, voilà ils ont été paumés cette année, t'avais combien de fois 10 égal 30. Repartir du 30, le fois on le divise par le premier. Y en a qui n'y sont pas arrivés. Mais là, je me rends compte que c'est ma faute. C'est un truc que je … Je pense que là-dessus, c'est un travail avec eux à refaire sur tout ce qui est propriété des opérations, la commutativité c'est voilà, la réciprocité, retravailler avec eux. Mais là aussi tu sais, le nombre de gosses qui arrivent en 6ème sans savoir que la multiplication et la division sont les opérations réciproques, ce que c'est une multiplication. C'est des notions qui doivent être travaillées déjà beaucoup plus en en amont que moi.
62	Julie	Alors, par rapport à ce problème-ci, vous vous attendez à recevoir quoi comme réponse la plus probable ? Quelle est la réponse qui sera fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises par rapport au nombre de tables et quelle serait la réponse la plus probable fournie par vos élèves ?

63	EP3	**Le nombre de tables fois 2 plus 2.**
64	Julie	Ok.
65	EP3	Enfin, c'est ce que moi je dirais le nombre de tables fois 2 puisque t'as à chaque fois 2 par table et t'as 2 aux extrémités. Maintenant certains, attends je regarde sur ce que d'autres pourraient penser. Je ne sais pas, je ne vois pas comment attends.
66	Julie	Voilà, je vous demande la plus probable. Donc, si vous pensez à celle-là de prime abord.
67	EP3	Voilà ils se rendent compte qu'il y a 2 à chaque table et puis il y en aura 2 aux extrémités. T'en as qui pourraient te compter 3 par table puisque t'en vois 3 au premier, 3 à la 2ème, ça pourrait être une possibilité, le nombre de tables fois 3. Voilà pour moi, la plus probable ce serait le nombre de tables fois 2 plus 2.
68	Julie	Ok. Et alors dernière question, comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe ?
69	EP3	Si j'ai le temps, j'irai à la limite la vivre à la cafétéria puisqu'on a une cafétéria ou voilà, ou dans le réfectoire puisque là, on a les tables et on en rajoute une chaise et je les fais asseoir j'imagine. Voilà, je mets le premier, je remplis la première table et je leur dis à combien est-ce qu'il y aura, combien d'élèves on peut mettre sur la même table, ce serait vraiment la vivre. Et j'en parlais encore tout à l'heure à la directrice, le nombre d'erreurs qui arrivent parce qu'ils n'ont pas vécu les choses, c'est effrayant et c'est vraiment chez nous qu'on doit le faire. Euh ici voilà, je suppose, je ne sais pas si tu auras en secondaire l'occasion d'amener ta classe à la cafétéria ou au réfectoire mais …
70	Julie	Non, alors que c'est important.
71	EP3	Non, chez vous ça ne doit plus être important parce que ça doit avoir été fait chez moi.
72	Julie	Mais ce n'est pas parce que ça a été fait chez vous que c'est acquis.
73	EP3	Mais d'un autre côté et c'est un reproche que je fais à chaque fois et d'ailleurs j'ai encore fait ma commande de matériel, je suis en 6ème mais j'ai racheté du matériel de manipulation. J'ai racheté une roue d'arpenteur avec un compteur, j'ai acheté un litre qui fait 60 cm de haut pour qu'ils se rendent compte parce que je pense que déjà chez nous en primaire, on passe beaucoup trop vite à de l'abstrait. Je pense que bêtement au niveau des mesures, on passe beaucoup trop vite dans l'abaque et beaucoup de mes collègues estiment que parce qu'un enfant sait utiliser l'abaque, il connaît les mesures de longueur, les mesures de masse, les mesures de capacité. Or, s'ils ne les ont pas vécus, s'ils n'ont pas marché le kilomètre, s'ils n'ont pas marché l'hectomètre, pour moi, c'est compliqué. Je crois qu'une différence entre le primaire et le secondaire, c'est que chez nous, on doit rester vraiment dans le concret, dans la manipulation. Et c'est pour ça que je te disais que tout ce qui est formulation en primaire, à mon avis, c'est trop tôt.
74	Julie	Ok. Donc là vous la faites vivre au réfectoire et après ? Vous faites quoi ?
75	EP3	Oui donc je la fais vivre au réfectoire pour que vraiment ils se rendent compte et qu'ils trouvent un schéma. Voilà, je pense que c'est et je le dis moi normalement en 6ème, c'est plus mon job. Mais je le fais encore. Je sors chaque année mes balances, mes récipients, mon décamètre et ma chaine d'arpenteur. Mais voilà, je suppose que si tu dois toi, parce que moi j'ai le temps de le faire, si tu dois toi sur 1h sortir ta classe pour aller marcher, aller mesurer, tu ne saurais pas. Et je comprends, je comprends que certains gosses se plantent en secondaire parce que voilà, c'est ... On passe vraiment du concret, même qu'on

		n'a pas assez, à de l'abstrait et pour moi, ça ça devient compliqué. Alors t'as les malins qui vont apprendre une formule et l'appliquer s'ils bossent. Ceux qui ne bossent pas, ils n'apprendront pas, ils n'appliqueront pas. Et puis tu vas te retrouver avec des catastrophes. Voilà ici, je ne tirerai pas une formule de *t* fois 2
76	Julie	Ok. Alors comment vous voudriez qu'ils expriment la généralisation alors ici ? Vous leur demanderiez d'exprimer comment ?
77	EP3	Avec des mots donc nombre de tables fois 2 plus 2.
78	Julie	Ok. Parfait. Merci beaucoup pour votre aide.
79	EP3	Avec plaisir. Au revoir.
80	Julie	Au revoir et bonne soirée.

Annexe 10.4. Enseignant primaire 4 (EP4)

Cet entretien a été mené le jeudi 24 juin 2021 à 11h30 et a duré 18 minutes 16.

La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis 10 à 20 ans en 5ème année primaire.

Dans le questionnaire, ce participant a réussi 6 items sur 7 en CK et 10 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Première question c'est, pour vous, quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
2	EP4	Oui, euh, je n'ai pas eu l'occasion de relire ce que j'avais écrit donc voilà. Bah moi la pertinence en fait, ça me paraît compliqué. **Moi je suis en 5ème primaire. Voilà, ça me parait compliqué avec mes élèves en tout cas de de faire ce type d'activité. Je pense qu'on n'en fait pas assez souvent à mon avis. Voilà la pertinence, moi j'essaye vraiment de donner du sens à ce que je fais et je me demande si certaines activités ne sont pas un peu décontextualisées et manquent un peu de sens à mon avis. Donc il faudrait, et c'est ce que j'ai mis dans le questionnaire je pense, mêler ça de la manipulation où alors elle serait pertinente.**
3	Julie	Et alors en secondaire, est ce que vous avez une idée un petit peu de la pertinence de ces activités, voilà le but de les utiliser ?
4	EP4	Le but à mon avis, c'est de pouvoir, euh **je ne sais pas moi amener les élèves à raisonner, à construire, à se doter de certaines compétences. Mais voilà, c'est un peu compliqué à répondre pour moi.**
5	Julie	Ok. Alors ici je vais vous demander de lire la 2ème question.
6	EP4	Oui. Ok.
7	Julie	Et donc voilà ici le raisonnement de Thomas où il sa pensée et alors je vous demande, parmi les 4 expressions algébriques proposées, laquelle correspond à la pensée de Thomas ?
8	EP4	Euh … La première.
9	Julie	La première ?
10	EP4	Oui. Il n'y en a qu'une ?
11	Julie	Qui représente la pensée de Thomas, oui.
12	EP4	Oui bah c'est la première à mon avis oui.

13	Julie	Et alors parmi les autres, est-ce qu'il y en a qui seraient correctes également ? Et qui peuvent être sélectionnées et alors expliquez bah le raisonnement qui serait mis en place par l'élève qui aurait choisi cette expression-là ?
14	EP4	Bah oui, en fait, elles sont toutes correctes en fait non ? Je n'ai lu que la première mais j'ai l'impression qu'elles sont toutes correctes.
15	Julie	Et est-ce que vous avez une idée pour chacune des trois dernières, vu que vous avez sélectionné la première pour Thomas, du raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver cette expression-là ?
16	EP4	Euh c'est assez compliqué à répondre en fait. C'est le genre de chose … **Je ne sais pas du tout me mettre à la place des élèves parce que je ne le fais jamais ou trop rarement dans ma classe. C'est vraiment compliqué pour moi de de répondre à cette question.**
17	Julie	OK, et comment est-ce que vous pouvez alors dire qu'elles sont correctes ? Qu'est-ce que vous faites pour dire qu'elles sont toutes correctes ?
18	EP4	Je viens de le faire en fait, mais en vitesse ici, il faudrait vraiment que je euh, je devrais éventuellement passer par l'écrit. Mais je viens de le faire en vitesse dans ma tête en fait.
19	Julie	Et vous avez fait quoi en vitesse dans votre tête pour dire que c'est correct ?
20	EP4	Donc 2t + 1 je fais de 2 fois 3 plus un.
21	Julie	Vous avez pris un exemple concret que vous avez remplacé dans les formules ?
22	EP4	**Je l'ai fait avec la figure 2 et avec la figure 3 en fait. J'ai fait les calculs chaque fois donc j'ai vérifié avec la figure 2 et puis j'ai vérifié si ça se confirmait avec la figure 3.**
23	Julie	OK parfait merci. Alors voilà question suivante, donc Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit bah vu qu'on fait chaque fois plus 2 la formule c'est t plus 2 donc t je rappelle que c'est le numéro de la figure. Comment est-ce que vous pouvez montrer que c'est incorrect et alors l'aide que vous pourriez apporter à cet élève ?
24	EP4	Ben tout simplement, oui euh … C'est incorrect puisque ben t la figure 1 c'est 3. Ça fonctionne avec la figure 1. Bah, comment le vérifier ? **Bah remplacer par 2, 2 plus 2, 4 et donc la figure 2 on se rend compte que ça ne fonctionne pas** donc voilà. **Et l'aide qu'on pourrait apporter à mon avis ... Bah de nouveau il faudrait peut-être le manipuler. Je ne sais pas si c'est possible. Ou remplacer chaque fois t par 1, par 2, par 3.**
25	Julie	Ok. Alors certains élèves, donc pour vous du primaire, éprouvent des difficultés avec un problème de ce type-là et donc je vous demande la principale difficulté à laquelle vous vous attendez, ? Donc si vous donnez un problème de ce type à vos élèves, quelle est vraiment la grosse difficulté à laquelle vous vous attendez ?
26	EP4	**Bah moi la grosse difficulté, c'est vraiment avec des élèves de 5ème, mais à mon avis en 6ème aussi, c'est passé, et on ne le fait peut-être pas assez souvent, à l'écriture c'est quoi ça ? Algébrique c'est ça ?**
27	Julie	Oui.
28	EP4	Des lettres … Euh donc remplacer et ça je remarque quand on fait des formules mathématiques, c'est vraiment … Ils ont du mal avec l'écriture. On utilise des lettres plutôt que des nombres quoi. Ça en 5ème et 6ème c'est vraiment compliqué. Et au CEB je pense que c'est le cas aussi. Donc, c'est donner du sens, à mon avis, à cette écriture algébrique qu'il faudrait essayer de faire en primaire. Je pense que c'est vraiment ça la grosse difficulté.

29	Julie	OK, et alors quelle solution est-ce que vous pourriez proposer à vos élèves pour remédier à cette difficulté ?
30	EP4	Euh … C'est compliqué. Peut-être qu'il faudrait faire plus souvent en fait, je pense. Et de vraiment donner du sens peut-être. Plutôt que d'imposer des lettres, peut être leur demander de choisir, de leur demander de prendre eux-mêmes des lettres ou peut être avec un code couleur aussi euh, ça pourrait peut-être les aider à surpasser cette difficulté.
31	Julie	Ok. Alors ici, je vais vous demander de lire le dernier problème.
32	EP4	Oui ok.
33	Julie	Et donc ici je vous donne la réponse qui a été fournie par un élève aux 3 questions et donc je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir quels commentaires vous pourriez faire à cet élève.
34	EP4	Oui. Déjà en termes de, dans sa réflexion, dans les calculs, **il y a des erreurs dans ses calculs. Il ne respecte pas l'égalité.** Ça c'est une erreur qu'on rencontre fréquemment en 5ème primaire. C'est chaque fois, nombre de tables plus nombre de tables plus 2. C'est ça ?
35	Julie	Oui. Est-ce que pour vous cette généralisation est correcte ?
36	EP4	**C'est correct, il ne l'exprime pas bien mais c'est correct, oui. Il va arriver à la bonne réponse à mon avis chaque fois.** Euh. S'il fait 10 plus 10 plus 2 ? Oui.
37	Julie	Qu'est-ce que vous entendez par ne l'exprime pas bien ?
38	EP4	Bah nombre de tables plus nombre de table … euh … Ouais bof. Ici on essaye de chercher le nombre de chaises. Donc ici, je ne sais plus quelle était la question de départ.
39	Julie	Trouver pour n'importe quel nombre de tables de tables. Trouver le nombre de chaises pour n'importe quel nombre de tables, trouver un moyen de trouver rapidement, voilà trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables.
40	EP4	Bah si en fait, ça pourrait aller. Nombre de tables plus nombre de tables plus 2. Oui, ça va, ça m'a l'air correct en tout cas. Maintenant, c'est vraiment dans son écriture mathématique, sous forme de calculs, où il se trompe, mais sinon, ça a l'air correct.
41	Julie	Alors ensuite l'enseignant, il demande aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes, mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question, pourquoi ?
42	EP4	Euh ... **En fait, à mon avis, c'est toujours compliqué de partir de la réponse finale**, pour ça je le remarque aussi en 5ème. Partir de la réponse finale et retrouver les différents termes d'un calcul par exemple. Quand on fait des recherches d'aire ou de périmètre au départ d'une formule. Quand je donne appliquer la formule, ça va bien, mais partir de la réponse finale pour rechercher la longueur d'un côté par exemple, c'est compliqué. Donc ici oui, ça ne m'étonne pas qu'ils éprouvent des difficultés, surtout si au départ, leur formule ou la démarche écrite n'est pas correcte.
43	Julie	Et comment est-ce que vous pourriez faire pour les aider à répondre à cette question ? Donc voilà combien de tables pour 52 personnes ?
44	EP4	Euh Bah repartir … **Moi j'utilise des flèches en fait, le nombre de tables plus nombre de tables plus 2. Et puis on prend la flèche inverse. Euh donc on applique l'inverse de ce qui a été fait. Donc on part de la fin donc plus 2 on fait moins 2 donc 52 moins 2. Moins le nombre de tables maintenant là on se rend compte qu'il y a peut-être un souci dans la formulation de l'élève.**

		Puisque ça implique de devoir diviser en 2 en fait ici le 50. Donc on a plus une soustraction ou quoi. Ou l'élève qui est un peu subtil, il va comprendre assez facilement, mais … Donc là peut-être que dans la formule de départ on aurait dû mettre une multiplication enfin un facteur multiplicatif à un moment donné, oui.
45	Julie	Ok. Alors la réponse à laquelle vous vous attendez le plus face à ce problème-là ? Donc quand on demande de donner une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises, quelle est la réponse qui serait la plus fournie par vos élèves selon vous ?
46	EP4	Pour le nombre de table qui est là ?
47	Julie	Non donc voilà, si on leur demande, donne ensuite une manière pour trouver rapidement (montre sur l'écran la question) voilà pour cette question-là, quelle serait la réponse la plus fournie par vos élèves selon vous ?
48	EP4	C'est compliqué ça. **A mon avis, ils feraient nombre de tables fois 2 simplement, ou fois 3. Mais il n'y aurait pas de multiplication et d'addition.**
49	Julie	Donc ils feraient nombre de tables fois 2 c'est ça ?
50	EP4	Oui, **ils auront un souci en tout cas avec les 2 personnes des extrémités.**
51	Julie	OK. Et alors dernière question, c'est comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe ? Donc si vous vouliez proposer cette activité à vos élèves, comment est-ce que vous, la mèneriez en classe ?
52	EP4	Moi à mon avis je la jouerai en classe. On mettrait des tables, on mettrait des chaises avec les élèves pour s'asseoir. On ferait d'abord avec une table et puis deux tables et on rajouterait comme ça des tables. Faut partir vraiment du vécu, d'une manipulation entre guillemets, qui serait une représentation mentale du problème. Donc partir d'une situation concrète et puis alors seulement après passer à de l'abstrait. Avec peut-être éventuellement en cas de difficulté un retour à du concret. Voilà, mais je fais ça avec des élèves de 5ème primaire.
53	Julie	Et comment est-ce que vous amèneriez alors la généralisation ? Comment est-ce que vous feriez ? Vous êtes en classe, vous voulez faire dégager la règle pour trouver rapidement. Bah là, comment est-ce que vous feriez avec vos élèves ?
54	EP4	D'abord, je leur demanderai d'écrire en français la règle, donc avec nombre de chaises, nombre de tables, etc. Et puis remplacer mais là on se donnerait un code commun. Le nombre de tables on le remplacerait par telle lettre, le nombre de chaises on remplacerait par telle lettre. Et puis euh voilà, petit à petit arriver à l'abstraction. Mais vraiment, au départ, c'est du concret. Et puis, en français, vraiment l'écrire en français en fait.
55	Julie	Ok. Et alors là, vous leur demanderiez de chercher tout seul ? Ou vous demanderiez à un élève de venir trouver la réponse ?
56	EP4	Non ça non. En général, c'est toujours seul. Enfin la manipulation, non en grand groupe mais le reste toujours seul, un temps de réflexion seul. Puis par 2, par 3, par 4 ils confrontent leurs idées. Euh … Essayer de trouver une formulation peut-être par 2, par 3, par 4, commune où là ils doivent essayer de justifier pourquoi ils ont mis ça. Essaye de justifier pourquoi le voisin n'a peut-être pas raison. Et puis alors seulement en grand groupe. Mais pas directement en grand groupe où un élève vient présenter, non.
57	Julie	Ok. Bah parfait un tout tout grand merci en tout cas d'avoir répondu.
58	EP4	Bah oui, c'est quelque chose que je ne fais pas souvent et donc j'ai un peu des difficultés à répondre à certaines choses et surtout au type de réponses que les élèves peuvent apporter parce que je n'en fais pas assez à mon avis en 5ème primaire. Alors que ce sont des choses qui reviennent au CEB.

59	Julie	Oui en effet. Enfin voilà mais en tout cas merci d'avoir pris le temps de répondre au questionnaire et maintenant à l'entretien.
60	EP4	De rien. J'espère que ça vous aidera.
61	Julie	Oui, merci beaucoup. Bonne fin d'année scolaire et bonnes vacances.
62	EP4	Oui merci, également. Au revoir.
63	Julie	Au revoir.

Annexe 10.5. Enseignant primaire 5 (EP5)

Cet entretien a été mené le vendredi 2 juillet 2021 à 14h et a duré 22 minutes 20.

La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis plus de 20 ans en 5ème et 6ème année primaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 5 items sur 7 en CK et 9 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, vous m'entendez ?
2	EP5	Voilà, là c'est bon je vous entends.
3	Julie	Merci beaucoup en tout cas.
4	EP5	Pas de souci.
5	Julie	Alors je vais vous partager mon écran comme ça vous voyez les questions. Dites-moi si vous voyez ?
6	EP5	Oui oui je vois.
7	Julie	Ok. Bah on peut démarrer alors avec la première question où je vous demande quelle est pour vous la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
8	EP5	C'est quoi des généralisations ?
9	Julie	Des activités de généralisation, ce sont des activités comme je vous ai proposées dans le questionnaire. Donc voilà par exemple une activité comme celle-ci (montre un exemple sur l'écran) où il faut généraliser le processus.
10	EP5	Ah oui d'accord. Oui oui oui. **En secondaire, je vais avoir du mal** mais **en primaire, je trouve que ça fait intervenir plusieurs matières**. Vous voyez y a pas que euh … C'est comme les tâches complètes quand on fait, moi ici je sors du CEB avec mes élèves ça fait réfléchir. **C'est pas simplement un procédé, ça fait vraiment réfléchir l'enfant. Euh comment expliquer ? Ils doivent faire appel à plein d'autres compétences pour y parvenir ce n'est pas simplement un simple calcul ou une simple formule à appliquer.**
11	Julie	Ok. Et alors en secondaire ? Est-ce que vous avez peut-être une idée de la pertinence de les utiliser ?
12	EP5	Bah oui moi je trouve que ça doit se faire mais moi **je pense qu'en secondaire c'est plus du systématique à mon avis.** Quand je vois mes filles les devoirs qu'elles ont c'est moins euh … Pour moi il n'y en a pas assez des questions comme ça.
13	Julie	Ok. Vous pensez que c'est important et que c'est intéressant de le faire ?
14	EP5	Oui oui oui oui mais comme je le disais moi, beaucoup manipuler. Pour moi, on ne manipule pas assez mais ça va peut-être venir après dans les questions.

15	Julie	Oui ok. Alors ici je vais vous demander de lire la deuxième question. Voilà.
16	EP5	Oui oui chaque fois plus 2.
17	Julie	Et donc ici je vous donne une description de la pensée de Thomas et alors je vous demande parmi les 4 propositions laquelle correspond le plus à la pensée de Thomas. Donc voilà je vous laisse lire et réfléchir.
18	EP5	(Lit et réfléchit) Oulala ! C'est horrible ! Je ne pense pas du tout comme lui. Donc n c'est le nombre de bâtons ?
19	Julie	C'est ça et t le numéro de la figure.
20	EP5	Pff je ne saisis pas du tout comment il fait pour … Se mettre à la place d'un autre, ça je ne sais pas faire. (Continue de lire et de réfléchir) Pourquoi est-ce qu'il compte deux fois un bâton pour chaque triangle ? Ah deux bâtons, pas deux fois ! Donc 3 + 2 – 1 mais y a pas ça.
21	Julie	Donc c'est quoi la formule que vous pensez ?
22	EP5	Bah j'aurai mis 3 + 2 et chaque fois + 2 + 2 + 2 … - 1.
23	Julie	Ok bah ici essayez peut-être de généraliser votre processus en vous disant bah t c'est le numéro de la figure ou c'est le nombre de triangles. Quelle est la formule parmi ces quatre-ci qui vous parlent ?
24	EP5	Oui donc … La troisième.
25	Julie	Ok. Et alors parmi les trois autres, est-ce qu'il y en a d'autres qui vous semblent correctes pour la situation et alors si oui, expliquez le raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver cette ou ces expressions-là.
26	EP5	Bah la première je ne vois pas du tout où il veut en venir. Deux triangles plus un non. Le t c'est le numéro de la figure ?
27	Julie	Oui, c'est ça.
28	EP5	Ah c'est pas le nombre de triangles ? **Je croyais que c'était t comme triangle.**
29	Julie	t c'est le numéro de la figure ou le nombre de triangles. On voit qu'à la figure 1 il y a un triangle, à la figure 2, il y en a deux … ça revient au même.
30	EP5	Oui oui. Vous fournissez ça à des élèves de primaire ?
31	Julie	Non.
32	EP5	Oui parce que **même moi je ne comprends pas. J'ai vraiment du mal à comprendre le raisonnement.**
33	Julie	Et est-ce qu'au-delà du raisonnement, les formules vous semblent correctes ? Est-ce qu'il y a d'autres formules qui vous semblent correctes ?
34	EP5	Non parce que je ne vois pas du tout à quoi ça correspond.
35	Julie	Ok.
36	EP5	Non non non non non.
37	Julie	Pas de souci. Alors ici voilà Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit on fait chaque fois plus 2 donc la formule c'est t + 2 donc le t je rappelle que c''est le numéro de la figure. Et donc comment est-ce que vous pouvez en tant qu'enseignant montrer que c'est incorrect ?
38	EP5	**Bah déjà les faire manipuler avec des cure-dents c'est sûr. Pourquoi est-ce que c'est ? On fait chaque fois plus deux. Bah c'est correct ! Pourquoi est-ce que c'est pas juste ?**
39	Julie	Donc on fait chaque fois plus deux, donc la formule c'est t + 2 donc c'est ça qu'il faut montrer que c'est incorrect en tant qu'enseignant. Que la formule est incorrecte.
40	EP5	Euh … Et le t ça représente le triangle ? On fait le triangle …

41	Julie	Le t ça représente le numéro de la figure.
42	EP5	Je ne vois pas où est la faute donc euh pour moi je rajoute à chaque fois deux. A la figure 4, il y aura la même chose plus deux à chaque fois.
43	Julie	Ok donc pour vous la formule t + 2 ne vous semble pas incorrecte ?
44	EP5	Bah non.
45	Julie	Ok.
46	EP5	Parce que t c'est le nom de la figure donc la figure 4, ce sera la figure 3 plus deux.
47	Julie	Oui mais le t c'est le numéro de la figure dont il est question. Désolée de vous faire réfléchir pendant vos vacances.
48	EP5	Bah oui parce que **pour moi le t représente la figure 3 donc pour moi la figure 4, ce sera bien la figure 3 plus encore deux.**
49	Julie	Ok donc ici vous donc le t ça représente la figure et alors plus deux pour arriver à la figure qui suit alors ?
50	EP5	Oui.
51	Julie	Ok.
52	EP5	Mais c'est pas ça que vous vouliez dire à mon avis ?
53	Julie	Non, il n'y a pas de souci justement le but c'est d'avoir les avis de tout le monde. C'est très intéressant. Il n'y a pas de bonne ou de mauvaise réponse de toute façon. Ne vous tracassez pas.
54	EP5	Oui.
55	Julie	Donc ici dernière question par rapport à ce petit problème-là. Certains élèves du primaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type-là. Quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ? Donc par rapport à ce problème-ci. Donc voilà si on demande aux élèves de trouver une formule, quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ?
56	EP5	**Bah moi c'est les lettres. Quand vous mettez des lettres dans des problèmes, ils ne sont pas … ça ne va pas. Enfin c'est pas que ça ne vas pas mais on ne fait jamais ça mettre des lettres, mis à part dans les formules de périmètre et d'aire où on donne des lettres pour des noms comme longueur, largeur, hauteur, etc. Mais c'est vrai qu'en primaire on n'utilise jamais des lettres dans des calculs.**
57	Julie	Ok. Et si on enlève l'aspect lettre ici, on demande de généraliser le processus et on n'impose pas des lettres, on demande juste de généraliser le processus, quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez de la part de vos élèves ?
58	EP5	Euh la formulation. Mettre des mots sur … Ils vont comprendre mais alors l'expliquer. Évidemment moi je suis dans une école à encadrement différencié. Donc mettre des mots sur ce qui se passe. Ça ça va être la grosse difficulté. Ils vont me dire … Moi je suis sûre que je donne ça à mes élèves, dessine-moi la figure 4, ils vont me dire j'en ajoute deux, simplement.
59	Julie	Ok.
60	EP5	Mais trouver une formule non parce qu'on ne travaille vraiment pas comme ça, enfin moi en tout cas en primaire. Jamais avec des lettres dans des calculs.
61	Julie	Ok. Et alors du coup quelle solution est-ce que vous pourriez proposer à vos élèves pour dépasser cet obstacle ? Donc si vous voulez les amener à généraliser le processus, par exemple avec des mots, comment est-ce que vous pourriez aider vos élèves à généraliser le processus ?
62	EP5	Et vous voulez qu'ils arrivent à une formule ?

63	Julie	Non, on peut le faire avec des mots, ou avec des symboles, ou avec ce que vous voulez.
64	EP5	Ah oui qu'ils verbalisent leur réponse ?
65	Julie	C'est ça.
66	EP5	Moi je proposerai soit de me la dessiner, soit de la construire, soit proposer différents dessins, proposer une suite logique et dire entoure la figure 4 qui complète bien la suite. Et verbaliser juste la formule mais moi je trouve qu'ils auraient du mal avec une formule.
67	Julie	Ok.
68	EP5	Je reviens là-dessus mais bon …
69	Julie	Ok, pas de souci. Alors ici un petit problème un peu plus facile. Donc voilà je vais vous demander de le lire.
70	EP5	Oui donc il faut encore trouver la formule, oui.
71	Julie	Donc ici, je vous donne le raisonnement d'un élève et alors je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir quels commentaires vous pourriez faire à cet élève.
72	EP5	Oh déjà c'est horrible de mettre … **On ne peut pas nous en primaire, si je vois ça c'est tout de suite faux. 3 plus 3 égale 6 plus 2**. Ça en corrigeant les CEB la semaine passée, on doit tout de suite mettre faux.
73	Julie	Ok, parfait.
74	EP5	Ça, c'est déjà juste pas possible, ça pique aux yeux. Ah oui ça va il fait plus la largeur, oui je comprends comment il fait, oui. On fait nombre de tables plus nombre de tables plus deux. Ah deux fois le nombre de … Quoi ? 2 fois 10 … Ah oui parce qu'on en met sur deux côtés, plus les deux extrémités. Oui, je comprends comment il fait, oui.
75	Julie	Est-ce que c'est correct pour vous sa généralisation ?
76	EP5	Oui je peux comprendre oui. Quand je vois son dessin, oui.
77	Julie	Ok.
78	EP5	C'est peut-être pas … Le calcul est vraiment mal formulé mais euh … Moi j'aurai mis dix plus dix entre parenthèses et puis plus deux mais voilà. Vous comprenez ce que je veux dire ?
79	Julie	Oui. Ok. Et alors est-ce que vous pourriez vous attendre cette réponse-ci de la part de vos élèves ? Donc si vous demandiez de généraliser le processus, est-ce que nombre de tables plus nombre de tables plus deux, c'est quelque chose que vous accepteriez de la part de vos élèves ou pas ?
80	EP5	Non moi non parce que c'est pas tellement … On ajoute … Non nombre de tables … C'est le nombre de côtés, enfin vous voyez. Si je devais corriger ça, la réponse est correcte. Nombre de places … **C'est le mot table qui me dérange. Puisqu'on en met deux par table, moi je ferai … C'est pas le nombre de tables je mettrai nombre de places. C'est le mot table qui me dérange.**
81	Julie	Ok. Et sinon après le reste si on enlève les mauvaises égalités, les réponses sont correctes pour trois tables et pour dix tables ?
82	EP5	Oui.
83	Julie	Ok. Alors l'enseignant il demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés. Pourquoi selon vous ?
84	EP5	Heu là comme ça ils doivent le faire directement ?

85	Julie	Oui on leur dire vous devez trouver le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes, mais pour eux c'est compliqué, pourquoi à votre avis ?
86	EP5	Bah il n'y a pas de dessin. Ils peuvent dessiner ? Ils se débrouillent ?
87	Julie	Voilà, on leur demande de trouver pour asseoir 52 personne, mais il y en a beaucoup qui ont des difficultés. Pourquoi ?
88	EP5	Bah pourquoi ? Pourquoi est-ce qu'ils auraient difficiles ? **Parce qu'il y en a qui ne savent pas, qui n'ont pas compris alors parce qu'ils n'ont pas le schéma devant eux. Parce que … Moi je repartirai, je lis déjà la question en dessous, je ferai un … Comment est-ce qu'on appelle ça ? Un graphique inverse.**
89	Julie	Oui, c'est-à-dire ?
90	EP5	**Donc je pars de 52 personnes, moins deux, divisé par deux.**
91	Julie	Ok.
92	EP5	Puisqu'eux ils font tables plus tables plus deux, moi je ferai … Vous me suivez ?
93	Julie	Oui oui je vous suis.
94	EP5	C'est horrible de parler de math comme ça. Donc partir de 52, une petite flèche en bas moins deux, et puis diviser par deux parce qu'en fait nombre de tables plus nombre de tables c'est nombre de tables fois deux.
95	Julie	Oui.
96	EP5	Je ferai moi 52 moins deux, puis 50 divisé par deux. 26 ! Heu 25 pardon !
97	Julie	Ok parfait.
98	EP5	Oui, je ferai un diagramme alors à la question.
99	Julie	Oui donc le graphique inverse avec les flèches alors ?
100	EP5	Avec la réciproque oui. Enfin moi je fais beaucoup ça quand on connait … Je connais le périmètre d'une formule, je fais les petites flèches en dessous.
101	Julie	Oui pour les aider. Ok. Alors quelle sera pour vous la réponse la plus fournie par les élèves à la question donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables. Donc si je reprends le problème de départ, quand on demande de généraliser, donc de donner une manière pour trouver rapidement, quelle est la réponse à laquelle vous vous attendez le plus de la part de vos élèves ?
102	EP5	Heu … **moi je mettrai nombre de tables fois deux plus deux.**
103	Julie	Ok.
104	EP5	S'ils ont bien manipulé et ont compris et on leur demande de trouver une formule qui fonctionne ?
105	Julie	Oui.
106	EP5	Bah nombre de tables fois deux plus deux ou qu'est-ce qu'ils feraient bien d'autre ? Oui non pour moi c'est celle qui va sortir le plus.
107	Julie	Ok. Et alors dernière question c'est comment vous mèneriez cette activité en classe ? Donc si vous deviez faire vivre cette activité à vos élèves pour dégager les réponses aux trois questions, pour trois tables, pour dix tables et puis de trouver une manière pour trouver rapidement, bah comment est-ce que vous feriez en classe ?
108	EP5	Nous on manipule beaucoup, même en 6ème primaire nous on manipule tout le temps. Moi je joue avec eux et je prendrai 14 élèves et j'irai dans la salle de gym et on sort les tables, ou dans la cantine et on joue et on le vit en vrai. C'est ce qu'on fait encore tout le temps et c'est ce qu'on ne fait plus après en secondaire. Fin je pense pas.

109	Julie	Ok et alors du coup, une fois que vous la faites vivre, donc vous allez trouver rapidement la réponse pour trois tables et pour dix tables avec eux alors je suppose, et donc après pour les aider à dégager la règle générale, comment est-ce que vous feriez alors avec eux ?
110	EP5	Heu peut-être faire un groupe de 16 enfants et débrouillez-vous pour aller me chercher le nombre de tables, vous avez un essai pour aller me chercher le nombre de tables, de chaises nécessaires mais vous ne reviendrez pas.
111	Julie	Ok.
112	EP5	Ou bien les faire dessiner pour ne pas encore trop jouer. Ou bien des Playmobils et des petites tables manipulables pour ne pas trop …
113	Julie	Ok.
114	EP5	Et à un moment donné oui passer à l'écrit mais moins … pas encore de vrais calculs, passer à des schémas comme vous avez fait là ici. Une fois qu'on aurait vécu deux trois fois, passer aux schémas comme vous avez fait sur le schéma ici.
115	Julie	Ok. Bah parfait. J'ai fini avec mes questions. Je ne sais pas si vous avez peut-être quelque chose à rajouter.
116	EP5	Non non.
117	Julie	Bah un tout grand merci en tout cas !
118	EP5	De rien.
119	Julie	Bonnes vacances !
120	EP5	Merci. Au revoir.
121	Julie	Au revoir.

Annexe 10.6. Enseignant primaire 6 (EP6)

Cet entretien a été mené le samedi 3 juillet 2021 à 13h30 et a duré 16 minutes 54.

La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis 10 à 20 ans en 5ème et 6ème année primaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 6 items sur 7 en CK et 7 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, encore merci de prendre de votre temps pour répondre à mes questions.
2	EP6	Il n'y a pas de souci.
3	Julie	Je vais vous partager mon écran comme ça vous vous voyez. Vous voyez mon écran ?
4	EP6	Oui.
5	Julie	Parfait, on peut commencer donc avec la première question qui est : « Pour vous, quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ? »
6	EP6	Heu...Ben moi je trouve que **c'est important de leur apprendre à ne pas cloisonner des apprentissages par rapport à une matière en particulier et c'est pour ça que j'aime travailler avec des situations qui les poussent à travailler avec des résolutions de problèmes complexes, c'est que ça les force à aller chercher et transférer toutes leurs connaissances de toutes les matières qu'ils ont appris pour les utiliser**. Donc moi je les utilise surtout

		pour pouvoir les évaluer et voir s'ils sont capables de transférer les connaissances.
7	Julie	Ok et alors en secondaire est-ce que vous voyez une pertinence de les utiliser ?
8	EP6	Euh ... Je crois que l'objectif va être le même, la pertinence pour moi elle est la même que ce soit en primaire qu'en secondaire au niveau de l'utilisation des mathématiques. **Voir si les élèves sont capables de transférer ce qu'ils ont appris de manière décloisonnée.**
9	Julie	Ok. Alors ici je vais vous demander de lire le petit problème ici. Donc voilà.
10	EP6	Il faut juste lire la question c'est ça ?
11	Julie	Oui et ici je vous donne la description de la pensée de Thomas et je vous demande quelle expression algébrique parmi les 4 correspond le mieux à la pensée de Thomas ?
12	EP6	Houlala alors là c'est compliqué pour un samedi midi. Il y a 4 propositions c'est ça ?
13	Julie	Oui c'est ça.
14	EP6	Et ben ça. Pff...Je dirais le dernier mais sans aucune conviction.
15	Julie	Le dernier, ok. Et alors parmi les trois autres propositions, est-ce qu'il y en a d'autre qui vous semble correct par rapport à la situation ? Et donc si oui, expliquez le raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver cette expression.
16	EP6	**Je ne sais pas du tout car je n'utilise pas du tout ces trucs là en primaire donc je ne sais pas du tout.**
17	Julie	Ok. Pas de souci.
18	EP6	C'est beaucoup trop loin pour ce que je fais en classe.
19	Julie	Pas de souci. Ici Sophie fait le dessin suivant et elle dit : « on fait chaque fois « +2 » donc la formule c'est « t+2 » donc le « t », je rappelle que c'est le numéro de la figure. Ben comment en tant qu'enseignant.
20	EP6	Ah ok ben ça je savais pas au-dessus du coup.
21	Julie	« t » c'est le numéro de la figure et « n » c'est le nombre total de cure-dents. Donc ici la formule c'est « t+2 », donc comment vous pouvez montrer en tant qu'enseignant que c'est incorrect ?
22	EP6	Heu...**Moi je lui ferais manipuler en lui faisant faire sa formule.**
23	Julie	Oui c'est-à-dire ?
24	EP6	Ben donc simplement … de lui donner les allumettes au départ en partant uniquement des allumettes qu'on lui donne.
25	Julie	Oui.
26	EP6	Et de lui demander de le reproduire et qu'elle voit que c'est impossible.
27	Julie	Ok donc par exemple pour la figure 3, qu'est-ce que vous feriez pour lui montrer que c'est faux ?
28	EP6	Pour la figure 3 ?
29	Julie	Par exemple oui.
30	EP6	Dans quel sens je comprends pas ?
31	Julie	Ben dans quel sens la formule est fausse ? Par exemple « t+2 » vous la feriez manipuler pour lui montrer que c'est faux mais par exemple comment est-ce que vous feriez concrètement si on prend par exemple la figure 3 pour lui montrer que sa formule est fausse. Comment est-ce que vous feriez ?
32	EP6	**Ben il faudrait repartir du départ parce que si juste on part de la figure 2 et qu'on lui donne deux allumettes en plus ça fonctionne.**
33	Julie	Oui.

34	EP6	Donc il faut partir de la figure 1.
35	Julie	Ok. Mais ici la formule c'est « t+2 » donc « t » c'est le numéro de la figure.
36	EP6	Oui.
37	Julie	Et donc imaginons, on vous demande par rapport à cette formule-ci de tracer la figure 3, comment est-ce que vous feriez alors ?
38	EP6	La figure 4 ?
39	Julie	Ou la figure 4 peu importe celle que vous voulez.
40	EP6	Ben elle ne tient pas compte des allumettes qui sont déjà là.
41	Julie	Oui, donc elle tient compte de quoi elle ?
42	EP6	Elle ne tient compte que de ce qu'on ajoute c'est pour ça que je dis qui si on ne fait que de lui en donner deux elle ne sait pas refaire celle d'avant.
43	Julie	Ok et donc quelle aide vous pourriez apporter à cette élève pour dégager la généralisation correcte ?
44	EP6	**Heu ben ça, je ne sais pas.**
45	Julie	Pas de souci. Alors certains élèves du primaire éprouveraient des difficultés avec un problème de ce type-là, quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendiez ?
46	EP6	C'est le passage à l'équation.
47	Julie	Et si on leur demande pas spécialement d'équations, si on leur demande juste de généraliser ?
48	EP6	Ça ils savent le faire.
49	Julie	Ok, donc eux ils généraliseraient comment selon vous en primaire ?
50	EP6	Ben en continuant le dessin. Au niveau de la reproduction du dessin en primaire ça il n'y a pas de souci. Je leur fais faire régulièrement c'est de la logique et tout ce qui est raisonnement logique il n'y a pas de souci. Le moment où ça bloque, c'est le moment où on doit essayer de leur faire dégager une loi générale avec une formule algébrique mathématique et ça pour mes élèves de milieu populaire avec lesquels je travaille, c'est complètement hors possibilité. Déjà rien que de remplacer des nombres par des « N » ou des « T » ou autre chose déjà ça, ça ne marche pas .
51	Julie	Ok et si on oublie les lettres, qu'on leur demande de dégager une loi générale avec n'importe quel moyen, quelle serait selon vous la loi générale qu'ils dégageraient pour cette activité ?
52	EP6	**Eux diraient, je rajoute « +2 ».**
53	Julie	Voilà c'est ça ok donc c'est l'erreur que faisait Sophie.
54	EP6	Oui.
55	Julie	Donc c'est ça pour vous la principale difficulté à laquelle vous vous attendiez alors ?
56	EP6	**C'est le fait de trouver une formule**. Non le raisonnement logique euh ... ne pose pas de souci. Le fait de comprendre ce qu'on ajoute c'est le passage en formulation et en mot mathématique qui est très très compliqué.
57	Julie	Ok.
58	EP6	En tout cas avec mes élèves.
59	Julie	Ok, donc ici je vais vous demander de lire le dernier petit problème.
60	EP6	Ok.
61	Julie	Donc ici je vous donne la réponse qui est fournie par un élève aux trois questions et je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et alors de voir quels commentaires est-ce que vous pourriez lui faire ?
62	EP6	**Déjà qu'il y a une fausse égalité.**

63	Julie	Ok.
64	EP6	Que pour moi le raisonnement est logique par rapport au dessin, maintenant c'est difficile sans avoir l'élève à côté qui puisse expliquer mais pour moi à part le fait que le calcul ne soit pas correct, euh. Mais par contre la règle qui est en dessous est correcte.
65	Julie	Donc pour vous la généralisation vous semble correcte ?
66	EP6	**Ça colle oui, le nombre de tables fois deux puis il rajoute plus deux. Donc oui.**
67	Julie	Et est-ce que c'est une généralisation que vous attendiez de la part de vos élèves ?
68	EP6	Moi mes élèves de cinquième primaire s'ils font ça je suis déjà très très contente oui.
69	Julie	Ok.
70	EP6	Tout à fait, ça c'est mes bons élèves qui font ça, les autres sont toujours en train de dessiner leur table. Non mais voilà il y a quelque chose dans l'abstraction mathématique que oui avec des élèves de bons niveaux ça marche mais les autres... Déjà arriver à comprendre ce qu'on leur demande et déjà au niveau de la consigne et du vocabulaire c'est déjà vachement complexe pour eux donc oui.
71	Julie	Ok, donc ensuite l'enseignant demande aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaire pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés. Pourquoi selon vous ?
72	EP6	**Parce que c'est très difficile de diviser 50 par 2.**
73	Julie	Ok donc pour vous ici c'est le calcul mental ici qui poserait problème ?
74	EP6	Oui.
75	Julie	Ok et donc comment est-ce que vous pourriez aider l'élève à répondre à cette question ? A savoir combien de tables pour 52 personnes ?
76	EP6	**Par « essais-erreurs », donc leur faire essayer pour 10 tables puis pour 15 tables et puis d'avancer de plus en plus loin jusqu'à ce qu'ils se rendent compte qu'ils ont mis trop de personnes et qu'il faut redescendre.**
77	Julie	Ok. Alors pour vous quelle sera la réponse la plus fournie par vos élèves à la question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables ? ». Donc si on leur demande de généraliser ici la situation, quelle est la réponse à laquelle vous vous attendiez le plus de la part de l'élève ?
78	EP6	Heu au niveau d'une formulation mathématique ou juste une formulation par phrase ?
79	Julie	Vous posez cette question-là à vos élèves donc comment fais-tu pour trouver etc..
80	EP6	Oui oui.
81	Julie	Donc la réponse que vous attendiez le plus de recevoir de la part de vos élèves.
82	EP6	Euh. **Qu'il faut multiplier par deux le nombre de tables et puis ajouter les deux personnes au bout de la table.**
83	Julie	Ok. Parfait. Et donc dernière question, si vous deviez mener cette activité en classe avec vos élèves, comment est-ce que vous feriez ?
84	EP6	Ben je bougerais mes tables et je les mettrais à table.
85	Julie	Ok et donc là ils trouveraient rapidement les réponses pour trois tables et puis pour dix tables mais pour après pour la règle générale vous feriez comment ?

86	EP6	Heu. En mettant un tableau un en dessous de l'autre et en essayant de compléter les trous pour essayer d'avoir la règle générale qui se dégage. Si on trouve en complétant le tableau en entier.
87	Julie	Ok donc le tableau. (elle me coupe)
88	EP6	Donc une table, deux tables, quatre tables...
89	Julie	Ok donc le nombre de tables et de l'autre côté le nombre de chaises ?
90	EP6	Oui voilà.
91	Julie	Et de là vous dégagez alors la règle générale que vous avez dit pour la question précédente ?
92	EP6	Oui c'est ça.
93	Julie	Ok. Parfait et imaginons si les élèves trouvent plusieurs formules, plusieurs expressions, qu'est-ce que vous faites de ça ?
94	EP6	Non je ne vais pas jusque-là.
95	Julie	Vous n'allez pas jusque-là ? Vous vous arrêtez ?
96	EP6	Je m'arrête à tiens si je mets 52 personnes, combien est ce qu'il me faut de tables et si je mets 12 tables est ce que vous savez me dire combien je peux mettre de personnes ? Mais je ne vais pas jusqu'à la formule algébrique.
97	Julie	Ok et même pas avec des mots comme vous m'avez cité au-dessus ? Vous vous arrêtez à combien de tables pour X personnes et combien de personnes pour un certain nombre de tables ?
98	EP6	Je pourrais leur demander mais non, déjà si ils arrivent là c'est déjà super.
99	Julie	Ok ben merci beaucoup d'avoir répondu à mes questions.
100	EP6	Pas de souci, j'espère que ce sera utile.
101	Julie	Oui super merci beaucoup, bonnes vacances et bonne fin de journée.
102	EP6	Merci à vous aussi. Au revoir.

Annexe 10.7. Enseignant primaire 7 (EP7)

Cet entretien a été mené le samedi 3 juillet 2021 à 14h et a duré 19 minutes 21.

La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis plus de 20 ans en 6ème année primaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 6 items sur 7 en CK et 6 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, merci encore de prendre de votre temps surtout pendant les vacances.
2	EP7	On est plus cool maintenant, tout va bien.
3	Julie	C'est gentil. Je vais vous partager mon écran voir si vous voyez, dites-moi ?
4	EP7	Oui.
5	Julie	C'est bon ?
6	EP7	Oui.
7	Julie	Ok super ! Alors on peut démarrer donc avec la première question. Pour vous quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
8	EP7	Euh… **c'est super important mais ils ont très très difficile**
9	Julie	Oui.
10	EP7	Parce que, euh, ils ne font pas de lien entre ce qu'ils connaissent et euh, **c'est très difficile pour eux d'aller rechercher euh les informations dont ils ont besoin pour arriver à répondre à ça.**

11	Julie	Ok.
12	EP7	Et en secondaire, d'autant plus c'est important. Ultra important mais le problème, quelque part, c'est reculer le problème parce que ce qu'ils n'ont pas acquis en fin de 6ème, euh je pense que c'est compliqué aussi après.
13	Julie	Et vous pensez que c'est important pourquoi de faire ça en secondaire ? Est-ce que vous avez une idée ?
14	EP7	**Même en primaire il faut en faire même si c'est difficile pour qu'ils donnent du sens à ce qu'ils font**. Parfois ils font des choses parce qu'ils savent qu'ils doivent le faire comme les tables ou des choses pareilles mais ils ne comprennent pas ce qui est caché derrière du coup ils ont du mal à réinvestir, à étendre. Donc des tables étendues 3x2 ok 6 mais 30x2 euh, ça commence déjà à poser problème. **Donc c'est important pour leur donner du sens je pense et pas simplement… il faut du drill** ! Moi je suis euh, de la vieille école entre guillemets. Il faut du drill mais il faut qu'ils construisent et on ne construit qu'en donnant du sens et donc tout est lié pour moi.
15	Julie	Ok parfait. Alors ici je vais vous demander de lire euh, le petit problème ici.
16	EP7	Oui alors, j'ai révisé le CE1D avec ma fille donc je vois un petit peu (rires) ce que vous attendez euh, et donc c'est euh, donc c'est N euh…
17	Julie	Alors ici je vous demande pas encore de répondre à la question.
18	EP7	Ah oui ok.
19	Julie	Donc maintenant je vais vous donner le raisonnement d'un élève, ici voilà je vous donne le raisonnement de Thomas donc il explique sa pensée. Là je vous donne 4 propositions.
20	EP7	Oui ok.
21	Julie	Et je vous demande de choisir celle qui correspond au raisonnement de Thomas.
22	EP7	Ah celle qui correspond au raisonnement de Thomas ?
23	Julie	D'abord oui.
24	EP7	Ok. Euh pour moi c'est… Ah ! C'est un piège, pour moi c'est la troisième mais …
25	Julie	La troisième ok. Et alors parmi les trois qui restent, est-ce qu'il y en a d'autres qui vous semblent correct pour la situation ? Et alors si oui, bah expliquez le raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver cette expression ?
26	EP7	Donc nombre c'est… Bah euh… La dernière moi je dirais.
27	Julie	Elle est correcte ?
28	EP7	Euh attendez… Pour moi ce serait la dernière.
29	Julie	Donc la dernière est correcte. Comment est-ce que vous pouvez dire qu'elle est correcte ?
30	EP7	Euh… Donc pour moi c'est trois fois le nombre du triangle… Donc figure 3 je prends cette exemple-là. 3x3 ça ferait 9 plus 1 ça ferait 10 moins puisque c'est 3 triangles moins 3 ça ferait 7
31	Julie	Ok. Et alors, est-ce que vous avez une idée peut-être du raisonnement que l'élève aurait mis en place pour aboutir à cette formule-là ?
32	EP7	Bah je ferais le même que moi donc euh… je… euh…
33	Julie	Donc là vous vous avez vérifié mais si lui… c'est lui qui a créé cette formule. Est-ce que vous avez une idée de comment il aurait pu créer cette formule-là ?

34	EP7	Euh… Ah ! Bah euh… En essayant… En vérifiant aussi avec euh… Avec un triangle avec deux triangles… En… par émission d'hypothèses par euh… Par essais, erreurs et vérifications quoi.
35	Julie	Ok parfait. Alors ensuite ici, voilà donc Sophie elle fait le dessin suivant donc elle dit on fait chaque fois +2 donc la formule c'est t+2 donc t je vous rappelle bah que c'est le numéro de la figure donc comment est-ce que vous pouvez en tant qu'enseignant montrer que c'est incorrect ?
36	EP7	**Bah parce que t ça représente le nombre de triangle donc ça ferait 3 + 2 alors que dans la figure 3, si on prend la figure 3 alors qu'il y a trois triangles euh… Et ouais… Donc le 3 euh… 3+2 ça ferait 5. Le t c'est une multiplication presque.**
37	Julie	Ok et donc du coup avec un exemple vous lui montreriez que sa formule est incorrecte ?
38	EP7	Oui.
39	Julie	Ok et alors en partant de son raisonnement donc qu'elle fait chaque fois +2 bah comment est-ce que vous pourriez l'aider à trouver la bonne réponse ?
40	EP7	Alors effectivement je garderai le +2 parce ça euh… donc le +2 moi je le garderai mais le… Alors euh… le +2 me semble logique je vois bien… bah euh par… Pour lui montrer qu'il y a à chaque fois un qui est compté fois donc si elle… C'est pas évident… Lui dire en tout cas que le +2 je comprends, je comprends sa logique du +2 seulement elle ne prend pas en considération tous les paramètres de l'équation pour moi. Donc le t c'est le nombre de triangle mais elle doit faire attention que dans le triangle il y en a chaque fois un vaut… qui compte pour deux quelque part, qu'elle fait l'erreur à ce niveau-là.
41	Julie	Ok. Alors certains élèves du primaire bah éprouvent des difficultés avec un problème de ce type-là. Et donc c'est quoi la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ? Donc voilà je vous remets le petit problème donc si vous demandiez de généraliser, pas obligatoirement avec les lettres en primaire mais si vous demandiez de généraliser le processus, bah quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez de la part de vos élèves ?
42	EP7	Euh… On demande ça souvent au CEB, **on leur donne des suites des nombres et ils doivent compléter et repérer en fait euh… Comment est-ce qu'on appelle ça… La récurrence ou la répétition** donc on fait +1 +2 et d'eux-mêmes ils ne vont pas faire des ponts donc je leur dis « mais comment est-ce qu'on fait pour passer de l'un à l'autre ? Et puis observe et déduit. » Alors quand c'est en fin de parcours, ça va encore. Quand c'est en plein milieu, quand c'est une droite numérique qu'ils doivent trouver le deuxième ou troisième nombre, là c'est compliqué. Mais vraiment ils ne… Ils ne voient pas la logique parce qu'ils ne font pas de lien entre le premier… Qu'a-t-on pu faire pour passer du 1 ou 2 ou que ce soit plus fois ou des choses comme ça. Et puis alors observer à chaque fois ce qu'on a fait et en dégager quelque chose.
43	Julie	Ok. Et alors quelle aide est-ce que vous pourriez leur apporter pour euh dépasser cet obstacle ?
44	EP7	**Alors moi je les oblige entre guillemets à faire des flèches à faire des ponts et même à aller voir plus loin** euh… de comparer aussi, d'essayer, de dire pourquoi, ça leur faire dire « pourquoi as-tu mis ça ? ». Ça, c'est vraiment compliqué pour eux parce que certains bons élèves en maths y arrivent, ils voient mais quand on leur demande de mettre des mots, ils n'y arrivent pas parce que c'est tellement intuitif pour les… Pour ceux qui… Bah moi j'ai un

		de mes fils il voit les maths, je suis sûr qu'il ne comprend pas ce qu'il fait mais on peut lui donner n'importe quel calcul il trouve la réponse. Mais expliquer c'est compliqué et les faire… vraiment leur faire dire les choses, alors très souvent un qui a compris, je vais lui demander d'aller expliquer à un qui n'a pas compris. Et l'exercice pour moi est important pour les deux et celui qui n'a pas compris et celui qui a compris de l'obliger à mettre des mots sur ce qu'il fait.
45	Julie	Ok parfait. Alors ici je vais vous demander de lire le dernier petit problème. Voilà.
46	EP7	J'adore moi en plus ces problèmes-là. Oui, oui oui.
47	Julie	Voilà alors moi ici je vous donne la production d'un élève donc pour les trois questions pour 3 tables, pour 10 tables et la généralisation et donc je vous demande bah d'analyser mathématiquement sa production et de voir bah quel commentaire vous pourriez lui faire ?
48	EP7	Euh… oui euh… Moi je ne ferai pas le nombre de tables. Je partirai plus sur la multiplication, pour même si on arrive à des nombres plus grands, utiliser même les puissances et des choses comme ça euh… Moi je ferai le nombre de tables x2 +2. Et pas le nombre de tables + nombre de tables.
49	Julie	Ok mais est-ce c'est quand même quelque chose que vous accepteriez ?
50	EP7	Ah oui ! oui oui oui.
51	Julie	Donc la réponse vous semble correcte ? Ça vous acceptez mais vous, vous préfèreriez qu'elle soit simplifiée ?
52	EP7	Vous pourriez remonter juste que je vois la question exactement qu'on posait ? Alors au niveau de la formulation purement française je euh… je lui demanderai pour n'importe quel nombre de tables le nombre de chaises, de préciser. Parce que l'on ne lui demande pas de trouver au bout du compte le nombre de tables. Voilà, de répondre, d'aller chercher dans la question ce qu'on lui demande exactement et d'en faire une phrase à ce niveau-là. Donc plus purement français.
53	Julie	Ok et sinon pour le reste aucun autre commentaire à faire ? Tout vous semble bon ?
54	EP7	Bah non **il y a une fausse égalité**. Ça, le gros piège 3+3=6+2=8 euh… Voilà ça euh… On a beau leur dire leur expliquer que… Voilà ça reste compliqué.
55	Julie	Ok parfait. Alors ensuite l'enseignant il demande aux élèves de déterminer le nombre de places euh non le nombre pardon de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes. Mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question. Pourquoi selon vous ?
56	EP7	Euh… Ça ne me semble pas compliqué c'est ça le problème. Bah peut-être parce qu'ils n'ont pas compris au départ la bonne formule, ils n'ont pas la bonne formule. Du coup ils ne comprennent pas que… C'est un problème donné en secondaire ça ? Ou c'est niveau primaire ?
57	Julie	Euh… ça ça peut être au niveau primaire.
58	EP7	Oui, en secondaire je leur ferai mettre en équation donc je mettrai euh… X euh… je leur ferai écrire en équation et pour trouver exactement. En primaire, pourquoi est-ce qu'ils n'y arriveraient pas ? **Bah ils risquent de faire euh… Diviser par 2 directement sans décompter les deux du bout.**
59	Julie	Ok et alors comment est-ce que vous pourriez les aider à répondre à cette question du coup ? A trouver la bonne réponse ?
60	EP7	Euh… En repartant de… **52 personnes c'est loin pour eux. Peut-être en mettant les bancs tout simplement, les faire vivre la situation en grandeur**

		nature et ajouter à chaque fois une table et des choses comme ça ou avec des couleurs en disant voilà ce qui ne bougent pas, c'est un à chaque extrémité. Donc ceux-là on va d'abord les enlever et puis on fait diviser par 2. Mais je les oblige très souvent à dessiner, chose qu'ils n'aiment pas faire. Mais je dis un problème ça passe par le dessin. Vous devez dessiner ce qu'on vous demande. Donc euh… Voilà.
61	Julie	Ok parfait. Alors vous c'est quoi la réponse à laquelle vous vous attendez le plus de la part de vos élèves ? Donc si on leur demande de généraliser donc donne ensuite une manière de trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables, bah quelle est la réponse à laquelle vous vous attendez le plus de la part de vos élèves ?
62	EP7	Bah euh… **Dans la parenthèse nombre de tables x2 fermer la parenthèse +2.**
63	Julie	Ok. Et alors dernière question, comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe ? Donc si vous deviez mener cette activité en classe, comment est-ce que vous feriez ?
64	EP7	En leur donnant cet énoncé-là ? le même ?
65	Julie	Oui.
66	EP7	Euh… Bah en leur faisant dessiner et pour ceux qui ont même du mal en les mettant en situation ou avec des jetons ou on a du matériel en classe, on a des petits cubes, on a des pions, voilà en leur faisant rendre réel la situation, en 3D quoi, et qu'ils puissent retirer et des choses comme ça.
67	Julie	Ok et alors une fois que, bah voilà vous faites vivre la situation, vous faites dessiner, après qu'est-ce que vous faites concrètement pour qu'ils trouvent la réponse pour 3 tables, pour 10 tables et puis pour la formule générale ? En règle générale, qui peut trouver la formule ?
68	EP7	Euh… Bah leur demander simplement d'essayer de trouver. Qu'est-ce qu'on pourrait faire pour euh… pour y arriver et alors euh… les mettre par deux, trois, quatre, …
69	Julie	Donc les laisser chercher alors ?
70	EP7	Ah oui oui oui, les laisser chercher avec le matériel. Moi je passerai dans les bancs voir ce qu'ils font et les aiguiller euh… Ceux qui sont presque sur la voie leur dire « jusque-là c'est bon continue tu es sur la bonne voie » ou ceux qui vont vraiment droit dans le mur leur dire, leur montrer que ce n'est pas possible, qu'ils se dirigent vers la mauvaise formule ou en tout cas les faire réfléchir à y arriver et puis alors on va échanger. Donc chaque groupe dirait « tiens moi j'ai pensé à cette solution-là », une autre va peut-être dire la même chose mais avec d'autres mots et se rendre compte qu'au bout du compte euh… Et puis après leur demander bah de mettre en pratique la formule trouvée.
71	Julie	Ok donc la vérifier, voir si elle fonctionne ?
72	EP7	Oui.
73	Julie	Ok et bah parfait. J'ai terminé avec euh… avec mes questions. Avez-vous peut-être quelque chose à rajouter ?
74	EP7	Non.
75	Julie	Merci beaucoup d'avoir accepté de répondre à mes questions, surtout pendant vos vacances.
76	EP7	Avec plaisir. Bonne fin de journée et bonnes vacances.
77	EP7	Merci, à vous aussi. Au revoir !

Annexe 10.8. Enseignant primaire 8 (EP8)

Cet entretien a été mené le lundi 5 juillet 2021 à 13h30 et a duré 17 minutes 55.
La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis 5 à 10 ans en $5^{ème}$ et $6^{ème}$ année primaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 6 items sur 7 en CK et 8 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Tu m'entends ? Je vais te partager mon écran comme ça tu vois les questions, dis-moi si tu vois ?
2	EP8	Bonjour, oui, parfait.
3	Julie	Parfait, merci beaucoup encore une fois.
4	EP8	Oh avec plaisir dis ça va, maintenant je suis en congé.
5	Julie	Alors, donc première question, pour toi quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
6	EP8	Heu ben **pour leur donner un bagage par la suite et éventuellement leur donner une façon de résoudre aussi**. Euh... par la suite différents problèmes qu'ils pourraient avoir par rapport à ce qu'on leur demande etc. … et **leur donner un bagage de méthode, de logique.**
7	Julie	Ok. Et en secondaire est-ce que tu as une idée ?
8	EP8	Heu...**justement ça dépend ce qu'ils vont faire plus tard et puis même dans la vie de tous les jours il y a certaines choses qu'on utilise heu par exemple une règle de trois c'est quelque chose qu'on peut utiliser largement dans notre vie quotidienne. Euh donc heu si on généralise c'est important aussi... pour ce qu'ils veulent faire plus tard quoi.**
9	Julie	Ok. Alors je vais te demander de lire ici le petit problème. (Elle réfléchit tout haut). Donc ici je vais te demander, parmi les quatre propositions, laquelle représente le plus la déclaration de Thomas ?
10	EP8	Ben pour moi il y a .. C'est quoi le « t » ?
11	Julie	Le « T » c'est le numéro de la figure et le « N » c'est le nombre de petits cure-dents.
12	EP8	Ok. Donc c'est les trois triangles figure 3 en fait ?
13	Julie	Ben en fait ici le « t » ça représente le numéro de la figure donc dans ce cas-ci, le « t » vaut 1, dans ce cas-ci le « t » vaut 2, dans ce cas-ci le « t » vaut 3, etc..
14	EP8	Ok, ben alors là ... Euh ... J'aurais pas noté ça du tout comme ça.
15	Julie	J'imagine.
16	EP8	**Donc « 3t » c'est la troisième figure.** C'est juste ce que je dis ?
17	Julie	Ben « 3t » ça veut dire 3 fois le numéro de n'importe quelle figure. Ici c'est la généralisation donc du coup, « T » représente n'importe quelle figure.
18	EP8	Oh ben alors là... Je mettrais la deuxième moi.
19	Julie	Ok et parmi les trois autres, est-ce qu'il y en a d'autre qui te semble correct pour généraliser la situation ?
20	EP8	Je dirais la dernière.
21	Julie	La dernière ok, et est-ce que tu as une idée du raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver cette formule-là ?

22	EP8	Ben logiquement moi ce que j'aurais fait c'est de faire les 3 bâtonnets et puis alors il a fait chaque fois, attends hein je réfléchis. Mais pour les autres oui il a fait « +2 » puis « -1 », non « +3 » puis « -1 » donc du coup, il aurait fait fois mais j'avoue que ton « t » il me perturbe.
23	Julie	Rires.
24	EP8	Oui c'est un drôle de raisonnement. J'aurais eu le raisonnement primaire certainement mais la généralisation on l'utilise en primaire tu vois ? Mais le « t » si on sait pas d'où il vient c'est compliqué quoi. Je t'avoue que c'est une méthode que je n'utilise pas trop souvent à part le « n » quand on voit les aires et tout ça, on abrège par le « n » majuscule ou minuscule tu vois ? On reste vraiment très basique sur ça, donc quand ils arrivent en algèbre en secondaire ça doit être plus compliqué...
25	Julie	Pas de souci, donc ici Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit on fait à chaque fois « +2 » pour passer d'une figure à une autre donc la formule c'est « T+2 » donc « t » c'est le numéro de la figure « +2 », donc comment toi en tant qu'enseignant, tu peux montrer que c'est incorrect ? Et alors l'aide que tu pourrais apporter à cette élève ?
26	EP8	**Ben en fait … heu... « t » à la limite on peut partir que c'est la figure une ? On aurait pu mettre « T1 »**
27	Julie	Là dans ce cas-là, dans la figure 1, « t » vaut 1, dans la figure 2, « t » vaut 2 ...
28	EP8	Oui, donc le « t » pour moi ça représente une figure représentative mais à partir du moment où on passe à une autre figure, le « t » ne vaut plus la même chose.
29	Julie	Oui et donc ...
30	EP8	**Donc figure 1 ça vaudrait « t », figure 2 ça vaudrait « t+2 » et puis figure 3, ça vaudrait « t+4 ».**
31	Julie	Ok, et donc tu montrerais comme ça aux élèves que..
32	EP8	**Ben moi en fait je partirais un peu comme dans les partages inégaux euh ... par exemple euh... figure 1, figure 2, figure 3, je referais une représentation en tiret je vais dire donc ça, ça vaut « t », la figure 2, ça vaut « t+2 » et puis ça vaut « t+4 » et alors en fonction, on aurait compté ce qu'on rajoutait à chaque fois en fait. Parce que quand on passe de la figure 1 à la figure 3, on fait +4 pas +2 à chaque fois quoi...**
33	Julie	Oui ok.
34	EP8	Et puis alors il faut diviser évidemment pour trouver ce que vaut « t » et puis alors ben voilà quoi.
35	Julie	Ok, donc toi tu partirais toujours de la figure 1 pour généraliser pour les autres figures ?
36	EP8	Oui.
37	Julie	Ok. Alors certains élèves du primaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type. C'est quoi la principale difficulté à laquelle tu t'attends ?
38	EP8	**Ben la compréhension de ce qu'on leur demande. Heu... l'analyse des informations qu'ils ont besoin.** Heu...c'est ce qu'on retrouve essentiellement chez nous surtout avec un public défavorisé chez nous où le français, ce n'est pas du tout leur langue maternelle donc il y a le vocabulaire, il y a la compréhension et puis trouver aussi l'opération qu'on leur demande. Ça , ça reste très compliqué pour certains. Euh ... et puis voir dans leurs têtes, qu'elles sont les étapes pour résoudre ce problème. En grandeur c'est souvent le problème quand on voit les aires composées ben il faut entre guillemets leur pousser au départ ben voilà si on a un carré et un triangle ben il faut décomposer cette forme là en deux parties, on fait le calcul du carré puis le calcul du triangle

		et puis on fait le total... En fait, c'est vraiment … A l'heure actuelle les enfants ... Enfin c'était déjà compliqué pour nous, mais en plus de ça au niveau spatiale, au niveau représentation, ça devient de plus en plus compliqué. Dû à quoi ? J'en sais rien mais...On les fait plus travailler avec leurs méninges mais plutôt avec leurs yeux...
39	Julie	Rires. Ok. Alors ici je vais te demander de lire le dernier petit problème qui est un peu plus facile.
40	EP8	Ok.
41	Julie	Alors ici je te donne la réponse qui est fournie par un élève aux trois questions et je te demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir quels commentaires tu pourrais lui faire ?
42	EP8	Ok, je t'avoue que je suis vraiment visuelle donc si je ne le fais pas c'est compliqué....**Ben jusque-là, son raisonnement est correct en fait. Ben en fait il a fait un schéma et c'est son schéma qui appuie son raisonnement en fait et puis ensuite il a fait son calcul mais déjà son calcul il y a un problème d'égalité**.
43	Julie	Oui.
44	EP8	Heu ça déjà c'est une première chose car « 3+3 = 6 » mais « 6+2 = 8 » mais tout ensemble ça ne va pas. Même chose pour le deuxième donc problème d'égalité. Heu... Ensuite ben forcément son calcul va être correct parce que il a additionné les deux rangées et puis il a additionné les deux places au bout donc jusque-là, ça reste correct mais il n'a pas vraiment généralisé. Il a pas utiliser une formule « +2 », « +4 » comme dans le précédent problème donc oui en soi son raisonnement peut-être correct mais voilà rien que par le problème d'égalité, ça va un peu coincer quoi. Si on regarde que la réponse finale, ça me semble correct.
45	Julie	Ok, et donc au niveau de sa généralisation, il dit que pour trouver le nombre de chaises par rapport au nombre de tables, il faut faire nombre de chaises + nombre de tables + 2. Est-ce que cette généralisation te semble correcte ?
46	EP8	Non c'est pas correct. **Alors il aurait fallu qu'il dise : « ben voilà, j'ai dix tables et je mets chaque fois deux personnes en bout de table donc ça fait « 2x10 » donc « 2xN+2 » alors ? »**
47	Julie	Donc pour toi, c'est la généralisation que tu attendrais alors ?
48	EP8	Heu...ben non parce que ce n'est pas assez abrégé pour moi.
49	Julie	Ok.
50	EP8	Pas assez général parce qu'après quand il va se retrouver heu je sais pas moi... Si parce que ça revient à la même chose, « 2xN » c'est la même chose pour moi donc eux oui.
51	Julie	Donc tu acceptes ou tu n'acceptes pas alors ?
52	EP8	J'accepterais.
53	Julie	Alors, ensuite l'enseignant demande aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaire pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question. Mais pourquoi selon toi ?
54	EP8	Heu...ben parce que euh.. ils ont un.. J'ai le problème avec mes élèves. Quand on passe dans un sens ça va, **quand on leur donne une formule ben ils ne savent pas la remettre à l'envers. Et en fait, moi je pars toujours du principe que le égal fait changer de signe donc heu.. le « +2 », ça deviendrait le « -2 »** et en fait le...Si on part du raisonnement de la fille au-dessus ben c'est plus embêtant parce que il faut savoir que « 25 et 25 » ben ça fait 50 si ils sont pas au courant ben ça va être délicat de faire 50 moins... Ben

		ils vont faire « essais-erreurs » en fait. Euh ... donc c'est ça la généralisation que je te disais « 2xN+2 » dans ce cas-là, c'est beaucoup plus facile tu retournes et tu fais diviser par 2 quoi et là tu retrouves 25 quoi.
55	Julie	Ok, parfait. Et quelle sera selon toi la réponse qui sera fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut trouver autour de n'importe quel nombre de tables ? » C'est quoi la réponse à laquelle tu t'attends le plus ?
56	EP8	Heu.. en tout cas ce serait une addition ça c'est clair. Euh ... **je pense l'addition que la jeune fille a faite ou bien alors « 2+2+2+2 ,...» jusqu'à ce qu'on ait le nombre de places quoi et le nombre de tables mais toujours avec ce schéma en appuis quoi.** Et donc c'est un peu le problème quand il passe du « + » au « X », ils ont difficile de généraliser ce côté-là et c'est un peu ce qu'on se bat avec les tables de multiplications quand on voit je sais pas moi « 2X4 »ben c'est « 4+4 » et pour leur faire comprendre que c'est « 2X4 » ben c'est sur ce point-là qu'il faut travailler quoi.
57	Julie	Ok, donc essayer de transformer une addition en multiplication pour simplifier le calcul quoi ?
58	EP8	Oui voilà tout à fait.
59	Julie	Ok et dernière question c'est comment tu mènerais cette activité en classe avec tes élèves ?
60	EP8	Ben heu déjà je partirais d'un visuel, ça pourrait être avec des légos ou un bouchon pour faire les chaises donc heu voilà on part de là et on les fait manipuler et ensuite on partirait sur des analyses de données et on irait fluorer ce qui est important dans le problème et puis après on aurait évidemment le schéma pour qu'on passe du concret vers l'abstrait et puis essayer de déterminer ben comment est-ce qu'on passe de l'un à l'autre ? Euh ... et puis évidemment après le calcul et puis la phrase évidemment, c'est la démarche type du problème et c'est cette méthode qu'on essaye de donner à nos élèves en concertation avec mes collègues, on essaye de suivre ces grandes étapes là pour essayer qu'un jour ils puissent se passer ... Que ça se fasse spontanément, qu'ils n'aient plus besoin de fluorer dans les textes etc. donc oui moi ce serait plus une démarche de résolution.
61	Julie	Ok et quand tu dis « phrase », c'est la phrase de la généralisation du problème alors ?
62	EP8	La phrase pour répondre à la question et la généralisation oui.
63	Julie	Ah ben parfait. Ben voilà, j'ai fini avec mes questions alors. Merci d'avoir pris ton temps pour m'aider.
64	EP8	Avec plaisir. Belle journée.
65	Julie	Merci. Bonne journée à toi aussi.

Annexe 10.9. Enseignant primaire 9 (EP9)

Cet entretien a été mené le mardi 6 juillet 2021 à 10h30 et a duré 16 minutes 35.
La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis 10 à 20 ans en 5ème et 6ème année primaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 6 items sur 7 en CK et 8 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Vous ne m'entendez pas ?
2	EP9	Oui voilà.
3	Julie	Bonjour. Vous m'entendez ?
4	EP9	Bonjour. Oui.
5	Julie	Merci beaucoup d'accepter de répondre à mes questions.
6	EP9	Mille excuses … Mon fils a dormi avec moi et la nuit fut courte.
7	Julie	Il n'y a aucun souci. Merci beaucoup. Je vais vous partager mon écran. Donc dites-moi si vous voyez. Voilà. Vous voyez ?
8	EP9	Oui oui.
9	Julie	Ok. Super. Bah alors on peut commencer. Première question c'est pour vous, quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
10	EP9	Euh … Qu'entendez-vous par activités de généralisation ?
11	Julie	Donc celles que je vous ai proposées dans le questionnaire. Par exemple, une comme ceci (montre un exemple), généraliser un processus, dire combien d'allumettes pour n'importe quelle figure.
12	EP9	Oui oui. Eh bien **je trouve que c'est important parce que c'est vraiment leur donner un choc intellectuel donc il faut qu'ils réfléchissent, il faut qu'ils manipulent, et ils doivent mettre en place des stratégies.** C'est vraiment ce qu'on essaye de faire en primaire. De ne plus donner comme dans le temps où l'enfant écoutait passivement ce que l'enseignant transmettait, maintenant on essaye de rendre l'enfant acteur de ses apprentissages. Et c'est compliqué parce que, euh ils ne manipulent plus assez à la maison. Donc paradoxalement à la maison, on ne joue plus, mais à l'école on leur demande de manipuler, faire appel à des défis, casser leur déjà-là, donc ça c'est vraiment des belles activités à faire en classe.
13	Julie	Ok. Et en secondaire, est-ce que vous avez une idée de la pertinence de les utiliser ?
14	EP9	Non. **Je pense que c'est surement la même chose dans le prolongement du primaire. A ce moment-là, dans le secondaire, on va aller plutôt me semble-t-il vers des activités plus complexes où ils ne manipulent plus. Où là ils doivent réfléchir et mettre en place des stratégies pour répondre à ce genre de questions**.
15	Julie	Ok. Alors ici je vais vous demander de lire le petit problème en dessous. Voilà !
16	EP9	(Lit le problème) Oui.
17	Julie	Alors ici je vous donner le raisonnement d'un élève, Thomas. Il explique sa pensé et alors je vous demande, bah parmi les quatre propositions ci-dessous, celle qui correspond au mieux à la déclaration de Thomas.
18	EP9	Dites c'est le matin ! (Rires) Alors euh … Mhhhhhhh (Réfléchit)

		C'est + 2 donc ce serait la première alors.
19	Julie	Donc par rapport à la déclaration de Thomas, vous sélectionnez la première ?
20	EP9	Bah il me semble moi attendez … J'utilise 3 bâtons pour chaque triangle, attendez je recommence. Ensuite, je vois que je compte deux fois un bâton … Non c'est là … Sauf le dernier que je dois supprimer. Non ce serait une des deux dernières. 3 bâtons oui … C'est juste. Une des deux dernières. Mais laquelle ? Oui moi je mettrai une des deux dernières plutôt oui.
21	Julie	Mais vous n'avez pas une idée entre la troisième et la quatrième ? Celle que vous sélectionneriez ?
22	EP9	Bah ça m'embête parce qu'il manque deux fois, il manque le deux.
23	Julie	Oui.
24	EP9	Sauf le dernier que je dois supprimer … La dernière.
25	Julie	Ok. Et alors parmi les trois premières, est-ce qu'il y en a d'autres qui vous semblent correctes pour illustrer la situation ? Donc là on n'est plus dans la déclaration de Thomas, on demande ça à des élèves, est-ce qu'il y en a un des trois autres, ou deux ou les trois, qui vous semblent correctes ?
26	EP9	Moi je mettrai 3 + 2 + 2 + 2 … Vous voyez. Y a pas ça ?
27	Julie	Non.
28	EP9	Euh … Bah l'avant dernière alors. Le 3 est représenté.
29	Julie	Ok. Et est-ce que vous avez une idée du raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver celle-là ?
30	EP9	Bah oui parce que, si on met en couleur, moi niveau primaire, si on met en couleur, il va mettre le premier triangle en couleur, puis le deuxième en couleur il va rajouter deux bâtons, puis encore un triangle en couleur, 2 bâtons, et ainsi de suite. Vous voyez le premier resterait en couleur à chaque fois, et on rajouterait deux bâtons supplémentaires au fur et à mesure.
31	Julie	Ok. Alors ici Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit bah on fait chaque fois plus deux et donc la formule c'est t + 2. Donc je rappelle que le t c'est le numéro de la figure.
32	EP9	**La figure oui, la première.**
33	Julie	Comment est-ce que vous pouvez en tant qu'enseignant montrer que c'est incorrect cette formule-là ?
34	EP9	**Bah parce que si on fait t + 2, ça va pas aller. Faut chaque fois prendre les deux précédents. Donc ce que je lui ferai faire, elle je lui donnerai les bâtons, sans le dessin en lui disant bah voilà essaye, rajoute, suis ton raisonnement plus deux et vois ce que ça donne alors. Et tu verras bien que tu seras dans l'erreur.**
35	Julie	Ok. Et comment est-ce que vous pourriez sur base de son raisonnement l'amener à la formule correcte ? Est-ce que vous avez une idée ?
36	EP9	Non. Non parce qu'en fait dans le primaire, on ne va pas jusqu'à la formule algébrique. Donc c'est là que vous me mettez en difficulté en fait parce que moi, les formules algébriques, je ne les fais pas en primaire. On s'arrête là en fait. **En 6ème année, on va jusque-là, on en tire une déduction donc on doit faire le triangle, on en rajoute deux, on en rajoute deux, etc. mais on ne va pas aller plus loin dans la réflexion.** Donc ici moi je m'arrêterai jusqu'à ce qu'elle arrive à une réflexion logique et qu'elle puisse remettre en place alors, l'intégrer dans une autre situation. Donc par exemple si à la place d'un triangle on met un carré qu'est-ce qu'il va se passer, vous voyez ?

37	Julie	Ok. Donc vous vous allez par exemple bah combien de bâtonnets pour la 7ème figure, donc faire + 2 + 2 … pour arriver à la 7ème mais vous n'allez pas généraliser pour dire ah pour la figure 100, comment est-ce qu'on ferait pour trouver le nombre de bâtons, vous n'allez pas jusque-là ?
38	EP9	Non. On va jusque-là avec les enfants qui sont plus forts. Les enfants qui intellectuellement sont capables d'aller jusque-là, oui, mais au niveau du primaire, vraiment c'est compliqué pour eux parce que ça devient trop abstrait. La 100ème figure, alors là comme vous dites c'est vraiment généraliser une formule mathématique algébrique et dans leur développement intellectuel, beaucoup ne sont pas prêts à accepter ce genre de situation. C'est un peu comme si vous demandiez ce genre de problème à un enfant de 2ème année primaire, il n'est pas capable. **Pas parce qu'il n'est pas intelligent, mais parce que son développement, son niveau de maturité n'est pas suffisant que pour aller jusque-là dans la réflexion.**
39	Julie	Et quelle est la généralisation, donc non algébrique du coup, qui pourrait convenir à un élève peut-être de 6ème primaire ? Est-ce que vous avez une idée de lé généralisation qu'il pourrait fournir pour cet exercice-là ?
40	EP9	Sincèrement, non. Voilà non. Parce que je ne suis pas matheuse non plus. Donc si je vous envoie un collègue à moi, il va vous dire oui il faut faire comme ça mais moi, ici, à froid comme ça sans avoir pris du recul pour réfléchir, je ne saurai pas vous répondre. En toute honnêteté.
41	Julie	Ok, pas de souci. Et alors dernière question par rapport à ce petit problème-ci c'est, bah certains élèves du primaire éprouvent des difficultés avec ce genre de problème. Est-ce que vous avez une idée de la difficulté à laquelle vous vous attendez le plus ?
42	EP9	Remettez-le un peu. **Euh oui voilà. Euh oui parce qu'il y en a qui vont faire systématiquement plus trois donc ils vont compter, ils ne vont pas tenir compte des bâtons, ils vont voir trois triangles donc 9 bâtons. Il va vraiment falloir revenir au comptage et au dénombrement pour dire es-tu sur de ta réponse ? Recompte, mets des bâtonnets d'allumettes ou des cure-dents, refais la figure, prends-en 9 et vérifie si c'est bon. Donc la difficulté elle va être là. L'enfant ne va pas directement compter qu'il y a un côté commun je vais dire.**
43	Julie	Ok. Alors je vous présente le dernier problème donc voilà, vous pouvez le lire aussi.
44	EP9	Oui. On est dans le même genre de situation.
45	Julie	Donc ici, je vous donne la réponse qui est fournie par un élève aux trois questions, donc pour 3 tables, pour 10 tables et pour la généralisation. Je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir quels commentaires vous pourriez lui faire ?
46	EP9	Remettez la consigne. Il faut le temps (rires).
47	Julie	Pas de souci. Voilà.
48	EP9	Ok, ça va. Donc pour 3 tables, 8 personnes avec le dessin d'accord. 3 + 3 … Ah oui d'accord il a compté les extrémités puis les deux du milieu, ça fait 8. Pour 10 tables, d'accord.
49	Julie	Donc sa solution vous semble correcte ?
50	EP9	**Euh correcte mais moi je mettrai, fin 10 fois 2 vous voyez ?**
51	Julie	Oui. Vous simplifierez ?
52	EP9	Simplifier l'équation … Parce que nombre de tables plus nombre de tables, mathématiquement, ce n'est pas faux mais c'est quand même plus … Enfin au

		niveau de la formulation, moi je leur dis il y a une faute d'orthographe dans votre formulation mathématique. Comme ça vous voyez, quand un enfant met des moins, des plus, des égalités sur la même ligne, je dis on n'écrit pas comme ça dans la résolution d'un problème. Donc ici l'enfant je lui dirai ce n'est pas faux mais essaye de reformuler peut-être en supprimant les additions.
53	Julie	Et alors la généralisation, c'est une généralisation que vous accepteriez en primaire si elle est alors simplifiée ? C'est le genre de chose à laquelle vous pouvez vous attendre ?
54	EP9	Tout à fait, mais alors ce que je pourrai faire aussi, c'est au lieu de mettre des tables, proposer un autre mot de vocabulaire et dire tiens comment est-ce que tu pourrais formuler parce que là tu as mis nombre de tables mais si c'est pas des tables, si c'est je ne sais pas moi, c'est des clous qu'il faut placer autour d'un cadre quelque chose comme ça, comment est-ce qu'alors tu formulerais ta question différemment ?
55	Julie	Ok. Alors l'enseignant il demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes, mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question. Pourquoi, selon vous ?
56	EP9	**C'est un trop grand nombre, ils ne savent pas le vérifier par un schéma. Ça devient complexe à vérifier.**
57	Julie	Ok. Comment est-ce que vous pourriez les aider alors à répondre à cette question ?
58	EP9	Bien, y a 10 tables, on essayerait alors avec peut-être 12 tables, 15 tables, jusque 20. C'est quelque chose, c'est une représentation correcte. Et avec l'habitude, avec comment est-ce que je vais vous expliquer ça ? **Oui, la routine euh de la réponse, donc le nombre fois deux plus les deux extrémités, et bien alors on arriverait aux 52 personnes. Avec l'opération inverse, d'un côté on fait fois donc de l'autre côté on fait diviser (montre le sens des flèches avec ses mains).** Jongler avec ça.
59	Julie	Ok. Alors quelle est la réponse vous à laquelle vous vous attendez le plus de la part de vos élèves à la question donne ensuite une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables. Donc si vous demandiez aux élèves de généraliser ce processus-ci, quelle est la réponse à laquelle vous vous attendez le plus ?
60	EP9	**Côté fois 2 plus 2.** Comme si c'était un périmètre ou euh une simplification plus vers la géométrie. Ils iraient plus vers la généralisation géométrique.
61	Julie	Ok. Et alors dernière question, c'est comment vous mèneriez cette activité en classe avec vos élèves ?
62	EP9	Oh alors là on ferait un défi. On mettrait carrément les tables en classe. Et bien comment est-ce qu'on pourrait bien se placer pour que tout le monde soit assis. Voilà on a autant de tables, alors on jonglerait avec ça évidemment, en demi-groupes. Mais d'abord je leur ferai vivre la situation de manière physique puis schématiser alors dessiner les tables. Comme je vous ai dit, bah changer la consigne en disant ce n'est plus des tables mais des clous qu'on doit accrocher à un mur est-ce qu'on va commencer à clouer dans la classe ? Non. Là il va falloir qu'ils mettent en place des stratégies parce qu'ils ne pourront plus la représenter, fin la vivre. Ils devront trouver un moyen de représenter ça. D'où ce fameux schéma.
63	Julie	Ok. Puis après vous répondriez aux questions 3 tables, 10 tables sur base de ça ?

64	EP9	Voilà. Les tables, et puis les personnes. Parce que les tables, c'est une manière de calculer, mais les personnes il faut faire l'opération dans le sens contraire donc ici moi la réponse que j'attends avec les 52, c'est 106. Vous voyez ?
65	Julie	Ok.
66	EP9	Et alors je représente sous forme de flèches pour avoir la flèche qui va dans l'autre sens. Oui mais on a des tables, on a des personnes puis on a des personnes, on a des tables (montre le sens des flèches avec ses mains). La réciprocité en fait. Ça c'est très difficile pour eux.
67	Julie	Ok. Bah parfait. J'ai terminé avec mes questions.
68	EP9	Bah voilà j'espère que j'ai pu vous aider.
69	Julie	Oh oui, merci beaucoup.
70	EP9	Tant mieux !
71	Julie	Merci d'avoir pris de votre temps pendant les vacances, c'est super gentil.
72	EP9	Non non pas de souci, désolée de mon petit retard.
73	Julie	Pas de souci. Encore merci.
74	EP9	Je vous en prie. Tenez-moi informée.
75	Julie	Oui oui, avec plaisir. Bonne journée à vous et bonnes vacances.
76	EP9	Également. Au revoir.
77	Julie	Au revoir.

Annexe 10.10. Enseignant primaire 10 (EP10)

Cet entretien a été mené le mardi 6 juillet 2021 à 14h et a duré 18 minutes 21.

La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis 5 à 10 ans en 5ème année primaire.

Dans le questionnaire, ce participant a réussi 4 items sur 7 en CK et 9 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Vous m'entendez ?
2	EP10	Je vous entends bien, oui.
3	Julie	Parfait. Alors je vais vous partager mon écran comme ça vous voyez les questions. Dites-moi si vous voyez.
4	EP10	Oui.
5	Julie	Ok, super. Alors on peut démarrer. Encore merci d'accepter de répondre à mes questions.
6	EP10	Avec plaisir.
7	Julie	Donc ici, première question, c'est pour vous, quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
8	EP10	Qu'est-ce que vous entendez par activités de généralisation ici ?
9	Julie	Donc comme je vous ai proposées dans le questionnaire. Donc par exemple une activité de ce type-ci (montre une activité sur l'écran) où on devrait trouver le nombre d'allumettes pour n'importe quelle figure.
10	EP10	Bah déjà, **il faut les faire parce qu'au CEB, il y a d'office une ou deux questions où il y a des activités de généralisation, où les enfants doivent pouvoir répondre à une question de suite logique.** Et euh, pourquoi c'est pertinent ? **Parce que ça permet de penser, à permettre à l'enfant d'avoir une pensée logique qui n'ont pas tous forcément à l'école. Ça dépend les**

		familles … Il y a des enfants qui sont très très logiques, qui vont comprendre directement le schéma, alors que d'autres enfants, eux ne perçoivent pas directement la suite logique et qu'il faut vraiment le travailler.
11	Julie	Ok. Et alors est-ce que vous voyez la pertinence de les travailler dans le secondaire ?
12	EP10	**Bah c'est une continuité. Comme en secondaire, c'est beaucoup plus abstrait, pour moi si on commence à travailler ces activités de généralisation en primaire, ça peut faciliter le travail euh en secondaire. Ça va permettre une abstraction beaucoup plus efficace pour les enfants.**
13	Julie	Ok. Alors ici je vais vous demander de lire le problème ci-dessous.
14	EP10	(Lit le problème et réfléchit). **Donc 2t c'est la figure numéro 2 c'est ça ?**
15	Julie	Le *t* ça représente n'importe quelle figure, ça représente le numéro de la figure.
16	EP10	Ok.
17	Julie	Et *n* c'est le nombre de cure-dents.
18	EP10	Ah ! Ça remonte à loin tout ça. Euh … Je dirai moins un mais … Oh vous me posez une colle. Sincèrement là j'ai l'impression de retourner au cours de math (rires). Moi j'aurai mis autrement. Fin, j'aurai pas commencé par *n* en fait. Je crois que c'est plus ça qui me …
19	Julie	Vous auriez fait comment ?
20	EP10	Bah j'aurai écrit, fin oui j'aurai pu écrire n égale deux fois le triangle plus un, puisque chaque fois on rajoute deux et qu'il y en a un en trop.
21	Julie	Oui.
22	EP10	Donc oui ce serait la première alors $2t + 1$. Oui je resterai sur la première proposition.
23	Julie	Ok. Et alors parmi les trois autres, est-ce qu'il y en a d'autres qui vous semblent correctes ? Donc pour généraliser ce processus-là, on n'est plus dans la pensée de Thomas, d'autres élèves auraient pu fournir d'autres réponses, est-ce que d'autres expressions vous semblent correctes ?
24	EP10	L'avant dernière.
25	Julie	Est-ce que vous avez une idée du raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver cette réponse-là ?
26	EP10	Bah il aurait gardé, il se serait … Oui bah c'est la même que l'autre en fait. Je crois qu'ils auraient, pff … C'est compliqué de voir comme ça. Donc $3t$ (réfléchit). Je vous avoue que mes élèves réfléchissent pas du tout comme, fin ne partagent pas du tout ça comme ça donc …
27	Julie	Ok, il n'y a pas de souci.
28	EP10	Pour moi, ça c'est plus secondaire, fin la généralisation de cette manière, c'est plus secondaire que primaire. Les enfants en primaire ne verraient pas du tout comme ça, ce serait plus simple en fait. Je prends 2, puis je fais fois le nombre de figures et puis je rajoute un.
29	Julie	Ok. Donc plus verbaliser sous forme de phrases alors ?
30	EP10	Oui. Oui les enfants, ce serait beaucoup plus sous forme de phrases que … C'est assez rare. En plus je suis dans un milieu qui est assez défavorisé. Je suis en D+. Donc j'ai des enfants, je leur présente, déjà je leur présente l'image, ils vont devoir construire avant de pouvoir réellement faire abstraction de l'image et de me trouver la formule.
31	Julie	Ok. Alors ici Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit bah on fait chaque fois plus deux, donc la formule c'est $t + 2$, donc je rappelle que *t* c'est le numéro de

		la figure. Et donc comment est-ce que vous pouvez en tant qu'enseignant montrer que cette formule est incorrecte ?
32	EP10	**Bah parce qu'elle part du numéro de la figure donc elle, elle fait 1 + 2, mais 2 + 2, ça fait pas 5. Ça fait 4.**
33	Julie	Ok. Donc vous montrez à l'aide d'un exemple alors ?
34	EP10	Oui oui.
35	Julie	Ok. Et alors l'aide que vous pourriez apporter à cet élève ? Donc une fois que vous avez montré que c'était faux, l'aide que vous pourriez apporter sur base de son raisonnement pour l'amener à dégager la bonne généralisation ?
36	EP10	**C'est de faire manipuler. Manipuler, remanipuler, enlever … Augmenter la série pour qu'ils comprennent vraiment que oui y a un +2 mais y a pas que ça au final.** Oui manipuler fin moi c'est ce que je fais du moins avec mes élèves c'est que on manipule, on manipule et on fait vraiment que ça. J'ai certains enfants qui comprennent tout de suite et qui arrivent à mettre en avant cette formule mathématique mais les autres, la plupart, c'est en manipulant et en refaisant plusieurs fois l'exercice que ça rentre.
37	Julie	Ok. Alors certains élèves du primaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type-là. Donc je vous remontre le problème. C'est quoi la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ?
38	EP10	Euh bah c'est ça, **c'est le +2 en fait. Les enfants, du moins dans ma classe, c'est ce qu'ils feraient, +2 à chaque fois. Ah bah oui pour passer de la figure 1 à la figure 2, j'ai fait +2 donc je dois ajouter 2 à chaque fois. Sauf que c'est incorrect puisque à chaque fois il y a une allumette qui est en commun. Il ne faut pas l'oublier celle-là, cette allumette commune.**
39	Julie	D'accord. Ici je vais vous proposer le dernier problème. Donc voilà, je vais vous demander de le lire. Donc ici je vous donne la production qui a été fournie par un élève et je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir quels commentaires vous pourriez lui faire.
40	EP10	Alors pour le 3 tables, c'est … Le dessin qu'il a fait est correct, par contre l'écriture mathématique euh de, pour donner **la réponse est incorrecte puisque les égalités ne sont pas** … 3 + 3 ce n'est pas égal à 8 à la fin. Ça aussi je le répète toujours à mes élèves, c'est que chaque fois qu'on change une idée, qu'on ajoute ou qu'on soustrait un élément, il faut vraiment différencier les calculs. Donc ici sa faute, c'est ça. **Je pense que le raisonnement dans sa tête est correct, mais qu'elle n'arrive pas à le mettre correctement sur papier.**
41	Julie	Ok. Et alors la généralisation, est-ce qu'elle vous semble correcte ici en dessous ?
42	EP10	**Oui, pour moi oui parce que c'est la manière dont mes élèves écriraient la réponse.**
43	Julie	Ok donc c'est le genre de réponse que vous vous attendez à recevoir de la part de vos élèves ?
44	EP10	Oui voilà mes élèves ils vont écrire ça comme ça.
45	Julie	Ok. Alors l'enseignant il demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question-là. Pourquoi, selon vous ?
46	EP10	**Parce qu'ils ne peuvent pas forcément faire le dessin.** C'est compliqué pour eux de faire le dessin et que, du moins dans ma classe, **les enfants quand ils ont dû trouver un calcul, ils ont du mal à faire le calcul inverse**, de voir le lien. S'ils font plus, y en a certains ça va être d'office je dois faire moins ok. Ici

		je fais 50 – 2 puis je divise par 2 et j'ai mon nombre de tables, mais j'ai des élèves qui n'y arriveront pas. Alors ils vont devoir dessiner, mais ça va prendre beaucoup plus de temps du coup que s'ils arrivaient à généraliser.
47	Julie	Et donc du coup, comment est-ce que vous pourriez aider vos élèves à répondre à cette question ? Ceux qui n'y arrivent pas, comment vous pouvez les aider à répondre à cette question ?
48	EP10	**Bah il faut faire un lien avec les nombres, les nombres carrés en fait. Ça c'est plus en fin de 5ème début de 6ème les nombres carrés. Donc comme ils ont déjà vu qu'il y avait le +2 puisqu'il y a les deux bouts ceux-là on peut, entre guillemets, les oublier pour le moment et après prendre bah 50, bah quel est le nombre carré qui peut donner une réponse de 50 ?**
49	Julie	Ok. Quelle sera, selon vous, la réponse fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables » ? Donc si on leur demande de généraliser cet exercice-ci, quelle est la réponse à laquelle vous vous attendez le plus de la part de vos élèves ?
50	EP10	Euh … n x 2 + 2
51	Julie	Avec une lettre alors ? Ils généraliseraient avec une lettre ?
52	EP10	Non, ils ne généraliseraient pas avec n. Les plus forts, oui, ils diraient tout de suite n puisque c'est une appellation que j'utilise parfois avec eux en classe. Par contre les plus faibles, non.
53	Julie	Ils diraient quoi alors ? Pour ne pas dire n ?
54	EP10	Tables. Oui ils diraient tables fois 2
55	Julie	**Tables fois 2 plus 2** alors ?
56	EP10	Oui.
57	Julie	Ok. Et dernière question alors, c'est comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe ?
58	EP10	Euh … alors, avec les plus forts je les laisserai chipoter par eux-mêmes, utiliser la manière dont ils veulent pour réussir à répondre à la question. Avec les plus faibles, je les mettrai avec moi et on les mettrait en situation avec de nouveau de la manipulation. Des petits carrés qui représenteraient les tables et des petits jetons qui représenteraient les personnages et vraiment décomposer. Voilà, il y a 5 tables, combien est-ce qu'il y a de personnes ? Alors quel est le calcul qu'on a fait pour trouver la réponse pour 5 tables ? Ensuite, la même chose avec 3 tables, combien est-ce que je peux mettre de personnes ? Et essayer de faire un lien avec le 5 tables. Est-ce qu'on a utilisé le même calcul ? Est-ce que le calcul est différent ? Oui, je ferai ça comme ça.
59	Julie	Ok, donc sur base alors de manipulation, vous répondez aux questions pour 3 tables et 10 tables et puis alors après vous amenez la généralisation alors ?
60	EP10	Bah avec toujours la possibilité de manipuler pour les plus faibles, de manipuler avec un dessin ou avec des petits jetons et des petits carrés, etc.
61	Julie	Et imaginons que certains élèves ne voient pas que c'est tables fois 2 plus 2, comment est-ce que vous allez les amener à trouver cette généralisation-là ? A leur faire comprendre cette généralisation-là ?
62	EP10	Avec le dessin, toujours avec dessin. Leur dire qu'est-ce que tu remarques, qu'est-ce qui est commun, qu'est-ce qui est différent ? Essayer vraiment de trouver le nombre variable en fait.
63	Julie	Ok. Parfait. J'ai terminé avec mes questions. Je ne sais pas si vous avez quelque chose à rajouter ?

64	EP10	Non, c'est très intéressant parce que c'est vrai que c'est des questions qu'on retrouve très régulièrement lors des évaluations externes et les enfants ont vraiment de grosses difficultés à répondre à ces questions-là. Ils arrivent assez difficilement à faire abstraction en fait et à généraliser la formule. Je pense qu'on ne devrait pas attendre la 5ème et la 6ème pour faire de tels exercices, qu'il faut faire ça dès les petites classes. Euh pour justement travailler cette logique que certains enfants n'ont pas.
65	Julie	Je suis d'accord. Je travaille moi dans le secondaire et je vois bien quand je récupère les élèves de première, on leur pose des questions comme ça, généraliser, et c'est très très compliqué. On se dit bah c'est vrai qu'on ne l'a pas spécialement vu dans le primaire, au final ils ont seulement deux mois de plus et c'est très compliqué parce qu'ils ne sont pas habitués. Et c'est vraiment ça qui m'a intéressée pour mon mémoire, c'est de voir bah qu'est-ce qu'on pourrait faire pour aider ces élèves-là à passer plus facilement à l'algèbre dans le secondaire. Donc voilà.
66	EP10	Oui c'est vraiment ça, c'est cette généralisation et on n'y fait pas spécialement attention et je me suis rendue compte quand j'ai répondu aux questions précédentes de votre mémoire. Je me suis dit en fait oui on le travaille, on le met au tableau, ceux qui ont compris c'est bon c'est compris, ceux qui ont plus difficile on se dit comment est-ce que je vais faire pour leur faire comprendre que c'est cette formule. C'est du boulot.
67	Julie	Oui c'est sûr. En tout cas je vous remercie beaucoup de m'avoir aidée, d'avoir encore répondu à mes questions et d'avoir pris de votre temps pendant les vacances.
68	EP10	Oh, avec plaisir.
69	Julie	C'est super gentil un tout tout grand merci.
70	EP10	De rien. Bah bonne chance, bon courage pour la suite.
71	Julie	Merci, bonne journée à vous.
72	EP10	Bonne journée.
73	Julie	Merci. Au revoir !
74	EP10	Au revoir !

Annexe 11 : Retranscription des entretiens des enseignants du secondaire

Annexe 11.1. Enseignant secondaire 1 (ES1)

Cet entretien a été mené le mardi 22 juin 2021 à 16h et a duré 11 minutes 42.
La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis plus de 20 ans dans le premier degré du secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 10 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, merci de prendre encore de votre temps pour répondre à quelques questions.
2	ES1	Pas de souci, avec plaisir.
3	Julie	Je vais vous partager mon écran pour que vous voyez les questions. Dites-moi si c'est ok pour vous ?
4	ES1	Oui.
5	Julie	Très bien, nous pouvons commencer alors. Donc première question c'est pour vous, quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
6	ES1	Ah je suis mal placée pour les primaires. **Mais déjà, quand on va découvrir des formules d'aire, de périmètre, etc. parce que c'est une façon de généraliser aussi et puis après on réutilise la généralisation pour des cas plus particuliers. Donc je pense qu'on fait quand même déjà de la généralisation en primaire, ne serait-ce que dans ce cadre-là.**
7	Julie	Ok. Et en secondaire ?
8	ES1	Disons que **c'est une façon aussi d'introduire la notion de variable et aussi de revenir à des cas particuliers quand on a compris la généralisation.**
9	Julie	Ok. Merci. Alors au niveau de la question 2 donc je vais vous demander de la lire.
10	ES1	Alors, dans le raisonnement de Thomas, ça m'embête quand il dit sauf pour le dernier donc je dois les supprimer donc je ne comprends pas trop son pluriel pour le pronom alors qu'il parle du dernier hein donc. J'ai un peu du mal à savoir quelle est la formule à laquelle il pense à cause de son pluriel. Donc la bonne c'est la première ou bien la dernière qui est bonne aussi. La deuxième, non. Donc il n'y a que la première et la dernière qui sont bonnes pour moi.
11	Julie	Et par rapport à Thomas, vous pensez que c'est laquelle ?
12	ES1	**J'ai un peu du mal à voir, j'aurais dit la dernière.**
13	Julie	La dernière ?
14	ES1	Oui.
15	Julie	Et alors pour vous donc là on est à la question suivante, est-ce qu'il y a une autre ou certaines autres propositions, expressions qui seraient correctes selon vous ?
16	ES1	**La première et la dernière.**
17	Julie	Donc première et la dernière c'est celle qu'on a mise pour Thomas. Et donc pour la première, selon vous, comment est-ce que les élèves arrivent à trouver 2t+1 ?
18	ES1	Mais en fait, moi, je leur fais souvent remarquer que quand on passe d'un à l'autre, on ajoute chaque fois 2 ici, l'accroissement premier et que ce sera chaque

		fois le coefficient de la variable et après il suffit de prendre n'importe quel exemple et de voir à partir de quand on a multiplié la variable parce ce coefficient ce qu'il reste à faire, s'il faut ajouter ou soustraire. Donc quand j'ai dévoilé ça, évidemment, ils vont facilement trouver cette formule là mais peut-être pas tous au départ.
19	Julie	Ok donc vous vous appuyez sur le tableau numérique et pas sur le dessin alors ?
20	ES1	Oui, mais je suis en secondaire, je ne suis pas en primaire. Si j'étais en primaire, je ne fonctionnerais pas ainsi.
21	Julie	OK et donc ici dans le secondaire, vous vous appuyez seulement sur le tableau numérique et pas sur le dessin.
22	ES1	Oui beaucoup moins oui.
23	Julie	Ok. Alors pour la question suivante donc là voilà, Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit, on fait chaque fois plus 2 donc la formule c'est t + 2 donc je vous rappelle que le t c'est le numéro de la figure.
24	ES1	**C'est la faute classique, ils raisonnent horizontalement et pas verticalement, donc ils passent d'une figure à l'autre**. Donc ils se disent bah on ajoute chaque fois 2 donc comme la seule donnée qu'ils ont c'est le numéro de la figure bah ils ont l'impression qu'il faut seulement ajouter 2. **Alors qu'il faut plutôt raisonner verticalement, donc partir du numéro de la figure et voir combien d'allumettes sont nécessaires**. **Alors bah pour leur montrer que ce n'est pas correct, on prend n'importe quel autre exemple.** On peut tracer, dessiner avec des allumettes, construire avec des allumettes une figure un peu, la figure 5 par exemple. Et là ils se rendent compte que ce n'est pas 5 + 2.
25	Julie	Ok donc là vous vous baseriez alors sur la figure et plus sur le tableau numérique ?
26	ES1	Non pour montrer qu'une formule est fausse, je pars de la figure.
27	Julie	Ok. Alors question suivante, donc on vous dit que certains élèves du primaire et ou du secondaire éprouveraient des difficultés avec un problème de ce type ? Quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez et expliquez votre point de vue en référence au problème et à l'année scolaire considérée. Et quelle solution vous proposeriez pour dépasser cet obstacle.
28	ES1	C'est sûrement ce qu'on vient de faire. **La principale difficulté, c'est de raisonner horizontalement, donc de passer d'une figure à l'autre et de ne pas penser au lien qu'il y a entre le numéro et le nombre de d'allumettes dans ce cas-ci**. Et pour pallier le problème, bah prendre des cas quoi. Il faut aller plus loin dans les dessins et comparer le nombre d'allumettes avec le numéro du dessin en suivant le niveau. Je crois que plus ils font ce type de problème, parce qu'on en rencontre dans presque tous les chapitres d'une façon ou d'une autre, moins ils font l'erreur. Mais c'est vrai qu'il y en a qui font l'erreur tout le temps. Euh, je vois au CE1D cette année, je ne sais pas si vous êtes concernée par les deuxièmes. **Il y avait un problème de dénombrement avec des puissances, des cubes. Bah il y a quand même beaucoup d'élèves qui sont tombés dans le panneau, enfin chez moi. Ils n'ont pas pensé aux puissances et ils ont cherché alors que certains avaient retenu le truc entre guillemets avec le coefficient, ça ne marchait pas du tout puisque quand c'est du second degré, ça ne marche plus. Ici, ça ne marchait pas du tout et donc c'est vraiment … Enfin moi, je suis surprise qu'ils soient si perdus alors qu'on avait quand même vu des cas mais avec des carrés.**

29	Julie	Bah oui maintenant ce sont vraiment des activités qui leur posent problème donc … Donc ici vraiment la solution pour vous, c'est de vous baser sur des exemples sur le dessin alors ?
30	ES1	Oui, c’est ça.
31	Julie	Ok. Alors question suivante, je vais vous demander également de la lire. Donc voici la réponse fournie par un élève aux 3 questions. Alors je vous demande ici d'analyser mathématiquement la production et de voir quels commentaires est-ce que vous pourriez faire à cet élève-là ?
32	ES1	Bah je trouve que l'avantage ici c'est quelque chose de très concret pour eux. Donc c'est beaucoup plus concret de poser des chaises autour d’une table que de placer des allumettes pour faire des triangles. Et je crois que comme c'est du concret, ils vont plus facilement trouver. Et alors, euh voilà, moi je trouve son petit dessin bien clair. Ce que je n'aime pas, c'est les égal là, ça c'est classique. Le 3 plus 3 égale 6 plus 2 égale 8. Ça c'est le genre de truc qui m'énerve, mais bon il arrive, il a compris le principe. Le 10 plus 10 égale 20 plus 2, je comprends bien ce qu'il veut dire mais mathématiquement on ne peut pas laisser passer. Mais ce serait en primaire, je crois que ça me choquerait moins à partir de la secondaire, il serait quand même temps qu'ils apprennent à utiliser correctement le symbole égal.
33	Julie	Oui.
34	ES1	Mais quand il dit bah chaque fois le nombre de tables, doublées ou additionnées, donc nombre de tables plus nombre de tables plus 2, je pense que c’est assez bien raisonné.
35	Julie	Ok donc pour vous, le raisonnement est correct si on enlève les égalités qui sont fausses, le reste est correct ?
36	ES1	Oui.
37	Julie	Ok. Alors, l'enseignant demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes. Malheureusement, beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question, pour quelle raison selon vous ?
38	ES1	Parce qu'il faut, il faut faire la démarche, **faut détricoter le calcul, faire la démarche à l'envers**. **Et alors, ils ne savent jamais s'ils doivent commencer par supprimer le plus 2 ou bien diviser le nombre par 2**. Si on a déjà travaillé les équations, euh, on peut partir d'une équation. Euh, sinon moi je travaille avec des flèches donc j'écris, euh, je pars de n flèche, le double et puis j’ajoute 2 et puis je fais marche arrière donc je vois que je dois d'abord me débarrasser du 2 et puis diviser en 2 donc je travaille avec des flèches. Pour remonter le calcul, pour revenir au n en partant du 2n + 2. Donc le 52 ici c’est 2n + 2 donc je retire 2 pour arriver à 2n, 50 et je divise en 2 pour arriver au nombre de tables. Je travaillerai avec des flèches.
39	Julie	Ok. Parfait merci. Alors question suivante, quelle sera, selon vous, la réponse fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question : donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables lorsqu'elles sont placées l'une à côté de l'autre ? Donc quelle serait pour vous la réponse la plus probable fournie par les élèves ?
40	ES1	**2 chaises par table plus 2.**
41	Julie	OK, merci et alors dernière question, comment est-ce que vous mènerez cette activité en classe ? Donc, toujours celle avec les tables et les chaises.
42	ES1	En fait, je la vois celle-là en classe.

43	Julie	Ah ben super !
44	ES1	J'essaie de me rappeler c'est dans quel cadre. Ce n'est pas au début, ce n'est pas une des premières activités de dénombrement que je fais.
45	Julie	En première ou en deuxième déjà ?
46	ES1	En première celui-ci. En deuxième, on aborde plutôt des dénombrements où c'est l'accroissement second qui est constant donc plutôt avec des puissances, parce qu'on en fait assez bien en première. Alors les premiers qu'on voit, on les fait avec eux. C'est-à-dire qu'on raisonne ensemble, en dialoguant dans la classe. Il y en a un qui a une proposition, puis les autres réagissent à la proposition. Et puis après moi je laisse travailler seul et ils proposent leur solution. Euh … Je crois que dans un premier temps, bien comprendre le principe puisque je crée un tableau dénombrements donc et je donne le vocabulaire, accroissement premier, coefficient. Euh … Je pense que j'en fais 2 avec eux et puis après je les laisse travailler seul.
47	Julie	Ok donc concrètement, pour cette activité-ci alors, vous faites d'abord une autre activité avant et vous les laissez faire celle-ci tout seul. Et puis après vous remettez en commun ?
48	ES1	Oui.
49	Julie	Et imaginons si vraiment il y a la majorité des élèves qui ne trouvent pas comment généraliser le processus, comment est-ce que vous feriez pour les amener à trouver la réponse ?
50	ES1	Je repartirai de bon une table, donc si je rajoute une table, qu'est-ce qui se passe chaque fois ? Faire ressentir que la table, que les multiples de 2 interviennent quelque part puisqu'on a chaque fois … Et alors je partirai de la table par deux quoi donc des multiples de 2 et voir ce qui est, ce qui en plus ou ce qui est en moins de la table en question.
51	Julie	OK, donc là par rapport au dessin alors ?
52	ES1	Oui.
53	Julie	Ok. Bah parfait c'est gentil. Merci beaucoup en tout cas d'avoir bien voulu répondre à mes questions et de m'avoir bien aidé pour mon mémoire.
54	ES1	Pas de problème. Avec plaisir.
55	Julie	Merci. Bonne journée.
56	ES1	Bonne chance pour la suite ! Au revoir.
57	Julie	Merci. Au revoir.

Annexe 11.2. Enseignant secondaire 2 (ES2)

Cet entretien a été mené le mercredi 23 juin 2021 à 16h et a duré 21 minutes 13.

La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis plus de 10 ans dans le premier degré du secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 10 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, je vous remercie de bien vouloir répondre à mes questions.
2	ES2	Avec plaisir !
3	Julie	Alors je vais vous partager mon écran
4	ES2	On peut se tutoyer hein si tu veux

5	Julie	Oh oui moi pas de souci
6	ES2	Ça va ok, c'est mieux
7	Julie	Oui voilà tu vois ?
8	ES2	Oui
9	Julie	Merci beaucoup déjà en tout cas de prendre de ton temps pour m'aider.
10	ES2	De rien.
11	Julie	Donc voilà première question, pour toi, quelle est pour toi la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
12	ES2	**En primaire c'est difficile car comme je ne donne pas cours en primaire tu vois je ne sais pas très bien quels objectifs ils recherchent.**
13	Julie	Et tu penses que ça pourrait être utile pourquoi ? Être pertinent pourquoi ? De faire ça en primaire même par rapport au secondaire du coup après mais de faire ça déjà en primaire.
14	ES2	**Ça peut mettre le pied à l'étrier de ce qu'on va faire en secondaire après et puis ça peut déjà leur permettre de s'exercer à la recherche de régularité qui se répète etc.**
15	Julie	Oui
16	ES2	Maintenant je ne sais pas très bien comment ils le font en primaire s'ils le travaillent comme en secondaire tu vois ? Euh **en secondaire je trouve que c'est intéressant pour apprendre à trouver des formules c'est-à-dire ça amène un petit peu le calcul littéral ça permet d'installer d'une autre manière un peu moins formel le calcul littéral pour moi je trouve les élèves le ressentent plus de manière naturelle quand ils doivent rédiger une expression littérale que dans un exercice où on leur demande ça tel quel.**
17	Julie	Ok, donc ça amène plus de concret ?
18	ES2	Oui c'est ça.
19	Julie	Ok, donc question suivante, là je vais te demander de lire la question
20	ES2	Oui. Ok
21	Julie	Donc voilà ici première question. (il lit)
22	ES2	(Il réfléchit), **le deuxième** ?
23	Julie	Le deuxième, ok. Alors, parmi donc les propositions ici il y a des élèves qui proposent d'autres expressions, alors selon toi, est ce que certaines sont corrects et si oui bah les sélectionner et expliquer le raisonnement de l'élève pour celles que tu sélectionnes.
24	ES2	Dans les 4 que tu mets à l'écran ?
25	Julie	Oui voilà ces 4 ci. Est ce qu'il y en a d'autres qui sont corrects et si oui bah quel est le raisonnement de l'élève ?
26	ES2	Tu sais me remettre les dessins au-dessus ?
27	Julie	Oui voilà.
28	ES2	Merci.
29	ES2	La première elle est bonne donc je suppose que celui qui a répondu à la première il s'est dit qu'il fallait compter à chaque fois deux allumettes par triangle et qu'il fallait une allumette pour fermer le dernier triangle. Euh, ben quand on les réduit elles valent toutes 2T +1 donc elles sont toutes équivalentes. Maintenant, tu veux que j'explique comment ils ont réfléchi pour arriver à rédiger cette formule-là ?
30	Julie	Donc tu les sélectionnes toutes ?
31	ES2	**Bah elles valent toutes quand on les réduit sauf si je me trompe on arrive à chaque fois 2t + 1 pour chacune.**

32	Julie	Ok donc pour les deux dernières tu aurais une idée de comment l'élève aurait procédé pour trouver ça ou non ?
33	ES2	Euh ... j'ai l'impression qu'ils se basent sur le nombre de cures dents de la figure précédente non ?
34	Julie	Donc sur le nombre de cures dent de la figure précédente ?
35	ES2	Oui je crois.
36	Julie	Pour la troisième et pour la quatrième aussi ?
37	ES2	Oui
38	Julie	Ok, est ce que tu veux ajouter quelque chose pour cette question-là ?
39	ES2	Non, pas pour le moment non.
40	Julie	Ok, alors Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit on fait chaque fois plus deux donc la formule c'est T+2, je rappelle que T c'est le numéro de la figure. Alors comment on peut nous en tant qu'enseignant montrer que c'est incorrect et l'aide qu'on peut apporter à cette élève ?
41	ES2	Moi je leur demanderais peut-être de faire un tableau comme dans la question précédente, peut-être un tableau à deux lignes avec le numéro de la figure et le nombre d'allumettes et constater une fois qu'on a complété quelques valeurs que quand on fait le numéro de la figure plus deux on n'obtient pas toujours le ...euh attends...T c'est le numéro de la figure hein ?
42	Julie	Oui.
43	ES2	Bah oui moi je pense que je ferais ça, **je leur ferais un tableau en rentrant les valeurs au moins pour ce qu'on voit sur le dessin et leur montrer que quand on fait le numéro de la figure plus deux ça ne donne pas nécessairement le nombre de segments.**
44	Julie	Ok. Alors certains élèves du secondaire éprouvent des difficultés avec les problèmes de ce type. Alors quel est la principale difficulté à laquelle tu t'attends ? Et donc bah voilà, expliquer par rapport à ce problème-ci la solution qu'on pourrait apporter pour dépasser cet obstacle donc voilà par rapport à un problème de ce type quel est la grosse difficulté qu'on pourrait avoir ?
45	ES2	Souvent, ils n'arrivent pas à trouver le lien, le calcul pour passer du numéro de la figure aux nombres de segments ou d'allumettes. C'est souvent cette difficulté-là moi que je constate en classe. Après quand la formule est créée et correcte normalement ils savent l'utiliser correctement et ça pose moins de problème mais c'est vraiment établir le lien, la formule quoi, l'expression littérale qui permet d'obtenir le nombre d'allumettes à partir du numéro de la figure.
46	Julie	Ok et alors qu'est-ce que tu pourrais faire pour les aider à dépasser cet obstacle ? Pour justement arriver à faire ce lien ?
47	ES2	**Moi je leur dis de regarder un peu ce qu'on a fait dans la question que tu m'as montré juste avant : « combien d'éléments on rajoute pour passer d'une figure à l'autre » donc tout à l'heure c'était plus deux , je leur dis que souvent la première étape de la formule c'est multiplier par ce nombre-là** donc, dans la question suivante que tu m'as montré tout à l'heure , l'élève faisait chaque fois plus deux plus deux plus deux bah comme on ajoute deux éléments pour les mettre sur la voie bah je leur dis que ça arrive souvent que la formule commence par deux fois ce nombre-là. Donc ici c'est le nombre de bâtons, c'est 2n +1 si je ne me trompe pas donc voilà c'est deux fois le nombre qu'on ajoute pour passer d'une figure à la suivante. Maintenant, ça ne marche pas à 100% mais souvent ça les met sur la voie et quand on leur donne ce petit indice là, le reste de la formule arrive .

48	Julie	Ok. Alors, dernier problème. Le voici. (Il lit)
49	ES2	Ok.
50	Julie	Et voilà alors la première question, donc ça c'est la réponse fournie par un élève et donc je demande d'analyser mathématiquement sa production et donc quel commentaire on pourrait lui faire ?
51	ES2	Ok. Donc ici l'élève a d'abord fait des dessins pour obtenir quelques valeurs pour essayer peut-être de trouver une formule qui lie le nombre de chaises au nombre de tables et puis pour trouver … (il réfléchit et relit la question) heu … oui dans la phrase qu'elle a écrite elle confond un moment donné le nombre de tables et le nombre de chaises ,**elle donne une expression qui n'est pas réduite mais enfin la première étape est intéressante , on peut lui demander de voir si il y a pas moyen de d'écrire de manière réduite**. Je ne sais pas …
52	Julie	Tout le reste il n'y a pas d'autre commentaires à faire sur la production ?
53	ES2	Heu, bah **les égalités ne sont pas exactes**. 3+3 = 6+2, le signe égal est mal utilisé.
54	Julie	Oui.
55	ES2	Euh, au-dessus aussi des tables égales des personnes. Ce qu'elle fournit comme euh … Bah je ne sais pas exactement ce qu'on lui demandait, la question qui lui était posée mais ce n'est pas rédigé en langage
56	Julie	C'est la même qu'ici quoi. Voilà on dit donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables ?
57	ES2	Oui, donc voilà dans ce qu'elle écrit dans le bas de la feuille, elle ne parle plus du nombre de chaises, elle parle du nombre de tables partout donc il y a un moment donné où elle a confondu deux variables heu, ce n'est pas rédigé en langage mathématique mais enfin d'après ce que je vois, on ne leur demandait pas spécialement.
58	Julie	Tu penses que c'est une production qui pourrait être faite par un élève de quantième ?
59	ES2	Euh, je pense qu'en première secondaire il pourrait en être capable.
60	Julie	OK et alors la question suivante c'est toujours par rapport au même problème donc on demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaire pour asseoir 52 personnes malheureusement beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question. Pour quelle raison ?
61	ES2	Heu, **parce que on demande l'inverse**, je pense qu'au-dessus on leur demandait de trouver le nombre de chaises, le nombre de places et ici on leur demande le nombre de tables et donc ils doivent faire le raisonnement inversé.
62	Julie	Ok et comment est-ce qu'on pourrait aider les élèves du coup à répondre à cette question ?
63	ES2	Quand ils ont présenté quelques données dans un tableau parfois ça les aide de faire une flèche qui va d'une ligne à l'autre sur le bord de leur tableau à deux lignes, c'est parfois plus clair comme ça que de rédiger une égalité en calcul littéral.
64	Julie	Ok.
65	ES2	Pourtant c'est la même chose mais pour eux c'est plus concret de faire une flèche en disant fois deux puis plus deux que d'écrire deux n plus deux.
66	Julie	Ok donc partir d'un tableau numérique d'abord et puis faire un système de flèches ?
67	ES2	Bah oui moi je pense que ça pourrait les aider et puis même chose ici puisqu'on leur demande le nombre de tables en général quand ils font **une flèche** de bas

		en haut ils savent l'inverser pour retrouver ici le nombre de places enfin le nombre de tables oui.
68	Julie	Alors quel sera selon toi la réponse la plus fournie par les élèves à la question : « Quelle est la manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables ? ». Donc voilà si je reprends ce problème-ci, donc la consigne générale c'était de donner la manière pour trouver rapidement le nombre de chaises bah donc quel serait la réponse la plus probable fournie par les élèves ?
69	ES2	Heu...difficile à dire ça...Je pense quand même puisqu'on demande rapidement je pense quand même que la plupart d'entre eux utiliseraient l'abréviation qu'on leur donne donc on dit que le nombre de chaises on appelle ça « c » et que le nombre de tables on appelle ça « t » je pense qu'ils vont quand même utiliser les abréviations. **Si on leur demande rapidement, ils comprennent que ça veut dire de manière mathématique, de manière réduite**. Heu peut-être la formule qui a été donné tout à l'heure, le nombre de places égal le nombre de tables fois deux plus deux en écriture mathématique.
70	Julie	Ok et du coup quelle est la réponse si jamais c'était en notation mathématique ? Ce serait quoi alors cette réponse ?
71	ES2	Heu... donc heu... « c » pour le nombre de chaises égal **2t + 2** et « T » ce serait nombre de tables.
72	Julie	Ok.
73	ES2	Je pense que la plupart arriverait à ça.
74	Julie	ok. Et alors comment tu mènerais cette activité en classe ?
75	ES2	Heu...Je pense que je leur demanderais d'abord de bien lire l'énoncé, de bien repérer les informations en les passant au fluo, bien comprendre de quoi on parle. Ensuite, peut-être faire un tableau à deux lignes ,prendre quelques valeurs, faire faire éventuellement un dessin pour une table, deux tables, trois tables et rentrer les valeurs dans un tableau à deux lignes et alors peut-être faire comme je t'expliquais tout à l'heure , peut-être faire une flèche qui va du nombre de tables vers le nombre de places et alors essayer de leur demander de trouver une formule ou un calcul parfois ça marche mieux quand on dit un calcul qu'une formule , trouver un calcul toujours le même qui permet de passer du nombre de tables au nombre de places .
76	Julie	Ok, et donc tout ça en groupe classe alors ?
77	ES2	Heu, pas nécessairement on peut varier, une fois qu'on en a fait l'un ou l'autre en général ils ont compris le principe. La première fois tout seul ça me semble un peu compliqué même en groupe mais enfin pourquoi pas. Après ça dépend vraiment des classes qu'on a. Il y a des classes où je sais que ça pourrait fonctionner pas mal et puis il y a des classes où ils vont être complètement perdu face à ça. Je crois que ça dépend vraiment des élèves qu'on a en face de soi. Ça peut très bien marcher dans une classe comme ça peut vraiment bloquer dans une autre et là, le coup de pouce du prof serait vraiment important pour que ça démarre. Ça la manière de travailler en groupe classe ou en groupe tout seul ça dépend des élèves.
78	Julie	Ok.
79	ES2	C'est difficile de dire ça en général comme ça.
80	Julie	Ok, bah voilà moi j'ai eu toutes mes réponses à mes questions et encore un tout tout grand merci pour avoir répondu au questionnaire et d'avoir encore pris le temps ici pour répondre à mes questions.
81	ES2	De rien.

82	Julie	Une bonne fin d'après-midi
83	ES2	Merci à toi aussi.

Annexe 11.3. Enseignant secondaire 3 (ES3)

Cet entretien a été mené le mercredi 23 juin 2021 à 16h30 et a duré 21 minutes 04.
La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis 5 à 10 ans dans le premier degré du secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 10 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, je te remercie d'encore prendre de ton temps pour répondre à mes questions.
2	ES3	Avec plaisir.
3	Julie	Je vais te partager mon écran pour que tu vois les questions et t'enregistrer. Dis-moi si c'est ok pour toi ?
4	ES3	Oui, c'est bon.
5	Julie	Parfait, on peut commencer. Alors première question c'est : quelle est la pertinence selon toi d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
6	ES3	Mmmh, bah déjà **c'est quelque chose qui permet de voir si l'élève a compris, s'il est capable de réfléchir autour d'une matière qui lui a été proposé et pas simplement est ce qu'il est capable heu, comment dire une activité par reconnaissance donc simplement de l'application**. Si on lui demande de généraliser, bah il est capable de se dire ok bah voilà, je connais ça, qu'est-ce que je peux déterminer derrière et ça lui permet de se projeter sur si j'avais un autre cas, qu'est-ce que je pourrais heu...comment est-ce que je pourrais le résoudre finalement ? C'est vers ça qu'on essaye de le faire.
7	Julie	Ok, et en secondaire du coup ce serait quoi la pertinence d'utiliser ces activités ?
8	ES3	Ben **je pense qu'on est encore dans le même cas de figure sauf que cette fois ci on peut vraiment le mettre en lien avec tout ce qui est algèbre parce qu'en primaire on « tâtonne » on lui dit ben tiens c'est un triangle, combien ça fait de triangles, combien tu as de barrettes etc., on met vraiment des mots**. Quand on arrive en secondaire, on lui dit bah voilà une barrette c'est un, combien ça fait un à la fin, enfin ce genre de chose et **on approfondit vraiment l'algèbre, lui faire comprendre que ce n'est qu'une lettre mais qui vient se placer à la place de tout objet que l'on veut sans pour autant que celui-ci soit vraiment devant toi.**
9	Julie	Ok, alors ici je vais te demander de lire la question suivante. Voilà
10	ES3	Oui.
11	Julie	Voilà, et donc voilà le raisonnement de Thomas, je te propose 4 expressions et il faut voir celui qui correspond le plus au raisonnement de Thomas.
12	ES3	Par rapport à ce qu'il dit hein ?
13	Julie	Par rapport à ce que Thomas dit oui.
14	ES3	Heu...Je dirais la troisième.
15	Julie	La troisième ? ok. Et alors parmi les expressions est ce qu'il y en a d'autres qui seraient corrects et si oui quel serait le raisonnement mis en place par l'élève pour celle que tu sélectionnerais ?
16	ES3	Heu correct c'est à dire correct tout court pour l'exercice ?

17	Julie	Oui c'est ça.
18	ES3	Oui ok. Euh ... On pourrait imaginer si je ne dis pas de bêtise...Heu bah la première et la dernière. (il réfléchit tout haut, bug de son ordi, il ne voit plus la question). Heu oui donc je disais **la première et le dernier.**
19	Julie	Oui et quel est le raisonnement du premier ? Est-ce que tu as une idée de son raisonnement ?
20	ES3	Le premier il ferait simplement, il se rendrait compte que à chaque fois ce qu'il va faire c'est qu'il va doubler la figure, le numéro de la figure mais qu'il va ajouter une barrette pour compléter le dessin sinon il lui manquera systématiquement une barrette pour finir les triangles. Pour le dernier par contre un peu plus compliqué, à réfléchir comme ça, euh … Je vois pas trop comment un élève pourrait arriver à ça, se dire qu'il ajouterait, bah qu'il ferait trois fois le numéro de la figure plus un mais qu'il retirerait le numéro de la figure bah ça me paraît être un raisonnement compliqué pour un élève.
21	Julie	Ok. Alors Sophie elle fait le dessin suivant et elle se dit qu'on fait à chaque fois plus deux donc que la formule c'est « t+2 », « t » c'est le numéro de la figure, comment est-ce qu'on peut en tant qu'enseignant montrer que c'est incorrect et alors l'aide qu'on pourrait apporter à cet élève ?
22	ES3	Mmh, **bah déjà rien que voir que pour le premier heu, si on fait « t » et qu'on considère que « t » c'est toujours le numéro de figure bah « t+2 » pour le premier bah ça fonctionne. Par contre dès qu'on passe à la deuxième figure bah voilà si « t » vaut deux, on lui rajoute deux , faudrait quatre barrettes or on compte directement les barrettes on arrive à cinq et on peut le refaire encore une fois le même raisonnement en disant regarde si on a la figure trois bah on peut compter essentiellement en avoir trois plus deux ça fait cinq hors on a sept barrettes sur le dessin donc là il faudrait vraiment essayer de passer avec le visuel,** le concret en face d'elle , qu'elle voit bien regarde c'est ce que tu as pensé mais sur le dessin c'est ce qu'on a .
23	Julie	Ok. Et alors, par rapport à elle son raisonnement, comment on pourrait l'aider à trouver la réponse correcte du coup ?
24	ES3	Mmh...par rapport à ce qu'elle a fait heu...Insister sur le fait que « t » c'est le numéro de figure et pas le nombre de barrettes qui composent la figure. Si on lui dit bien attention , regarde , toi tu me dis « t » figure un c'est plus deux , ça en fait trois ok mais c'est pas tout à fait correct , donc plutôt de dire que « t » c'est le numéro de figure , t'as du multiplier par trois pour obtenir ton nombre de figure donc essayer de partir sur la formulation au niveau des mots, de bien dire ,fin oui vraiment au niveau du contexte là, lui dire qu'elle utilise le « t » comme étant les barrettes hors c'est pas les barrettes , c'est le numéro de la figure donc être beaucoup plus précis à ce niveau-là.
25	Julie	Ok. Alors certains élèves du primaire et du secondaire, ici de secondaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type. Quelle est la principale difficulté à laquelle tu t'attends ? Et alors expliquer par rapport à ce problème là et alors trouver la solution qu'on pourrait lui proposer pour dépasser cet obstacle ? Donc je remontre le problème, le voici. Quelle est vraiment la principale difficulté ?
26	ES3	Mmmh...**Pour eux c'est vraiment arriver à mettre une formule. Les formules ne sont pas du tout naturelles. Surtout quand on arrive à ce passage en algèbre car pour eux mettre une lettre, ils ont vraiment du mal à le comprendre donc pour moi c'est vraiment cette formulation de**

		formule où il doit y avoir une ou plusieurs lettres dedans qui est problématique.
27	Julie	Ok. Et donc comment est-ce qu'on pourrait les aider à dépasser cet obstacle ?
28	ES3	**Moi je pense que l'idéal c'est de partir au départ du contexte et de ne pas partir avec une lettre mais vraiment partir avec un mot complet, si il faut utiliser triangle, on dit triangle**, si il faut utiliser barrettes on utilise barrettes. Heu et pas la lettre « t », « b », « n », mais vraiment partir sur des mots, qu'ils fassent comme quand on faisait avec des oranges ou des pommes, voilà je compte j'ai trois pommes et bien il y a trois pommes devant nous et on peut vraiment l'exprimer. Partir de là et puis alors leur faire comprendre bah oui mais bon si on doit écrire dans tous les calculs un long mot bah un moment donné on écrit beaucoup pour pas grand-chose, le raisonnement est là mais est ce qu'on a besoin d'écrire tout ? Et alors on simplifie quitte à prendre la première lettre du mot, au début par exemple le « C » fait référence à tel mot, dans ce cas-ci par exemple le « t » correspond au numéro de la figure, on pourrait dire le nombre de triangles par exemple, ce genre de chose et réduire petit à petit . Leur dire voilà on a mis une lettre mais si j'en mets une autre bah est ce que le raisonnement est faux ? Ah bah non c'est la même chose mais on peut se passer d'avoir la lettre qui correspond à quelque chose pour autant qu'on sache à quoi la lettre à quoi elle correspond et ça **on revient alors avec l'énoncé qui est proposé et de dire bah voilà ici cure-dents, c'est « n », le numéro de la figure c'était «t » et voilà, ça aurait pu être d'autre lettres, ça ne changerait rien.**
29	Julie	Ok. Alors, voilà le dernier problème, je te laisse lire.
30	ES3	Ok.
31	Julie	Et donc voilà la réponse qui est fournie par un élève et donc je te demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir quel commentaire on pourrait faire à cet élève ?
32	ES3	Euh ... Alors au niveau des commentaires, on peut faire des commentaires structurels. Donc au niveau mathématique on a des **fausses égalités**, le « 3+3 » qui devient égal à 8 car il n'a pas segmenté ses calculs en deux opérations distinctes. Que ce soit pour le « 3+3 » = « 6+2 » égal 8 ou le « 10+10 » égal « 20+2 » égal 22 c'est vraiment cette remarque-là, c'est vraiment une fausse égalité qui n'est vraiment pas respecté. Euh ... donc ça c'est une chose au niveau exactitude mathématique. Deuxième chose, peut-être l'aider à essayer de dire ben si tu fais. Enfin là c'est plutôt dans sa phrase pour la petite formule, si tu fais le nombre de tables plus le nombre de tables ben tu fais combien de fois le nombre de tables pour **essayer d'un peu alléger l'écriture même si en l'état elle est correcte et elle souligne son raisonnement à ce niveau-là** et alors on peut faire le lien en expliquant attention la manière dont on pense un calcul n'est pas forcément la manière dont on l'écrit et c'est d'autant plus vrai avec l'algèbre.
33	Julie	Ok. Alors l'enseignant demande ensuite aux élèves le nombre de tables nécessaire pour asseoir 52 personnes malheureusement beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question, pourquoi ?
34	ES3	Alors déjà le fait d'avoir une formule ce n'est pas évident quand ils doivent la chercher. Derrière ça, même s'ils arrivent à trouver la formule, on remarque une autre difficulté une fois qu'ils l'ont, c'est d'arriver à **manipuler la formule**. Euh … tout simplement parce **qu'ils n'arrivent pas à faire les opérations inverses**. Tiens dans ma formule j'avais un plus deux ben ça veut dire que si j'ai

		déjà la réponse je dois faire moins deux et c'est vraiment cette difficulté, d'autant plus s'ils n'ont pas vu les techniques d'équations, tout ce qui est lié au savoir des équations parce que ils n'ont vraiment pas appris les procédures, si j'ai un plus d'un côté, ça devient un moins de l'autre côté etc. Donc ici ça peut dépendre du moment où on fait ça dans l'année même si techniquement quand on leur mettait des pointillés à la place d'une lettre ce qui est exactement la même chose, ils arrivaient à le faire en primaire, ici ça paraît plus compliqué de rechercher à bah tiens le numéro de la figure que je dois multiplier et ajouter deux, bah c'est pas forcément évident.
35	Julie	Ok. Et alors quelle aide on pourrait leur apporter pour trouver la réponse ?
36	ES3	Déjà **dès qu'il fournisse une réponse c'est vérifier automatiquement**. Leur dire bah voilà ok vous fournissez une réponse bah on va la vérifier, si vous avez la bonne formule on essaye, pour toute suite remarquer « ah bah non ça ne marche pas ». Premièrement, c'est vérifier son résultat. Deuxièmement, encore une fois je repartirais sur le contexte avec les mots, les phrases et bien souligner « ah bah tiens vous avez le nombre de tables, par combien je dois multiplier pour obtenir, il faut que j'ajoute deux, qu'est-ce qu'on fait comme opération ? Ah bah si je retirais deux ça me permettrait de savoir mon double de mon nombre de tables etc. » et vraiment pousser la discussion pour orienter petit à petit vers la bonne réponse.
37	Julie	Ok. Pour toi, quelle sera la réponse la plus probable donnée par les élèves à ce problème-ci ? Donc la question ici c'est « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables ? » Bah qu'elle serait la réponse la plus probable fournie par les élèves ?
38	ES3	Ça c'est pas forcément une question évidente, la plus probable pour moi ils s'inspireraient du dessin, euh … (il réfléchit), ils penseraient pas forcément à retirer le double, ça c'est un fait certain par rapport au dessin, ils auraient tendance à dire « on fait quatre par table et puis on retire quatre parce que il y a quatre barrettes vide au milieu », ils ne penseraient pas à retirer huit plutôt qui est le double des tables. De là à donner la bonne réponse franchement...Moi je dirais quand même « **2n+2** », enfin ou n'importe quelle lettre.
39	Julie	Ok, d'accord. Dernière question, c'est comment tu mènerais cette activité en classe ?
40	ES3	Heu , premièrement, je leur laisserais lire l'énoncé, de bien réfléchir, essayer de répondre dans un premier temps par eux-mêmes ,enfin à la première question donc vraiment séquencer et commencer par chercher trois tables et dix tables , on fait la résolution de ça puis alors leur proposer la question : « Tiens, si on devait chercher pour n'importe quel nombre de tables », donc vraiment j'ai la première question, j'ai le dessin ,on a l'espace de réflexion puis on a la deuxième question pour obtenir la formule , on réfléchit, je les laisse d'abord réfléchir , essayer de trouver des petites mécaniques pour y arriver et une fois que c'est fait alors heu... une discussion avec eux pour voir qui a la bonne réponse et puis essayer de justifier leurs raisonnements, « comment est-ce qu'on peut faire ? » « Pourquoi est-ce que ça,ça fonctionne ? » et pas d'autres méthodes, voir si il y a d'autres manières de réfléchir etc.. et pas se contenter de la première bonne réponse et puis alors continuer dans les exercices pour le même problème donc essayer de manipuler le problème dans un autre sens . Moi c'est comme ça que je le ferais en essayant vraiment de partir de leurs réflexions et pas essayer de les aiguiller le plus possible, juste essayer de rebondir sur les propositions qui

		sont faites et les questions qui seraient posées par certains élèves qui comprendraient pas pourquoi on fait ça... Décomposer, rajouter des traits , des dessins au tableau si nécessaire pour bien leur faire comprendre comment les formules ont été pensé par les élèves et ce genre de choses . Moi c'est comme ça que je ferais.
41	Julie	Ok, parfait. Bah voilà tu as répondu à toutes mes questions. Un tout grand merci d'avoir participé pour le questionnaire et encore aujourd'hui. Bonne journée et belles vacances
42	ES3	Merci à toi aussi.

Annexe 11.4. Enseignant secondaire 4 (ES4)

Cet entretien a été mené le jeudi 24 juin 2021 à 11h et a duré 23 minutes 54.

La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis moins de 5 ans en 1ère et 2ème secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 10 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Merci beaucoup d'accepter de répondre à mes questions.
2	ES4	Pas de souci, avec plaisir.
3	Julie	Je vais vous partager mon écran, dites-moi si vous voyez mon écran.
4	ES4	Oui, oui.
5	Julie	Ok. Parfait. Donc, je… Ça va ? Je peux démarrer ?
6	ES4	Oui, oui pas de souci.
7	Julie	Merci beaucoup. Donc, voilà ! Première question, c'est pour vous : quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
8	ES4	Euh…pff (rires) … Alors déjà, moi, je ne sais pas si vous vous souvenez… Je suis prof pour l'instant…
9	Julie	Oui en secondaire ...
10	ES4	1re , 2e, et là, je suis pour l'instant dans le différencié depuis deux ans.
11	Julie	Ok.
12	ES4	Donc, c'est un peu justement plutôt primaire que secondaire du coup pour le coup …
13	Julie	Oui.
14	ES4	Heu, **la généralisation, heu, j'avoue, je n'utilise pas beaucoup avec eux parce qu'ils, ils ne comprennent pas en fait, tout simplement, à quoi ça sert de généraliser. Donc, des dénombrements, etc., j'avoue, je n'en fais pas beaucoup avec eux.** Bah, parce que j'avoue, le différencié, c'est un peu, c'est un peu compliqué (rires).
15	Julie	Oui, j'y suis allée y a quelques années, donc en effet …
16	ES4	Quand, ici, je vois le CEB, heu, ça été très très très compliqué. Et heu, fin, voilà, une petite parenthèse, j'ai analysé un peu les résultats des, des CEB de 2019, etc., et je ne comprends pas qu'on continue à les faire passer à des différenciés étant donné que, on remarque qu'en 6ème primaire, ils ont un taux de réussite de 90%, et que en différencié, ils ont un taux de réussite de 40%. Donc, heu (rires) …
17	Julie	Oui, donc ce n'est pas très utile, oui.

18	ES4	Oui, donc, voilà. **Ici, j'avoue, la généralisation en primaire, heu, bah, pourquoi pas. Et pourquoi pas déjà l'aborder, parce qu'en soit, en secondaire, d'office, on la fait. Heu, rien que par des, par des équations, etc. Bah, c'est déjà une première approche, quoi.**
19	Julie	Oui. Ok. Et alors, du coup, en secondaire, ce serait quoi la pertinence de les utiliser ?
20	ES4	Bah, justement, pour, heu, pour, heu, **aborder les équations par la suite. Pour qu'ils comprennent ce que c'est une généralisation. Parce que, de toute façon, s'ils continuent leur cursus, heu, j'veux dire, dans le général, les équations, ils vont en avoir jusqu'à, jusqu'à leur rhéto. Donc, c'est important de pouvoir comprendre ce pourquoi on généralise par une lettre ; pourquoi est-ce que, tout d'un coup, y a des lettres qui apparaissent, heu, dans un calcul.**
21	Julie	Ok. Alors, ici, je vais vous demander de lire la question suivante. Donc, voilà …
22	ES4	Mmm mmm (L'enseignante lit la question.) Du coup j'utilise trois bâtons dans chaque triangle.
23	Julie	Donc, voilà. Par rapport à la déclaration de Thomas, bah, quelle expression algébrique correspondrait le mieux à, à ce que dit Thomas ?
24	ES4	Donc, *t*, c'est les bâtons si j'ai bien compris.
25	Julie	Donc, *t*, c'est le numéro de la figure.
26	ES4	Ah oui ok, oui, oui.
27	Julie	Et *n*, c'est le nombre de petits bâtons, le nombre de cure-dents.
28	ES4	Oui ok. Donc, lui, il dit : j'utilise trois bâtons. Ensuite, je vois que je compte deux fois un bâton, sauf le dernier, que je dois supprimer. Bah vu déjà qu'il parle de trois bâtons au départ, bah je dirais, c'est une des deux dernières. Maintenant… Donc, *t*, c'est les bâtons plus… En soit, déjà, les deux dernières, ça représente la même chose, fin si on fait le calcul quoi. Heu… J'sais pas, **je dirais la dernière**.
29	Julie	La dernière. Ok. Alors, donc, là, vous sélectionnez la dernière pour euh, pour Thomas. Est-ce que, du coup, dans les trois autres, y aurait des expressions qui seraient, heu, correctes par rapport à la situation ? Donc, les sélectionner, et alors dire quel serait le raisonnement de l'élève par rapport à celle que vous sélectionnez.
30	ES4	Euh … Mmmm… alors 2 fois *t* plus 1 … Oui… 2 fois *t*, alors là, ça fait… Non, non, la première, c'est pas bon. 2 fois *t* plus 1 moins 1… Donc là, je regarde *t*… Donc, *t*, c'est bien le numéro de la figure ?
31	Julie	Oui, c'est ça.
32	ES4	Oui … Donc là il ferait 2 plus 1, 3 moins 2 Qu'est-ce qui ferait… ? Mmmm. Bah, ici, pour le… la première, moi, je me dirais ce qu'il fait… Il, il… La première ...
33	Julie	Donc, vous sélectionnez la première ?
34	ES4	Ah, ah oui, non… déjà, il faut sélectionner, heu…
35	Julie	Celle qui serait correcte, et alors après bah, dire le raisonnement que l'élève ferait.
36	ES4	Bah, la première, elle ne paraît pas fausse, heu.
37	Julie	Et alors, comment raisonnerait l'élève pour aboutir à cette expression-là ?
38	ES4	Bah, je me dirais, peut-être, qu'il se dit, qu'il a besoin de deux bâtons d'office. Et que, à chaque fois, pour fermer sa, sa forme, il doit en ajouter un. Mettre…

		Est-ce que c'est juste ce que je dis en fait ? 2t+1, ça fait bien 3… 4, 5… 1, 2, 3, 4, 5, donc oui, oui ça me parait être bon.
39	Julie	OK. Est-ce que vous sélectionnerez une autre ?
40	ES4	Heu, bah, en fait, j'essaie de toutes les comprendre, haha. Donc, si je prends celle-là… 2(t+1)-1… 2, 3. J'avoue que la deuxième, elle me, elle, je ne l'aurais pas employée… Pourquoi il ferait ça ?
41	Julie	Ok.
42	ES4	Ça me paraît plus compliqué. Et, heu, de base, j'avais choisi la dernière, et c'est ça, peut-être l'avant-dernière. Du coup, 3t-1… Donc, d'office, il en prend 3. Bah, heu… J'avoue, c'est juste entre l'avant-dernière et la dernière ; j'essaie de chercher la, bah… le change… fin, la subtilité qu'il y a.
43	Julie	Oui…
44	ES4	Donc, t-1. Pourquoi il se dirait à chaque fois, j'enlève 1 ? Non, j'avoue, fin…, l'avant-dernière, en soit, elle est, elle est bonne… Ça revient à 2t+1 quand même. Mais, je vois pas ce que le raisonnement la derrière de se dire, heu : je dois enlever… je dois enlever, fin… bizarre.
45	Julie	Ok.
46	ES4	Je sais pas, elle m'inspire pas, haha.
47	Julie	Ok. Alors, question, heu, suivante. Donc, toujours par rapport au même problème : Sophie, elle fait le dessin et elle dit : on fait chaque fois +2, donc la formule, c'est t+2.
48	ES4	Mmh, mmh
49	Julie	Donc, je rappelle t, c'est le numéro de la figure.
50	ES4	Oui…
51	Julie	Donc, bah, voilà. Comment est-ce que vous pouvez, en tant qu'enseignant, montrer que c'est incorrect ? Et alors, l'aide que vous allez apporter à cet élève.
52	ES4	Mmh, mmh. Heu, bah, moi, déjà, je viendrai peut-être avec du **matériel**. Déjà, c'est peut-être, plus, plus, plus parlant, plus concret. Heu, puis après, bah, je lui dirais peut-être de, de formuler, bah, la 4, la 5. Là, il va peut-être se dire, et si je forme pas la 5, imaginons, comment est-ce que je pourrais passer de la 4 à la 6 ? Bah, il va me dire +4, oui. J'essayerais, en gros, de l'amener, à chaque fois à se dire : Et si je donne encore plus grand ? Si je te donne, imaginons, 100, 100… Heu, je sais plus ce que c'était… Des cure-dents ?
53	Julie	Donc, 100… oui !
54	ES4	Oui. Donc, imaginons, si je te donne 100 cure-dents… Comment est-ce que tu pourrais essayer de visualiser ça ? Parce qu'effectivement, faire +2 à chaque fois, heu… Y en a qui le font, hein, vraiment. Y en a qui le font mais ils perdent un temps, un temps fou sur leur feuille à mettre, à calculer à chaque fois, s'ils arrivent au centième.
55	Julie	Oui.
56	ES4	Parce qu'ils ne perçoivent pas justement la généralisation du truc. Bah, généralement aussi, ce qu'on… Fin, ce que moi, personnellement je dis : **Pars du numéro de la figure et regarde en fonction du numéro de la figure combien t'as de bâtons ? Et essaie de trouver un rapport qui lie à chaque fois, le numéro de la figure au nombre de bâtons.**
57	Julie	Ok. Et, donc, ici, ce lien, donc, de par exemple, de dire que c'est t+2, il est faux ?

58	ES4	Heu…
59	Julie	Vous pourriez dire aux élèves : bah, cette formule-là, elle est fausse. Donc, voilà, la formule que tu choisis, donc, de dire t+2, pour trouver le nombre de bâtons, bah c'est faux. Mais, comment est-ce que vous pourriez, le, le montrer ? Le dire, ou lui expliquer ?
60	ES4	Bah… Donc t, c'était bien le numéro… ah non.
61	Julie	t, c'est le numéro de la figure. Et, n, c'est le nombre de, de petits cure-dents.
62	ES4	Oui… Euh…Bah, déjà, pour moi, c'est pas nécessairement faux, de dire, heu, effectivement, à chaque fois, on fait +2. Mettre +2 en partant de la précédente.
63	Julie	Voilà !
64	ES4	Donc, c'est facile à expliquer.
65	Julie	Voilà.
66	ES4	A chaque fois, la précédente pour avoir le nombre de bâtons.
67	Julie	Ok. Donc, la formule t+2 est incorrecte s'il l'écrit ?
68	ES4	Oui ! Oui, oui, oui, c'est ça.
69	Julie	Et donc, comment, est-ce que, par exemple, ici, bah, l'élève pense peut-être que c'est la figure précédente +2. Mais, du coup, cette formule-là qui est incorrecte, comment est-ce que vous pourriez lui montrer que c'est incorrect sans… Voilà, pas seulement lui dire, bah, c'est faux parce que c'est la figure précédente +2. Mais que la formule générale est fausse. Est-ce que vous auriez une idée de comment vous pourriez lui montrer que c'est faux, cette formule-là ?
70	ES4	Mmmh. Hem, hem. Simplement, par exemple, en lui demandant, pour heu… Heu, bah quoi que… C'est un exemple pour moi. Bah, simplement **en lui demandant pour une grande figure**. Pour, heu, imaginons la figure 10, qui est déjà pas mal, puisque là, on est a déjà 3… Mais, imaginons pour la figure 10, bah combien est-ce que t'en auras toi ? Parce que si elle fait +2, effectivement, ça sera faux.
71	Julie	Ok.
72	ES4	Et qu'il faut qu'à chaque fois qu'elle ait la neuvième, qu'elle ait la huitième, etc. quoi.
73	Julie	Ok. Parfait. Alors, la question suivante, bah voilà. Certains élèves du primaire et/ou du secondaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type-là. Et donc, j'aimerais savoir, vous, quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez face à un problème de ce type. Et alors, bah, expliquer la solution que vous pourriez apporter. Donc, voilà, par exemple, par rapport à ce problème-ci, pour des élèves du secondaire, quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ?
74	ES4	Heu… Bah, déjà, y'en a plein qui, qui…entre guillemets ne voient pas… **Ils ne voient pas, qu'on garde à chaque fois la première figure et qu'on vient**

		à chaque fois ajouter. Donc, eux, bah, ici, généralement ce qu'on leur demande, c'est de tracer la figure 4 pour essayer qu'ils comprennent un peu le mécanisme de « qu'est-ce qu'on ajoute, à quel moment ? ». Et, heu, je sais plus c'était quoi la question. Haha.
75	Julie	La principale difficulté à laquelle vous vous attendez et la solution que vous pourriez apporter.
76	ES4	Heu, bah, donc, du coup, oui, **comme principale difficulté, c'est de pas voir qu'on ajoute… Fin, qu'on part à chaque fois de la figure 1, puis de la figure 2 : « qu'est-ce qu'on fait, qu'est-ce qu'on ajoute ? » pour passer de l'un à l'autre.** Puis ainsi de suite. Comme principale difficulté, aussi c'est de se dire qu'on ne regarde pas par rapport à la figure. Donc, comme l'élève précédente qui se disait : « Bah, je fais +2 à chaque fois »… Effectivement, eux, ils vont se dire : « Bah ok, on fait +2à chaque fois ». Sauf, qu'à partir d'un moment, on va leur demander, imaginons, la figure 100… Bah là, ils vont pas s'amuser à faire toutes les figures jusqu'à la 100^{e}. Donc, ce qu'ils ne voient pas, c'est qu'on doit à chaque fois partir de la figure 1. Fin… Du numéro de la figure. La figure 1, elle a 3 bâtons ; La figure 2, bah, elle a 3 bâtons mais +2 ; La figure 3, bah, elle a 2x3 bâtons… Et ainsi de suite…
77	Julie	Oui.
78	ES4	Et, euh… Ce que je ferais moi, peut-être, c'est euh, bah je sais pas moi, j'essayerais peut-être, bah déjà de le faire en vrai, avec des bâtons. En les faisant construire. Puis, peut-être des couleurs, à chaque fois. Genre, euh, mettre dans la 1re figure les 3 bâtons de la même couleur ; Les remettre sur la 2^{e} figure, et puis, regarder, bah « qu'est-ce qu'on ajoute ? » en une autre couleur. Puis, refaire pareil sur la figure 3, pour que ça devienne visuel de se dire « Ah, bah, ok, j'en ajoute 3 ». Puis, l'autre, j'en ajoute 3 mais je fais +2. C'est vrai que, ce que je fais souvent avec eux, où ils ont du mal avec la généralisation, c'est en général, c'est, euh : je fais au fur et à mesure. « Ok, la figure 1, t'en as combien ? 3 ». « La figure 2, t'en as combien ? Autant… » « Ok. Et si je te dis la figure 3, t'en auras combien ? Autant… ». « Et la figure 4 ? » Et ainsi de suite. Ils comprennent ce qu'on fait à chaque fois, ce qu'on ajoute pour arriver à la suivante. Puis, jusqu'à un moment donné où, effectivement, ils disent +2. Puis je dis : « Ok. Et la figure 15 ? » Ah, bloqué, parce que j'ai pas les figures qui étaient avant. Donc, du coup, il faut chercher un petit mécanisme entre la figure, le numéro de la figure, et le nombre de bâtons qu'il y a.
79	Julie	Ok. Parfait. Alors, dernier problème. Donc, voilà. Je vais vous demander…
80	ES4	Je connais, haha. Donc… Oui, oui, ok.
81	Julie	Voilà. Ici, y a la production d'un élève. Et donc, je vous demande, bah d'analyser mathématiquement sa production et de voir, bah, quel commentaire vous pourriez faire à cet élève, par rapport à sa production.
82	ES4	Bon, déjà, moi, j'avoue, les premiers trucs, je dirais faux. Parce que 3+3 au final, ça fait pas 8. Donc, euh, **y a pas le respect de l'égalité**.
83	Julie	Ok.

84	ES4	Heu, maintenant… Donc, ça, c'est purement mathématique. Ici, qu'est-ce qui dit ? Donc, 3+3+2. En soit, bah 3+3+2, je suis d'accord, c'est juste qu'il aurait dû écrire dès le début, du coup, 3+3+2.
85	Julie	Oui…
86	ES4	Euh, pour 10 tables… Donc, 10+10… Bah, pareil. Y a pas de respect d'égalité.
87	Julie	Oui.
88	ES4	Donc, pour trouver n'importe quel nombre de tables, on fait chaque fois diviser… Ha non… On fait chaque fois le nombre de tables +1… Nombre de tables + nombre de tables +2. Euh, bah, oui… Oui, oui, oui.
89	Julie	Est-ce que pour vous cette généralisation est correcte ?
90	ES4	Euh, donc, c'était bien n… On n'imposait pas ce que c'était n ?
91	Julie	Non. On demandait de trouver une manière rapide pour trouver pour n'importe quel nombre de tables.
92	ES4	Euh… Bah… S'il pose n comme étant le nombre de tables… Bah, à la base, 2 chaises par table, puis après les 2 du bout… Donc, pour moi, **oui, c'est pas, c'est pas faux, c'est juste que c'est un respect d'égalité selon moi.**
93	Julie	Ok. Pour vous la généralisation est correcte. Est-ce que vous avez une remarque à faire sur la généralisation ?
94	ES4	Euh… Bah non, en fait ! Parce qu'il dit : « Pour trouver n'importe quel nombre de tables… »
95	Julie	Pour trouver n'importe quel nombre de tables… Quel que soit le nombre de tables, ben, il fait à chaque fois : nombre de tables + nombre de tables +2.
96	ES4	Ha oui ok ! C'est pas le nombre, fin… Parce que, comme il l'a formulé, c'est pour trouver n'importe quel nombre de tables… Mais, c'est pas n'importe quel nombre de tables qu'on cherche, c'est n'importe quel nombre de chaises.
97	Julie	Oui.
98	ES4	Euh, oui. Bah, maintenant… Faire nombre de tables + nombre de tables +2, c'est, ça me paraît… En soit, c'est juste. Il fait juste 2 chaises par table ; Donc, 2x effectivement le nombre de tables, s'il considère n, plus les 2 chaises aux extrémités.
99	Julie	Ok. Donc, ça, vous diriez que c'est… correct ?
100	ES4	Y a juste la formulation de « Pour trouver n'importe quel nombre de tables ».
101	Julie	Ok.
102	ES4	Donc, euh…
103	Julie	Parfait. Alors, l'enseignant, il demande ensuite à ses élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes. Malheureusement, beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question. Pourquoi ?
104	ES4	Euh, bah, parce qu'ici, justement, **on demande l'inverse**.

105	Julie	Ok.
106	ES4	Donc, euh. C'était quoi ? Il demande le nombre… les tables nécessaires pour asseoir 52 personnes. Ben, peut-être, parce que, pour eux, aussi 52 c'est gros haha. Alors, s'ils doivent dessiner ça, haha, ça va être un peu gros.
107	Julie	Ok. Et donc, comment est-ce que vous pourriez aider les élèves à répondre à cette question ? Donc, à trouver pour 52 personnes ?
108	ES4	Mmmm. (Moment de réflexion) Ben, je crois… Fin…Bah, justement, le problème, c'est que, vu sa généralisation au-dessus, euh… Bah, par exemple, pour cet élève-là, ça va être plutôt compliqué étant donné qu'il ne rassemble pas… Fin… **Il met nombre de tables + nombre de tables +2. Au lieu de mettre 2x le nombre de tables +2 qui pour lui, serait plus facile de trouver à ce moment-là.** Parce qu'effectivement, si nombre de tables, il connait pas, lui va se dire « Bah, comment est-ce que je vais faire pour trouver ça, quoi ? ».
109	Julie	Ok.
110	ES4	Donc, imaginons, ici, j'aurais cet élève-là, bah je lui dirais : « **Faire nombre de tables + nombre de tables, ça revient à faire quoi ? Si je fais 1 pomme + 1, pomme, ça fait quoi ? 2 pommes.** Bah, ici c'est pareil : nombre de tables + nombre de tables, c'est comme si je faisais 2x le nombre de tables ». Et donc, là, imaginons si du coup, s'il arrive avec son « 2x nombre de tables +2 », bah là, **je ferais simplement comme en primaire avec les bouches : je fais x2, +2 ; bah si je vais dans l'autre sens, je fais : -2, :2.**
111	Julie	Ok.
112	ES4	Ou à la limite, même en chipotant, hein. Avec des jetons à la place des personnes, etc. euh.
113	Julie	Ok. Alors, pour vous quelle sera la réponse la plus fournie par les élèves à la question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quelle table ». Donc, quelle serait la réponse la plus fournie par les élèves à cette question, pour vous ?
114	ES4	Hmm. Sachant qu'ils l'ont… Fin, c'est comme si c'était un test et ils l'ont déjà fait en classe, ou sachant qu'ils n'ont rien fait du tout ?
115	Julie	Bah voilà. Vous donnez ce problème-là à vos élèves… Voilà, ils ont peut-être fait déjà des choses avant… Ça, peu importe. Donc, quelle serait la réponse que vous vous attendez le plus à avoir… de leur part ?
116	ES4	Hmmm, euh… Déjà, moi de base, je dirais 2n+2, ça oui.
117	Julie	2n+2
118	ES4	Euh… Maintenant, eux… Haha. Déjà, la généralisation, je sais pas si… C'est ça que ça dépend, quoi. S'ils ont déjà vu la généralisation, y a moyen. Y a moyen qui, qui disent 2n+2.
119	Julie	Oui.
120	ES4	Maintenant, s'ils l'ont pas vue, ben, je pense qu'ils vont plus faire comme le gamin, comme la personne là, en-dessous qui disait « c'est le nombre… On fait **2x le nombre de tables + 2 chaises aux extrémités**.
121	Julie	Ok. Parfait. Et alors, dernière question c'est « Comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe ? »

122	ES4	Ha bah, comme je disais, moi, je crois que je… S'ils ne voient pas… Fin, je crois qu'avec des… des problèmes de dénombrements comme ça, il faut toujours avoir du matériel. Parce qu'y en a qui percutent direct, qui voient direct et ça… Ça moi, perso, je comprends pas comment ils voient direct comme ça, haha. Mais, y en a d'autres, qui derrière, galèrent à fond. Euh, et donc moi, j'avoue, bah je viendrais avec… Fin, je crois que je le ferais pas en classe car tout ça, ça devient compliqué de bouger les tables et tout… Mais, je viendrais, genre, avec des cartons et des jetons et je dirais : « Voilà, on commence avec une table, combien est-ce que je peux mettre de personnes autour ? Bah, 4, fastoche. Ha, mais si je viens en coller une, qu'est-ce qui se passe ? Bah, y en a une qui saute, qui va au bout et ainsi de suite … » Et donc, oui. Ici, je crois que je commencerais par une, qui est assez fastoche pour le coup.
123	Julie	Oui…
124	ES4	Puis dire : « Bah si j'en ajoute une 2e, bah, celui qui était du côté droit, il saute ou est-ce que je vais le mettre… Ha bah, je vais le mettre là mais du coup, je peux rajouter deux personnes là ». Et ainsi de suite, en espérant que, qu'ils comprennent qu'à chaque fois, bah, on peut mettre deux personnes sur le côté : un au-dessus, un en-dessous, ici… + 2 personnes aux extrémités.
125	Julie	Ok. Et donc, vous amèneriez alors la, la généralisation en groupe-classe, alors, après avoir manipulé ?
126	ES4	Euh, est-ce que je ferais…
127	Julie	Est-ce que vous feriez chercher chacun… ?
128	ES4	Oui, non, d'abord, je laisserais chercher…
129	Julie	Oui…
130	ES4	Ou, alors, limite, par deux.
131	Julie	Oui.
132	ES4	Soit, chaque groupe aurait des jetons et des cartons pour les tables.
133	Julie	Oui.
134	ES4	Et puis, oui, après je viendrais à la généralisation de voir, justement, les différentes réponses. Parce que, voilà, moi, directement je dis 2n+2… Ça se trouve, y aura un élève qui aura pensé à autre chose. Qui se dira peut-être plutôt… Qu'est-ce qui pourrait se dire ? Euh, bah, il pourrait se dire autre chose en fait. Bah, voilà, c'est les idées qui me viennent d'office. Bah, y en a un autre qui va se dire, je vais plutôt faire ça, mais alors en enlever…Etc. Bah, peut-être comme je disais le 4. Là, y a peut-être moyen de faire un truc avec le 4 de départ : moi, j'en enlève 1, mais j'en ajoute. Il se compliquerait un peu la vie en faisant ça, quoi. Mais, bon, voilà… Ça permet justement de voir un peu toutes les réponses que, qu'ils peuvent apporter.

135	Julie	Ok. Parfait. Ha, bah, merci beaucoup en tous cas, d'avoir rempli le questionnaire, puis d'avoir pris le temps ici, de… de répondre à l'entretien. Donc, euh …
136	ES4	Avec plaisir, vraiment.
137	Julie	Un tout, tout grand merci ! Bonne fin d'année scolaire et bonnes vacances, après, alors.
138	ES4	Merci, également !
139	Julie	Merci, au revoir.
140	ES4	Au revoir !

Annexe 11.5. Enseignant secondaire 5 (ES5)

Cet entretien a été mené le jeudi 24 juin 2021 à 12h15 et a duré 25 minutes 12.

La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis plus de 10 ans en 2ème et 3ème secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 9 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Merci encore de prendre de votre temps pour m'aider et participer à cet entretien.
2	ES5	Oh de rien, avec grand plaisir !
3	Julie	Alors on va pouvoir démarrer avec la première question. Quelle est la pertinence, selon vous, d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
4	ES5	**En primaire, il y a moins de pertinence puisque la généralisation justement pour moi est moins utile et moins pratiqué, et notamment l'utilisation des lettres. Ça, je pense que ça n'existe pas. Et donc moi ça me semble difficile de généraliser justement en primaire pour cette raison-là. On est plus sur de l'observation, je dirais, essais-erreurs, des choses comme ça. Ça me semble compliqué de faire ça en primaire.**
5	Julie	Ok. Et en secondaire alors ce serait quoi la pertinence de les utiliser ?
6	ES5	Bah évidemment, **c'est l'utilisation des lettres pour la notion de formule. Et la notion qu'une lettre peut être représentée par n'importe quel nombre, etc. Donc là il y a beaucoup plus évidemment de pertinence en secondaire.**
7	Julie	Ok. Alors là je vais vous demander de lire le petit problème ici
8	ES5	Oui. Donc ici pour traduire le raisonnement de Thomas, si je ne me trompe pas, on est sur la 4ème. Attendez, je relis. J'utilise 3 bâtons pour chaque triangle. Oui ! Ensuite, je vois que je compte 2 fois un bâton pour chaque triangle, sauf le dernier, donc je dois les supprimer. Il faut que je comprenne ce que Tom a dit. J'ai un problème avec ce que dit Thomas, c'est sauf le dernier donc je dois les supprimer. Donc ils disent 3 bâtons … Ah oui ok ok, non ça va là je comprends effectivement le raisonnement. Donc par rapport au raisonnement de Thomas euh … Je suis un peu décontenancée là. J'aurais envie de dire la

		dernière, mais là en fait j'ai du mal avec le raisonnement de Thomas au niveau de la phrase, je ne sais pas si c'est normal.
9	Julie	Oui, ce n'est pas évident …
10	ES5	Oui. Je capte mal le raisonnement de notre ami Thomas donc euh … Voilà j'ai envie de dire là en tout cas, par élimination, pas les 2 premières puisqu'il compte 3 bâtons pour chaque triangle. Et donc après il faut faire une soustraction. Euh. Donc moi, j'ai envie de dire à la 3ème. Et encore ... En même temps, les 2 dernières sont équivalentes. On va dire la 4ème. Mais elles sont toutes équivalentes en fait, je suis bête. Oui j'ai envie dire la 4ème, mais sans conviction j'avoue.
11	Julie	OK. Et alors du coup, parmi les autres expressions, est-ce qu'il y en a qui vous semble correctes. Et alors si oui, quel serait le raisonnement mis en place par les élèves qui auraient choisi cette expression algébrique ?
12	ES5	Oui, en fait, disons que je sais que c'est toujours difficile pour les élèves ce genre de de suite. Et donc moi je ne leur donne, parce que je sais que ceux qui qui ont du mal avec cette idée de généralisation, je redonne ça de manière parfois un peu plus théorique si on peut dire. Après quelques exemples, on se rend compte qu'il y a une raison dans la suite, qui ici est 2, et je dis toujours que le 2, iI va être le coefficient, ici en l'occurrence du t. Et donc moi je leur dis toujours de commencer la formule par la raison, donc ici ils auraient commencé la formule par 2t. Et puis après, ils se rendent compte que dans la première figure, il y en a 3, dans la 2ème on en a 5, dans la 3ème, il y en a 7, etc. Et donc bah ils se rendent compte que pour arriver au bon nombre, ils doivent faire simplement plus un donc j'aurai tendance moi à les amener sur la première formule qui est plus simple et qui permet à ceux qui ont plus de mal de se raccrocher à un petit quelque chose de théorique qui est la raison de la suite.
13	Julie	Ok. Et parmi les autres, est-ce qu'il y en a qui vous semble correctes et que vous auriez une idée du raisonnement mis en place par l'élève ?
14	ES5	Bah effectivement elles sont toutes équivalentes. Je sais que les élèves sont parfois très imaginatifs dans ce genre de choses. Donc la 2ème est très bien aussi puisque si je ne me trompe pas, il utilise le fait qu'on prend le nombre. Euh attendez … Je vais dire que la 2ème me semble correcte mais moi j'aurai du mal à la justifier, même si je vois qu'elle est évidemment correcte. Parce qu'il y a le problème qu'on donne l'impression qu'on va utiliser 2 bâtons par figure, et puis qu'on retire un, même si évidemment ce n'est pas le numéro de la figure directement qui est multiplié par 2, c'est le numéro de la figure +1. Mais moi ça me semble plus compliqué ici si je devais l'expliquer aux élèves, il faudrait que je regarde ça un peu plus en détail. On est sur quelque chose de plus compliqué. Et puis pour les autres, donc 3t, donc là évidemment euh, plus un moins t. Bah pour les 2 suivantes, Je vais dire qu'il y a évidemment quelque chose de plus cohérent, qui est le fait qu'on considère qu'il y a 3 bâtons à chaque nouvelle figure. Et puis qui a cette, attendez en plus je dis des bêtises, euh … Ce qui m'embête aussi sur les 2 dernières en fait, c'est que, fin, moi j'aime bien sur ce genre de choses encore une fois, voir la raison de la suite et cette idée de partir du principe qu'il y a 3 bâtons et puis essayer de quelque part, on est un peu plus dans du bricolage pour arriver au bon résultat mais ... Clairement, j'aurais plus de mal à trouver quelque chose, une explication commune pour tous les élèves sur les 3 suivantes, même si on est d'accord qu'elles sont correctes. Faudrait que je regarde et voir bah tiens voilà concrètement le raisonnement de l'élève là derrière. Euh parce que ça sort un petit peu du

		raisonnement que j'essaye de, que moi j'applique évidemment et que j'essaye de donner aux élèves là-bas, même si je sais bien que sur ce genre d'exercice, encore une fois, ils sont très imaginatifs et il y en a qui ont leur propre raisonnement. Et moi évidemment, à partir du moment où toutes les formules sont évidemment équivalentes, ça me va. Et parfois il faut se plonger dans la tête des élèves pour arriver à voir. Moi je pars toujours du principe qu'à partir du moment où on est sur une formule qui est équivalente à la formule simple qui est la première à laquelle on veut arriver, bah évidemment, tout est bon. Euh voilà donc voilà, si je devais moi expliquer une formule à un élève, si je prends par exemple la $3^{ème}$, je serais plus embêté parce qu'on sort un petit peu de quelque chose de plus automatique et encore une fois, ceux qui ont plus de difficultés vont être peut-être décontenancé. Et c'est ça que j'essaie d'éviter dans ce genre d'exercice quoi. Voilà, je ne sais pas si j'ai répondu à la question.
15	Julie	Oui, c'est bon.
16	ES5	Ok ça va tant mieux.
17	Julie	Alors ici Sophie, elle fait le dessin suivant et elle dit on fait à chaque fois plus 2 donc la formule c'est t + 2 donc t c'est le numéro de la figure. Comment est-ce que vous pouvez montrer que c'est incorrect et alors l'aide que vous pourriez lui apporter.
18	ES5	Disons que tout simplement déjà, elle est partie du principe que t + 2 fonctionnait, enfin elle a vu le plus 2, donc elle s'est dit que le plus 2 d'une figure à l'autre va être traduit par plus 2 dans la formule, ce qui est instinctivement compréhensible. Après, comment montrer que c'est incorrect ? Bah tout simplement on voit pour la première figure, ça fonctionne et pour la $2^{ème}$ ça fonctionne déjà plus donc voilà. **Moi je leur dis toujours, euh, vérifier que votre raisonnement fonctionne et en général si ce n'est pas le cas, dès la $2^{ème}$ figure, il voit que ça ne fonctionne pas**. En fait, il se focalise sur la première, il y a effectivement ce plus 2 qu'ils veulent absolument retranscrire dans la formule, mais on se rend très vite compte que déjà ça ne tient plus. Donc moi c'est ça que je leur montre et bah au risque de me répéter, je vais dire qu'ici, euh, moi **je suis plutôt sur quelque chose d'un peu entre guillemets théorique vu la difficulté que ça peut poser à certains élèves**. **Ce 2 ne surtout pas le jeter, au contraire, il est très important, mais on va utiliser non pas comme un terme dans la suite mais comme un coefficient**. **Voilà. Et après bah voilà, on voit quel est le nombre qu'il faut ajouter ou soustraire derrière pour arriver au bon résultat.** Voilà comment euh moi je procède sur ce genre d'exercice en sachant que je sais que ce n'est pas forcément l'idéal puisqu'il y a, il y a quelque part, **cette base théorique que les élèves doivent retenir et donc on perd un petit peu le côté recherche intuitive qui peut être intéressant là-dessus, mais par contre ils peuvent se raccrocher à ça et ça marche toujours quoi, voilà sur ce genre de suite.**
19	Julie	Ok. Et alors euh par rapport donc à un problème comme ça, quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez de la part des élèves ? Donc si vous leur donnez cette activité-ci, quelle serait la principale difficulté ?
20	ES5	**Bah c'est justement d'aller trop vite et donc en se basant sur la première figure** de … Déjà de un, ce qu'ils peuvent faire évidemment c'est se dire, ne pas se rendre compte qu'il y a un bâtonnet qui est réutilisé d'une figure à l'autre, donc de se dire bah c'est 3 bâtonnets par figure donc utiliser le nombre 3, enfin 3n ou ici en l'occurrence 3t. Et puis il y a aussi $2^{ème}$ difficulté, c'est la difficulté de l'élève précédente, c'est de, en fait de se focaliser sur la première figure. Hop,

		on a vu qu'on faisait plus 2 ça fonctionne et on va pas vérifier plus loin. Voilà alors que s'il vérifie, bon ils se rendent vite compte que ça ne va pas. Donc là on peut continuer. Si on se rend compte que la formule ne fonctionne, tient on se pose la question pourquoi, le 2 du plus 2 que j'ai utilisé d'une certaine façon, est-ce que je ne pourrais pas le réutiliser d'une autre façon ? Donc voilà, voilà les 2 grosses difficultés, c'est d'aller trop vite et donc de se focaliser uniquement sur la première figure. Parfois ça marche pour les 2 premières aussi et donc là ils disent c'est bon. Évidemment, ça ne suffit pas, il faut aller un petit peu plus loin pour ça.
21	Julie	Ok, donc dernier problème. Voilà, vous pouvez le lire.
22	ES5	Ok.
23	Julie	Alors voilà la réponse qui est fournie par un élève et donc je vous demande le ou les commentaire(s) que vous pourriez faire à cet élève.
24	ES5	Alors bah déjà pour les 3 tables je trouve enfin il a un bon raisonnement pour moi qui est tout simplement de faire un schéma. Et puis oui **sauf que ce que j'avais pas vu qu'il y a le 3 plus 3 égale 6 plus 2 ça on aime jamais en math**. Mais bon à part ça je vais dire qu'au niveau du raisonnement euh il est pas mal pour 3 tables. Et alors, qu'est-ce qu'il a fait pour 10 tables ? Oui, là, par contre en fait, il est, il y a un truc qui ne va pas évidemment, c'est que euh, et encore est-ce que … Donc en fait, il arrive au bon résultat pour 10 tables. Ah oui, qu'est-ce qu'il a fait ? Il a fait 10 plus 10 ok donc j'avais vu le raisonnement, j'avais mal compris son premier raisonnement donc au final, il a bon pour les 2 donc il a additionné les 2 longueurs et puis il a remis les 2 en bout de table ce qui est bien. Euh donc pour moi, **son raisonnement tient tout à fait la route, à part l'histoire de l'égal qui n'est pas respecté évidemment**, mais sinon en termes de raisonnement, il est bon évidemment.
25	Julie	OK et au niveau de sa généralisation ? Qu'est-ce que vous pouvez dire ?
26	ES5	On fait chaque fois le nombre de table plus nombre … **Oui, évidemment au niveau de la généralisation c'est pas l'idéal puisque plutôt que de faire 3 plus 3 bah il aurait fait 2 fois 3 et plutôt que de faire 10 plus 10 il faisait 2 fois 10.** Donc évidemment au niveau de la généralisation plutôt que dire nombre de tables plus nombre de tables, bah là évidemment 2 fois le nombre de tables plus 2. Voilà ce qui serait beaucoup plus court, beaucoup plus efficace je vais dire. Mais à part ça, à part ça, il a quand même bien, enfin il a trouvé un moyen de résoudre l'exercice quoi.
27	Julie	Ok parfait. Alors ensuite, l'enseignant demande bah de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes, et alors beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question-là, pourquoi ?
28	ES5	Parce qu'ici en fait, évidemment, il est plus facile de se dire, bah on a les tables, on met les chaises autour et puis voilà combien de personnes on peut asseoir. Ici, **le problème est inversé et donc si on est parti d'une généralisation, il faut faire le chemin inverse derrière.** Évidemment, **l'idéal c'est de le faire par une équation même s'il y a moins de le faire autrement**, et donc pour avoir l'équation évidemment il faut d'abord avoir la généralisation avant. S'ils ne le font pas par équation. Bah ils doivent d'abord faire 52 moins 2 et puis divisé en 2 mais malgré tout, au final, le raisonnement est le même. Donc, plutôt que des tables qu'on additionne avec des places qu'on additionne, ici bah il faut d'abord se … C'est vraiment l'histoire de faire le raisonnement inverse, qui est normalement, ce serait de faire par une équation. Voilà pourquoi je pense que

		certains élèves ont plus de mal. Euh évidemment, s'ils n'ont pas trouvé la formule, là ça risque de poser problème.
29	Julie	Et s'ils ne trouvent pas la formule, par exemple, vous feriez quoi ?
30	ES5	S'ils ne trouvent pas la formule bah par exemple, un élève, évidemment, c'est tout à fait jouable puisque s'il y en a qui dit bah ok j'ai 52 personnes, je sais qu'en bout de table j'en ai 2, je veux dire gratuit entre guillemets, donc je fais moins 2 ça me fait 50 personnes à asseoir sur les longueurs, donc 52 moins 2 le tout divisé en 2. Il fait ça c'est très bien parce que l'élève, même s'il n'a pas la formule au départ, il a tout à fait compris le mécanisme, donc là ça me va très bien. Évidemment, tout dépend de ce que j'ai demandé, si j'ai demandé la formule avant bah j'attends qu'il utilise la formule et si j'ai pas demandé la formule et que j'ai un élève qui me fait 52 moins 2 le tout divisé par 2 c'est très bien. Son raisonnement est bon.
31	Julie	Ok. Donc voilà pour vous, quelle sera la réponse la plus fournie par les élèves donc, à la question donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables, quelle serait la réponse à laquelle vous vous attendez le plus ?
32	ES5	Donc si on demande aux élèves combien de personnes peuvent s'asseoir ?
33	Julie	Voilà, de trouver une manière pour trouver rapidement quoi donc à cette question-ci : donne ensuite une manière pour trouver rapidement … (montre la question sur l'écran).
34	ES5	En ayant le schéma sous les yeux quand même ?
35	Julie	Voilà donc ils ont toute cette question-ci jusqu'au bas du schéma et donc voilà la réponse qui serait la plus fournie par vos élèves.
36	ES5	Difficile à dire. J'aurais tendance à dire, j'espère que ce serait la bonne. Mais peut-être que le problème qui peut se poser encore comme tout à l'heure c'est d'aller un peu vite. C'est de se dire ah bah oui en fait c'est pas 4 personnes qu'on va asseoir cette fois si on regarde la première table et donc partir sur 3n quelque chose comme ça. Voilà, c'est euh je pense que c'est ça qui pourrait revenir. Euh, sinon qu'est-ce qu'on pourrait avoir également ? Bah éventuellement oublier les 2 personnes aux extrémités. Donc se dire que comme les tables sont collées on assied que 2 personnes et on oublie de faire plus 2. Voilà pour moi les 2 grandes erreurs qui pourraient intervenir.
37	Julie	Et si on enlève les erreurs, voilà la réponse peut-être alors la plus probable à laquelle vous vous attendez ?
38	ES5	Ah bah moi je dirais pour la formule ça c'est ça ?
39	Julie	Oui.
40	ES5	Bah **2n + 2** oui.
41	Julie	OK. Et alors dernière question, c'est, comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe avec vos élèves ?
42	ES5	Bah déjà je leur ferai dessiner plusieurs euh une table, deux tables, trois tables, quatre tables. Évidemment, compter le nombre de personnes et se rendre compte que bah chaque fois, on assied bizarrement uniquement 2 personnes en plus et encore une fois utiliser ce 2 dans la formule. Alors le piège dans lequel il ne faut pas tomber, c'est l'utiliser en tant que terme mais en tant que facteur, que coefficient et voilà. Un peu de la même façon que la précédente. Euh voilà mais je pense que sur ce genre d'exercice il y a un truc qui est vraiment indispensable, c'est qu'ils le dessinent, qu'ils aient la représentation d'au moins les 3 ou 4 premiers motifs parce que sinon c'est très difficile de voir le lien d'un à l'autre quoi. Voilà.

43	Julie	Et alors, euh, et puis après alors pour amener la généralisation, vous feriez quoi ? Vous les laisseriez chercher ou vous feriez directement en groupe classe ?
44	ES5	Alors je les laisserais bien entendu chercher oui. Et puis après, bon bah de nouveau, enfin oui après on met en commun. Tiens, on essaie de voir. Evidemment ici, on se projette dans des réponses fausses des élèves, mais parfois ils ont des raisonnements auxquels on ne s'attend pas du tout, surtout sur ce genre d'exercice. Donc encore une fois, sur base d'un raisonnement incorrect, c'est de bah voilà. En général on peut très vite montrer que ça ne fonctionne pas sur la 2ème figure ou au pire sur la 3ème déjà on est plus dans le bon. Donc déjà c'est important de montrer aux élèves parce que souvent ils sont persuadés d'avoir quelque chose de correct hein même si on leur dit bah non, donc c'est vraiment important je pense de montrer que si on est à la 2ème ou 3ème configuration, on n'est déjà plus sur le bon résultat. Et puis bah encore une fois déterminer la raison, enfin repartir de quelque chose de plus automatique et pour bien leur faire prendre conscience que en fait ça fonctionne toujours évidemment sur ce genre de de suite-là. Parce que je pense qu'ils ont besoin … Je constate quand même qu'aux interros, un élève qui a un peu plus de difficulté, cette notion à laquelle se raccrocher bah ça rassure beaucoup, ils peuvent commencer le leur formule et puis il reste juste le terme à compléter. Moi je base beaucoup là-dessus. Il y en a qui arrive tout seul. Je pars toujours du principe que ce n'est quand même pas évident en général si on n'a pas une petite balise théorique qui peut guider quoi.
45	Julie	OK et alors dernière petite question c'est imaginons voilà à ce problème-ci bah des élèves donnent plusieurs solutions mais qui sont différentes mais correctes, qu'est-ce que vous feriez ?
46	ES5	Pour la formule ça ?
47	Julie	Oui.
48	ES5	Pour la formule, à partir du moment où la formule est correcte, qu'elle soit aussi compliquée ça n'a pas d'importance pour autant que lorsqu'on la réduit, on arrive à la formule correcte.
49	Julie	Je pars du principe que du coup c'est quelque part, c'est même … je ne vais pas dire que c'est mieux même si je suis toujours un peu admiratif du raisonnement que les élèves arrivent à mettre en place, des choses auxquelles on ne pense pas toujours. Et au final quand la formule est réduite et il va à la même formule que celle à laquelle je veux qu'ils arrivent, moi c'est très bien. Il y a évidemment aucun problème.
50	ES5	Vous réduiriez les formules plus compliquées pour montrer que ça revient à la même chose alors ?
51	Julie	Oui, tout à fait exactement.
52	ES5	Ok parfait. J'ai fini avec mes questions donc un tout grand merci en tout cas.
53	Julie	J'espère vous avoir aider.
54	ES5	Oui très bien, merci beaucoup.
55	Julie	Bonne fin d'année scolaire.
56	ES5	Merci, à vous aussi et bonne continuation.
57	Julie	C'est gentil, merci beaucoup. Au revoir.
58	ES5	Au revoir.

Annexe 11.6. Enseignant secondaire 6 (ES6)

Cet entretien a été mené le jeudi 24 juin 2021 à 12h15 et a duré 20 minutes 38.
La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis moins de 5 ans en 1ère, 2ème et 3ème secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 10 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, merci encore de prendre de votre temps pour répondre à mes questions.
2	ES6	Avec plaisir.
3	Julie	Je vais vous partager mon écran pour que vous voyez les questions. Dites-moi si vous voyez ?
4	ES6	Oui.
5	Julie	Ok on peut alors commencer avec la première question. Quelle est pour vous la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
6	ES6	**Alors en primaire je pense que ça permet de développer des calculs réfléchis. Euh de travailler avec des flèches les opérations réciproques. Ça permet aussi de travailler la réflexion, de développer plus la réflexion.**
7	Julie	Ok. Et alors en secondaire ?
8	ES6	**Ça permet l'apprentissage du calcul littéral et alors c'est important aussi pour développer une rigueur mathématique.**
9	Julie	Ok. Alors pour la question suivante je vais vous demander de lire le problème.
10	ES6	Ok. C'est fait.
11	Julie	Alors je vous donne l'explication de la pensée de Thomas et je vous demande de trouver, parmi les 4 propositions, celle qui représente le mieux la déclaration de Thomas.
12	ES6	Vous savez remonter un peu pour voir les figures ?
13	Julie	Voilà, désolée.
14	ES6	Pas de souci. Je relis hein. C'est chaud à trouver la formule par rapport à ce qu'il dit hein.
15	Julie	Oui c'est compliqué.
16	ES6	En vrai, je n'arrive pas à retrouver la formule par rapport à ce qu'il dit.
17	Julie	Vous voyez aucune des quatre qui pourrait correspondre ?
18	ES6	A ce qu'il dit exactement non parce que au début il dit 3 bâtons pour chaque triangles donc on partirait sur le 3T.
19	Julie	Oui.
20	ES6	Puis après je vois que je compte deux fois un bâton pour chaque triangle donc là on partirait sur un 2T sauf les deux derniers donc je dois les supprimer. Si on prend que sa deuxième phrase par rapport à ce qu'il a dit à la deuxième phrase j'aurais dit « 2T-1 » par rapport à sa deuxième phrase.
21	Julie	Ok. Et alors du coup, parmi les propositions qui sont proposées, est-ce qu'il y en a qui pourraient fonctionner pour cet exercice-ci? Et si oui, quel serait le raisonnement mis en place par l'élève ?
22	ES6	Donc là vous me demandez la bonne formule c'est ça ?
23	Julie	Oui la ou les bonne(s) formule(s) et alors par rapport à la ou les formule(s) sélectionnée(s) le raisonnement mis en place pour déterminer cette formule-là.

24	ES6	Oui bah la première.
25	Julie	Oui. Et comment l'élève pourrait trouver cette formule-là ?
26	ES6	Euh ... en faisant des groupes de deux avec des couleurs et il verra que à chaque figures, pour la première figure il peut faire un groupe de deux et pour la deuxième figure il sait faire deux groupes de deux maximum et pour la troisième figure il sait faire maximum 3 groupes de deux et à chaque fois, il voit qu'il en reste un en plus.
27	Julie	Ok. Est-ce que vous en voyez d'autres qui peuvent être corrects ?
28	ES6	Ben la deuxième aussi.
29	Julie	Oui. Et là est ce que vous voyez le raisonnement qui aurait pu être mis en place par l'élève ?
30	ES6	En fait elles sont toutes bonnes.
31	Julie	Ok.
32	ES6	J'avais pas regardé par rapport à ça. Pour chaque formule je dois dire ...
33	Julie	Vous devez dire le raisonnement qui aurait pu aboutir à cette formule-là.
34	ES6	Pour la deuxième, je ne sais pas trop. Je vais réfléchir après. La troisième ça me saute un peu plus aux yeux donc vu qu'un triangle ça a chaque fois trois côtés bah du coup il part directement sur le « 3T », donc ça c'est le plus facile à trouver. Puis il se rend compte que à la figure une c'est tout pile le bon nombre. A la figure deux bah il y a un cure dents en trop donc il faut en enlever un et à la figure trois il y a deux cure-dents en trop donc il faut en enlever deux donc à chaque fois 0 par rapport à 1, bah 1 par rapport à 2 et 2 par rapport à 3 bah c'est « T-1 ».
35	Julie	Ok.
36	ES6	Et pour la quatrième figure, pour la quatrième formule je regarde si je peux trouver un truc.(il réfléchit).Bah au final la quatrième ce serait plus ou moins dans le même esprit que la troisième.
37	Julie	Ok.
38	ES6	On partirait à chaque fois qu'un triangle ça a trois côtés donc « 3T » et puis après il se rend compte que bah si on est en secondaire et qu'il a déjà appris les nombres négatifs bah du coup on se rend compte qu'il fait à chaque fois « -1 » donc c'est 1 moins la figure comme ça on a le nombre « -1 » pour la figure deux et pour la figure 3 bah pareil du coup « 1-3-2 ». Par contre si c'est quelqu'un de primaire, cette formule-là sera un peu plus chaude je trouve.
39	Julie	Ok. Parfait. Alors voilà ici pour la question suivante. Ici Sophie elle fait ce dessin là et elle se dit vu qu'on fait à chaque fois « +2 » bah la formule c'est « t+2 », « t » étant le numéro de la figure. Donc comment est-ce que vous pouvez montrer que c'est incorrect ? Et alors l'aide que vous pourriez apporter à cet élève ?
40	ES6	Bah en **montrant un contre-exemple déjà avec les premières figures, en lui faisant construire la quatrième figure aussi ou la faire manipuler en vrai aussi.**
41	Julie	Oui.
42	ES6	Genre je lui dis : « ben tu veux construire quelle figure ? », elle me dit par exemple la cinquième du coup avec sa formule je lui donne sept allumettes et je lui demande de construire la cinquième figure et qu'elle se rend compte qu'elle n'y arriverait pas.
43	Julie	Ok. Parfait. Et alors, sur base de son raisonnement, comment est-ce que vous pourriez l'amener à dégager une formule correcte ?

44	ES6	Hum hum. Sur base de son raisonnement de « +2 » ?
45	Julie	Oui c'est ça.
46	ES6	Hum hum. Bah euh, je garderais son « +2 » et j'essayerais de trouver autre chose par rapport au « t », en disant qu'effectivement on rajoute deux à chaque fois mais que le « t » ça correspond au nom de la figure mais le nom de la figure ne correspond pas au nombre d'allumettes.
47	Julie	Oui.
48	ES6	Et du coup on se concentrerait là-dessus. Je lui mettrais déjà en couleurs les « +2 » qui se sont rajoutés à la deuxième figure, je remettrais cette couleur là à la figure 3 plus les deux autres dans une autre couleur à la figure 3 comme ça on voit qu'on a à chaque fois le groupe de base qui est tout le temps-là quoi.
49	Julie	Ok. Parfait. Et alors, toujours par rapport à ce problème ci, donc quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez de la part de vos élèves face à un problème comme ça ?
50	ES6	En secondaire ?
51	Julie	Oui.
52	ES6	Ben la plus grosse difficulté c'est pas de trouver la suite logique par rapport à la figure ou construire la quatrième ou cinquième figure, **c'est vraiment de dégager l'expression littérale**.
53	Julie	Oui. Et alors comment est-ce que vous pourriez les aider à surmonter cet obstacle ?
54	ES6	Hum...En s'exerçant avec ce genre d'exercices déjà. En apprenant déjà d'avoir introduit aussi le sens de la lettre qui peut représenter n'importe quel nombre. Euh... ben le sens de la lettre dans le calcul littéral et puis après ben en faisant des groupes de couleurs, en fonction du numéro de la couleur comme je vous ai expliqué tout à l'heure.
55	Julie	Oui.
56	ES6	Hum... Et aussi on peut faire le lien avec la formule du périmètre d'un triangle équilatéral et comme ça ils ont déjà l'idée de la lettre dans la formule de périmètre d'un triangle équilatéral. Ça fait déjà le bon début et après il reste juste à trouver le petit truc qui manque donc le « -1 », « -2 » à chaque fois.
57	Julie	Ok. Parfait. Et alors dernier problème avec les petites questions. Donc voilà ici je vous laisse lire le problème.
58	ES6	Voilà j'ai lu le problème.
59	Julie	Donc voilà ici je vous donne la production fournie par un élève aux trois questions et je vous demande ben voilà quels commentaires vous pourriez lui faire ?
60	ES6	Ben déjà le **commentaire par rapport à la transitivité de l'égalité sur sa deuxième ligne d'écriture.**
61	Julie	Oui.
62	ES6	Ensuite, oui pour le **symbole égal je lui dirais plutôt de mettre une flèche du coup pour 3 tables,8 personnes. Une table ce n'est pas une personne.**
63	Julie	Ok.
64	ES6	Et puis après au point de vue de **sa formule finale, je lui ferais un lien avec la définition de la multiplication**, ben le lien entre la multiplication et l'addition quoi.
65	Julie	Oui.

66	ES6	Que la multiplication c'est une écriture simplifiée de l'addition quand le nombre est répété et là c'est ce qu'elle fait quoi. Le nombre de tables est écrit deux fois donc autant noter deux fois cinq et en disant que les mathématiciens aiment bien que ce soit le plus court possible quoi.
67	Julie	Oui et au niveau vraiment ici des réponses si on enlève la forme qui n'est pas correcte, vraiment sur le fond, est-ce que c'est bon ?
68	ES6	Oui sur le fond c'est très bon oui.
69	Julie	Ok. Parfait. Alors ici, l'enseignant demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés, pourquoi selon vous ?
70	ES6	Euh... en primaire ou en secondaire ça ?
71	Julie	Pareil, donc vous pouvez répondre par rapport à vous donc en secondaire.
72	ES6	En secondaire, non en primaire vu qu'on ne passe pas par l'expression littérale mais par des opérations réciproques il y a quand même plusieurs opérations d'affilées donc c'est plus **dur de réfléchir dans le sens inverse**. Et en vrai pour aider les élèves à répondre à cette question je referais ça ensemble quoi et euh... Et pour quelle raison est-ce qu'ils éprouvent des difficultés ? Ben par rapport à la réponse du dessus c'est surtout par rapport au lien qu'on fait nombre de tables plus nombre de tables au lieu de faire deux fois nombre de tables et à ce moment-là il n'y a que deux opérations on fait « x2 » puis « +2 » et donc dans l'autre sens on ferait « -2 » «:2 » alors que si on est dans ce sens la nombre de tables plus nombre de tables plus deux , puis on fait dans l'autre sens on va se dire « moins je sais pas combien, moins je sais pas combien » , on aura beaucoup plus de difficulté à trouver ça je trouve.
73	Julie	Ok donc ici, pour aider les élèves une fois qu'on a la formule alors c'est de partir **sur les opérations inverses avec des flèches** alors ?
74	ES6	**En primaire oui et alors en secondaire, je partirais plus vite sur les équations parce que c'est aussi une matière à voir** aussi et on pourrait faire le lien par rapport à ça quoi.
75	Julie	Ok. Parfait. Pour vous quelle sera la réponse la plus fournie par les élèves à cette question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables ? » Donc voilà, par rapport à ce problème ci donne une manière pour trouver rapidement, quelle serait la réponse la plus fournie par les élèves à votre avis ?
76	ES6	Celle où le plus grand nombre d'élèves pourraient répondre ?
77	Julie	Oui, selon vous.
78	ES6	Ok. Hum.. Ben pour cet exercice ci je trouve que la formule est encore facile à trouver directement donc moi je partirais là-dessus. Et sinon, si ils se concentrent plus sur le texte écrit que le visuel, si ils sont plus littéraires que visuels ben je vais dire que la première phrase porte à confusion en disant qu'une table carrée peut accueillir quatre personnes du coup ils partiraient sur quatre fois quelque chose et euh puis après je sais pas comment ils trouveraient la suite par rapport à ça mais ils trouveraient un « 4N » dans la formule .
79	Julie	Et on si les élèves se basent sur le dessin ce serait quoi la réponse selon vous qu'ils donneraient le plus ?
80	ES6	**Sincèrement j'ai pas beaucoup d'expérience encore par rapport à ça donc j'ai pas trop d'idée sur laquelle serait la plus susceptible de revenir auprès des élèves.**
81	Julie	Ok, pas de souci.

82	ES6	Peut-être qu'ils partiraient sur un « 3 . 2 » puis sur « (n-2) . 2 » ... et encore c'est trop compliqué. Franchement je crois qu'ils pourraient la trouver facilement dans ce cas-ci par rapport au visuel quand même.
83	Julie	Ok.
84	ES6	Je crois que le « **2n+2** » sortirait le plus souvent quand même.
85	Julie	Parfait. Et alors, dernière question c'est comment vous mèneriez cette activité en classe avec vos élèves ?
86	ES6	Hum... de A à Z ?
87	Julie	Oui voilà dans les grandes lignes comment est-ce que vous feriez en classe ?
88	ES6	Ben déjà on lirait la consigne ensemble, on regarderait le dessin, je leur demanderais de compter le nombre de tables et le nombres de chaises qu'il y a sur le dessin. Ensuite, je leur demanderais individuellement de réaliser un autre dessin genre avec deux tables ou trois tables donc avec un certain nombre de tables puis après on remettrait en commun et on construirait un autre dessin tous ensemble puis après je leur demanderais de trouver la formule individuellement puis après par deux aussi, par deux, trois ou quatre par petit groupe quoi … Euh. Et puis après on remettrait en commun, je noterais plus ou moins toutes les formules différentes qui sont proposées, on « revérifierait » chaque formules avec genre deux situations et ensuite on voterait pour savoir laquelle est la plus efficace et la plus efficiente.
89	Julie	Ok.
90	ES6	Pour savoir laquelle est la préférée de la classe.
91	Julie	Ben voilà j'en ai fini avec toutes mes questions. Encore un tout grand merci d'avoir pris le temps de répondre.
92	ES6	Avec plaisir, bon courage pour la suite.
93	Julie	Merci et bonnes vacances à vous.

Annexe 11.7. Enseignant secondaire 7 (ES7)

Cet entretien a été mené le jeudi 24 juin 2021 à 16h et a duré 17 minutes 12.

La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis 5 à 10 ans en 1ère, 2ème et 3ème secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 11 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Encore un tout grand merci d'accepter de participer à cet entretien.
2	ES7	Avec plaisir !
3	Julie	Alors tout d'abord, quelle est la pertinence, selon vous, d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
4	ES7	Euh **pour que les élèves apprennent à se projeter.**
5	Julie	Ok. Autre chose ?
6	ES7	Non.
7	Julie	Ok. Et en secondaire ?
8	ES7	**Qu'ils apprennent à généraliser des expressions, qu'ils apprennent à trouver des formules qui apprennent à travailler dans les 2 sens donc du numéro de la figure, entre guillemets, vers ce qu'on recherche et inversement.**
9	Julie	Ok. Je vais vous demander de lire le problème qui s'affiche sur votre écran.

10	ES7	(Réfléchit à haute voix : donc j'utilise 3 bâtons pour chaque triangle. Ensuite, je vois que je compte 2 fois un bâton pour chaque triangle, sauf le dernier, donc je dois les supprimer). Euh la troisième.
11	Julie	Ok. Alors parmi les 3 autres propositions, est-ce qu'il y en a d'autres qui vous semble correctes ? Si oui, pouvez-vous expliquer le raisonnement de l'élève pour trouver cette expression-là ?
12	ES7	Vous savez remonter du coup que je vois les triangles ? Merci. Euh donc donc donc donc … Bah la première est bonne. La deuxième est bonne. La quatrième est bonne. Et celle que je t'ai dit, ben elle est bonne aussi.
13	Julie	Ok. Et quel est le raisonnement que chaque élève met en place ?
14	ES7	Le premier, c'est classique. Dans chaque nouveau triangle, il y a 2 allumettes et il faut rajouter l'allumette de départ on va dire. Le deuxième, donc le deuxième, … Euh … Donc t + 1 ce qui voudrait dire que dans la première de la 2ème figure, c'est comme si on avait 3. Pfff ! Euh je passe. La dernière : 3t donc 3t ça veut dire les 3 allumettes de chaque triangle. Sauf qu'il doit retirer le nombre de figures parce qu'il voit bien qu'à chaque fois, il n'en utilise que 2 et il rajoute celle qu'il a dû faire pour en avoir 3. C'est un peu l'idée de la première mais en version tordue. Et le 2ème ? Comment est-ce qu'on peut arriver à une formule comme ça ? Euh 2 fois t plus un moins un … t + 1 c'est le numéro de la figure donc ça veut dire que pour la première, il y a 4 allumettes et il en bouge 1. La 2ème il a 6 allumettes, il en bouge une. Ça n'a aucun sens ! Bo je ne sais pas.
15	Julie	Pas de souci. Alors question suivante, Sophie elle fait le dessin suivant et dit on fait chaque fois plus 2 donc la formule c'est t + 2. Comment est-ce que vous pouvez en tant qu'enseignant montrer que c'est incorrect et alors l'aide que vous allez apporter à cet élève ?
16	ES7	Bah montrer que pour la figure une ça fonctionne mais que ça ne fonctionne déjà plus pour la figure 2 et donc comme c'est une généralisation, il faut que ça fonctionne à tous les coups. Alors quelle aide pourrais-je lui apporter ? **Ben lui expliquer qu'en fait le plus 2 qu'elle trouve là, c'est le coefficient qu'elle va devoir mettre devant sa variable et pas le terme qui va venir un peu corriger le bazar quoi. Donc c'est plus se servir du plus 2 pour partir de 2t plutôt que de t + 2, et à partir du 2t voir ce qu'il se passe, voir comment ça fonctionne et comment faire pour que ça fonctionne mieux.**
17	Julie	Ok. Alors, certains élèves du secondaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type. C'est quoi la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ?
18	ES7	**Bah c'est que c'est pas une proportionnalité directe je vais dire dans ce cas-ci, il faut faire euh oui, il faut faire chaque fois plus quelque chose pour arriver à l'élément suivant donc tu es sur de la suite arithmétique mais le problème c'est que pour réfléchir très loin ben il faut une logique avec un facteur et un terme donc tu n'y arrives pas en une fois, tu fais pas X2 ou +2 , il faut faire X2 +1 dans ce cas-ci et c 'est ça qui est un peu plus compliqué et plus abstrait la formule ne saute pas aux yeux.**
19	Julie	OK, et c'est quoi alors la solution que tu pourrais proposer pour dépasser cet obstacle ?
20	ES7	**Euh, ben dans le cas de suite arithmétique je m'arrange avec mes élèves pour essayer de systématiser un peu tout ça donc euh ici on voit qu'il faut chaque fois deux allumettes de plus , donc du coup ben 2 c'est le fameux coefficient donc on va se retrouver avec du 2T, oui du 2T , et puis alors**

		après ben voir pour la première ben il y en a 3 donc 2X1 ça fait 2 donc ben il faut encore 1 donc 2T + 1 et on regarde si ça fonctionne bien dans les autres cas et ça fonctionne donc vraiment essayer de travailler rapidement sous forme de tableau et essayer de voir comment passer d'une colonne à l'autre d'abord et après trouver la formule pour passer d'une ligne à l'autre et si vraiment des élèves ont du mal tu peux commencer à utiliser des vraies allumettes et des bazars comme ça , ça se justifie certainement plus en primaire qu'en secondaire même si au final les faire rajouter deux allumettes à chaque fois ne vont pas les aider à trouver une formule même si c'est pas le but de trouver une formule en primaire .
21	Julie	D'accord, alors dernier petit problème. Voilà, tu peux lire.
22	ES7	Oui voilà j'ai lu.
23	Julie	Alors du coup ça c'est la réponse fournie par un élève aux 3 questions ben je te demande d'analyser mathématiquement sa production et de dire ben voilà, quel commentaire tu pourrais lui faire.
24	ES7	Déjà je lui ferais un commentaire que **3+3 est pas égal à 6+2**
25	Julie	Ok.
26	ES7	Heu donc pour 3 tables 8 personnes, pour 10 tables 22 personnes pour trouver pour n'importe quel nombre de table on fait chaque fois le nombre de tables plus le nombre de tables plus deux donc ben oui sans compter les problèmes d'égalités c'est un raisonnement qui me paraît correct .
27	Julie	Ok, alors ensuite l'enseignant demande aux élèves de déterminer le nombre de tables pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés, pourquoi ?
28	ES7	Parce que **c'est le raisonnement à l'envers donc ça paraît, c'est toujours plus compliqué** car en plus on arrive à 52 personnes donc du coup il faudrait déjà être courageux pour dessiner et se représenter le problème donc heu, voilà pour moi c'est ça les deux principales difficultés c'est qu'on est déjà loin dans le nombre de personnes et que le raisonnement se fait à l'envers
29	Julie	OK et comment tu pourrais aider les élèves à trouver la réponse ?
30	ES7	Heu ici étant donné qu'il voit qu'il faut faire deux fois le nombre de table plus les deux personnes ben essayer peut-être de travailler avec des schémas d'opérateur pour leur expliquer que si on fait X2 +2 pour aller d'un sens à l'autre ben on va faire -2:2 pour arriver dans ce cas-ci à trouver le nombre de table donc de nouveau peut-être repasser sous forme de tableau et de voir comment on passe d'une ligne à l'autre mais voilà des schémas d'opérateur ça permet de bien comprendre le système et c'est des choses qu'ils maitrisent normalement
31	Julie	OK et alors quel sera selon toi la réponse la plus fournie par tes élèves à la question « donne ensuite une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables ? » tu penses que ce sera quoi la réponse la plus fournie par tes élèves ?
32	ES7	La bonne parce que c'est les miens
33	Julie	RIRES
34	ES7	Heu , je ne pense pas que c'est un problème qui devrait poser problème à des élèves corrects entre guillemets parce que voilà ca me paraît relativement clair en plus le dessin montre bien que c'est deux fois les tables plus les deux qu'on met au bout des tables je vais dire un élève un peu en difficulté pourrait se dire qu'on met 4 personnes autour d'une table et donc peut-être faire simplement X4 sans tenir compte des personne que tu ne sais pas claper une fois que tu mets les tables bout à bout

35	Julie	Oui
36	ES7	Mais voilà, qu'est-ce qu'il pourrait trouver d'autre heu oui franchement à part la bonne solution et les 4n, le 2n + 2 me paraît bien, peut-être le 2.n +1 si jamais ils coupent un peu l'idée en deux et qu'ils voient que pour 5 tables tu en mets 5 d'un côté et un au bout et que ça en fait 6 et que tu fais ça deux fois mais ça me paraît un peu tiré par les cheveux
37	Julie	Ok, et alors dernière question c'est comment tu mènerais cette activité en classe ?
38	ES7	Heu je suis nin un fin pédagogue mais heu, honnêtement comment est-ce que je l'amènerais en classe ? Heu je ferais dessiner les 3 premières enfin non je dessinerais les 3 premiers cas de figures, je leur demanderais de dessiner le 4ème eux même , je leur ferais faire un tableau dans lequel je leur ferais noter les 4 premiers cas ainsi que le 5ème et puis alors après je leur demanderais de trouver éventuellement la formule et puis d'aller beaucoup plus loin donc demander ce qu'il se passe quand il y a 12 tables puis 52 personnes mais je repasserais par un tableau après avoir dessiné un cas supplémentaire pour qui voilà.
39	Julie	OK, alors pour trouver la formule tu les laisses chercher seule et puis tu fais ou tu demandes à un élève de la dire ?
40	ES7	Non les formules ils les cherchent seuls
41	Julie	Ok et puis après pour trouver la formule tu t'appuies sur quoi ? Le dessin ou le tableau ?
42	ES7	Je vais dire que si l'élève arrive à trouver la logique géométrique qui a derrière quelque chose c'est pas plus mal parce que là on est dans des suites arithmétiques les formules sont très très simples à trouver je vais dire mais heu une fois qu'ils vont augmenter les suites vont augmenter de niveau , les suites vont devenir plus compliqués donc c'est pas plus mal de trouver une logique géométrique derrière ça mais heu si un élève ne trouve pas de logique géométrique je vais dire ben voilà un élève faible pourra toujours se rattacher à une formule en se basant uniquement sur le tableau ben voilà j'écoute les propositions et on en discute mais au final on arrive toujours à la même chose mais voilà donc si ils trouvent la logique géométrique c'est bien parce que ça leur sera utile mais si ils se contentent d'interpréter le tableau et de trouver la formule la dessus il n'y a pas de souci.
43	Julie	Ok et imaginons voilà les élèves te donnent plein de formules allais on va dire 5 formules différentes écrites au tableau qu'est-ce que tu fais après ?
44	ES 7	Heu ben je regarde celles qui sont justes et celles qui ne le sont pas , celles qui ne le sont pas je montre aux élèves qu'avec une valeur prise au hasard ça ne fonctionne pas et donc que ce n'est pas une formule et pour les autres formules qui tiennent la route comme les premiers exercices ben je leur montre qu'en fait quelle que soit la formule qu'il trouve si elle est correcte il y a toujours moyen de la réécrire sous sa forme la plus simplifiée possible AX +B on va dire un truc dans ce style-là dans le cas d'une suite arithmétique et donc voilà je les encourage à toujours travailler avec les formules les plus simplifiées possible car quand ils doivent calculer derrière c'est toujours plus facile comme ça.
45	Julie	Ok ben voilà parfait c'est fini, merci !
46	ES 7	Avec plaisir.
47	Julie	Bonne journée. Au revoir !

Annexe 11.8. Enseignant secondaire 8 (ES8)

Cet entretien a été mené le jeudi 24 juin 2021 à 17h30 et a duré 15 minutes 35.

La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis 10 à 20 ans en 1ère, 2ème et 3ème secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 6 items sur 7 en CK et 11 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, encore merci d'accepter de répondre à mes questions. Je vais vous partager mon écran pour voir les questions. Dites-moi si vous voyez ?
2	ES8	Oui.
3	Julie	Donc voilà, on peut démarrer. Donc ici, pour la première question : « Quelle est la pertinence pour vous d'utiliser des activités de généralisation en primaire ? »
4	ES8	Euh tu as des exemples d'activités ? Celle qui suit ou pas ? Je me permets de te tutoyer.
5	Julie	Oui oui, pas de souci. Oui voilà, c'est un peu dans ce style-là, le style que je vous avais mis dans le dans le questionnaire.
6	ES8	Euh, **je suis pas convaincu à 100 pourcents de l'importance de l'utiliser en primaire**
7	Julie	OK. Et en secondaire ?
8	ES8	Euh, **là par contre je pense que ça devient plus intéressant parce que ça permet justement de généraliser les différents acquis des élèves.** **Euh, essayer de voir s'ils savent faire le lien entre ce qu'ils connaissent et des exercices qui, qui demandent un peu plus de réflexion.**
9	Julie	OK. Est-ce que vous voyez autre chose qui peut être travaillé grâce aux activités de généralisation en secondaire ?
10	ES8	Ouais, **je pense que faire le lien entre différentes matières, entre le calcul littéral parfois. Entre les notions de calcul tout simplement. Généraliser des calculs par des lettres. Tout ça, je pense que c'est intéressant.**
11	Julie	Ok.
12	ES8	Et pour bien notamment arriver à la compréhension de notions plus théoriques et de formules.
13	Julie	Ok parfait. Alors ici, je vais juste vous demander de lire la question suivante, donc voilà, je vous laisse.
14	ES8	La 2.1 donc ?
15	Julie	Euh donc ici vous avez voilà le début « on construit une séquence » et puis alors après la 2.1. Voilà
16	ES8	(Lecture de la question)
17	Julie	Et alors ici il y a 4 propositions pour la déclaration de Thomas et je vous demande de choisir celle qui représente, euh, la description ici de Thomas.
18	ES8	(Réflexion) Euh. Popopom. Je serais dans l'avant dernière.
19	Julie	L'avant dernière ?
20	ES8	Euh oui.
21	Julie	Ok. Et alors parmi les autres propositions est-ce qu'il y en a d'autres qui vous semblent correctes et alors, si oui, expliquez le raisonnement que l'élève aurait mis en place pour arriver à cette expression algébrique.
22	ES8	Vous parlez bien du raisonnement de Thomas ?

23	Julie	Donc là on parlait du raisonnement de Thomas donc vous avez sélectionné la troisième.
24	ES8	Oui.
25	Julie	Et puis alors maintenant, parmi la une, la deux et les quatre, est-ce qu'il y en a d'autres qui sont correctes également pour cet exercice-ci et voir ben alors le raisonnement de l'élève qui aurait trouvé cette expression algébrique là.
26	ES8	(Réflexion & bruits) Je pense que la première c'est possible à condition que ben que l'élève ait développé tout simplement l'expression 3. Euh maintenant sincèrement pour les autres je vois mal un élève partir vers ces solutions là pour commencer.
27	Julie	Ok mais est-ce qu'elles vous semblent correctes par rapport à la situation ?
28	ES8	Euh popopom je regarde je vérifie. (Réflexion). Elles me semblent toutes correctes maintenant il faudrait oui il faudrait voir un peu plus loin.
29	Julie	Donc ok parfait. Alors ensuite, ici Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit on fait chaque fois +2 donc la formule c'est t+2. Comment est-ce que vous pouvez montrer en tant qu'enseignant que c'est incorrect et l'aide que vous pourriez apporter à cette élève ? Pour dégager la bonne formule sur base de son raisonnement.
30	ES8	Oui. (Réflexion). Moi j'ai un tout petit souci par rapport au dessin et l'énoncé. Je pense que le dessin nous montre qu'on fait t-1+2.
31	Julie	Oui.
32	ES8	Donc ça c'est sympa. Mais aussi non pour montrer à Sophie qu'elle se trompe ben par exemple si je prends la figure numéro et qu'elle compte le nombre de bâtons ben si elle fait 2+2 elle va trouver 4 bâtons. Or, elle en a 5.
33	Julie	Ok. Donc vous partiriez alors d'un exemple pour lui montrer que c'est faux.
34	ES8	Ouais. Tout à fait.
35	Julie	Ok et sur base de son raisonnement alors comment est-ce que vous pourriez l'amener à dégager la bonne formule ?
36	ES8	Euh je pense que ce qui serait intéressant **c'est en dessous de chaque figure noter le nombre de bâtons qu'il y a**. Déjà.
37	Julie	Oui.
38	ES8	En dessous de la 1 montrer qu'il y a 3 bâtons, en dessous de la 2 montrer qu'il y en a 5 si je ne dis pas de bêtises. Euh. En dessous de la trois montrer qu'il y en a 1, 2, 3, 4, 5, 7. Euh et **par rapport à ça essayer de trouver une règle, un lien qu'il y aurait entre les différentes figures et le nombre de bâtons.**
39	Julie	Ok. Et alors certains élèves, vous ici du secondaire, éprouvent des difficultés avec un problème de ce type-là. Et donc voilà je vous demande quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez.
40	ES8	**Je pense que la difficulté ça va être de trouver le lien. Euh, ils vont essayer de trouver p'tet des additions et voilà ils vont essayer de voir de la première figure à la deuxième en effet on va peut-être faire +2 comme, comme Sophie avait tendance à dire ou +3. Enfin voilà, ils vont essayer de trouver des liens en effectuant des additions. Or, il faudra peut-être généraliser, peut-être effectuer des multiplications, des additions et donc mélanger les opérations.** Je pense que c'est ça qui va être le plus compliqué.
41	Julie	Ok. Et alors quelles solutions est-ce que vous pourriez leur proposer pour arriver à faire ce lien ? Concrètement ?
42	ES8	Euh. Concrètement. Ben en dessous de la figure 1 je note 3 comme je vous l'ai dit.

43	Julie	Oui donc faire un tableau numérique alors.
44	ES8	Oui **c'est ça un tableau numérique. Et essayer voilà essayer de trouver un lien entre les différentes, les différentes parties.** On va voir peut-être qu'une multiplication ça fonctionnera pas parfois, peut-être qu'une addition non plus. Et essayer de faire le lien entre le numéro de la figure et le nombre de bâtons comme ça.
45	Julie	Ok donc essayer de procéder plus par essai erreur alors ?
46	ES8	Absolument ouais.
47	Julie	Ok. Ca va. Alors ici je vais vous demander de lire le dernier problème.
48	ES8	Oui. (Lecture du problème) (Bruit de feuilles). Oui.
49	Julie	Voilà alors ici je vous donne la réponse qui a été fournie par un élève et alors je vous demande d'analyser mathématiquement sa production. Voir un peu quel commentaire vous pourriez lui faire.
50	ES8	(Lecture). Le grand classique quand on arrive dans le secondaire. Euh. Euh tout d'abord je pense que son raisonnement est bon. Euh.
51	Julie	Ok.
52	ES8	Et ça je pense que ça reste quand même la clé, l'objectif de l'exercice. Son raisonnement est tout à fait bon. Donc, à partir de là c'est bien. Maintenant clairement on est dans l'énorme problème où on ne respecte pas les différentes égalités.
53	Julie	Ok.
54	ES8	Euh et ça dans le secondaire c'est quelque chose qui nous pose problème. Euh je pense que le sens des égalités reste quelque chose de très très important notamment pour plus tard les équations etc. Euh. Donc si c'est la première fois que je vois ça, qu'on a pas encore abordé évidement je vais faire la remarque.
55	Julie	Oui.
56	ES8	La remarque que **3+3 ce n'est pas la même chose que 6+2**. Euh. Maintenant si c'est plus tard dans l'année peut-être que je retirerai un demi-point mais pas l'essentiel des points évidement.
57	Julie	Ok. Et au niveau de sa généralisation donc ici.
58	ES8	J'ai pas regardé.
59	Julie	Vous êtes d'accord ?
60	ES8	(Bruit de bébé qui pleure). Euh dans l'absolu oui. Oui.
61	Julie	Ok et est-ce que vous accepteriez, vous, en secondaire une généralisation comme, comme celle-là.
62	ES8	Euh non par contre c'est une magnifique base de travail et c'est déjà très très bien d'arriver jusque-là.
63	Julie	Ok.
64	ES8	Là j'aurais plutôt tendance. Honnêtement j'aurais plutôt tendance à regarder ce qu'il a écrit, à le rappeler près de moi et lui dire oui mais comment pourrais-tu généraliser parce que le nombre de tables tu l'as écrit en français, qu'est-ce qu'on pourrait mettre en math à la place ? Et essayer de l'aiguiller. Euh. Mais clairement je ne barrerai pas parce que c'est super intéressant ce qu'il a mis.
65	Julie	Ok. Parfait. Alors l'enseignant demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés. Pourquoi selon vous ?
66	ES8	(Petite réflexion). **Euh à mon avis ils vont avoir tendance à d'abord diviser par deux avant de retirer deux.**

67	Julie	Ok. Et comment est-ce que vous pourriez alors aider les élèves à répondre à cette question ?
68	ES8	(Bruit de bébé qui pleure). Euh. Essayer de repartir dans l'autre sens donc demander précédemment quelle opération on faisait en première, en premier, quelle opération on faisait en deuxième et fonctionner dans l'ordre inverse donc d'abord démarrer par la fin évidemment.
69	Julie	Ok.
70	ES8	Et donc d'abord retirer deux.
71	Julie	Parfait. Voilà. Alors vous quelle est la réponse à laquelle vous vous attendez le plus de la part de vos élèves face à euh, face à cette question ci. Donc quand on demande : donne ensuite une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables. Ben quelle est la réponse à laquelle vous vous attendez le plus de la part de vos élèves ?
72	ES8	Euh je m'attends à ce qu'ils me disent qu'on multiplie le nombre de tables par deux et puis qu'on ajoute deux chaises. Euh. (Bruit de bébé qui pleure). Maintenant, je ne sais plus le nombre d'élèves, ce qui était noté ici sur la résolution mais je pense que c'est quelque chose qui peut arriver vraiment régulièrement.
73	Julie	Ok. Parfait. Et donc dernière petite question c'est comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe.
74	ES8	Euh j'aurais tendance à faire d'abord deux-trois exemples concrets donc ici on a un seul exemple. Je pourrais très bien redessiner la, la première situation. Donc je pense que la première c'était à combien ? Euh. Ben avec une seule table. Euh. Je conseillerai de redessiner une situation ou peut-être il y a deux tables. Et de nouveau ben par essai-erreur voir ce qu'il se passe d'un cas à l'autre et essayer de trouver la généralisation.
75	Julie	Ok et alors vous euh laisseriez vos, vos élèves chercher la formule alors. Seul ?
76	ES8	Tout à fait oui, oui.
77	Julie	Ok et alors imaginons il y a plusieurs élèves qui proposent voilà plein de formules différentes. Là, comment est-ce que vous feriez pour, pour réagir face aux réponses qu'ils donnent.
78	ES8	Déjà il faut vérifier si leurs formules sont, sont correctes ou pas parce que peut-être qu'ils vont amener …
79	Julie	Ok
80	ES8	… des formules auxquelles on aurait pas du tout pensé. Euh et peut-être que leurs formules seraient correctes. Si c'est le cas je vais leur demander d'expliquer leur raisonnement, à quoi ils ont pensé pour trouver cette formule-là. Euh, maintenant après essayer de trier oralement le fonctionnement qu'on a pour essayer de résoudre la situation. Je vais leur demander d'un dessin à l'autre qu'est-ce qui change. Normalement ils vont me dire le nombre de tables. Vu que c'est quelque chose qui change c'est une inconnue c'est ce qu'on ne connait pas en math on va le remplacer par une lettre. A partir de là je vais mettre la lettre. Soit un n soit un t ça peu importe.
81	Julie	Oui.
82	ES8	Et puis après je vais essayer de trouver ce qu'il se passe avec le nombre de tables quoi. On multiplie chaque fois par deux donc ma lettre je vais la multiplier par deux. Puis on oublie pas d'ajouter les deux tables qui restent. Euh les deux chaises qui restent.

83	Julie	Ok et alors imaginons à la fin vous aboutissez à deux formules qui sont correctes. Est-ce que vous allez rebondir là-dessus pour voir une autre notion mathématique ? (Bébé qui pleure). Ou pas spécialement vous allez dire elles sont toutes les deux correctes et ça veut dire qu'il y a plusieurs démarches possibles.
84	ES8	Je serais très content de voir plusieurs formules correctes parce que je pense que c'est la richesse des mathématiques au final. C'est d'arriver à un même objectif avec des procédés différents. Euh. Est-ce que je vais forcément rebondir dessus ? Pas forcément. Maintenant je pourrais calculer éventuellement la valeur numérique des deux expressions pour montrer qu'en effet elles valent bien la même chose. Euh, et après il y aura les égalités avec les équations etc mais je pense qu'on est pas, on est pas là-dedans pour le moment en tout cas.
85	Julie	Ok. Parfait. Ben voilà j'ai terminé. Donc euh un tout tout grand merci d'avoir répondu au questionnaire et puis d'avoir encore pris de votre temps ici pour participer à l'entretien. Donc.
86	ES8	Il n'y a aucun problème avec grand plaisir. Et bonne continuation.
87	Julie	C'est gentil merci beaucoup. Bonne fin de journée.
88	ES8	Au revoir également.
89	Julie	Merci au revoir. (Bébé qui pleure une dernière fois).

Annexe 11.9. Enseignant secondaire 9 (ES9)

Cet entretien a été mené le vendredi 25 juin 2021 à 10h30 et a duré 21 minutes 32.

La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis plus de 20 ans en 1ère et 2ème secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 6 items sur 7 en CK et 12 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Je vais vous partager mon écran. Voilà ! Alors vous me dites quand c'est bon pour vous.
2	ES9	Pour moi c'est bon.
3	Julie	Parfait, alors première question, quelle est la pertinence pour vous d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
4	ES9	Heu **pour qu'ils se rendent compte que tout n'est pas toujours concret et qu'ils croient qu'on peut toujours compter des objets qu'on a en mains etc. mais à un moment ils doivent se rendre compte qu'on doit généraliser**. Par exemple si on prend un simple euh … comment on appelle ça ? Des suites, il y a parfois des suites simples alors qu'on sait que le cinquième on aura cinq, le sixième on aura six, on fait simplement chaque fois plus un mais quand on veut arriver à 5000 on doit faire plus un plus un plus un on saura que ça correspond au nombre ou bien deux fois le nombre. Il y a moyen de faire des petites suites assez faciles et les apprendre à généraliser pour voir ce qu'ils pourraient mettre dans les cases sans compter chaque fois.
5	Julie	Ok, et comment vous pensez quel peut-être la généralisation en primaire ? Vous pensez qu'ils généralisent comment un processus ? Par quel moyen ?

6	ES9	Avec des lettres ou peut-être avec des mots, deux fois le nombre de départ ou quelque chose comme ça.
7	Julie	Ok. Et alors en secondaire, quelle est la pertinence pour vous d'utiliser ces activités ?
8	ES9	Ben déjà **pour arriver à démontrer les choses, de justifier parce qu'au CE1D on leur demande plus d'avoir de bonnes justifications plutôt que la bonne réponse. Donc ils doivent pouvoir généraliser, justifier pour démontrer pour les équations parce que en généralisant on a aussi la possibilité d'arriver à des équations et en les résolvant on a les solutions du problème .**
9	Julie	Ok. Alors ici je vais vous demander de lire la deuxième question.
10	ES9	C'est une de CE1D celle-là.
11	Julie	Ah ben voilà.
12	ES9	Oui il n'était pas déjà dans l'autre questionnaire celui-là ?
13	Julie	Celui-là non. Pas exactement celui-là.
14	ES9	Ah oui donc il faut voir ce qu'il fait. Moi je sais que je l'avais fait de manière très compliquée en réduisant la solution pour arriver à quelque chose de simple et je me suis dit que j'étais vraiment tordue. (Elle lit la question et réfléchit tout haut). Je compte deux fois un bâton pour chaque triangle sauf pour le dernier ? Mais c'est faux ça. Attends je vais prendre un bic parce que ...Donc il fait trois fois un bâton pour chaque triangles et en faisant 3X , on compte deux fois un bâton pour chaque , donc on fait « 3xT - 1 » …Je comprends pas son français en fait . Donc j'utilise trois bâtons pour chaque triangles ok, ensuite je vois que je compte deux fois un bâton pour chaque triangles, donc il ajoute deux ok, mais pourquoi il veut retirer le dernier ?
15	Julie	Non en fait, il dit : « je vois que je compte deux fois un bâton pour chaque triangles » donc à part pour le dernier, donc il doit supprimer.
16	ES9	Pourquoi pour le dernier il ne compte pas deux bâtons ?
17	Julie	Ça je ne peux pas vous dire ...Pour le dernier, si vous remarquez, est ce qu'il compte deux fois le bâtons ou pas ?
18	ES9	Je vois la figure deux il y a … et puis ensuite il compte deux bâtons pour chaque triangle, donc il compte deux bâtons pour le deuxième mais pourquoi il veut supprimer pour le dernier ?
19	Julie	Non justement c'est sauf pour le dernier qu'il ne doit pas supprimer. Il doit supprimer pour tous sauf pour le dernier. Vu qu'il compte deux fois un bâton pour chaque triangles.
20	ES9	Donc je dois les supprimer.
21	Julie	Pour tous sauf pour le dernier.
22	ES9	La troisième alors ? Pour moi c'est pas juste mais faudrait que je le refasse oui.
23	Julie	Ok parfait. Et parmi les trois autres propositions que vous n'avez pas sélectionnées, est-ce qu'il y en a d'autres qui vous semble correct ? Et alors si oui, expliquer le raisonnement que l'élève aurait mis en place ?
24	ES9	Ah mais finalement c'est juste ma réponse, quand on réduit. Parce que pour moi c'est 2t, si on en a 3, j'essaye de remonter … j'arrive plus à voir le dessin . Ah si donc bon pour le troisième, 2.3 +1 mais finalement je ne comprends pas bien comment il résonne mais si on réduit on arrive à la même chose

25	Julie	Pour Thomas ça ?
26	ES9	Oui
27	Julie	Et donc parmi les autres, est ce qu'il y en a d'autre qui vous semble correct ? Dans les expressions ? Elles vous semblent correctes ? Et l'élève il aurait raisonner comment pour arriver à cette expression ?
28	ES9	Par exemple on en met chaque fois deux, donc si on met deux bâtons chaque fois à la fin on ferme le triangle par un seul bâton.
29	Julie	Ok, parfait. Est-ce qu'il y a une autre solution qui vous semble correcte ?
30	ES9	Non je ne pense pas, attends les autres, je vais regarder la deuxième, ça fait 2T +2 -1 ça fait encore 2T +1 donc la deuxième est juste aussi.
31	Julie	Oui.
32	ES9	Et la dernière ne l'est pas. Ah ben si, parce que « 3t + 1 -1 » ça fait « 2t + 1 » donc elle est juste aussi.
33	Julie	Ok et vous voyez le raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver la deuxième et la quatrième ?
34	ES9	La deuxième, non je vois pas bien ce qu'il a fait. La première oui je vois bien, la troisième non je vois pas bien comment il a trouvé ça. La troisième je me demande vraiment comment il y arrive. Heu... « 3t 3X » à chaque fois, oui la dernière oui, il a fait chaque triangle en se disant c'est 3 chaque fois puis il se rend compte que à partir du deuxième on en ajoute que deux en fait donc c'est pour ça qu'il fait moins t.
35	Julie	Ok.
36	ES9	Et il ajoute le +1 pour la première figure où on met le troisième donc ça oui c'est juste je comprends comment il fait mais pour le deuxième je ne vois pas .
37	Julie	Ok. Parfait, merci. Alors question suivante , donc Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit on fait chaque fois +2,donc la formule c'est « t+2 » , comment alors en tant qu'enseignant vous pouvez montrer que c'est incorrect et alors l'aide que vous pourrez apporter à cet élève ?
38	ES9	Lequel ça ?
39	Julie	Le suivant le 2.3 oui.
40	ES9	(Elle lit la question)
41	Julie	La formule c'est « t+2 », je vous rappelle que t ça représente le numéro de la figure.
42	ES9	Oui oui. Donc, si je suis son raisonnement « t+2 » ça veut dire que pour la figure trois elle n'aurait que cinq bâtons. Donc ce n'est pas juste.
43	Julie	Et comment vous montreriez que c'est faux aux élèves ?
44	ES9	Ben déjà **en leur montrant que sur le dessin avec sa formule « t+2 » pour la figure trois ça arriverait à cinq bâtons or là il y en a sept**. Donc c'est pas juste et alors **je leur montrerais les deux manières de raisonner par rapport à ce que moi j'avais fait et ce que les élèves avaient fait**. Je montrais qu'on en faisait trois et puis je leur faisais des dessins, j'ajoute deux, j'ajoute deux, … fois deux ou bien alors partir de deux bâtons qu'on remet deux bâtons et puis on ajoute un.
45	Julie	Ok.
46	ES9	C'est les deux différentes manières de les dessiner quoi.
47	Julie	Ok, parfait. Alors ensuite on vous dit que certains élèves du secondaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type-là. Quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ?
48	ES9	**C'est qu'ils ajoutent chaque fois trois au lieu d'ajouter deux.**

49	Julie	Ok et alors quelle est la solution que vous proposeriez pour contourner cet obstacle ?
50	ES9	Ben **repartir chaque fois du dessin, du contenu, du visuel**, de ce qu'ils peuvent manipuler eux-mêmes. Moi à l'école je prenais parfois un paquet de spaghettis, on faisait des petits morceaux de spaghettis et ils voyaient eux-mêmes combien de spaghettis ils avaient placé.
51	Julie	Ok, donc en utilisant aussi du matériel pour montrer ?
52	ES9	Oui pas besoin de grande technologie mais des morceaux de spaghettis, il est arrivé un jour où j'en avais pas et ils ont fait ça avec des crayons.
53	Julie	Ok, et alors vous dites qu'avec les spaghettis on peut montrer à chaque fois que on en met deux en plus pour les figures mais pour généraliser il faut faire un lien entre le numéro de la figure et le nombre ici de cure-dent, comment est-ce que alors là vous amèneriez la découverte de cette formule de généralisation avec vos élèves ?
54	ES9	Ben heu... ça dépend comment on le construit donc soit on en remet trois et puis alors on en ajoute chaque fois deux, alors on voit combien de fois on en a ajouté deux au numéro cinq on a ajouté quatre fois deux, au numéro six on a ajouté cinq fois deux plus les trois de départ.
55	Julie	Ok.
56	ES9	Ou alors certains font quand ils sont au cinquième « 5x2 » puis on ajoute un pour fermer, ça dépend dans quel sens ils partent.
57	Julie	Ok, super, merci. Alors ici je vais vous demander de lire le problème suivant donc avec les tables et les chaises. (Elle lit). Alors ici moi je vous donne la réponse qui est fournie par un élève aux trois questions et je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir les commentaires que vous pourriez donner à cet élève ?
58	ES9	Ah oui. Oui moi j'aurais compté à chaque tables il y en a deux mais lui il compte que si il y a trois tables, il y a trois personnes à gauche puis trois personnes à droite . C'est pas mal non plus. Oui ben ça c'est un peu ce qu'un élève de primaire ferait car il fait nombre de tables plus nombre de tables et pas deux fois nombre de tables.
59	Julie	Ok.
60	ES9	Mais c'est très bien. C'est qu'il n'a pas encore atteint vraiment un niveau d'abstraction mais je trouve que c'est très bien quand même.
61	Julie	Ok. Donc pour vous le raisonnement vous semble correcte ?
62	ES9	Heu oui attends je revérifie, la seule chose c'est **qu'au niveau de l'écriture « 3+3 » n'est pas égal à « 6+2 » donc j'enlève des points car « 10+10 » n'est pas égal à « 20 + 2 »**. « 10+10 » égal 20 on va à la ligne puis on écrit « 20 + 2 » égal 22
63	Julie	Ok. Alors est-ce que sa généralisation donc nombre de tables plus nombre de tables plus deux, est ce que c'est une réponse que vous pourriez accepter vous dans le secondaire ?
64	ES9	Ça dépend le but. Si le but ici c'est de voir si il a compris la question, si il a trouvé la réponse ça oui. Si le but d'être un peu plus loin et d'en établir une équation alors non il doit remplacer le nombre de tables plus le nombre de tables par deux fois le nombre de tables et puis peut-être le nombre de tables par « X » ou par « N ».
65	Julie	Ok.
66	ES9	Ça dépend le but mais je trouve que c'est déjà bien quand ils ont la réponse.

67	Julie	Ok, parfait. Alors ensuite, l'enseignant demande aux élèves de déterminer le nombre de tables nécessaire pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question, pour quelles raisons selon vous ?
68	ES9	**Parce que souvent ils ne lisent pas la consigne donc ils font « 52x2+2 » donc déjà il y a ça**. Puis tu remarques que c'est pas évident pour eux déjà à l'école primaire on leur dit « 3X2 = 6 » puis on fait marche arrière « 6:2 = 3 » c'est pas évident donc moi quand c'est comme ça je fais à l'aide de graphique donc je mets, je prends par exemple si il y a deux tables donc on met une flèche on va mettre quatre personnes puis une autre flèche plus deux pour les autres au bout et puis on fait marche arrière donc pour deux tables on arrive à six alors je fais marche arrière de six , je passe à moins deux j'arrive à quatre, divisé par deux je suis à deux tables et puis je fais par exemple avec cinq tables fois deux ça donne dix plus deux ça fait douze puis je fais marche arrière avec mes flèches avec moins deux puis divisé par deux et quand je vois que ça tilt dans leur regard je fais cinquante-deux et puis je fais avec un nombre improbable ou impair pour voir ce qu'ils vont me dire .
69	Julie	Ok. Super. Donc avant dernière question, c'est quel sera selon vous la réponse fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises qu'on pourra trouver autour de n'importe quel nombre de tables ? » Quelle est la réponse que vous attendiez le plus de la part de vos élèves ?
70	ES9	Heu.. Quelles soient justes ou fausses évidemment ?
71	Julie	Oui c'est ça.
72	ES9	Ce qu'ils font parfois c'est que « **2n+2 = 4n** », oui c'est l'erreur qu'ils font le plus souvent. Maintenant, il y en a quand même qui arrive à la bonne réponse, c’est pas un compliqué celui-là.
73	Julie	Ok. Et alors dernière question, c'est comment vous mèneriez cette activité en classe avec vos élèves ?
74	ES9	On déplace les bancs.
75	Julie	Vous feriez vivre l'activité ?
76	ES9	Oui.
77	Julie	Ok, donc vous la faite vivre et après concrètement comment est-ce vous allez aboutir à la généralisation ? Qu'est-ce que vous faites concrètement pour que vos élèves trouvent la généralisation ?
78	ES9	Heu...Souvent je passe par le graphique avec les flèches aller-retour dans un sens « x2 ;+2 » puis on revient en arrière « -2 ;:2 » mais une fois qu'ils sont assis à table ils voient bien que à chaque tables ils sont deux et qu'il faut rajouter les deux du bout .
79	Julie	Ok. Et donc là vous les laissez chercher la formule tout seul ?
80	ES9	Oui, ça va vite.
81	Julie	Ok et imaginons que plusieurs élèves trouvent des réponses différentes. Qu'est-ce que vous faites pour rebondir là-dessus ?
82	ES9	J'applique la formule qu'ils me donnent.
83	Julie	Avec un exemple alors ?
84	ES9	Oui. Je leur dis ben voilà avec tel nombre si on applique tel nombre de tables, si on applique la formule , à quoi est-ce qu'on arrive ? Ben ils voient que ce n'est pas juste par rapport à leurs bancs. Ça c'est une chose et si il y a plusieurs réponses différentes mais qui sont équivalentes par exemple « 2xT+1+1 » ou « 2T+3 » donc « 2x T+1 » et un autre va me trouver « 2T + 3 » ben je leur

		demande de réduire l'expression pour qu'ils se rendent compte qu'ils n'ont pas raisonné de la même manière mais qu'ils ont la bonne réponse.
85	Julie	Ok, donc là vous procédez par réduction pour montrer qu'elles sont équivalentes ?
86	ES9	Oui. Parce que moi je me rends compte que parfois j'ai trouvé une bête formule et puis si je réduis je me dis mais comment j'ai pu raisonner de façon si compliquée. Des fois on passe sur un raisonnement puis on se rend compte qu'il y a plus simple.
87	Julie	Oui. Et ben ok parfait, un tout tout grand merci pour votre aide.
88	ES9	Oh bah de rien et bonne chance !

Annexe 11.10. Enseignant secondaire 10 (ES10)

Cet entretien a été mené le mercredi 30 juin 2021 à 8h50 et a duré 16 minutes 32.

La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis 5 à 10 ans en $1^{ère}$, $2^{ème}$ et $3^{ème}$ secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 6 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour, merci encore de m’aider en répondant à mes questions.
2	ES10	Pas de souci, avec plaisir !
3	Julie	Ok alors pour commencer quelle est la pertinence pour toi d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
4	ES10	Euh **en primaire pour moi il n'y en a pas. Je pense que c'est déjà des choses très compliquées pour le secondaire et fort abstrait car on met des lettres et en fait ils ne comprennent pas du tout la notion de la lettre donc en primaire il n'y a pas beaucoup d'intérêt de le faire.**
5	Julie	Et alors en secondaire ?
6	ES10	**En secondaire ça peut être intéressant pour introduire un nouveau sujet comme par exemple le calcul littéral où on apprend un peu la notion de la lettre et que la lettre peut-être en fait n'importe quel nombre et bien leur faire comprendre ça et puis généraliser en math c'est important car c'est tout un concept qu'on limite à une seule petite phrase et donc je pense que c'est bien aussi pour les élèves de comprendre qu'on peut conclure avec juste une chose.**
7	Julie	Ok et pour toi, ça **on ne saurait pas le faire sans lettre ?**
8	ES10	**Par des mots, mais en math ça aurait moins d'intérêt et puis on le ferait moins bien avec d'autres chapitres je trouve.**
9	Julie	Ok. Alors tu peux lire la question deux.
10	ES10	Et la suite aussi ?
11	Julie	Heu oui. Donc là tu dois trouver l'expression qui correspond à la déclaration de Thomas.
12	ES10	La dernière.
13	Julie	La dernière, ok. Et donc parmi les autres expressions, les trois du dessous du coup, est-ce qu'il y en a d'autres qui te semble correctes ? Et si oui alors expliquer le raisonnement que l'élève aurait mis en place pour trouver ces expressions-là .
14	ES10	Donc c'est quoi la question encore ?

15	Julie	Donc parmi les trois autres, est ce qu'il y en a d'autres qui seraient correctes pour la situation et alors dire quel raisonnement l'élève aurait mis en place pour trouver cette expression-là.
16	ES10	La deuxième.
17	Julie	Oui. Et là tu vois ce qu'il aurait fait comme raisonnement pour aboutir à ça ?
18	ES10	Ben sauf le dernier qu'il supprime donc il y a son « -1 » qui est derrière, puis heu à chaque fois il a fait des groupes de deux et à la fin il s'est rendu compte qu'il fallait en enlever une.
19	Julie	Ok. Est-ce qu'il y en a d'autre qui te semble correct ?
20	ES10	Ben la première.
21	Julie	Ok et alors ici ce serait quoi le raisonnement pour trouver ça ?
22	ES10	Ben il en a chaque fois deux et il en rajoute une.
23	Julie	Ok et est-ce que la troisième est correcte aussi ?
24	ES10	Non.
25	Julie	Ok.
26	ES10	Ah si elle est juste oui.
27	Julie	Elle est juste ?
28	ES10	Oui. On voit qu'il y a un triangle de moins donc au « 3t » il enlève un triangle parce que à chaque fois il y en a un de moins par rapport au « 3X », je comprends pas trop ce qu'il a foutu.
29	Julie	(Rires). Ok, alors ensuite Sophie elle a fait le dessin suivant et elle dit qu'on fait chaque fois « +2 » donc la formule c'est « t+2 », comment peux-tu montrer en tant qu'enseignant que c'est incorrect ? Et alors l'aide que tu apporterais à cette élève pour arriver à la bonne formule depuis son raisonnement ?
30	ES10	Ben souvent quand je suis dans cette situation là **je leur dis que c'est très bien, qu'ils ont peut-être trouvé un moyen qui est juste ou pas mais quand je leur demande par exemple la figure 107 ben ils sont bloqués donc d'office, j'élimine cette méthode** et je leur dis clairement que … Enfin si pour les questions très simples pour la figure 5, laquelle est faux ? Ben oui ok ce serait un demi-point de gagné c'est bien pour eux mais c'est pas du tout ça qu'on cherche nous donc l'idée c'est vraiment de savoir le nombre de triangles par rapport au nombre d'allumettes donc c'est trouver un moyen plutôt sur l'horizontale de X à Y plutôt que... Et comment les aider ? **Ben moi je pense que tout ce qui est dénombrement c'est les couleurs le plus important, le plus facile pour trouver la formule, pour dégager la formule et à chaque fois retirer ben ici retirer une allumette et montrer qu'on a des paquets de deux quoi.**
31	Julie	Ok et alors ici comment tu lui dis ben voilà ta formule « t+2 » ce n’est pas correct ? Comment tu lui montres ça que ce n'est pas correct ?
32	ES10	Ben je lui demande de compter.
33	Julie	C'est-à-dire ? Donc « t » c'est le numéro de la figure.
34	ES10	**Ben je lui demande de compter à la figure 2 combien il y a d'allumettes.**
35	Julie	Oui.
36	ES10	Et il y en a cinq si elle fait « 2+2 » ben ça fait 4.
37	Julie	Ok, donc parfait tu vérifies avec un exemple ?
38	ES10	Oui.
39	Julie	Ok. Alors certains élèves du secondaire éprouvent des difficultés avec un problème comme ça, c'est quoi la principale difficulté à laquelle tu t'attends ?

40	ES10	**Ben en secondaire on a les questions dans les deux sens , on a le sens facile où on demande le nombre d'allumettes par rapport à la figure et puis après on a l'autre sens où on donne le nombre d'allumettes et on demande la figure et dans ce sens-là c'est de suite plus compliqué parce que on fait intervenir une nouvelle notion mathématique que souvent ils ne connaissent pas avec le système d'équation** quoi et là ça pose problème et puis la généralisation c'est un concept compliqué parce que on va beaucoup plus loin que ce qu'on a juste sur le papier donc c'est plus compliqué ça.
41	Julie	Ok. Donc la solution que tu pourrais proposer pour dépasser cet obstacle ?
42	ES10	Pour la première chose, si on part dans l'autre sens je demande la figure par rapport au nombre d'allumettes. La gestion de si j'enlève d'un côté , je dois enlever de l'autre etc...Moi j'utilise énormément de couleurs au tableau et donc pour bien leur faire comprendre que si on enlève le « -2 » qu'est ce que ça devient etc...Mais tant qu'on a pas vu les équations pour moi c'est compliqué, c'est fort abstrait pour eux et pour la généralisation encore une fois,je pense que les couleurs sur le dessin c'est plus facile même si au final on est quand même dans des situations où on a souvent la même chose et donc on fait tout le temps le nombre fois quelque chose et on ajoute ou on enlève quelque chose et donc moi je leur dis clairement aux élèves qu'ils y vont par « essais-erreurs » quoi si ils ne trouvent pas.
43	Julie	Ok. Et pour toi alors pour la généralisation tu fonctionnes plus avec le dessin ou le tableau numérique ?
44	ES10	Le tableau parce que je pense que c'est plus efficace, en tout cas pour moi et pour les élèves c'est plus facile de faire par « essais-erreurs » et de déterminer une formule comme ça. Alors c'est vrai que c'est peut-être pas le but du sujet mais ils l'ont trouvé et puis après on peut essayer de comprendre via le dessin mais juste avec le dessin c'est compliqué car ils ont du mal à se projeter dans le dessin parce que c'est trop d'informations pour moi.
45	Julie	Ok. Alors là je vais te demander de lire le dernier problème.
46	ES10	Je te réponds déjà ?
47	Julie	Ben voilà, donc ici tu as la production d'un élève et alors, je te demande d'analyser mathématiquement sa production et alors de voir quels commentaires tu pourrais lui faire ?
48	ES10	Alors, première chose, son égalité qui n'est pas juste.
49	Julie	Ok.
50	ES10	**Même si son raisonnement est correct mais mathématiquement c'est faux**. Il trouve la bonne réponse on le voit bien avec son dessin donc on comprend bien le « 3+3 » puis le « +2 » en fait. Pareil pour le 22 personnes, il fait la même erreur.
51	Julie	Et sa généralisation, est-ce qu'elle est juste ?
52	ES10	Oui.
53	Julie	Ok et est-ce que c'est une généralisation que tu accepterais ?
54	ES10	Oui.
55	Julie	Ok et est-ce que tu aurais un commentaire à faire à sa généralisation ou tu lui dirais « parfait » ?
56	ES10	Ben essayer de généraliser avec une lettre et pas juste avec le nombre de tables et après essayer de rendre réductible la forme, au départ j'accepte mais la prochaine fois il devra faire attention à ça.
57	Julie	Ok. Pas d'autres commentaires à faire sur sa production ?

58	ES10	Pas forcément, je comprends **l'erreur des égalités fausses** mais heu si c'est la première fois que ça apparaît j'accepterais mais en mettant que c'est faux donc je ne retirerais pas de point mais en leur expliquant que au départ il vaut mieux mettre deux calculs en dessous de l'autre et c'est par après en fin de première par exemple où on essaye d'avoir un seul calcul mais c'est super compliqué d'avoir un seul calcul pour eux donc c'est un objectif de deuxième année si ils ont déjà le raisonnement en première c'est déjà suffisant.
59	Julie	Ok. Parfait. Alors l'enseignant demande ensuite le nombre de tables nécessaire pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés, pourquoi ?
60	ES10	Comme je disais tout à l'heure **on fait le sens contraire et donc on perd toute la logique du départ et dans l'autre sens on ne sait pas quoi faire parce que on n'a pas cette notion d'équation** même si ici ça reste un problème pas trop compliqué donc heu on pourrait le faire en éliminant celle du bout, celle de devant et puis diviser par deux je pense que pourtant ici c'est un problème de départ qui est à la limite présenté ça dans ce sens-là c'est facile quoi. Au contraire avec les allumettes c'était beaucoup plus compliqué.
61	Julie	Et comment tu pourrais faire pour aider l'élève à répondre à cette question ?
62	ES10	Ben je pense que je pars de la situation du dessus et je lui dis ben voilà on va prendre un exemple j'ai 12 personnes, combien de tables j'ai ? Ben j'en ai 6, 5 pardon ben comment est-ce que j'ai fait ? Ben je vois que les deux du bout ne servent à rien donc je les enlève donc à 52 je vais les enlever et puis après je vois que j'en ai 10 que je divise par 2 donc j'en ai 5 donc je vais faire mon 50 divisé par 2.
63	Julie	Ok. Parfait. Alors selon toi ce sera quoi la réponse la plus fournie par tes élèves ? Celle qui sera le plus donnée par les élèves à ce problème-là ? La réponse à laquelle tu t'attends le plus ?
64	ES10	Pour cette partie-là ? 3.2 ?
65	Julie	Non pour la question : « Donne une manière pour trouver rapidement le nombre de personnes qu'on peut asseoir autour de n'importe quel nombre de tables ? »
66	ES10	Ben je dirais la bonne réponse.
67	Julie	Et c'est quoi ?
68	ES10	Tu attends une généralisation là ?
69	Julie	Oui.
70	ES10	Le « **n+n+2** »
71	Julie	Ok. Et alors dernière question c'est comment tu mènerais cette activité en classe ? Avec les tables et les chaises.
72	ES10	Ben ça tombe bien car on a des tables et des chaises en classe donc on peut toujours essayer de le faire, enfin de mettre en situation avec juste la situation de départ avec les cinq tables pour pas non plus avoir une préparation monstre.
73	Julie	Oui.
74	ES10	Et qu'ils comprennent bien comment ils éliminent dans un sens et là, on pourrait vraiment aborder les deux questions sans souci quoi et bien montrer qu'on enlève les deux chaises puis qu'on divise par deux c'est facile quoi.
75	Julie	Ok. Et alors comment est-ce que tu amènerais cette généralisation avec ta classe ? Donc par exemple trouver « n+n+2 » ?
76	ES10	Le « +2 » je pense qu'il est vraiment facile à expliquer car on a vraiment les deux chaises hors de la situation et donc si on mettait en place la situation pour deux tables ben on verrait qu'on a toujours ces deux chaises à l'extérieur donc là je pense que le « +2 » il ressortirait facilement et puis après pour chaque

		tables, si on met par exemple une table une table puis un peu plus loin deux tables puis trois tables, on va voir à chaque fois qu'on a deux chaises une en face de l'autre et donc on a ce fois deux par rapport à la table unique.
77	Julie	Ok et imaginons tu laisses chercher la réponse à tes élèves tout seule et à la fin il y a plusieurs généralisations qui sortent, tu les écris au tableau, qu'est-ce que tu fais après ?
78	ES10	Ben je pense que je vais demander aux élèves qui ont fait ces généralisations comment ils ont fait et quitte à même préparer des petits bancs et petites chaises aimantées et les mettre sur le tableau et qu'ils expliquent les manipulations et je pense que en manipulant ils vont se rendre compte que c'est pas bon ou alors ils ont juste mais ce n'est pas celle que j'attends parce qu'ils n'ont pas été plus loin à rendre réductible la ...
79	Julie	Donc si jamais tu as deux expressions qui sont correctes, tu vas demander de réduire l'expression la plus compliquée pour montrer que c'est correct aussi quoi ?
80	ES10	Oui.
81	Julie	Ok.
82	ES10	Mais ça pourrait débloquer la situation pour ceux qui ne comprennent pas, une chose qui n'est pas du tout réduite par exemple.
83	Julie	Ok. Parfait. Ben voilà j'ai fini, merci. Bonne journée à toi.
84	ES10	Merci, à toi aussi.

Annexe 11.11. Enseignant secondaire 11 (ES11)

Cet entretien a été mené le mercredi 30 juin 2021 à 9h15 et a duré 22 minutes 18.

La personne interrogée est un homme qui enseigne depuis 5 à 10 ans en 2ème et 3ème secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 7 items sur 7 en CK et 11 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Voilà. On peut on peut démarrer. Première question c'est quelle est pour vous la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ?
2	ES11	Euh. C'est une très bonne question. Euh. **En primaire je ne sais pas si c'est vraiment déjà utile. Euh parce que ça me semble un peu tôt. Euh il y a surtout beaucoup d'autres compétences de base à acquérir en primaire. Et donc, généraliser directement, je ne sais pas si c'est vraiment le bon moment.**
3	Julie	Ok et en secondaire quelle est la pertinence ?
4	ES11	**En secondaire cela me semble plus pertinent parce qu'on voit le calcul littéral. Et donc forcément pour arriver à la généralisation ça nous permet de voir toutes les formules liées au calcul littéral.**
5	Julie	Ok.
6	ES11	**Et c'est une application directe.**
7	Julie	Ok et alors pour vous on ne peut pas généraliser sans lettre alors ? Que vous dites qu'au primaire c'est plus compliqué.
8	ES11	Ben on peut généraliser sans les lettres euh mais ça se fait avec une autre forme alors. Plutôt avec un symbole, un dessin mais en tout cas on on ferait une

		première généralisation mais pour moi il y a aussi beaucoup d'autres choses à faire en primaire.
9	Julie	Ok. Parfait. Alors ici je vais vous demander de lire la deuxième question donc le petit problème ici je vais voilà.
10	ES11	Oui. Alors (lecture de l'énoncé). Ok oui question 2. Je dois lire le 2.1 aussi ?
11	Julie	Voilà donc ici vous pouvez lire la question 2.1 et alors je vous demande laquelle des 4 équations ci-dessous représente au mieux la déclaration de Thomas.
12	ES11	Oui. Alors. (Réflexion tout haut). Ok donc vous ne demandez pas la formule la plus simple que moi j'aurais écrite.
13	Julie	Ce serait trop facile sinon (rire).
14	ES11	Oui exactement exactement. Je vois bien ce qu'il pense donc … (réflexion). Eheh. (réflexion). Euh je dirais la quatrième.
15	Julie	Quatrième. Ok. Et alors parmi les 3 premières alors du coup est-ce qu'il y en a d'autres qui vous semblent correctes ? Et si oui alors expliquer le raisonnement que l'élève aurait mis en place pour aboutir à cette expression-là.
16	ES11	Mmmh ok. Donc … 3-5-7 … Alors euh 2t+1 … 2t+1 ça c'est la formule que j'aurais donné en secondaire. Euh parce que quand on compte le nombre de cure dents il y en a 3 puis 5 puis 7 donc 3-5-7 c'est la table de 2, 2-4-6 à laquelle on ajoute à chaque fois 1.
17	Julie	Ok donc là vous partez alors du tableau numérique pour aboutir à cette expression-là ?
18	ES11	Oui, oui ou je peux partir du tableau ou alors j'écris en dessous de figure 1, en dessous de figure 2, 4 en dessous de figure 3 …
19	Julie	Oui donc vous partez des valeurs ? Pas sur le dessin pour aboutir à cette formule ? En classe ?
20	ES11	Oui c'est ça, exactement.
21	Julie	Ok.
22	ES11	Alors la deuxième. 2t+1 donc … A l'envers c'est très compliqué. Le numéro de la figure t+1 donc ça fait 2 2 fois 2 moins 1 .. 3 fois 2 moins 1 … Euh la deuxième expliquée par dessin ça me semble compliqué aussi. Euh …
23	Julie	Elle est correcte d'abord ? Pour vous ? La deuxième.
24	ES11	Euh mathématiquement attendez. Oui c'est la même chose. C'est correct aussi.
25	Julie	Correcte aussi. Ok et comment est-ce que vous avez fait pour dire qu'elle est correcte ?
26	ES11	Dans le sens de la vérification on peut éventuellement distribuer le 2 et recalculer.
27	Julie	Ok donc vous avez réduit la formule alors et vous avez retrouvé 2t+1.
28	ES11	Voilà.
29	Julie	Ok.
30	ES11	Ca c'est ce qu'on fait avec toutes les propositions de tous les élèves. Dans une classe en secondaire les élèves proposent souvent des formules différentes donc on les réduit toutes pour obtenir la forme la plus simple possible et on voit avec la forme simple si c'est la même chose.
31	Julie	Ok. Et est-ce que, voilà ici sans réduire est-ce que vous voyez comment l'élève aurait trouvé cette expression-là ?

32	ES11	Mmmh je cherche hein … t+1 ça fait deux cure-dents fois 2 … moins 1 … 6 (réflexion). Non dans le dessin je n'arrive pas à voir.
33	Julie	Ok.
34	ES11	De nouveau avec le dessin en vérifiant oui mais en créant la formule avec le dessin ça me semble compliqué.
35	Julie	Ok et alors la 3e est-ce qu'elle est correcte ?
36	ES11	Alors la troisième ça fait 2t+1 donc c'est correct aussi.
37	Julie	Oui.
38	ES11	Et alors là 3t ça représente directement 3 cure-dents donc ça fait au moins un triangle (bruit de fond) donc ça ça me semble plus facile à expliquer avec le dessin avec 3t vu que ce sont des triangles à chaque fois on fait le numéro de la figure fois 3 pour faire le triangle et puis '-(t-1)' donc on retire et ça dans le dessin c'est assez cohérent. On retire euh t-1 donc pour la première figure on retire 0 cure-dent. Pour la deuxième figure on en retire 1 parce que il y a (bug). Pour la figure 3 on en retire 2 parce qu'il y a deux côtés en commun. Et ainsi de suite. Donc ça c'est la plus logique liée au dessin je trouve.
39	Julie	Ok. Parfait. Alors ensuite ici Sophie elle fait le dessin suivant et elle dit on fait chaque fois +2. Donc du coup la formule c'est t+2. Donc je rappelle que t c'est le numéro de la figure.
40	ES11	Oui.
41	Julie	Comment est-ce qu'on pourrait en tant qu'enseignant montrer que c'est incorrect et alors l'aide que vous apporteriez à cette élève.
42	ES11	Oui. Au passage je me rends compte que en vous expliquant les 4 précédentes que j'avais pas coché la bonne à la première question.
43	Julie	Oui.
44	ES11	Euh parce que 3 bâtons pour chaque triangle je vois que je compte deux fois un bâton sauf pour le dernier donc on va le supprimer. Ah non non, non ça va.
45	Julie	Non ?
46	ES11	Je compte deux fois un bâton … Oui euh. La phrase ressemble plus à la troisième qu'à la quatrième.
47	Julie	Vous voulez changer votre proposition ?
48	ES11	Oui je veux bien.
49	Julie	Je vous mets la 3e alors ok. Et du coup. Maintenant, est-ce que la 4e alors est correcte ?
50	ES11	La quatrième dans la liste ?
51	Julie	Oui, oui vu que maintenant on a choisi la 3e, est-ce que la 4e est correcte aussi alors ?
52	ES11	Oui oui la 4e ça fait quand même 2t+1.
53	Julie	Ok donc vous la sélectionnez aussi.
54	ES11	Donc oui les 4 formules mathématiquement sont correctes.
55	Julie	Ok.
56	ES11	Mais c'est la 3e qui correspond le plus à la phrase qui a été énoncée au-dessus.
57	Julie	Ok. Parfait. Voilà donc ici je reviens à Sophie.
58	ES11	Mmmh oui donc t+2 euh ça c'est … t c'est le numéro de la figure ?
59	Julie	Oui.
60	ES11	Ok. Donc euh on explique ça en … La façon la plus simple c'est de faire de la vérification de la petite formule qui a été créée. Euh à chaque fois qu'on crée une formule il faut la vérifier. Donc t+2 pour la figure 1 (toussotement) Pardon. On remplace t par 1. On fait 1+2. Ca fait 3 et on se rend compte que

		c'est correct. Donc on continue. On passe à la figure 2 et il faut montrer que c'est au moins correct plusieurs fois pour que cela tienne la route. Figure 2 on fait 2+2 ça fait 4 et quand on compte on n'est pas à 4.
61	Julie	Ok
62	ES11	Et puis figure 3, on fait 3+2 : 5 et on n'est pas à 5 cure-dents. Donc ça c'est la façon la plus rapide de vérifier une formule.
63	Julie	Ok. Et comment est-ce que alors par rapport à son raisonnement, comment est-ce que vous pourriez l'amener à dégager la formule correcte ?
64	ES11	Oui. Donc moi la stratégie que j'utilise c'est que elle a bien repéré que c'était +2 +2 +2 et faire +2 +2 +2 ça correspond à la seule table de 2. Donc je demande chaque fois qu'ils se raccrochent à une table de multiplication et la seule table qui fait des +2 c'est la table de 2. Donc elle doit plutôt partir sur 2t et puis alors s'adapter. Parce qu'on voit bien que ce n'est pas 2-4-6 et alors par tableau, moi je fonctionne beaucoup par tableau. Au lieu de 2-4-6 on a 3-5-7 donc elle doit être proche de la table de 2 mais c'est la table de 2 augmentée de 1 à chaque fois.
65	Julie	Ok. Parfait. Et alors certains élèves, pour vous du secondaire éprouve des difficultés avec les problèmes de ce type. Quelle est la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ?
66	ES11	**Celle que vous venez d'énoncer juste avant. Donc, en général il repère la suite logique euh mais ils écrivent, ils ne, ils ne comprennent pas bien l'utilité de l'écriture littérale et le fameux t+2 il n'est raccroché à rien du tout**. Donc vu qu'en classe on utilise des lettres pour faire plaisir à leur prof ils mettent une lettre et puis ils font +2 parce c'est juste le +2 qu'ils ont remarqué.
67	Julie	Ok et donc du coup ben la solution pour dépasser cet obstacle, pour essayer de peut-être de leur donner du sens pour ne plus arriver à … à ça, à faire par exemple t+2 ce serait quoi ?
68	ES11	Donc comme tout à l'heure je travaille beaucoup avec les tableaux, avec les tables de multiplication et en prérequis, en prérequis alors je travaille avec les écritures littérales donc n et puis je remplace n par n'importe quel nombre naturel et puis je travaille avec 2n, 3n, 4n, 5n pour montrer qu'une table de multiplication ça ne s'écrit pas n+1 ni n+2 ni n+3 mais n.1, n.2 et n.3.
69	Julie	Ok, alors ici je vais vous demander de lire le dernier problème que voici.
70	ES11	Oui. Alors (lecture mâchouillée de l'énoncé). Ok. Oui ?
71	Julie	Alors ici voilà la réponse fournie par un élève aux 3 questions. Et donc je vous demande ben d'analyser mathématiquement sa production et alors le commentaire que vous pourriez faire enfin le ou les commentaires que vous pourriez faire à cet élève.
72	ES11	Oui oui. Donc je suppose que **ça ressemble plutôt à une production de primaire.**
73	Julie	Ok.
74	ES11	Parce que on en secondaire on travaille dans l'autre sens donc en secondaire on essaye d'abord de créer le fameux tableau, de passer à la généralisation et grâce à la généralisation on obtient beaucoup plus rapidement les réponses aux questions souhaitées. Euh et entre parenthèses c'est exactement le style de questions que l'on vient d'avoir au CE1D euh la semaine passée. Au CE1D Math en 2e secondaire où eux aussi posent la question comme en primaire finalement ils posent des questions et demande la généralisation à la fin alors

		que les élèves chez nous ont été drillés à devoir trouver la généralisation pour l'utiliser par après.
75	Julie	Oui.
76	ES11	Donc pour 3 tables 8 personnes. 3+3=6. Oh ça c'est horrible. 3+3=6+2 mathématiquement ça fait mal aux yeux mais je comprends le raisonnement. Et donc ça fait 8. Ok **donc mathématiquement je n'aime pas quand on dit 3+3=6+2.**
77	Julie	Oui.
78	ES11	Mais je comprends l'utilisation du dessin ici est très efficace avec les 3 personnes au-dessus, les 3 personnes en-dessous et puis il ajoute les deux du côté.
79	Julie	Oui.
80	ES11	Donc on a 8 il n'y a pas de souci. Alors pour 10 tables ça fait 22 personnes. Là ok même production donc pour 10 tables il met les 10 du haut, les 10 du bas, les deux du côté donc pas de souci mais 10+10 n'est pas égal à 20+2.
81	Julie	Oui.
82	ES11	Et pour trouver n'importe quel nombre de tables euh le but ce n'est pas de trouver le nombre de tables ?
83	Julie	Donc c'est pour n'importe quel nombre de tables. Donc pour trouver n'importe quel nombre de tables, donc le nombre de chaises pour n'importe quel nombre de tables on fait chaque fois le nombre de tables …
84	ES11	Ok ok parce que pour trouver n'importe quel nombre tables donc le but c'est de trouver le nombre de personnes qui peuvent s'asseoir.
85	Julie	Oui c'est ça.
86	ES11	Ok oui parce que pour trouver n'importe (il salue quelqu'un qui rentre) … On fait à chaque fois le nombre de tables + le nombre de tables + 2. Ok. Pourquoi pas. Pourquoi pas.
87	Julie	Est-ce correct ?
88	ES11	Euh oui oui oui nombre de tables + nombre de tables +2 ça tient la route avec tout ce qu'il a montré auparavant.
89	Julie	Ok et pour vous c'est une généralisation que vous accepteriez ?
90	ES11	Euh moi non. Moi non parce qu'en secondaire … Je ne sais pas si dans l'énoncé juste avant est-ce qu'il y avait une lettre présentée pour les tables.
91	Julie	Non.
92	ES11	Les tables ou pour les personnes ?
93	Julie	Non. On demandait juste 'donne ensuite une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises etc.
94	ES11	Ok ok Parfait. Donc pour moi alors si je me mets au niveau primaire comme je vois ici. Au niveau primaire je trouve ça très bien euh maintenant moi ce que j'attendrais au minimum c'est qu'on réduise nombre de tables + nombre de tables.
95	Julie	Par quoi ?
96	ES11	Donc que même si l'élève a réussi à arriver jusque-là euh ce serait bien de faire 2 fois le nombre de tables +2.
97	Julie	Ok. Et en secondaire ?
98	ES11	Mais je ne suis pas sûr que ce soit une compétence de primaire.
99	Julie	Ok et en et du coup en secondaire est-ce que vous accepteriez si vous posiez cette question-là est-ce que vous accepteriez deux fois le nombre de tables +2 ?

100	ES11	Euh oui oui je pense que j'accepterais. Maintenant par défaut en secondaire les lettres viennent tout de suite dans les énoncés. Et donc on leur demande d'utiliser les lettres pour généraliser.
101	Julie	D'accord. Alors ensuite l'enseignant il demande aux élèves le nombre de tables nécessaires pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question-là. Pourquoi ? Selon vous ?
102	ES11	Oui. **Parce que la question est posée dans l'autre sens.**
103	Julie	Ok.
104	ES11	Donc on a pas arrêté de partir du nombre de tables pour trouver le nombre de personnes et maintenant c'est le chemin inverse.
105	Julie	Ok. Et alors quelle aide est-ce que vous pourriez apporter à cet élève pour répondre à cette question ?
106	ES11	Oui donc qu'il reparte de sa fameuse petite généralisation là. Peu importe si je l'ai bien aimée ou pas. Il a dit nombre de tables + nombre de tables + 2 et qu'ils écrivent à côté 52
107	Julie	Oui.
108	ES11	Et puis alors euh en secondaire je demanderai de résoudre une équation. Une petite équation que l'on voit déjà en première secondaire.
109	Julie	Oui.
110	ES11	Et en primaire, même en début de première secondaire je partirai plutôt sur de l'essai erreur en disant que déjà avec dix tables il avait réussi à mettre 22 personnes. Donc on doit bien se douter que c'est beaucoup plus que 10 tables pour parvenir à 52 personnes.
111	Julie	Ok.
112	ES11	Et je pense que par essai-erreur 52 on doit y arriver assez vite.
113	Julie	Ok. Parfait. Alors quelle sera selon vous la réponse la plus fournie par les élèves à la question 'donne une manière pour trouver rapidement le nombre de chaises que l'on peut placer autour de n'importe quel nombre de tables ?' Donc de vos élèves c'est quoi la réponse à laquelle vous vous attendez le plus ?
114	ES11	Euh moi la réponse à laquelle je m'attends le plus c'est **2n+2**.
115	Julie	2n+2. Ok et alors vous aurez au préalable, enfin préalablement mis le n dans l'énoncé.
116	ES11	Exactement.
117	Julie	Ok. Et alors dernière question c'est comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe avec vos élèves.
118	ES11	Euh l'activité des tables et les chaises ici y a plusieurs façons de la mener mais je pense que la … j'ai plein d'idées qui viennent en tête parce que on est en train de parler de pédagogie mais je le fais pas en classe. Euh, la première chose que moi je ferai en classe c'est forcément partir du dessin.
119	Julie	Oui.
120	ES11	Donc au-delà de l'énoncé c'est faire dessiner à tout le monde que chacun se représente la situation. Euh après avoir représenté la situation.
121	Julie	Quand vous dites partir du dessin c'est quoi ? C'est … Parce que là il y a déjà un dessin qui est fait. Donc quand vous dites partir du dessin c'est quoi que vous demandez, concrètement de faire ?
122	ES11	Oui donc une fois qu'ils ont le dessin devant eux.
123	Julie	Oui.

124	ES11	Euh qui commencent à raisonner euh donc qu'est-ce qu'il se passe si j'ajoute une table, si j'enlève une table …
125	Julie	Ok donc leur demander …
126	ES11	Essayer de faire …
127	Julie	D'autres situations …
128	ES11	C'est ça donc …
129	Julie	Ok.
130	ES11	Dessiner d'abord une table avec 4 personnes puis deux tables, trois tables et puis quatre tables.
131	Julie	Ok. Oui.
132	ES11	Pour recommencer depuis la base. Si j'avais plein de temps et euh des élèves avec qui je pourrais le faire euh je m'amuserais aussi alors à mettre une table, asseoir 4 personnes et puis rajouter une table, demander qu'ils viennent s'asseoir mais bon ça me prendrait 50 minutes donc mon cours est déjà fini.
133	Julie	Oui (rire)
134	ES11	Donc malheureusement c'est compliqué à faire. Euh et alors dans le dessin. Une fois que eux ont dessiné ils peuvent utiliser alors des couleurs pour montrer ce qui est récurent. Donc pour montrer qu'à chaque fois c'est +2 sur le côté.
135	Julie	Oui
136	ES11	Et pour montrer ce qui se modifie et alors ce qui se modifie c'est chaque fois au centre j'ajoute une table j'ajoute deux personnes, une nouvelle table, deux personnes en plus, une nouvelle table deux personnes en plus.
137	Julie	Ok.
138	ES11	Pour montrer que le +2 est constant et que c'est finalement le nombre de tables fois deux chaises qui augmente tout le temps et ça donne la table de deux au passage.
139	Julie	Ok. Parfait. Et alors imaginons euh ben vous laissez chercher un peu vos élèves je suppose la généralisation ..
140	ES11	Oui oui.
141	Julie	Euh vous avez plusieurs réponses comme ça qui tombent. Vous les écrivez toutes au tableau. Après …
142	ES11	Oui exact.
143	Julie	… Après qu'est-ce que vous faites ?
144	ES11	Donc moi ce que je fais c'est que je demande donc on a une première réponse qui tombe. La première réponse on la vérifie tout de suite. Donc je travaille par vérification.
145	Julie	Ok.
146	ES11	Pour aussi leur montrer que eux même quand ils seront à la fin de leur interro la semaine suivante ils pourront s'auto vérifier.
147	Julie	Oui.
148	ES11	Euh pour améliorer leur relecture. Euh alors on vérifie la première et si la première est correcte je demande quand même les autres propositions parce que je leur dis qu'il y a plusieurs façons d'arriver à la bonne réponse.
149	Julie	Ok.
150	ES11	Euh deuxième proposition si elle est différente ben l'objectif c'est de la réduire parce que au premier coup d'œil beaucoup enfin tout le monde n'arrive pas à se réapproprier le chemin que l'élève a poursuivi même moi dans les quatre que vous m'avez montré tout à l'heure.

151	Julie	Oui.
152	ES11	Donc résultat on réduit. Et on l'a fait ensemble il y a 2-3 semaines donc c'est vraiment tout le monde avait dit non c'est absolument pas possible. Puis je demande alors à un autre élève de réduire. L'autre élève commence à réduire. Il vient au tableau, il le fait. Et quand il arrive au bout lui-même est étonné et se dit j'ai la même chose.
153	Julie	Ok.
154	ES11	Et ça c'est intéressant de prouver qu'il y a plusieurs façons d'arriver à la bonne réponse. Que chacun pour avoir son chemin mental mais l'objectif ici en secondaire nous c'est d'obtenir la même formule réduite chez tout le monde donc à l'élève qui donne une formule qui n'est pas réduite à chaque fois on donne un point sur deux. On accepte parce que c'est correct mathématiquement correct donc on accepte tout ce qui est correct forcément mais après formule réduite ça c'est l'objectif de deuxième.
155	Julie	Ok. Ah ben parfait j'ai fini avec, avec mes questions donc merci beaucoup d'avoir pris encore ici de votre temps pour, pour répondre à l'entretien.
156	ES11	Pas de souci. Avec plaisir c'était un sujet intéressant.
157	Julie	Ah ben merci c'est gentil en tout cas. Merci beaucoup.
158	ES11	Pas de souci. Bon courage pour le mémoire.
159	Julie	Merci. Dès que j'ai les conclusions de toute façon je, je vous les fais parvenir.
160	ES11	Ah avec plaisir j'allais vous demander. Moi, je veux bien.
161	Julie	Oui je vous envoie ça. Merci beaucoup.
162	ES11	Ca va. Parfait.
163	Julie	Bonne fin de journée et bonnes vacances.
164	ES11	Merci à vous aussi.
165	Julie	Au revoir.
166	ES11	Au revoir.

Annexe 11.12. Enseignant secondaire 12 (ES12)

Cet entretien a été mené le jeudi 1 juillet 2021 à 10h et a duré 19 minutes 19.

La personne interrogée est une femme qui enseigne depuis 10 à 20 ans en 1ère et 2ème secondaire. Dans le questionnaire, ce participant a réussi 6 items sur 7 en CK et 8 items sur 15 en PCK (réussite totale et partielle).

1	Julie	Bonjour. Encore merci d'accepter de répondre à mes questions. Je vous partage mon écran, donc dites-moi si vous voyez mon écran ?
2	ES12	Oui.
3	Julie	Ah bah voilà parfait. Donc on peut commencer donc avec la première question où je vous demande : « Pour vous, quelle est la pertinence d'utiliser des activités de généralisation en primaire ? »
4	ES12	Heu moi **je trouve que c'est important que ce soit en primaire ou en secondaire car je vais de suite parler, ben moi je travaille dans le secondaire différencié donc c'est vraiment important pour eux dans le sens où si on ne généralise pas ils ne savent pas du tout ce qu'on va voir donc heu moi souvent ce que je fais c'est que je généralise une activité pour bien leur dire le thème et tout ça et puis alors à partir de là on va pouvoir découvrir que**

		si on ne donne pas un thème en tout cas tant de le primaire tout dépend de l'âge...(parle à son enfant puis s'excuse). Fin si on ne leur donne pas un thème je trouve que c'est compliqué pour eux de faire découvrir pourtant c'est ce qu'on nous demande à l'école normale et maintenant moi qui suis enseignante depuis 15 ans, je me rends compte que si on ne leur donne pas de thème, donc de généraliser cette activité, ça ne va pas en tout cas.
5	Julie	Ok, et alors vous voyez une autre pertinence en secondaire par rapport au primaire ?
6	ES12	Moi évidemment maintenant je travaille dans le différencié donc ce sont des élèves qui ont énormément de difficultés, donc si je ne leur dis pas, ça ne va pas aller. Une fois que je leur dis par exemple, on va prendre l'indicatif présent, ils me regardent euh ... si je ne leur dis pas avant le mot conjugaison, indicatif présent vous vous rappelez c'est de maintenant, rien ne va , ça n'ira pas donc il faut vraiment que je généralise au départ tout en de ce thème là pour eux découvrir mais il faut toujours leur donner deux-trois petites méthodes et quand j'entends les profs dans le secondaire ben c'est exactement la même chose. **On pouvait le faire avant mais on trouve, on ne peut pas parler du niveau des élèves mais on trouve que les élèves arrivent de plus en plus avec moins de bagages, plus de difficultés et donc si on ne généralise pas, ça va coincer quelque part.**
7	Julie	Ok. Alors ici je vais vous demander de lire cette question ci.
8	ES12	Je dois aussi lire le 2.1 ?
9	Julie	Oui donc ici vous pouvez lire le 2.1 et alors choisir ici laquelle des quatre expressions traduit le mieux la déclaration de Thomas ?
10	ES12	Je suis en train de réfléchir... Moi j'aurais mis si je réfléchis bien les 3 bâtons pour chaque triangle donc « 3t » et le nombre de la figure et donc 2 bâtons donc « 2X1 » bâtons sauf le dernier...Pour moi il n'y en a aucune correcte en soi si je dois traduire il a mis 3 bâtons quelque part donc il me faut un 3 quelque part mais les deux dernières ne sont pas correctes.
11	Julie	Ok.
12	ES12	Et donc dans le dessus, si je dois en choisir une, je choisirais la ...
13	Julie	Donc ici c'est ma question suivante du coup « Parmi les expressions ici, est ce qu'il y en a une ou plusieurs qui vous semble correct et alors si oui, expliquer le raisonnement que l'élève aurait mis en place pour aboutir à cette expression-là ? »
14	ES12	Euh ... (elle réfléchit tout haut). Moi je dirais que c'est la dernière qui est la plus correcte maintenant le raisonnement pour moi n'est pas toujours. Fin c'est compliqué pour moi si je devais expliquer aux élèves je ne suis pas sûre que eux feraient comme ça. Ce que Thomas dit, ça peut être correct dans le sens où on rajoute chaque fois deux bâtons sauf le dernier mais je n'ai aucune proposition qui me dit exactement sa phrase quoi.
15	Julie	Ok et alors si maintenant on prend la question suivante où on nous dit ce que dit Thomas, et alors parmi ici les quatre propositions qui nous sont proposées, pour généraliser le produit est-ce qu'il y en a d'autre qui vous semble correct ?
16	ES12	Heu...L'avant-dernière est correcte.
17	Julie	Oui et est-ce que vous avez une idée du raisonnement mis en place par l'élève pour l'avant-dernière ?
18	ES12	Heu non pas du tout justement, j'étais en train de me poser la question quel raisonnement il faisait maintenant si je calcule en remplaçant moi par le nombre de bâtonnets et tout ça c'est correct ce qu'il a fait. Maintenant, j'étais en train de

		me demander pourquoi il enlevait une figure. Je ne vois pas bien son raisonnement dans le sens où, les deux dernières sont correctes mais heu...encore bien que l'autre à utiliser la parenthèse au-dessus sinon ça n'aurait pas été correct du tout. Heu... maintenant c'est vrai que moi j'utilise tout le temps des « X » mais c'est la même chose que des « T », j'ai besoin de faire une équation mais je suis sure que les élèves tant en primaire que moi en début de secondaire ne sauront pas le retranscrire comme ça, ils ont besoin de faire un schéma. C'est vrai que moi je leur apprends souvent de faire un schéma et alors quand ils doivent transposer c'est compliqué pour eux.
19	Julie	C'est à dire un schéma ?
20	ES2	Les faire dessiner, donc ici on a dessiné mais ici si on ne fait que les figures au-dessus heu c'est compliqué pour les élèves parce que ils vont devoir dessiner eux la figure 4.
21	Julie	Ok.
22	ES2	Et donc ainsi de suite si on va jusque 20 en tout cas en différencié, il y a eu une question comme ça au CE1D, ils dessineront les 20 quoi. C'est trop compliqué pour eux de comprendre que la figure 20 il en faut 3 mais à partir de la figure 2, il faut chaque fois enlever heu. Une barre parce que il y a une barre commune donc il faut chaque fois enlever une barre commune par client et ça c'est compliqué pour eux.
23	Julie	Ok.
24	ES12	Eux, si ils ne font pas le schéma, ils vont me dire 6 bâtonnets quoi alors qu'il n'y en a que 5. Il faut chaque fois que je précise : « attention, regardez bien,.. » . Je ne vois pas en tout cas en cinquième et sixième ce raisonnement car ils n'ont pas encore vu les équations donc c'est quand même compliqué ou alors ils doivent vraiment poser leurs problèmes comme ici donc le « T » égal la figure mais je ne suis pas certaine que les élèves arrivent à le faire tout seul donc plutôt mettre un point d'interrogation à ce qu'il cherche.
25	Julie	Ok. Alors ici Sophie donc toujours pour le même problème, elle fait le dessin suivant et elle se dit qu'on fait à chaque fois « +2 » donc la formule c'est « t+2 », comment est-ce que vous pouvez montrer en tant qu'enseignant que c'est incorrect ? Et alors l'aide que vous apporteriez à cette élève ?
26	ES12	Ben dans le sens où je lui montrerais tout simplement que dans la formule 1 si on rajoute 2, attendez je prends une feuille et j'essaye quelque chose...Ben ce qu'il y a , c'est que cet enfant-là a bien compris le principe maintenant il faut faire attention que à la base si on garde que la figure 1 égal « t » et donc on peut à chaque fois rajouter « +2 » mais pas « t+2 » car c'est comme si on ajoutait 5 donc **il faut bien lui faire comprendre que « t » c'est bien la figure 1 et donc à partir de la figure 2 on va bien pouvoir ajouter deux barres ou alors on doit lui faire comprendre que le « t » égal le bâtonnet et pas la figure donc à ce moment-là, on va devoir ajouter « 3t + 2t » mais ce qu'elle a mis là c'est comme si on allait devoir chaque fois ajouter** .. Là sa formule de départ est fausse dans le sens où c'est juste pour la figure un et deux mais la figure trois il va falloir faire attention à ce qu'on met. Si on rajoute chaque fois « +2 » ok, mais le « t » il ne faut pas à chaque fois le rajouter quoi.
27	Julie	Ok. Donc ici quelle aide vous pourriez apporter à cet élève ? Donc ici par exemple, en partant de son raisonnement, comment est-ce que vous pourriez l'aider à dégager la bonne formule de généralisation ?
28	ES12	**Je lui demanderais de m'expliquer ce que ça représente le « t». Si à ce moment-là elle me dit « c'est la figure 1, c'est les 3 bâtonnets » c'est correct**

		mais attention si tu rajoutes « T » la deuxième fois, c'est comme si tu me rajoutais 3 bâtonnets donc à ce moment-là je vais bien lui dire : « attention ton « T » est ce que c'est les 3 bâtonnets ? » ,moi je partirais de la consigne oui le « t » égale bâtonnet mais moi je pense que je leur ferais écrire oui le « t » égal 3 bâtonnets donc ne pas oublier qu'on peut rajouter deux bâtonnets ou alors redonner tout simplement une autre lettre pour les autres bâtonnets, là ça devient compliqué pour eux mais il faut vraiment qu'ils nous disent que « t » égal la figure de départ et qu'on va rajouter quelque chose donc la figure de départ ,il ne faut pas oublier que c'est 3 bâtonnets parce que c'est ça souvent ce qu'ils oublient car ils vont mettre « 1 puis rajouter +2;+2 ;+2,... » et c'est là que ça va poser problème quoi.
29	Julie	Ok. Donc ici, certains élèves du secondaire éprouvent des difficultés avec un problème de ce type-là, c'est quoi la principale difficulté à laquelle vous vous attendez ?
30	ES12	**Ils vont faire « t+t+t+t »**
31	Julie	Ok et alors quelles solutions vous pouvez leur proposer pour dépasser cet obstacle ?
32	ES12	De nouveau moi c'est vraiment de faire un schéma, le dessiner et compter les petites barres pour bien se représenter, jouer avec du matériel en classe heu. Parce que souvent ben oui la logique, ben oui moi aussi au départ je ne lis pas la consigne, je vois le truc et je me dis : « ah ben oui, et puis ah non non non, il y a des côtés communs », donc forcément là quand on se le représente, on peut compter et se rendre compte qu'on a pas le résultat attendu que si on faisait « t fois 3 » égal 9 et non on arrive à 7 et c'est là qu'ils doivent se rendre compte, ah ben oui côté commun, il ne faut pas les compter deux fois par exemple.
33	Julie	Ok. Alors ici je vais vous demander de lire le dernier problème.
34	ES12	Oui, d'accord.
35	Julie	Donc ici, je vous donne la réponse fournie par un élève aux trois questions et je vous demande d'analyser mathématiquement sa production et de voir quels commentaires vous pourriez lui faire ?
36	ES12	Euh ... Si on doit analyser par rapport au CEB car c'est ce qu'on vient de faire, je lui mettrais sur son raisonnement 4/4 parce que on a des dessins, on n'a peut-être pas de calcul mais la réponse est correcte. Donc en soi son raisonnement est très bon de faire « nombre de tables + nombre de tables + 2 » c'est tout à fait correct. Elle aurait pu simplement faire « nombre de tables X2 +2 » mais elle a fait des petits schémas pour s'aider et c'est plutôt correct. Elle a compris qu'en fait il suffisait de multiplier « le nombre de tables X 2 » et d'ajouter les deux extrémités.
37	Julie	Ok.
38	ES12	Donc en soi c'est correct.
39	Julie	Ok, **donc ici tout vous semble correct** ?
40	ES12	**Oui.**
41	Julie	Ok. Alors l'enseignant demande ensuite aux élèves le nombre de tables nécessaire pour asseoir 52 personnes mais beaucoup d'élèves éprouvent des difficultés pour répondre à cette question. Pourquoi selon vous ?
42	ES12	**Parce qu'ils vont diviser en deux et puis ils vont se rendre compte qu'on est à 26 si on fait fois deux puis ils vont ajouter deux donc ça fera 54 donc ils vont oublier à la situation de départ d'enlever les deux extrémités. Et donc eux vont diviser donc ça va sembler correct mais s'ils font la**

		vérification de solution ils vont se rendre compte que ce n'est pas correct quoi.
43	Julie	Ok. Et alors comment vous pourriez aider les élèves à répondre à cette question ? A trouver la réponse correcte ?
44	ES12	Alors de nouveau moi je vais leur dire de ne pas oublier de partir d'un schéma de départ même plus petit pour vous rendre compte si ils n'ont pas évidemment fait la consigne juste au-dessus parce que là heu...et donc leur dire : regardez ce qu'il se passe, ah les deux extrémités qu'est-ce qu'on va faire à ce moment-là ? Ben les enlever parce que si on prend les tables on ne sait pas mettre quatre personnes, aux deux extrémités on saura en mettre trois mais les autres on ne sait en mettre que deux quoi. Bien leur faire analyser sous forme de schéma.
45	Julie	Ok. Alors quelle sera selon vous la réponse fournie par le plus grand nombre d'élèves à la question : donne une manière pour trouver rapidement le nombre de personnes qu'on peut asseoir autour de n'importe quel nombre de tables ?
46	ES12	Euh ... La réponse fournie je pense que si je prends mes différenciés ça n'ira pas mais si je prends les autres, s'ils ont compris le principe, **ils vont faire le nombre de tables fois deux puis ajouter deux.**
47	Julie	Ok et dernière question, c'est comment est-ce que vous mèneriez cette activité en classe ?
48	ES12	Moi je commence toujours avec beaucoup de manipulations. Heu j'aime beaucoup manipuler donc quitte à déplacer des tables dans la classe pour montrer que si on fait une table, combien de personnes on met ? Si on en met deux, fin quel est l'objectif, où est ce qu'on en met le plus ? Qu'est-ce qu'il change ? Est ce qu'on sait en mettre beaucoup plus si on rajouter deux tables ? Trois tables ? Et ainsi de suite. D'abord manipuler avant de passer au concret, sur l'exercice sur feuille.
49	Julie	Ok, et alors pour amener la formule de généralisation comment est-ce que vous feriez ?
50	ES12	A ce moment-là, je leur mettrais donc la première table en disant ben voilà si on en met une on peut en mettre quatre mais si on en rajoute une autre qu'est-ce qu'il se passe ? En fait on se rend compte que c'est « 4+2 », si on rajoute une troisième ben on se rend compte que c'est « 6+2 » donc on va se dire à ben oui une table on met que deux personnes puisque ensemble on perd des places mais que à la fin, aux deux extrémités ben on peut ajouter ce plus deux.
51	Julie	Ok. Ah bah parfait. J'ai fini avec mes questions. Je ne sais pas si vous avez quelque chose à rajouter ?
52	ES12	Non, pas du tout non.
53	Julie	Un tout tout grand merci pour votre aide et bonnes vacances.
54	ES12	Merci, bonnes vacances à vous aussi.