

## Optimisation de la pose de raidisseurs transversaux dans le design de poutres reconstituées par soudage d'un point de vue technique et économique

**Auteur :** Renotte, Tom

**Promoteur(s) :** Jaspard, Jean-Pierre

**Faculté :** Faculté des Sciences appliquées

**Diplôme :** Master : ingénieur civil des constructions, à finalité spécialisée en "urban and environmental engineering"

**Année académique :** 2021-2022

**URI/URL :** <http://hdl.handle.net/2268.2/14533>

---

### *Avertissement à l'attention des usagers :*

*Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative"(BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.*

*Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.*

---

Travail de fin d'études en vue de l'obtention du grade de master  
en Ingénieur civil des constructions

---

**Optimisation de la pose de raidisseurs  
transversaux dans le design de poutres  
reconstituées par soudage d'un point de vue  
technique et économique**

---

**Membres du jury :**

Jean-Pierre Jaspart (ULiège)  
Jean-François Demonceau (ULiège)  
Loris Saufnay (ULiège)  
Philippe Rigo (ULiège)  
René Oly (Astron Buildings SA)

**Auteur :**

Tom Renotte

Année académique : 2021-2022  
Université de Liège  
Faculté des sciences appliquées - Ingénieur Civil  
Ingénieur civil des constructions - Deuxième Master

# Table des matières

Remerciements	1
Résumé du travail	2
Summary of the work	3
<b>1. Introduction et contenu du travail</b>	<b>4</b>
1.1 Introduction globale	4
1.2 Contenu du travail	5
<b>2. Méthodologie pour dimensionner un PRS</b>	<b>6</b>
2.1 Présentation générale de la méthodologie	6
2.2 Hypothèses	9
2.3 Description de la méthodologie suivie pour dimensionner un PRS	12
2.3.1 Dimensions admissibles	12
2.3.2 Limite d'élasticité des semelles et de l'âme	12
2.3.3 Pré-dimensionnement	12
2.3.4 Poids propre	13
2.3.5 Soudures entre l'âme et les semelles	13
2.3.6 Classe et propriété de la section	15
2.3.7 Vérification de flèche	16
2.3.8 Vérification de la résistance à la flexion	16
2.3.9 Critère de non-flambement des semelles dans l'âme	17
2.3.10 Résistance sous effort concentré	17
2.3.11 Résistance à l'effort tranchant	17
2.3.12 Dimensionnement des raidisseurs : Généralités	22
2.3.13 Dimensionnement des raidisseurs : Montants d'extrémité rigide et non-rigide	22
2.3.14 Dimensionnement des raidisseurs : Raidisseurs intermédiaires	25
2.3.15 Élément final	26
2.4 Détermination du profilé minimisant le poids	27
2.5 Détermination du profilé minimisant le coût	27
2.5.1 Description générale de la méthode	27
2.5.2 Prix de base	28
2.5.3 Nuance d'acier	28
2.5.4 Alliage	28
2.5.5 Largeur	28
2.5.6 Longueur	30
2.5.7 Certification 3.1	30
2.5.8 Grenailage	30
2.5.9 Soudure	31
<b>3. Optimisation du poids</b>	<b>33</b>
3.1 Présentation générale de l'analyse	33
3.2 Détermination d'un cas de charge pertinent pour les analyses	34
3.3 Analyse des résultats : cas général en tenant compte du risque de déversement	34
3.3.1 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : $L = 35m$	37
3.3.2 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : $L = 15m$	50
3.3.3 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : Conclusion	56
3.4 Analyse des résultats : cas particulier où le déversement est empêché	58
3.4.1 Design optimal sans tenir compte du risque de déversement : $L = 35m$	60
3.4.2 Design optimal sans tenir compte du risque de déversement : Conclusion	65

<b>4. Optimisation du coût</b>	<b>67</b>
4.1 Présentation générale de l'analyse . . . . .	67
4.2 Détermination d'un cas de charges pertinent pour les analyses . . . . .	68
4.3 Analyse des résultats : cas général en tenant compte du risque de déversement . . . . .	68
4.3.1 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : $L = 35m$ . . . . .	71
4.3.2 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : Conclusion . . . . .	85
4.4 Analyse des résultats : cas particulier où le déversement est empêché . . . . .	86
4.4.1 Design optimal sans tenir compte du risque de déversement : $L = 35m$ . . . . .	87
4.4.2 Design optimal sans tenir compte du risque de déversement : Conclusion . . . . .	97
<b>5. Conclusions et perspectives</b>	<b>98</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>102</b>
<b>Annexe A : Méthode de dimensionnement détaillée</b>	<b>104</b>
A.1 Procédure générale . . . . .	104
A.2 Limite d'élasticité des semelles et de l'âme . . . . .	108
A.3 Pré-dimensionnement des semelles . . . . .	109
A.4 Soudures entre l'âme et les semelles . . . . .	110
A.5 Propriétés de la section brute . . . . .	111
A.6 Poids propre . . . . .	111
A.7 Classification de l'âme et des semelles . . . . .	112
A.8 Propriétés de la section efficace . . . . .	113
A.9 Inertie effective à l'ELS . . . . .	114
A.10 Vérification de la flèche . . . . .	116
A.11 Vérification de la résistance à la flexion . . . . .	116
A.11.1 Calcul de $M_{cr}$ . . . . .	116
A.11.2 Calcul de $M_{b,Rd}$ . . . . .	117
A.12 Vérification de la résistance sous efforts concentrés . . . . .	119
A.13 Vérification du non-flambement des semelles dans l'âme . . . . .	119
A.14 Vérification de la résistance à l'effort tranchant . . . . .	120
A.14.1 Poutre sans raidisseur . . . . .	120
A.14.2 Poutre avec montants d'extrémité rigide . . . . .	124
A.14.3 Poutre avec raidisseurs intermédiaires . . . . .	126
A.15 Dimensionnement des raidisseurs . . . . .	128
A.15.1 Montants d'extrémité non-rigide . . . . .	129
A.15.2 Montants d'extrémité rigide . . . . .	134
A.15.3 Montants d'extrémité rigide et raidisseurs intermédiaires . . . . .	136
A.15.4 Design de raidisseur optimal . . . . .	140
A.16 Profilé optimal . . . . .	141
<b>Annexe B : Exercice manuscrit</b>	<b>142</b>
B.1 Limite d'élasticité des semelles et de l'âme . . . . .	142
B.2 Soudures entre l'âme et les semelles . . . . .	143
B.3 Propriétés de la section brute . . . . .	143
B.4 Poids propre . . . . .	143
B.5 Classification de l'âme et des semelles . . . . .	144
B.5.1 Propriétés de la section efficace . . . . .	144
B.5.2 Inertie effective à l'ELS . . . . .	145
B.6 Vérification de la flèche . . . . .	146
B.7 Vérification de la résistance à la flexion . . . . .	146
B.7.1 Calcul de $M_{cr}$ . . . . .	146
B.7.2 Calcul de $M_{b,Rd}$ . . . . .	147
B.8 Vérification du non-flambement des semelles dans l'âme . . . . .	148

B.9	Vérification de la résistance à l'effort tranchant . . . . .	148
B.9.1	Poutre sans raidisseur . . . . .	148
B.9.2	Poutre avec montants d'extrémité rigide . . . . .	149
B.9.3	Poutre avec montants d'extrémité rigide et raidisseurs intermédiaires . . . . .	151
B.10	Vérification des dimensions des raidisseurs . . . . .	156
B.10.1	Montants rigide d'extrémité . . . . .	156
B.10.2	Raidisseurs intermédiaires . . . . .	158
B.11	Poids de l'élément . . . . .	161
B.12	Coût de l'élément . . . . .	161
<b>Annexe C : Optimisation du poids</b>		<b>163</b>
C.1	Aires des sections optimales : Figures . . . . .	163
<b>Annexe D : Optimisation du coût</b>		<b>180</b>
D.1	Détails des coûts : Figures . . . . .	180

## Remerciements

Je tenais à remercier toutes les personnes qui m'ont entouré durant la réalisation de ce travail de fin d'études. Tout particulièrement le doctorant Loris Saufnay pour son aide et son soutien tout au long de cette recherche. Je souhaite également remercier mon promoteur, Monsieur le Professeur Jean-Pierre Jaspard, et Monsieur le Professeur Jean-François Demonceau pour l'expertise et l'encadrement professionnel qu'ils m'ont offerts.

Je remercie aussi Monsieur René Oly pour les données transmises et le temps qu'il a pu me consacrer ainsi que Monsieur le Professeur Philippe Rigo pour sa participation au jury.

Enfin, je remercie mes parents qui ont accepté de relire mon travail.

## Résumé du travail

Ce travail porte sur les profilés métalliques reconstitués par soudage (PRS). Contrairement aux éléments laminés à chaud, ces derniers sont constitués de différentes plaques soudées ensemble. Ceci permet de former un profilé aux dimensions voulues. Il est, par conséquent, aisé de réaliser une section idéale pour le cas de charge demandé.

Généralement, ces profilés sont très élancés. En effet, ils sont souvent conçus pour reprendre de grandes portées où l'effort de flexion est prédominant. Cependant, si la portée est grande, l'effort tranchant peut devenir conséquent. L'âme de la poutre risque donc de voiler par cisaillement. Il faut, par conséquent, utiliser des raidisseurs transversaux pour limiter ce risque et accroître la résistance à l'effort tranchant. En revanche, si l'on épaissit l'âme, nous verrons que ce risque d'instabilité est également réduit. Il s'agit donc d'une seconde solution pour augmenter la résistance de l'âme sous cisaillement. L'un des enjeux de ce travail est dès lors de comprendre quand il sera plus avantageux d'épaissir l'âme ou bien d'utiliser des raidisseurs.

Pour ce faire, une méthodologie est développée afin de dimensionner ce type d'élément. Par ailleurs, cette méthode est utilisée pour déterminer les dimensions de section qui permettent de minimiser le coût et/ou le poids d'un PRS. Ainsi, notre étude évaluera l'éventuel placement de raidisseurs afin de minimiser ces deux paramètres. On en tirera des conclusions quant au profilé optimal et à l'éventuel intérêt d'utiliser des raidisseurs.

L'une de ces grandes conclusions sera que l'intérêt des raidisseurs est relativement limité. En effet, réduire le poids et/ou le coût de l'élément revient à maximiser le bras de levier entre les semelles. Ceci permet de réduire leurs sections et ainsi, le poids/coût global de l'élément. Le design optimal possède donc une âme très haute dont l'épaisseur minimale est bornée par les critères de stabilité. Sa résistance à l'effort tranchant est dès lors suffisante pour se priver de l'utilisation de raidisseurs.

A travers, ce travail, nous allons, par conséquent, comprendre comment on peut arriver à une telle conclusion. Nous parcourrons également l'ensemble des critères à respecter pour qu'un PRS soit acceptable selon l'Eurocode.

## Summary of the work

This work focuses on welded steel beams (WSB). In contrast to hot-rolled elements, these are made up of different plates welded together. This makes it possible to form a profile with the desired dimensions. It is therefore easy to create an ideal cross-section for the required load case.

Generally, these profiles are very slender. This is because they are often designed for large spans where the bending force is predominant. However, if the span is large, the shear force can become significant. The web of the beam is therefore at risk of buckling in shear. Therefore, transverse stiffeners should be used to limit this risk and increase the shear resistance. However, if the web is thickened, we will see that this risk of instability is also reduced. This is therefore a second solution to increase the shear strength of the web. One of the challenges of this work is therefore to understand when it will be more advantageous to thicken the web or to use stiffeners.

To this end, a methodology is developed to design this type of element. Secondly, this method is used to determine the cross-sectional dimensions that will minimise the cost and/or weight of a PRS. Thus, our study will evaluate the possible placement of stiffeners to minimise these two parameters. Conclusions will be drawn as to the optimal profile and the possible interest of using stiffeners.

One of the main conclusions will be that the interest of stiffeners is very limited. Indeed, reducing the weight and/or cost of the element means maximising the lever arm between the flanges. This reduces their cross-sectional area and thus the overall weight/cost of the element. The optimal design therefore has a very high core whose minimum thickness is limited by stability criteria. Its shear strength is therefore sufficient to dispense with the use of stiffeners.

Through this work, we will, therefore, understand how such a conclusion can be reached. We will also go through all the criteria that must be respected for a WBS to be compliant with the Eurocode.

# Chapitre 1

## Introduction et contenu du travail

### 1.1 Introduction globale

De nos jours, les poutres métalliques sont généralement des éléments en acier laminés à chaud. L'acier est chauffé avant de passer à travers différents cylindres qui donnent une section finale au produit. Ce type de procédé est industrialisé et les modèles de section sont catalogués par les entreprises. L'utilisation de ces éléments métalliques est, par conséquent, limitée aux dimensions présentes dans les catalogues et réalisables au laminage. Lorsque les portées deviennent importantes et que l'unicité du projet peut le justifier, il devient intéressant de se tourner vers l'utilisation de profilés ne figurant pas dans ces catalogues. On peut dès lors avoir recours à des profilés reconstitués soudés (PRS). Ces derniers sont constitués de plats soudés entre-eux afin d'obtenir une poutre métallique de dimensions voulues. Les possibilités de design deviennent infinies. Il est alors possible de dimensionner ces éléments pour qu'il correspondent au plus juste aux exigences requises.

Les profilés reconstitués soudés sont généralement employés dans le cadre de grandes portées où les moments de flexion sont importants. L'optimisation du design de ces éléments mène le plus souvent à des profilés très élancés. La hauteur de l'âme est maximisée pour agrandir le plus possible le bras de levier entre les deux semelles. On obtient ainsi une résistance à la flexion importante. L'âme est, quant à elle, utilisée pour reprendre l'effort tranchant. Lorsqu'elle est élancée, cette dernière aura tendance à voiler par cisaillement et, par conséquent, à diminuer considérablement sa résistance. Deux solutions s'offrent alors à nous pour accroître sa rigidité et son efficacité.

Il est tout d'abord possible d'augmenter l'épaisseur de l'âme. Cette solution améliorera les propriétés de l'âme en terme de reprise d'efforts mais le coût économique sur la production de l'élément augmentera. Il en sera de même pour le poids de la poutre qui augmentera significativement.

La deuxième solution est de placer des raidisseurs transversaux qui maintiendront l'âme latérale. Cela empêchera localement le voilement de l'âme et accroîtra sa résistance à l'effort tranchant. L'inconvénient de cette méthode est également économique. La pose et la production de ces raidisseurs peuvent s'avérer onéreuses.

Il faut donc trouver la solution optimale d'un point de vue économique au niveau de la réalisation de la poutre en tenant compte de l'augmentation du poids de l'élément. En effet, plus la poutre sera lourde, plus la structure la soutenant devra être résistante. Le coût global de l'infrastructure augmentera donc en conséquence.

Ce travail visera à trouver les designs optimaux de PRS en fonction de l'aspect économique lié à leur fabrication mais également de l'impact de leur poids sur la structure.

## 1.2 Contenu du travail

Tout d'abord, une méthode de dimensionnement pour les PRS sera élaborée. Il s'agira d'une description des différentes étapes de vérifications à réaliser pour satisfaire les critères (de dimensionnement) décrits dans l'Eurocode. En fonction des dimensions de la section, l'utilisation de raidisseurs pourrait s'avérer indispensable. La méthode décrira alors comment placer au mieux ces raidisseurs pour que la résistance de la poutre devienne suffisante. On verra ensuite comment les dimensionner.

Pour les profilés respectant chaque critère de dimensionnement, on élaborera une méthode pour calculer leur poids et leur coût.

La méthode de dimensionnement sera ensuite implémentée dans un code. Ce dernier sera utilisé pour déterminer un ensemble de designs satisfaisant les critères de l'Eurocode. Ceci sera fait dans le cas précis d'une poutre bi-appuyée soumise à une charge uniforme. Pour chaque design admissible, le code calculera également le poids et le coût total de l'élément. On pourra dès lors déterminer les profilés minimisant l'un de ces deux paramètres.

Pour finir, une analyse des designs minimisant le poids et/ou le coût sera réalisée. On y considérera différentes longueurs de poutre et la possibilité de déversement de l'élément. Cette partie du travail permettra également de bien comprendre les critères qui limitent les dimensions de nos profilés. Cette étude sera réalisée en se focalisant sur l'intérêt d'utiliser des raidisseurs.

Les critères de dimensionnement présents dans ce travail seront réalisés par rapport à la nouvelle version de l'Eurocode (qui paraîtra prochainement). Dans les annexes de ce travail, vous retrouverez une comparaison entre les critères de la version actuelle de l'Eurocode (EN 1993-1) et de la nouvelle (PrEN 1993-1). Vous y trouverez également le dimensionnement détaillé (et chiffré) d'un PRS en suivant cette nouvelle norme.

## Chapitre 2

# Méthodologie pour dimensionner un PRS

### 2.1 Présentation générale de la méthodologie

La première étape de ce travail est de convenir d'une méthodologie pour dimensionner les PRS. Il s'agit d'un ensemble de critères à respecter afin de savoir si notre design est acceptable. Dans le cas contraire, il faut généralement augmenter l'une des dimensions en fonction des critères non-respectés. Dans le cadre de ce travail, on utilisera la nouvelle version de l'Eurocode (PrEN 1993-1) comme référence pour ce dimensionnement.

Cette méthode de dimensionnement peut être utilisée de plusieurs manières. Soit on part d'une section donnée et l'on vérifie qu'elle est admissible. Soit on part d'un cas de charge précis pour lequel on doit trouver un profilé acceptable. Dans ce second cas de figure, il faut se fixer une hauteur et une épaisseur pour l'âme. La section des semelles sera ensuite déterminée par un pré-dimensionnement. Dans les deux cas, nous obtenons un profilé qui devra vérifier chaque critère de dimensionnement. S'ils sont tous respectés, on pourra décréter que notre profilé est admissible. En fonction des caractéristiques du PRS, nous serons peut-être amenés à placer des raidisseurs afin d'augmenter la résistance à l'effort tranchant de l'élément. Ces raidisseurs seront alors dimensionnés selon les recommandations de l'Eurocode.

Cette méthodologie ne permet pas de trouver directement la section minimisant le poids et/ou le coût de l'élément. Ceci n'est possible que si elle est implémentée dans un code qui évaluera différentes sections et déterminera, par la suite, laquelle est la plus optimale. Cette routine a été implémentée en parallèle de ce travail et servira dans l'étude des profilés optimaux.

Comme nous venons de l'introduire, les critères de vérification proviennent de la nouvelle version de l'Eurocode pour les éléments métalliques (PrEN 1993-1). Cette dernière n'est pas encore publiée. En effet, les différentes parties de l'Eurocode actuel (pour les éléments métalliques) ont été publiées entre 2005 et 2007 (références [6], [8] et [9]). Cependant, ces dernières sont en cours de révision. Afin de réaliser un travail pertinent, la méthode de dimensionnement utilisée provient de cette révision de l'Eurocode (références [13], [14] et [15]). Vous trouverez en annexe une présentation des différences qui existent dans la méthode de dimensionnement entre la version actuelle (EN 1993-1) et sa version révisée (PrEN 1993-1).

Les PRS sont des profilés métalliques constitués de plaques soudées. Dans ce travail, on étudiera des sections double T constituées de trois plaques : deux pour les semelles et une pour l'âme. La section d'un PRS est définie comme montré à la figure 1. On y retrouve deux plaques identiques de section  $b_s - t_s$ . Ces dernières constituent les semelles de la poutre. Entre elles, se trouve l'âme du PRS. Elle est constituée d'une plaque de section  $h_w - t_w$ . Les semelles sont soudées à l'âme. Ces soudures sont réalisées sur toute la longueur de l'élément et sont caractérisées par leur rayon de gorge  $a$  (aussi appelé cordon de soudure). Notons que la figure 1 représente le cas avec des soudures de part et d'autre de l'âme. Si son épaisseur  $t_w$  est faible, on pourra se contenter de placer les soudures d'un seul côté.

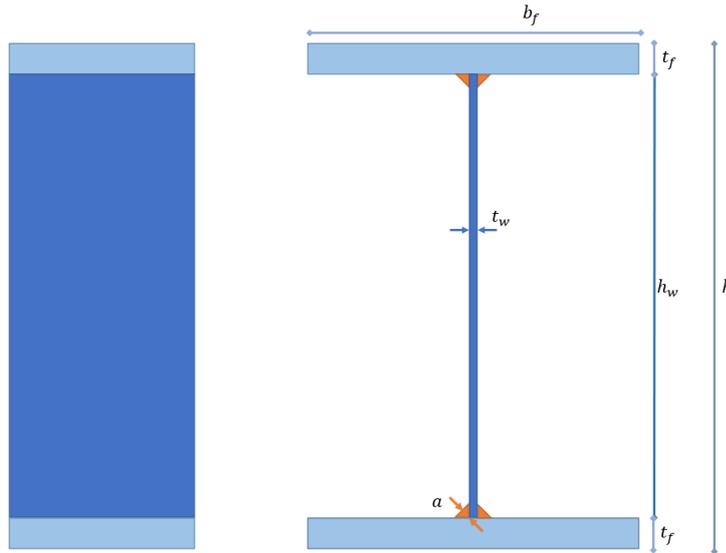


FIGURE 1 – Section d'un PRS.

Le dimensionnement d'un PRS repose principalement sur trois critères : la résistance à l'effort de flexion, la résistance à l'effort tranchant et la limitation de la flèche à l'état limite de service. Le seul moyen de réduire la flèche est d'augmenter l'inertie de flexion  $I_y$  de la section. Plus l'âme sera haute et les semelles épaisses, plus cette inertie augmentera de manière significative. La reprise du moment de flexion est effectuée, principalement, par les semelles et le bras de levier entre ces dernières. En flexion, l'une des semelles est comprimée et l'autre tendue. La contrainte dans les semelles peut être substituée par une force résultante. Par conséquent, on a deux forces de sens opposés et espacées par un bras de levier ( $h_w + t_f$ ). Ceci donne un moment résistant qui fait office de résistance principale à la flexion de l'élément (voir figure 2).

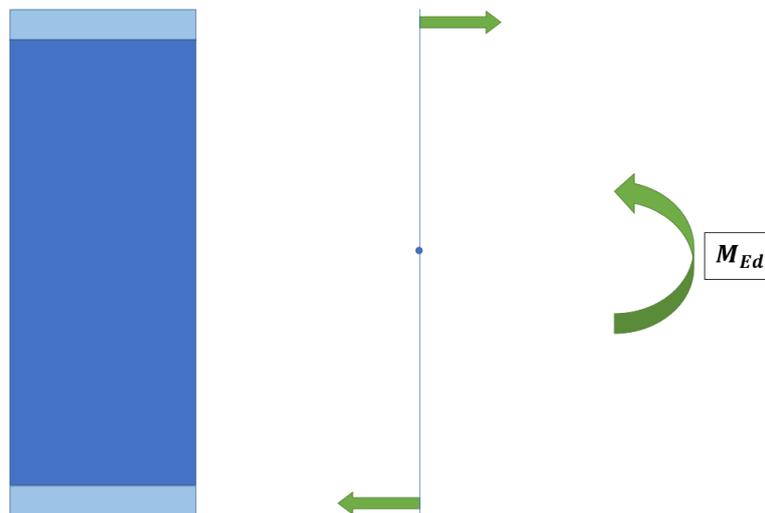


FIGURE 2 – Reprise du moment par les semelles.

Le rôle de l'âme est, par conséquent, d'espacer le plus possible les semelles. Son épaisseur ne joue qu'un rôle négligeable dans la limitation de la flèche et la reprise du moment de flexion. En revanche, elle est importante pour la reprise de l'effort tranchant. L'un des enjeux de ce travail est de savoir quand sera-t-il plus avantageux d'épaissir l'âme pour reprendre l'effort tranchant ou de garder une âme fine mais de placer des raidisseurs transversaux. Dans beaucoup de cas, son hauteur sera tellement importante que même en augmentant l'épaisseur on aura une âme de classe 4.

Les profils reconstitués soudés possèdent donc généralement une âme très élancée de classe 4. Cette classe détermine le type d'analyse qui peut être réalisée.

Lorsqu'une plaque est comprimée, elle risque de voiler. Avec un PRS, c'est pareil, si les semelles et/ou l'âme sont comprimées, alors elles risquent de voiler.

Si l'on omet ce risque de voilement, les éléments métalliques ont la capacité de plastifier.

Dans une distribution élastique des contraintes, dès qu'en un point, la limite élastique ( $f_y$ ) est atteinte, alors la reprise maximale des efforts est atteinte. En comportement plastique, on peut exercer un chargement plus important. On parle alors de redistribution plastique des contraintes. On pourra, dès lors, augmenter l'effort jusqu'à ce que la limite élastique soit atteinte en tout point de la section. Ceci est montré à la figure 3 ( $f_{y,f}$  et  $f_{y,w}$  correspondent respectivement à la limite élastique des semelles et de l'âme).

La classe d'une plaque définit le type d'analyse réalisable avant qu'un voilement puisse apparaître. Cette classe dépend du rapport entre l'épaisseur et la largeur de la plaque (cette largeur peut être réduite si la plaque est maintenue ponctuellement). La classe dépend également de la manière dont la plaque est comprimée. Par exemple, si l'on est en flexion, la zone comprimée sera moins importante que si l'on comprime purement et simplement la plaque sur toute sa section. En flexion pure, l'élancement acceptable de la plaque sera, par conséquent, plus grand que pour une compression pure.

Si l'on est de classe 1 ou 2, cela signifie que le risque de voilement de la plaque n'apparaît que pour un effort supérieur à la résistance plastique de la section. Une distribution plastique des contraintes sera donc admissible.

Dans le cas d'une section de classe 3, le voilement apparaîtra pour un effort supérieur à la résistance élastique de la plaque mais inférieur à sa résistance plastique. On se contentera dès lors d'une distribution élastique des contraintes dans la reprise du moment de flexion.

Dans le cas d'une section de classe 4, le voilement apparaît avec un effort moins important que sa résistance élastique. Dans ce cas, on devra se pénaliser dans l'analyse. On ne tiendra compte que d'une plaque de taille réduite non-susceptible de voiler. En réalité, on considérera un "trou" dans la plaque afin de ne prendre en compte que la partie qui ne voilera pas sous chargement maximal. Dans le cas d'un PRS, la plaque susceptible d'être de classe 4 est celle de l'âme. On doit, par conséquent, considérer un "trou" dans la zone comprimée de l'âme. Ceci est montré à la figure 4.

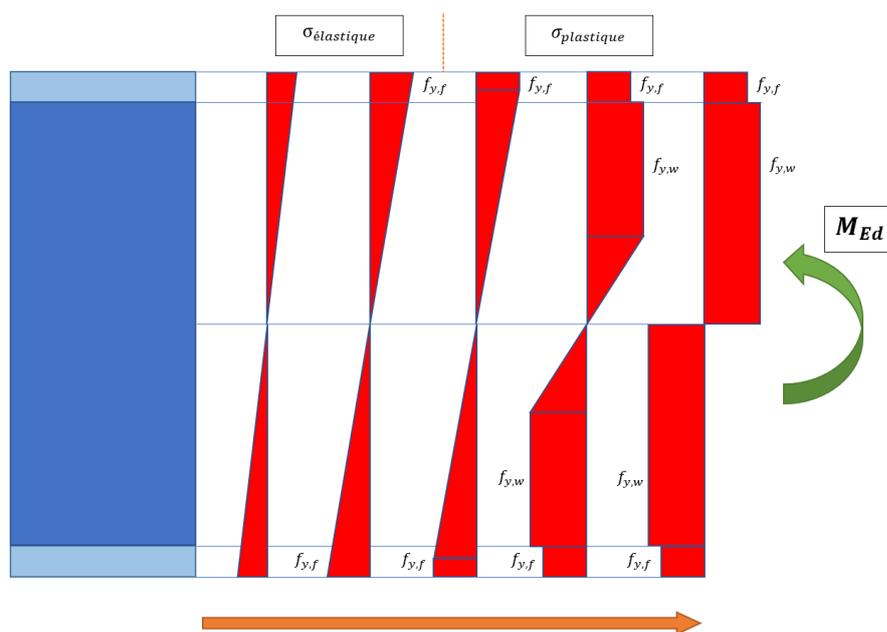


FIGURE 3 – Distribution des contraintes

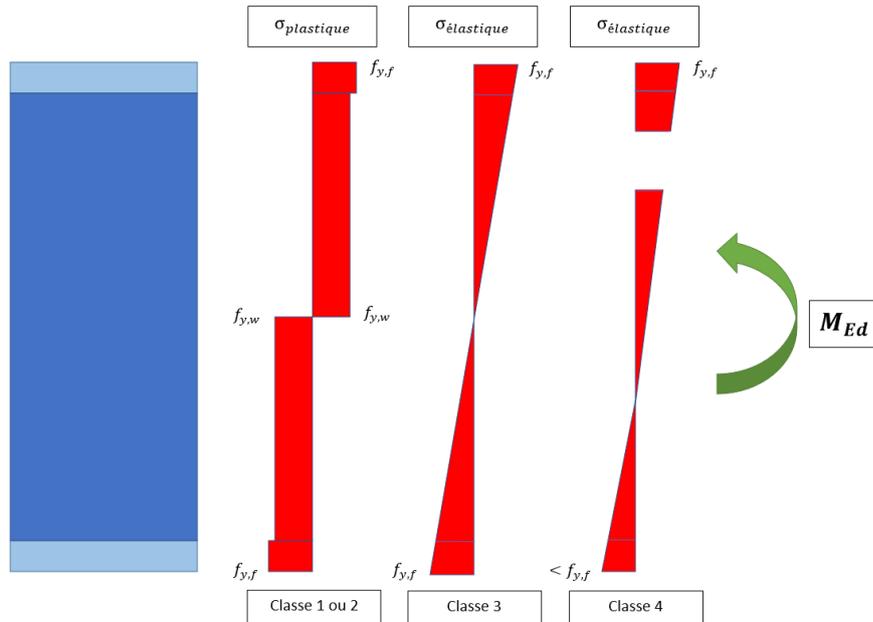


FIGURE 4 – Classe d'un PRS

Maintenant que les généralités sur les PRS ont été introduites. On peut passer à la description de la méthodologie à suivre pour dimensionner un tel élément. Cette dernière est schématisée par un organigramme à la figure 6.

## 2.2 Hypothèses

La méthodologie suivie est basée sur une série d'hypothèses :

- La poutre est bi-appuyée (voir figure 5)
- La poutre repose sur des appuis à fourche  
Ce type d'appui est l'un des plus courants. La rotation autour de l'axe longitudinal et le déplacement transversal sont empêchés aux extrémités.
- Le chargement est uniforme (voir figure 5)
- La poutre n'est pas comprimée
- Les formules utilisées prennent en compte les effets du second ordre pour un élément isolé
- Les semelles seront constituées de deux plaques aux dimensions identiques et de même nuance d'acier (l'âme peut, quant à elle, avoir une section et une nuance différentes)
- La longueur des plaques constituant le profilé ne sera pas limitée

En réalité, les PRS sont composés de plaques d'une longueur ne dépassant pas les 6m. Il faut, dès lors, juxtaposer différentes plaques pour former les semelles et l'âme puis, les souder ensemble. Ces soudures n'impactent pas la méthodologie décrite dans ce travail. En effet, cette dernière est réalisée en pleine section avec un métal d'apport possédant une limite élastique au moins égale à celle de la plaque. La seule différence se trouve au niveau du calcul du coût de fabrication de l'élément. Le prix du raccordement est très compliqué à déterminer. C'est la raison principale pour laquelle nous considérons des plaques de longueur non-limitée.

Le but de ce travail est de déterminer le profilé qui possède le coût et/ou le poids minimal pour un cas de charge et une portée donnée. En comparant des poutres de même longueur, le coût de raccordement est relativement similaire d'une section à l'autre. En ne considérant pas ce coût dans nos comparaisons, nous devrions trouver des résultats similaires à la situation où ce coût est pris en compte.

- L'âme peut être de classe 1, 2, 3 ou 4

- Les semelles ne peuvent être de classe 4 pour une question économique  
En effet, cette méthode de dimensionnement est réalisée dans le but de déterminer le profilé minimisant le poids et/ou le coût. Les semelles ont pour rôle principal de reprendre les efforts de flexion. Si la semelle comprimée est de classe 4, nous ne pourrions utiliser dans l'analyse qu'une largeur  $b_f$  inférieure à sa dimension réelle. En effet, on ne considèrera qu'une section efficace non susceptible de voiler pour reprendre l'effort de flexion. Dans ce cas, une partie de la semelle comprimée sera inutilisée et l'on "payera" de l'acier pour rien. Ceci augmentera le coût et le poids de l'élément inutilement. Afin de simplifier les développements et pour ne pas étudier des sections qui ne minimiseront ni le poids ni le coût, on limitera les semelles à la classe 3.
- Un raidisseur double sera placé au niveau de chaque appui afin de reprendre l'effort de réaction (voir figure 5)  
Les sections des PRS sont généralement très élancées. Au niveau des appuis, on a un effort de réaction à faire transiter dans la section du profilé sans créer de voilement local de l'âme. On placera donc, par défaut, un raidisseur double (constitué d'un plat de part et d'autre de l'âme) au niveau de chaque appui. Ce dernier sera dimensionné pour reprendre l'effort de réaction. Tout risque de voilement local est, par conséquent, évité.
- Les raidisseurs utilisés seront tous doubles (constitués d'un plat de part et d'autre de l'âme)  
En n'utilisant que des raidisseurs doubles, on ne se préoccupe pas de l'excentricité créée par un plat unique placé d'un seul côté de l'âme. De plus, aux appuis, l'Eurocode n'autorise que des raidisseurs doubles. Seuls les raidisseurs intermédiaires peuvent être simples. Ces derniers créent dès lors une dissymétrie de l'élément. Ce cas de figure ne sera donc pas étudié afin de simplifier la méthodologie et les critères à vérifier.
- On ne placera des raidisseurs intermédiaires qu'en présence de montants d'extrémité rigide  
Cette hypothèse réduit le nombre de possibilités pour positionner nos raidisseurs le long de l'âme. Cela permet également d'augmenter la rigidité du panneau de cisaillement le plus sollicité.
- Les plats et les soudures des raidisseurs seront tous identiques  
Le fait de considérer une section de plat unique pour tous les raidisseurs permet à la fois de simplifier les calculs et d'éviter des erreurs sur chantier. Les soudures seront, quant à elles, toutes identiques pour ne pas devoir faire varier le rayon de gorge d'un plat à l'autre.
- On ne considère pas la possibilité de distorsion de la poutre  
Les poutres d'âme élancées peuvent périr par distorsion de section. Ce type de ruine est difficile à étudier et n'est pas couvert par l'Eurocode. C'est pourquoi, il n'est pas pris en compte dans les critères de dimensionnement figurant dans ce travail.

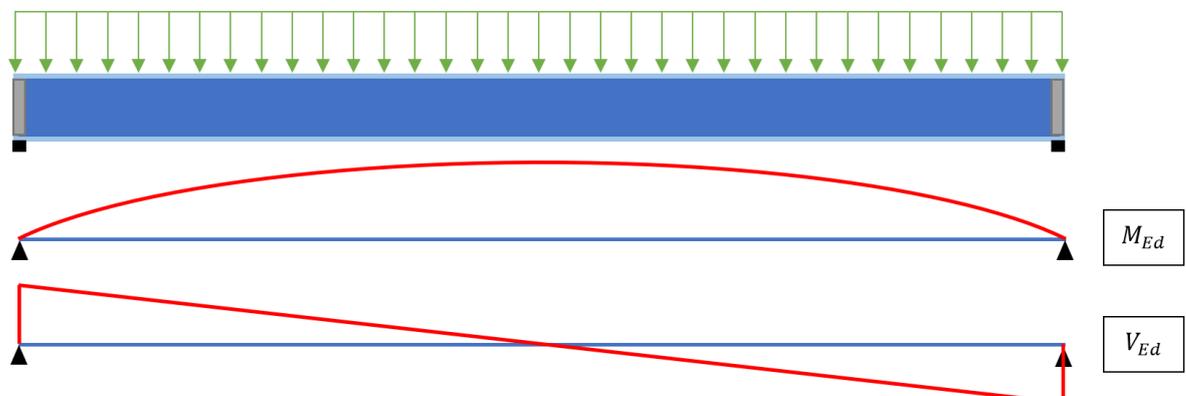


FIGURE 5 – Poutre bi-appuyée soumise à un effort uniforme et possédant un raidisseur double à chaque appui.

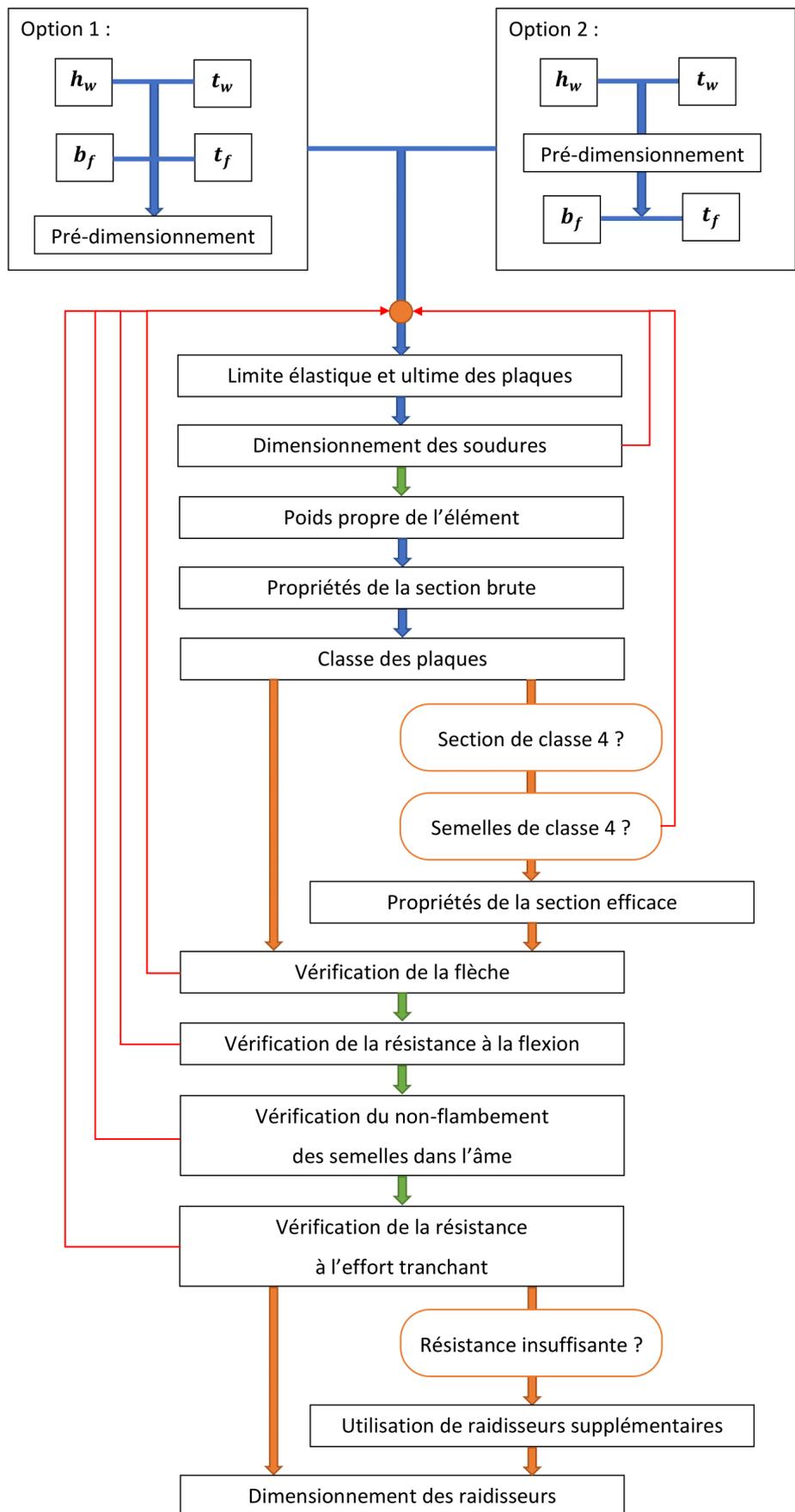


FIGURE 6 – Organigramme.

## 2.3 Description de la méthodologie suivie pour dimensionner un PRS

### 2.3.1 Dimensions admissibles

Cette méthodologie est réalisée pour une poutre bi-appuyée soumise à un chargement uniforme. On partira du principe que nous souhaitons regarder si une certaine section vérifie les critères figurant dans la nouvelle version de l'Eurocode (PrEN 1993-1). Cette section est donc réalisée à partir de trois plaques soudées ensemble pour former un profilé double T (voir figure 1). Bien entendu, les plaques ne peuvent prendre n'importe quelle dimension. En effet, ces dernières sont réalisées en usine et formées par laminage à chaud. Afin de déterminer cet ensemble de dimensions réalisables, l'article "Weight and cost optimization of welded high strength steel beams" [12] écrit par Kristo Mela et Markku Heinisuo en 2014 pour la Tampere University of Technology, constituera notre référence. Cet article étudie l'impact de l'utilisation d'acier haute performance sur le coût et le poids de profilés métalliques. Il y est défini les ensembles de valeurs admissibles suivants :

- $t_w$  et  $t_f \in \{5; 6; 8; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 22; 25; 30; 35; 40; 50; 60; 80; 100[mm]\}$
- $h_w$  et  $b_f \in \{100; 110; 120; 1300\dots; 980; 990; 1000[mm]\}$

On voit que si l'on respecte strictement ces ensembles de dimensions, l'âme ne pourra pas dépasser le mètre de haut. Sur base de nos connaissances, nous savons que cette dernière devra être nettement plus grande si l'on veut atteindre des portées importantes. Nous allons donc garder la discrétisation par pas de  $10mm$  pour  $h_w$  et  $b_f$  mais, on ne limitera pas la hauteur maximale à  $1m$ . En d'autres mots, nous considérerons acceptable une largeur de plaque de minimum  $100mm$  et égale à un multiple de  $10mm$ . On limitera la valeur maximale à  $4000mm$ . Cette dernière provient d'un document présentant les prix des plaques en acier réalisables par la société Dillinger [3]. On y retrouve des plaques de  $5mm$  d'épaisseur pouvant aller jusqu'à  $4m$  de largeur. Une telle hauteur d'âme est bien entendu inimaginable dans le domaine du bâtiment. Dans le cadre de ce travail, nous admettrons l'étude d'hauteurs d'âme très importantes uniquement dans un but théorique et dans le cadre d'une analyse de résultats.

### 2.3.2 Limite d'élasticité des semelles et de l'âme

Nous avons maintenant un profilé constitué de trois plaques soudées. Les sections de ces plaques proviennent des ensembles définis précédemment. Ces dernières possèdent également une nuance d'acier. En fonction de leur épaisseur et de cette nuance, il est possible de déterminer une limite d'élasticité pour les semelles et pour l'âme.

L'une de nos hypothèses de départ était que les deux semelles possédaient des dimensions et une nuance d'acier identiques. Leur limite d'élasticité  $f_{y,f}$  sera, par conséquent, identique. L'âme pourra, quant à elle, être constituée d'une autre nuance d'acier et posséder une autre épaisseur. Sa limite d'élasticité  $f_{y,w}$  peut dès lors être différente.

La limite d'élasticité d'une plaque n'est donc pas nécessairement égale à sa nuance. En effet, plus la plaque est épaisse, moins sa limite d'élasticité sera grande. Par exemple, si l'on est en présence d'une nuance d'acier  $S355$ , la limite d'élasticité avec une épaisseur de  $8mm$  sera de  $355MPa$  tandis qu'avec une épaisseur de  $50mm$ , la limite descend à  $335MPa$ . Ce phénomène est identique pour les contraintes limites ultimes  $f_u$ . Plus les plaques seront épaisses moins cette limite ultime sera importante.

### 2.3.3 Pré-dimensionnement

Maintenant que chaque plaque possède des dimensions réalisables et une limite d'élasticité  $f_y$ , on peut réaliser un pré-dimensionnement. Ce dernier permet de déterminer des dimensions de semelles susceptibles d'être acceptables pour une âme donnée. Ce pré-dimensionnement est utile dans différentes circonstances :

- La première est dans le cas d'une implémentation de cette méthodologie dans un code qui détermine le profilé optimal. On doit alors considérer différents designs afin de comparer leur coût et/ou leur poids. Ce pré-design permet, dès lors, de boucler sur un ensemble réduit de dimensions ( $t_f; b_f$ ) et, par conséquent, de gagner du temps de calcul.
- La seconde circonstance est dans le cas d'une vérification d'une section précise. Ce pré-design permet, dès lors, de vérifier, dès le départ, si les dimensions de la section sont susceptibles d'être acceptables. Dans le cas contraire, on évite de réaliser chaque étape de la vérification inutilement.
- La troisième possibilité se présente dans le cas où on il n'y a pas de profilé initial à vérifier et où l'on souhaite dimensionner un PRS pour une application précise. Dans ce cas, on doit se fixer une hauteur d'âme ( $h_w$ ) ainsi qu'un épaisseur ( $t_w$ ). On peut, dès lors, utiliser ce pré-dimensionnement pour obtenir des dimensions de semelles plausibles. Ce procédé permet d'obtenir une section initiale à vérifier à l'aide de la méthodologie qui suit. Notons que, dans ce cas, la limite d'élasticité des semelles n'est définie qu'après le pré-dimensionnement (vu que l'on ne connaît pas encore l'épaisseur des semelles). Dans le pré-dimensionnement, il est préférable de se fixer un  $f_{y,f}$  correspondant à la plus grosse épaisseur  $t_f$  possible. Une fois l'épaisseur de la semelle déterminée, on peut calculer la vraie limite élastique  $f_{y,f}$ .

Ce pré-dimensionnement est basé sur les travaux de Julien Dibon [2]. Dans son travail, il définissait deux aires de semelle minimales par rapport à une distance entre axe donnée. La première  $A_{f1}$  correspond à l'aire minimale pour résister à la flexion. La seconde  $A_{f2}$ , correspond à l'aire permettant de limiter la flèche à  $L/250$ . Notre aire de semelle ( $A_f = b_f \times t_f$ ) doit, par conséquent, être supérieure à ces deux aires ( $A_{f1}$  et  $A_{f2}$ ).

Julien Dibon définit ensuite une épaisseur minimale  $t_f$  par rapport à l'aire des semelles  $A_f$ . Ce rapport entre l'aire et l'épaisseur est défini pour avoir, au plus, une semelle de classe 3.

Cette méthode de pré-dimensionnement est décrite plus en détail dans les annexes de ce travail. On peut simplement dire, dès maintenant, que les formules qu'elle utilise sont basées sur de nombreuses hypothèses. Dès lors, il se peut qu'une épaisseur  $t_f$  et une aire de semelle  $A_f$  soient rejetées bien qu'elles soient en réalité acceptables. Généralement, ce cas de figure apparaît en présence d'une section qui minimise le poids du profilé et qui vérifie au plus juste les critères de dimensionnement. Si le pré-dimensionnement recommande une certaine épaisseur minimale  $t_f$ , on considérera donc qu'une valeur légèrement inférieure peut être acceptable. Dans le cadre de ce travail, on acceptera une épaisseur située juste en dessous dans la liste des dimensions réalisables. Par exemple, si la valeur minimale, par la méthode de Julien Dibon, vaut  $t_f = 14mm$ , on pourra tester des semelles dont l'épaisseur vaut au minimum  $12mm$ . Pour rappel, les valeurs réalisables en usine étaient :  $\{5; 6; 8; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 22; 25; 30; 35; 40; 50; 60; 80; 100[mm]\}$ . La plus grande valeur admissible inférieure à  $14mm$  est donc bien  $12mm$ . Le choix de considérer une valeur  $t_f$  juste inférieure à celle recommandée (et pas une valeur encore plus faible) a été testé une fois la routine de dimensionnement implémentée. Aucune solution optimale ne possédait une épaisseur  $t_f$  plus petite que celle juste inférieure à la valeur recommandée.

### 2.3.4 Poids propre

Dans le cas où le pré-dimensionnement valide les dimensions de la section, on peut calculer le poids propre de l'élément et en tenir compte dans l'évaluation des efforts internes. Afin de considérer dès maintenant un éventuel ajout de raidisseurs (pour augmenter la résistance à l'effort tranchant), on augmentera de 2% le poids de la poutre. Cette valeur de "2%" a été validée une fois la routine de calcul implémentée.

### 2.3.5 Soudures entre l'âme et les semelles

Une fois les nouveaux efforts internes calculés, on peut s'intéresser aux soudures. Pour rappel, les soudures sont définies par une seule dimension, à savoir celle du rayon de gorge  $a$  (aussi appelé

cordon de soudure). Ces dernières sont utilisées pour connecter les semelles à l'âme. Au dessus d'une épaisseur d'âme  $t_w$  de  $8mm$ , il faudrait placer une soudure de part et d'autre de l'âme, pour la connecter à chaque semelle (voir figure 1). Dans le cas contraire, on se contentera d'une seule soudure (d'un seul côté de l'âme) si cela est possible.

Un autre type de soudure devra également être placé pour relier les raidisseurs à l'âme et aux semelles. Ces dernières seront présentées et dimensionnées plus loin dans ce travail (dans la section relative aux raidisseurs). Pour l'instant, nous allons déterminer la dimension du cordon de soudure entre les semelles et l'âme.

Nous nous intéressons au cas d'un élément bi-appuyé soumis uniquement à la flexion (pas d'effort normal). Cette flexion est principalement reprise par les semelles. On aura une semelle comprimée et une autre tendue. En faisant une coupe verticale dans l'élément, on peut traduire les contraintes dans les semelles par des forces résultantes  $F_f$ . Ces dernières équivalent aux aires des semelles multipliées par leur contrainte moyenne. Si l'analyse est plastique, la contrainte maximale vaut  $f_{y,f}$  sur toute la semelle. Au contraire, si l'analyse est élastique, on considère que la contrainte diminue linéairement de la surface extérieure de la semelle à l'axe neutre de la section. La contrainte ne sera donc pas uniforme dans la semelle. Ceci est montré à la figure 7.

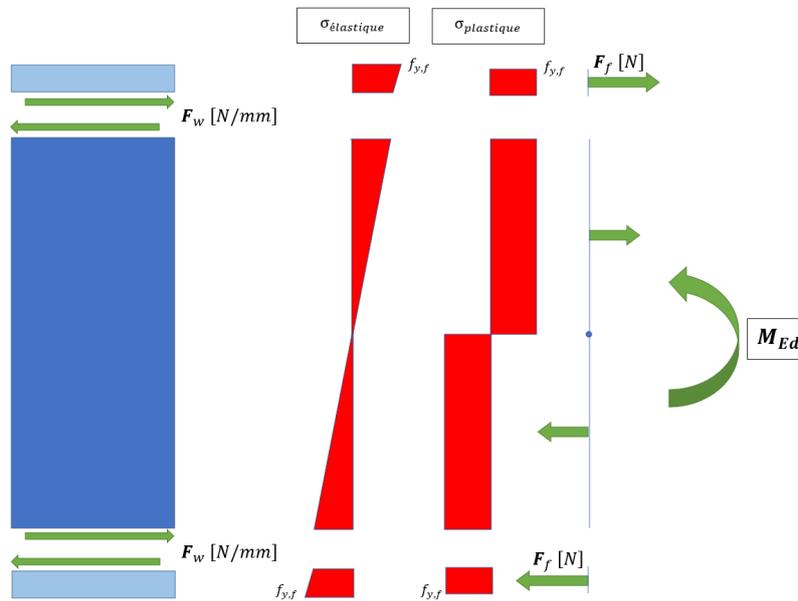


FIGURE 7 – Effort dans les semelles à faire transiter par les soudures.

Dans le cas d'un PRS, les semelles sont souvent de faible épaisseur. Bien qu'une analyse élastique soit généralement réalisée, on considérera une sollicitation plastique des semelles pour dimensionner les soudures. Ce procédé est sécuritaire et revient à considérer un effort égal à l'aire de la semelle  $A_f$  multipliée par sa limite d'élasticité  $f_{y,f}$ . En effet, vu que les semelles sont fines et que l'âme est généralement très haute, la variation de contrainte sur la semelle est quasiment négligeable.

Le plus grand effort dans les semelles est, par conséquent :  $F_f = A_f \times f_{y,f}$ . Cette contribution des semelles à la reprise du moment de flexion doit transiter par la (les) soudure(s) (il s'agit de l'effort de cisaillement  $F_w$  représenté sur la figure 7). Ceci permet de considérer la poutre comme un élément monolithique et non comme trois plaques juxtaposées.

A l'appui, la flexion est nulle, l'effort  $F_f$  vaut zéro. Au contraire, au centre de la poutre, les semelles sont sollicitées à leur maximum ( $F_f = A_f \times f_{y,f}$ ). La force  $F_f = A_f \times f_{y,f}$  doit donc être transmise sur une distance  $L/2$  (entre l'appui et le centre de l'élément). Cependant, l'évolution du moment interne n'est pas linéaire (voir figure 5), par conséquent, l'effort  $F_f$  n'évolue pas non-plus linéairement dans les semelles. Dans ce cas, il convient de répartir  $F_f$  sur  $L/4$  au lieu de  $L/2$  afin

d'être sécuritaire dans notre dimensionnement. La/Les soudure(s) entre chaque semelle et l'âme doit (doivent) donc être dimensionnée(s) pour reprendre l'effort maximal dans une semelle réparti sur un quart de poutre ( $F_w$ ). Ceci nous donne un cordon de soudure minimal. Dans le cas où l'épaisseur de l'âme  $t_w$  est supérieure à  $8mm$ , on placera deux soudures et le cordon de soudure minimal sera divisé par deux.

Cependant, ce rayon de gorge doit valoir au moins  $3mm$  pour être réalisable et ne peut dépasser 70% de la plus petite épaisseur de plaque, à savoir  $t_f$  ou  $t_w$  (recommandations de l'Eurocode). Il se peut que cette borne supérieure soit limitante. Dans ce cas, il faut soit augmenter l'épaisseur de la plaque la plus fine (généralement celle de l'âme), soit réduire l'aire des semelles. Cette deuxième possibilité n'est possible que si l'aire des semelles dépassait largement celle recommandée par le pré-dimensionnement.

Notons qu'avec des âmes possédant une épaisseur  $t_w$  inférieure ou égale à  $8mm$ , ce cordon de soudure maximal est fortement limitant. Dans biens des cas, malgré qu'il soit autorisé de ne placer les soudures que d'un seul coté de l'âme, nous devons tout de même les placer de part et d'autre de la plaque. Ce procédé permet de diviser par deux l'effort à faire transiter dans chaque soudure. Le rayon de gorge  $a$  peut dès lors être divisé par deux (tout en conservant une valeur minimale de  $3mm$ ) et passer sous la limite supérieure (70% de l'épaisseur minimale).

### 2.3.6 Classe et propriété de la section

Une fois les soudures dimensionnées, on peut calculer les propriétés de la section brute ( $A$ ,  $I_y$ ,  $W_{el,y}$  ...). Ensuite, il est possible de déterminer les classes de l'âme et des semelles. Ces classes dépendent de l'élançement des plaques et de la manière donc elles sont comprimées. Plus l'élançement est grand, plus la plaque risquera de voiler rapidement, plus la classe sera haute. Une plaque soumise à la flexion ne possède qu'une zone comprimée. Son risque de voiler est, par conséquent, plus faible que dans le cas où elle comprimée sur toute sa section.

Bien qu'elle ne soit pas comprimée sur toute sa section, l'âme sera généralement de classe 4. En effet, cette dernière a pour rôle principal d'augmenter le bras de levier entre les semelles. Sa hauteur est, par conséquent, maximisée. Son épaisseur est, quant à elle, réduite au maximum afin de ne pas augmenter inutilement le poids et le coût de l'élément. L'élançement de l'âme ( $\lambda_w = h_w/t_w$ ) est dès lors très important. Il arrivera donc très souvent qu'il dépasse largement la limite de classe 4. L'analyse sera, par conséquent, élastique et réalisée en considérant une section réduite de l'âme.

On vérifiera tout de même que les semelles ne soient pas également de classe 4. Pour rappel, l'un des critères du pré-dimensionnement était d'avoir une épaisseur de semelle qui l'empêchait d'être de classe 4. Cependant, cette méthode faisait de nombreuses hypothèses et ne dépendait pas du cordon de soudure. Maintenant que ce dernier est dimensionné, il est préférable de vérifier à nouveau la classe des semelles.

La classe de la section est définie comme étant la plus grande entre celle de l'âme et celle des semelles. En connaissance de cause, on doit, éventuellement (si elle est bien de classe 4), déterminer les dimensions de l'âme efficace et les propriétés de la section efficace ( $A_{eff}$ ,  $I_{y,eff}$ ,  $W_{el,eff,y}$  ...). Cette étape consiste à calculer une section réduite de l'âme non-susceptible de voiler par compression. On calcule dès lors les propriétés de cette nouvelle section. Ces dernières serviront à déterminer le moment maximal admissible.

On pourra également définir une seconde inertie efficace. Cette dernière ne sera utilisée qu'à l'état limite de service pour calculer la flèche. En réalité, à l'état limite de service (ELS), la section n'est pas sollicitée à son maximum. La contrainte maximale dans l'âme est donc réduite. L'Eurocode autorise de recalculer une section efficace de l'âme en considérant la sollicitation à l'ELS. En effet, cette section réduite vise à étudier uniquement une âme non-susceptible de voiler sous contrainte maximale (en "trouant l'âme"). Si la sollicitation diminue, le risque de voilement diminue également et la section efficace peut être augmentée. L'inertie de la section à l'ELS bénéficiera ainsi de cette contribution supplémentaire de l'âme.

### 2.3.7 Vérification de flèche

Il est, dès lors, possible de calculer la flèche et de vérifier qu'elle est bien inférieure à la limite fixée. Le calcul de la flèche maximale dépend de  $E.I$  et vient de l'équation fondamentale de l'élastique. L'inertie utilisée sera celle de la section brute pour les sections de classes 1,2 ou 3. Pour les sections de classe 4, on utilisera l'inertie de la section réduite à l'ELS.

Si la flèche est trop importante, il faut augmenter la hauteur de l'âme et/ou l'épaisseur des semelles.

### 2.3.8 Vérification de la résistance à la flexion

Dans le cas où la flèche est admissible, on peut passer à la vérification de la résistance à la flexion. Cette résistance peut-être très différente si le déversement est empêché ou non. Cette instabilité vient du fait qu'en flexion, l'une des semelles est comprimée. Elle pourrait, dès lors, flamber latéralement et induire une torsion de la section. Dans ce cas, la résistance à la flexion de la section ( $M_{Rk}$ ) n'est généralement pas identique à celle de l'élément ( $M_{b,Rd}$ ). En effet, le risque de déversement vient limiter l'effort maximal admissible.

Si le déversement est empêché, la résistance de l'élément  $M_{b,Rd}$  est identique à celle de la section ( $M_{Rk}$ ). Cette dernière est alors calculée de manière triviale :

Dans le cas d'une analyse élastique, elle ne dépend que de l'inertie de flexion (inertie efficace si la section est de classe 4), de la contrainte maximale admissible dans les semelles et de la distance maximale entre l'axe neutre et l'extrémité de la poutre. Notons que la limite élastique des semelles et de l'âme peuvent être différentes. Il faut, dès lors, regarder laquelle des deux est la plus limitante. Ceci est montré dans la méthodologie détaillée en annexe et sur la figure 8.

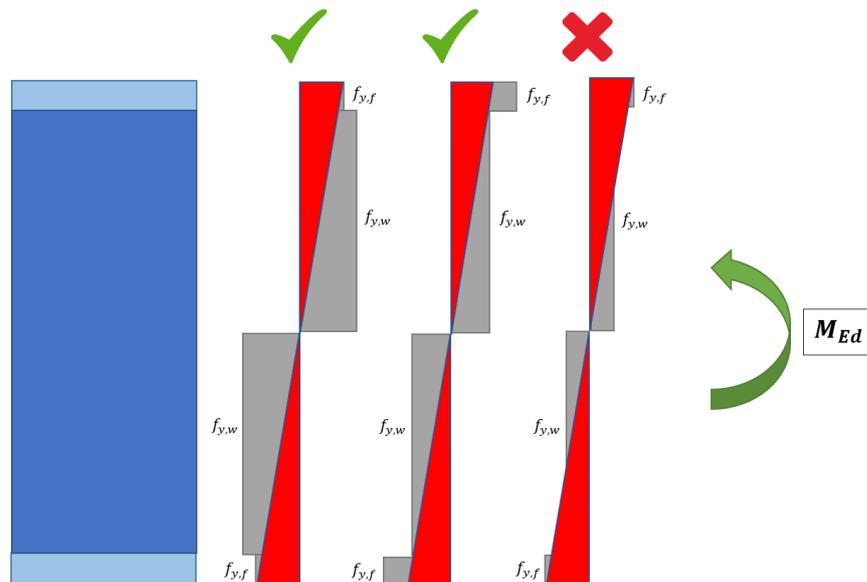


FIGURE 8 – Distribution élastique des contraintes en fonction des limites élastiques de l'âme et des semelles.

Si l'analyse est plastique, alors chaque plaque peut être sollicitée à son maximum. La résistance à l'effort de flexion  $M_{Rk}$  est, dès lors, donnée par l'aire des trois plaques multipliée par leur limite élastique et le bras de levier entre ces dernières (la section de l'âme est divisée en deux avec une moitié comprimée et l'autre tendue). La distribution plastique des contraintes sous flexion est représentée à la figure 4.

Dans une situation où le déversement n'est pas empêché, il faut réduire le moment résistant  $M_{Rk}$  par un coefficient  $\chi_{LT}$ . Ce dernier dépend du moment critique  $M_{cr}$  calculé sur base de la section brute du profilé. Il s'agit du moment maximal admissible avant déversement. Sa valeur est définie de manière théorique et selon les lois de l'élasticité. Dans la pratique, cet effort de flexion maximal avant déversement pourrait être moindre. En effet, les éléments métalliques ne sont jamais parfaitement rectilignes et contiennent des contraintes résiduelles (provenant de la fabrication des plaques). Ils risquent donc de déverser pour un effort inférieur à  $M_{cr}$ . L'Eurocode définit donc le coefficient  $\chi_{LT}$  en fonction de  $M_{cr}$  et des propriétés initiales de la poutre.

Une fois la résistance à la flexion de l'élément calculée, on définit un rapport  $\eta_1$  entre le moment maximal à l'ELU et cette résistance. Si ce rapport est supérieur à 1, l'élément ne peut résister à l'effort de flexion maximal. Dans ce cas, il faut accroître la hauteur de l'âme  $h_w$  et/ou l'aire des semelles  $A_f$ .

### 2.3.9 Critère de non-flambement des semelles dans l'âme

Le prochain critère à vérifier est le non-flambement des semelles dans l'âme. En flexion, l'une des semelles est comprimée. Cette dernière est susceptible de flamber dans deux directions. Soit latéralement, ce qui correspond au déversement de l'élément. Soit dans le plan de l'âme. Généralement, l'âme est suffisamment rigide pour empêcher ce deuxième type de flambement. Cependant, lorsque l'âme est très élancée, sa résistance au flambement de la semelle dans son plan peut devenir insuffisante. On parle, dès lors, d'un risque de flambement de la semelle dans l'âme (voir figure 9).

L'Eurocode prescrit un critère limitant l'élancement de l'âme à une borne supérieure garantissant que ce risque d'instabilité ne puisse apparaître. Cette borne dépend du rapport entre l'aire de l'âme  $A_w$  avec celle des semelles  $A_f$  et de la limite d'élasticité des semelles  $f_{y,f}$ . Si l'élancement est trop important, il faudra généralement augmenter l'épaisseur de l'âme.

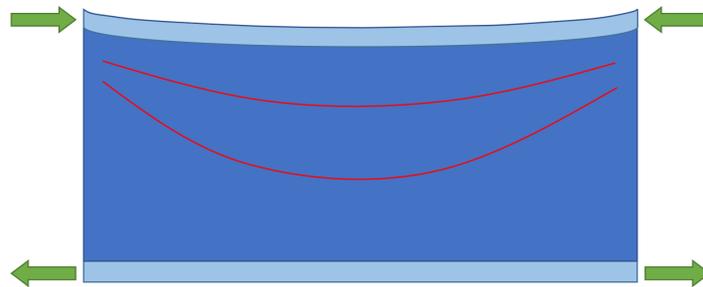


FIGURE 9 – Flambement de la semelle comprimée dans le plan de l'âme.

### 2.3.10 Résistance sous effort concentré

Avant de passer à la vérification sous effort tranchant, nous allons nous arrêter sur l'effort de réaction. Normalement sous effort concentré, il faut vérifier que l'âme ne voile pas localement. Dans ce travail, l'une des hypothèses était qu'un raidisseur double (un plat de part et d'autre de l'âme) serait placé par défaut au niveau de chaque appui. Ce raidisseur sera dimensionné ultérieurement pour résister à l'effort de réaction. L'âme ne doit donc pas supporter cet effort concentré. On ne devra, par conséquent, envisager de risque de voilement de l'âme sous effort transversal concentré.

### 2.3.11 Résistance à l'effort tranchant

Passons maintenant à la vérification de la résistance à l'effort tranchant. Cette étape est particulière. En effet, contrairement aux autres où l'on vérifiait simplement si les propriétés de la section satisfaisaient les critères. Ici, nous allons déterminer le nombre de raidisseurs à placer pour obtenir une résistance suffisante.

Pour rappel, la méthodologie que nous présentons ici, est basée sur la vérification d'une section donnée. A moins qu'un des critères n'ait nécessité une augmentation ou une diminution de l'une ou plusieurs dimensions, la section de départ est restée figée. L'épaisseur de l'âme  $t_w$  est, par conséquent, donnée et nous allons voir si elle nécessite le placement de raidisseurs ou si, au contraire, elle est suffisante pour résister à l'effort tranchant.

Si nous voulons tester différentes épaisseurs d'âme, il faut répéter cette étape et regarder le nombre de raidisseurs à placer en fonction de  $t_w$ . Dans la partie optimisation de ce travail, c'est principalement ce critère qui variera. On regardera, en fonction de l'épaisseur  $t_w$ , le nombre de raidisseurs à placer ainsi que leurs dimensions. La solution optimale sera, dès lors, celle qui minimise le poids et/ou le coût de l'élément (en incluant les éventuels raidisseurs supplémentaires).

La première étape est de vérifier si le profilé résiste sans raidisseur. Pour rappel, dans ce travail, on considère qu'un raidisseur double est placé à chaque appui afin de reprendre l'effort de réaction. L'Eurocode précise que ce raidisseur n'intervient pas dans la résistance à l'effort tranchant. On parle alors de montants d'extrémité non-rigides. Il faut donc considérer une poutre dépourvue de raidisseur dans le calcul de la résistance à l'effort tranchant.

Regardons tout d'abord si l'éclatement de l'âme est important et qu'un risque de voilement par cisaillement est à considérer. Si ce n'est pas le cas, alors, sa résistance est indépendante de l'utilisation de raidisseur. En effet, si il n'y pas de risque de voilement, on peut utiliser la pleine résistance de la section pour s'opposer à l'effort tranchant. Si, malgré cela, la résistance n'est pas suffisante, alors il faut augmenter l'épaisseur de l'âme. Dans ce cas de figure, l'ajout de raidisseur ne permettra jamais d'augmenter la résistance au cisaillement.

Dans le cas où l'âme risque de voiler, on définira des panneaux de cisaillement. Ces derniers sont généralement délimités par des raidisseurs transversaux. Plus ces panneaux seront courts, plus la résistance à l'effort tranchant sera grande. Cependant, elle ne pourra jamais dépasser la résistance donnée par une section pleinement efficace (comme dans le cas où l'âme ne risque pas de voiler). Dans le cas d'une poutre dépourvue de raidisseur, on peut tout de même considérer deux panneaux de longueur  $a = L/2$ . Ceci est permis car nous sommes dans le cas d'une poutre bi-appuyée où l'effort tranchant s'annule en son centre (voir figure 5). Le fait d'annuler le cisaillement du panneau au milieu de la poutre a un effet comparable à celui de placer un raidisseur en ce point.

Deux panneaux de cisaillement sont alors étudiés. Chacun représente la demi-poutre où l'effort tranchant évolue linéairement de sa valeur maximale à une valeur nulle au centre de la poutre (voir figure 5).

Un élément en cisaillement pur développe des contraintes principales inclinées à  $45^\circ$  (voir figure 10). A l'échelle d'un panneau, cela revient à avoir deux efforts diagonaux : l'un de compression et l'autre de traction. En réalité c'est cet effort de compression qui fait voiler l'âme cisailée (voir figure 11). Lorsqu'un tel phénomène se produit, l'Eurocode préconise de calculer une contribution dite de l'âme et une contribution dite des semelles. La contribution de l'âme correspond simplement à la résistance du panneau avant d'avoir un possible voilement.

Une fois voilé, le panneau possède une diagonale en traction et, par conséquent, un comportement en treillis se développe (voir figure 12). L'âme fait office de tirant en traction. Les extrémités du panneau sont elles comprimées et font office de bielles de compression. Sur la figure 12, ces bords sont représentés par des raidisseurs. On verra plus tard que les raidisseurs intermédiaires servent en réalité à délimiter les panneaux de cisaillement et à reprendre ces efforts de compression aux extrémités. Ce phénomène permet d'accroître l'effort avant la ruine. On parle alors de la contribution des semelles car la bande diagonale vient s'ancrer sur ces dernières. La résistance totale sera, dès lors, la somme des contributions de l'âme et des semelles.

Réduire la taille du panneau permet d'augmenter la contribution de l'âme et des semelles. Ceci peut être fait en ajoutant des raidisseurs intermédiaires (entre  $x = 0$  et  $x = L/2$ ). Ici, nous vérifions d'abord le cas sans raidisseur. Les panneaux de cisaillement sont donc les deux demi-poutres.

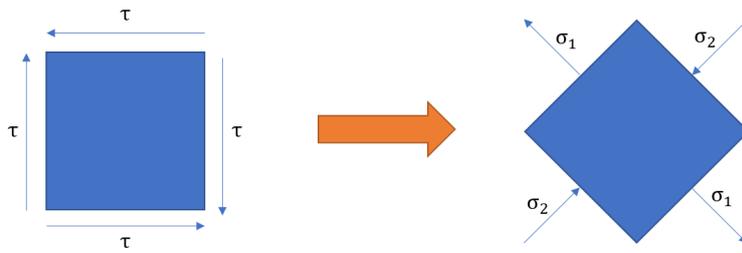


FIGURE 10 – Contrainte de cisaillement.

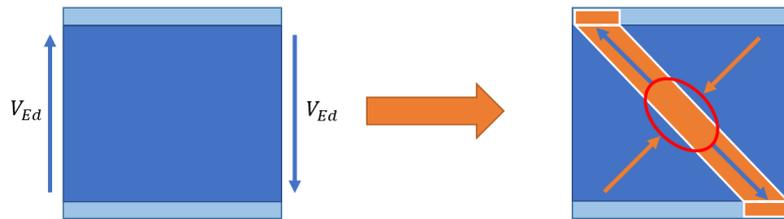


FIGURE 11 – Effort de cisaillement appliqué à un panneau.

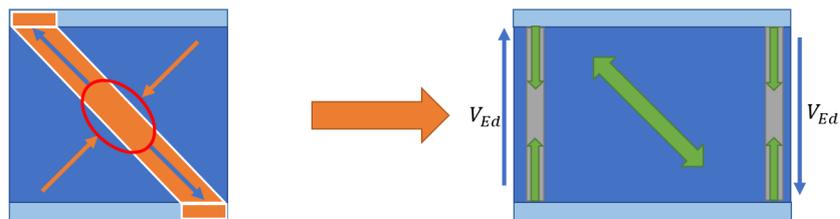


FIGURE 12 – Développement d'un comportement en treillis.

Ce n'est que dans une situation où la somme des contributions de l'âme et des semelles n'est pas suffisante (sans raidisseur intermédiaire ni montant d'extrémité rigide), qu'il faut commencer à placer des raidisseurs. Le premier type de raidisseurs que l'on va placer est ce qu'on appelle des montants d'extrémité rigide. Il s'agit d'un second raidisseur double disposé à l'appui à une distance  $e$  du premier (voir figure 13). La poutre est dès lors rallongée d'une longueur de  $2 \times e$ . Ce dispositif permet de renforcer l'âme et de réduire le risque de voilement. La résistance à l'effort tranchant augmente donc, tout en conservant des panneaux de longueur  $a = L/2$ .

Contrairement au raidisseur double placé à l'appui pour reprendre l'effort de réaction, les montants d'extrémité rigide peuvent être pris en compte dans l'évaluation du risque de voilement par cisaillement et dans la contribution de l'âme. On obtient, dès lors une résistance plus importante.

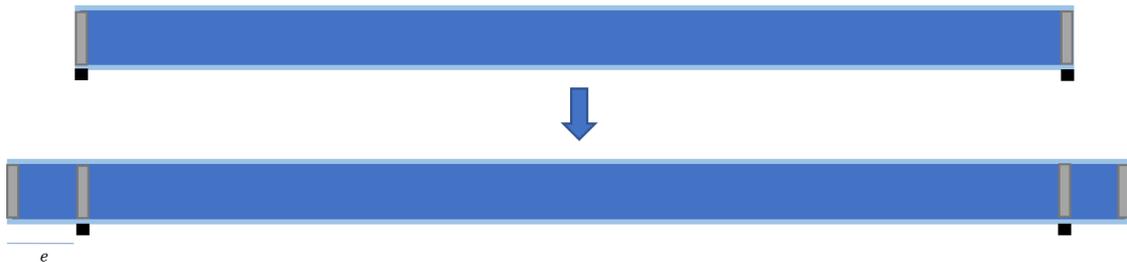


FIGURE 13 – Passage d'un PRS avec montants d'extrémité non-rigide à un PRS avec montants d'extrémité rigide.

Dans le cas où cette résistance n'est toujours pas suffisante, il faut réduire la taille des panneaux. Pour ce faire, on doit ajouter des raidisseurs intermédiaires. Dans le cadre de ce travail, on fera deux hypothèses : seul des raidisseurs doubles seront utilisés (plats de part et d'autre de l'âme) ; les raidisseurs intermédiaires seront toujours placés en complément de montants d'extrémité rigide. La première hypothèse permet de ne pas avoir à considérer une excentricité provoquée par des plats uniquement placés d'un seul côté de l'âme. La seconde hypothèse est sécuritaire et permet de renforcer le panneau d'extrémité qui est, par ailleurs, le plus sollicité.

Les raidisseurs intermédiaires ne peuvent être considérés comme des limites à nos panneaux que s'ils sont suffisamment rigides. En effet, ces plats latéraux doivent empêcher le voilement de l'âme et permettre à chaque panneau d'agir indépendamment des autres. Plus les raidisseurs seront proches les uns des autres, plus la longueur des panneaux ( $a$ ) sera courte, plus leur résistance à l'effort tranchant sera grande.

Les raidisseurs seront dimensionnés ultérieurement. Pour l'instant, ce qui nous intéresse, c'est de savoir où les placer le long de la poutre. Dans le cadre d'une recherche de design optimal, déterminer l'emplacement du premier raidisseur revient à trouver le plus long panneau admissible sous  $V_{Ed,ELU}$ . Nous savons qu'une longueur  $a = L/2$  est trop importante (sinon les montants d'extrémité rigide seuls auraient suffi). On va donc devoir réduire  $a$  jusqu'à trouver une longueur qui offre une résistance suffisante au panneau. Une fois la plus grande valeur de  $a$  admissible trouvée ( $a_1$ ), on connaît l'emplacement de notre premier raidisseur. Il faut, dès lors, vérifier que le panneau entre ce dernier et le centre de la poutre possède une résistance suffisante ( $L/2 - a_1$ ). Si ce n'est pas le cas, un second raidisseur doit être placé. On recommence ainsi l'opération en partant de  $a = L/2 - a_1$  et en considérant l'effort tranchant maximal sur ce second panneau. Une fois le second raidisseur placé, il faut à nouveau vérifier le panneau entre ce raidisseur et le centre. On placera un troisième raidisseur si sa résistance est insuffisante et ainsi de suite. Cette démarche est représentée à la figure 14.

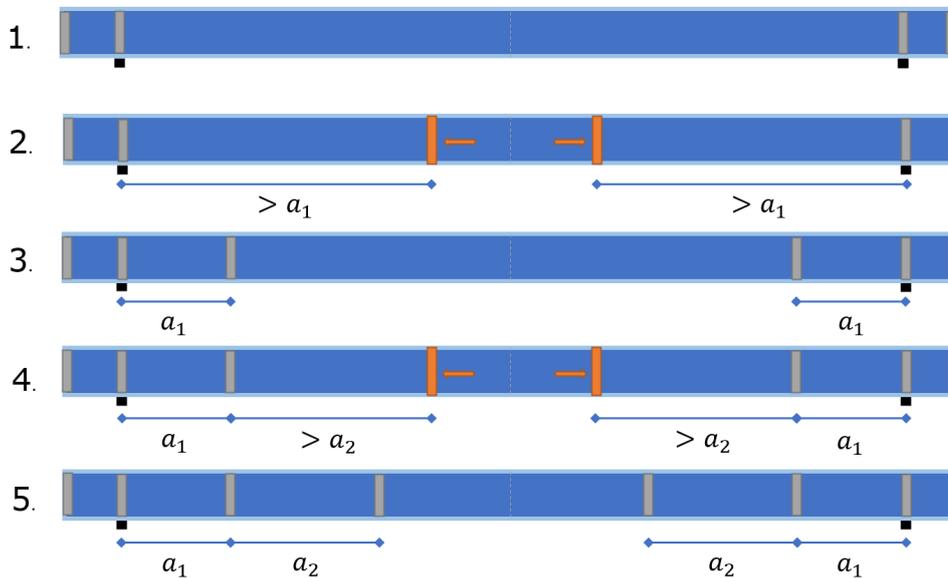


FIGURE 14 – Étapes pour placer de manière optimale les raidisseurs intermédiaires - méthode n°1.

Cette méthode est assez lourde car il faut vérifier la résistance pour une multitude de longueurs de panneau ( $a$ ) avant de trouver la première qui n'est pas trop grande. Afin de remédier à cela, au lieu de commencer les itérations avec  $a = L/2$ , on partira d'une longueur plus faible. En effet, cette longueur  $a$  agit sur la contribution des semelles et de l'âme. La contribution de l'âme ( $V_{bw,Rd}$ ) augmente avec la racine de  $k_\tau$ . Ce paramètre dépend du rapport entre la hauteur de l'âme  $h_w$  et la longueur du panneau  $a$ . On peut, par conséquent, calculer l'évolution de  $\sqrt{k_\tau}$  en fonction de  $a$  et de  $h_w$ . Ceci est représenté à la figure 15. On remarque que les trois courbes sont confondues (les courbes sont indépendantes de  $h_w$ ) et qu'à partir de  $a = 4 \times h_w$ , la valeur de  $\sqrt{k_\tau}$  est quasiment

constante. La contribution de l'âme pour un panneau d'une longueur plus importante serait, dès lors, quasiment identique.

La contribution des semelles est, quant à elle, inversement proportionnelle à la longueur du panneau  $a$ . La figure 16 représente l'évolution de  $1/a$  en fonction de  $a$  et de la hauteur de l'âme. On remarque également qu'à partir de  $a = 4 \times h_w$ , la contribution des semelles sera quasiment constante.

Pour toutes ces raisons, on commencera à faire varier la longueur du panneau à partir de  $a = 4 \cdot h_w$ .

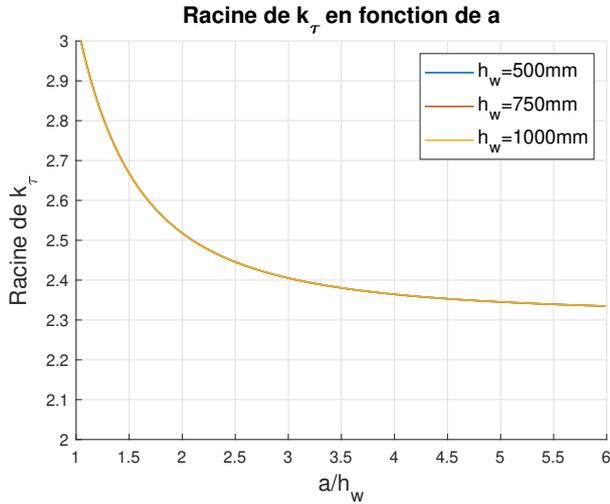


FIGURE 15 –  $\sqrt{k_\tau}$  en fonction de  $a/h_w$

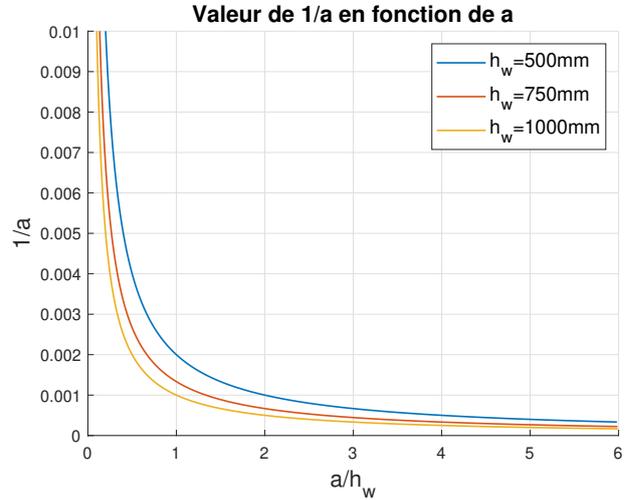


FIGURE 16 –  $1/a$  en fonction de  $a/h_w$

La zone entre le premier raidisseur placé et le centre de la poutre est bien souvent plus courte que  $8 \cdot h_w (= 2 \times 4 \cdot h_w)$ . Si un deuxième raidisseur doit être placé dans cette zone, il est préférable de ne pas partir de  $a = 4 \cdot h_w$  mais de diviser cette zone en deux. On partira, dès lors, d'une longueur  $a = \frac{L/2 - a_1}{2} (< 4 \cdot h_w)$ . Cette dernière permet de séparer la zone entre le premier raidisseur et le centre de la poutre en deux. Il arrive bien souvent que cette longueur soit suffisante pour obtenir la résistance voulue. Il ne sert dès lors à rien de vérifier la zone entre ce deuxième raidisseur et le centre. En effet, ce troisième panneau possède les mêmes dimensions que le deuxième mais, sa sollicitation maximale est inférieure. Cette seconde méthode pour optimiser le placement des raidisseurs est représentée à la figure 17.

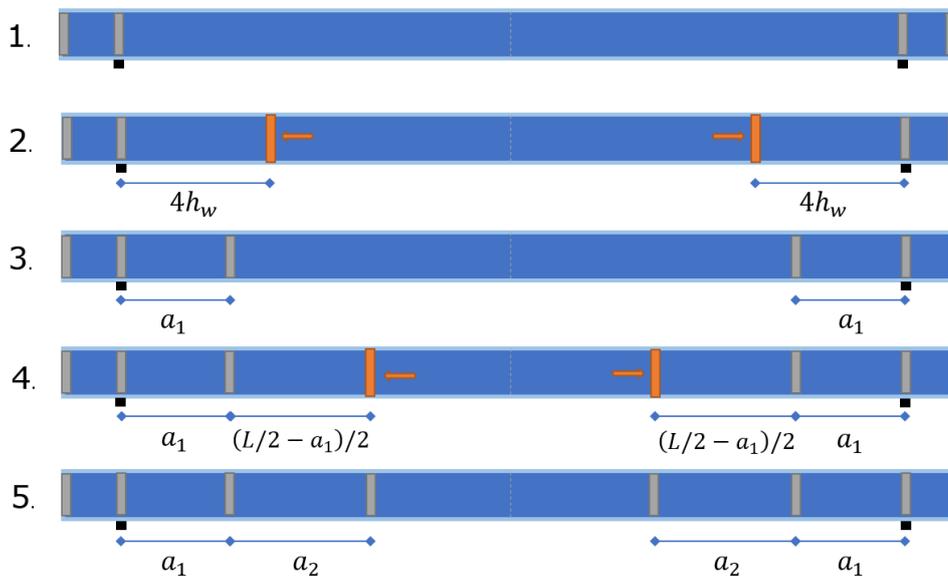


FIGURE 17 – Étapes pour placer de manière optimale les raidisseurs intermédiaires - méthode n°2.

On sait maintenant de quel type sont nos raidisseurs et où les placer. Il faut, dès lors, passer à leur dimensionnement.

### 2.3.12 Dimensionnement des raidisseurs : Généralités

Dans cette section, nous allons dimensionner les raidisseurs à placer. Il est évident que cette procédure dépend des résultats obtenus à la section précédente. Si l'on est en présence d'un raidisseur double à l'appui (montant d'extrémité non-rigide), il faut le dimensionner en tant que tel. Il n'est donc pas nécessaire de vérifier les critères propres aux raidisseurs intermédiaires ni aux montants d'extrémité rigide. Bien que certaines soient quasi similaires, chaque type de raidisseur possède sa propre méthode de dimensionnement.

Comme pour les plats constituant les semelles et l'âme, les dimensions d'un plat de raidisseur doivent être réalisables en usine. On réutilisera les mêmes ensembles de valeurs admissibles que pour les autres plaques. Rappelons que ces valeurs provenaient de l'article "Weight and cost optimization of welded high strength steel beams" [12] écrit par Kristo Mela et Markku Heinisuo en 2014 pour la Tampere University of Technology. Comme pour les semelles et l'âme, en fonction de l'épaisseur du plat et de sa nuance d'acier, on pourra déterminer sa limite élastique ( $f_{y,s}$ ) et sa limite ultime ( $f_{u,s}$ ).

L'une de nos hypothèses de départ était d'avoir une section de plat unique pour tous les raidisseurs. Si l'on est en présence de montant d'extrémité et de raidisseurs intermédiaires, les dimensions de plat minimales qui satisfont les critères des deux types de raidisseurs seront appliquées à tous. Idem pour les montants d'extrémité rigide seuls. Ces derniers sont constitués de quatre plats (deux raidisseurs doubles) qui seront, par conséquent, tous de mêmes dimensions.

Les dimensions d'un plat sont données à la figure 18. La hauteur des plats est identique à celle de l'âme. Leur largeur  $b_s$  peut être inférieure à la longueur de la zone en console des semelles mais, on n'admettra pas un raidisseur dont la largeur dépasse cette zone en console ( $b_s \leq \frac{b_f - t_w}{2}$ ).

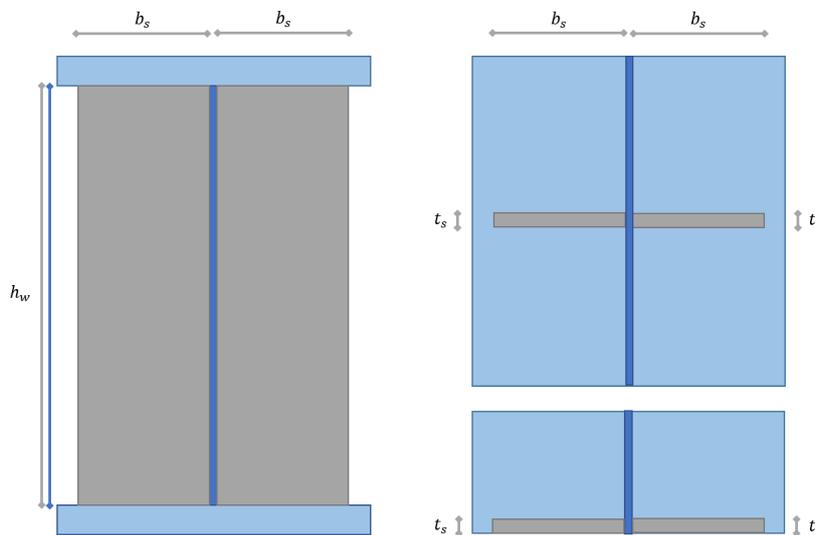


FIGURE 18 – Dimensions d'un plat de raidisseur.

### 2.3.13 Dimensionnement des raidisseurs : Montants d'extrémité rigide et non-rigide

Les montants d'extrémité rigide et non-rigide sont dimensionnés de manière quasiment identique. La seule différence réside dans leur géométrie. Les montants d'extrémité non-rigide sont constitués de deux plats identiques placés de part et d'autre de l'âme au niveau des appuis (voir figure 19). Les montants d'extrémité rigide sont, quant à eux, constitués de deux doubles raidisseurs espacés d'une distance  $e$  et  $ce$ , à chaque appui (voir figure 20).



FIGURE 19 – Montant d’extrémité non-rigide.

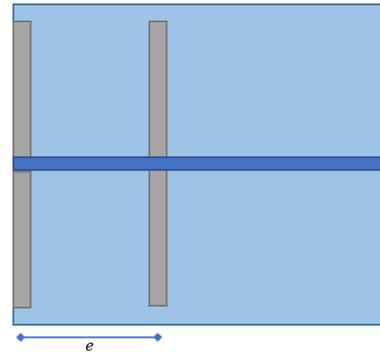


FIGURE 20 – Montant d’extrémité rigide.

Ces deux types de raidisseurs possèdent donc chacun une aire de section efficace  $A_s$  différente. Pour les montants d’extrémité non-rigide, cette aire est celle des raidisseurs associée à une contribution de l’âme (voir figure 21). Pour les montants d’extrémité rigide, il en est de même mais on considère l’ensemble formé par les deux raidisseurs doubles et l’âme qui les relie (voir figure 22).

Notons que la distance  $e$  entre les deux doubles plats du montant d’extrémité rigide doit valoir une valeur minimale. Cette limite est définie comme un pourcentage de  $h_w$ , ainsi qu’un rapport entre les dimensions de l’âme et la section des plats. On vérifiera également que la section d’âme qui relie les deux doubles plats n’est pas de classe 4. Ceci pourrait remettre en cause les critères prescrits par l’Eurocode. Cette section de l’âme est représentée en orange sur la figure 23. Ses dimensions sont :  $(e - t_s) \times t_w$ .

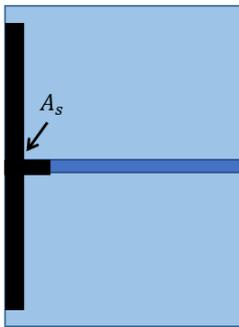


FIGURE 21 – Montant d’extrémité non-rigide :  $A_s$ .

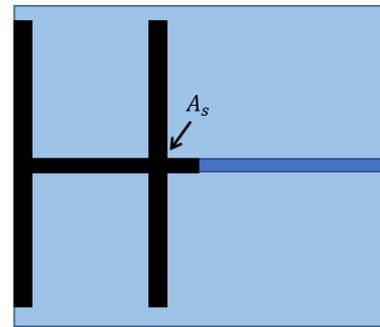


FIGURE 22 – Montant d’extrémité rigide :  $A_s$ .

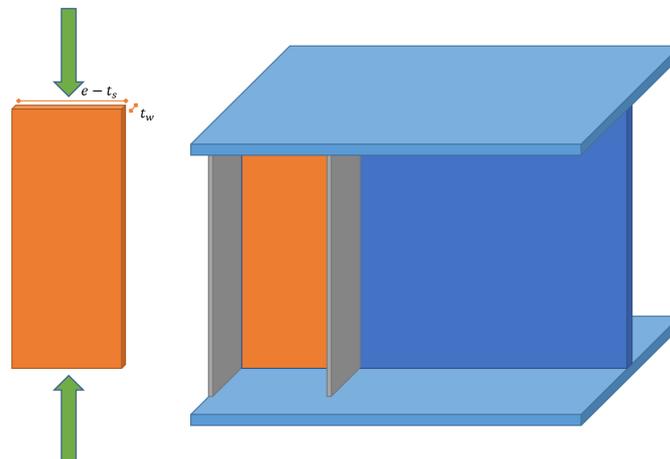


FIGURE 23 – Portion d’âme comprimée verticalement.

Les plats (qui seront tous identiques) seront dimensionnés pour être au maximum de classe 3. Comme pour les semelles du profilé, ce critère permet d'utiliser une section pleinement efficace. Les raidisseurs agissent principalement en compression, si l'on doit réduire leur largeur dans nos calculs de dimensionnement, cela revient à "payer" pour de l'acier inutilisé. De plus, le prochain critère est généralement plus limitant vis-à-vis de l'élançement de la section des plats ( $b_s/t_s$ ).

Ce critère est celui de non-flambement par torsion des plats. On y définit un rapport entre l'inertie de torsion et l'inertie polaire d'un plat depuis son bord fixé à l'âme. Ce rapport d'inerties doit être supérieur à une valeur minimale qui dépend de la limite d'élasticité du plat et du module d'élasticité de l'acier ( $E$ ). Si le rapport est insuffisant, il faut réduire l'élançement de la section ( $b_s/t_s$ ).

L'Eurocode recommande de considérer les raidisseurs comme des éléments comprimés de section  $A_s$  avec un défaut de rectitude de l'ordre de  $w_0 = h_w/200$ . Ces derniers sont soumis à une compression égale à la réaction d'appui. Il faut, dès lors, vérifier que l'effort normal n'amplifie pas de manière trop importante le défaut de rectitude. On regardera également si la contrainte maximale dans le plat ne dépasse pas sa limite élastique. Ces deux vérifications seront réalisées en prenant en compte les effets du second ordre.

Les raidisseurs aux extrémités sont donc soumis à un effort de compression qui induit un moment de flexion à cause du défaut de rectitude (voir figure 24). Les soudures entre les plats du raidisseur et la section du profilé doivent être dimensionnées pour faire transiter l'effort induit par ce moment de flexion. La méthodologie utilisée sera identique à celle pour les soudures entre l'âme et les semelles. Cependant, au lieu de répartir l'effort dans les semelles sur  $L/4$ , on répartira l'effort dans les plats sur  $h_w/4$ . La seule différence est que les plats de raidisseurs sont dimensionnés pour reprendre la flexion et l'effort de compression. Cette compression ne doit pas transiter par les soudures. Il faudra, par conséquent, considérer uniquement l'effort dans les plats utilisés pour la reprise du moment. Ceci est montré à la figure 25. Notons que les raidisseurs possèdent toujours un cordon de soudure de part et d'autre de chaque plat. L'effort qui doit y transiter correspond, par conséquent, à la moitié de l'effort qui passe entre le plat et l'âme.

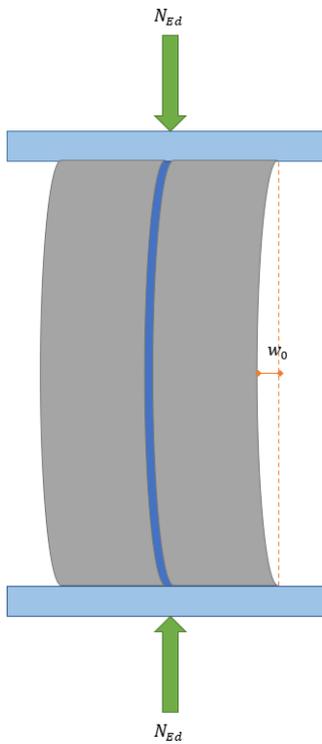


FIGURE 24 – Effort de compression sur le raidisseur.

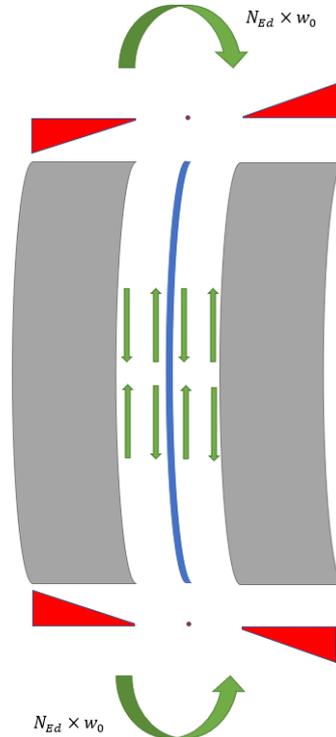


FIGURE 25 – Moment dans le raidisseur.

### 2.3.14 Dimensionnement des raidisseurs : Raidisseurs intermédiaires

Passons maintenant au design des raidisseurs intermédiaires. Ces derniers n'existent qu'en combinaison avec des montants d'extrémité rigide. Nous devons, par conséquent, vérifier que les plats utilisés pour former ces montants soient également acceptables pour les raidisseurs intermédiaires. Si ce n'est pas le cas, on utilisera les nouveaux plats (vérifiant les critères de dimensionnement des raidisseurs intermédiaires) pour former les montants d'extrémité rigide. Les plats sont donc au plus de classe 3 et respectent le critère de non-flambement.

Pour les raidisseurs intermédiaires, on considérera également une aire efficace  $A_s$  prenant en compte une contribution de l'âme. Ceci est représenté aux figures 26 et 27.

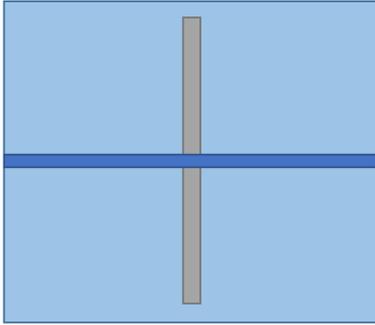


FIGURE 26 – Raidisseur intermédiaire.

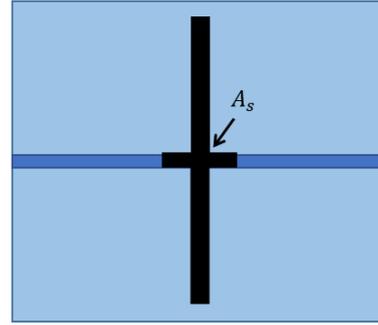


FIGURE 27 – Raidisseur intermédiaire :  $A_s$ .

Contrairement aux montants d'extrémité, les raidisseurs intermédiaires ne sont pas soumis à une compression égale à l'effort de réaction. En effet, leur rôle est de délimiter les panneaux de cisaillement et de reprendre la compression provenant du comportement en treillis.

Afin de pouvoir considérer les raidisseurs intermédiaires comme des extrémités rigides et efficaces des panneaux, il faut qu'ils possèdent une inertie minimale. En effet, lorsque que l'âme est fléchie, sa partie supérieure est comprimée. Cette compression multipliée par le défaut de rectitude de l'âme  $w_0$ , induit un moment de flexion. Ce dernier crée une flèche latérale (voir figure 28). Les raidisseurs intermédiaires doivent donc limiter au maximum ce déplacement afin de pouvoir considérer les panneaux comme indépendants les uns des autres. L'inertie des raidisseurs (calculée à partir de  $A_s$ ) doit, par conséquent, être supérieure à une borne minimale dépendant de la section de l'âme et de la longueur des panneaux limitrophes.

Comme pour les montants d'extrémité, les raidisseurs intermédiaires doivent résister à la compression maximale et au moment de flexion induit par le défaut de rectitude. Ils doivent également limiter l'amplification de ce défaut (voir figure 24). L'effort de compression ne sera plus celui de la réaction d'appui. On considère la somme de deux efforts distincts :

- Le premier vient du comportement en treillis du panneau (voir 12). Les raidisseurs font office d'extrémités comprimées. Cette compression dépend de l'effort tranchant maximal dans les panneaux limitrophes au raidisseur et des propriétés de l'âme.
- Le second vient de la poussée au vide de l'âme sur les raidisseurs. Comme introduit plus tôt, l'âme en flexion peut induire une flèche hors plan (voir figure 28). Dans ce cas, les raidisseurs intermédiaires fléchissent et s'opposent à cet effort dit "de poussée au vide". L'Eurocode recommande de ne pas considérer cet effort comme un moment de flexion mais une amplification de l'effort normal dans le raidisseur. Cette substitution permet de simplifier les calculs en ne considérant qu'un élément comprimé non-fléchi.

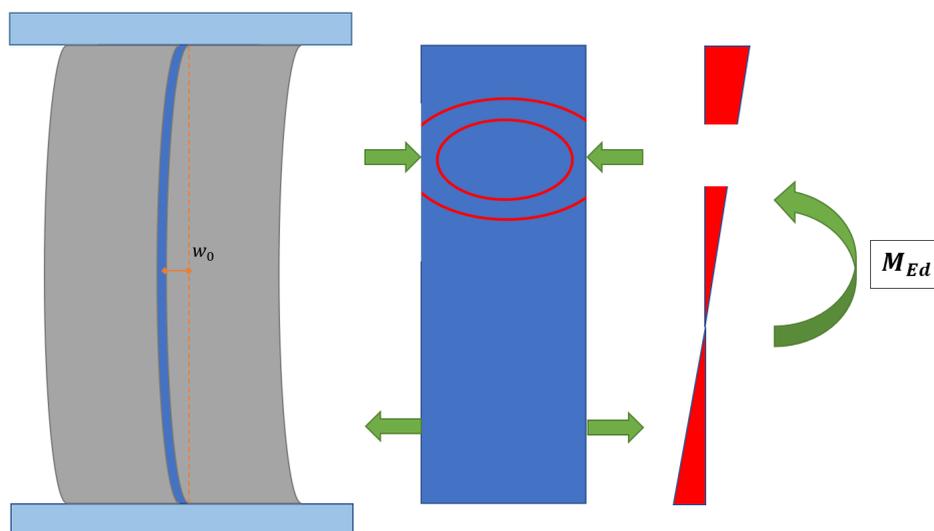


FIGURE 28 – Déplacement horizontal de l'âme sous flexion.

Si la flèche latérale de l'âme ne peut être limitée ou bien, si la contrainte dans les plats dépasse la limite élastique, il faut accroître les dimensions des plats. Dans le cas contraire, on peut passer au dimensionnement des soudures. Comme pour les montants d'extrémité, le cordon de soudure est déterminé par rapport à un effort dans les plats provenant uniquement de la flexion des raidisseurs (et non de l'effort normal). Si ce rayon de gorge minimal est supérieur à celui déterminé pour les montants d'extrémité, alors on appliquera cette nouvelle dimension à toutes les soudures des raidisseurs.

### 2.3.15 Élément final

Si tous les critères ont été vérifiés, nous obtenons un profilé reconstitué soudé admissible. Ce dernier est caractérisé par :

- Les dimensions de la section :  $h_w$ ,  $t_w$ ,  $b_f$  et  $t_f$
- Le (les) type(s) de raidisseurs utilisés
- Les emplacements des raidisseurs
- Les dimensions  $b_s$  et  $t_s$  du plat utilisé pour former les raidisseurs
- Le rayon de gorge et le nombre de cordons de soudure entre l'âme et les semelles
- Le rayon de gorge des soudures autour des plats des raidisseurs

Rappelons que toutes les vérifications sont réalisées à partir de la version révisée de l'Eurocode (PrEN 1993-1).

Cette méthodologie a été implémentée dans un code. Ceci permettra de déterminer un ensemble de designs acceptables par rapport à un cas de charge et une portée donnés. A partir de cet ensemble, on pourra calculer le poids et le coût de chaque élément. On en retirera ainsi un profilé optimal pour minimiser ces deux paramètres.

En annexe de ce travail, vous trouverez :

- La méthodologie de dimensionnement détaillée (formules et références)
- Une comparaison entre les critères de la nouvelle version de l'Eurocode (PrEN 1993-1) et de la version actuelle (EN 1993-1)
- Une description de la routine de calcul implémentée

## 2.4 Détermination du profilé minimisant le poids

La méthodologie que nous venons de présenter a été implémentée dans un code. Ce dernier va nous permettre de déterminer les profilés optimaux en fonction de différents critères. L'un de ces critères sera le poids. Pour ce faire, il nous faut définir la manière dont ce poids sera calculé.

Le poids total est assez simple à évaluer. Il suffit d'additionner le poids de la poutre avec celui des raidisseurs. Le poids de la poutre seule est donné par sa section multipliée par la longueur de l'élément et le poids volumique de l'acier. Il faut ensuite y ajouter le poids des raidisseurs. Ce dernier est donné par la section des plats ( $b_s - t_s$ ) multipliée par la hauteur des plats ( $h_w$ ), le nombre de plats le long du profilé et le poids volumique de l'acier.

En présence de montants d'extrémité rigide, il faudra considérer une poutre de longueur  $L + 2.e$ . Pour rappel, les montants d'extrémité rigide sont constitués de deux doubles raidisseurs espacés d'une distance entre-axe  $e$ . Afin de conserver la longueur de portée  $L$ , l'appui d'extrémité est placé sous le double raidisseur intérieur à la poutre. La poutre est donc rallongée d'une longueur  $e$  à chaque extrémité. Ceci est représenté à la figure 29.

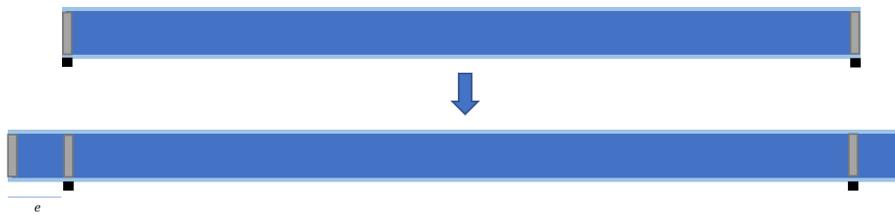


FIGURE 29 – Passage d'un PRS avec montants d'extrémité non-rigide à un PRS avec montants d'extrémité rigide.

Notons que les soudures ont un poids négligeable comparé à celui du reste de l'élément. Elles ne seront donc pas considérées dans le calcul du poids total.

## 2.5 Détermination du profilé minimisant le coût

### 2.5.1 Description générale de la méthode

Dans cette section nous allons nous attarder sur l'estimation du coût de fabrication d'un PRS. Cette estimation sera basée sur un ensemble d'hypothèses et de données. Il s'agit d'une base pour déterminer le profilé dont la fabrication est la plus économique. Évidemment, cette étude est soumise à de nombreuses incertitudes. Les coûts des matières premières et de la main d'oeuvre étant fluctuants, il est important de préciser les méthodes de calculs utilisées et les hypothèses réalisées. La bonne compréhension de cette section sera utile dans un futur plus ou moins proche où ces résultats devront être revus et adaptés en tenant compte des coûts actuels.

Pour rappel, un PRS est constitué de différentes plaques assemblées entre elles pour former un profilé double T. Il faut donc additionner le coût des plaques formant les semelles avec celui de la plaque utilisée pour l'âme du profilé. On devra également évaluer le prix des soudures entre ces trois éléments.

Pour ce qui est des raidisseurs, leur coût sera déterminé de manière identique à celui des autres plaques et additionné au reste. Comme pour les autres plaques, il faudra déterminer un prix pour les soudures reliant ces plats au profilé double T.

On notera qu'en présence d'un montant d'extrémité rigide, il faut rallonger la longueur du profilé afin de conserver la longueur entre appuis constante. La longueur des plaques constituant l'âme et les semelles sera dès lors augmentée de  $2.e$ .

En 2016, la société de Dillinger, spécialisée dans les produits en acier, a publié un document présentant les prix de ses plaques en acier [3]. C'est ce document qui sera utilisé comme base de prix pour déterminer le coût des PRS.

De manière générale, le coût d'une plaque est subdivisé comme suit :

$$\text{Coût total [€]} = \text{Prix de base [€/ton]} + \text{Nuance d'acier [€/ton]} + \text{Alliage [€/ton]} + \text{Largeur [€/ton]} \\ + \text{Longueur [€/ton]} + \text{Certification 3.1 [€/ton]} + \text{Grenaillage [€/ton]} + \text{Soudure [€/m.passes]}$$

Dans la littérature, on voit généralement qu'un surcoût est à considérer si les quantités d'acier commandées sont faibles. Dans le cadre de ce travail, on fera l'hypothèse que la quantité d'acier commandée est suffisante pour ne pas considérer ce surcoût. De plus, on ne tiendra pas compte du coût de transport. En effet, il s'agit d'une dépense certainement non-négligeable mais qui dépend de nombreux facteurs (distance entre le chantier et l'usine, quantité d'éléments à transporter, gestion des livraisons ...). En plus de ces facteurs difficiles à déterminer, il n'existe pas de relation directe entre les dimensions de section de nos PRS et le coût du transport. Dans une étude d'optimisation du coût de production en fonction du profilé, cet aspect n'aura que peu d'impact. C'est pourquoi, on ne tiendra pas compte du transport dans le calcul du coût.

### 2.5.2 Prix de base

Dans la littérature, le prix de base est défini par celui de l'acier de nuance S185. Le document fourni par Dillinger [3] prescrit une valeur de 950€/ton. La compagnie Salzgitter, qui a également publié un détail de prix en 2011 [10], recommande elle une valeur de 800€/ton. Cette valeur n'est pas stable dans le temps. En effet, de nos jours nous subissons une crise sans-précédent. Cette valeur a atteint des montants records dépassant les 1200€/ton comme le précise les chiffres publiés sur le site de MEPS International [16].

Afin de se fixer une valeur cohérente, un coût de 850€/ton va être utilisé. Cette dernière vient des différentes analyses réalisées par le doctorant Loris Saufnay. Il s'agit d'un coût moyen déterminé sur la période d'avant crise. Cette valeur est également préconisée par le guide des aciers à haute limite d'élasticité publié par l'AFGC en 2012 [11].

### 2.5.3 Nuance d'acier

Pour la nuance d'acier, le coût sera déterminé à partir du document fourni par la compagnie Dillinger [3]. On utilisera un acier laminé thermomécaniquement. Ce dernier possède une grande soudabilité. Dans un contexte de plats d'acier assemblés par soudage, ce type de nuance prend tout son sens. On notera que le coût lié à la nuance de l'acier dépend de l'épaisseur de la plaque ( $t$ ).

Les prix recommandés pour une nuance S355M sont les suivants :

	$t \leq 80mm$	$t > 80mm$
S355M	+83€/ton	+108€/ton

### 2.5.4 Alliage

Pour ce qui est du supplément à considérer pour l'alliage, la nuance S355M n'en comporte pas. Cette conclusion a été tirée à partir des données fournies par la société Dillinger [3] et les exemples de calculs présentés dans le guide des aciers à haute limite d'élasticité publié par l'AFGC en 2012.

### 2.5.5 Largeur

Le coût d'un PRS dépend de différents facteurs. Parmi ceux-ci, nous retrouvons notamment les découpes de plaques à réaliser en fonction de l'épaisseur de ces dernières. Ce coût dépend donc de la relation entre l'épaisseur  $t$  des plaques et de leur largeur  $l$ . On définit la largeur des semelles comme étant la valeur  $b_f$  et la "largeur" de l'âme par  $h_w$ . Les coûts liés à ces découpes sont donnés dans le tableau ci-dessous. Ils proviennent du catalogue de la société Dillinger [3].

	$l < 1100mm$	$l \leq 1550mm$	$l \leq 2000mm$	$l \leq 4000mm$
$5mm \leq t \leq 6mm$				
$6mm < t \leq 7mm$			+117€/ton	+107€/ton
$7mm < t \leq 8mm$		+89€/ton	+69€/ton	+56€/ton
$8mm < t \leq 10mm$		+66€/ton	+46€/ton	+36€/ton
$10mm < t \leq 12mm$		+51€/ton	+36€/ton	+25€/ton
$12mm < t \leq 15mm$		+43€/ton	+28€/ton	+20€/ton
$15mm < t \leq 40mm$		+36€/ton	+23€/ton	+15€/ton
$40mm < t \leq 80mm$	+139€/ton	+56€/ton	+43€/ton	+36€/ton
$80mm < t \leq 120mm$	+161€/ton	+79€/ton	+66€/ton	+56€/ton

On remarque que pour certaines dimensions, les coûts de découpe ne sont pas fournis. Il s'agit généralement de coupes réalisées sur des plaques fines et de relativement faible largeur. Pour ces dernières, le prix est fourni sur demande en fonction de la quantité demandée.

Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes fixés des valeurs réalistes par rapport aux autres prix de découpe fournis. Ces données estimées sont reprises en rouge dans le tableau ci-dessous.

	$l < 1100mm$	$l \leq 1550mm$	$l \leq 2000mm$	$l \leq 4000mm$
$5mm \leq t \leq 6mm$	+365€/ton	+270€/ton	+235€/ton	+220€/ton
$6mm < t \leq 7mm$	+245€/ton	+150€/ton	+117€/ton	+107€/ton
$7mm < t \leq 8mm$	+175€/ton	+89€/ton	+69€/ton	+56€/ton
$8mm < t \leq 10mm$	+150€/ton	+66€/ton	+46€/ton	+36€/ton
$10mm < t \leq 12mm$	+140€/ton	+51€/ton	+36€/ton	+25€/ton
$12mm < t \leq 15mm$	+130€/ton	+43€/ton	+28€/ton	+20€/ton
$15mm < t \leq 40mm$	+120€/ton	+36€/ton	+23€/ton	+15€/ton
$40mm < t \leq 80mm$	+139€/ton	+56€/ton	+43€/ton	+36€/ton
$80mm < t \leq 120mm$	+161€/ton	+79€/ton	+66€/ton	+56€/ton

Afin de justifier ces valeurs, la figure 30 montre l'évolution du prix en fonction de la largeur et de l'épaisseur. Dans ce graphique, les données sont associées à la valeur  $l$  et  $t$  moyenne de chaque intervalle. On remarque que nos données estimées produisent un graphique harmonieux et cohérent vis à vis des valeurs fournies.

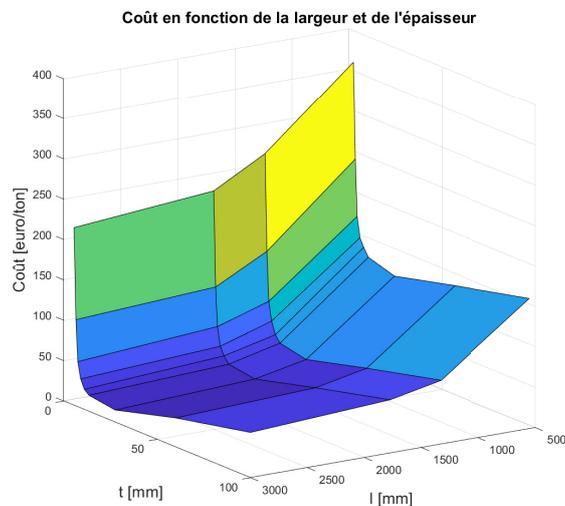


FIGURE 30 – Coût en fonction de la largeur et de l'épaisseur.

### 2.5.6 Longueur

Dans le cadre de ce travail, nous allons étudier et analyser des PRS d'une longueur  $L$  allant de  $10m$  à  $40m$ . Cet intervalle de longueurs  $L$  correspond à une utilisation courante des PRS dans le domaine de la construction.

En considérant des profilés d'une longueur aussi importante, les semelles et l'âme ne pourront être constituées d'une seule plaque. Généralement la longueur des plaques ne dépasse pas  $6m$  de long.

Nous allons, par conséquent, réaliser une hypothèse forte. Nous étudierons un cas théorique où les plaques peuvent être aussi longues qu'on le souhaite. Normalement, nous aurions dû réaliser les semelles et l'âme à l'aide de plusieurs plaques plus courtes soudées ensemble. Dès lors, il aurait fallu considérer le coût de ces raccords. Cependant, ce surcoût est quasiment indépendant des dimensions de section de notre profilé. En comparant des profilés de longueurs identiques, le prix de ces assemblages ne varie que très peu d'une section à l'autre. Nous allons donc ignorer ce coût de connection entre plaques en faisant l'hypothèse que les plaques peuvent être infiniment longues.

La raison principale qui a poussé à réaliser cette hypothèse est qu'il est très difficile d'estimer le coût de ces connections. En effet, ces soudures sont réalisées en pleine section après une préparation adéquate des plaques. Au coût de cette étape, il faut ajouter le prix "d'oreilles" métalliques placées de part et d'autre des plaques à assembler. Ces dernières permettent de réaliser une soudure continue dès le bord des plaques. Elles sont ensuite sciées. Tous ces éléments sont coûteux et comportent de nombreux facteurs qui influencent le coût de réalisation. Il est, dès lors, difficile d'en tenir compte dans le calcul du prix de fabrication sans réaliser des approximations grossières. Étant donné que ce coût est quasiment identique pour des éléments de même longueur, il n'interviendra pas significativement dans une recherche du design optimal si  $L$  est fixé. C'est pourquoi, nous avons fait le choix de ne pas en tenir compte.

### 2.5.7 Certification 3.1

La certification 3.1 est obligatoire et consiste en une série de tests réalisés par une société indépendante. Ce contrôle permet de s'assurer que l'entreprise de production a fourni une plaque en acier conforme aux exigences de la commande.

Le guide des aciers à haute limite d'élasticité de l'AFGC [11] et la société Dillinger [3] s'accordent à dire que le coût de la certification 3.1 est de  $24\text{€}/\text{ton}$ .

### 2.5.8 Grenailage

Le grenailage consiste en un décapage de la surface des plaques. Il permettra l'application de traitements de surface à notre profilé.

Son coût est donné par le catalogue de prix de la société Dillinger [3] et dépend de l'épaisseur des plaques. Les prix sont donnés en  $\text{€}/\text{ton}$ . Pour une épaisseur comprise entre  $5mm$  et  $6mm$  le prix est sur demande et sera estimé en se référant aux autres valeurs.

Épaisseur	Surcoût
$5mm \leq t \leq 6mm$	$+90\text{€}/\text{ton}$
$6mm < t \leq 7mm$	$+70\text{€}/\text{ton}$
$7mm < t \leq 8mm$	$+56\text{€}/\text{ton}$
$8mm < t \leq 10mm$	$+48\text{€}/\text{ton}$
$10mm < t \leq 12mm$	$+43\text{€}/\text{ton}$
$12mm < t \leq 15mm$	$+36\text{€}/\text{ton}$
$15mm < t \leq 40mm$	$+29\text{€}/\text{ton}$
$40mm < t \leq 80mm$	$+20\text{€}/\text{ton}$
$80mm < t \leq 200mm$	$+16\text{€}/\text{ton}$

### 2.5.9 Soudure

L'estimation du coût des soudures est basée sur des données fournies par l'entreprise Astron Buildings SA. Cette entreprise se trouve au Luxembourg et est spécialisée dans les structures métalliques. Elle possède un site de production où des profilés reconstitués soudés sont réalisés. Nous avons donc pu profiter de leur expertise pour évaluer des intervalles de coûts pour les soudures.

Les soudures sont réalisées par passes afin d'éviter un apport calorifique trop important et de fragiliser les matériaux. Cela signifie qu'une soudure épaisse doit être réalisée en plusieurs ajouts de matière. En effet, si l'apport de matière est trop important, il faut chauffer intensément les éléments soudés. Leurs propriétés sont alors altérées. Afin d'éviter cela, on augmentera le rayon de gorge de manière progressive (par différentes passes).

Le nombre de passes à réaliser en fonction du rayon de gorge de la soudure est défini dans le tableau ci-dessous :

Rayon de gorge : $a$	Nombre de passes
[3, 0mm; 6, 4mm]	1
[6, 5mm; 7, 9mm]	3
[8, 0mm; 9, 9mm]	6
[10, 0mm; 11, 9mm]	10

Dans le cadre de ce travail, seules des soudures avec un rayon de gorge multiple de 1mm seront étudiées. On obtient les données suivantes :

Rayon de gorge : $a$	Nombre de passes
3mm	1
4mm	1
5mm	1
6mm	1
7mm	3
8mm	6
9mm	6
10mm	10
11mm	10

Le coût des soudures est donné par mètre et par passe à réaliser. Il dépend également du type de plaques à raccorder.

Les soudures linéaires entre les semelles et l'âme peuvent être réalisées par une machine (voir figure 31). Le prix moyen de ces soudures est fourni par la société Astron Buildings SA et vaut entre 30 et 50€/passe.m (prix indicatifs aux conditions économiques de 2022). Dans le cadre ce travail, on utilisera une valeur moyenne de 40€/passe.m

Les soudures entre les plats de raidisseur et le profilé double T sont elles plus compliquées à réaliser (voir figure 32). Elles sont faites par des robots voués à cet effet. Le prix moyen de ces soudures est fourni par la société Astron Buildings SA et vaut entre 40 et 60€/passe.m (prix indicatifs aux conditions économiques de 2022). Dans le cadre ce travail, on utilisera une valeur moyenne de 50€/passe.m

Les prix des soudures est, par conséquent, déterminé par leur longueur et le nombre de passes à réaliser. Par exemple, une soudure en trois passes de 1m aura un prix égal à une soudure d'une passe sur 3m.

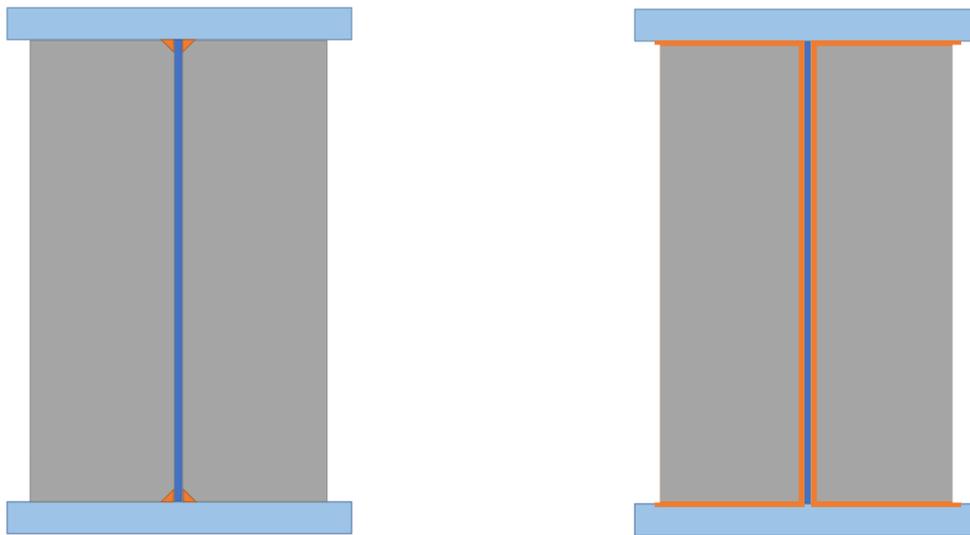


FIGURE 31 – Soudures entre les semelles et l'âme. FIGURE 32 – Soudures des plats de raidisseurs.

## Chapitre 3

# Optimisation du poids

### 3.1 Présentation générale de l'analyse

Nous venons de décrire en détail une méthodologie pour dimensionner les PRS. Cette dernière a été implémentée dans un code qui évaluera différentes sections de poutre afin de déterminer lesquelles sont admissibles. A partir de ces résultats, on peut rechercher le profilé possédant le poids minimal.

Dans ce chapitre, nous allons nous attarder sur les dimensions de section minimisant le poids de l'élément. Afin de pouvoir comparer des sections de profilé pour des longueurs variables, on considérera rarement la masse totale de la poutre mais bien un poids linéaire exprimé en  $kN/m$  ( $= N/mm$ ). En présence de raidisseurs, on fera l'hypothèse que leur masse se répartit uniformément sur l'élément.

Rappelons que l'utilisation de montants d'extrémité rigide demande de rallonger le profilé d'une longueur de  $2.e$ . Cette modification de la poutre n'est une conséquence que du placement de ce type de raidisseurs. Le poids de cette excentricité sera donc rajouté à celui des plats des raidisseurs et comptabilisé en tant que tel.

Pour réaliser cette analyse, nous partirons d'un cas de charge donné. On regardera les résultats en fonction de la longueur de l'élément et de la hauteur du profilé. Ces résultats généraux seront représentés par des figures en annexe. On se focalisera dès lors sur deux longueurs qui nous permettront d'analyser le comportement général d'un PRS. On en tirera ensuite des conclusions par rapport aux dimensions qui minimisent le poids dans un cas générale où le déversement n'est pas empêché. Ceci sera réalisé en portant une attention toute particulière à l'intérêt d'utiliser des raidisseurs. Pour rappel, l'un des objectifs premiers de ce travail est de discuter de l'intérêt économique de l'utilisation des raidisseurs. Une fois cette première analyse réalisée, on pourra passer au cas particulier où le déversement est empêché. On se penchera dès lors sur les différences majeures dans les résultats obtenus par rapport à ceux du cas général.

Notons que nous parlerons régulièrement de designs avec raidisseurs et sans raidisseur. Un profilé avec raidisseurs désigne un élément qui requiert l'utilisation de raidisseurs intermédiaires et/ou de montants d'extrémité rigide. Ces derniers participent dès lors à la reprise de l'effort tranchant. Un design dit "sans raidisseur" est, par conséquent, un élément possédant uniquement des montants d'extrémité non-rigide qui n'interviennent pas dans la reprise de l'effort tranchant. Ce design possède donc, tout de même, un raidisseur double à chaque appui (hypothèse initiale de ce travail).

### 3.2 Détermination d'un cas de charge pertinent pour les analyses

Pour commencer cette analyse, nous allons partir d'un profilé reconstitué soudé dont le cas de charge et les conditions d'appui sont précisés ci-dessous :

- Poutre bi-appuyée
- Appui à fourche
- Chargement uniforme
- $P_{ELU} = 43,2N/mm$
- $P_{ELS} = 30N/mm$
- La flèche maximale admissible est  $f_{lim} = L/250$
- Les nuances d'acier pour les semelles et l'âme sont identiques
- La nuance d'acier est  $S355$

Ce chargement correspond à la reprise d'une charge variable de  $18kN/m$  et d'une charge permanente de  $12kN/m$  :

- $P_{ELU} = 18.1,5 + 12.1,35 = 43,2N/mm$
- $P_{ELS} = 18 + 12 = 30N/mm$

Il s'agit du cas étudié par Julien Dibon dans sa pré-étude [2]. Ce chargement avait été déterminé comme représentatif des sollicitations typiques que peut subir un PRS de grande portée. Il sera, par conséquent, également utilisé dans les analyses de ce travail.

### 3.3 Analyse des résultats : cas général en tenant compte du risque de déversement

Nous étudions donc un cas général d'un élément de portée  $L$  soumis à un chargement uniforme ( $P_{ELU} = 43,2N/mm$  et  $P_{ELS} = 30N/mm$ ) et pouvant déverser.

Ce travail de fin d'études a pour but initial d'étudier l'intérêt de placer des raidisseurs sur un PRS et d'éventuellement optimiser leurs dispositions. Il est donc opportun de savoir comment le poids peut être minimisé par l'ajout de raidisseurs.

Pour rappel, le code développé dans le cadre de ce travail détermine l'ensemble des dimensions satisfaisant les critères de dimensionnement pour un PRS. Ceci est réalisé pour une longueur de poutre et un cas de charge donné. Une fois cette routine exécutée, on peut extraire le design qui minimise le poids. Il est dès lors aisé d'exprimer un poids linéaire minimal pour chaque longueur de poutre  $L$ .

Afin d'analyser l'impact de l'utilisation des raidisseurs sur le poids de l'élément, une fonction secondaire a été créée. Cette dernière ne considère que les designs ne comportant ni montant d'extrémité rigide, ni raidisseur intermédiaire (seulement le raidisseur double placé à l'appui en toutes circonstances). Pour chaque longueur de poutre, on peut, par conséquent, déterminer le design optimal sans raidisseur participant à la reprise de l'effort tranchant. En comparant ce design aux dimensions obtenues sans restriction sur l'utilisation de raidisseurs, on pourra juger de l'intérêt de placer des raidisseurs.

On aura donc un profilé optimal où l'utilisation de raidisseurs est autorisée et un profilé minimisant le poids sans raidisseur (hormis le montant d'extrémité non-rigide). Si leurs poids est identique, cela signifie que le design optimal ne nécessite pas de raidisseur bien que leur utilisation soit permise. Dans le cas contraire, l'ajout de raidisseurs permet de réduire la masse totale de la poutre.

En se référant à ce qui vient d'être dit, une analyse comparative a été réalisée. On a testé des éléments d'une portée allant de  $10m$  à  $40m$ . Pour chacun d'entre eux, on a déterminé le profilé minimisant le poids, en autorisant et en autorisant pas le placement de raidisseurs (hormis celui présent en toutes circonstance à l'appui). On obtient donc deux courbes. A savoir celle du poids

linéaire minimal lorsque des raidisseurs peuvent être utilisés et celle lorsque leur utilisation est empêchée. Ceci est représenté à la figure 33.

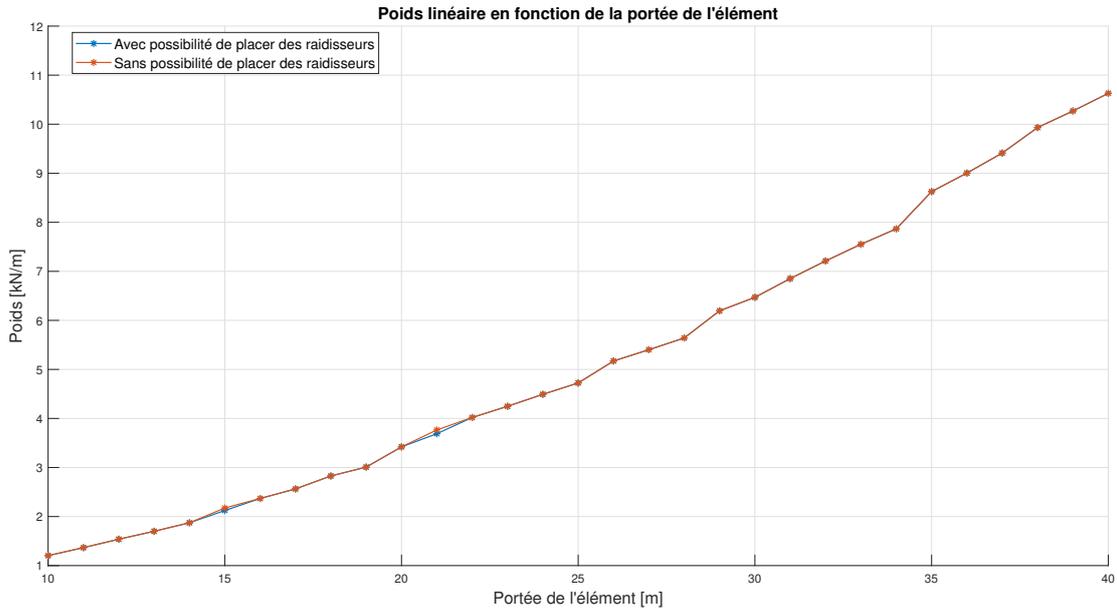


FIGURE 33 – Poids linéaire minimal en fonction de la longueur de l'élément.

La figure 33 est donc réalisée en faisant varier la portée de l'élément ( $L$ ) de  $10m$  à  $40m$  par pas de  $1m$ . Pour chaque longueur, le poids minimal de la poutre est évalué en autorisant et en n'autorisant pas l'utilisation de raidisseurs (hormis celui présent en toutes circonstances à l'appui).

Cette figure 33, démontre que pour deux longueurs de poutre ( $L = 15m$  et  $L = 21m$ ), il sera plus avantageux de passer à l'utilisation de raidisseurs au profit d'une section réduite qui minimise le poids total. Cependant, cet avantage n'est pas considérable. En effet, si l'on regarde la courbe dans sa globalité, l'intérêt de placer des raidisseurs pour réduire la section du profilé ne diminue que légèrement le poids linéaire.

L'autre observation, nettement plus interpellante, est que pour toutes les autres portées  $L$ , le profilé optimal ne nécessite pas l'utilisation de montants d'extrémité rigide ni de raidisseurs intermédiaires. Effectivement, les deux courbes se confondent. Cela signifie que le poids linéaire est identique dans les deux cas. La solution optimale sans autoriser le placement de raidisseurs est, par conséquent, similaire à celle où leur utilisation est autorisée. En d'autres mots, le design minimisant le poids n'a pas besoin de raidisseurs. Ces derniers ne permettent donc pas de réduire le poids global de l'élément.

En vue de découvrir les circonstances qui favorisent un design avec ou sans raidisseur, une deuxième étude a été menée, mais cette fois en limitant la hauteur de l'âme ( $h_w$ ) à  $1000mm$ .

La figure 34 nous montre qu'en limitant la hauteur de l'âme ( $h_w$ ) à  $1m$ , les résultats sont fort différents. En effet, il y a nettement plus de longueurs  $L$  pour lesquelles l'utilisation de raidisseurs permet de réduire le poids global de l'élément.

Cela peut paraître contre intuitif vu que ces raidisseurs permettent de soutenir l'âme lorsqu'elle est fortement élancée. Avec des hauteurs d'âme plus importantes (non limitées à  $1m$ ), il serait logique de favoriser l'utilisation de raidisseurs.

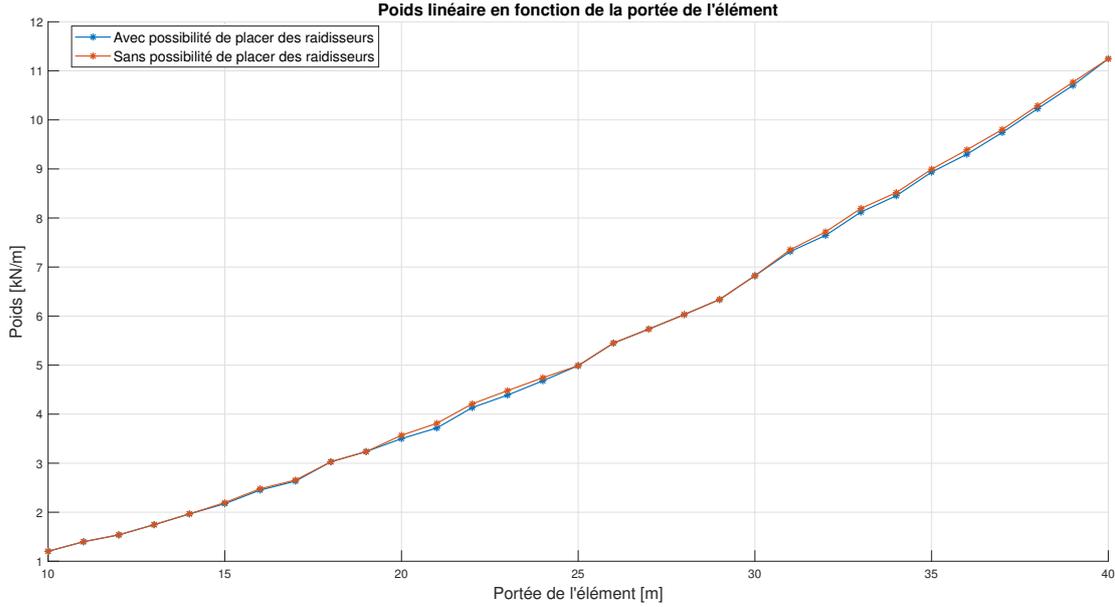


FIGURE 34 – Poids linéaire minimal en fonction de la longueur de l'élément :  $h_w \leq 1m$ .

En réalité, si on ne limite pas la valeur de  $h_w$ , lorsqu'on atteint des âmes très hautes, l'aire des semelles nécessaires pour reprendre l'effort de flexion et limiter la flèche devient très petite. Le gain en terme de poids est alors prépondérant sur l'augmentation de la masse de l'âme. L'aire de l'âme est, quant à elle, assez importante pour reprendre l'effort de cisaillement sans raidisseur. Ce phénomène est représenté sur les figures 118 à 148 en annexe de ce travail. Chaque figure correspond à une longueur de poutre différente et contient différentes courbes. Ces courbes reflètent les dimensions à donner pour minimiser le poids de l'élément.

Afin de réaliser une analyse qui dépend de la hauteur maximale  $h_w$  admissible, ces graphiques définissent une section optimale (minimisant le poids total) pour chaque valeur  $h_w$ . La plus petite aire de section correspond au design minimisant le poids total de l'élément. En effet, le poids de l'élément est défini comme suit :

$$P_{linaire}(h_w) = A_{min}(h_w) \cdot \frac{M_{vol} * g}{10^9}$$

$$\text{Où } A_{min}(h_w) = A_{optimale}(h_w, t_w, b_f, t_f) + A_{raidisseurs}(h_w, t_w, b_f, t_f, b_s, t_s).$$

L'aire minimale  $A_{min}(h_w)$  est la somme de l'aire de la section minimisant le poids total de l'élément ( $A_{optimale}$ ) et de l'aire fictive associée à la présence de raidisseurs ( $A_{raidisseurs}$ ). Cette aire fictive ( $A_{raidisseurs}$ ) équivaut au volume total des raidisseurs divisé par  $L$ .

La hauteur d'âme offrant la plus petite aire  $A_{min}$  est, par conséquent, celle minimisant le poids total de la section.

Les figures 118 à 148 permettent donc d'étudier les différentes sections optimales en fonction de  $h_w$  pour chaque longueur  $L$ . Les courbes présentes sur ces graphiques sont les suivantes :

- L'aire des semelles ( $A_f$ ) qui minimise le poids total de l'élément en fonction de  $h_w$ .
- L'aire de l'âme ( $A_w$ ) qui minimise le poids total de l'élément en fonction de  $h_w$ .
- Une aire fictive ( $A_{raidisseurs}$ ) correspondant au volume total des raidisseurs répartis uniformément sur l'élément. Ces raidisseurs dépendent du design optimal associé à  $h_w$ .
- L'aire totale de la section optimale ( $A_{min}$ ) associée à  $h_w$ . Cette courbe est la somme des trois autres. Elle reflète l'évolution de l'aire minimale de l'élément en fonction de la hauteur d'âme  $h_w$ . Son minimum correspond à la section ayant la plus petite aire possible et, par conséquent, le poids minimal pour ce cas de charge et cette longueur  $L$ .

Ces courbes sont toutes en deux exemplaires : l'un en autorisant le placement de raidisseurs, l'autre en ne considérant que les designs avec un montant d'extrémité non-rigide. Il arrive régulièrement que ces deux courbes se superposent (seule la courbe sans raidisseur est alors visible). Cela signifie que pour ces hauteurs d'âme ( $h_w$ ), le design optimal ne comporte pas de raidisseur intermédiaire ni de montant d'extrémité rigide.

Afin de comprendre les différents phénomènes en jeu, nous allons analyser plus en détail deux longueurs de poutre (les figures 143 et 123) :

- **Design optimal avec  $L = 35m$ .**

Cet élément possède un design optimal sans nécessité d'utiliser des raidisseurs intermédiaires ni de montants d'extrémité rigide.

- **Design optimal avec  $L = 15m$ .**

Cet élément possède un design optimal qui nécessite d'utiliser des raidisseurs intermédiaires et/ou des montants d'extrémité rigide.

### 3.3.1 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : $L = 35m$

Nous venons d'observer qu'en ne limitant pas la hauteur d'âme ( $h_w$ ) à  $1m$ , les designs optimaux ne comportent généralement pas de raidisseurs. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'en augmentant  $h_w$ , on peut réduire fortement l'aire des semelles. Ce gain serait prépondérant sur l'augmentation de la section de l'âme. Ce phénomène est représenté aux figures 35, 36 et 37 où le PRS d'une longueur de  $35m$  est étudié. On commencera par regarder le cas où l'utilisation des raidisseurs est permise (figure 35). On représente ensuite le cas où l'utilisation des raidisseurs n'est pas autorisée (figure 36). Finalement ces résultats sont comparés à la figure 37.

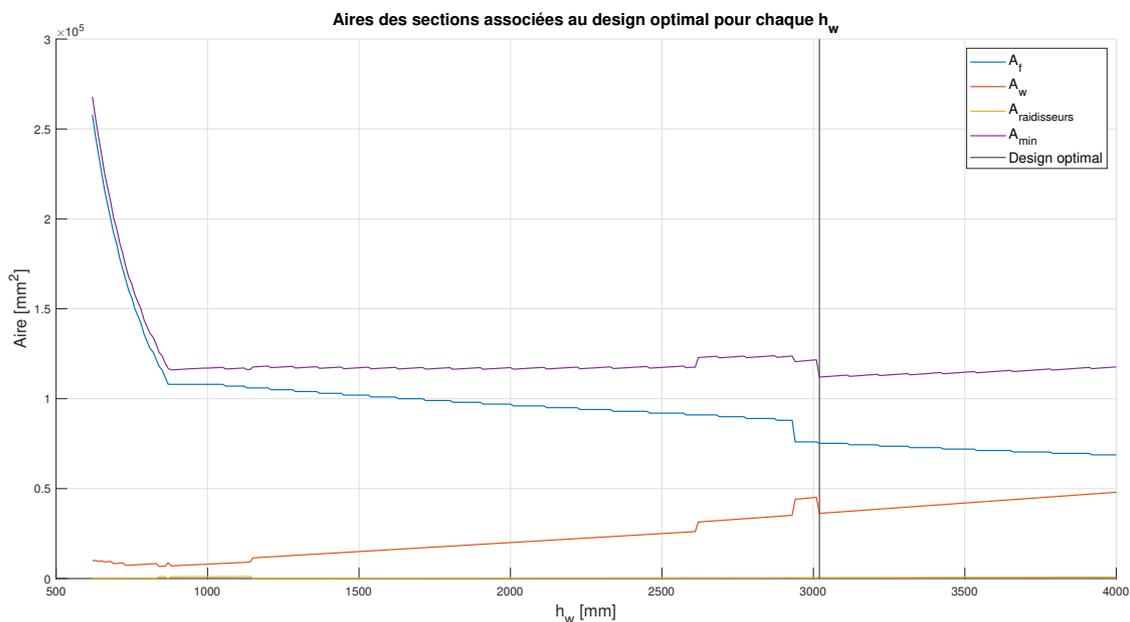


FIGURE 35 – Design optimal en autorisant l'utilisation de raidisseurs :  $L = 35m$ .

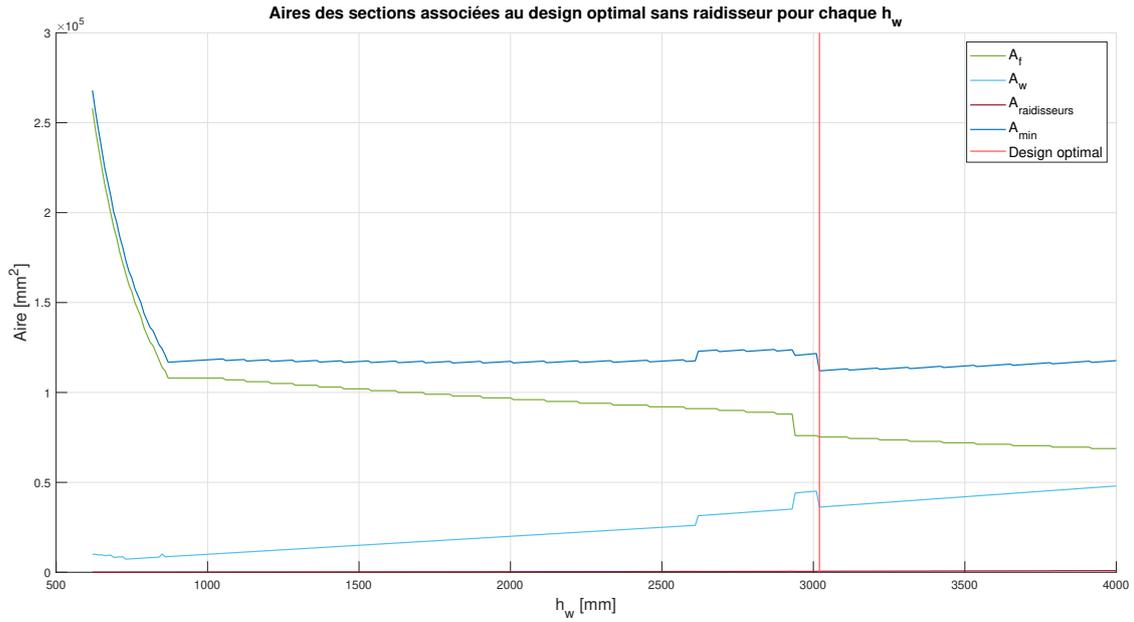


FIGURE 36 – Design optimal en n’autorisant pas l’utilisation de raidisseurs :  $L = 35m$ .

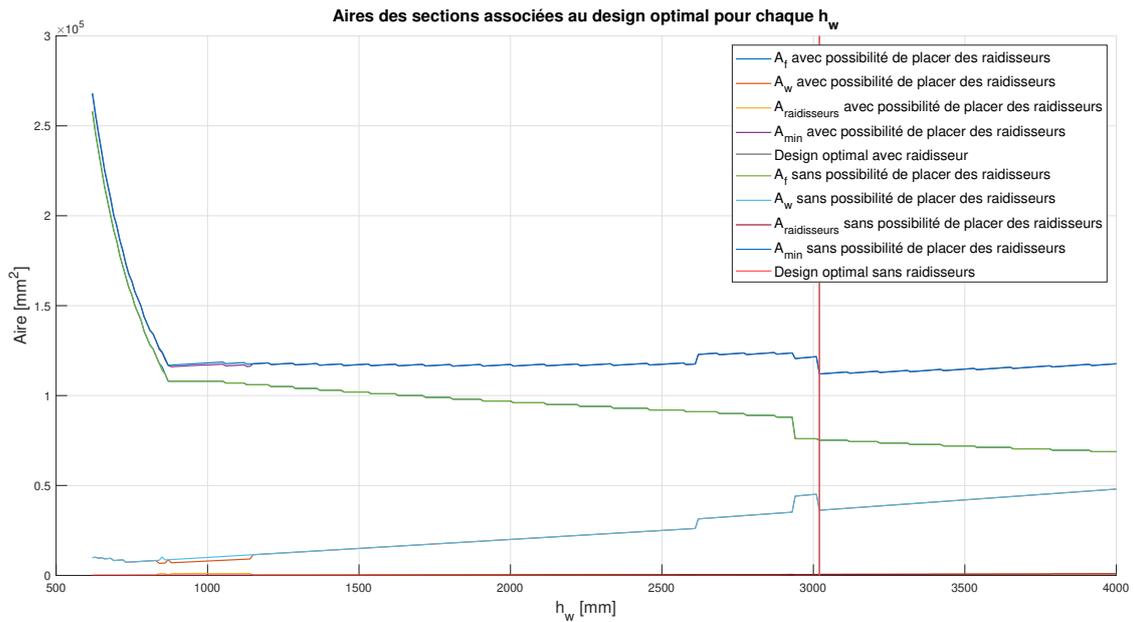


FIGURE 37 – Combinaison des résultats :  $L = 35m$ .

Le profilé possède un poids minimal lorsque  $h_w = 3020mm$ . On voit bien que plus  $h_w$  augmente, plus l’aire des semelles diminue. Le poids minimal apparaît lorsque la courbe de l’aire totale ( $A_{min}$ ) atteint un minimum.

On remarque également que les solutions optimales ne comportent plus de raidisseurs au dessus de  $h_w = 1140mm$ . En effet, au-dessus de cette valeur, les courbes des designs optimaux sans raidisseur se confondent avec celles des profilés optimaux autorisant l’utilisation de raidisseurs. Si on limite  $h_w$  à  $1000mm$ , on aura donc potentiellement besoin de raidisseurs intermédiaires et de montants d’extrémité rigide pour minimiser le poids total.

Ce qui nous intéresse maintenant, c’est de comprendre pourquoi on a une absence de raidisseurs lorsque l’élancement de l’âme devient important. On s’efforcera également d’analyser l’entièreté de

la figure 37 afin d'étudier les différents critères qui régissent ces courbes.

Pour rappel, un panneau cisailé peut voiler. On a alors une contribution dite de l'âme et une contribution dite des semelles. La contribution de l'âme correspond simplement à la résistance du panneau avant d'y avoir un possible voilement. Une fois voilé, le panneau possède une diagonale en traction et, par conséquent, le développement d'un comportement en treillis se crée (voir figure 12). L'âme fait dès lors office de tirant en traction. Les extrémités du panneau sont elles comprimées. On parle alors de la contribution des semelles car la bande diagonale vient s'ancrer sur ces dernières. La résistance totale sera, par conséquent, la somme des contributions de l'âme et des semelles.

Les raidisseurs ne sont pertinents que lorsque l'âme risque de voiler par cisaillement et où la résistance à l'effort tranchant est donnée par la somme de la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

Sans raidisseurs intermédiaires ni montant d'extrémité rigide, la contribution de l'âme est prépondérante sur celle des semelles. On peut dès lors regarder de plus près la formulation de  $V_{bw,Rd}$  (sans raidisseurs) et l'impact des dimensions de l'âme sur cette dernière :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

En présence d'âme élancée et sans montant d'extrémité rigide (ni raidisseur intermédiaire), on peut développer cette résistance comme suit :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\frac{0,83}{\lambda_w} \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} = \frac{\frac{0,83}{86,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon} \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} = \frac{0,83 \cdot 86,4 \cdot \varepsilon \cdot f_{yw} \cdot t_w^2}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

On remarque que  $V_{bw,Rd}$  ne dépend que de l'épaisseur de l'âme et non de  $h_w$ . On peut en conclure qu'à partir d'une certaine épaisseur d'âme  $t_w^*$ , la résistance sans l'aide de raidisseur intermédiaire ni montant d'extrémité rigide devient suffisante pour reprendre l'effort tranchant.

En effet, les raidisseurs intermédiaires et les montants d'extrémité rigide vont accroître la valeur de  $V_{bw,Rd}$  et  $V_{bf,Rd}$ . Il est donc évident que, si la contribution de l'âme sans raidisseur (qui est fonction de  $t_w$ ) est supérieure ou égale à  $V_{Ed,ELU}$ , alors il est inutile d'utiliser des raidisseurs intermédiaires et/ou des montants d'extrémité rigide.

Comme le montre la figure 38, cette épaisseur minimale vaut  $t_f = 8,9mm$  (soit  $t_f^* = 10mm$  si on ne considère que les valeurs admissibles) pour l'élément étudié.

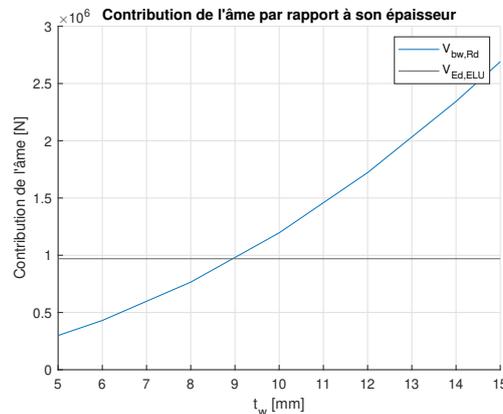


FIGURE 38 – Contribution de l'âme par rapport à son épaisseur.

On sait maintenant qu'une âme d'épaisseur supérieure ou égale à  $10\text{mm}$  ne nécessitera pas le placement de raidisseurs intermédiaires et que l'élément pourra se contenter de montants d'extrémité non-rigide.

On se demande dès lors, pourquoi une âme plus mince associée à l'utilisation de raidisseurs ne donne pas une solution optimale au-dessus de  $h_w = 1140\text{mm}$ . Pour rappel, il s'agit de la hauteur d'âme à partir de laquelle plus aucun design optimal n'utilise de raidisseurs (hormis les montants d'extrémité non-rigide).

### Analyse de l'évolution de $t_w$ et discussion sur l'intérêt des raidisseurs

Afin de mieux comprendre ce qui dicte les dimensions de l'âme, il peut être intéressant de regarder l'évolution de l'épaisseur  $t_w$  minimale admissible en fonction de  $h_w$ . Ceci est représenté à la figure 39. L'épaisseur minimale correspond à la plus faible valeur vérifiant tous les critères de dimensionnement pour une hauteur d'âme ( $h_w$ ) donnée. Les semelles sont quant à elles libres d'être aussi grandes qu'on le souhaite.

On peut comparer ces valeurs de  $t_w$  minimales, aux épaisseurs d'âme que possèdent les profilés minimisant le poids (voir figure 40). On remarque que généralement l'épaisseur optimale est identique à la minimale. Le profilé minimisant le poids total de l'élément possède donc généralement l'âme minimale admissible. Cette observation est assez logique. L'âme a pour rôle principal d'espacer les semelles. Son épaisseur ne sert quasiment qu'à augmenter la résistance à l'effort tranchant. Si elle n'est pas suffisante pour effectuer cette fonction, les raidisseurs viendront l'aider. Ces derniers ont un poids total relativement faible comparé à celui de l'élément. Amincir l'âme en contre partie d'une augmentation du nombre de raidisseurs permet généralement de réduire le poids global de l'élément. C'est pourquoi la valeur de  $t_w$  qui donnera un profilé optimal sera régulièrement l'épaisseur minimale admissible. Ceci est représenté à la figure 40.

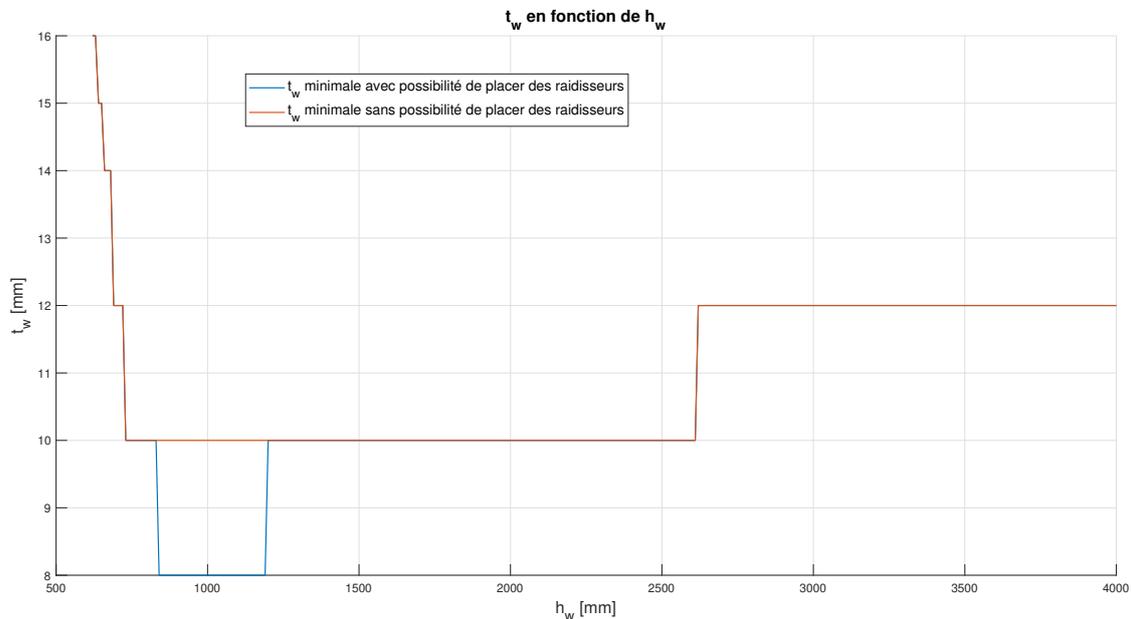


FIGURE 39 –  $t_w$  minimale en fonction de  $h_w$ .

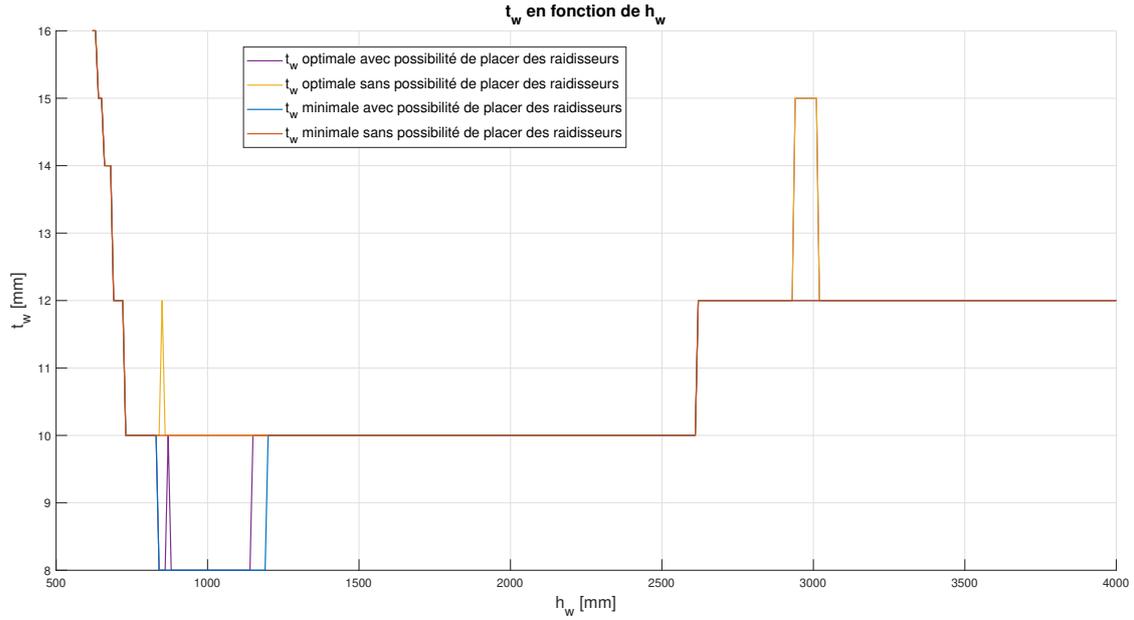


FIGURE 40 –  $t_w$  minimale et  $t_w$  optimale en fonction de  $h_w$ .

Nous allons maintenant analyser l'évolution de  $t_w$  afin d'en tirer des conclusions quant à l'intérêt des raidisseurs. On en profitera pour étudier les différents paramètres qui influencent cette épaisseur. Les figures 39 et 40 montrent la présence de différentes zones :

- Zone 1 :  $h_w \leq 830mm$
- Zone 2 :  $830mm \leq h_w \leq 1190mm$
- Zone 3 :  $1200mm \leq h_w \leq 2610mm$
- Zone 4 :  $2620mm \leq h_w \leq 2930mm$
- Zone 5 :  $2940mm \leq h_w \leq 3010mm$
- Zone 6 :  $3020mm \leq h_w$

Pour chacune de ces zones, nous allons analyser les phénomènes en jeu afin de bien comprendre les facteurs donnant un poids minimal avec ou sans l'aide de raidisseurs.

- **Zone 1** :  $h_w \leq 820mm$

Dans cet intervalle d'hauteurs d'âme,  $t_w$  décroît progressivement de  $16mm$  à  $10mm$ . Ce phénomène apparaît lorsque  $h_w$  est petit. Dans ce cas, l'âme est peu élancée et ne risque pas nécessairement de voiler par cisaillement. Sa résistance est alors donnée par la formule suivante :

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.2.6, (2) et (3), (8.23) [13]

$$V_{b,Rd} = \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

Dans ce cas, l'utilisation de raidisseurs n'a aucun impact sur la résistance à l'effort tranchant. Pour chaque hauteur  $h_w$ , il faut, par conséquent, une épaisseur minimale afin d'obtenir une résistance suffisante. Plus  $h_w$  sera grand, moins cette limite sera grande. C'est pourquoi, l'épaisseur minimale décroît progressivement de  $16mm$  à  $8mm$  lorsque  $h_w$  augmente.

- **Zone 2** :  $830 \leq h_w \leq 1180mm$

Dans cette deuxième zone, on peut s'attarder sur la différence qu'il y a entre les designs utilisant des raidisseurs et ceux n'en utilisant pas. A l'aide de la figure 39, on comprend que les raidisseurs permettent l'utilisation d'une âme d'épaisseur moindre ( $8mm$  au lieu de  $10mm$ ). L'épaisseur de l'âme joue un rôle négligeable dans la reprise de flexion et la limitation de la flèche. Il est donc possible de réduire  $t_w$  sans augmenter l'aire des semelles. Étant donné que le poids des raidisseurs est faible comparé à celui de l'élément, cette diminution de  $t_w$  permet une réduction globale du poids.

Cependant, une épaisseur de  $8mm$  n'est pas la plus petite possible. Il y a donc un critère qui limite  $t_w$  à une valeur minimale de  $8mm$  même si des raidisseurs peuvent être utilisés. Nous nous sommes rendus compte que ce critère était celui du non-flambement des semelles dans l'âme.

Lorsqu'une semelle est comprimée, elle peut flamber latéralement (déversement de la poutre fléchie) ou flamber dans le plan de l'âme. Généralement ce deuxième type de flambement est empêché par la rigidité de l'âme. Cependant, dans le cas d'une âme élancée, cette dernière peut ne plus être assez rigide et un risque de flambement des semelles dans le plan de l'âme est alors possible.

Le critère de non-flambement des semelles dans l'âme s'écrit comme suit :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 10, (1), (10.1) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} \leq k \frac{E}{\beta \cdot f_{yf}} \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}}$$

Où  $A_{fc} = A_f$  si la semelle n'est pas de classe 4,  $k = 0,55$  si l'analyse est élastique (ce critère ne peut être limitant qu'avec des âmes élancées de classe 4) et  $\beta = 1$ .

On peut déterminer l'aire des semelles ( $A_f$ ) maximale pour satisfaire le critère en fonction de l'aire de l'âme ( $A_w$ ) :

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{h_w \cdot \beta \cdot f_{yf}}{t_w \cdot k \cdot E} &\leq \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}} \\ \Rightarrow \frac{h_w^2 \cdot \beta^2 \cdot f_{yf}^2}{t_w^2 \cdot k^2 \cdot E^2} &\leq \frac{A_w}{A_{fc}} \\ \Rightarrow A_{fc} &\leq \frac{h_w \cdot t_w \cdot t_w^2 \cdot k^2 \cdot E^2}{h_w^2 \cdot \beta^2 \cdot f_{yf}^2} \\ \Rightarrow A_f = A_{fc} &\leq \frac{t_w^3 \cdot k^2 \cdot E^2}{h_w \cdot \beta^2 \cdot f_{yf}^2} \end{aligned}$$

On comprend assez vite qu'avec une épaisseur d'âme faible ( $t_w$ ), l'aire de semelle maximale pour satisfaire ce critère peut devenir inférieure à celle nécessaire pour résister à la flexion et limiter la flèche. Pour s'en convaincre, différents graphiques ont été réalisés en faisant varier la valeur de  $t_w$ . Ces derniers présentent l'aire minimale des semelles pour satisfaire les critères de dimensionnement (hors non-flambement des semelles dans l'âme) en fonction de  $h_w$  et une épaisseur  $t_w$  donnée. Cette aire est comparée à l'aire maximale des semelles qui satisfait le critère de non-flambement des semelles dans l'âme.

Il est dès lors évident que cette deuxième courbe doit être supérieure à la première pour que la valeur de  $t_w$  soit admissible.

On notera que le critère de non-flambement des semelles dans l'âme dépend de trois paramètres :  $t_w$ ,  $h_w$  et  $f_{yf}$ . L'épaisseur  $t_w$  est fixe pour chaque figure. La hauteur  $h_w$  est la variable en abscisse.

La limite d'élasticité  $f_{yf}$  est quant à elle définie par rapport à l'épaisseur de la semelle optimale si on ne se soucie pas du risque de flambement des semelles dans l'âme.

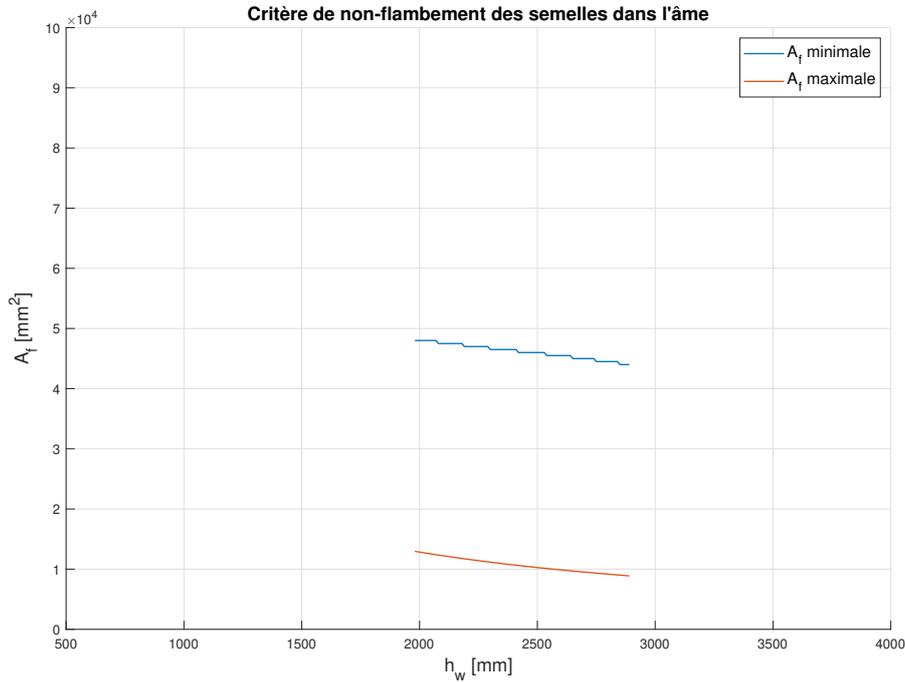


FIGURE 41 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 6mm$ .

La figure 41 permet de démontrer que si  $t_w = 6mm$ , le critère de non-flambement des semelles dans l'âme ne sera jamais respecté. En effet, l'aire des semelles minimale pour satisfaire les critères de dimensionnement (hors flambement des semelles dans l'âme) est, pour tous  $h_w$ , supérieure à l'aire maximale qui satisfait le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. Aucune solution ne peut donc être trouvée.

On remarque également que cette épaisseur ne possède pas de design admissible avant  $h_w = 1980mm$  et après  $h_w = 2890mm$ .

En réalité, en dessous de  $h_w = 1980mm$ , aucune dimension de soudure n'est admissible entre l'âme et les semelles.

Les soudures sont dimensionnées afin de faire transiter l'effort entre les semelles et l'âme. Pour rappel, leur rayon de gorge ( $a$ ) ne peut être plus large que 70% de l'épaisseur de l'âme. Lorsque  $t_w = 6mm$ , on limite la valeur maximale de  $a$  à 4,2mm. Sous  $h_w = 1980mm$ , l'effort à faire transiter dans les soudures est donc trop important. Un rayon de gorge supérieur à 4,2mm est nécessaire.

Plus l'âme sera haute, moins l'effort dans les semelles sera important. En effet, l'effort dans ces dernières vient de la reprise du moment. En augmentant  $h_w$ , on accroît le bras de levier entre les semelles. Elles peuvent dès lors reprendre un effort moins important pour un moment de flexion égal. Un rayon de gorge inférieur à 4,2mm sera dès lors admissible pour transférer l'effort.

Au dessus de  $h_w = 2890mm$ , ce sont les montants d'extrémités qui ne sont plus réalisables. En effet, ces derniers sont constitués de deux doubles raidisseurs espacés l'un de l'autre d'une distance  $e$ . Cette dernière doit être supérieure à 10% de  $h_w$ . Les montants agissent comme des poutres double T dont les semelles sont les deux raidisseurs doubles et l'âme est la section de profilé entre elles (voir figure 23). Cette âme possède une aire de dimension :  $(e - t_s) \times t_w$ . Nous avons défini comme critère qu'elle ne pouvait être de classe 4.

Lorsque  $h_w$  devient supérieur à 2890mm, la valeur minimale pour  $e$  associée à  $t_w = 6mm$  ne mène qu'à une âme de classe 4. En augmentant la hauteur de l'âme, cette situation ne fait qu'empirer

et il n'est plus possible d'obtenir des montants d'extrémité réalisables. L'épaisseur  $t_w = 6mm$  ne permet donc plus d'obtenir un profilé admissible.

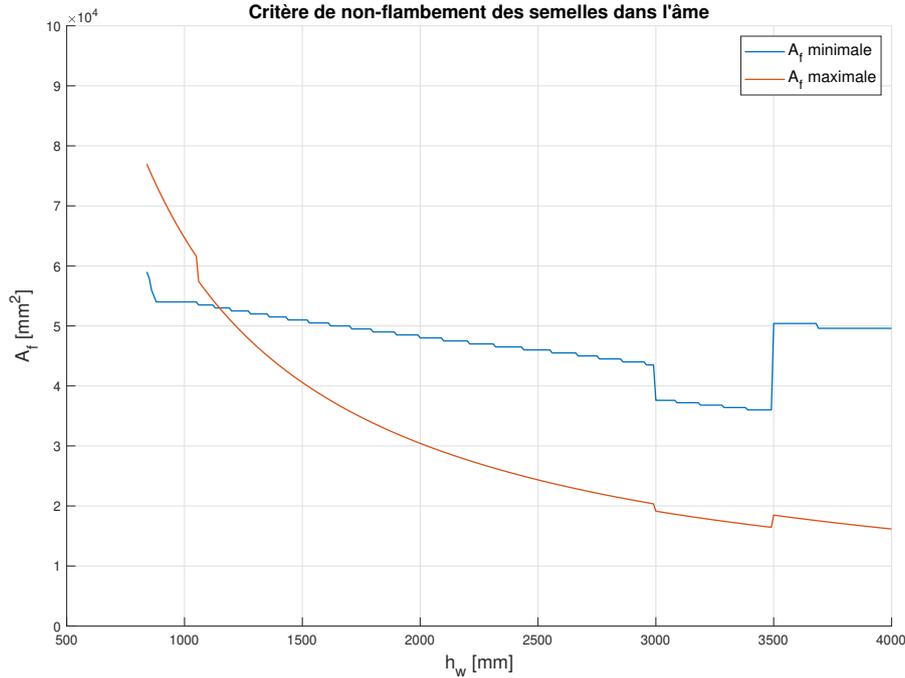


FIGURE 42 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 8mm$ .

La figure 42 montre qu'une épaisseur  $t_w = 8mm$  est, quant à elle, admissible jusqu'à  $h_w = 1140mm$ . En dessous de cette hauteur d'âme, l'aire minimale pour les semelles reste inférieure aux dimensions maximales qui respectent le critère. Lorsque les deux courbes se croisent, cela signifie qu'il n'est plus possible d'avoir une âme avec une épaisseur de  $8mm$ . L'aire maximale pour respecter le critère ne permet plus d'offrir une résistance suffisante à l'effort de flexion et/ou de limiter la flèche à  $L/250$ . Il faudra donc passer à  $t_w = 10mm$ .

Pour rappel, à partir d'une épaisseur de  $10mm$ , l'âme est capable de résister seule à l'effort tranchant. Par conséquent, plus aucune solution ne nécessitera l'utilisation de raidisseurs intermédiaires ni de montants d'extrémité rigide. Cette conclusion est très importante. En effet, nous venons de montrer que le critère de non-flambement des semelles dans l'âme limitait l'intérêt des raidisseurs.

Avant de passer à la suite, il est important de bien comprendre les phénomènes en jeu. Nous venons de démontrer que le couplage entre "le critère de non-flambement des semelles dans l'âme" et "la formulation de la contribution de l'âme dans la reprise de l'effort tranchant ( $V_{bw,Rd}$ )" permettait de convenir d'une hauteur d'âme  $h_w^*$  à partir de laquelle les raidisseurs ne sont plus utiles. En effet, nous avons montré qu'à partir d'une certaine épaisseur  $t_w^*$ , la résistance à l'effort tranchant sans raidisseur devient suffisante quelque soit  $h_w$  (si l'âme est élancée). Ensuite, nous avons prouvé qu'à partir d'une certaine hauteur  $h_w^*$ , cette épaisseur  $t_w^*$  devait être utilisée pour éviter le risque qu'une semelle ne flambe dans l'âme. En d'autres mots, pour toutes hauteurs d'âme supérieures à  $h_w^*$ , l'épaisseur  $t_w$  devant être utilisée (pour respecter le critère de non-flambement des semelles dans l'âme) offrira une résistance suffisante à l'âme pour reprendre l'effort tranchant sans raidisseur.

Revenons cependant à la figure 40. Cette dernière montre qu'entre  $h_w = 1140mm$  et  $h_w = 1190mm$ , une épaisseur de  $8mm$  reste valable mais ne mène plus à un profilé minimisant le poids total. En réalité, au dessus  $h_w = 1140mm$ , il est possible de conserver  $t_w = 8mm$  en augmentant l'épaisseur des semelles. Cela peut paraître totalement absurde mais en augmentant cette épaisseur jusqu'à son maximum ( $t_f = 100mm$ ), on réduit  $f_{yf}$  de  $355MPa$  à  $325MPa$ . Dès lors, la borne supérieure pour  $A_f$  augmente. En effet, cette dernière est inversement proportionnelle à  $f_{y,f}$ . Elle augmente donc

quand la limite élastique des semelles diminue. On peut montrer ce phénomène avec la figure 43. Pour réaliser cette nouvelle courbe de l'aire maximale,  $f_{y,f}$  a été imposée à  $325MPa$ . Précédemment, sa valeur était définie en fonction de l'aire optimale qui vérifie les critères de dimensionnement (hors critère de non-flambement des semelles dans l'âme).

Entre  $h_w = 1140mm$  et  $h_w = 1190mm$ , l'épaisseur des semelles pourrait donc être augmentée afin d'utiliser une âme de  $8mm$ . Cependant, cette modification nécessite une semelle plus lourde. Le nouveau profilé posséderait alors un poids plus important que si on augmentait simplement l'épaisseur de l'âme et qu'on supprimait les raidisseurs. L'épaisseur  $t_w = 8mm$  est donc admissible entre  $h_w = 1140mm$  et  $h_w = 1190mm$  mais pas optimale.

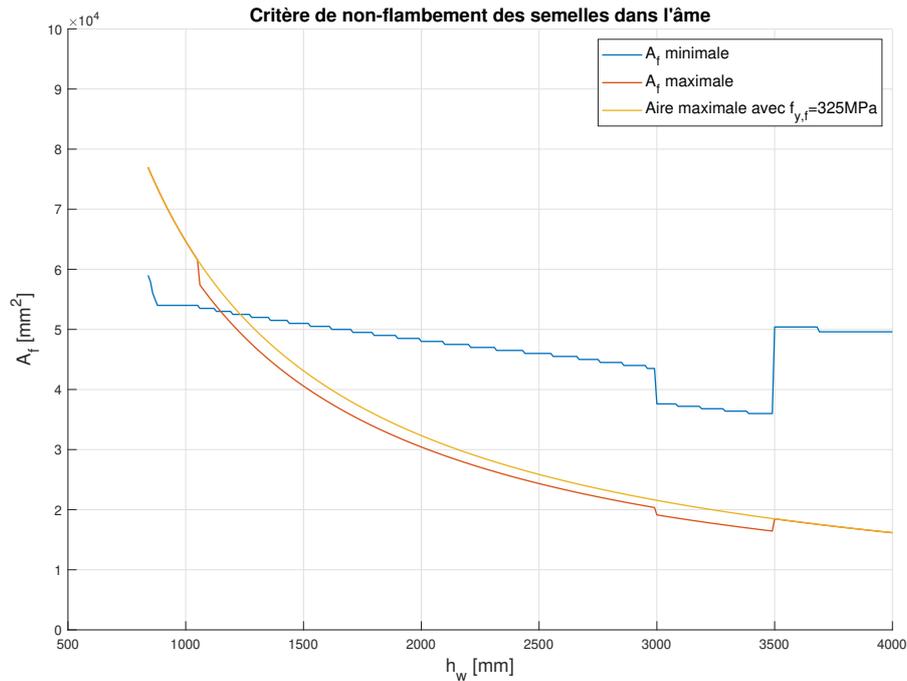


FIGURE 43 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 8mm$ .

Avant de passer à la zone suivante, donnons simplement une explication aux deux pics figurant sur la figure 40 (en  $h_w = 850mm$  et  $h_w = 870mm$ ). Ces augmentations ponctuelles de l'épaisseur  $t_w$  correspondent simplement à des particularités de l'optimisation. En  $h_w = 850mm$ , le design optimal sans raidisseur possède une semelle réduite au profit d'une âme plus épaisse. Cette augmentation de  $t_w$  permet de conserver une inertie suffisante pour respecter le critère de flèche (qui est limitant dans ce cas). Pour cette hauteur  $h_w$ , une âme plus épaisse au profit de semelles de section réduite (et de la suppression des raidisseurs) permet de minimiser le poids tout en conservant une inertie suffisante. La justification est identique pour  $h_w = 870mm$ .

- **Zone 3** :  $1200mm \leq h_w \leq 2610mm$

Entre les hauteurs d'âme  $h_w = 1200mm$  et  $h_w = 2610mm$ , les solutions optimales ne comportent aucun raidisseur (hormis celui présent en toutes circonstances à l'appui). En effet, l'épaisseur minimale pour satisfaire le critère de non-flambement des semelles dans l'âme est  $t_w = 10mm$  (voir figure 44). Cette dimension est également l'épaisseur minimale pour obtenir une âme qui résiste à l'effort tranchant sans raidisseur (voir figure 38).

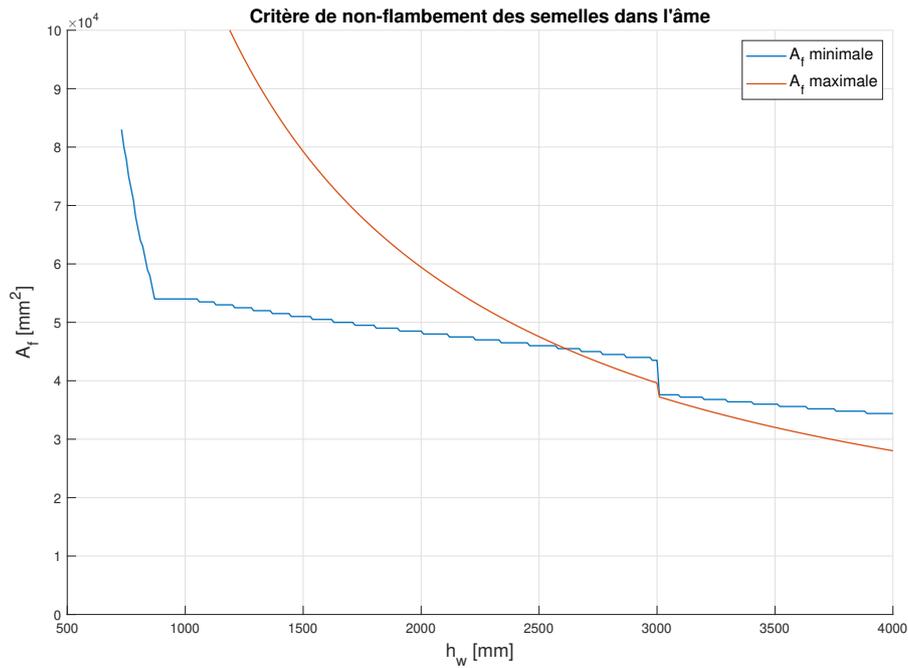


FIGURE 44 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 10mm$ .

- **Zone 4** :  $1620mm \leq h_w \leq 2930mm$

L'épaisseur reste égale à  $10mm$  jusqu'à  $h_w = 2620$ . A partir de cette hauteur, la figure 44 nous montre que le critère de non-flambement des semelles dans l'âme n'est plus valable pour  $t_w = 10mm$ . Il faut, dès lors, passer à une épaisseur plus importante. La figure 45 montre alors qu'une épaisseur de  $12mm$  satisfait le critère jusqu'à une hauteur d'âme pouvant atteindre au minimum  $4m$ . Au delà de cette hauteur, l'analyse de résultats ne sera pas réalisée.

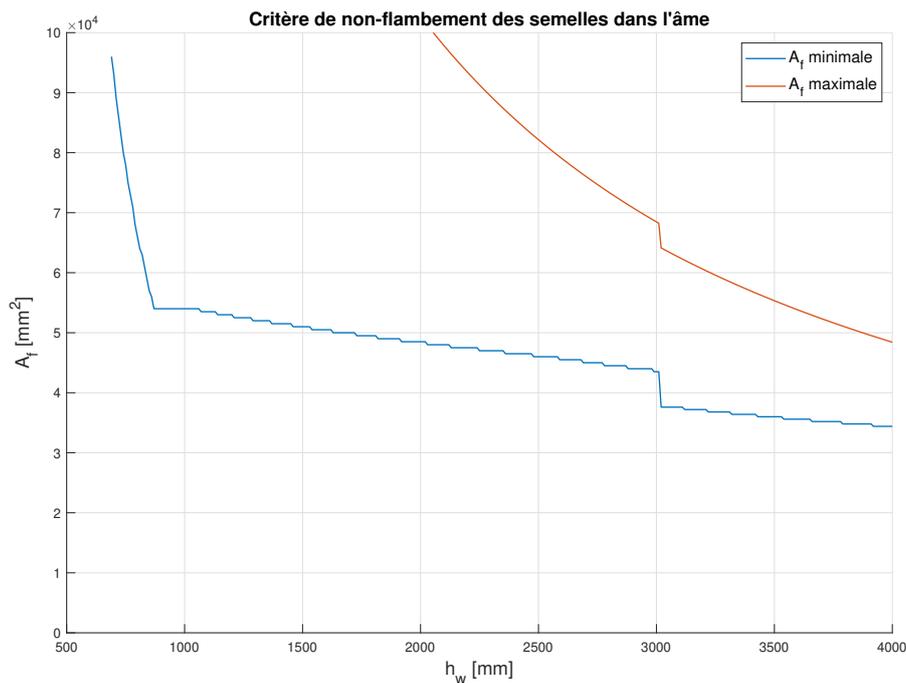


FIGURE 45 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 12mm$ .

- **Zone 5** :  $2940mm \leq h_w \leq 3010mm$

Dans cet intervalle de hauteurs d'âme, les épaisseurs des semelles et de l'âme vont changer plusieurs fois afin de minimiser le poids global de l'élément. Pour analyser les phénomènes en jeu, nous allons étudier la figure 46 qui représente les dimensions de la section optimale en fonction de  $h_w$ .

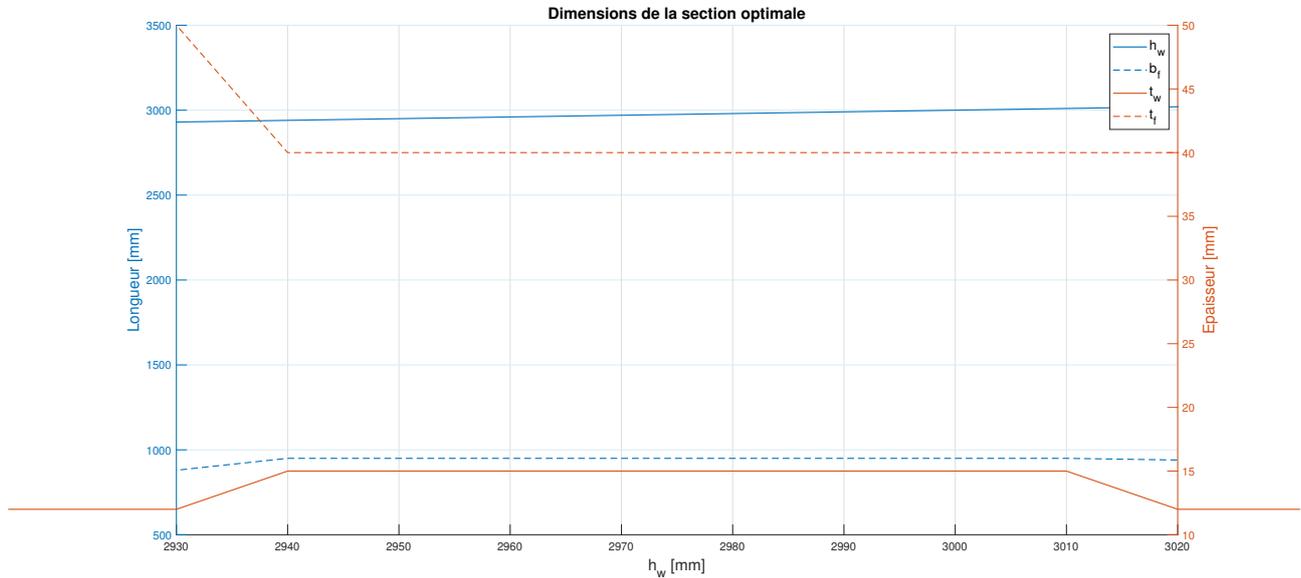


FIGURE 46 – Dimensions de la section optimale.

Jusqu'à  $h_w = 2930mm$ , l'épaisseur de l'âme reste constante et vaut  $12mm$ . Il s'agit de l'épaisseur minimale pour satisfaire le critère de non-flambement des semelles dans l'âme.

De  $h_w = 2940mm$  à  $h_w = 3010mm$ , l'épaisseur de l'âme augmente au profit de semelles plus fines ( $t_f$  passe de  $50mm$  à  $40mm$ ) et plus larges ( $b_f$  passe de  $880mm$  à  $950mm$ ). Cette nouvelle section des semelles permet de réduire leur poids. Cependant, leur élancement augmente. On risque, par conséquent, d'obtenir une semelle de classe 4. Cette option n'est pas autorisée par notre méthodologie car nous avons conclu qu'elle ne pouvait être économique.

Les designs optimaux vérifient chaque critère de dimensionnement au plus proche de leur limite. En augmentant l'épaisseur de  $t_w = 12mm$  à  $t_w = 15mm$ , la longueur de la semelle en console  $c_f$  est réduite de  $1,5mm$  ( $\frac{15-12}{2} = 1,5mm$ ).

Si l'on conservait  $t_w = 12mm$ , la nouvelle zone en console serait  $1,5mm$  plus longue et nous passerions en classe 4. En réduisant  $c_f$  de  $1,5mm$ , la semelle peut rester en classe 3 tout en possédant une épaisseur  $t_f$  plus faible et une largeur plus grande (voir figure 47). Ce passage de  $t_w = 12mm$  à  $t_w = 15mm$  au profit d'une semelle plus fine diminue le poids total de l'élément.

En  $h_w = 3020mm$ , l'âme devient assez haute pour considérer une largeur de la semelle plus petite ( $b_f$  passe de  $950mm$  à  $940mm$ ). La largeur de la semelle en console ( $c_f$ ) est donc réduite. L'âme peut retrouver une épaisseur de  $12mm$  tout en conservant une semelle de classe 3.



FIGURE 47 –  $c_f$ .

- **Zone 6** :  $3020mm \leq h_w$

A partir de  $h_w$ , l'âme conserve une épaisseur de  $12mm$ . Plus la hauteur de l'âme augmente, plus la section des semelles peut être réduite. On a donc une diminution progressive de  $A_f$  (aire des semelles) mais une augmentation de  $A_w$  (aire de l'âme). L'aire des semelles évolue cependant moins rapidement que celle de l'âme. Le poids total de l'élément augmente donc avec  $h_w$ . La solution optimale apparaît, par conséquent, lorsque  $h_w = 3020mm$ .

### Discussion autour de l'aire minimale des semelles

Nous venons d'analyser l'évolution de la section de l'âme. Afin de réaliser une analyse de résultats complète, on pourrait dès lors faire de même avec la section des semelles.

Les dimensions des semelles dépendent de différents critères : la reprise de l'effort de flexion, la limitation de la flèche et la reprise de l'effort tranchant ( $V_{bf,Rd}$ ). Ce troisième critère n'a que peu d'impact. En effet, cette contribution est généralement très faible comparée à celle de l'âme. L'aire des semelles ne sera donc jamais dimensionnée à partir de ce critère.

L'aire des semelles est par conséquent dictée uniquement par la reprise de l'effort de flexion et la limitation de la flèche. Afin de prouver cette affirmation, la figure 48 a été réalisée. Sur cette dernière, vous trouverez trois courbes : l'aire des semelles minimale pour limiter la flèche, l'aire des semelles minimale pour reprendre la flexion, et l'aire de la section minimisant le poids du profilé. Ce graphique est réalisé en autorisant le placement de raidisseurs. Les sections des semelles sont toutes calculées à partir de l'âme optimale. C'est pour cette raison qu'en certains points le graphique fait des sauts importants. Ils correspondent à des changements de l'épaisseur  $t_w$ .

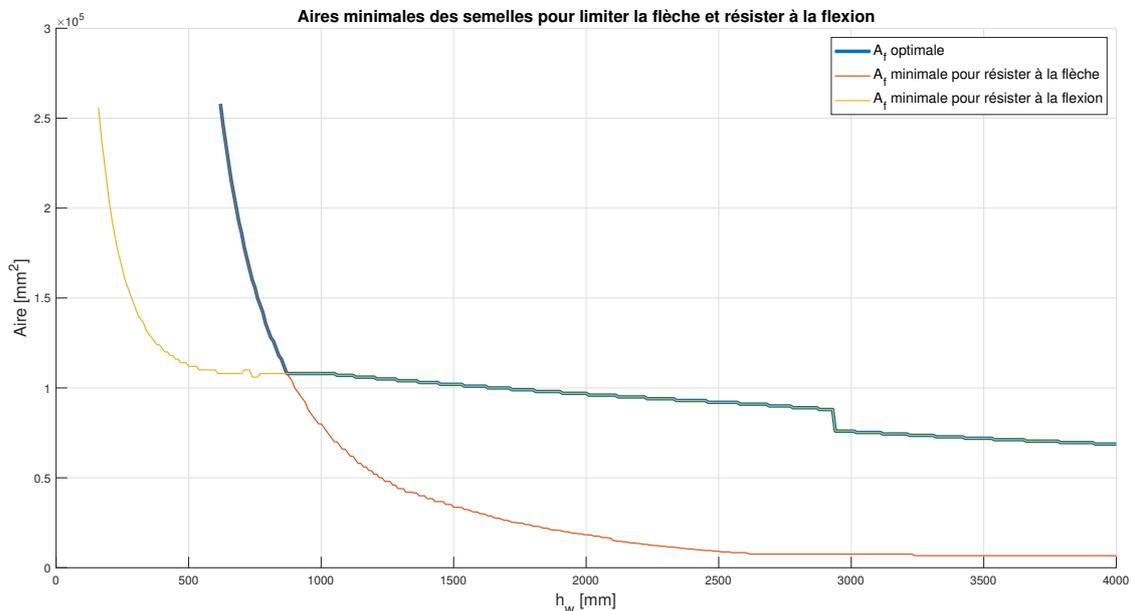


FIGURE 48 – Aires minimales des semelles pour résister à la flexion et limiter la flèche.

La figure 48 montre bien que la limitation de la flèche et la reprise du moment de flexion sont les deux seuls facteurs limitant l'aire des semelles.

En dessous de  $h_w = 870mm$ , c'est la flèche maximale qui limite l'aire des semelles. Au dessus, c'est la reprise de l'effort de flexion qui est limitante. C'est pour cette raison qu'il y a un changement brusque de la pente dans la courbe de l'aire des semelles en  $h_w = 870mm$ .

Notons qu'on voit un saut sur la figure 48 en  $h_w = 2940m$ . Ce dernier correspond à l'augmentation brusque de l'épaisseur de l'âme. Pour rappel, en  $h_w = 2940mm$  un profilé optimal était trouvé en augmentant l'épaisseur de l'âme au profit d'une semelle plus élancée. Ensuite, l'âme retrouvait sa valeur minimale tout en conservant une aire de semelle réduite.

Une fois que l'aire des semelles est dictée par la reprise de l'effort de flexion, le poids de l'élément tend vers une certaine constance. En effet, si l'on se réfère à la figure 37, à partir de  $h_w = 870mm$ , l'aire totale de la section est relativement constante. On peut en conclure que pour minimiser le poids, il faut atteindre cette hauteur d'âme de  $870mm$ . Hauteur à partir de laquelle, l'aire des semelles n'est plus dictée par la limitation de la flèche mais bien par la reprise de la flexion.

### Analyse globale

Nous venons d'analyser un élément de  $35m$  soumis à un chargement typique. Le but de cette section était de déterminer les dimensions minimisant le poids de cet élément. Son poids est la somme de celui de son âme, de ses semelles et des raidisseurs placés le long de son âme.

Nous avons conclu que l'épaisseur de l'âme tendait vers sa valeur minimale admissible afin de minimiser le poids total de l'élément. Cette dernière est limitée par le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. En effet, afin d'éviter un risque de flambement de la semelle comprimée dans le plan de l'âme, il faut imposer un élancement maximal à l'âme. L'épaisseur  $t_w$  doit, par conséquent, augmenter avec  $h_w$ . A partir d'une certaine hauteur d'âme ( $h_w^*$ ), l'épaisseur  $t_w$  minimale pour rendre l'élancement acceptable atteint même l'épaisseur  $t_w^*$ . Cette épaisseur  $t_w^*$  rend l'utilisation des raidisseurs inutile. En effet, si le profilé est élancé, la contribution de l'âme dans la reprise de l'effort tranchant, ne dépend que de l'épaisseur  $t_w$  et non de la hauteur  $h_w$ . A partir d'une certaine épaisseur  $t_w^*$ , cette résistance devient dès lors suffisante pour reprendre l'effort tranchant sans l'aide de raidisseurs. On en a conclu qu'au dessus de  $h_w^*$ , plus aucun profilé minimisant le poids ne contiennent des raidisseurs (hormis les montants d'extrémité non-rigide).

Les semelles sont quant à elles, dimensionnées pour résister à l'effort de flexion et limiter la flèche. Plus l'âme est grande, plus l'aire des semelles peut être réduite. La section minimisant le poids global possède, par conséquent, une âme très élancée. Sa hauteur dépasse alors largement  $h_w^*$ . Le profilé optimal n'a dès lors plus besoin de raidisseur.

Ceci n'est vrai que si le profilé peut être aussi haut qu'on le souhaite. Si on limite la hauteur de l'âme, il se peut que le profilé optimal requiert l'utilisation de raidisseurs. En effet, l'épaisseur de l'âme tend vers sa valeur minimale. En dessous de  $h_w^*$ , l'âme minimisant le poids total doit généralement être aidée par l'ajout de raidisseurs intermédiaires et/ou montants d'extrémité rigide. L'ajout de raidisseurs induit bien souvent un poids moins important qu'une augmentation de  $t_w$  sur toute la longueur de la poutre.

La figure 49 montre qu'en limitant  $h_w$  à  $1m$ , le profilé optimal nécessite bien l'utilisation de raidisseurs.

A partir d'une certaine hauteur d'âme, la section des semelles n'est dictée que par la reprise de l'effort de flexion. Au-delà, le poids total de l'élément n'évolue que peu en fonction de  $h_w$ . Si l'on veut minimiser le poids sans utiliser une âme de trop grande hauteur, il faut, par conséquent, attendre que l'aire des semelles soit dictée par la reprise de la flexion (et non par la limitation de la flèche).

Un bon compromis entre hauteur de l'élément et poids minimal peut dès lors être trouvé. On utilisera les dimensions optimales associées à la première hauteur  $h_w$  où l'aire des semelles est dictée par la reprise de l'effort de flexion. Il s'agit du point d'intersection des courbes représentées sur la figure 48.

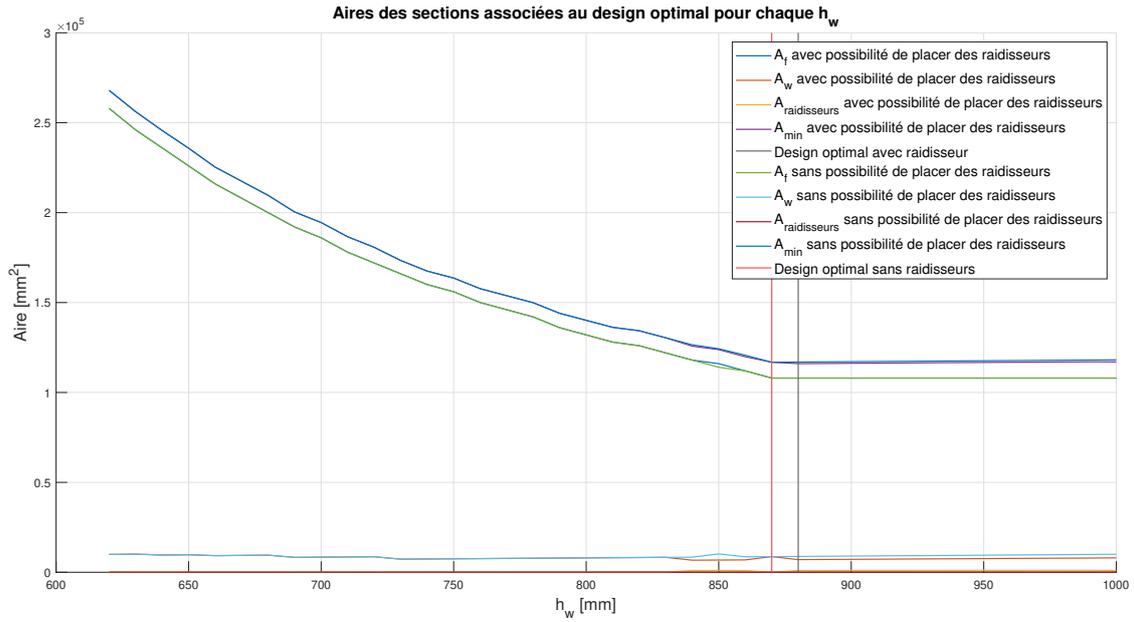


FIGURE 49 – Profilé optimal pour une hauteur d'âme limitée à 1m.

### 3.3.2 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : $L = 15m$

Cette longueur de poutre est largement moins importante que la précédente. Contrairement à  $L = 35m$ , l'élément possède un profilé optimal nécessitant l'utilisation de raidisseurs. Comme le montre la figure 33, ceci n'arrive que pour les longueurs  $L = 15m$  et  $L = 21m$ .

Nous avons fait le choix d'analyser la poutre de 15m de long. Cependant, son analyse est quasiment similaire à celle de 21m. Au travers de cette analyse, nous allons montrer que les grandes conclusions faites pour la poutre de 35m sont également valables si  $L = 15m$  (ou 21m).

Pour un élément de 15m, l'évolution des aires optimales en fonction de  $h_w$  sont données aux figures 50, 51 et 52.

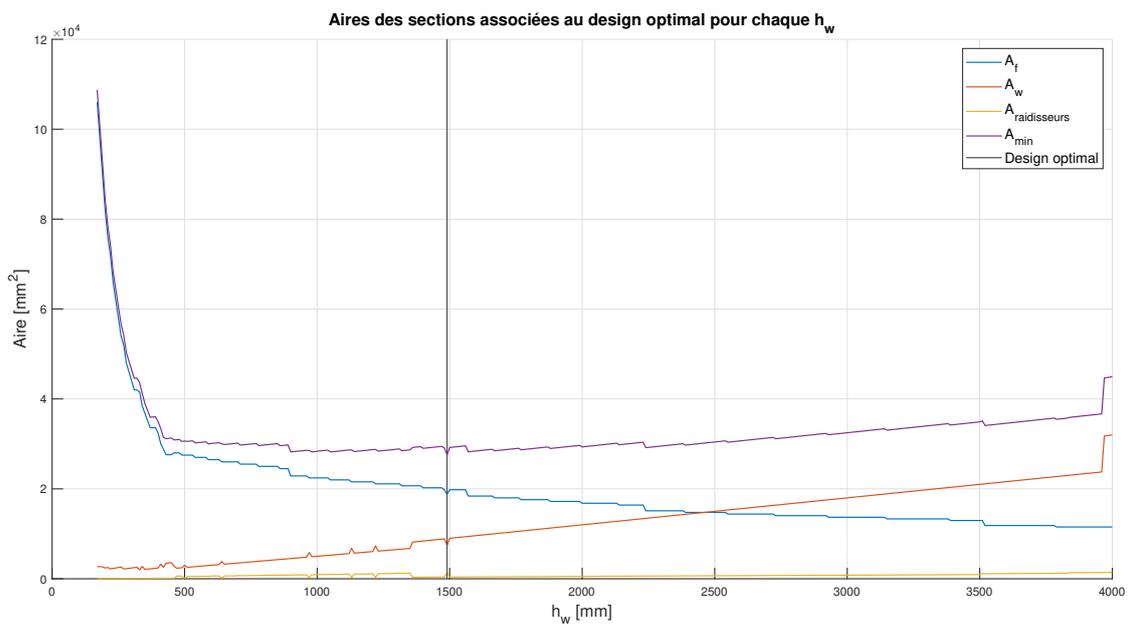


FIGURE 50 – Design optimal en autorisant l'utilisation de raidisseurs :  $L = 15m$ .

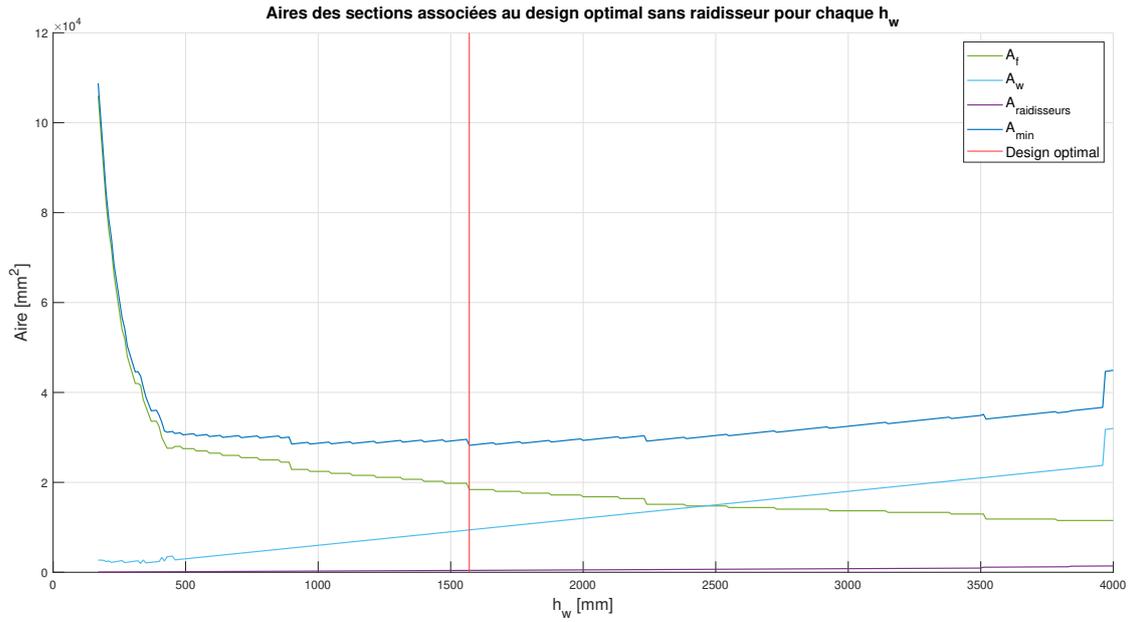


FIGURE 51 – Design optimal en n’autorisant pas l’utilisation de raidisseurs :  $L = 15m$ .

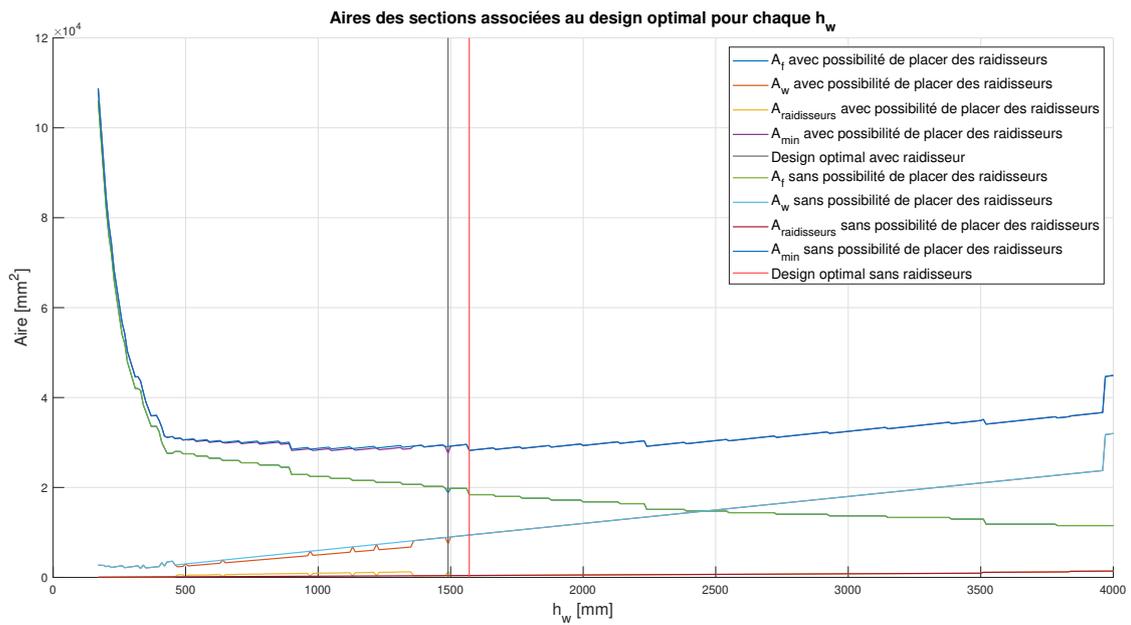


FIGURE 52 – Combinaison des résultats :  $L = 15m$ .

Grâce à la figure 52, on remarque qu’à partir de  $h_w = 1360mm$ , les solutions optimales ne comportent plus de raidisseur intermédiaire ni de montant d’extrémité rigide à l’exception de  $h_w = 1490mm$ .

Dans l’analyse de la poutre de  $35m$  de long, nous avons vu qu’à partir d’une certaine hauteur d’âme  $h_w^*$ , l’épaisseur  $t_w^*$  requise permet à l’âme de résister sans raidisseur. En effet, la contribution de l’âme dans la reprise de l’effort tranchant ne dépend que de  $t_w$  et non  $h_w$  (pour une âme élancée). Pour une poutre de  $15m$  de long, cette épaisseur  $t_w^*$  vaut  $5,35mm$  (soit  $6mm$  si l’on considère uniquement les épaisseurs réalisables). Ceci est montré à la figure 53.

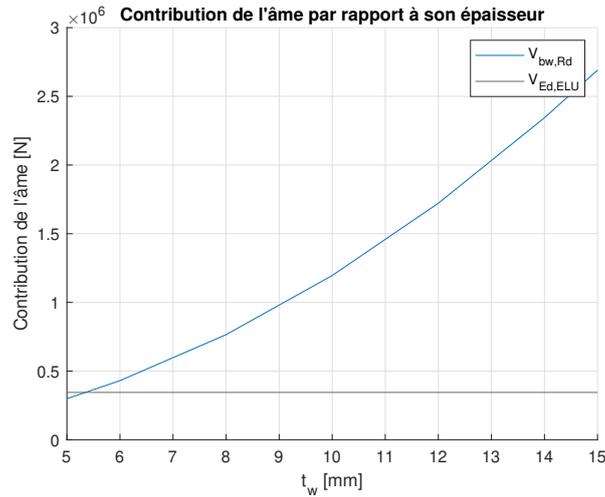


FIGURE 53 – Contribution de l'âme par rapport à son épaisseur.

### Analyse de l'évolution de $t_w$ et discussion sur l'intérêt des raidisseurs

Nous savons donc maintenant qu'à partir de  $t_w = t_w^* = 6mm$ , l'âme ne requiert plus l'utilisation de raidisseurs. On peut dès lors regarder l'évolution de l'épaisseur  $t_w$  minimale admissible et de  $t_w$  optimale en fonction de  $h_w$  (voir figure 55). L'épaisseur minimale est la plus petite épaisseur  $t_w$  pouvant donner un design acceptable en fonction de  $h_w$  (voir figure 54). L'épaisseur optimale est quant à elle la dimension  $t_w$  du profilé minimisant le poids (en fonction de  $h_w$ ).

Grâce aux figures 54 et 55, nous allons pouvoir comparer l'évolution générale de  $t_w$  pour  $L = 15m$  avec celle pour  $L = 35m$  (voir figures 39 et 40).

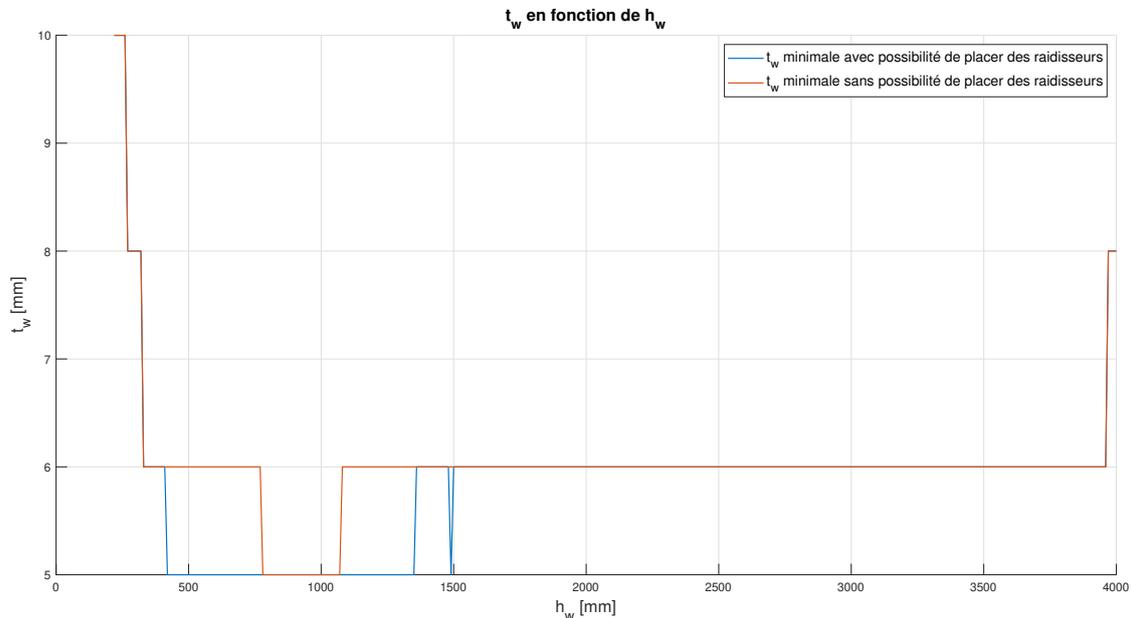


FIGURE 54 –  $t_w$  minimale en fonction de  $h_w$ .

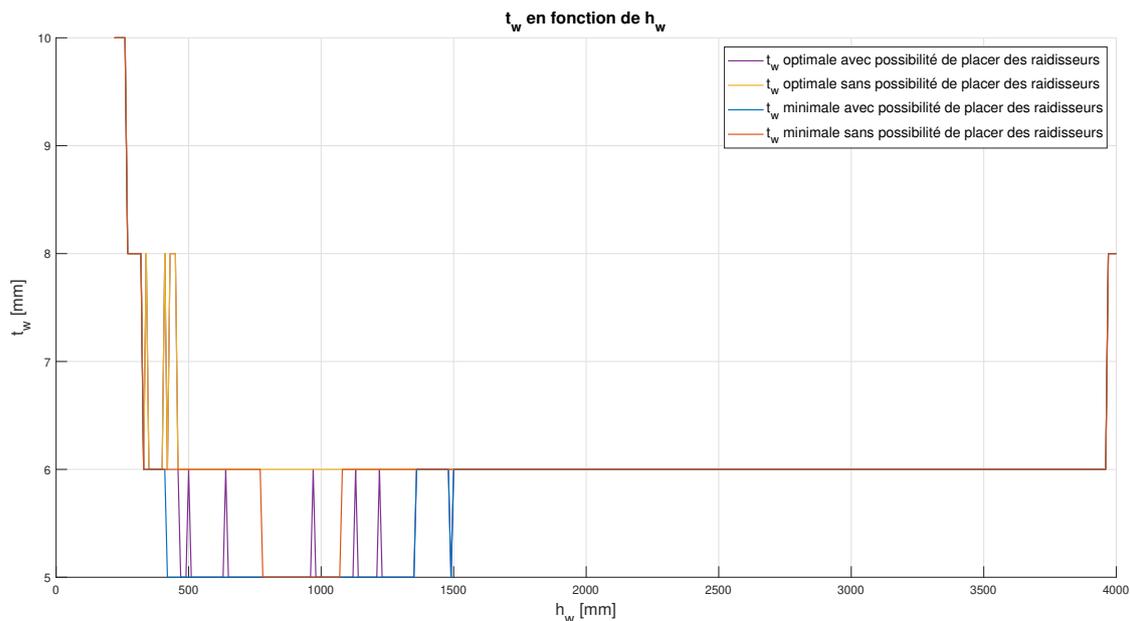


FIGURE 55 –  $t_w$  minimale et  $t_w$  optimale en fonction de  $h_w$ .

La figure 54 montre une différence notable entre la poutre de  $15m$  et celle de  $35m$ . L'élément de  $15m$  de long peut posséder une épaisseur  $t_w$  inférieure à  $t_w^*$  ( $= 6mm$ ) sans utiliser de raidisseur. Cela signifie que, localement, la contribution des semelles permet de rendre l'élément suffisamment résistant à l'effort tranchant. Ceci vient d'une augmentation de l'aire des semelles pour la reprise de l'effort de flexion.

Si l'on se réfère à la figure 53, lorsque  $t_w = 5mm$ , la contribution de l'âme n'est que légèrement inférieure à  $V_{Ed}$ . Une contribution des semelles ( $V_{bf,Rd}$ ), même relativement faible comparée à celle de l'âme ( $V_{bw,Rd}$ ), peut dès lors permettre à une âme de  $5mm$  d'épaisseur de résister sans l'aide de raidisseurs.

Ce phénomène reste cependant rare. Pour qu'il se produise, il faut généralement que la contribution de l'âme soit juste inférieure à  $V_{Ed,ELU}$ . De plus, il faut que le critère de non-flambement des semelles dans l'âme le permette. En effet, la contribution des semelles augmente avec leur aire. En d'autres mots, plus l'aire des semelles ( $A_f$ ) est grande, plus la contribution des semelles dans la reprise de l'effort tranchant ( $V_{bf,Rd}$ ) est grande. Cependant, l'aire des semelles est limitée par le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. On ne peut donc pas augmenter l'aire des semelles indéfiniment pour une section d'âme donnée. Par conséquent, si l'on veut utiliser une épaisseur  $t_w$  inférieure à  $t_w^*$  sans ajouter de raidisseurs, il faut que la contribution des semelles devienne suffisante pour une aire  $A_f$  ne dépassant pas cette limite.

On remarque également que, comme pour l'élément de  $35m$ , à partir d'une certaine hauteur  $h_w^*$ , l'épaisseur minimale admissible augmente soudainement jusqu'à  $t_w^*$ . Dans le cas d'un élément de  $15m$ , la hauteur  $h_w^*$  vaut  $1360mm$  et l'épaisseur y passe de  $5mm$  à  $6mm$ . Lorsque la poutre avait une longueur de  $35m$ ,  $h_w^*$  valait  $1140mm$  et l'épaisseur  $t_w$  passait de  $8mm$  à  $10mm$ .

L'explication de cette augmentation soudaine de la plus petite épaisseur admissible est le risque de flambement des semelles dans l'âme. En effet, à partir d'une certaine hauteur  $h_w$ , si l'on conserve une épaisseur  $t_w$  faible, l'élancement de l'âme devient très important. Il se peut dès lors qu'elle ne soit plus capable d'empêcher la semelle comprimée de flamber dans son plan.

Pour rappel, le critère définissait une section de semelle ( $A_f$ ) maximale en fonction de l'élancement de l'âme. Lorsque cette aire était trop faible pour reprendre la flexion (ou limiter la flèche), il fallait augmenter  $t_w$  afin de réduire l'élancement de l'âme.

La figure 56 montre qu'une épaisseur  $t_w$  de  $5mm$  n'est valable que jusqu'à  $h_w = 1350mm$ . A partir de  $h_w = 1360mm$ , il faudra donc passer à une épaisseur de  $6mm$  (voir figure 57). Cependant,

en  $h_w = 1490\text{mm}$ , l'aire des semelles maximale repasse au-dessus de celle permettant une reprise de la flexion. L'âme peut, par conséquent, reprendre une épaisseur de  $5\text{mm}$  pour cette hauteur  $h_w$ . Il s'agit d'ailleurs de la section minimisant le poids de l'élément. C'est pour cette raison que le design optimal nécessite l'utilisation de raidisseurs.

Pour toutes les autres hauteurs d'âme, l'épaisseur  $t_w$  devra être au minimum de  $6\text{mm}$ . A partir de cette épaisseur, la contribution de l'âme dépasse  $V_{Ed}$ . L'utilisation de raidisseurs intermédiaires et/ou de montants d'extrémité rigide sera, par conséquent, inutile.

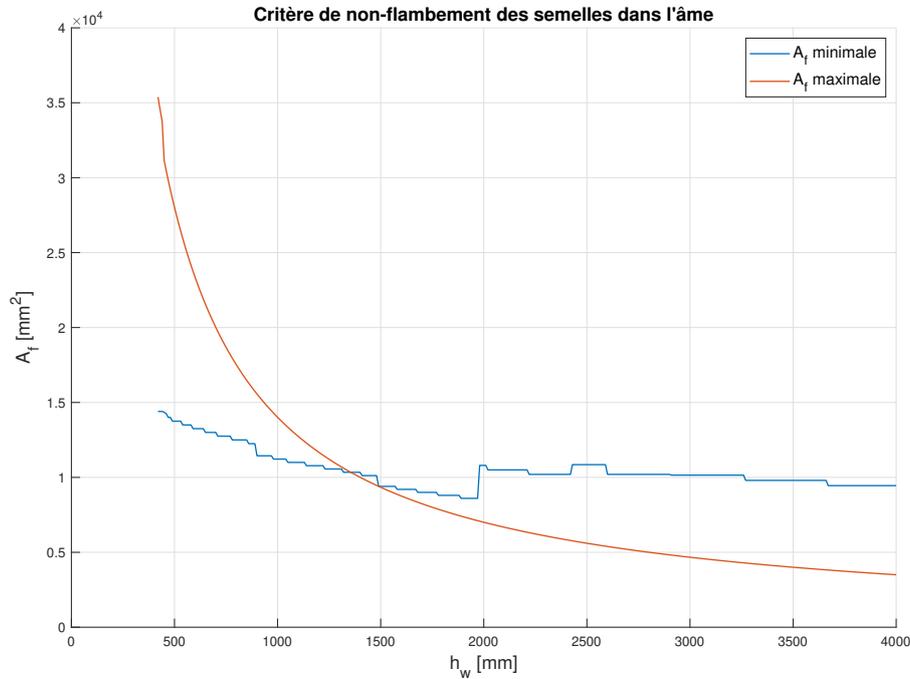


FIGURE 56 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 5\text{mm}$ .

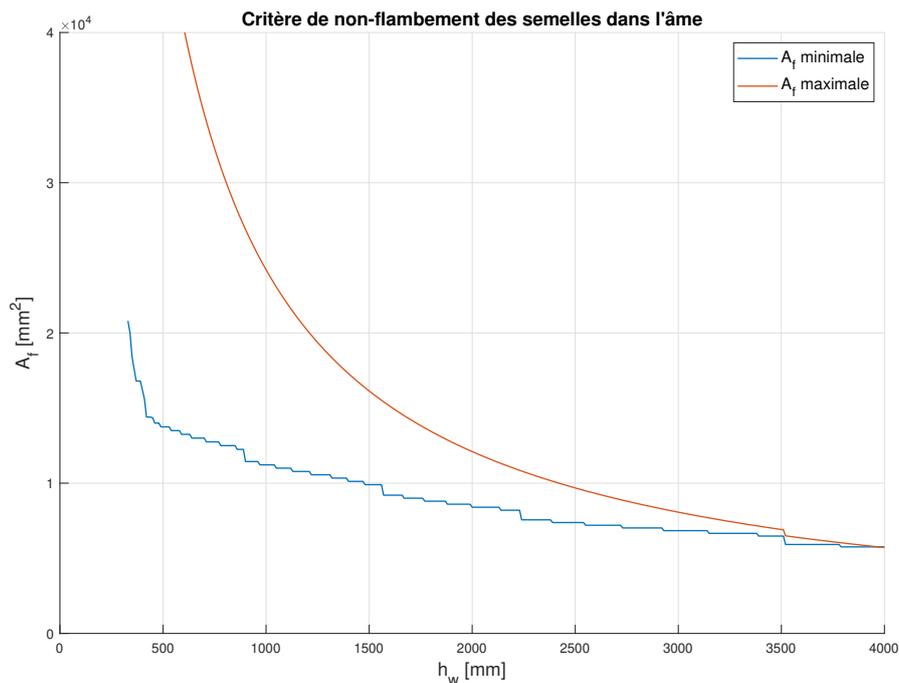


FIGURE 57 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 6\text{mm}$ .

Une autre similitude entre l'évolution de  $t_w$  pour  $L = 15m$  et  $L = 35m$  est la présence de "pics" sur la courbe des épaisseurs  $t_w$  optimales. En effet, comme pour l'élément de  $35m$ , l'optimisation peut mener à favoriser une âme légèrement plus épaisse au profit de semelles de plus faible section. Ce phénomène peut avoir lieu lorsque l'aire des semelles est limitée par le critère de flèche. Une âme de plus grande épaisseur peut accroître l'inertie. Un poids minimal peut dès lors être trouvé en réduisant l'aire des semelles mais en conservant l'inertie en augmentant l'épaisseur de l'âme.

Une augmentation de l'épaisseur peut donc permettre de conserver une inertie similaire avec une section de semelle réduite. Cet épaississement de l'âme peut également augmenter la contribution de l'âme dans la reprise de l'effort tranchant. Les raidisseurs deviennent dès lors, potentiellement, inutiles. En les retirant, on réduit encore un peu le poids du PRS.

### Discussion autour de l'aire minimale des semelles

Nous venons d'analyser l'évolution de la section de l'âme. Afin de réaliser une analyse de résultats complète, on pourrait dès lors faire de même avec la section des semelles.

Pour une portée de  $35m$ , nous avons vu que l'aire des semelles ( $A_f$ ) n'était dictée que par la reprise de la flexion et la limitation de la flèche. Lorsque la longueur de la poutre descend à  $15m$ , l'aire des semelles est également dictée par ces deux critères. Ceci est montré à la figure 58. L'intersection entre les deux courbes se passe en  $h_w = 430mm$ . A partir de cette hauteur, l'aire des semelles est dictée par la reprise de l'effort de flexion. Le poids de l'élément reste alors relativement constant pour les hauteurs supérieures à  $430mm$ . Si l'on souhaite garder un profilé de faible hauteur tout en minimisant le poids, il est préférable de prendre une hauteur supérieure à  $430mm$  mais relativement faible.

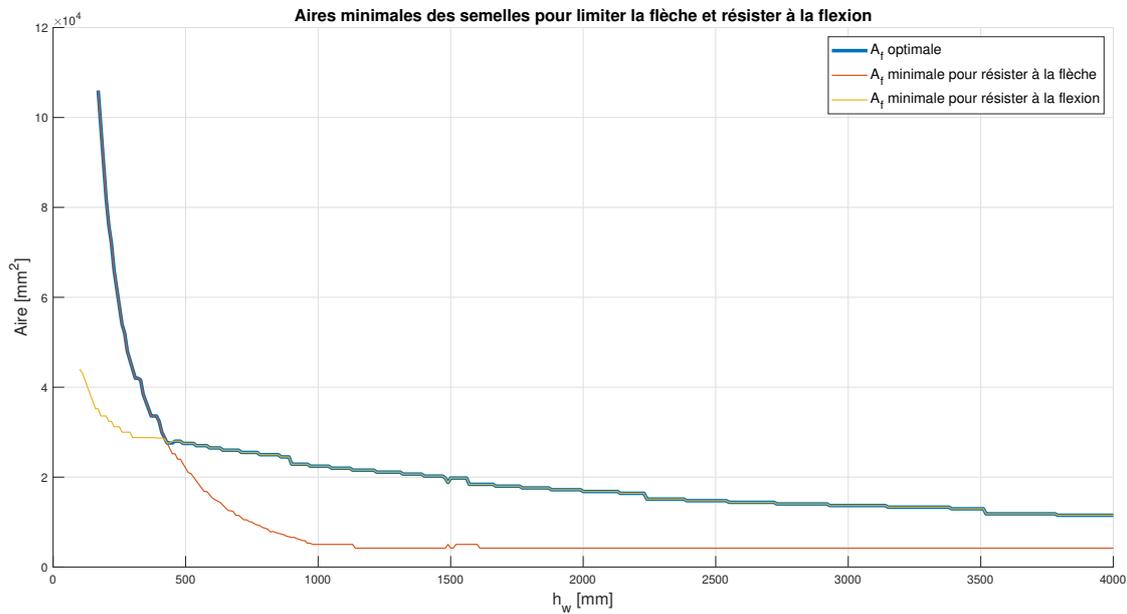


FIGURE 58 – Aires minimales des semelles pour résister à la flexion et limiter la flèche.

### Analyse globale

En étudiant un élément d'une portée de  $15m$ , nous nous sommes rendu compte que les grandes conclusions pour la poutre de  $35m$  étaient également applicables. Ceci justifie que l'analyse réalisée peut être appliquée à la plupart des éléments.

On retiendra donc comme conclusion majeure que l'épaisseur de l'âme tend vers sa valeur minimale admissible afin de minimiser le poids total de l'élément. Cette dernière est limitée par le critère

de non-flambement des semelles dans l'âme. A partir d'une certaine hauteur d'âme ( $h_w^*$ ), l'épaisseur  $t_w$  minimale évitant que les semelles ne puissent flamber dans le plan de l'âme devient tellement importante que les raidisseurs ne sont plus utiles.

Les semelles sont quant à elles, dimensionnées pour résister à l'effort de flexion et limiter la flèche. Plus l'âme est grande, plus l'aire des semelles peut être réduite. La section minimisant le poids global possède, par conséquent, une âme très élancée. Lorsque que les semelles sont dimensionnées pour reprendre l'effort de flexion (et non la flèche), le poids global de l'élément reste stable bien que  $h_w$  augmente.

### 3.3.3 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : Conclusion

L'objectif premier de ce chapitre est de comprendre et de déterminer quand l'utilisation de raidisseurs est utile pour minimiser le poids de l'élément. En étudiant différentes longueurs  $L$ , nous avons conclu que l'utilisation de raidisseurs ne permettait que rarement de minimiser le poids de l'élément. Ceci était surtout marqué si la hauteur de l'âme n'était pas limitée. La section des semelles peut, dès lors, être fortement réduite en contre partie d'un grand bras de levier entre elles. La diminution du poids des semelles devient prépondérante sur l'augmentation de celui de l'âme. La hauteur de l'âme associée au profilé minimisant le poids est par conséquent, très grande. Afin de réduire son élancement, son épaisseur doit également augmenter. Cette dernière permet dès lors de reprendre l'effort tranchant sans ajouter de raidisseurs.

Les raidisseurs servent à augmenter la résistance à l'effort tranchant si l'âme est trop fine pour résister seule. L'épaisseur de l'âme ( $t_w$ ) tend elle vers sa valeur minimale admissible afin de réduire au maximum le poids de l'élément. Elle ne possède qu'une importance faible dans la reprise de l'effort de flexion et la limitation de la flèche. Son rôle principal est d'augmenter la résistance à l'effort tranchant. Cependant, une réduction de l'épaisseur  $t_w$  sur toute la longueur de l'élément induit généralement une réduction de poids global même si des raidisseurs doivent être rajoutés en contrepartie. Cela signifie que l'épaisseur de l'âme sera généralement la valeur minimale admissible même si la résistance à l'effort tranchant n'est plus suffisante. Des raidisseurs sont alors ajoutés afin de remédier à cela.

Pour minimiser le poids, nous venons de discuter le fait que l'âme pouvait devenir très grande et fine. Afin de limiter le risque de flambement des semelles dans l'âme, il faut conserver un certain élancement maximal. Ce dernier assure une rigidité suffisante à l'âme pour empêcher la semelle comprimée de flamber dans son plan. Son épaisseur  $t_w$  doit dès lors augmenter avec  $h_w$ . On atteint assez vite une épaisseur  $t_w^*$  à partir de laquelle, la contribution de l'âme dans la reprise de l'effort tranchant ( $V_{bw,Rd}$ ) devient supérieure à  $V_{Ed}$ . En effet, nous avons démontré que, lorsque que l'âme est élancée, la contribution de celle-ci dans la reprise de l'effort tranchant ne dépendait que de son épaisseur ( $t_w$ ), et non de sa hauteur ( $h_w$ ). Une fois l'épaisseur  $t_w^*$  atteinte, l'âme possède une résistance suffisante pour reprendre l'effort tranchant et l'utilisation de raidisseurs devient inutile.

La relation entre  $V_{bw,Rd}$  et  $t_w$  est identique pour chaque longueur de poutre. La seule différence est l'effort  $V_{Ed}$  maximal qui augmente avec la longueur de la poutre. Pour un cas de charge commun, l'épaisseur  $t_w^*$  augmente donc avec la portée  $L$ . Ceci est représenté à la figure 59 (courbe bleue).

Le critère de non-flambement des semelles dans l'âme nous donne une aire de semelle maximale admissible en fonction des dimensions de l'âme ( $h_w - t_w$ ) et de la limite d'élasticité des semelles ( $f_{y,f}$ ). Pour une épaisseur  $t_w$  fixe, il est donc possible de déterminer une courbe de l'aire maximale admissible en fonction de  $h_w$ . On peut comparer cette courbe avec celle de l'aire des semelles minimale (en fonction de  $h_w$ ) pour reprendre l'effort de flexion et/ou limiter la flèche. A partir d'une certaine hauteur d'âme, l'aire des semelles maximale admissible devient inférieure à la section minimale pour résister à la flexion et/ou limiter la flèche. Il faut alors augmenter l'épaisseur  $t_w$  afin d'accroître la rigidité de l'âme. Dès lors, la courbe d'aires maximales remonte et les dimensions minimales pour reprendre la flexion et/ou limiter la flèche sont à nouveau acceptables.

Il est donc possible de déterminer une hauteur d'âme  $h_w^*$  comme étant la plus haute acceptable avant de devoir imposer  $t_w = t_w^*$ . Pour ce faire, il faut commencer par trouver  $t_w^*$ . Cette dernière est la plus petite épaisseur donnant :  $V_{bw,Rd} \geq V_{Ed}$ . Il faut ensuite regarder le critère de non-flambement des semelles dans l'âme associé à l'épaisseur juste inférieure à  $t_w^*$ . En effet, ce sera à partir de la hauteur d'âme où cette épaisseur n'est plus acceptable que  $t_w^*$  est requis. On obtient donc  $h_w^*$ . A partir de cette hauteur, l'épaisseur  $t_w^*$  est requise et les raidisseurs ne seront plus utiles.

Notons qu'il est toutefois possible d'avoir des solutions sans raidisseur où une épaisseur  $t_w$  inférieure à  $t_w^*$  est acceptable. Cette situation signifie que la contribution des semelles n'est pas négligeable. Ce phénomène se produit généralement quand l'épaisseur donnant  $V_{bw,Rd} = V_{Ed}$  est tout juste supérieure à une épaisseur admissible. En effet, l'épaisseur pour laquelle nous obtenons cette égalité est rarement une valeur ronde et admissible. Par exemple si  $V_{bw,Rd} = V_{Ed}$  pour  $t_w = 6,2mm$ , on définira  $t_w^*$  à  $8mm$ . Il y a de grandes chances que, pour certaines sections de semelle, la résistance à l'effort tranchant soit assez importante pour se dispenser de raidisseurs même si  $t_w = 6mm < t_w^*$ .

La figure 59 représente les valeurs de  $t_w^*$  et de  $h_w^*$  en fonction de  $L$ . La hauteur  $h_w^*$  est, par conséquent, l'âme à partir de laquelle  $t_w^*$  est requis pour satisfaire le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. On voit bien que l'épaisseur  $t_w^*$  augmente progressivement avec  $L$ . En effet, comme expliqué plus tôt, la contribution  $V_{bw,Rd}$  est fixée par rapport à l'épaisseur  $t_w$  mais l'effort maximal à reprendre augmente lui avec  $L$ . Il faut donc une résistance  $V_{Rd}$  de plus en plus grande. L'épaisseur  $t_w^*$  augmente dès lors progressivement.

Pour une certaine épaisseur  $t_w^*$ , la hauteur minimale avant que cette épaisseur soit requise ( $h_w^*$ ) diminue avec  $L$ . En effet, l'aire des semelles maximale pour respecter le critère de non-flambement des semelles reste fixe d'une longueur  $L$  à l'autre (pour une épaisseur  $t_w$  constante). Cependant, l'aire des semelles minimale pour reprendre la flexion et limiter la flèche, augmente elle avec  $L$ . L'intersection entre ces deux courbes se produit donc pour une hauteur de plus en plus petite. Il arrive même que l'épaisseur  $t_w^*$  soit requise dès le départ ( $h_w^* = 0$ ). Ceci est montré à la figure 59.

Pour s'en convaincre et bien comprendre ce qui vient d'être dit, les figures 60 et 61 ont été réalisées. On s'intéresse aux longueurs  $L = 14m$  et  $L = 15m$ . Elles possèdent toutes les deux une épaisseur  $t_w^*$  de  $6mm$ . Pour ces longueurs de poutre, nous étudions l'évolution de l'aire maximale pour respecter le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. Ce critère est évalué avec l'épaisseur  $t_w$  ( $= 5mm$ ) juste inférieure à  $t_w^*$  ( $= 6mm$ ). On constate que cette courbe est bien similaire pour les deux longueurs. On représente ensuite la courbe d'aire minimale pour reprendre l'effort de flexion et/ou limiter la flèche. Cette deuxième courbe est plus haute pour la poutre de  $15m$  que pour celle de  $14m$ . En effet, les efforts sont plus importants. La section des semelles doit, par conséquent, être augmentée. L'intersection entre les deux courbes est donc réalisée pour une hauteur  $h_w^*$  plus faible lorsque  $L$  augmente.

On remarque que les éléments de longueurs inférieures à  $14m$  possèdent une épaisseur  $t_w^*$  de  $5mm$ . Cette épaisseur est la plus petite réalisable. Cela signifie qu'aucun design admissible ne nécessitera l'utilisation de raidisseurs pour ces quatre éléments de portées inférieures à  $14m$ .

Le poids total de l'élément ne découle pas uniquement de celui de l'âme et des raidisseurs. Une grande fraction de ce dernier vient du poids des semelles. La section des semelles est elle dictée par deux critères : la reprise de l'effort de flexion et la limitation de la flèche. Avant une certaine hauteur d'âme, c'est la flèche qui impose une aire minimale. Au-dessus de cette hauteur, c'est la reprise du moment interne que limite l'aire des semelles. A partir de ce moment, le poids de l'élément varie relativement peu lorsque  $h_w$  augmente. Bien que le design optimal est généralement associé à une grande hauteur d'âme, dès que la reprise du moment devient prédominante sur la limitation de la flèche, le poids de l'élément reste proche de l'optimal. On peut dès lors trouver un bon compromis entre un profilé de poids minimal et une section de dimensions raisonnables. Ceci est possible en utilisant les dimensions optimales associées à cette hauteur d'âme à partir de laquelle, l'effort de flexion devient prédominant sur la limitation de la flèche.

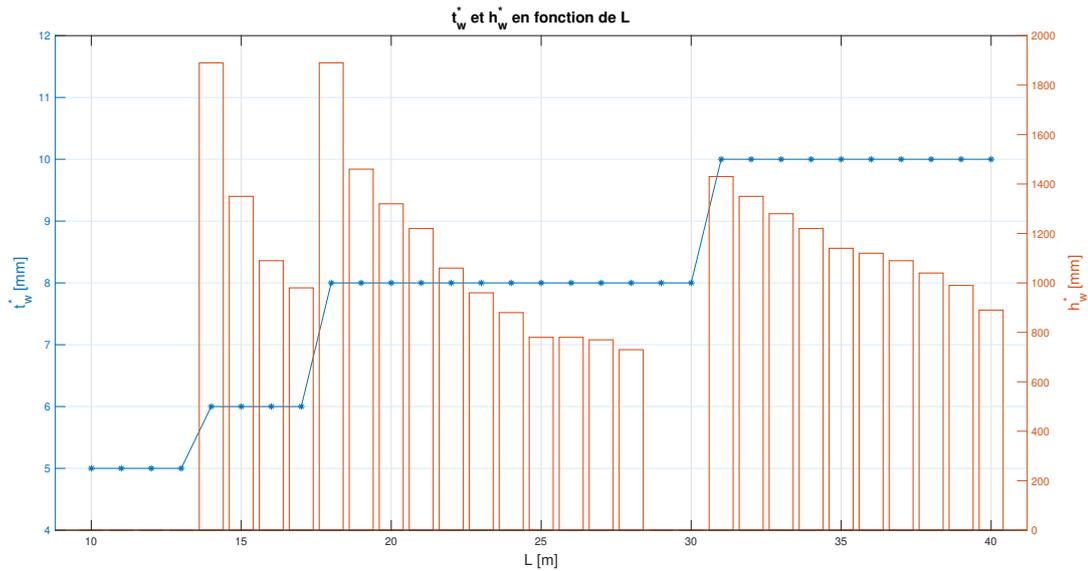


FIGURE 59 –  $h_w^*$  et  $t_w^*$  en fonction de  $L$ .

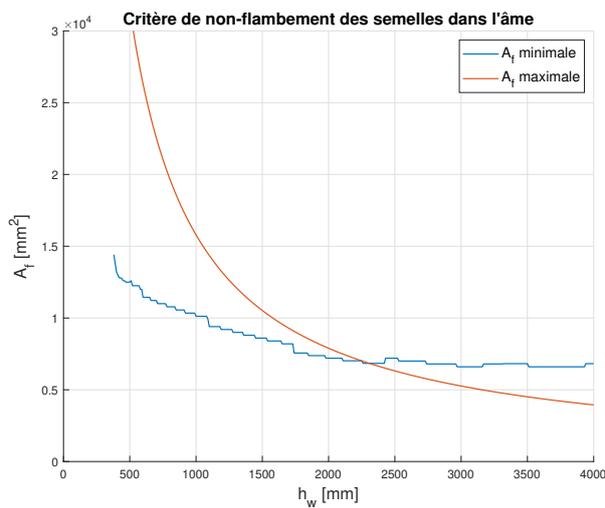


FIGURE 60 –  $L = 14m$  et  $t_w = 5mm$ .

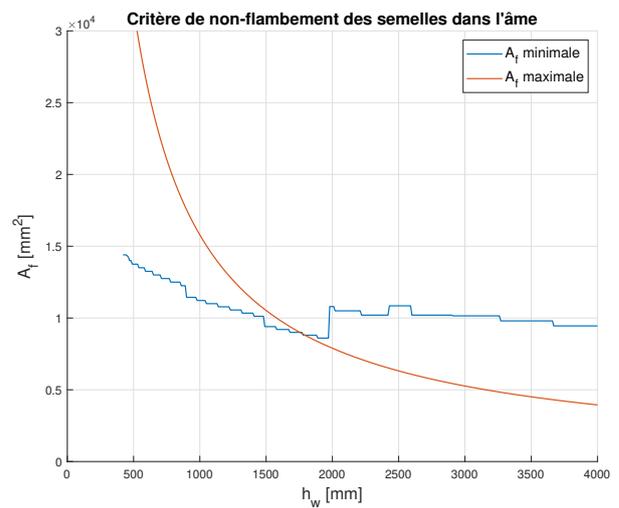


FIGURE 61 –  $L = 15m$  et  $t_w = 5mm$ .

### 3.4 Analyse des résultats : cas particulier où le déversement est empêché

Nous venons d'étudier les résultats d'optimisation lorsque le déversement est autorisé. Dans bien des cas, ce type d'instabilité n'est pas à prendre en compte. En effet, si la poutre est maintenue latéralement de manière efficace, le flambement hors plan de la semelle comprimée n'est alors pas possible. On considérera donc que le déversement est empêché et que la résistance à la flexion de l'élément ( $M_{b,Rd}$ ) équivaut à celle de la section ( $M_{Rk}$ ).

Les effets de ce type d'instabilité sur les dimensions de la section n'ont un impact qu'à partir du moment où la limitation de la flèche n'est plus dimensionnante. En effet, dans le cas général où le déversement est permis, avant une certaine hauteur  $h_w$ , c'est la flèche qui limite l'aire des semelles et non la flexion. Une augmentation de la résistance à la flexion pour une section de même dimension n'a dès lors aucun impact avant d'atteindre cette hauteur d'âme.

A partir de cette hauteur où les semelles devraient être dimensionnées pour reprendre le moment interne maximal (hauteur définie par le cas avec déversement), leur section pourra être réduite si

le déversement est empêché. En effet, la prise en compte de cette instabilité réduit la résistance à la flexion de l'élément ( $M_{b,Rd}$ ) d'un coefficient  $\chi_{LT}$ . Sans déversement, à section égale, la résistance ne peut donc être que plus grande (ou égale si le profilé était non élancé, ce qui ne risque pas d'être le cas avec des PRS). L'aire minimale pour reprendre l'effort de flexion est dès lors diminuée. On peut donc réduire les dimensions des semelles et, par conséquent, le poids total de l'élément.

Afin de confirmer ce qui vient d'être dit, on va comparer le poids linéaire minimal des éléments sans prise en compte du déversement à celui obtenu dans le cas général (avec risque de déversement). Ceci est réalisé à la figure 62. On y voit le poids linéaire des éléments en fonction de leur longueur. Ce poids linéaire est donné par rapport à ces deux paramètres :

- Le déversement est-il permis ?
- L'utilisation de montants d'extrémité rigide et de raidisseurs intermédiaires est-elle permise ?

Pour rappel, tous les profilés sont constitués d'un montant d'extrémité non-rigide par défaut. Lorsque nous parlons d'un profilé nécessitant l'utilisation de raidisseurs, cela signifie qu'il comporte au moins un raidisseur intermédiaire et/ou des montants d'extrémité rigide. Un profilé dit "sans raidisseur", sous entend un profilé dont les raidisseurs ne participent pas à la reprise de l'effort tranchant. Il ne possède donc qu'un montant d'extrémité non-rigide (seulement un raidisseur double à chaque appui).

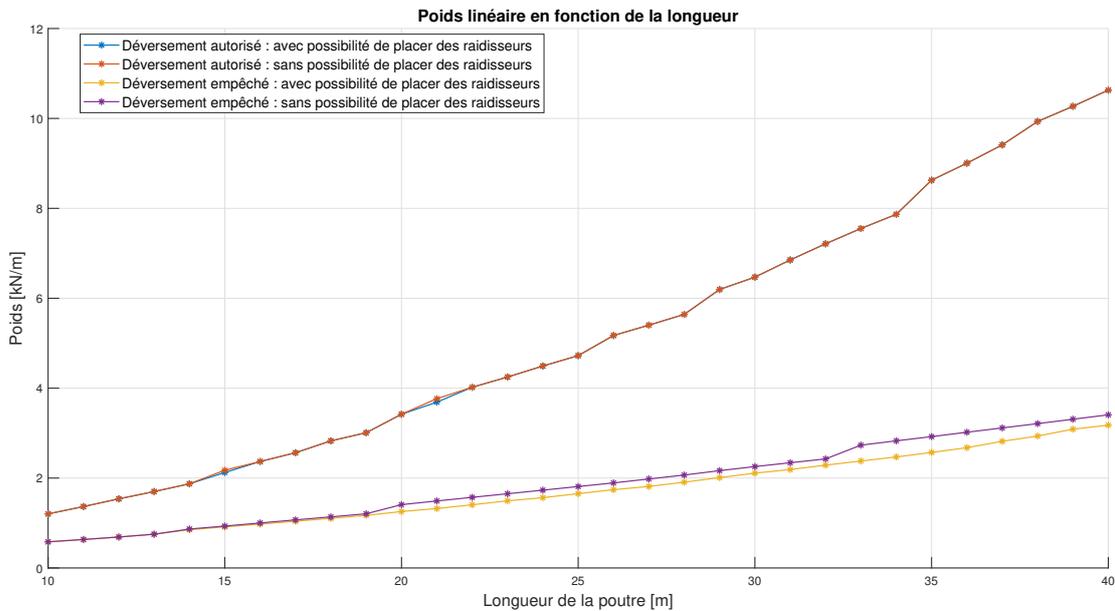


FIGURE 62 – Poids linéaire minimal en fonction de la longueur de l'élément.

Grâce à la figure 62, on remarque que le fait d'empêcher le déversement permet effectivement de réduire considérablement le poids de l'élément. Une autre observation peut cependant être réalisée. En empêchant la poutre de déverser, l'utilisation de raidisseurs devient utile pour réduire le poids global de l'élément. Ce phénomène est observé pour tous les éléments d'une longueur supérieure à  $13m$ . Jusqu'à  $13m$ , nous pouvons voir sur la figure 59 que leur épaisseur  $t_w^*$  vaut  $5mm$ . Cela signifie que la plus petite épaisseur réalisable permet déjà à l'âme de résister à l'effort tranchant sans l'aide de raidisseurs. L'utilisation de raidisseurs est, par conséquent, inutile pour les éléments de portée inférieure à  $14m$ .

Afin de comprendre pourquoi l'utilisation de raidisseurs permet de réduire le poids global des éléments, nous allons étudier plus en détail une longueur de poutre :

- **Design optimal sans possibilité de déversement avec  $L = 35m$ .**

Cet élément possède un design optimal qui nécessite d'utiliser des raidisseurs intermédiaires et/ou des montants d'extrémité rigide.

### 3.4.1 Design optimal sans tenir compte du risque de déversement : $L = 35m$

Nous avons pu observer que, contrairement au cas où le déversement est permis, un élément de  $35m$  va minimiser son poids en utilisant des raidisseurs. Afin de comprendre les différents phénomènes en jeu, nous allons regarder l'évolution des sections optimales en fonction de  $h_w$ . Comme pour l'étude générale, quatre aires seront représentées :

- L'aire des semelles ( $A_f$ ) qui minimise le poids total de l'élément en fonction de  $h_w$ .
- L'aire de l'âme ( $A_w$ ) qui minimise le poids total de l'élément en fonction de  $h_w$ .
- Une aire fictive ( $A_{raisseurs}$ ) correspondant au volume total des raidisseurs répartis uniformément sur l'élément. Ces raidisseurs dépendent du design optimal associé à  $h_w$ .
- L'aire totale de la section optimale ( $A_{min}$ ) associée à  $h_w$ . Cette courbe est la somme des trois autres. Elle reflète l'évolution de l'aire minimale de l'élément en fonction de la hauteur d'âme  $h_w$ . Son minimum correspond à la section ayant la plus petite aire possible et, par conséquent, le poids minimal pour ce cas de charge et cette longueur  $L$ .

Toutes ces aires optimales sont représentées dans le cas où l'utilisation des raidisseurs est autorisée (figure 63) ainsi que dans le cas où elle ne l'est pas (figure 64). Ensuite, ces courbes sont comparées et rassemblées sur la figure 65. On voit directement que, lorsque l'utilisation de raidisseurs est permise, les profilés optimaux diffèrent largement de ceux sans raidisseur.

Comme pour le cas avec déversement, on voit que, plus l'âme est haute, plus l'aire des semelles est réduite. En effet, en augmentant le bras de levier entre les semelles, l'inertie et la résistance à la flexion augmentent. En contrepartie, la section des semelles peut être réduite tout en conservant une inertie et une résistance relativement constantes. Le poids lié aux semelles diminue donc en conséquence bien que celui de l'âme augmente. On obtient alors une certaine hauteur  $h_w$  permettant de minimiser le poids global de l'élément. Il s'agit du point à partir duquel la diminution de la section des semelles n'est plus supérieure à l'augmentation de celle de l'âme.

L'épaisseur  $t_w^*$  (épaisseur à partir de laquelle l'âme n'a plus besoin de raidisseurs pour résister à l'effort tranchant) est restée identique au cas où le déversement était autorisé. Cette dernière vaut donc toujours  $10mm$ . Il semblerait cependant que des épaisseurs  $t_w$  inférieures à  $t_w^*$  soient autorisées pour un beaucoup plus grand ensemble de hauteurs d'âme. L'utilisation de raidisseurs est dès lors généralement requise.

Pour rappel, l'épaisseur  $t_w$  était limitée par le risque de flambement de la semelle comprimée dans le plan de l'âme. Il fallait, par conséquent, imposer un élancement minimal à l'âme. En d'autres mots, une épaisseur minimale en fonction de  $h_w$ . Plus l'âme devenait haute, plus cette épaisseur minimale augmentait. Sans déversement, les sections optimales des éléments étaient généralement associées à des grandes âmes afin de réduire au maximum l'aire des semelles (en contrepartie d'un grand bras de levier). On devait donc utiliser une épaisseur minimale importante. Cette dernière était bien souvent égale ou supérieure à  $t_w^*$ . Les raidisseurs n'étaient donc plus requis.

Dans le cas où le déversement était autorisé, lorsque la portée était de  $35m$ , à partir de  $h_w^* = 1190mm$ , plus aucun design admissible ne comportait de raidisseur. Le critère de non-flambement des semelles dans l'âme empêchait l'utilisation d'une épaisseur  $t_w$  inférieure à  $t_w^*$ . Ici, la figure 65 montre que des designs avec raidisseurs sont au moins admissibles jusqu'à  $h_w = 3090mm$ . Empêcher la poutre de déverser a donc un impact favorable sur le critère de non-flambement des semelles dans l'âme.

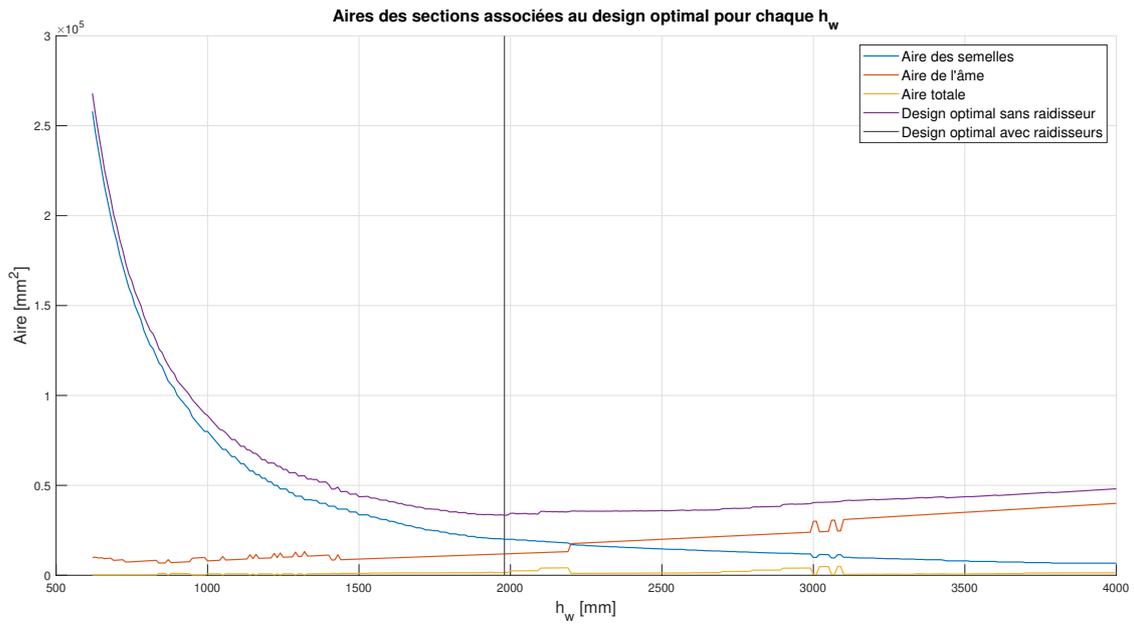


FIGURE 63 – Design optimal en autorisant l'utilisation de raidisseurs :  $L = 35m$ .

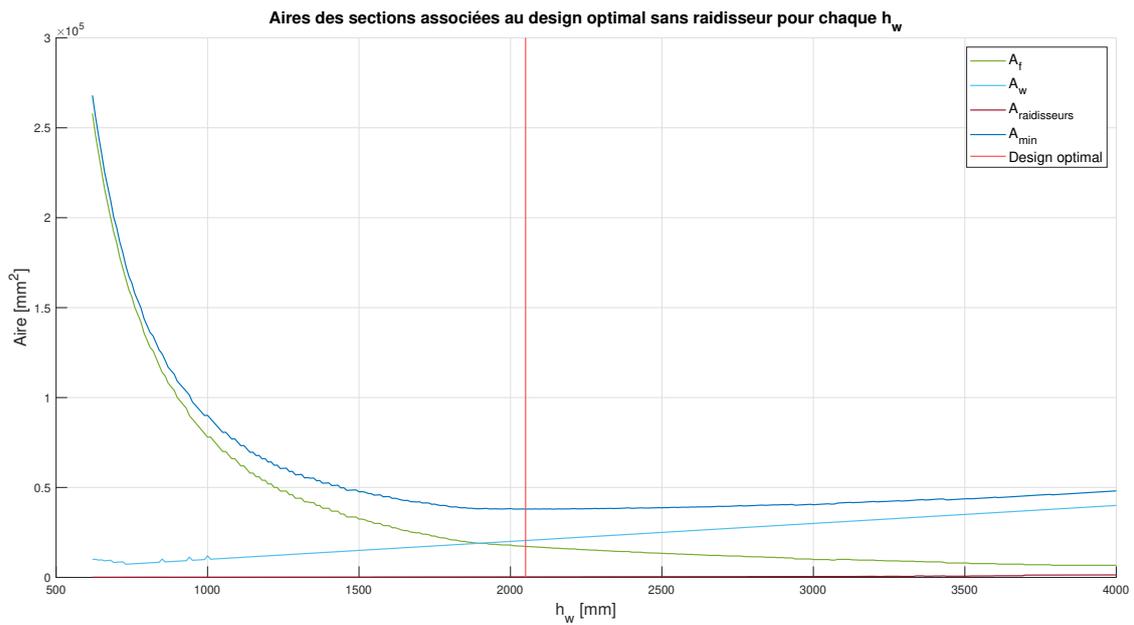


FIGURE 64 – Design optimal en n'autorisant pas l'utilisation de raidisseurs :  $L = 35m$ .

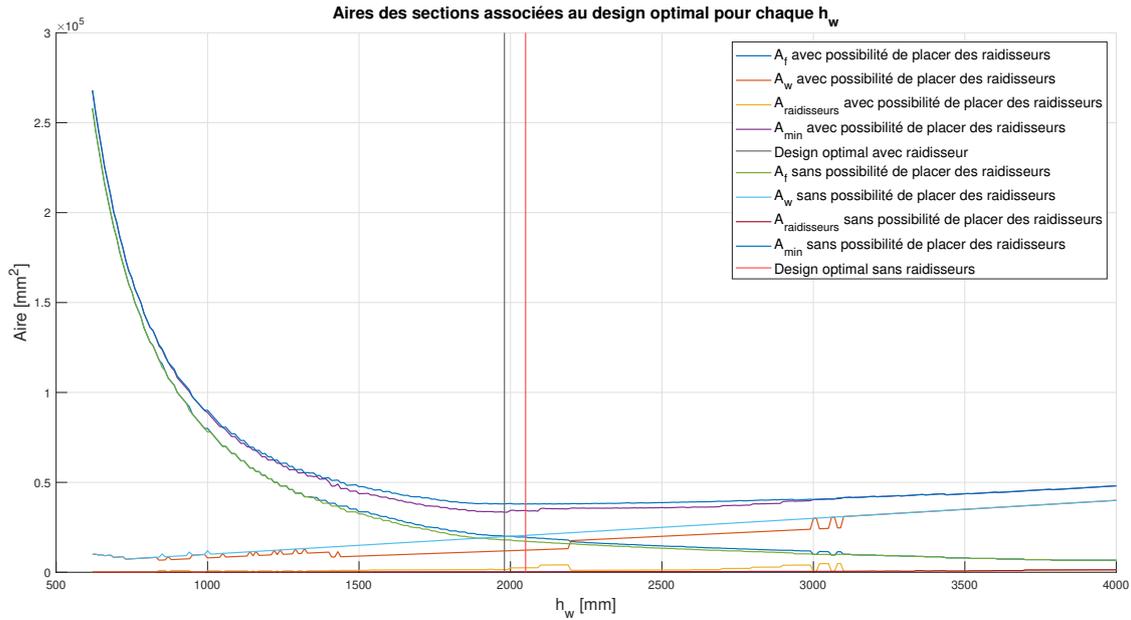


FIGURE 65 – Combinaison des résultats :  $L = 35m$ .

### Analyse de l'évolution de $t_w$ et discussion sur l'intérêt des raidisseurs

Lorsque le déversement est empêché, pour un élément de  $35m$ , la plus haute âme acceptant l'utilisation de raidisseurs passe de  $1190mm$  à au moins  $3090mm$ .

Pour rappel, dans le cas où le déversement était autorisé, le critère de non-flambement des semelles empêchait l'utilisation d'une épaisseur  $t_w$  de  $8mm$  au-dessus de  $h_w = 1190mm$ . Cette épaisseur devait dès lors passer à  $10mm$ . Lorsque l'épaisseur de l'âme vaut  $t_w^*$  ( $10mm$ ), l'âme est capable de résister à l'effort tranchant sans l'aide de raidisseurs. Ils deviennent donc inutiles.

Cela signifie donc que le critère de non-flambement des semelles dans l'âme ne limite plus l'utilisation de  $t_w = 8mm$  à une âme de maximum  $1190mm$  de haut. Empêcher le déversement a, par conséquent, un effet bénéfique sur ce critère. En effet, regardons les figures 66 et 67. Ces dernières étudient l'aire maximale admissible pour les semelles ( $A_f$ ) avant d'avoir un risque de flambement de la semelle comprimée dans l'âme. Cette aire est comparée à sa valeur minimale pour reprendre l'effort de flexion et/ou limiter la flèche.

On remarque que le fait d'empêcher le déversement abaisse la courbe d'aire minimale. En effet, l'aire des semelles pour reprendre la flexion peut être considérablement réduite si cette instabilité ne doit pas être prise en compte. Le croisement entre cette courbe et celle d'aire maximale se produit, par conséquent, en une hauteur d'âme nettement plus élevée. Empêcher le déversement permet donc d'accepter des épaisseurs d'âme faibles pour un plus grand ensemble de hauteurs d'âme.

En dessous d'une épaisseur de  $10mm$ , l'âme a généralement besoin de raidisseurs pour résister à l'effort tranchant (sauf si la contribution des semelles est suffisante mais cela est rare). On aura donc un ensemble beaucoup plus grand de profils d'âme mince et possédant des raidisseurs intermédiaires et/ou des montants d'extrémité rigide. On remarque même grâce à la figure 66, qu'une âme de  $6mm$  d'épaisseur est admissible jusqu'à  $h_w = 1400m$ . Cette épaisseur était carrément rejetée pour toute hauteur  $h_w$ , dans le cas où le déversement était autorisé.

La figure 67 nous permet de dire qu'une solution sans raidisseur est acceptable jusqu'à  $h_w = 3490mm$ . Cependant, à partir de  $h_w = 3090mm$ , les designs optimaux ne comportent plus de raidisseur. Ceci est simplement dû au fait que le poids de ces derniers devient trop important et qu'il est plus avantageux d'augmenter l'épaisseur pour minimiser le poids (et ainsi se priver des raidisseurs).

Cet "abaissement" de la courbe des aires minimales est donc la raison principale permettant d'accepter un beaucoup plus grand ensemble de designs avec raidisseurs. De plus, l'épaisseur minimale absolue est également réduite. Dans le cas avec déversement, elle était de  $8mm$ . Maintenant, elle passe à  $6mm$ . C'est d'ailleurs avec cette épaisseur que l'on obtient le profilé optimal. En effet, en autorisant le placement de raidisseurs, la hauteur d'âme optimale est  $h_w = 1980mm$ . Pour cette dernière, l'âme possède une épaisseur de  $6mm$ .

On comprend donc pourquoi les profilés optimaux (pour  $L > 13m$ ) comportent tous des raidisseurs. Une fois le déversement empêché, l'aire des semelles peut être considérablement réduite. Le critère de non-flambement des semelles devient alors nettement moins contraignant. Des épaisseurs d'âme inférieures à  $t_w^*$  sont alors admissibles pour un beaucoup plus grand ensemble de hauteurs d'âme. De plus ces épaisseurs peuvent prendre des valeurs plus faibles que dans le cas avec déversement. Toutes les conditions sont donc réunies pour obtenir un profilé optimal associé à une valeur de  $t_w$  inférieure à celle de  $t_w^*$ . L'élément a, par conséquent, a de forte chance de nécessiter l'utilisation de raidisseurs.

Notons que sur le figure 67, le saut dans la courbe de l'aire minimale est dû au design des montants d'extrémité rigide. Pour accepter une épaisseur de  $8mm$ , l'âme doit (généralement) être aidée de raidisseurs pour résister à l'effort tranchant. Cependant, à partir de  $h_w = 3500m$  les montants d'extrémité rigide ne sont plus réalisables. Ces derniers sont constitués de deux doubles raidisseurs espacés d'une distance  $e$ . Cette dernière doit valoir plus de 10% de  $h_w$ . En conservant une épaisseur de  $8mm$ , la portion d'âme entre les deux doubles raidisseurs devient très élancée. Dans la méthode de dimensionnement, nous avons convenu qu'elle ne pouvait être de classe 4 lorsqu'elle est comprimée verticalement (voir figure 23). En  $h_w = 3500m$  cette condition ne peut plus être remplie et les montants d'extrémité rigide ne peuvent plus être réalisés. Le seul moyen de conserver  $t_w = 8mm$  est d'augmenter considérablement l'aire des semelles afin d'accroître leur contribution dans la reprise de l'effort tranchant. On peut dès lors se priver de raidisseurs pour reprendre l'effort. Cette solution n'est bien entendu pas optimale et ne permet plus de respecter le critère de non-flambement des semelles dans l'âme.

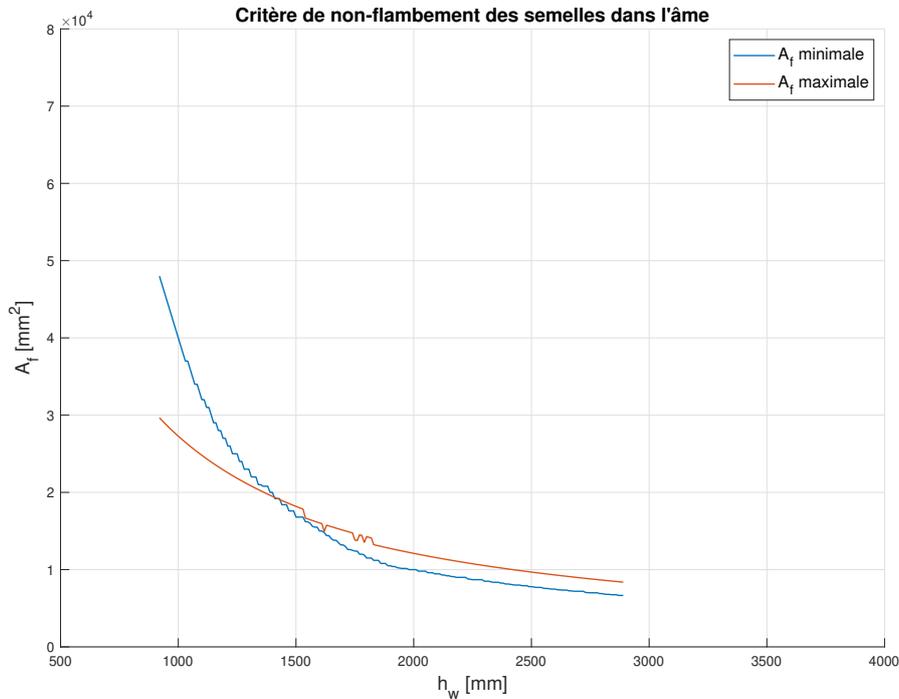


FIGURE 66 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 6mm$ .

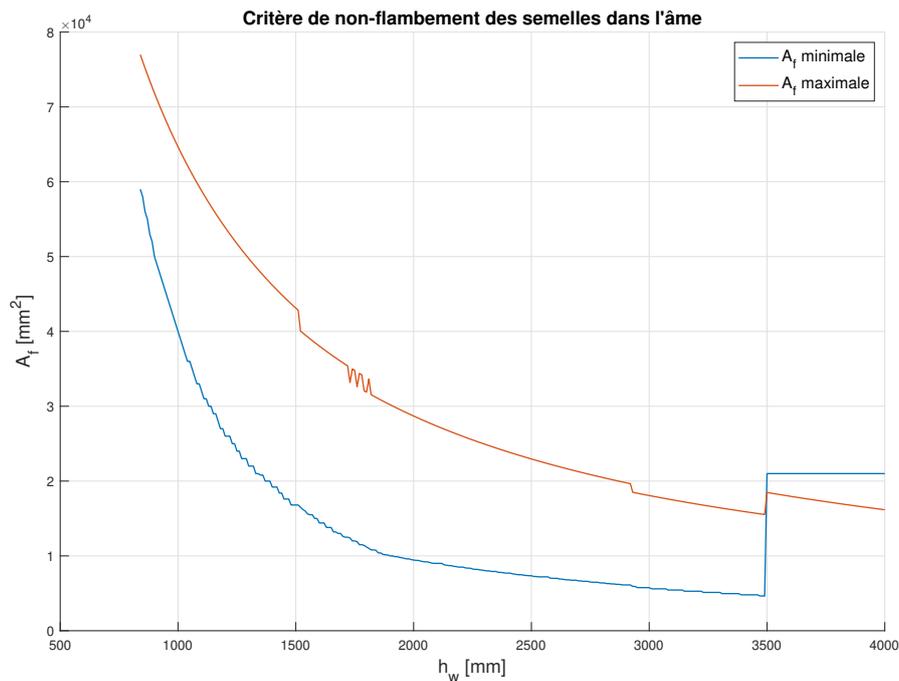


FIGURE 67 – Critère de non-flambement des semelles dans l'âme :  $t_w = 8mm$ .

### Discussion autour de l'aire minimale des semelles

Nous venons de discuter de l'intérêt d'utiliser des raidisseurs afin de réduire l'épaisseur de l'âme. On peut passer à l'analyse des dimensions des semelles de l'élément. Pour rappel, dans le cas où le déversement est possible, les semelles étaient dimensionnées pour reprendre l'effort de flexion et limiter la flèche.

La figure 68 représente le cas où le déversement est autorisé. La figure 69 représente, elle, le cas où le déversement est empêché. En comparant ces deux figures, on voit bien que la courbe d'aire minimale pour reprendre la flexion est abaissée si le déversement n'est pas permis. La hauteur d'âme à partir de laquelle les semelles sont dimensionnées pour reprendre la flexion est, par conséquent, beaucoup plus grande. L'aire des semelles n'est quasiment plus limitée pour reprendre cet effort.

En effet, si l'on supprime le risque de déversement, on voit que l'aire des semelles nécessaire pour limiter la flèche est, pour la quasi totalité des hauteurs  $h_w$ , suffisante pour reprendre l'effort de flexion.

Il n'est dès lors plus possible de définir une hauteur  $h_w$  à partir de laquelle le poids de l'élément reste relativement constant. En effet, lorsque le déversement est permis, la courbe de l'aire des semelles change de pente en une certaine hauteur  $h_w$ . Cette dernière correspond au passage d'une semelle dimensionnée par la limitation de la flèche à un dimensionnement contrôlé par la reprise de l'effort de flexion. Dans le cas sans déversement, ce passage est beaucoup plus "doux". Il n'y a plus de changement brusque de la pente. Il n'est donc plus possible de convenir d'une hauteur de transition à partir de laquelle le poids de l'élément reste stable.

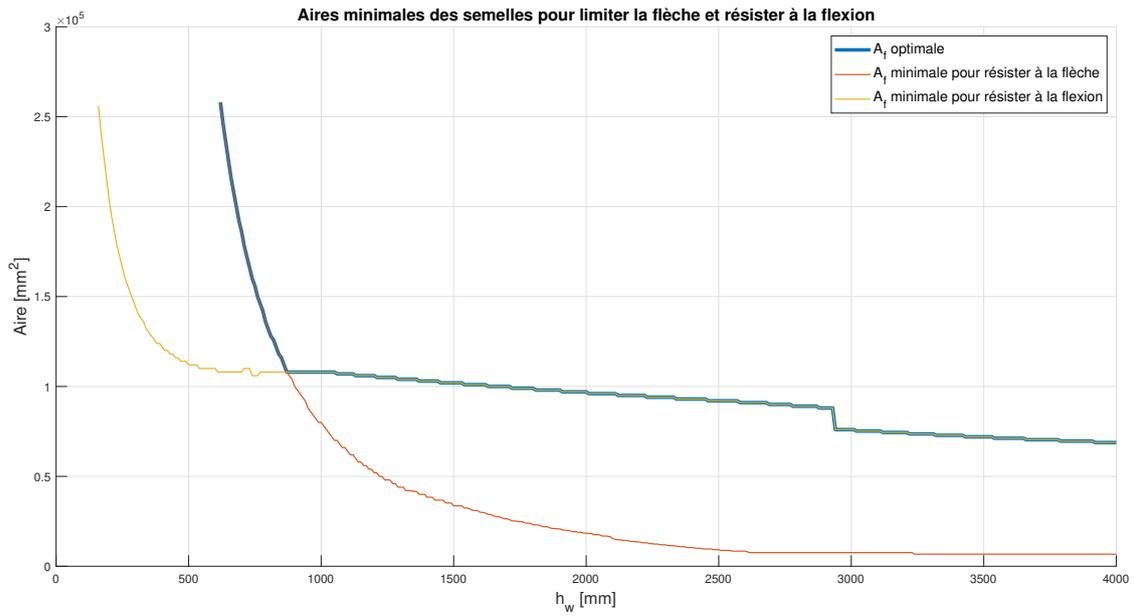


FIGURE 68 – Aires minimales des semelles pour résister à la flexion et limiter la flèche : avec déversement.

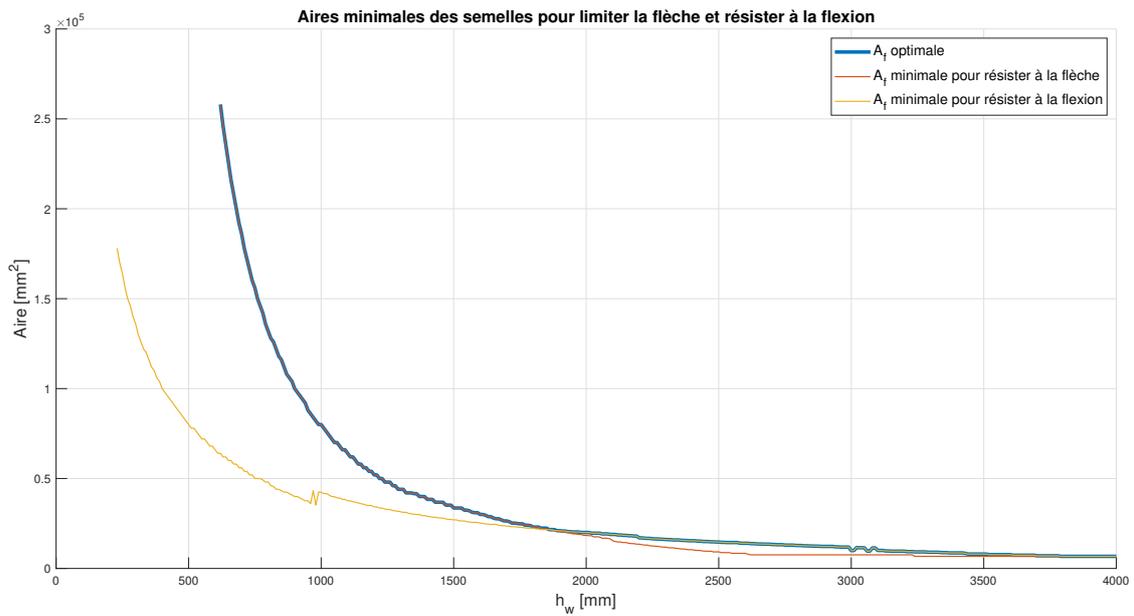


FIGURE 69 – Aires minimales des semelles pour résister à la flexion et limiter la flèche : sans déversement.

### 3.4.2 Design optimal sans tenir compte du risque de déversement : Conclusion

En empêchant la poutre de déverser, la résistance à la flexion de l'élément augmente. On peut, par conséquent, se permettre de réduire la section des semelles. En réalité, une semelle dimensionnée pour limiter la flèche sera bien souvent suffisante pour résister à l'effort de flexion. Leurs dimensions sont donc considérablement réduites par rapport au cas avec déversement.

Empêcher la poutre de déverser, permet également de réduire la section de l'âme. Les raidisseurs se révèlent mêmes utiles pour réduire le poids de l'élément.

En effet, nous avons vu que l'âme tendait vers une épaisseur minimale afin de réduire son poids. Cette épaisseur n'influence quasiment que la résistance à l'effort tranchant. Cependant, si elle est trop petite pour jouer ce rôle, des raidisseurs peuvent être placés afin d'augmenter cette résistance. Généralement le poids de ces raidisseurs est (largement) inférieur au bénéfice obtenu en réduisant l'épaisseur de l'âme. Il est donc préférable d'utiliser des raidisseurs au profit d'une âme plus fine que de conserver une âme épaisse.

Dans le cas avec déversement, l'épaisseur de l'âme était fortement limitée par le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. Ici, ce n'est plus le cas. En effet, en réduisant la section des semelles, on réduit également le risque qu'elles ne flambent dans le plan de l'âme. Par conséquent, des âmes plus élancées sont admissibles tout en respectant le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. On admet dès lors de plus petites épaisseurs d'âme pour une même hauteur  $h_w$ . Le poids de l'âme est donc minimisé en réduisant cette épaisseur et cette réduction passe par l'utilisation de raidisseurs.

Réduire la section des semelles peut également modifier la valeur de  $t_w^*$ . En effet, le poids propre de l'élément est dorénavant moins important. L'effort tranchant l'est, par conséquent, également. La résistance au cisaillement peut donc être réduite. Pour les éléments de portées  $L = 31m$  et  $L = 32m$ , la valeur de  $t_w^*$  passe donc de  $10mm$  à  $8mm$ . En d'autres mots, la contribution des semelles dans la résistance au cisaillement dépasse maintenant (pour  $L = 31m$  et  $L = 32m$ ) la valeur de  $V_{Ed}$  avec  $t_w = t_w^* = 8mm$ .

Notons que, dans le cas où le déversement n'est pas empêché, les semelles ne sont dimensionnées pour reprendre l'effort de flexion qu'à partir d'une certaine hauteur d'âme. Tout ce qui est expliqué plus haut n'est donc vrai qu'à partir de cette hauteur. En effet, tant qu'une certaine hauteur d'âme n'est pas atteinte, la section des semelles est déterminée pour limiter la flèche que le déversement soit empêché ou non. Le fait d'empêcher l'élément de déverser n'a donc aucun impact. A partir de cette hauteur, le cas avec déversement devra utiliser des semelles plus conséquentes. On verra dès lors une différence entre les deux designs. Ceci est montré à la figure 70.

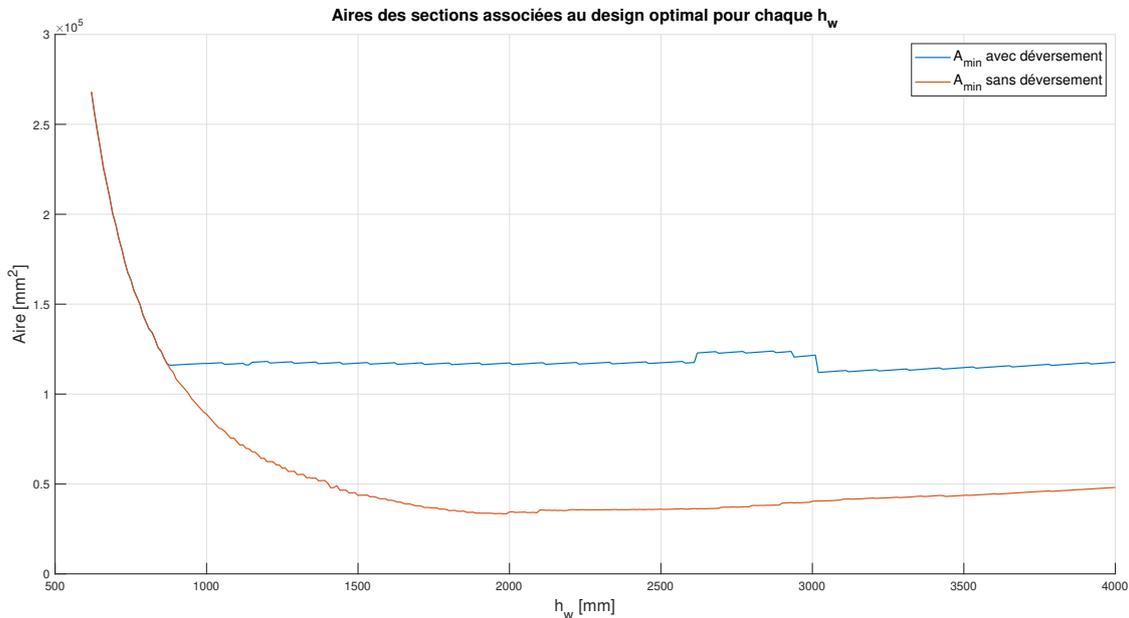


FIGURE 70 – Comparaison de l'aire minimale des semelles entre les cas avec et sans déversement.

# Chapitre 4

## Optimisation du coût

### 4.1 Présentation générale de l'analyse

Avant de passer à l'analyse du coût, faisons un petit rappel de ce qui a déjà été fait. Tout d'abord, nous avons détaillé une méthodologie pour dimensionner un PRS. Il s'agissait d'un ensemble de critères à vérifier afin de savoir si une certaine section était admissible ou non. La méthode permettait également de savoir quels types de raidisseurs placer ainsi que leurs positions le long de la poutre afin d'obtenir une résistance suffisante à l'effort tranchant.

Cette méthode a par la suite été implémentée sous la forme d'un code. Ce dernier permet d'étudier un grand ensemble de dimensions pour nos profilés. Chaque combinaison de dimensions donne une section différente pour l'élément. Ces différentes sections sont dès lors vérifiées par la routine. Si elles satisfont tous les critères de dimensionnement, le code définit alors le (les) type(s) de raidisseurs à placer pour que l'élément résiste à l'effort tranchant. Les dimensions optimales de ces raidisseurs sont ensuite déterminées. Le code renvoie donc une matrice composée de l'ensemble des profilés admissibles et de leurs raidisseurs optimaux associés.

Nous avons ensuite établi une méthode pour calculer le poids et le coût d'un PRS. Il était dès lors possible d'ajouter ces deux évaluations à la fin de la routine. Ceci nous a permis de calculer le poids et le coût de chaque profilé admissible (renvoyé par la routine).

Dans le chapitre précédent, nous avons analysé les designs offrant un poids minimal à l'élément. Dans ce chapitre, nous ferons de même mais en se concentrant sur le coût de fabrication des PRS.

Notre objectif est donc de regarder les designs minimisant le coût pour un cas de charge donné et une portée variable. Afin de pouvoir comparer des sections de profilé de longueurs variables, il arrivera que l'on utilise des coûts par mètre de poutre. Ceci ne remet cependant pas en cause le fait que l'on considère des plaques infiniment longues.

Pour rappel, nous faisons l'hypothèse que l'élément était constitué de plaques pouvant être infiniment longues. En effet, en usine, il n'est pas toujours possible de concevoir des plaques qui dépassent les 6m de long. Lorsque le profilé dépasse cette longueur, il faut souder plusieurs plaques afin de créer les semelles et l'âme. Le prix de ces raccords est très difficile à estimer et dépend de nombreux facteurs. Nous avons fait le choix de ne pas en tenir compte. En effet, notre but est de déterminer le profilé minimisant le coût de fabrication pour un cas de charge et une portée donnée. Le coût de ces raccords ne varie que peu d'une section à l'autre. Par conséquent, ne pas en tenir compte dans l'évaluation de la section optimale ne fausse que très peu nos résultats.

Bien que des profilés de longueurs différentes vont être comparés. Le design optimal est bien déterminé pour une longueur de poutre précise. Ce n'est qu'une fois la section optimale définie pour chaque longueur, que nous allons analyser les différences entre ces sections optimales associées à différentes portées.

Pour réaliser cette analyse du coût de fabrication, nous partirons d'un cas de charge donné. On regardera les résultats en fonction de la longueur de l'élément et de la hauteur du profilé. Ces résultats généraux seront représentés par des figures en annexe. On se focalisera dès lors sur une seule longueur de poutre qui nous permettra d'analyser le comportement général d'un PRS. On en tirera ensuite des conclusions par rapport aux dimensions qui minimisent le coût dans un cas général où le déversement n'est pas empêché. Ceci sera réalisé en portant une attention particulière sur l'intérêt d'utiliser des raidisseurs. Pour rappel, l'un des objectifs premiers de ce travail était de discuter de l'intérêt économique de l'utilisation des raidisseurs. Une fois cette première analyse réalisée, on passera au cas particulier où le déversement est empêché. On se penchera dès lors sur les différences majeures entre les résultats obtenus et ceux du cas général.

Notons que nous parlerons régulièrement de designs avec raidisseurs et sans raidisseurs. Un profilé avec raidisseur désigne un élément qui requiert l'utilisation de raidisseurs intermédiaires et/ou de montants d'extrémité rigide. Ces derniers participent dès lors à la reprise de l'effort tranchant. Un design sans raidisseur est, par conséquent, un élément possédant uniquement des montants d'extrémité non-rigide qui n'interviennent pas dans la reprise de l'effort tranchant. Un design sans raidisseur est donc, tout de même, constitué d'un raidisseur double à chaque appui (hypothèse initiale de ce travail).

## 4.2 Détermination d'un cas de charges pertinent pour les analyses

Pour commencer cette analyse, nous allons partir d'un profilé reconstitué soudé dont le cas de charge et les conditions d'appuis sont précisés ci-dessous :

- Poutre bi-appuyée
- Appuis à fourche
- Chargement uniforme
- $P_{ELU} = 43,2N/mm$
- $P_{ELS} = 30N/mm$
- La flèche maximale admissible est  $f_{lim} = L/250$
- La nuance d'acier pour les semelles et l'âme sont identiques
- La nuance d'acier est S355

Ce chargement correspond à la reprise d'une charge variable de  $18kN/m$  et d'un chargement permanent de  $12kN/m$  :

- $P_{ELU} = 18.1,5 + 12.1,35 = 43,2N/mm$
- $P_{ELS} = 18 + 12 = 30N/mm$

Il s'agit du cas étudié par Julien Dibon dans sa pré-étude [2]. Ce chargement avait été déterminé comme représentatif des sollicitations typiques que peuvent subir un PRS de grande portée. Il sera, par conséquent, utilisé dans les analyses de ce travail.

## 4.3 Analyse des résultats : cas général en tenant compte du risque de déversement

*Avant de commencer la lecture de cette analyse, il est conseillé de lire la section "Détermination du profilé minimisant le coût". Cette partie du rapport décrit la manière dont les coûts des plaques et des soudures sont calculés. Une bonne compréhension de cette section est, par conséquent, primordiale pour suivre l'analyse qui suit.*

Nous étudions donc un cas général d'un élément de portée  $L$  soumis à un chargement uniforme ( $P_{ELU} = 43,2N/mm$  et  $P_{ELS} = 30N/mm$ ) et pouvant déverser.

Ce travail de fin d'études a pour but initial d'étudier l'intérêt de placer des raidisseurs sur un PRS et d'éventuellement optimiser leurs dispositions. Il est donc opportun de savoir comment le coût peut être minimisé par l'ajout de raidisseurs.

Une analyse comparative a été réalisée. Nous avons testés des éléments d'une portée allant de  $10m$  à  $40m$ . Pour chacun d'entre eux, le profilé minimisant le coût de fabrication a été déterminé, en autorisant et en n'autorisant pas le placement de raidisseurs (hormis celui présent en toutes circonstances à l'appui). On obtient donc deux courbes. A savoir celles du coût minimal par mètre de portée, lorsque des raidisseurs peuvent être utilisés et lorsque leur utilisation est empêchée. Ceci est représenté à la figure 71.

Notons que le coût des raidisseurs est dès lors divisé par  $L$ .

Cette figure 71 nous montre qu'aucun design minimisant le coût de fabrication ne comporte des raidisseurs. En effet la courbe des profilés optimaux autorisant le placement de raidisseurs est identique à celle ne l'autorisant pas. Cela signifie donc qu'aucun élément de dimensions optimales n'a besoin de raidisseurs intermédiaires ni de montants d'extrémité rigide.

Ce résultat est assez proche de celui obtenu en minimisant le poids de l'élément. En effet, nous avons déterminé que seuls les éléments possédant une portée de  $15m$  ou  $21m$  minimisaient leur poids en utilisant des raidisseurs.

En réalité, les résultats d'optimisation du coût de fabrication sont plus radicaux. Aucun élément ne possède une design optimal en utilisant des raidisseurs et ce, quelque soit la portée ( $L$ ).

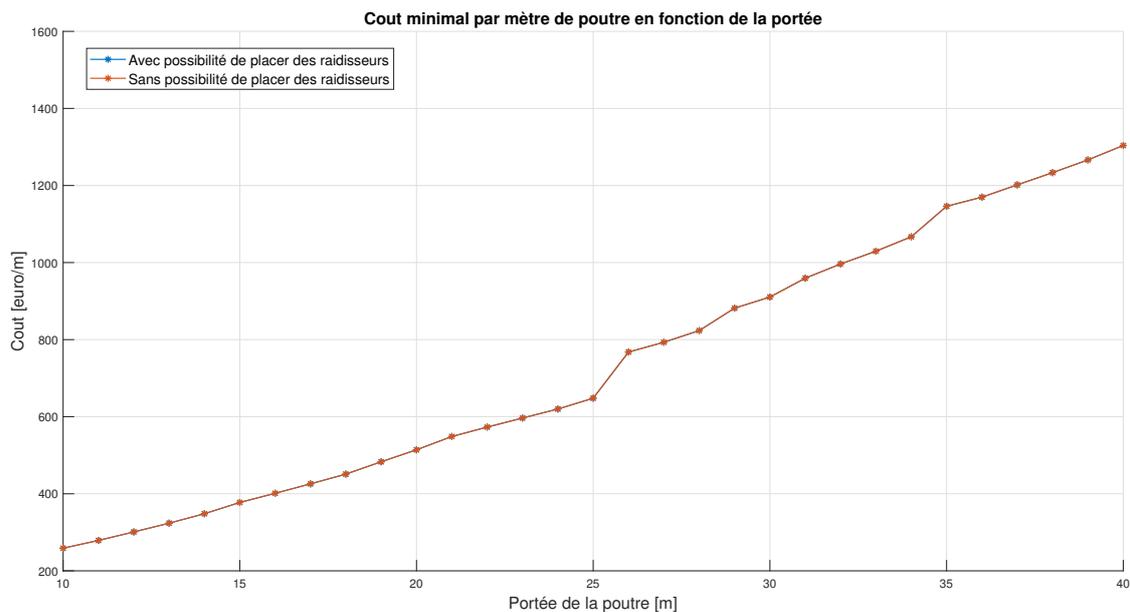


FIGURE 71 – Coût de fabrication minimal par mètre en fonction de la longueur de l'élément.

Dans l'étude des sections minimisant le poids de l'élément, nous avons réalisé une seconde analyse des profilés optimaux en limitant la hauteur de l'âme à  $1m$ . Cette étude montrait qu'en limitant  $h_w$ , le nombre de designs optimaux nécessitant l'utilisation de raidisseurs augmentait considérablement. Nous avons donc décidé de reproduire cette étude mais en se basant sur une optimisation du coût de fabrication.

La figure 72 est donc réalisée en limitant l'âme à  $1m$  de haut. On remarque que, contrairement à l'optimisation du poids, l'utilisation de raidisseurs ne permet toujours pas d'obtenir des profilés optimaux. En effet, aucun design optimal ne possède de raidisseurs intermédiaires ni de montants d'extrémité rigide.

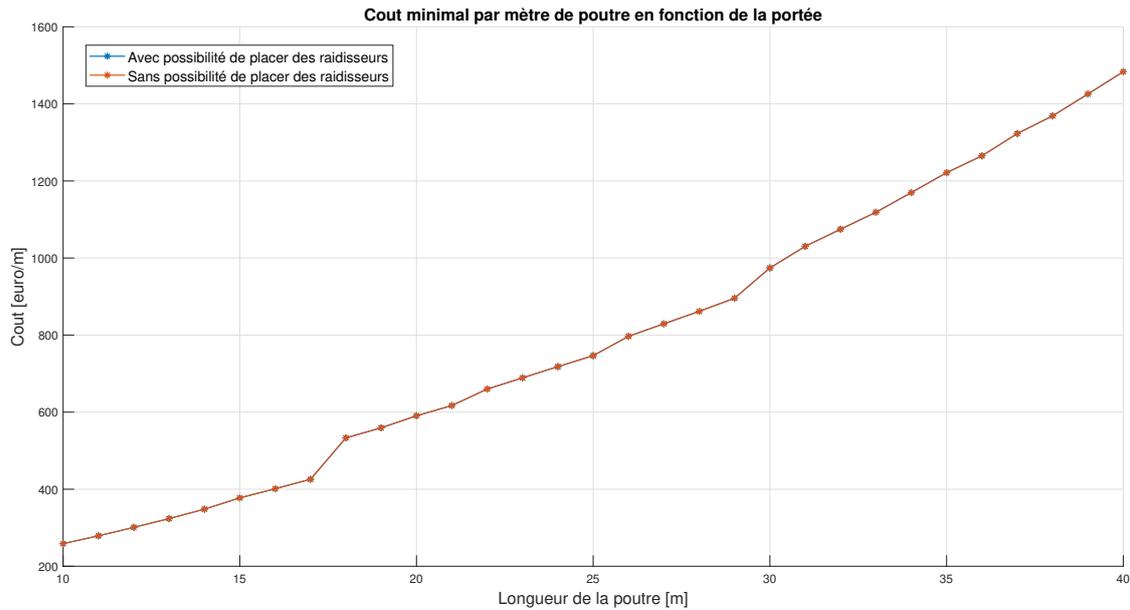


FIGURE 72 – Coût de fabrication minimal par mètre en fonction de la longueur de l'élément :  $h_w \leq 1m$ .

Afin de comprendre les différents phénomènes en jeu, nous avons réalisé une série de graphiques comparant les sections minimisant le coût en fonction de la portée  $L$  et de la hauteur de l'âme. Nous nous sommes rendu compte que pour aucune portée  $L$  ( $L \in [10m; 40m]$ ) et aucune hauteur d'âme ( $h_w \in [100mm; 40000m]$ ), une section optimale ne nécessitait l'utilisation de raidisseurs. Cette observation est très importante car elle signifie que l'utilisation de raidisseurs n'est jamais optimale pour minimiser le coût de l'élément. Ceci est même valable si l'on impose la hauteur de l'âme. En d'autres mots, quelque soit la portée  $L$  et la hauteur de l'âme  $h_w$ , si les autres dimensions sont libres, le profilé minimisant le coût de fabrication n'utilisera jamais de raidisseurs.

Notre objectif est de fournir une explication logique à ces résultats. Pour ce faire, une série de graphiques ont été réalisés. Ces derniers sont représentés aux figures 149 à 179 présentées en annexe de ce rapport. Chaque figure détaille le prix du profilé optimal en fonction de la portée ( $L$ ) et de la hauteur de l'âme ( $h_w$ ). Les résultats étant identiques si l'utilisation de raidisseurs est autorisée ou non, cette distinction ne sera pas faite dans la représentation des résultats.

Le coût d'un PRS est sub-divisé comme suit :

- Coût de la plaque constituant l'âme
  - Coût des plaques constituant les semelles
  - Coût des soudures entre l'âme et les semelles
  - Coût des plats des raidisseurs
  - Coût des soudures entre les plats des raidisseurs et le profilé
  - Coût de l'allongement des semelles et de l'âme provoqué par l'utilisation d'un montant d'extrémité rigide (voir 13)
- Notons que ce dernier coût est toujours nul vu qu'aucune solution ne nécessite l'utilisation de raidisseurs intermédiaires ni de montants d'extrémité rigide.

Afin d'analyser en détail l'importance de ces coûts dans la détermination du profilé optimal, nous allons étudier une longueur de poutre précise :

- **Design optimal avec  $L = 35m$ .**

Cet élément possède un design optimal sans nécessité d'utiliser des raidisseurs intermédiaires ni de montants d'extrémité rigide. Cette longueur de poutre a été choisie afin de pouvoir comparer les résultats d'optimisation du coût à ceux du poids.

#### 4.3.1 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : $L = 35m$

Nous venons d'observer qu'aucun résultat optimal ne nécessitait l'utilisation de raidisseurs. Cette affirmation est vraie pour chaque portée  $L$  et quelque soit la hauteur de l'âme.

Dans le cas d'un élément de  $35m$ , ceci peut être montré grâce à la figure 73. On y voit l'évolution des aires minimisant le coût de l'élément en fonction de  $h_w$ . Chaque design optimal a été calculé en autorisant et en n'autorisant pas l'utilisation de raidisseurs. On remarque que les aires sont parfaitement identiques dans ces deux cas de figure. Aucun profilé minimisant le coût de fabrication ne nécessite l'utilisation de raidisseur et ce, quelque soit la hauteur de l'âme.

Notre objectif est de fournir une explication logique à ce résultat étonnant. Pour ce faire, nous allons détailler le coût du profilé de  $35m$  comme sur la figure 74 (et 174). Chacun de ces coûts seront analysés afin de voir comment ils peuvent être minimisés. On déterminera les critères qui limitent leur valeur et on comparera ces résultats à ceux l'optimisation du poids.

Avant de commencer cette analyse détaillée, on peut déjà tirer des conclusions de la figure 74. En effet, on remarque que la hauteur d'âme minimisant le coût de fabrication de l'élément ( $h_w = 3020mm$ ) est identique à celle minimisant son poids (voir figure 37). On voit également que, comme le poids du profilé, le coût du PRS tend vers une certaine constance à partir de  $h_w = 870mm$ . Il s'agissait de la valeur  $h_w$  à partir de laquelle les semelles sont dimensionnées pour reprendre la flexion et non pour limiter la flèche.

On peut en déduire que le poids et le coût du profilé sont liés. Il semblerait même qu'en minimisant la masse de la poutre, on minimise également son coût de fabrication. On va dès lors vérifier tout cela en détails.

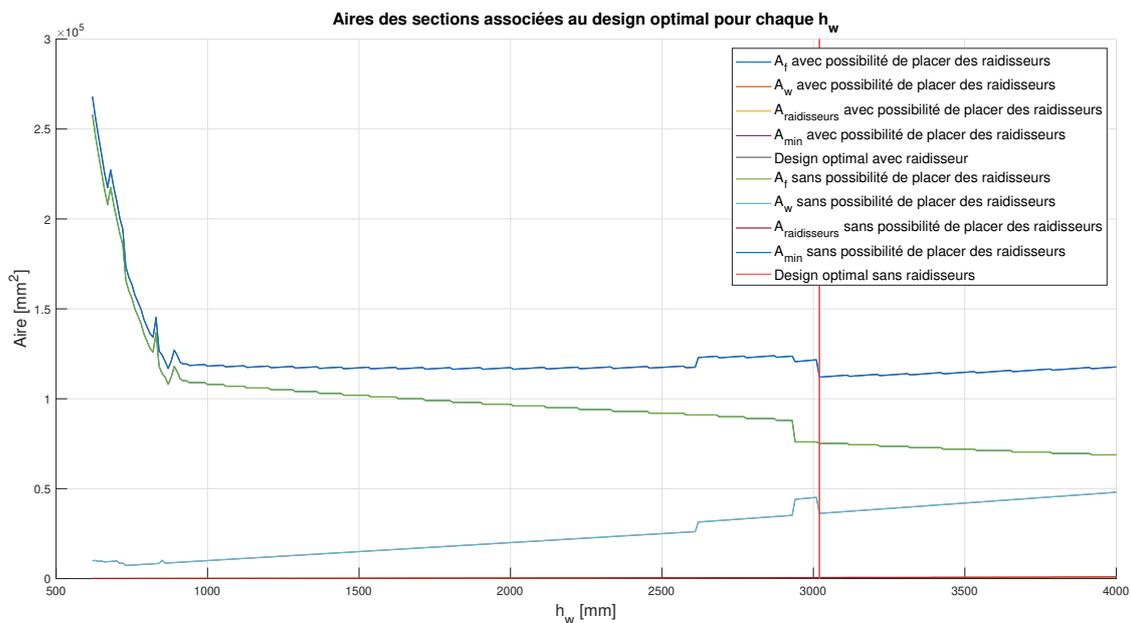


FIGURE 73 – Combinaison des résultats :  $L = 35m$ .

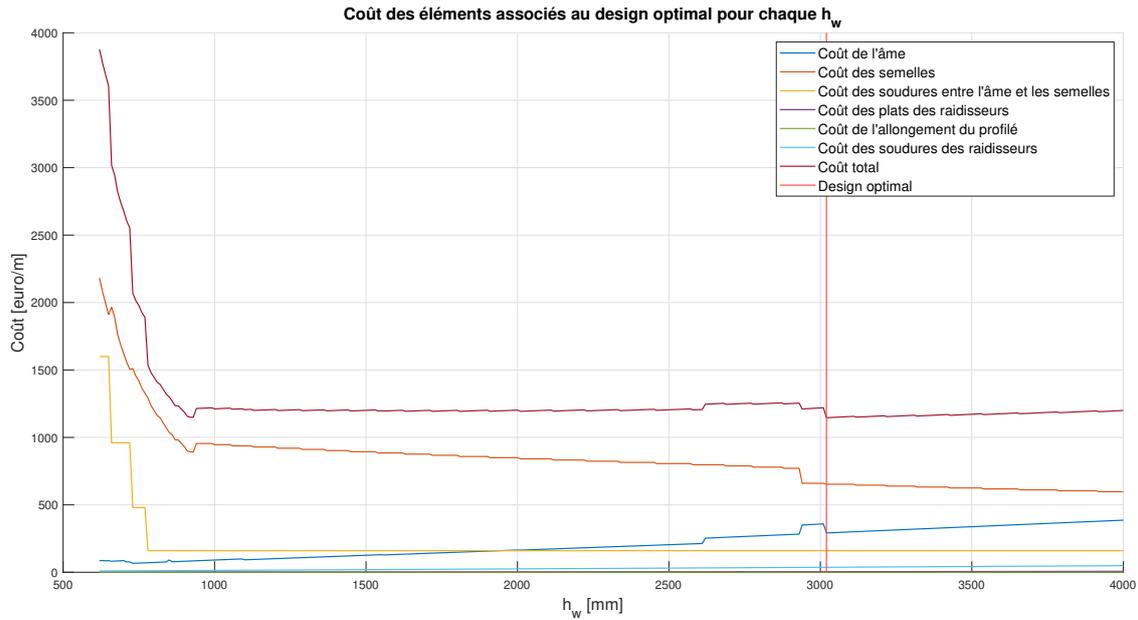


FIGURE 74 – Détail du coût des sections optimales en fonction de  $h_w$ .

### Coût de l'âme

Au cours de notre étude portée sur les designs minimisant le poids d'un PRS, nous avons vu que l'âme d'un PRS servait principalement à espacer les semelles et à reprendre l'effort tranchant.

Plus le bras de levier entre les semelles était élevé, plus l'effort qu'elles devaient reprendre était faible. La section des semelles pouvait dès lors être réduite en conséquence. Cette diminution de la masse des semelles était souvent prépondérante sur l'augmentation de celle de l'âme. Par conséquent, le design minimisant le poids possédait généralement une âme de grandes dimensions.

L'épaisseur de l'âme était, elle, dimensionnée pour reprendre l'effort tranchant et limiter le risque de flambement de la semelle comprimée dans son plan. En effet, lorsqu'un élément est fléchi, l'une des semelle est comprimée. Elle risque dès lors de flamber dans le plan de l'âme (ou latéralement mais cela correspond au déversement qui est donc pris en compte dans le calcul de la résistance à l'effort de flexion). Afin d'éviter qu'une telle instabilité ne se produise, nous devons conserver un élanement minimal pour l'âme. En fonction de  $h_w$ , il fallait, par conséquent, imposer une épaisseur  $t_w$  minimale. A partir d'une certaine épaisseur  $t_w^*$ , l'âme devenait suffisamment résistante pour se priver de l'utilisation de raidisseurs.

Pour rappel, les raidisseurs ne sont utiles que si l'épaisseur de l'âme ( $t_w$ ) est inférieure à  $t_w^*$ . En effet, les raidisseurs ne servent qu'à augmenter la résistance du profilé face à l'effort tranchant. Lorsque l'âme est élancée, la poutre risque de voiler sous cisaillement. Dès lors, la résistance se calcule comme la somme d'une contribution dite de l'âme et une contribution dite des semelles. La contribution des semelles est relativement faible et sera généralement négligeable. La résistance est donc donnée, en grande partie, par la contribution de l'âme. Dans l'analyse du poids, nous avons démontré que cette dernière ne dépendait que de l'épaisseur  $t_w$  et non de la hauteur  $h_w$ . A partir d'une certaine épaisseur  $t_w^*$ , cette contribution dépasse la valeur de l'effort tranchant. Les raidisseurs deviennent donc inutiles. Pour un élément de  $35m$ , cette épaisseur  $t_w^*$  vaut  $10mm$  (voir figure 38).

Toute cette analyse reste bien entendu valide dans le cadre d'une optimisation du coût. En connaissance de cause, on va dès lors pouvoir comparer les sections d'âme minimisant le coût de fabrication du PRS à celles minimisant son poids. Afin d'éviter une redondance importante des informations, les résultats d'optimisation du poids ne seront pas systématiquement réexpliqués.

L'âme d'un PRS est constituée d'une plaque de section :  $h_w \times t_w$ . On considère que la largeur ( $l$ ) de la plaque correspond à la hauteur de l'âme ( $h_w$ ). L'épaisseur de cette plaque ( $t$ ) sera, elle, donnée par l'épaisseur de l'âme ( $t_w$ ). Finalement, la longueur de la plaque ( $L$ ) équivaut à celle de l'élément ( $L$ ) (hypothèse de départ considérant des plaques pouvant être aussi longues qu'on le souhaite). Le coût de l'âme est, par conséquent, celui d'une plaque de dimensions :  $l \times t \times L$  ( $= h_w \times t_w \times L$ ).

Le coût d'une telle plaque est détaillé comme suit :

- Coût de base de l'acier, : 850 [€/ton]
- Coût de la nuance d'acier S355 : *Variable* [€/ton]
- Coût de l'alliage : 0 [€/ton]
- Coût de découpe (largeur) : *Variable* [€/ton]
- Coût de la certification 3.1 : 24 [€/ton]
- Coût du grenailage : *Variable* [€/ton]

Tous ces coûts sont donc donnés par rapport à la masse de la plaque. Cependant, les prix de la nuance, de la découpe (largeur) et du grenailage dépendent également de ses dimensions.

Le prix de la nuance est donné en fonction de l'épaisseur de la plaque. Néanmoins, ce prix est constant si  $t$  est inférieur ou égal à 80mm. L'âme possédera toujours une épaisseur inférieure à 80mm, par conséquent, on considérera ce prix indépendant de l'épaisseur  $t_w$ . On rappellera tout de même que les prix à la tonne en fonction de l'épaisseur sont les suivants :

	$t \leq 80$ mm	$t > 80$ mm
S355M	+83€/ton	+108€/ton

Le prix de la découpe des plaques est donné en euro par tonne mais il évolue avec l'épaisseur et la largeur des plaques. De manière générale, plus l'épaisseur est faible, plus le coût par tonne d'acier est élevé. Ce phénomène s'inverse légèrement si l'épaisseur dépasse les 40mm.

Il en est de même pour la largeur des plaques. Plus cette dernière est grande, plus le prix par tonne d'acier diminue (quelque soit l'épaisseur).

Ces prix par tonne d'acier sont donnés dans le tableau ci-dessous. Pour rappel, les prix en rouge sont des valeurs estimées :

	$l < 1100$ mm	$l \leq 1550$ mm	$l \leq 2000$ mm	$l \leq 4000$ mm
$5\text{mm} \leq t \leq 6\text{mm}$	+365€/ton	+270€/ton	+235€/ton	+220€/ton
$6\text{mm} < t \leq 7\text{mm}$	+245€/ton	+150€/ton	+117€/ton	+107€/ton
$7\text{mm} < t \leq 8\text{mm}$	+175€/ton	+89€/ton	+69€/ton	+56€/ton
$8\text{mm} < t \leq 10\text{mm}$	+150€/ton	+66€/ton	+46€/ton	+36€/ton
$10\text{mm} < t \leq 12\text{mm}$	+140€/ton	+51€/ton	+36€/ton	+25€/ton
$12\text{mm} < t \leq 15\text{mm}$	+130€/ton	+43€/ton	+28€/ton	+20€/ton
$15\text{mm} < t \leq 40\text{mm}$	+120€/ton	+36€/ton	+23€/ton	+15€/ton
$40\text{mm} < t \leq 80\text{mm}$	+139€/ton	+56€/ton	+43€/ton	+36€/ton
$80\text{mm} < t \leq 100\text{mm}$	+161€/ton	+79€/ton	+66€/ton	+56€/ton

Le coût du grenailage dépend de l'épaisseur des plaques. Plus son épaisseur est faible, plus son prix à la tonne est important. Ces prix par tonne d'acier sont donnés dans le tableau ci-dessous. Pour rappel, le prix en rouge est une valeur estimée :

$5mm \leq t \leq 6mm$	+90€/ton
$6mm < t \leq 7mm$	+70€/ton
$7mm < t \leq 8mm$	+56€/ton
$8mm < t \leq 10mm$	+48€/ton
$10mm < t \leq 12mm$	+43€/ton
$12mm < t \leq 15mm$	+36€/ton
$15mm < t \leq 40mm$	+29€/ton
$40mm < t \leq 80mm$	+20€/ton
$80mm < t \leq 100mm$	+16€/ton

Il est dès lors possible de donner un prix global en euro par tonne. Ce dernier reprend l'ensemble des coûts décrits ci-dessus et dépend de la section de la plaque :

	$l < 1100mm$	$l \leq 1550mm$	$l \leq 2000mm$	$l \leq 4000mm$
$5mm \leq t \leq 6mm$	1412€/ton	1317€/ton	1282€/ton	1267€/ton
$6mm < t \leq 7mm$	1272€/ton	1177€/ton	1144€/ton	1134€/ton
$7mm < t \leq 8mm$	1188€/ton	1102€/ton	1082€/ton	1069€/ton
$8mm < t \leq 10mm$	1155€/ton	1071€/ton	1051€/ton	1041€/ton
$10mm < t \leq 12mm$	1140€/ton	1051€/ton	1036€/ton	1025€/ton
$12mm < t \leq 15mm$	1123€/ton	1036€/ton	1021€/ton	1013€/ton
$15mm < t \leq 40mm$	1106€/ton	1022€/ton	1009€/ton	1001€/ton
$40mm < t \leq 80mm$	1116€/ton	1033€/ton	1020€/ton	1013€/ton
$80mm < t \leq 100mm$	1159€/ton	1077€/ton	1064€/ton	+1054€/ton

On constate donc que l'âme doit minimiser sa section afin de réduire la masse totale la plaque. Cependant, si l'épaisseur et la largeur deviennent trop faibles, le coût à la tonne augmente. L'optimisation va donc devoir jouer entre ces deux facteurs pour réduire le prix global de la plaque.

Dans cette analyse nous allons faire varier  $h_w$  et différencier deux épaisseurs  $t_w$  optimales : celle minimisant le coût de l'âme et celle minimisant le coût de l'élément.

Un premier graphique peut être réalisé. Ce dernier présente l'épaisseur  $t_w$  (admissible) que l'on doit utiliser si l'on veut minimiser le coût de l'âme. Sur la figure 75, cette épaisseur optimale est comparée à l'épaisseur minimale (admissible) en fonction de  $h_w$ . On remarque que l'épaisseur minimisant le coût de l'âme est tout simplement la plus petite admissible (celle minimisant le poids de l'âme). Dans ce cas, on notera que l'âme devrait être aidée de raidisseurs entre  $h_w = 830mm$  et  $h_w = 1190mm$ . En effet, pour ces hauteurs d'âme, l'épaisseur minimale avec raidisseur se différencie de celle sans raidisseur. Cela signifie que des raidisseurs intermédiaires et/ou des montants d'extrémité rigide devront être utilisés pour minimiser  $t_w$ .

Par conséquent, minimiser le poids de l'âme revient à minimiser son coût, même si le prix à la tonne augmente lorsque l'épaisseur de l'âme diminue. Ceci est en réalité assez simple à prouver mathématiquement. En effet, le changement le plus critique en terme de coût est le passage entre une épaisseur de  $8mm$  à une épaisseur de  $6mm$  (lorsque  $h_w$  est inférieure à  $1100mm$ ). Dans ce cas le prix passe de  $1188$  [€/ton] à  $1412$  [€/ton], soit une augmentation de  $18,85\%$ . Le poids est quant à lui réduit de  $25\%$  ( $= \frac{8mm-6mm}{8mm}$ ). Le gain en terme de poids est supérieur à l'augmentation du prix à la tonne. Il est donc avantageux de réduire l'épaisseur de l'âme. Ce calcul peut être réalisé pour chaque changement d'épaisseur  $t_w$  et il sera toujours positif (voir tableau ci-dessous). En conclusion, pour une hauteur d'âme donnée, minimiser son épaisseur (minimiser son poids) revient à minimiser son coût.

$l < 1100mm$	Gain en terme de poids	Augmentation du prix
6mm → 5mm	-16,67%	+0%
8mm → 6mm	-25%	+18,85%
10mm → 8mm	-20%	+2,85%
12mm → 10mm	-16,67%	+1,31%
14mm → 12mm	-14,28%	+1,51%
15mm → 14mm	-6,67%	+0%
16mm → 15mm	-6,25%	+1,54%

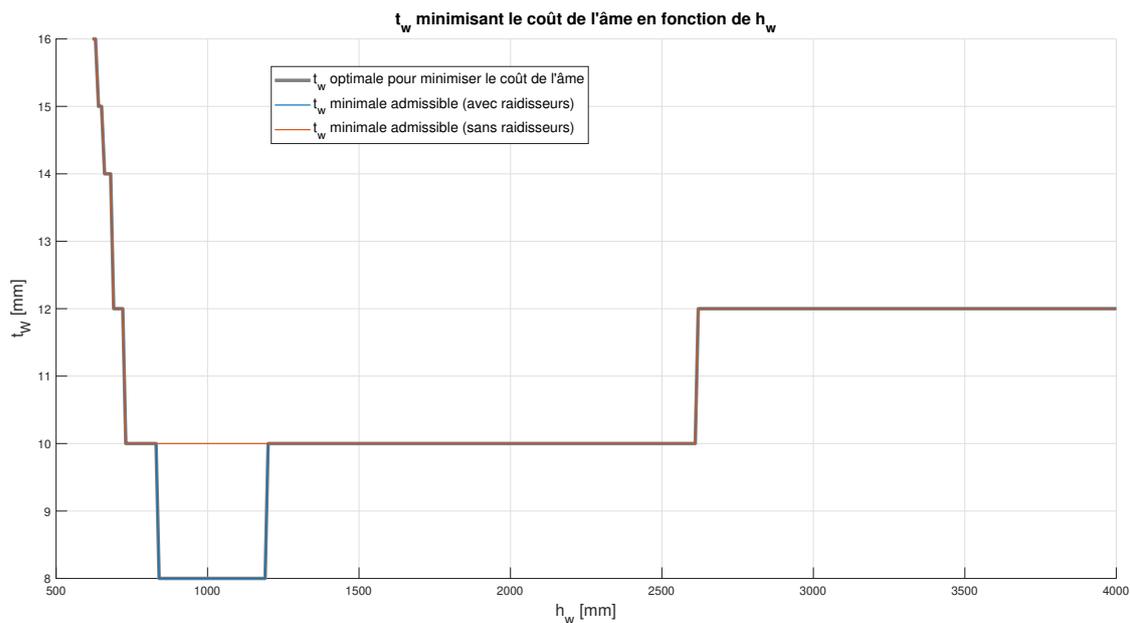


FIGURE 75 –  $t_w$  minimisant le coût de l'âme en fonction de  $h_w$ .

Cependant, ce n'est pas parce que l'âme possède un coût minimal que le coût de l'élément sera également minimisé. En effet, un second graphique peut être réalisé. Celui-ci étudie l'épaisseur de l'âme minimisant le coût de la poutre. Sur la figure 76, cette épaisseur est comparée à celle minimisant le poids de l'élément.

On remarque directement que cette épaisseur optimale correspond à la valeur de  $t_w$  qui minimise le poids de l'élément sans raidisseurs (ceci est vrai pour toutes les hauteurs d'âme à l'exception de  $h_w = 690mm$  et  $h_w = 700mm$ , nous verrons plus tard pourquoi). On peut en déduire que l'utilisation des raidisseurs n'est pas avantageuse d'un point de vue financier. En effet, si c'était le cas, l'épaisseur optimale suivrait la courbe des designs optimaux avec raidisseurs.

On peut également conclure que si l'âme permet de minimiser le poids de l'élément, alors elle permet également de réduire son coût de fabrication. On suppose, par conséquent, qu'un profilé de poids minimal est également un profilé du coût minimal. Dans tous les cas, nous venons de montrer que cela était bien vrai pour l'âme seule. Si l'on minimise son poids, on minimise son coût.

L'âme ne représente qu'une partie du coût de la poutre. Dans l'optimisation du poids, il valait parfois mieux l'épaissir afin de réduire la section des semelles (et supprimer des raidisseurs) et ainsi réduire le poids global de l'élément. On peut en déduire qu'il en est de même pour l'optimisation du coût de fabrication. Le coût de l'âme ne représente qu'une partie du coût total de la poutre. Il faut donc trouver un juste milieu entre les sections optimales pour l'âme et les semelles. En effet, en épaississant l'âme, on offre la possibilité aux semelles de réduire leur section et, par conséquent,

leur coût. Le but est donc de réduire le coût global du profilé en jouant sur la section de l'âme et des semelles. Si le profilé de poids minimal est équivalent à celui possédant le plus faible coût de fabrication, il faut, par conséquent, utiliser l'épaisseur  $t_w$  qui permet de réduire la section totale de la poutre.

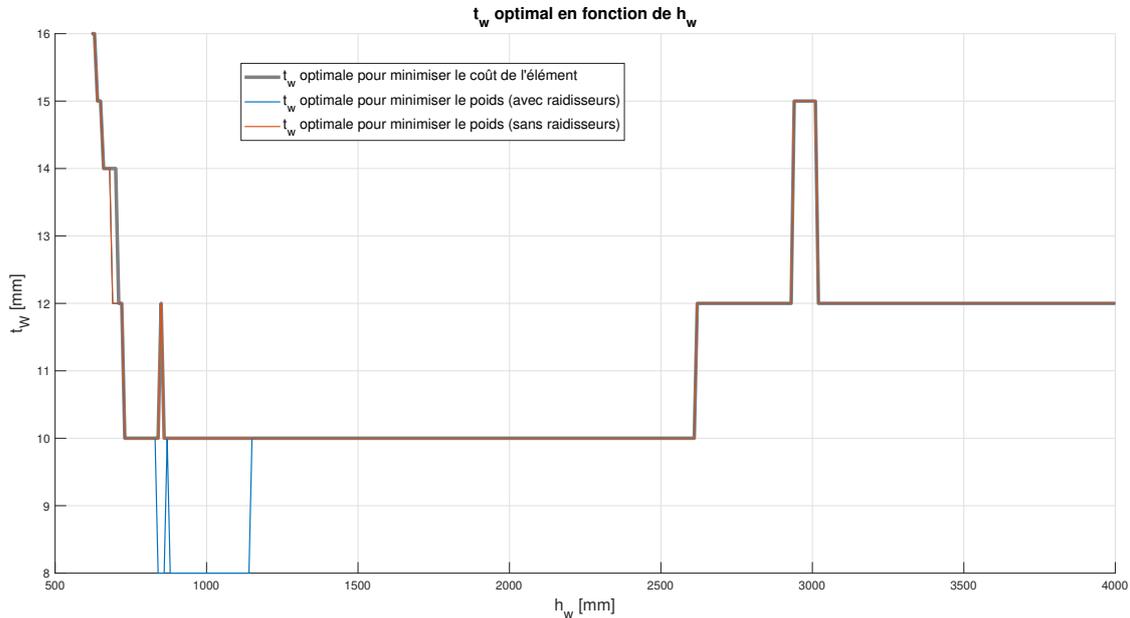


FIGURE 76 –  $t_w$  minimisant le coût de l'élément en fonction de  $h_w$ .

Nous allons maintenant montrer pourquoi l'utilisation de raidisseur est à proscrire si l'on veut réduire le coût de fabrication de l'élément. Ensuite, nous étudierons le coût des semelles et des soudures entre ces dernières et l'âme. On montrera qu'effectivement, pour un grand ensemble d hauteurs d'âme, réduire le poids de l'élément revient à minimiser son coût. Cependant, il arrivera que ce ne soit pas toujours le cas.

### Coût des raidisseurs

Jusqu'à présent, nous avons démontré qu'une âme minimisant le poids du profilé permettait de réduire le coût de l'élément. Cependant, pour que cela soit vrai, il faut proscrire l'utilisation des montants d'extrémité rigide et des raidisseurs intermédiaires. Nous allons maintenant expliquer pourquoi l'utilisation de ces raidisseurs ne permet pas de minimiser le coût du PRS.

Entre les hauteurs  $h_w = 830mm$  et  $h_w = 1190mm$ , la section de l'âme peut être réduite en passant d'une épaisseur de  $10mm$  à  $8mm$ . Ce changement d'épaisseur réduit le coût de l'âme mais demande l'utilisation de raidisseurs pour accroître la résistance au cisaillement. D'après la figure 76, nous avons déduit que ce changement n'était pas positif d'un point de vue financier. Cela signifie donc que l'économie faite en réduisant la section de l'âme est inférieure au coût des raidisseurs à placer en contrepartie.

Il nous faut maintenant prouver que passer d'âme de  $10mm$  à  $8mm$  d'épaisseur entre  $h_w = 830mm$  et  $h_w = 1190mm$  n'est effectivement pas économique. Pour ce faire, les figures 77 et 78 ont été réalisées.

La première représente le coût d'une âme de  $10mm$  accompagnée de simples montants d'extrémité non-rigide. La seconde montre le coût de l'ajout de raidisseurs pour obtenir une épaisseur de  $8mm$  et le prix de cette nouvelle âme.

Ceci permet de comparer précisément les deux situations : avec une âme de  $10mm$  ou  $8mm$  d'épaisseur.

Cette comparaison n'est réalisée qu'entre  $h_w = 830mm$  et  $h_w = 1190mm$  car ce sont les seules hauteurs d'âme où le critère de non-flambement des semelles dans l'âme autorise une épaisseur inférieure à  $t_w^*$ .

On notera qu'un passage à une âme de  $8mm$  d'épaisseur pourrait permettre de n'utiliser plus qu'un seul cordon de soudure pour connecter chaque semelle à l'âme. Il faudrait, par conséquent, regarder l'évolution de ce coût d'une situation à l'autre. Cependant, pour l'intervalle de hauteurs d'âme étudié, les sections des semelles restent trop importantes. Dès lors, même si l'âme le permet, il faudra utiliser deux cordons de soudure pour faire transiter l'effort entre les semelles et l'âme. Ce coût n'est donc pas représenté sur les figures 77 et 78 étant donné qu'il est identique dans les deux situations.

On soulignera également que si  $t_w$  est réduit, il peut arriver que la section des semelles doive être augmentée. En effet, en passant de  $10mm$  à  $8mm$  d'épaisseur, la section du profilé perd en inertie et en résistance à l'effort de flexion. Il arrive, par conséquent, que l'aire des semelles soit augmentée afin de pallier cette perte. Cependant, ce phénomène est relativement négligeable et son impact sur le coût est minime. De plus, si l'on montre qu'une réduction de l'épaisseur de l'âme n'est pas avantageuse sans prendre en compte cette conséquence négative, alors elle le sera d'autant moins si on la considère. Pour toutes ces raisons, ce surcoût n'est pas pris en compte sur les figures 77 et 78.

Les figures 77 et 78 montrent bien qu'une réduction de l'épaisseur  $t_w$  ne permet pas de réduire le coût de l'élément. En effet, le coût total est plus élevé avec  $t_w = 8mm$  qu'avec  $t_w = 10mm$ . L'utilisation de raidisseurs intermédiaires et/ou de montants d'extrémités rigide est, par conséquent, plus onéreuse que le bénéfice obtenu en réduisant l'épaisseur de l'âme.

Notons que la réduction du prix des soudures autour des plats en  $h_w = 1040mm$  (sur la figure 77) correspond au passage d'une utilisation de raidisseurs intermédiaires à celle de montants d'extrémité rigide seuls. La quantité de soudure à réaliser est, par conséquent, diminuée brusquement.

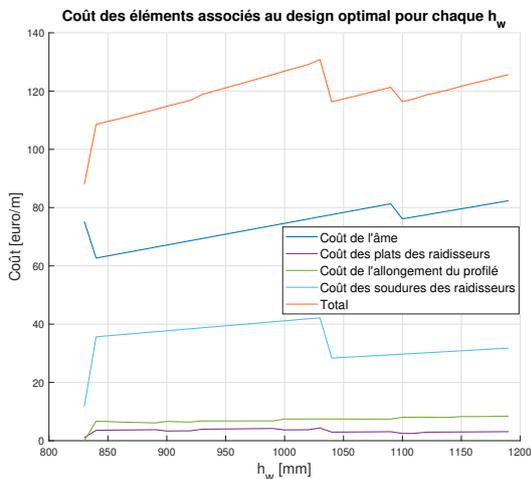


FIGURE 77 –  $t_w = 8mm$ .

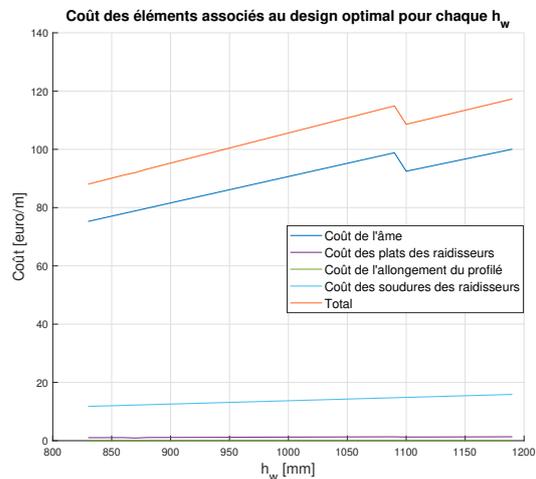


FIGURE 78 –  $t_w = 10mm$ .

On va maintenant démontrer mathématiquement que l'utilisation de raidisseurs ne sera jamais économique. Pour ce faire, on va se placer dans une situation particulièrement favorable à l'utilisation de raidisseurs :

- Une réduction de l'épaisseur ne demande que l'ajout de montants d'extrémité rigide et non de raidisseurs intermédiaires.
- La section des semelles utilisée sera la plus petite admissible entre  $h_w = 830mm$  et  $h_w = 1190mm$ . Cette section aura une importance dans le calcul du coût de l'allongement de la poutre pour placer des montants d'extrémité rigide.

- On négligera l'éventuelle augmentation de la section des semelles si l'épaisseur de l'âme est réduite. En effet, diminuer l'épaisseur de l'âme mène à une inertie et une résistance à la flexion légèrement plus faibles. Il est donc probable que la section des semelles soit augmentée en conséquence.
- Le nombre de soudures entre les semelles et l'âme n'est pas réduit si l'on passe de  $t_w = 10mm$  à  $t_w = 8mm$ .
- La plus petite section de plats réalisable satisfait les critères de dimensionnement des raidisseurs.

Ces hypothèses sont donc les plus favorables possibles à une réduction de l'épaisseur de l'âme. Si on arrive à montrer que, malgré tout, il n'est pas avantageux de passer d'une épaisseur de  $10mm$  à  $8mm$ , alors, le coût réel (sans ces hypothèses simplificatrices) le sera d'autant moins.

Le coût des plats des raidisseurs équivaut à celui des plaques qui les constituent. On va utiliser la plus petite section admissible. Cette dernière doit, tout de même, respecter le critère de non-flambement par torsion des plats :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (8), (11.8) [14]

Cette clause de l'Eurocode stipule que les plats du raidisseur ne flamberont pas par torsion si :

$$\frac{I_t}{I_p} \geq 5,3 \frac{f_{y,s}}{E}$$

Nous démontrons en annexe que ce critère peut être réécrit comme suit :

$$\frac{b_s}{t_s} \leq \sqrt{\frac{E}{5,3 \cdot f_{y,s}} - \frac{1}{4}}$$

En considérant  $f_{y,s} = 355MPa$ , on obtient un élancement maximal de 10,55. La plus petite section admissible est par conséquent :

- $b_s = 100mm$
- $t_s = 10mm$

Réaliser des montants d'extrémité rigide signifie donc qu'il faut au minimum ajouter deux plats de section  $A_s = 100mm \times 10mm$  à chaque appui. Leur prix est de 1155 [€/ton].

Au coût des nouveaux plats, on doit ajouter celui de leurs soudures. Si l'on considère un cordon de soudure réalisé en une seule passe de part et d'autre des plats, leur longueur sera de :  $2 \times (2 \cdot b_s + h_w)$ . Pour rappel le coût d'une telle soudure est de 50€/m.passes.

L'utilisation de montants d'extrémité rigide nécessite également d'allonger la poutre d'une longueur de  $2 \cdot e$ . La valeur de  $e$  est prise égale à la plus grande de ces deux bornes :

▷ PrEn 1993-1-5 (2020), 11.3.1, (3) [14]

- $2 \cdot b_s \cdot t_s > \frac{4 \cdot h_w \cdot t_w^2}{e} \Rightarrow e > \frac{4 \cdot h_w \cdot t_w^2}{2 \cdot b_s \cdot t_s} = \frac{h_w \cdot t_w^2}{500}$
- $e > 0,1 \cdot h_w$

Le coût de cet allongement sera, par conséquent, celui d'un profilé d'une longueur de  $2 \cdot e$ . La section des semelles utilisée sera la plus petite admissible entre  $h_w = 830mm$  et  $h_w = 1190mm$ . Il s'agit d'une section de  $540mm$  de largeur et de  $100m$  d'épaisseur. Le coût d'une telle plaque est de 1159€/ton.

On peut dès lors comparer les deux situations suivantes :

Situation	Âme de 10mm sans raidisseur	Âme de 8mm avec raidisseurs
Volume de l'âme	$10mm \times h_w \times 35000mm$	$8mm \times h_w \times 35000mm$
Volume des raidisseurs	$4 \times 100mm \times 10mm \times h_w$	$8 \times 100mm \times 10mm \times h_w$
Soudures des raidisseurs	$8 \times h_w + 16 \times 100mm$	$16 \times h_w + 32 \times 100mm$
Allongement des semelles	/	$2.e \times 100mm \times 540mm$
Allongement de l'âme	/	$2.e \times 8mm \times h_w$
Prix de l'âme	$1155€/ton = 9,06675.10^{-6}€/mm^3$	$1188€/ton = 9,3258.10^{-6}€/mm^3$
Prix des raidisseurs	$1155€/ton = 9,06675.10^{-6}€/mm^3$	$1155€/ton = 9,06675.10^{-6}€/mm^3$
Prix des soudures	$50€/m = 0,05€/mm$	$50€/m = 0,05€/mm$
Prix des semelles	/	$1159€/ton = 9,09815.10^{-6}€/mm^3$
Total	$80€ + 3,6096295.h_w€$	$160€ + 3,609531.h_w€ + 1,9099.10^{-5}.h_w^2€$

Il est maintenant possible de calculer ce coût pour chaque valeur de  $h_w$ . Ceci est réalisé à la figure 79. On remarque qu'au dessus de  $h_w = 830mm$  (première hauteur d'âme à partir de laquelle une épaisseur de 8mm est admissible), l'utilisation d'une épaisseur de 10mm sans raidisseur sera toujours la solution le plus économique.

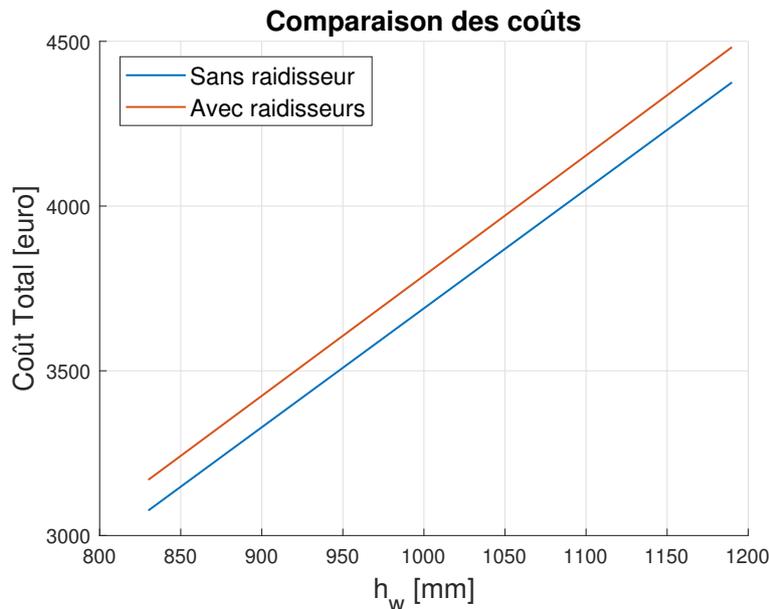


FIGURE 79 – Comparaison des coûts en fonction de  $h_w$ .

Les figures 77 et 78 ainsi que cette démonstration ne sont valables que pour un élément de 35m. Cependant, si l'on réalise un tel comparatif de coûts pour chaque élément possédant une portée comprise entre 10m et 40m, on arriverait à une conclusion similaire.

Pour les poutres de longueur inférieure à 35m, c'est assez logique. En effet, le coût des raidisseurs n'est que peu influencé par la portée ( $L$ ). Cela signifie que des raidisseurs intermédiaires et des montants d'extrémité rigide auront un coût relativement proche si la poutre mesure 15m ou 35m. En revanche, une diminution de l'épaisseur de l'âme engendrera une réduction du coût d'autant plus faible que la poutre est courte. En effet, réduire l'épaisseur de l'âme de 2mm sur 35m de long sera plus bénéfique qu'une réduction similaire sur 15m de long. Cela signifie, par conséquent, que le prix à payer pour réduire cette épaisseur (soit le coût des nouveaux raidisseurs) reste constant alors que le bénéfice obtenu diminue.

Ce raisonnement permet de comprendre assez facilement pourquoi il n'y a pas non plus d'intérêt économique à utiliser des raidisseurs lorsque les éléments ont une portée inférieure à  $35m$ . On se demande dès lors pourquoi, en augmentant la portée, les raidisseurs ne deviennent pas intéressants pour réduire le coût global de l'élément. En réalité, en augmentant  $L$ , le prix à payer pour rajouter des raidisseurs devient de plus en plus proche du gain réalisé en réduisant  $t_w$ . Cependant, jusqu'à  $L = 40m$ , il lui reste supérieur.

En effet, en augmentant  $L$ , il faut également accroître légèrement la section des semelles. Le coût de l'allongement de la poutre pour créer des montants d'extrémité rigide augmente donc en conséquence. De plus, il faut de plus en plus de raidisseurs intermédiaires pour obtenir une résistance à l'effort tranchant suffisante.

Le coût engendré par l'ajout de raidisseurs peut donc augmenter légèrement avec  $L$ . Cependant, il tendra à se rapprocher de l'économie faite en utilisant une âme plus mince. Il n'arrivera néanmoins pas à l'égaliser avant que la portée ne dépasse  $40m$ .

En réalité, même avec  $L = 35m$ , il est nécessaire d'utiliser des raidisseurs intermédiaires jusqu'à  $h_w = 1030mm$ . Le coût des raidisseurs est, par conséquent, encore plus important que celui utilisé dans la démonstration.

En continuant à augmenter  $L$  au-dessus de  $40m$ , on peut supposer que le coût des raidisseurs finira par devenir inférieur au gain obtenu en réduisant  $t_w$ . Pour certaines hauteurs  $h_w$ , il sera, par conséquent, plus économique d'utiliser des raidisseurs. Cependant, rappelons que si  $h_w$  n'est pas limitée, la solution minimisant le poids (et donc certainement le coût) de l'élément sera associée à une très grande valeur de  $h_w$ . L'utilisation d'une épaisseur  $t_w$  inférieure à  $t_w^*$  ne sera dès lors plus admissible si l'on veut respecter le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. Par conséquent, le design minimisant le coût de fabrication (si  $h_w$  n'est pas limitée) ne nécessitera certainement jamais de raidisseurs.

### Coût des semelles

Passons maintenant à l'analyse du coût des semelles. La figure 74 montre que ce dernier représente une part importante dans le coût total de l'élément. Par conséquent, comme pour l'optimisation du poids, il s'agit de l'élément auquel il faudra faire le plus attention si l'on veut minimiser le coût (et le poids) du profilé.

De manière similaire à ce qui a été réalisé pour analyser l'âme, nous allons différencier deux sections optimales : celle minimisant le coût des semelles et celle minimisant le coût de l'élément.

Tout d'abord, nous allons comparer l'aire des semelles minimisant leur coût à celle minimisant leur poids (la section minimale admissible). Ceci est réalisé à la figure 80. On remarque que, contrairement à l'âme, minimiser le poids des semelles ne revient pas toujours à minimiser leur coût. En effet en dessous de  $h_w = 1080mm$ , les deux courbes ne se superposent pas parfaitement.

Comme pour l'âme, le coût des semelles est donné par celui des plaques qui les composent. Cependant, nos résultats sont donnés par rapport à la valeur de  $h_w$ . Seule l'épaisseur de l'âme peut être modifiée pour minimiser son coût. Nous avons montré que passer à une épaisseur plus faible était toujours plus économique. En effet, même si le prix à la tonne augmentait, le volume d'acier économisé était prépondérant.

Pour les semelles, c'est différent. Leur deux dimensions sont variables. Elles peuvent donc changer de géométrie tout en conservant une aire de section similaire. Lorsque la hauteur de l'âme est inférieure à  $1080mm$ , l'épaisseur optimale pour minimiser la section des semelles vaut très souvent  $100mm$  (cela permet de maximiser leur inertie). Cette épaisseur de plaque donne un prix à la tonne plus élevé que si elle était inférieure à  $80mm$ . Pour certaines hauteurs d'âme, il sera donc plus avantageux de réduire l'épaisseur en contre-partie d'une largeur plus importante.

Bien entendu, l'aire des semelles ne peut être conservée si on réduit leur épaisseur. En effet, lorsque l'âme possède une hauteur relativement faible, les semelles sont souvent dimensionnées pour limiter la flèche. Il faut, par conséquent, changer les dimensions des semelles tout en conservant leur inertie. Cette dernière est proportionnelle au cube de l'épaisseur. Si on réduit cette dimension, il faut, dès lors, augmenter fortement la largeur (pour conserver la même inertie). L'aire de la section et le poids des semelles ne sont alors plus minimisés. Par conséquent, la solution optimale pour réduire le poids ne coïncide plus avec celle de coût minimal.

C'est d'ailleurs pour cette raison qu'en  $h_w = 690mm$  et  $h_w = 700mm$ , l'épaisseur de l'âme ne suit pas sa valeur optimale pour minimiser le poids de l'élément. En épaississant l'âme on augmente l'inertie de la section. Pour ces deux hauteurs d'âme, il est plus économique d'épaissir l'âme tout en réduisant l'épaisseur des semelles.

Lorsque les semelles sont dimensionnées pour résister à la flexion, l'aire ne peut pas non plus être parfaitement conservée. En effet, en réduisant  $t_f$  (l'épaisseur des semelles), on réduit le bras de levier entre elles. Leurs sections doivent, par conséquent, augmenter afin de conserver la même résistance à la flexion.

Toutes ces explications nous permettent de comprendre pourquoi l'aire minimale des semelles ne mène pas nécessairement au coût le plus faible. La figure 80 montre cependant que l'aire associée au coût minimal reste très proche de la section qui minimise le poids.

A partir de  $h_w = 1080mm$ , les courbes sont similaires. En effet, une fois que la hauteur de l'âme augmente, les dimensions optimales (des semelles) pour minimiser le poids tendent naturellement vers une épaisseur inférieure à  $80mm$ , le coût à la tonne est dès lors nettement plus économique. Les sections optimales pour minimiser le poids et le coût sont par conséquent identiques.

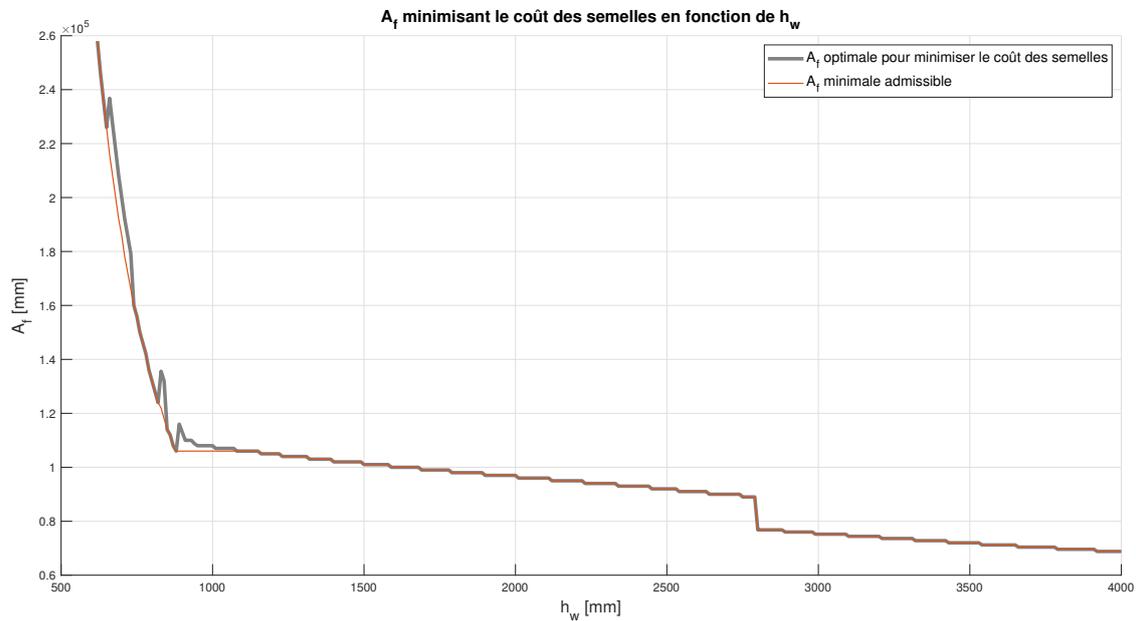


FIGURE 80 –  $A_f$  minimisant le coût des semelles en fonction de  $h_w$ .

Passons maintenant à la section des semelles qui minimise le coût de fabrication du PRS.

Pour rappel, les semelles réduisant le poids de l'élément suivent parfaitement les courbes d'aire minimale pour limiter la flèche et reprendre l'effort de flexion. Ces deux courbes sont données en fonction de la section d'âme optimale pour minimiser le poids de l'élément.

Dans cette analyse du coût de fabrication, on a comparé l'aire des semelles minimisant le coût de la poutre à celle minimisant son poids. Cette deuxième courbe est, par conséquent, l'aire minimale

pour respecter les critères de flèche et de résistance au moment interne.

La figure 81 montre que la semelle minimisant le poids de l'élément est également très proche de celle minimisant le coût. Toutefois, elles ne se superposent pas non plus avant une certaine hauteur d'âme ( $h_w = 1000\text{mm}$ ). Les raisons à cette non-superposition des courbes sont toujours les mêmes. Les semelles peuvent modifier les dimensions afin de réduire leur épaisseur. Cela permet de diminuer le prix à la tonne et ainsi minimiser le coût global des plaques.

En conclusion, les semelles tendent elles aussi à minimiser le poids de l'élément afin de réduire son coût de fabrication. Cependant, il faut parfois changer leur géométrie pour réduire le prix de l'acier et ainsi diminuer le coût global. Néanmoins, à partir d'une certaine hauteur, minimiser le poids de l'élément revient à minimiser son coût pour chaque valeur  $h_w$ . Tout comme le poids, le coût de fabrication de l'élément tend alors vers une certaine constance. Un bon compromis entre une section de poutre pas trop haute et un coût de fabrication minimal peut dès lors être trouvé (voir figure 74).

En d'autres mots, pour obtenir un profilé de coût minimal, il faut réaliser les étapes suivantes :

1. Dimensionner l'âme pour minimiser le poids global de l'élément sans utiliser de raidisseurs
2. Déterminer la section des semelles optimale pour minimiser le poids de l'élément :  $A_{f,min}$
3. Déterminer la section de semelle de coût minimale supérieure ou égale à  $A_{f,min}$

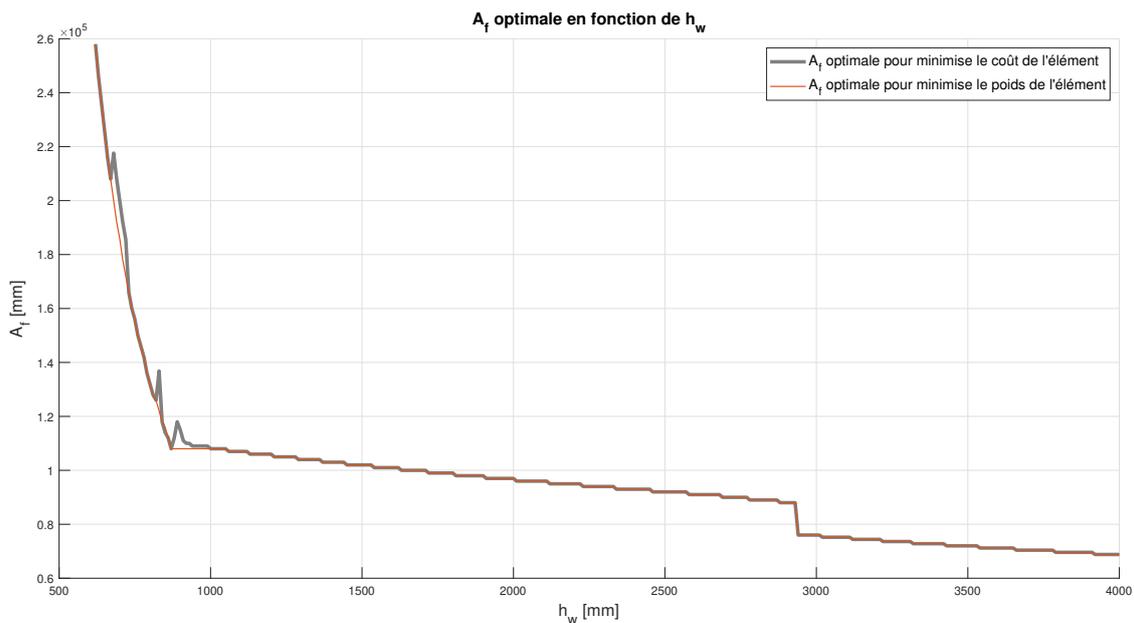


FIGURE 81 –  $A_f$  minimisant le coût de l'élément en fonction de  $h_w$ .

### Coût des soudures entre l'âme et les semelles

Les soudures n'interviennent pas dans le calcul du poids de l'élément. Cependant, plus les semelles seront lourdes plus ces soudures seront chères. En effet, les soudures sont dimensionnées selon la méthode simplifiée de l'Eurocode et leur résistance ( $F_{w,Rd}$ ) est donnée comme suit :

▷ PrEN 1993-1-8 (2021), 6.5.3.3, (2), (6.4) [15]

$$F_{w,Rd} = n \cdot f_{vw,d} \cdot a$$

Où,

- $n$  équivaut au nombre des soudures connectant chaque semelle à l'âme ( $n = \{1; 2\}$ )
- $f_{vw,d}$  est la résistance au cisaillement d'une soudure
- $a$  est le rayon de gorge de la soudure

Cette résistance doit être supérieure à l'effort qui passe à travers les soudures. Dans la présentation de la méthodologie, nous avons déterminé que cet effort valait  $\frac{A_f \times f_{f,y}}{L/4}$ . En d'autres mots, plus l'aire des semelles est grande, plus l'effort transitant par les soudures est important. Par conséquent, le rayon de gorge minimal doit augmenter avec l'aire des semelles. On peut donc en conclure que plus les semelles seront lourdes, plus le coût des soudures risque d'être élevé. En minimisant l'aire des semelles on minimise, par conséquent, le coût des soudures.

La figure 74 montre que le coût des soudures entre l'âme et les semelles est constant à partir de  $h_w = 780mm$ . En réalité, à partir de cette hauteur, l'aire des semelles est suffisamment faible pour utiliser un rayon de gorge de  $6mm$ . Tous les rayons de gorge inférieurs ou égaux à  $6mm$  ont un coût par mètre identique. En effet, le rayon de gorge minimal est proportionnel à l'aire des semelles mais son prix n'évolue pas linéairement. Il dépend en réalité du nombre de passes à réaliser avec la machine. De  $a = 3mm$  à  $a = 6mm$ , la machine peut réaliser la soudure en une seule passe, le coût est donc identique quelque soit le rayon minimal.

En conclusion, en minimisant le poids des semelles, on réduit également le rayon de gorge minimal. Le coût de ce dernier est défini par rapport au nombre de passes à réaliser et à la longueur des soudures. Le nombre de passes à réaliser dépend directement du rayon de gorge minimal. Il augmente, par conséquent, avec la section des semelles.

Tant que l'aire des semelles reste dans un même intervalle de valeurs, le cordon de soudure doit, par conséquent, être réalisé en un certain nombre de passes fixes. Dès lors, en optimisant les dimensions des semelles pour minimiser leur coût, il faut rester dans cet intervalle. En effet, si l'on augmente trop la section des semelles, cela implique la réalisation d'une ou plusieurs passes supplémentaire(s) pour former les soudures. Dès lors, leur coût de réalisation augmenterait de manière considérable. Par conséquent, le coût global de l'élément ne sera plus minimisé.

On peut résumer les décisions optimales pour réduire le coût de fabrication en ajoutant ce nouveau critère :

1. Dimensionner l'âme pour minimiser le poids global de l'élément sans utiliser de raidisseurs
2. Déterminer la section optimale des semelles pour minimiser le poids de l'élément :  $A_{f,min}$
3. Évaluer l'aire maximale des semelles avant de devoir augmenter le nombre de passes pour réaliser les soudures :  $A_{f,max}$
4. Déterminer la section de semelle de coût minimale comprise entre  $A_{f,min}$  et  $A_{f,max}$

### Discussion sur l'impact des prix utilisés dans cette étude

Toute cette analyse a été réalisée en considérant les prix des plaques et des soudures comme connus et fixes. Cependant, ces derniers peuvent évoluer dans le temps et dépendre des méthodes de fabrication utilisées. On pourrait, par conséquent, discuter de l'impact d'une modification de ces prix sur notre étude. Pour ce faire, nous allons discuter les prix les plus susceptibles d'évoluer, à savoir : le prix de base de l'acier et le coût des soudures.

De nos jours, le prix de base de l'acier a fortement augmenté. Cela signifie que le coût des plaques dépend dès lors moins de leurs dimensions. En effet, en augmentant le prix de base de l'acier, on réduit l'importance du coût des découpes, du grenailage et de la nuance. On tend, par conséquent, vers un prix simplement proportionnel au poids des plaques.

Si le prix des plaques ne dépendait pas de leur épaisseur et de leur largeur, il est évident que minimiser le poids de l'élément reviendrait à minimiser son coût (sauf si l'on utilise dans raidisseurs pour y parvenir). En effet, le coût des semelles et de l'âme serait minimisé en réduisant le poids du profilé. Il en serait de même pour les soudures entre les semelles et l'âme (leur coût étant réduit si le poids des semelles diminue). Le seul facteur discutable est l'intérêt des raidisseurs. Le coût de ces raidisseurs ne dépendrait pas seulement de leur poids mais également du prix des soudures.

En réalité, plus on augmente le prix de base de l'acier, plus la fabrication du PRS se révèle onéreuse. Le coût des soudures entre les plats des raidisseurs et le profilé représentera une part de moins en moins importante du coût total. En fonction du prix des soudures, il est dès lors possible de définir un prix de base de l'acier à partir duquel, les raidisseurs deviennent intéressants.

Cette analyse détaillée ne sera pas réalisée dans ce travail. Cependant, il est assez aisé de comprendre pourquoi une augmentation importante du prix de base de l'acier permet de rendre les raidisseurs utiles. En effet, en augmentant ce prix on a deux conséquences majeures. Premièrement, le coût des plaques dépend de moins en moins de leurs dimensions. On tend, par conséquent, vers un coût proportionnel à la masse des plaques. Deuxièmement, le coût des soudures devient négligeable. Ce dernier n'est pas réellement impacté par le prix de base de l'acier. Si ce prix augmente fortement, le coût des plaques est amplifié mais celui des soudures reste constant. L'impact des soudures sur le coût global est donc réduit.

Le coût du profilé est alors quasiment proportionnel à son poids. Par conséquent, minimiser le coût de fabrication d'un PRS revient à minimiser son poids même si une utilisation de raidisseurs est requise.

On va tout de même prouver qu'une augmentation du prix de base de l'acier permet de dire qu'un profilé de poids minimal réduira le coût du profilé.

Afin de montrer cet impact d'une variation du prix de base de l'acier sur nos résultats, nous avons simulé une situation où le prix de base de l'acier doublait. Il ne vaut donc plus 850 [€/ton] mais bien 1700 [€/ton]. Le coût de l'âme et des soudures (entre l'âme et les semelles) étant déjà réduit si le profilé possède un poids minimal, nous allons uniquement nous intéresser à l'optimisation des semelles.

La figure 82 a été réalisée en considérant cette modification importante du prix de base de l'acier. On y représente une comparaison entre les nouvelles sections de semelles au coût le plus bas (si le prix de base de l'acier est doublé) avec celles permettant de minimiser le poids de la plaque (constituant chaque semelle).

Le graphique montre bien que les sections de semelles minimisant leur coûts et leur poids sont quasiment identiques. En effet, l'impacte d'une épaisseur importante sur le prix des semelles devient quasiment négligeable. Changer la géométrie des semelles pour réduire le prix à la tonne est, par conséquent, moins intéressant.

Seules certaines sections persistent à minimiser le coût en augmentant leur aire. Il s'agit en réalité des premières semelles dimensionnées pour reprendre la flexion. Le bras de levier est encore faible. Il faut, par conséquent, une aire importante pour les semelles. L'épaisseur optimale vaut donc toujours 100m. Cependant, contrairement à un dimensionnement pour limiter la flèche, ici c'est l'aire qui doit principalement être conservée et non l'inertie. On peut donc changer plus librement les dimensions sans devoir augmenter significativement la section. Changer d'épaisseur reste alors bénéfique même si le poids augmente légèrement.

Bien entendu, si on continue à augmenter le prix de base de l'acier, cette différence entre les designs minimisant le poids et ceux réduisant le coût sera de plus en plus faible.

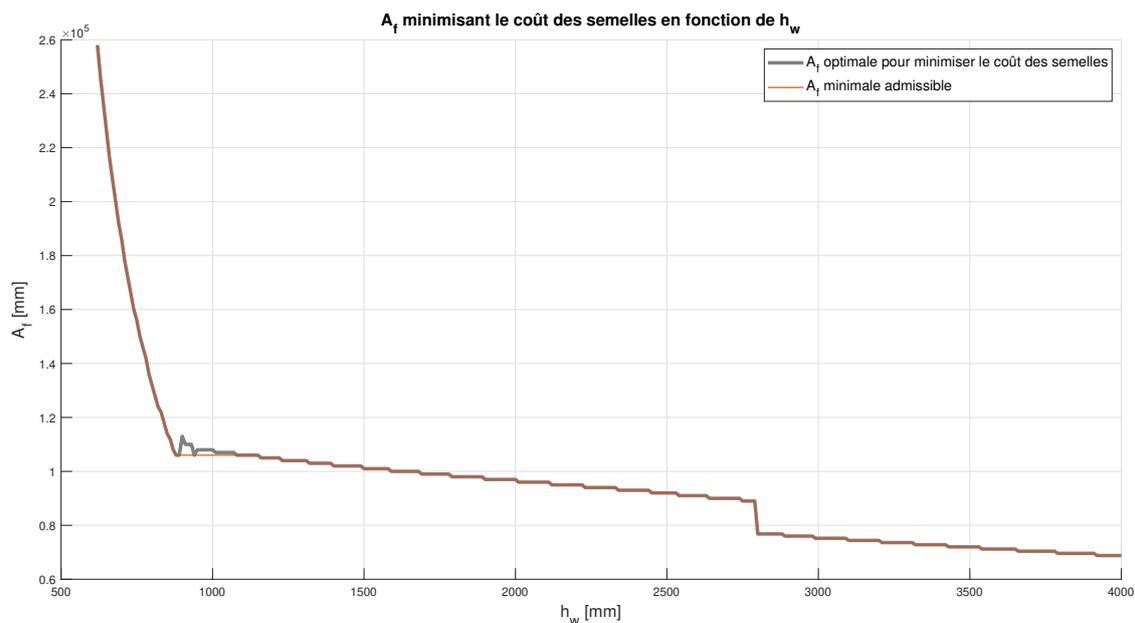


FIGURE 82 –  $A_f$  minimisant le coût des semelles en fonction de  $h_w$  : Prix de base de l’acier doublé.

#### 4.3.2 Design optimal en tenant compte du risque de déversement : Conclusion

En analysant l’élément de  $35m$ , nous avons conclu que pour réduire son coût de fabrication, il fallait utiliser l’âme qui minimise le poids de l’élément et la semelle de coût minimale associée.

Cependant, il ne faut pas que cette réduction du poids passe par l’utilisation de raidisseurs. En effet, quelque soit la hauteur de l’âme, leur utilisation ne fera qu’augmenter le coût de fabrication global. L’ajout de raidisseurs est plus onéreux que le gain obtenu en réduisant l’épaisseur  $t_w$  sur toute la longueur de la poutre. Cette différence entre le prix à payer pour placer des raidisseurs et le bénéfice obtenu en amincissant l’âme est surtout marquée si la longueur de l’élément est faible. En effet, l’utilisation de raidisseur a un coût qui dépend peu de  $L$ . Cependant, le gain obtenu en réduisant l’épaisseur de l’âme est, lui, proportionnel à  $L$ . En diminuant la longueur du profilé, le prix à payer pour réduire l’épaisseur de l’âme reste donc relativement constant. En revanche, le bénéfice obtenu en amincissant l’âme est quant à lui réduit. L’utilisation de raidisseurs devient, par conséquent, de plus en plus inopportune.

De manière générale, minimiser le poids de l’élément sans utiliser de raidisseurs permet de tendre vers un coût de fabrication minimal. Pour le coût de l’âme, c’est d’ailleurs toujours vrai. Si l’on réduit son épaisseur, on réduit également son coût. Cependant, ce n’est pas le cas des semelles. En effet, avant une certaine hauteur  $h_w$ , il se peut que la section minimale des semelles ne soit pas associée à un coût minimal. Le prix à la tonne d’acier de ces semelles augmente si l’épaisseur tend vers  $100mm$ . Par conséquent, si la section d’aire minimale possède une telle épaisseur, il se peut que ce soit avantageux de la réduire en contrepartie d’une section plus large. Cette modification permet de réduire le prix à la tonne. Cependant, cela peut engendrer une augmentation de l’aire totale des semelles. Le poids n’est dès lors plus minimisé bien qu’il reste proche de sa valeur optimale.

Lorsque  $h_w$  augmente, la section des semelles peut être réduite et l’épaisseur qui minimise leur poids ne vaut plus  $100mm$ . Il n’est donc plus nécessaire de changer les dimensions de la section pour réduire le prix à la tonne. La courbe de coût minimal coïncide dès lors avec celle de poids minimal. On retrouve une situation où le poids et le coût du profilé restent relativement constants bien que  $h_w$  augmente.

Le coût des soudures entre les semelles et l’âme est quant à lui défini en fonction du nombre de passes à réaliser et de leur longueur. Pour chaque rayon de gorge minimal, un nombre de passes est fixé (et, par conséquent, un coût de réalisation) pour réaliser les soudures. Ce rayon minimal est

proportionnel à la section des semelles. En minimisant, leur aire, on s'assure ainsi d'un coût minimal pour les soudures.

Nous avons discuté plus haut, que le coût des semelles pouvait être réduit en diminuant leur épaisseur. En contrepartie, il fallait certainement augmenter l'aire des semelles. Par conséquent, il ne faut pas que cette augmentation de l'aire des semelles accroît le nombre de passes à réaliser. Sinon, le coût des soudures sera fortement amplifié.

On peut tout de même en conclure que réduire le poids des semelles permet de réduire le coût des soudures qui les relient à l'âme.

A partir d'une certaine hauteur, les designs permettant de minimiser le coût et le poids de l'élément sont donc parfaitement identiques. En effet, lorsque  $h_w$  devient grand, le profilé de poids minimal ne possède naturellement plus de raidisseurs et les sections des semelles minimisant le poids et le coût sont identiques. La section de poids minimal étant généralement associée à une haute valeur de  $h_w$ , cette hauteur et le design optimal correspondant seront, par conséquent, également ceux du coût minimal.

#### 4.4 Analyse des résultats : cas particulier où le déversement est empêché

Nous venons d'étudier les résultats d'optimisations lorsque le déversement est autorisé. Dans bien des cas, ce type d'instabilité n'est pas à prendre en considération. En effet, si la poutre est maintenue latéralement de manière efficace, le flambement hors plan de la semelle comprimée n'est alors pas possible. On considérera donc que le déversement est empêché et que la résistance à la flexion de l'élément ( $M_{b,Rd}$ ) équivaut à celle de la section ( $M_{Rk}$ ).

Dans l'optimisation du poids, nous avons montré que, pour toutes les portées supérieures à  $13m$ , le profilé optimal nécessitait l'utilisation de raidisseurs. Le critère de non-flambement des semelles dans l'âme était dès lors moins contraignant. Des épaisseurs d'âme inférieures à  $t_w^*$  étaient alors admises sur des ensembles d hauteurs d'âme plus larges. L'utilisation d'épaisseurs plus faibles devenait même possible. Par exemple, l'élément de  $35m$  pouvait admettre une âme avec une épaisseur de  $6mm$  alors que cela lui était impossible si le déversement devait être pris en compte.

Ces phénomènes étaient dus à une réduction de l'aire minimale des semelles pour reprendre la flexion. En effet, les épaisseurs  $t_w$  sont limitées par le critère de non-flambement des semelles dans l'âme. Ce dernier définit un élanement maximal de l'âme en fonction de l'aire des semelles. En réduisant la section des semelles on peut dès lors augmenter l'élanement de l'âme. Pour une même hauteur d'âme, l'épaisseur  $t_w$  pourra donc être réduite.

On se demande dès lors si réduire la valeur de l'épaisseur minimale en fonction de  $h_w$  sera également bénéfique lorsqu'on souhaite minimiser le coût de fabrication de l'élément. Pour rappel, dans le cas avec déversement, nous avons démontré qu'utiliser des raidisseurs ne pouvait pas être économique. Il y a donc peu de chance que ça le devienne si le déversement est empêché. En effet, jusqu'à présent, le seul bénéfice de leur utilisation est de réduire le coût de l'âme. Cependant, cette économie est inférieure au coût des raidisseurs à placer en contrepartie.

Comme dans le cas avec déversement, on va regarder le coût minimal par mètre de chaque profilé. Pour ce faire, on fait varier la portée de  $10m$  à  $40m$  et l'on recherche le design minimisant le coût de fabrication. Cette opération est réalisée en autorisant et en n'autorisant pas l'utilisation des raidisseurs. Sur la figure 83 on compare ces résultats à ceux obtenus avec déversement. On remarque directement qu'à partir d'une portée de  $33m$ , l'utilisation de raidisseurs devient intéressante pour réduire le coût de fabrication de l'élément. Cette observation signifie qu'un nouveau phénomène entre en jeu. L'économie réalisée en réduisant  $t_w$  devient donc supérieure au coût des raidisseurs.

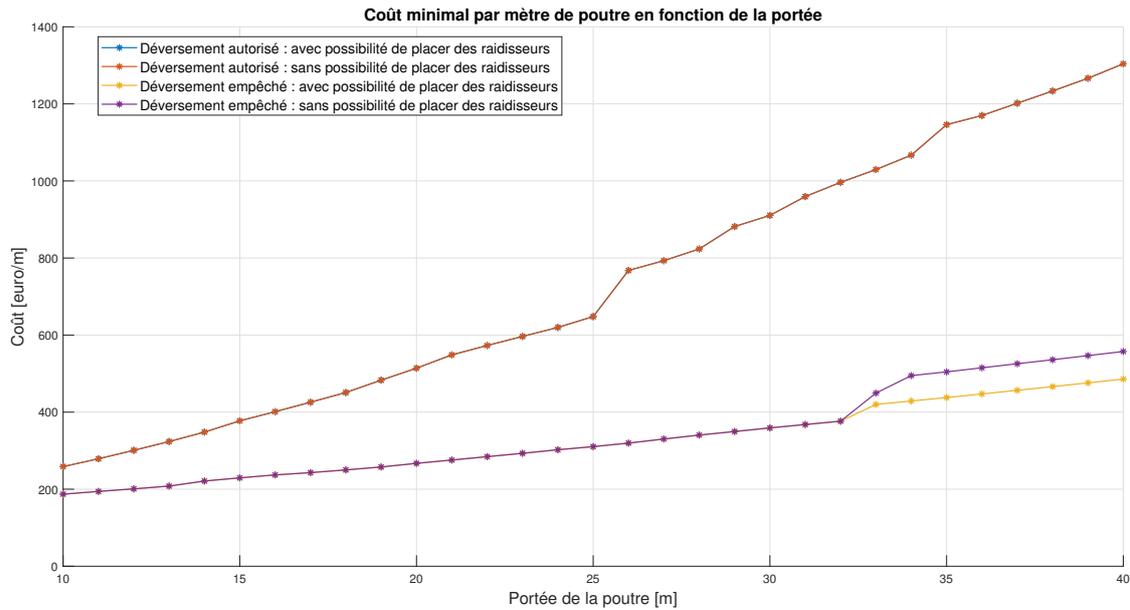


FIGURE 83 – Coût de fabrication minimal par mètre en fonction de la longueur de l'élément.

Afin d'analyser l'intérêt des raidisseurs dans un cas avec déversement, nous allons étudier une longueur de poutre précise :

- **Design optimal avec  $L = 35m$ .**

Cet élément possède un design optimal avec nécessité d'utiliser des raidisseurs intermédiaires et/ou des montants d'extrémité rigide. On utilisera cette longueur afin de pouvoir comparer les résultats d'optimisation du coût sans déversement à l'ensemble des optimisations réalisées jusqu'à présent.

#### 4.4.1 Design optimal sans tenir compte du risque de déversement : $L = 35m$

Nous analysons donc le coût d'un élément de  $35m$  de portée ne pouvant pas déverser. Cet élément possède, par conséquent, un design qui utilise des raidisseurs pour minimiser son coût de fabrication.

Pour rappel, empêcher la poutre de déverser permet une réduction de la section des semelles. Cependant, cela n'est possible qu'à partir du moment où ces dernières sont dimensionnées pour reprendre la flexion. En effet, dans le cas où le déversement est permis, avant d'atteindre une certaine hauteur d'âme, les semelles sont dimensionnées pour limiter la flèche. Une fois cette hauteur dépassée, c'est le critère de résistance à la flexion qui devient dimensionnant. Ce n'est qu'à partir de ce moment que la section des semelles peut être réduite en empêchant le déversement. En effet, tant que cette hauteur n'est pas atteinte, les semelles sont dimensionnées pour limiter la flèche dans les deux cas (avec et sans déversement), le déversement n'a alors aucun impact sur leur section.

Dans le cas sans déversement, les semelles de l'élément de  $35m$  de portée sont dimensionnées pour reprendre la flexion à partir de  $h_w = 870mm$ . Les comparaisons réalisées dans cette section ne seront, par conséquent, réalisées qu'à partir de cette valeur de  $h_w$ .

Le but de cette section est de comprendre en quoi l'absence de déversement rend l'utilisation des raidisseurs pertinente pour réduire le coût de fabrication de l'élément. Pour ce faire, regardons directement les coûts impactés si l'utilisation de raidisseurs est permise. Ceci est représenté aux figures 84 et 85. La première figure représente le détail du coût minimal dans le cas où l'utilisation de raidisseurs n'est pas autorisée. La seconde figure représente les mêmes coûts mais dans un cas où l'utilisation de raidisseurs est permise.

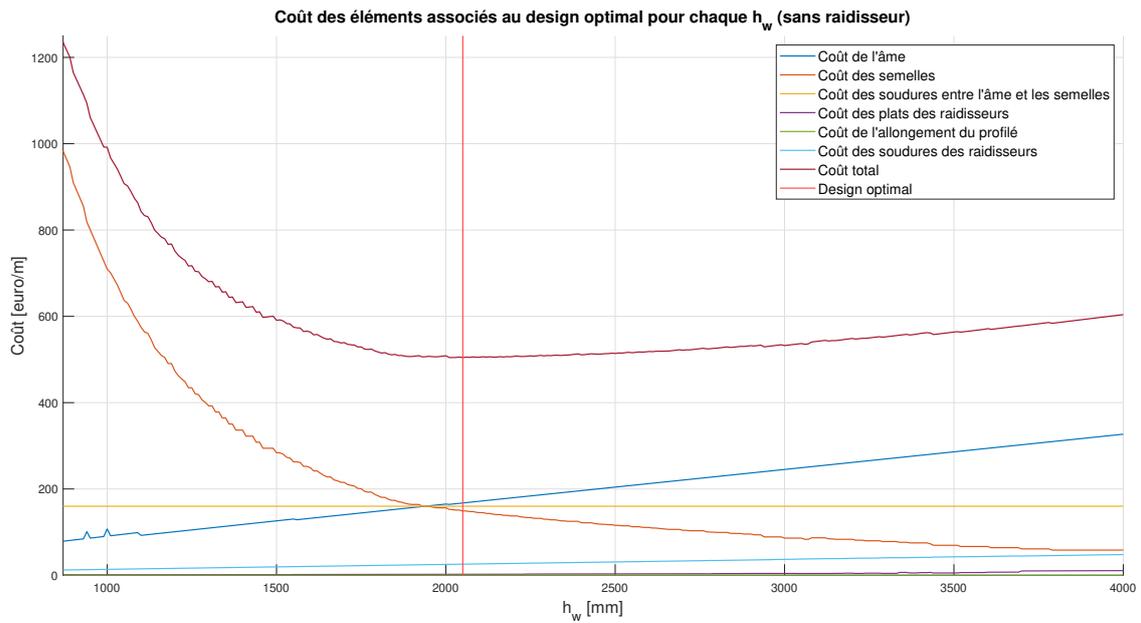


FIGURE 84 – Détail du coût des sections optimales en fonction de  $h_w$  : sans raidisseur.

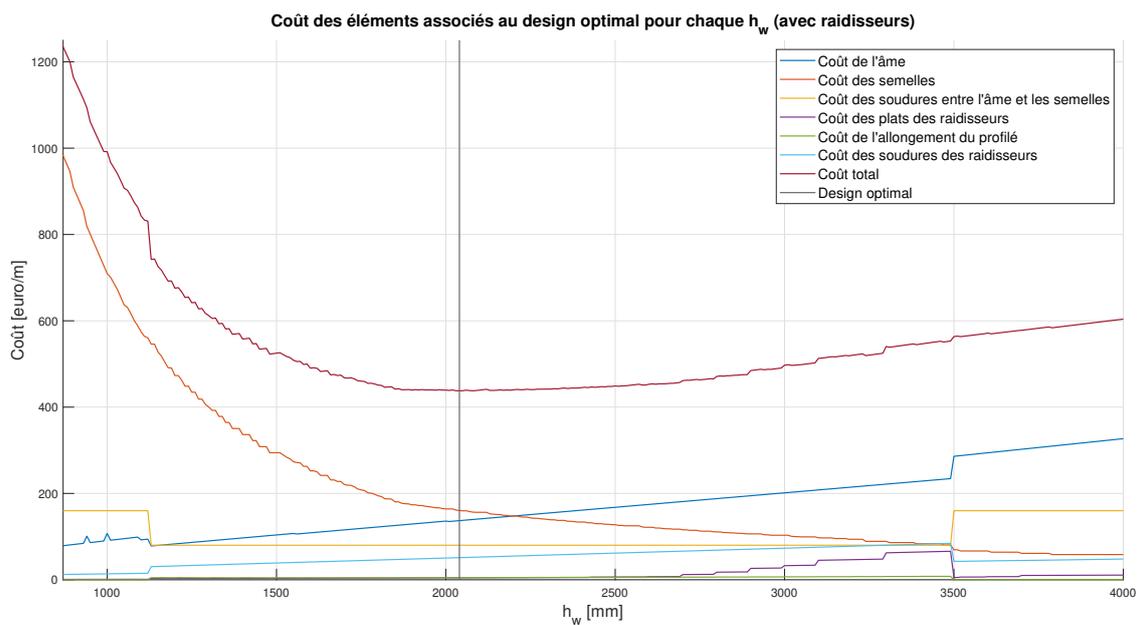


FIGURE 85 – Détail du coût des sections optimales en fonction de  $h_w$  : avec raidisseur.

On remarque assez vite que l'ensemble des coûts sont impactés par cette utilisation de raidisseurs :

- Le coût de l'âme est réduit
- Le coût des plats des raidisseurs est augmenté
- Le coût des soudures des raidisseurs est augmenté
- Le coût de l'allongement du profilé est augmenté
- Le coût des semelles est augmenté
- Le coût des soudures entre les semelles et l'âme est réduit

On va donc passer en revue ces différents coûts afin de voir comment ils peuvent justifier l'intérêt des raidisseurs. On analysera pourquoi, lorsqu'on empêche le profilé de déverser, les coûts liés à

l'ajout de raidisseurs sont réduits. On découvrira également, qu'éviter ce risque d'instabilité permet d'augmenter les bénéfices obtenus en réduisant l'épaisseur de l'âme.

### Le coût de l'âme

Lorsque le déversement n'était pas empêché, l'âme minimisait son coût de fabrication en utilisant la plus petite épaisseur admissible en fonction de  $h_w$ . Cependant, cette épaisseur ne permettait pas de réduire le coût global de l'élément. Pour cela, il fallait utiliser la même épaisseur que celle associée au design de poids minimal sans raidisseur.

Dans le cas sans déversement, commençons par analyser les épaisseurs  $t_w$  qui minimisent le coût de l'âme en fonction de  $h_w$ . Ces dernières sont représentées à la figure 86. Elles y sont comparées aux épaisseurs minimisant le poids de l'âme.

On voit bien que, comme dans le cas avec déversement, l'épaisseur minimisant la section de l'âme est également celle réduisant son coût. Cependant, elle peut maintenant être égale à  $8mm$  entre  $h_w = 840mm$  et  $h_w = 3490mm$ . Elle peut même être réduite à  $6mm$  entre  $h_w = 1410mm$  et  $h_w = 2890mm$ .

Pour rappel, empêcher le déversement rend le critère de non-flambement des semelles dans l'âme moins contraignant. Des épaisseurs  $t_w$  plus faibles sont donc admissibles sur de plus grands ensembles de hauteurs  $h_w$ .

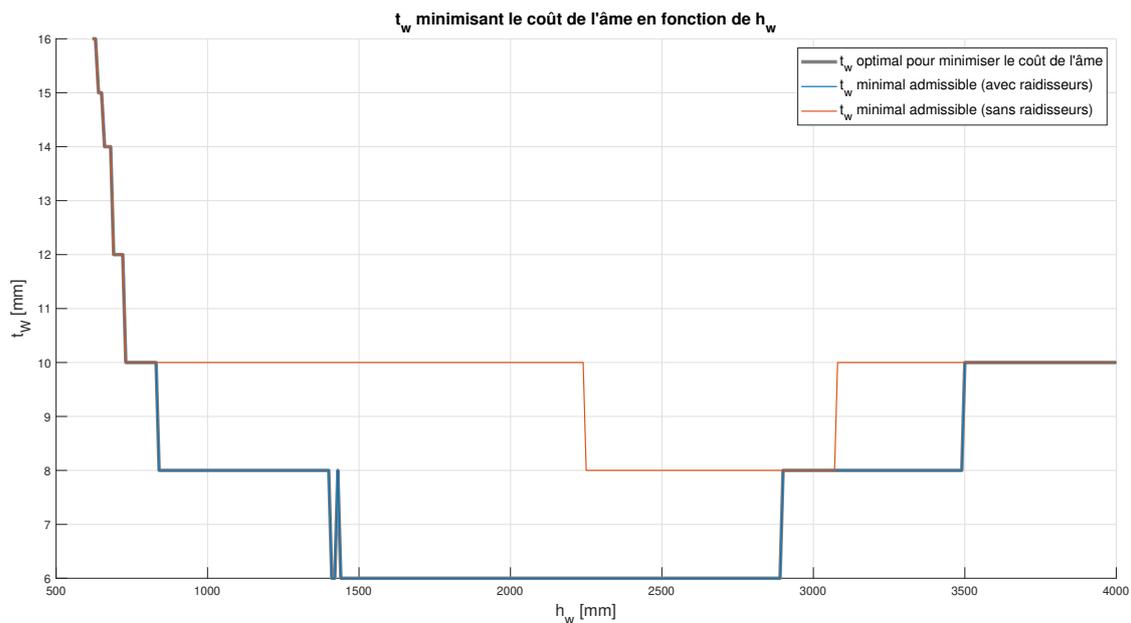


FIGURE 86 –  $t_w$  minimisant le coût de l'âme en fonction de  $h_w$ .

On peut maintenant s'intéresser à la section de l'âme qui minimise le coût de l'élément. La figure 87 compare cette épaisseur à celles minimisant le poids de l'élément (avec ou sans raidisseurs). On voit que, contrairement au cas avec déversement, l'épaisseur minimisant le coût de fabrication n'est pas identique à celle qui minimise le poids du profilé sans utiliser de raidisseurs. En effet, entre  $h_w = 1130mm$  et  $h_w = 3490mm$ , l'épaisseur d'âme optimale (pour réduire le coût de fabrication du profilé) vaut  $8mm$ . Cela signifie qu'elle nécessite l'utilisation de raidisseurs.

La courbe des épaisseurs optimales pour réduire le coût n'est pas non plus égale à celle des épaisseurs réduisant le poids du profilé en utilisant des raidisseurs. Cela signifie qu'utiliser des raidisseurs n'est pas toujours pertinent pour réduire le coût de fabrication de l'élément.

On se demande donc pourquoi une telle réduction de  $t_w$  devient bénéfique alors qu'elle ne l'était pas quand le déversement était autorisé. On peut dès lors noter que le bénéfice financier obtenu

en passant de  $t_w = 10\text{mm}$  à  $t_w = 8\text{mm}$  ne dépend pas du risque de déversement. En effet le coût d'une âme de  $35\text{m}$  de long possédant une épaisseur de  $8\text{mm}$  ou  $10\text{mm}$  est indépendant du risque de déversement. Le bénéfice obtenu en réduisant  $t_w$  est, par conséquent, identique que cette instabilité soit empêchée ou non. Ce n'est donc pas un facteur qui favorise l'utilisation des raidisseurs dans le cas où le déversement est empêché.

On va, par conséquent, continuer notre analyse des différents coûts impactés par l'utilisation des raidisseurs. Pour chacun, on regardera si le fait d'empêcher le déversement a un impact sur eux. On expliquera ainsi, pourquoi il est plus économique de réduire l'épaisseur de l'âme entre  $h_w = 1130\text{mm}$  et  $h_w = 3490\text{mm}$ .

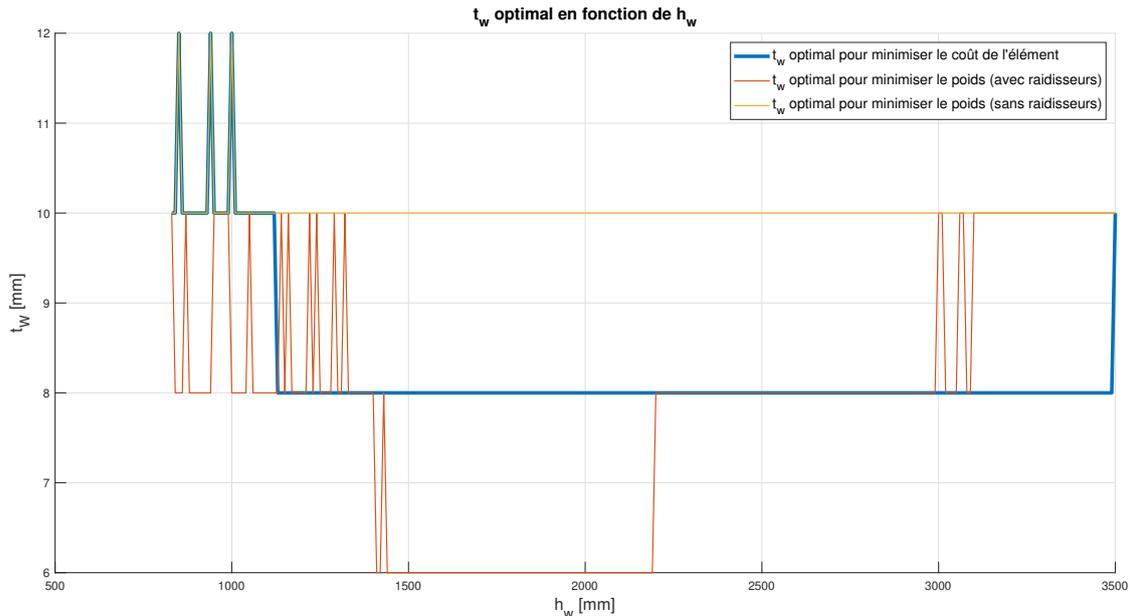


FIGURE 87 –  $t_w$  minimisant le coût de l'élément en fonction de  $h_w$ .

### Coût des raidisseurs

Lorsque le déversement était autorisé, nous avons démontré que passer d'une âme de  $10\text{mm}$  à  $8\text{mm}$  d'épaisseur ne pouvait être économique. En effet, les coûts liés à l'ajout des raidisseurs étaient alors supérieurs à l'économie faite en réduisant l'épaisseur de l'âme. La figure 87 montre qu'en empêchant la poutre de déverser, ce raisonnement n'est plus valable. On va donc regarder chaque coût directement lié à l'ajout de raidisseurs et déterminer ceux pouvant être impactés positivement par l'absence de risque de déversement :

- Coût des plats et des soudures : le coût des plats des raidisseurs et de leurs soudures est identique si l'on considère ou non le déversement. Par conséquent, ce coût n'est pas réduit si le déversement est empêché. Il ne s'agit donc pas d'un facteur justifiant l'intérêt des raidisseurs entre  $h_w = 1130\text{mm}$  et  $h_w = 3490\text{mm}$ .
- Coût de l'allongement du profilé : ce coût est plus faible lorsque le déversement est empêché. En effet, la section des semelles peut être réduite si le déversement est empêché. Les allonger afin de former des montants d'extrémité rigide est par conséquent moins onéreux.

La seule différence de coût entre une situation avec et sans déversement est, par conséquent, celui de l'allongement du profilé. Cependant, si on ne considère que cet unique bénéfice, cela reste avantageux de conserver une épaisseur  $t_w$  de  $10\text{mm}$ . Ceci est prouvé à l'aide des figures 88, 89, 90 et 91. Les trois premières figures montrent l'évolution de ces prix en fonction de  $h_w$  et des différentes épaisseurs  $t_w$  admissibles. La quatrième figure compare le total de ces coûts en fonction de  $t_w$ . Cette

dernière figure montre bien qu'une épaisseur de 10mm reste celle minimisant le coût de l'âme et des raidisseurs à placer.

Empêcher la poutre de déverser ne réduit donc pas assez le coût des raidisseurs. Le bénéfice financier obtenu en utilisant une épaisseur  $t_w$  moins importante reste, par conséquent, inférieure au coût de ces raidisseurs supplémentaires.

Cependant, l'utilisation de raidisseurs permet bien de réduire le coût de l'élément entre  $h_w = 1130mm$  et  $h_w = 3490mm$ . Cela signifie que passer d'une âme de 10mm à 8mm d'épaisseur tout en empêchant le profilé de déverser permet ainsi de réduire d'autres coûts que celui des raidisseurs. C'est ce que nous allons voir en nous intéressant aux semelles et aux soudures qui les relient à l'âme.

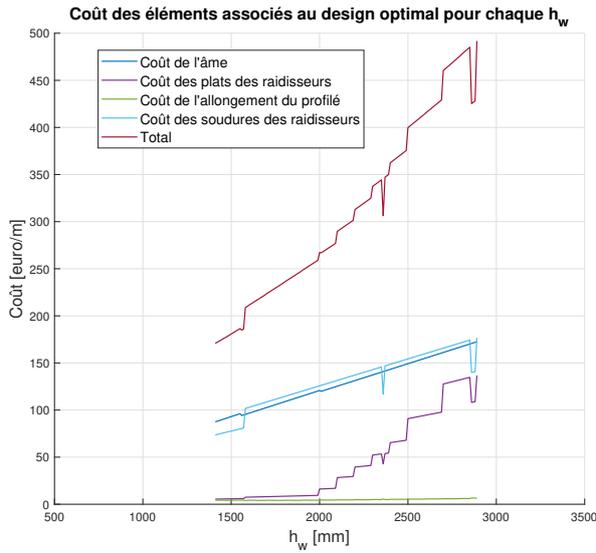


FIGURE 88 –  $t_w = 6mm$ .

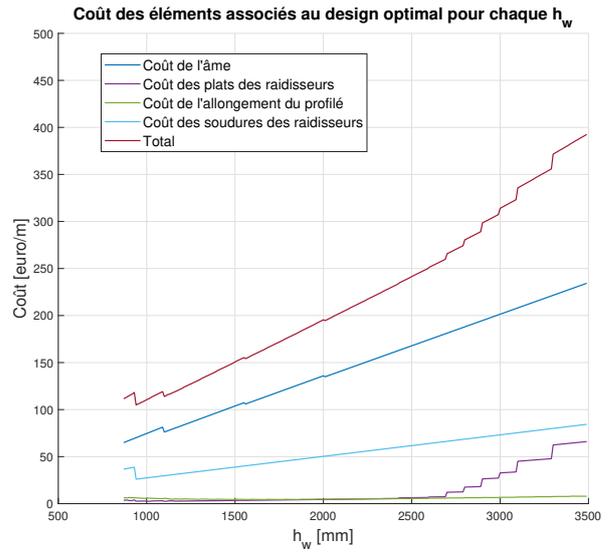


FIGURE 89 –  $t_w = 8mm$ .

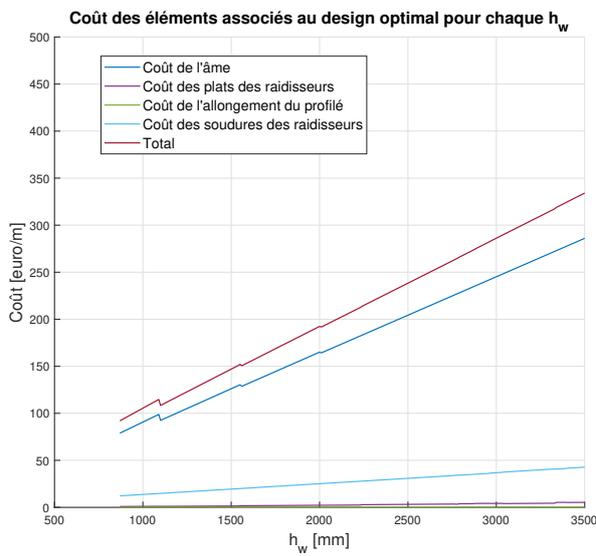


FIGURE 90 –  $t_w = 10mm$ .

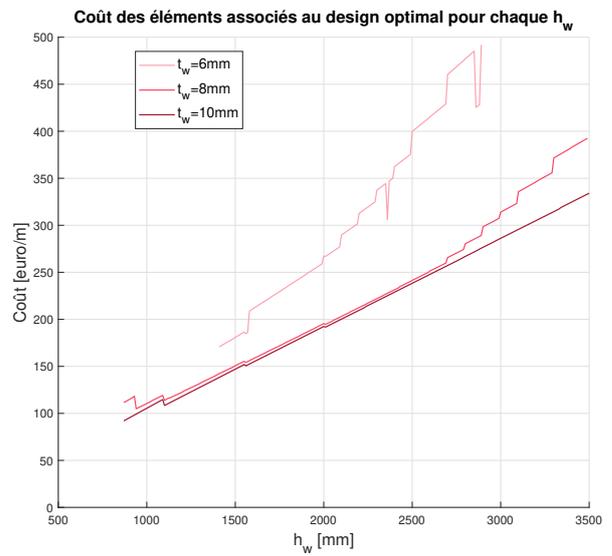


FIGURE 91 – Coût total en fonction de  $t_w$ .

## Coût des semelles

Empêcher la semelle comprimée de flamber hors plan a un effet bénéfique sur la section des semelles. En effet, à partir de  $h_w = 870mm$ , cette dernière peut être réduite. Ceci a donc une influence sur le coût de l'élément et sur son poids.

Dans l'analyse avec déversement, nous avons remarqué que, contrairement à l'âme, la section des semelles minimisant le poids du profilé n'était pas toujours celle minimisant son coût. En effet, lorsque la hauteur de l'âme était relativement faible, la section minimisant le poids possédait une épaisseur optimale de  $100mm$ . Les semelles étaient alors dimensionnées pour limiter la flèche. Elles devaient, par conséquent, augmenter le plus possible leur inertie flexionnelle. Cela était fait en maximisant leur épaisseur ( $b_f = 100mm$ ). Le prix à la tonne d'une telle plaque est dès lors élevé. Les semelles de coût minimal avaient alors tendance à modifier leurs dimensions pour réduire  $t_f$  tout en conservant leur inertie. Cette modification permettait d'obtenir une épaisseur inférieure à  $80mm$  et ainsi réduire le prix à la tonne. Cela induisait une réduction globale du coût de fabrication. Cependant, en contrepartie, il fallait augmenter la section pour conserver cette même inertie (en augmentant fortement  $b_f$ ). Les semelles de poids minimal ne coïncidaient donc plus avec celles minimisant leur coût de fabrication.

Nous allons maintenant regarder si de tels phénomènes sont toujours observables lorsque le déversement est empêché. Pour ce faire, comme pour la section de l'âme, on différenciera les semelles minimisant leur coût de celles minimisant celui du profilé.

Regardons tout d'abord les sections de semelles qui minimisent leur coût dans un cas sans déversement. Pour rappel, nous avons montré qu'il faut atteindre  $h_w = 1080mm$  pour que les semelles de poids et de coût minimal soient égales. Au-dessus de cette hauteur, l'épaisseur optimale pour réduire le poids ne vaut plus  $100mm$ . Les dimensions ne doivent donc plus être changées pour réduire le prix à la tonne.

La figure 92 montre bien que les sections minimisant le poids et le coût des semelles ne coïncident pas toujours. Contrairement au cas avec déversement, ce n'est qu'à partir de  $h_w = 1550mm$  que les deux solutions optimales se superposent parfaitement. Cette hauteur est nettement plus importante que  $1080mm$ . En réalité, lorsque le déversement est empêché, les semelles sont dimensionnées pour limiter la flèche jusqu'à une hauteur supérieure à  $h_w = 1550mm$ . Pour minimiser leur poids, elles doivent dès lors augmenter le plus possible leur inertie. Ceci revient à utiliser la plus grande épaisseur possible ( $b_f = 100m$ ). Le prix à la tonne n'est dès lors pas optimal et il faut changer les dimensions des semelles pour réduire leur coût. Cette modification passe par une augmentation de leur section, le poids n'est alors plus minimisé.

Un résultat similaire est constaté si nous nous intéressons aux sections minimisant le coût de l'élément. La figure 93 est alors utilisée. Sur cette dernière, on compare les sections optimales pour minimiser le coût du profilé à celles minimisant son poids. On voit bien que, comme dans le cas avec déversement, les semelles minimisant le poids et le coût du profilé ne deviennent égales qu'à partir d'une certaine hauteur d'âme. Ceci est dû à une modifications de leurs dimensions de section afin de pouvoir réduire le prix à la tonne des plaques. Le coût global de l'élément est ainsi réduit.

Les conclusions du cas sans déversement sont donc identiques à celles obtenues lorsque le déversement était permis.

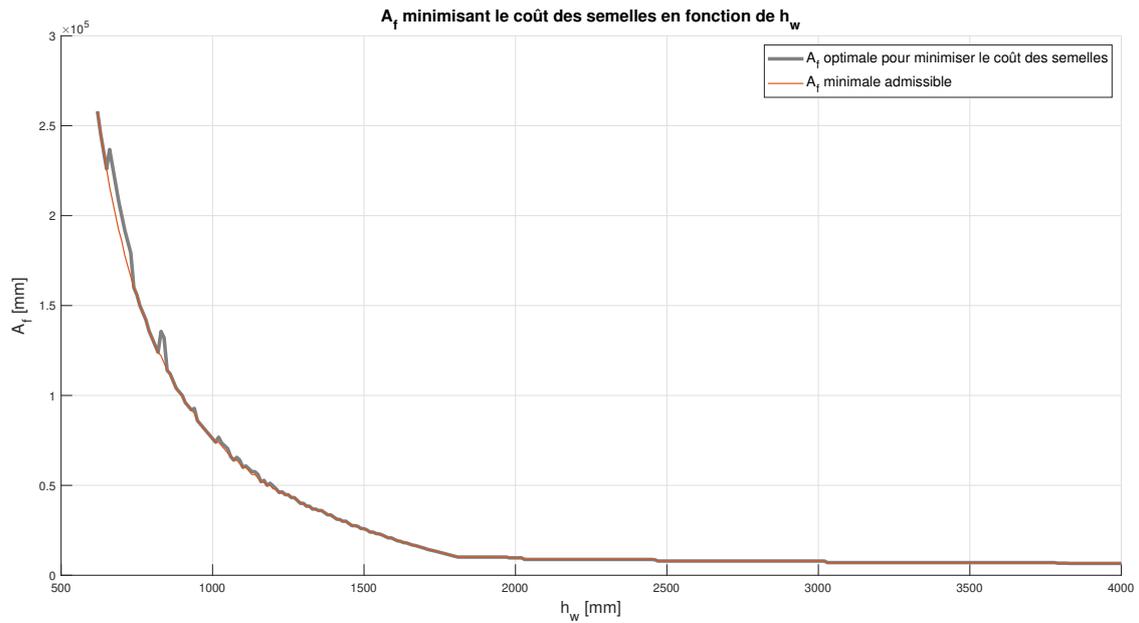


FIGURE 92 –  $A_f$  minimisant le coût des semelles en fonction de  $h_w$ .

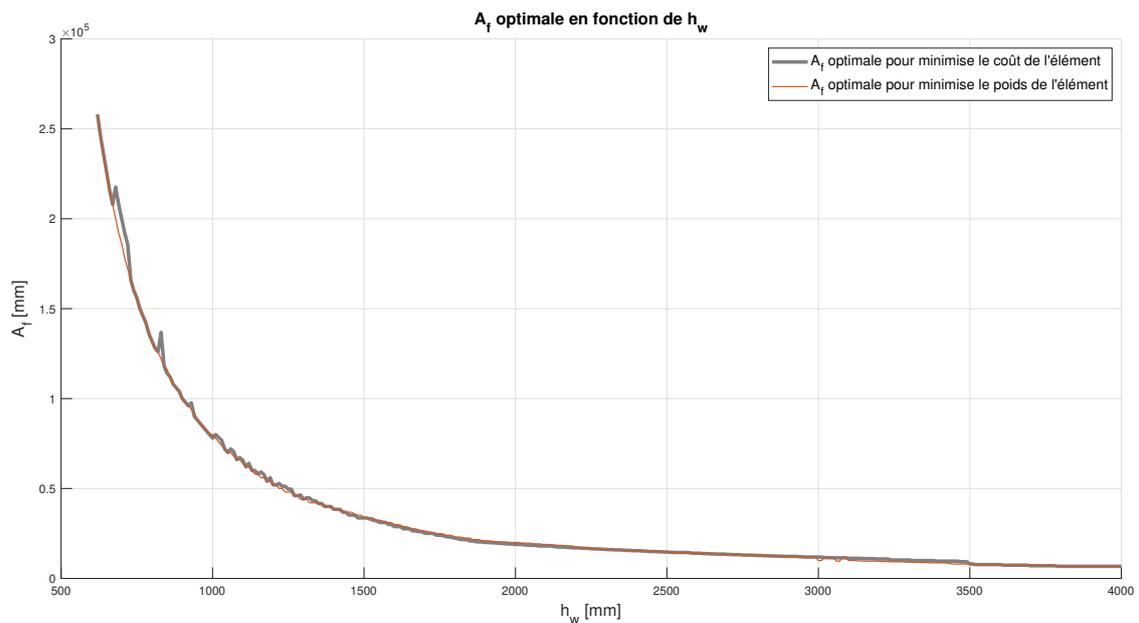


FIGURE 93 –  $A_f$  minimisant le coût de l'élément en fonction de  $h_w$ .

Regardons maintenant si le déversement a un impact positif sur le coût des semelles lorsque l'âme est amincie. Pour rappel, nous cherchons toujours à comprendre pourquoi le coût global de l'élément est réduit en utilisant des raidisseurs entre  $h_w = 1130\text{mm}$  et  $h_w = 3490\text{mm}$ . Jusqu'à présent, nous avons simplement montré que le coût de l'allongement du profilé était réduit si on empêchait la poutre de déverser. Cependant, ce bénéfice ne permettait pas de justifier l'intérêt des raidisseurs.

Utiliser une âme d'épaisseur moins importante ne peut avoir qu'un impact négatif sur le coût des semelles. En effet, réduire la section de l'âme revient à réduire l'inertie et la résistance flexionnelle de la section. L'aire des semelles doit, par conséquent, être augmentée afin de contrer ce manque.

Il s'agit donc d'un coût supplémentaire à considérer lorsque  $t_w$  est réduit et que des raidisseurs sont placés. Ce coût avait été négligé dans l'analyse sans déversement. En effet, il est relativement

faible et n'impacte que peu notre discussion sur l'intérêt des raidisseurs. Nous allons tout de même regarder si ce surcoût peut être réduit lorsque le déversement est empêché. Ceci justifierait un peu plus l'intérêt des raidisseurs lorsque ce risque d'instabilité est évité.

Pour cela regardons l'évolution du coût des semelles entre  $h_w = 870mm$  et  $h_w = 1190mm$ . On comparera ce coût entre les cas avec et sans déversement pour une âme possédant une épaisseur de  $8mm$  ou  $10mm$ .

Notons que cette analyse ne peut être réalisée que sur l'intervalle d'hauteur d'âme où  $t_w$  peut être réduit à  $8mm$ , que le déversement soit empêché ou non. De plus, l'impact du risque de déversement ne peut être pris en compte qu'à partir de  $h_w = 870mm$ .

Les figures 94 et 95 montrent qu'effectivement, empêcher l'élément de déverser permet de réduire l'augmentation du coût des semelles si l'épaisseur de l'âme est diminuée. Entre  $h_w = 1130mm$  (la première hauteur d'âme où l'utilisation de raidisseurs devient la solution la plus économique si le déversement est empêché) et  $h_w = 1190mm$  (la plus grande hauteur où  $t_w$  peut être égale à  $8mm$  si le déversement est permis), on voit bien que, dans le cas d'une réduction de l'épaisseur de l'âme, l'augmentation du coût des semelles est réduite si le déversement est empêché. Cela signifie donc que le coût des semelles est également moins défavorable à l'utilisation de raidisseurs si le profilé ne peut déverser.

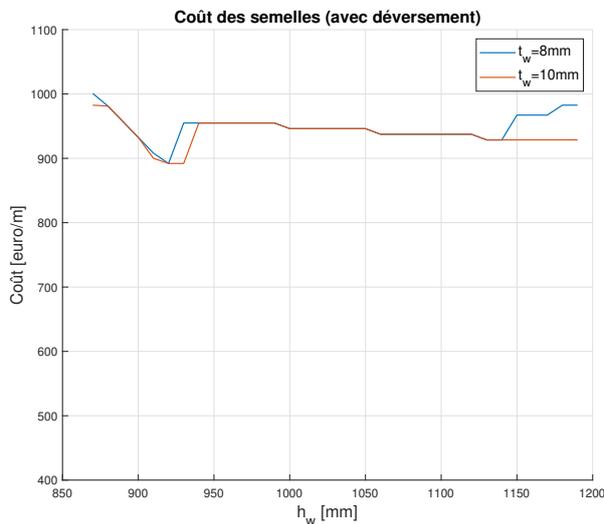


FIGURE 94 – Avec déversement.

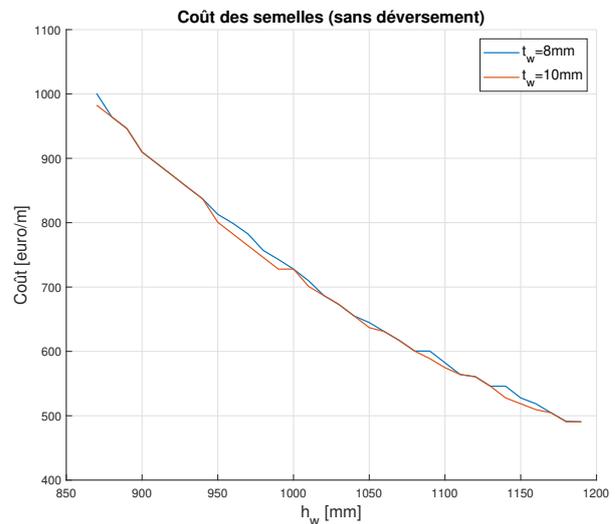


FIGURE 95 – Sans déversement.

On vient donc de montrer que l'augmentation du coût des semelles provoquée par l'utilisation d'une âme plus fine pouvait être réduite en empêchant la poutre de déverser. Ce coût peut dès lors être ajouté à notre liste des facteurs favorisant l'utilisation des raidisseurs si le profilé est empêché de déverser :

- Le bénéfice obtenu en réduisant l'épaisseur de l'âme est identique
- Le coût des plats et des soudures des raidisseurs est identique
- Le coût de l'allongement de la poutre pour former des montants d'extrémité rigide est réduit
- L'augmentation du coût des semelles lorsqu'on diminue l'épaisseur de l'âme est réduite

On peut dès lors, comparer la combinaison de ces coûts en fonction de  $t_w$ . Pour ce faire, il faut ajouter le coût des semelles à la comparaison réalisée sur la figure 91. On obtient dès lors de nouveaux graphiques. Ces derniers sont présentés aux figures 96, 97, 98 et 99. On y voit que, si nous ne considérons que ces coûts, cela ne justifie toujours pas l'intérêt des raidisseurs entre  $h_w = 1130mm$  et  $h_w = 3490mm$ . En effet, la situation la plus avantageuse reste bien une âme de  $10mm$  d'épaisseur. Le dernier coût pouvant favoriser l'utilisation de raidisseurs reste donc celui des soudures entre les semelles et l'âme.

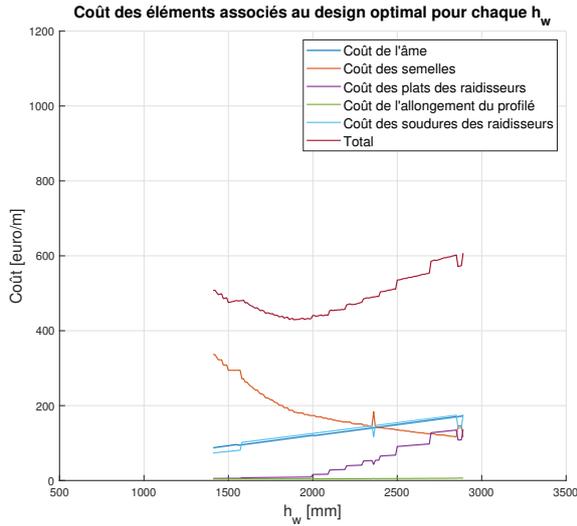


FIGURE 96 –  $t_w = 6mm$ .

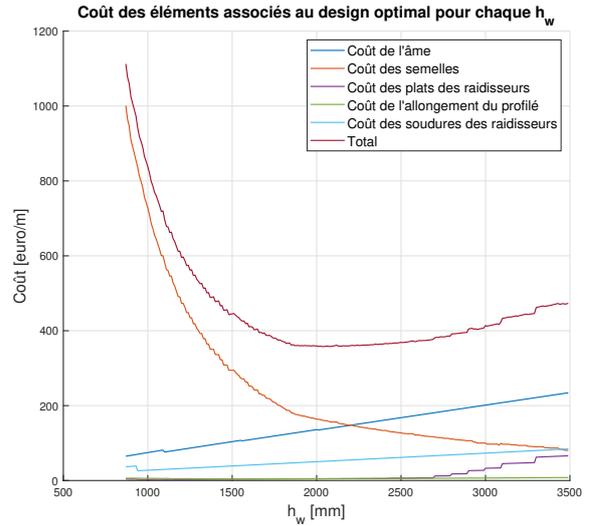


FIGURE 97 –  $t_w = 8mm$ .

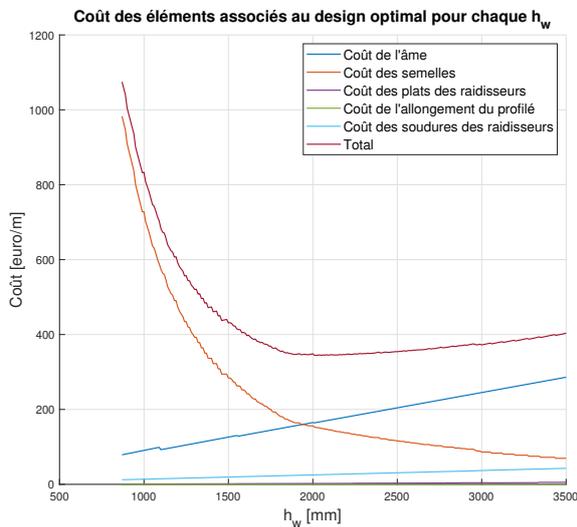


FIGURE 98 –  $t_w = 10mm$ .

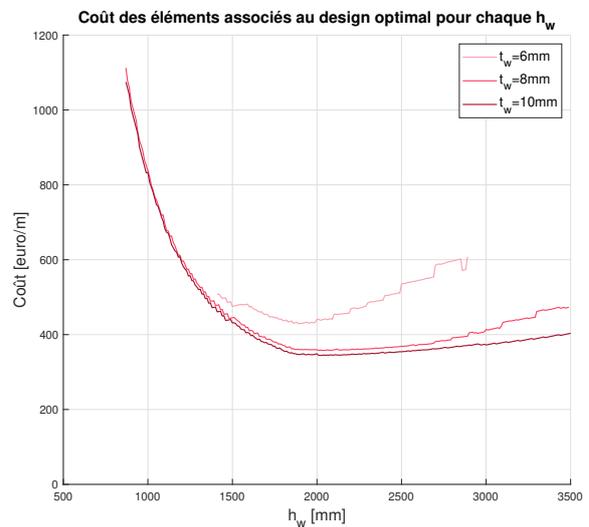


FIGURE 99 – Coût total en fonction de  $t_w$ .

### Coût des soudures entre l'âme et les semelles

Le dernier coût à analyser est celui des soudures entre les semelles et l'âme. Dans le cas sans déversement, nous avons vu que ce dernier n'était pas impacté par l'ajout de raidisseur. En effet, entre  $h_w = 830mm$  et  $h_w = 1190mm$  (hauteurs où une âme de  $8mm$  était admissible), le rayon de gorge minimal était compris entre  $3mm$  et  $6mm$ . Cependant, deux cordons de soudures étaient requis pour faire transiter l'effort. Cela signifie qu'il fallait systématiquement réaliser deux soudures d'une seule passe entre chaque semelle et l'âme. Le coût était par conséquent constant que  $t_w$  vaille  $8mm$  ou  $10mm$ .

En empêchant le profilé de déverser, on peut réduire la section des semelles à partir de  $h_w = 870mm$ . Le rayon de gorge minimal étant proportionnel à cette section des semelles, en la réduisant, on le réduit également.

A partir d'une âme de  $8mm$  d'épaisseur, on est autorisé à se contenter d'un seul cordon de soudeure pour transférer l'effort entre les semelles et l'âme. Pour cela, il faut que l'effort à faire transiter soit suffisamment faible pour n'utiliser qu'une seule soudeure. De plus, il faut rappeler que cet unique rayon de gorge ne peut dépasser 70% de la plus petite épaisseur de plaque. Le rayon de gorge doit,

par conséquent, être inférieur à  $5,6\text{mm}$  ( $= 0,70 \times 8\text{mm}$ ). Cela n'est donc possible que si la section des semelles est faible. Dans le cas sans déversement, une aire aussi peu importante n'est admissible qu'à partir de  $h_w = 1130\text{mm}$ . En passant d'une âme de  $10\text{mm}$  à  $8\text{mm}$  d'épaisseur, on peut dès lors diviser par deux le nombre de soudures. Par conséquent, leur coût est également réduit par deux.

Pour les éléments d'une longueur comprise entre  $33\text{m}$  et  $40\text{m}$ , l'épaisseur  $t_w^*$  vaut  $10\text{mm}$  (pour rappel, lorsque le déversement est empêché et que la portée vaut  $31\text{m}$  ou  $32\text{m}$ , l'épaisseur  $t_w^*$  passe de  $10\text{mm}$  à  $8\text{mm}$  car le poids propre de l'élément est réduit). Cela signifie que, lorsqu'on commence à mettre des raidisseurs, on passe d'une âme de  $10\text{mm}$  à  $8\text{mm}$  d'épaisseur. En parallèle, on peut donc également diviser par deux le nombre de cordons de soudure pour connecter l'âme aux semelles.

Les figures 100, 101, 102 et 103 montrent qu'en prenant en compte ce nouveaux bénéfice financier, l'utilisation de raidisseurs permet de réduire le coût de l'élément entre  $h_w = 1130\text{mm}$  et  $h_w = 3490\text{mm}$ . Empêcher le profilé de déverser permet, par conséquent, de réduire le coût des soudures entre les semelles et l'âme lorsque l'épaisseur de l'âme est réduite. Notons que, tant que cette réduction du nombre de soudures n'est pas possible (avant  $h_w = 1130\text{mm}$ ), la solution la plus économique est de conserver une épaisseur de  $10\text{mm}$ .

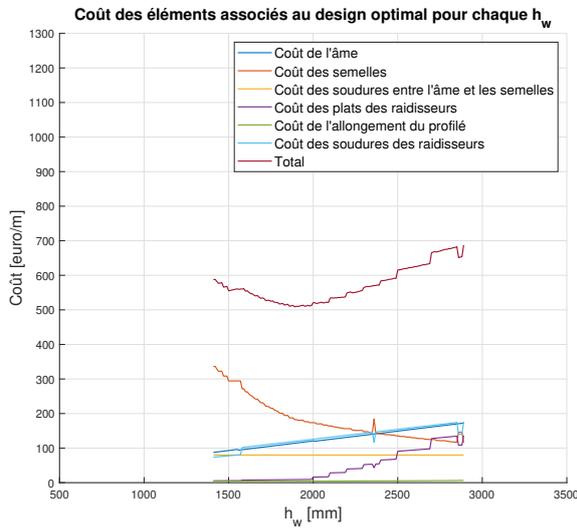


FIGURE 100 –  $t_w = 6\text{mm}$ .

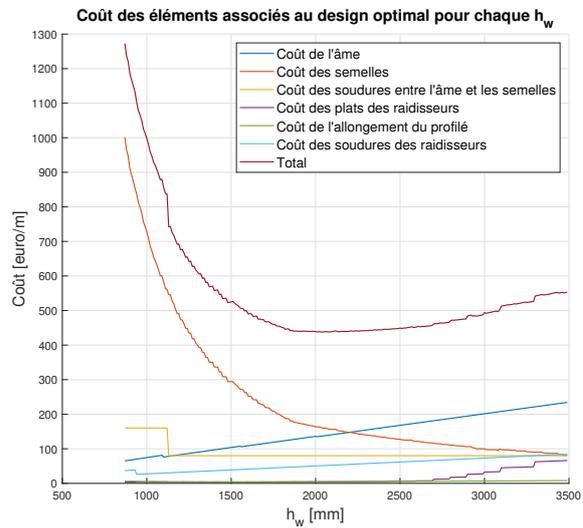


FIGURE 101 –  $t_w = 8\text{mm}$ .

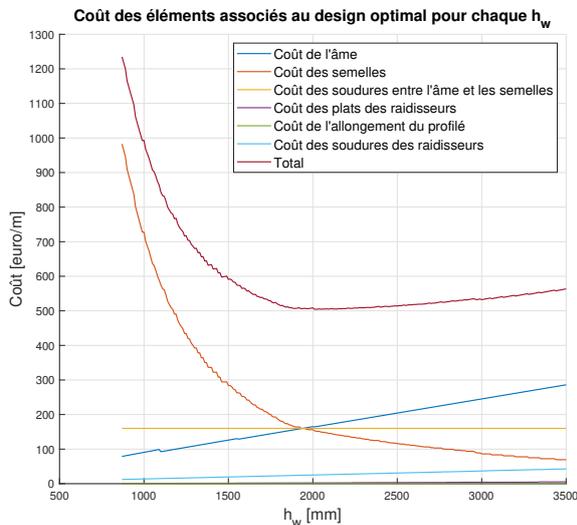


FIGURE 102 –  $t_w = 10\text{mm}$ .

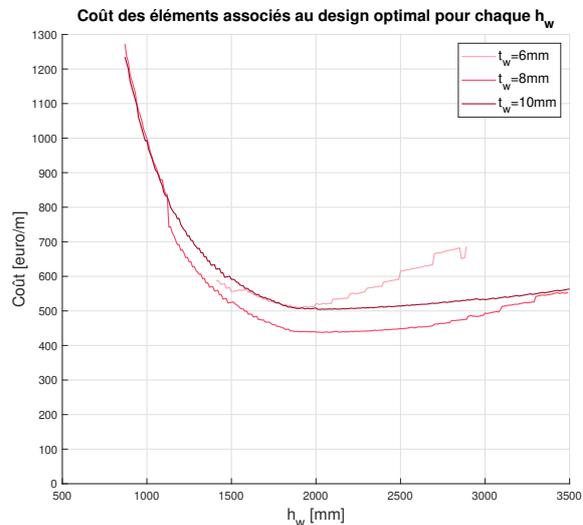


FIGURE 103 – Coût total en fonction de  $t_w$ .

C'est donc bien ce coût qui change la donne lorsque le déversement est empêché. C'est également pour cette raison qu'il faut au minimum une portée de  $33m$  pour que l'utilisation de raidisseurs ait un intérêt économique. En effet, seuls les profilés où les raidisseurs permettent de réduire  $t_w$  à  $8mm$  peuvent obtenir ce bénéfice sur le coût des soudures.

#### 4.4.2 Design optimal sans tenir compte du risque de déversement : Conclusion

Contrairement à notre analyse avec déversement, nous venons de montrer que pour certaines longueurs de poutre, l'utilisation de raidisseurs pouvait permettre une réduction du coût de fabrication de l'élément. En effet, empêcher la poutre de déverser permet d'amoinrir les coûts liés à l'utilisation de raidisseurs. Cela réduit également les conséquences négatives d'un amincissement de l'âme. De plus, cela augmente les bénéfices obtenus en réduisant la section de l'âme. Ainsi, on retiendra comme impacts majeurs :

- L'allongement de la poutre pour réaliser des montants d'extrémité rigide est moins onéreux. En effet, pour créer des montants d'extrémité rigide, il faut allonger le profilé d'une longueur *2.e*. En empêchant la poutre de déverser, on peut réduire la section des semelles. Les allonger est, par conséquent, moins coûteux.
- Le coût de l'augmentation de la section des semelles est réduit. Lorsque l'âme est amincie, l'inertie et la résistance à la flexion de l'élément sont réduites. Il faut, par conséquent, augmenter la section des semelles afin de pallier à ce manque. Nous avons montré que cette augmentation était moins importante lorsque le déversement était empêché. L'augmentation du coût des semelles l'est donc tout autant.
- Le coût des soudures entre les semelles et l'âme peut être réduit. En effet, lorsqu'on réduit la section des semelles (en empêchant le déversement), on réduit également l'effort devant transiter par les soudures. Contrairement, au cas avec déversement, passer d'une âme de  $10mm$  à  $8mm$  d'épaisseur peut également permettre de réduire par deux le nombre de soudures à placer.

Ajouter des raidisseurs a dès lors un coût moins important que le bénéfice obtenu en amincissant l'âme. Ce gain vient principalement du coût des soudures entre les semelles et l'âme. En effet, en supprimant le risque de déversement, l'aire des semelles est fortement réduite. L'effort transitant par les soudures l'est donc tout autant. En passant d'une âme de  $10mm$  à  $8mm$  d'épaisseur, il est dès lors possible de réduire le nombre de soudures par deux. Leur coût est, par conséquent, également divisé par deux.

Ceci n'est pas possible lorsqu'un risque de déversement est considéré. En effet, la section des semelles est alors nettement plus importante. L'effort utilisé dans le dimensionnement des soudures étant proportionnel à l'aire des semelles, l'utilisation d'une soudure unique entre chaque semelle et l'âme n'est, par conséquent, pas envisageable.

Ce bénéfice sur le coût des soudures n'est donc possible que si l'épaisseur  $t_w^*$  est de  $10mm$ . En effet, il s'agit du seul cas de figure où un amincissement de l'âme permet également de réduire le nombre de cordons de soudure. En d'autres mots, seuls les éléments d'une portée supérieure ou égale à  $33m$  peuvent bénéficier de ce gain (les seuls profilés où  $t_w^* = 10mm$ ). Il s'agit, par conséquent, des seuls profilés où l'utilisation des raidisseurs devient intéressante pour réduire leur coût de fabrication.

Ceci vient conclure notre analyse des profilés de coût de fabrication minimal si le déversement est empêché.

# Conclusions et perspectives

A travers ce travail, nous avons étudié l'intérêt des raidisseurs pour réduire le poids et le coût de fabrication d'un PRS (profilé métallique reconstitué par soudage). Pour ce faire, nous avons développé une méthodologie pour dimensionner un tel profilé métallique. Cette méthode détermine si une certaine section de profilé est admissible en fonction du cas de charge et de la portée. Cette méthodologie est également conçue pour calculer le nombre minimal de raidisseurs transversaux à placer. Ces raidisseurs servent en réalité à augmenter la résistance au cisaillement de l'élément. Si la résistance du profilé sans raidisseur est trop faible, la méthodologie décrit une procédure à suivre pour pallier ce manque en ajoutant des raidisseurs. Leurs positions optimales le long de l'élément ainsi que leurs dimensions sont ainsi calculées.

Une fois cette méthodologie présentée, nous avons vu une manière de calculer le poids et le coût de fabrication d'un PRS.

Toute cette procédure a ensuite été implémentée dans une routine de calcul. Cela nous a permis d'étudier un grand ensemble de sections. Pour chaque section, en fonction de la portée de l'élément et du cas de charges, il était possible de déterminer si elle était admissible ou non. De plus, dans le cas où la résistance au cisaillement de l'élément n'était pas suffisante, le code déterminait l'emplacement optimal des raidisseurs pour pallier ce manque. La routine renvoyait dès lors une matrice contenant l'ensemble des sections de PRS admissibles et de leurs raidisseurs. En calculant le coût et le poids de tous ces profilés, on pouvait, par conséquent, déterminer les designs optimaux pour réduire ces deux paramètres.

Nous avons ensuite analysé les dimensions de section permettant de réduire le poids de l'élément. Nous nous sommes rendus compte que ces dernières ne nécessitaient quasiment jamais l'utilisation de raidisseurs. En effet, les sections optimales possèdent généralement une âme très haute afin d'augmenter le bras de levier entre les semelles. La section des semelles est ainsi réduite et le poids de l'élément est minimisé (voir figure 104). Ces âmes très hautes possèdent, dès lors, une résistance à l'effort tranchant importante. L'utilisation de raidisseurs est, par conséquent, inutile.

En réalité, lorsque la hauteur de l'âme augmente, il faut également accroître son épaisseur. En effet, lorsque le profilé est fléchi, l'une des semelles est comprimée. Elle risque dès lors de flamber. Ce flambement peut apparaître dans deux directions. Soit latéralement, ce qui correspond au déversement de la poutre (cette instabilité est prise en compte dans le calcul de résistance à la flexion de l'élément), soit dans le plan de l'âme. Afin d'éviter ce deuxième risque de flambement, il est nécessaire que l'âme possède une certaine rigidité. En d'autres mots, ce critère de stabilité vient limiter l'élançement de l'âme. Cet élançement maximal dépend de la section des semelles et de leur limite élastique. Borner l'élançement revient à imposer une épaisseur minimale à l'âme en fonction de sa hauteur (voir figure 105).

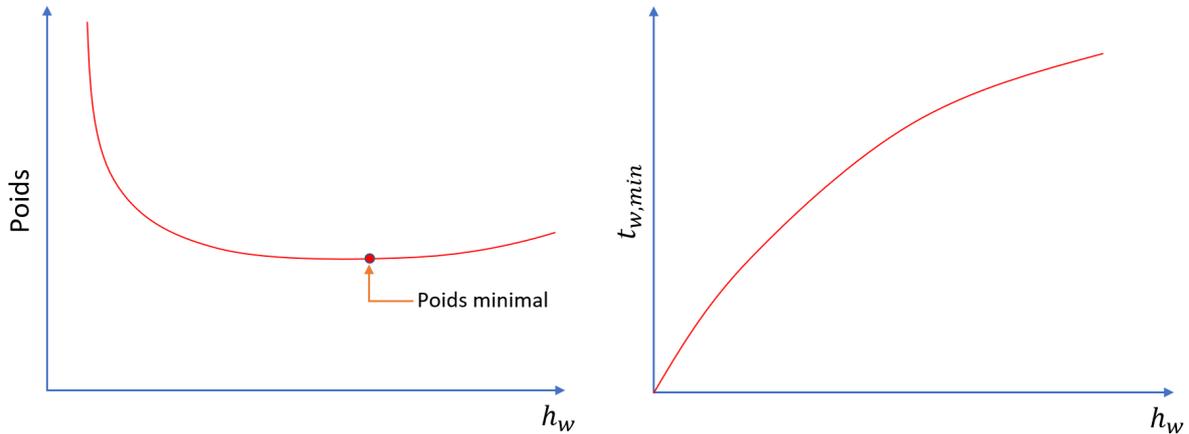


FIGURE 104 – Poids minimal en fonction de  $h_w$ . FIGURE 105 –  $t_w$  minimale en fonction de  $h_w$ .

En parallèle de ce raisonnement, nous avons pu montrer que la résistance à l'effort tranchant augmentait avec l'épaisseur de l'âme. En effet, lorsque l'âme est élancée, la résistance à l'effort tranchant est alors donnée par une contribution dite "des semelles" et une contribution dite "de l'âme". Cette deuxième contribution est nettement plus importante que la première. De plus, nous avons montré que la contribution dite "de l'âme" dépend uniquement de l'épaisseur de l'âme. Par conséquent, à partir d'une certaine épaisseur ( $t_w^*$ ), cette contribution devient supérieure à l'effort tranchant (voir figure 106). L'utilisation de raidisseurs est, dès lors, inutile.

Comme expliqué plus haut, pour réduire le poids de l'élément, il faut accroître la hauteur de l'âme. Cela permet d'augmenter le bras de levier entre les semelles et ainsi réduire leur section. Cependant, il faut limiter l'élancement de l'âme en fonction de la section des semelles. L'épaisseur de l'âme doit, par conséquent, augmenter avec sa hauteur. A partir d'une certaine hauteur ( $h_w^*$ ), l'épaisseur minimale vaut  $t_w^*$  (voir figure 107). Cela signifie que la contribution dite "de l'âme" est maintenant supérieure à l'effort tranchant. Les raidisseurs sont dès lors sans intérêt. Le profilé de poids minimal possède, par conséquent, une âme de grande hauteur mais pas de raidisseur transversaux (voir figure 108).

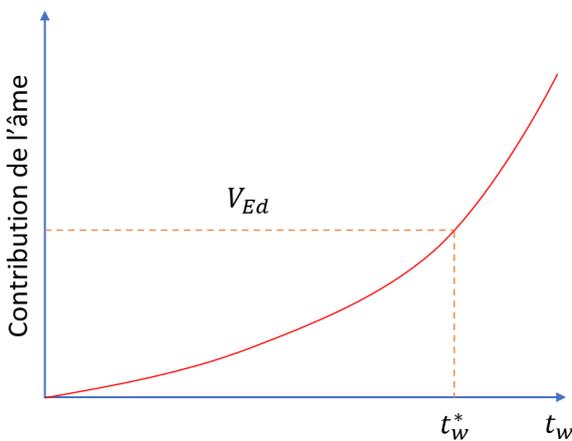


FIGURE 106 – Contribution de l'âme en fonction de  $t_w$ .

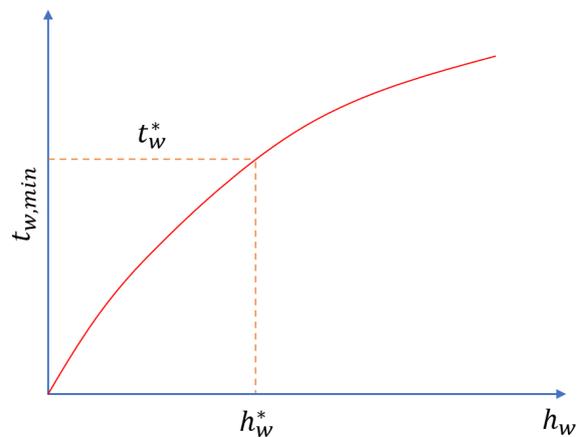


FIGURE 107 –  $t_w^*$  en fonction de  $h_w^*$ .

En empêchant la poutre de déverser, ce raisonnement n'était plus tout à fait valide. En effet, la section des semelles peut dès lors être fortement réduite. Le risque que la semelle comprimée ne

flambe dans le plan de l'âme est diminué. On peut dès lors, accepter des âmes moins rigides dont l'élanement est plus important. En augmentant la hauteur de l'âme, son épaisseur peut rester très faible. L'épaisseur  $t_w^*$  n'est donc requise que pour une hauteur  $h_w^*$  très grande. Généralement, la section minimisant le poids de l'élément possède une âme très haute. Cependant, si cette hauteur devient vraiment trop importante, le poids de l'élément augmente. En effet, la section des semelles continue à diminuer mais, celle de l'âme augmente plus rapidement. Les sections ne minimisent donc plus le poids du profilé.

Le design optimal possède, par conséquent, une âme très grande. Cependant, il ne faut pas qu'elle le soit de trop non plus. Dans le cas sans déversement, il arrive régulièrement que cette hauteur optimale soit inférieure à  $h_w^*$ . Le design minimisant le poids possède ainsi des raidisseurs. En effet, le poids des raidisseurs est souvent moins important que le gain obtenu en réduisant l'épaisseur de l'âme. Il est, par conséquent, avantageux de réduire  $t_w$  et d'utiliser des raidisseurs si cela est possible. Sous  $h_w^*$ , c'est donc bien le cas. Les designs réduisant le poids du profilé possèdent dès lors des raidisseurs (voir figure 109).

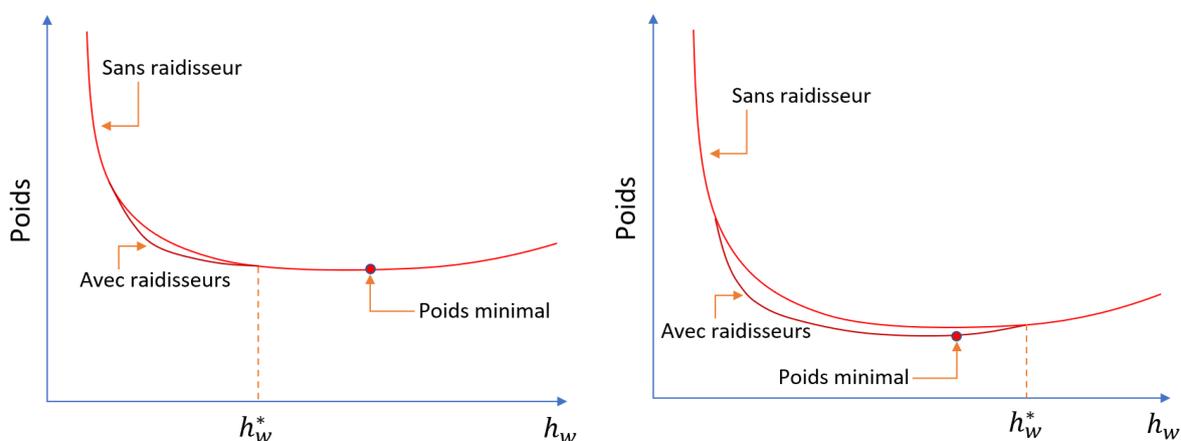


FIGURE 108 – Design optimal : avec déversement. FIGURE 109 – Design optimal : sans déversement.

Une analyse similaire a pu être réalisée avec les designs qui réduisent le coût de fabrication de l'élément. Nous avons démontré que le coût de l'élément est relativement proportionnel à son poids. Le seul coût qui ne suit pas cette tendance est celui des soudures entre les plats des raidisseurs et le profilé. De plus, le prix de ces soudures est très élevé. Les résultats de l'optimisation du poids sont donc toujours valables mais il faut éviter l'utilisation de raidisseurs. Nous avons démontré que le bénéfice obtenu en réduisant  $t_w$  est toujours inférieur au coût des raidisseurs. En effet, leur coût est élevé à cause des soudures et il n'est pas proportionnel à leur poids. Bien que le design minimisant le poids de l'élément possède des raidisseurs, on devra s'en passer pour réduire le coût (voir figure 110). En d'autres mots, même si une épaisseur d'âme inférieure à  $t_w^*$  est admissible, il faudra utiliser une âme d'épaisseur  $t_w^*$  pour éviter l'utilisation de raidisseurs.

En empêchant la poutre de déverser, il pourrait arriver que l'utilisation de raidisseurs devienne pertinente. En effet, la section des semelles est dès lors réduite. Par conséquent, l'effort devant transiter entre les semelles et l'âme est également réduit. Le rayon de gorge des soudures connectant les semelles à l'âme peut donc être moins important. De plus, si l'épaisseur de l'âme est inférieure ou égale à  $8mm$ , il est autorisé de n'utiliser qu'un seul cordon de soudure entre chaque semelle et l'âme. Par conséquent, en empêchant la poutre de déverser, on réduit la section des semelles, le rayon de gorge des soudures (entre les semelles et l'âme) et, éventuellement, le nombre de soudures. Si l'utilisation de raidisseur permet de passer de  $t_w = 10mm$  à  $t_w = 8mm$ , il est alors possible de réduire de moitié le nombre de soudures. Leur coût est donc divisé par deux. Utiliser des raidisseurs permet dès lors d'amincir l'âme mais également de réduire le coût des soudures. Ce nouveau bénéfice offre

un autre intérêt à l'utilisation de raidisseurs. En fonction de la portée de l'élément et de la hauteur de l'âme, il arrive dès lors qu'utiliser des raidisseurs permette d'obtenir un PRS de coût réduit (voir figure 111).

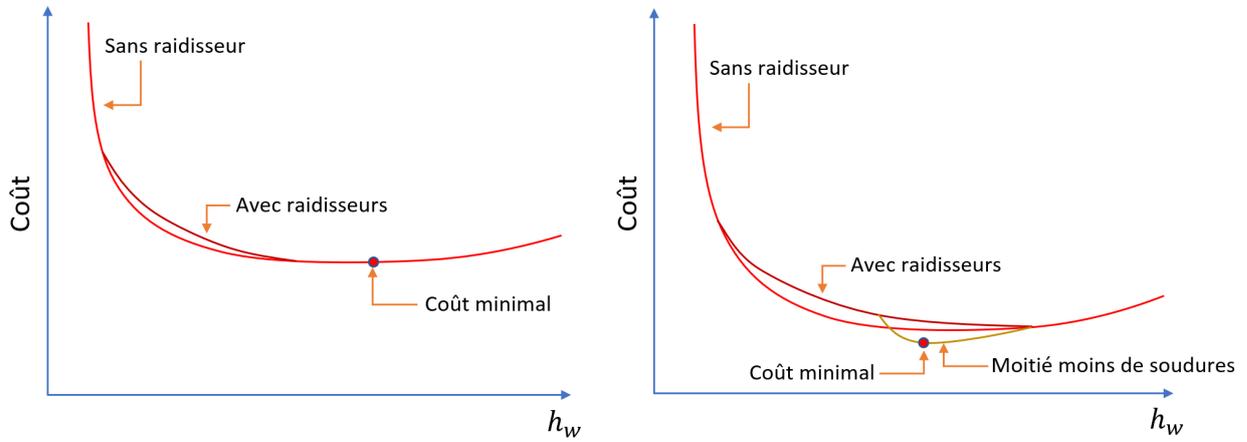


FIGURE 110 – Design optimal : avec déversement. FIGURE 111 – Design optimal : sans déversement.

A travers ce travail, nous avons démontré que l'intérêt des raidisseurs était limité. En particulier lorsqu'un risque de déversement est à considérer. Dans ce cas, ils ne sont quasiment jamais utiles pour réduire le poids et le coût du profilé.

Notons tout de même que cela n'est vrai que si l'âme peut être aussi haute que souhaité. En effet, tant que la hauteur de l'âme est inférieure à  $h_w^*$ , le profilé de poids minimal possède généralement des raidisseurs. Si on limite la hauteur de l'âme à une valeur inférieure à  $h_w^*$ , il est, par conséquent, probable que des raidisseurs doivent être placés pour réduire le poids du PRS.

Pour l'optimisation du coût de fabrication c'est différent. Les raidisseurs ne sont utiles que dans un cas sans déversement et pour des éléments donc l'épaisseur  $t_w^*$  vaut 10mm ou plus. Par conséquent, même si on limite la valeur de  $h_w$ , il y a d'autres conditions à remplir pour que l'utilisation des raidisseurs ait un intérêt économique.

Une suite possible à ce travail pourrait être l'étude de profilés hybrides et/ou à haute limite d'élasticité. En effet, dans ce travail, nous nous sommes limités à l'utilisation de plaques de nuance S355. Cependant, la routine créée pour réaliser cette étude prend en entrée la nuance des plaques. Il est donc aisé de faire varier la nuance des plaques et d'analyser les résultats obtenus. On pourrait par exemple considérer des plaques possédant des hautes limites d'élasticité. Il est également possible d'étudier des PRS hybrides. Cela signifie que les semelles et l'âme sont constituées de plaques possédant des nuances d'acier différentes.

En augmentant la nuance d'acier des semelles, leurs sections seraient ainsi réduites. On se retrouverait dès lors dans un cas proche de notre étude sans déversement. L'aire des semelles étant diminuée, le risque qu'elles flambent dans le plan de l'âme l'est également. Par conséquent, la hauteur  $h_w^*$  augmente fortement. Il y a dès lors de fortes chances que l'utilisation de raidisseurs permette de réduire le poids de l'élément.

Les résultats d'optimisation pourraient, par conséquent, être fort différents si on varie la nuance d'acier. Il serait ainsi possible de déterminer les nuances d'acier optimales pour réduire le poids et/ou le coût de l'élément en fonction du cas de charge et de la portée.

# Bibliographie

## Références

- [1] BEG, D., KUHLMANN, U., DAVAINÉ, L., AND BRAUN, B. *Design of Plated Structures - Eurocode 3 : Design of steel structures - Part 1-5 : Design of plated structures*. ECCS Eurocode Design Manuals. 2010.
- [2] DIBON, J. *Étude détaillée d'une poutre "PRS"*. 2019.
- [3] DILLINGER. *Price list for heavy plates*. 2016.
- [4] EN 10025-4 :2019. *Produits laminés à chaud en aciers de construction - Partie 4 : Conditions techniques de livraison pour les aciers de construction soudable à grains fins obtenus par laminage thermomécanique*. septembre 2019.
- [5] EN10025-6 :2019. *Hot rolled products of structural steels - Part 6 : Technical delivery conditions for flat products of high yield strength structural steels in the quenched and tempered condition*. septembre 2019.
- [6] EN 1993-1-1. *Eurocode 3 : Calcul des structures en acier - Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments*. octobre 2005.
- [7] EN 1993-1-1 ANB. *Eurocode 3 : Calcul des structures en acier - Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments - Annexe nationale*. décembre 2010.
- [8] EN 1993-1-5. *Eurocode 3 : Calcul des structures en acier - Partie 1-5 : Plaques planes*. mai 2007.
- [9] EN 1993-1-8. *Eurocode 3 : Calcul des structures en acier - Partie 1-8 : Calcul des assemblages*. octobre 2005.
- [10] ILSENBURGER GROBBLECH GMBH (A MEMBRE OF THE SALZGITTER GROUP). *Price list for heavy plates*. 2011.
- [11] KRETZ, T., AND AL. *Les aciers à Haute Limite d'Elasticité*. octobre 2012.
- [12] MELA, K., AND HEINISUO, M. *Weight and cost optimization of welded high strength steel beams*, vol. 79. Elsevier, 2014.
- [13] PREN 1993 1-1. *Eurocode 3 : Design of steel structures - Part 1-1 : General rules and rules for buildings*. septembre 2020.
- [14] PREN 1993 1-5. *Eurocode 3 : Design of steel structures - Part 1-5 : Plated structural elements*. septembre 2020.
- [15] PREN 1993 1-8. *Eurocode 3 : Design of steel structures - Part 1-8 : Design of joints*. mars 2021.
- [16] WORLD STEEL PRICES. <https://mepsinternational.com/gb/en/prices-and-indices>. Consulté le 05 Avril 2022.



# Annexe A

## Méthode de dimensionnement détaillée

### A.1 Procédure générale

Dans cette annexe, nous allons parcourir l'ensemble de la méthodologie à appliquer pour obtenir les dimensions de section minimisant le poids et/ou le coût de l'élément. On y développera les formules utilisées et les différences qui résident entre la nouvelle version de l'Eurocode (Pr 1998-1) et l'ancienne (PrEn 1998-1).

Cette optimisation n'est applicable que sous la forme d'un code bouclant sur un ensemble de dimensions. C'est pourquoi, cette section du travail est présentée comme la description de ce code d'optimisation. Ce choix de rédaction fut porté par les suites possibles à ce travail. Si ce dernier devait être continué et amélioré, il faut comprendre le code sur lequel il repose. En l'expliquant au travers de cette présentation des critères utilisés, cela permet de bien assimiler le fonctionnement du code afin de pouvoir le compléter et l'améliorer.

Le code sera réalisé sous forme d'une fonction principale appelée "*main\_function*". Cette fonction est conçue pour recevoir comme *inputs*, un chargement uniforme en  $N/mm$  à l'ELU et l'ELS, la flèche maximale admissible, la longueur de la poutre, la possibilité ou non de déverser, et la nuance d'acier des plaques.

Le code bouclera sur un ensemble de dimensions pour l'âme et les semelles ( $h_w - t_w - b_f - t_f$ ). Chaque ensemble est parcouru de la plus petite valeur à la plus grande. Pour chaque combinaison de dimensions, la routine vérifie si la section satisfait les critères de dimensionnement. Ensuite, elle détermine le nombre de raidisseurs à placer et leurs dimensions afin d'obtenir une résistance suffisante à l'effort tranchant.

L'ensemble des sections admissibles sont stockées dans une matrice "*Resultat*" mettant en lien ces designs avec le nombre de raidisseurs à placer et leurs dimensions. Le dimensionnement de ces raidisseurs est réalisé en fin de routine. Comme pour la section du profilé, différents ensembles de sections ( $b_s - t_s$ ) sont étudiés et seul celui minimisant le poids et/ou le coût sera gardé. Chaque section stockée dans la matrice "*Resultat*" sera alors associée à un design de plat optimal. On pourra dès lors, calculer le poids et le coût total des différents designs finaux afin de sélectionner les dimensions optimales figurant dans la matrice "*Resultat*". La routine complète est représentée par un organigramme aux figures 112, 113 et 114.

Les valeurs de  $h_w$ ,  $t_w$ ,  $b_f$ ,  $t_f$ ,  $b_s$  et  $t_s$  sont prises dans des ensembles de valeurs admissibles afin de coller à ce qui est réalisable en usine. Afin de déterminer cet ensemble de valeurs réalisables, l'article "Weight and cost optimization of welded high strength steel beams" [12] écrit par Kristo Mela et Markku Heinisuo en 2014 pour la Tampere University of Technology, sera utilisé. Il y est défini les ensembles de valeurs admissibles suivants :

- $t_w$ ,  $t_f$  et  $t_s \in \{5; 6; 8; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 22; 25; 30; 35; 40; 50; 60; 80; 100[mm]\}$
- $h_w$ ,  $b_f$  et  $b_s \in \{100; 110; 120; 1300\dots; 980; 990; 1000[mm]\}$

Toutefois, limiter les hauteurs d'âme et la largeur des semelles à  $1m$  est fortement restrictif. Par conséquent, nous considérerons acceptable une hauteur de plaque de minimum  $100mm$  et égale à un multiple de  $10mm$ . On limitera la valeur maximale à  $4000mm$ . Cette dernière provient d'un document présentant les prix des plaques en acier réalisables par la société Dillinger [3].

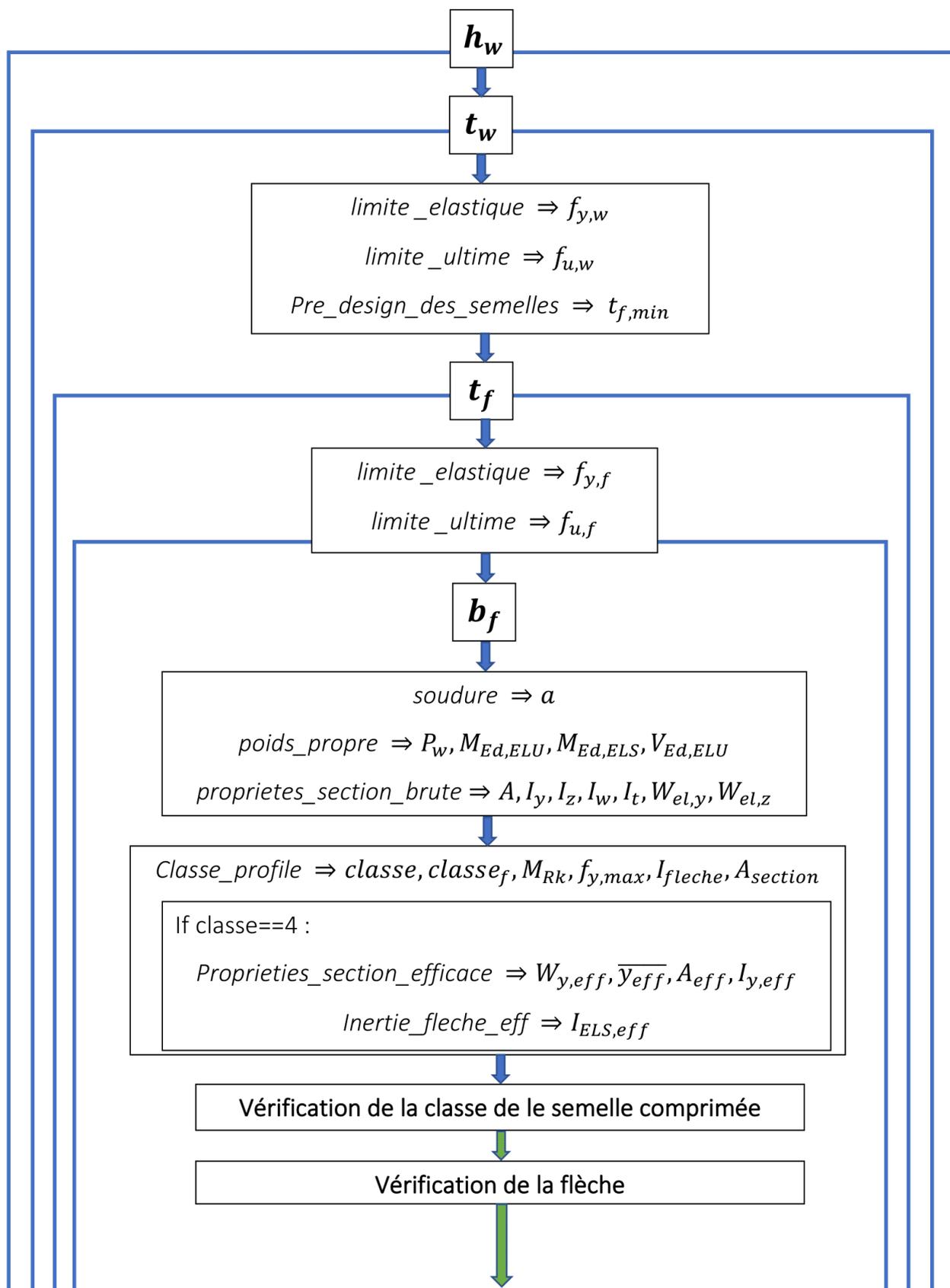


FIGURE 112 – Organigramme : Partie 1.

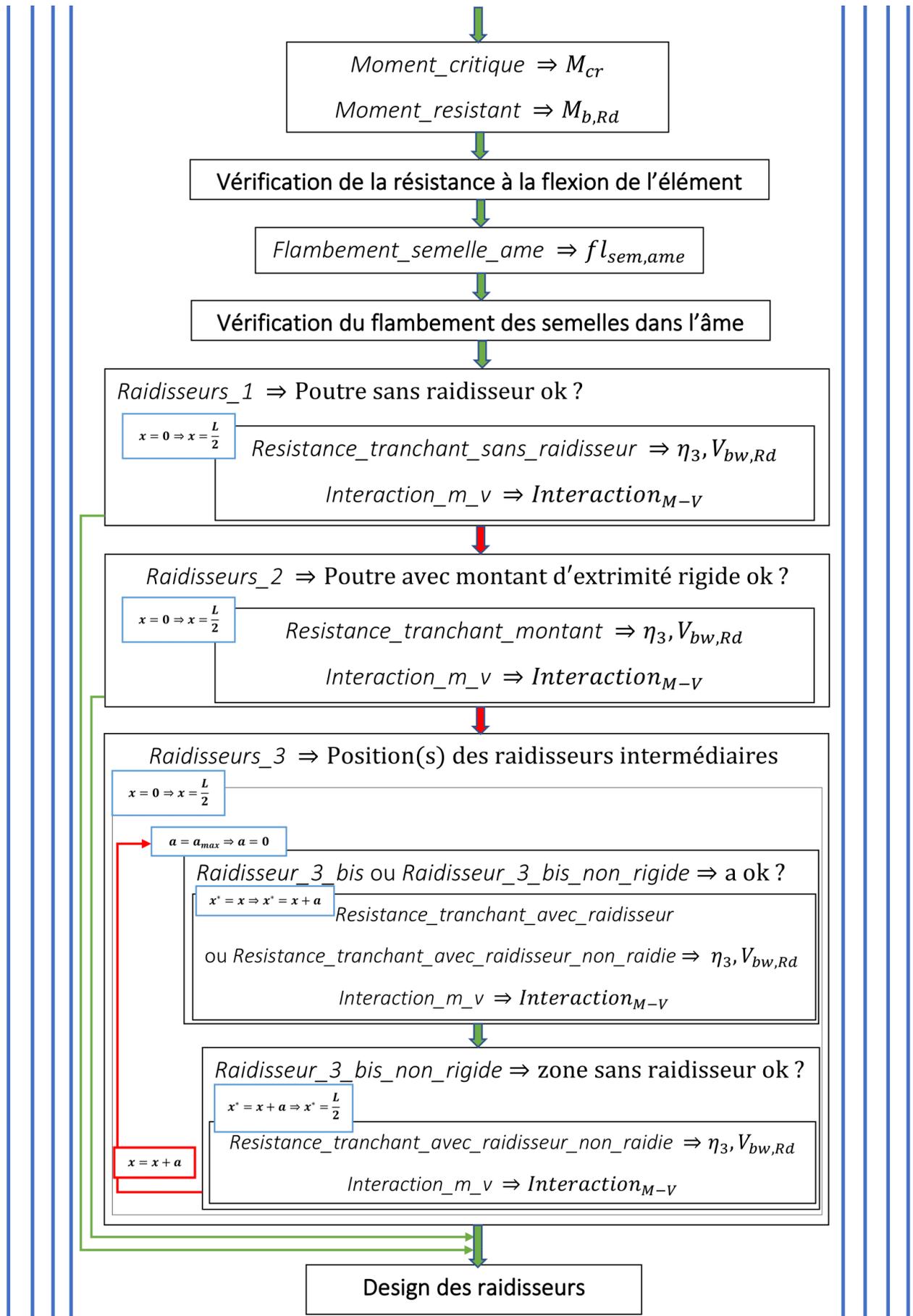


FIGURE 113 – Organigramme : Partie 2.

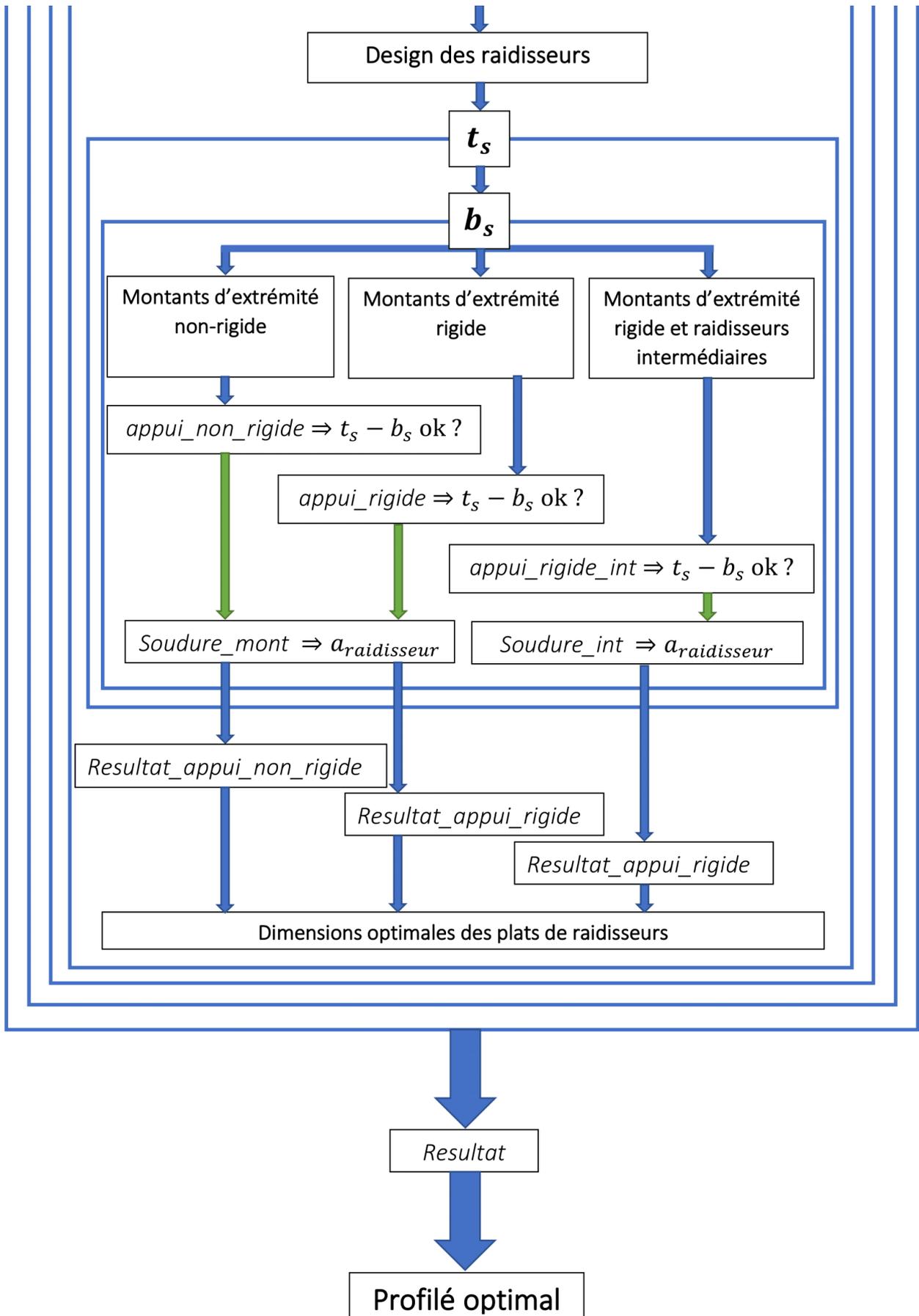


FIGURE 114 – Organigramme : Partie 3.

## A.2 Limite d'élasticité des semelles et de l'âme : "limite\_elastique" et "limite\_ultime"

La fonction "main\_function" prend en entrée la nuance d'acier pour les semelles et l'âme. La limite élastique  $f_y$  et la limite ultime  $f_u$  dépendent de cette nuance mais également de l'épaisseur des plaques.

Pour déterminer ces valeurs, il faut utiliser les tables présentes dans la Norme "EN 10025" :

Designation		Minimum yield strength $R_{eH}$ <sup>a</sup> MPa <sup>a</sup>						Tensile strength $R_m$ <sup>a</sup> MPa <sup>a</sup>					Minimum percentage elongation after fracture <sup>c</sup> % $L_0 = 5,65 \sqrt{S_0}$
According EN 10027-1 and CR 10260	According EN 10027-2	Nominal thickness mm						Nominal thickness mm					
		≤ 16	> 16 ≤ 40	> 40 ≤ 63	> 63 ≤ 80	> 80 ≤ 100	> 100 ≤ 120	≤ 40	> 40 ≤ 63	> 63 ≤ 80	> 80 ≤ 100	> 100 ≤ 120	
S275M	1.8818	275	265	255	245	245	240	370 to 530	360 to 520	350 to 510	350 to 510	350 to 510	24
S275ML	1.8819												
S355M	1.8823	355	345	335	325	325	320	470 to 630	450 to 610	440 to 600	440 to 600	430 to 590	22
S355ML	1.8834												
S420M	1.8825	420	400	390	380	370	365	520 to 680	500 to 660	480 to 640	470 to 630	460 to 620	19
S420ML	1.8836												
S460M	1.8827	460	440	430	410	400	385	540 to 720	530 to 710	510 to 690	500 to 680	490 to 660	17
S460ML	1.8838												

<sup>a</sup> For plate, strip and wide flats with widths ≥ 600 mm the direction transverse (t) to the rolling direction applies. For all other products the values apply for the direction parallel (l) to the rolling direction.

<sup>b</sup> 1 MPa = 1 N/mm<sup>2</sup>

<sup>c</sup> For product thickness < 3 mm for which test pieces with a gauge length of  $L_0 = 80$  mm shall be tested, the values shall be agreed at the time of the enquiry and order.

<sup>d</sup> For long products a thickness ≤ 150 mm applies.

FIGURE 115 – Table 7 EN 10025-4 [4].

Designation		Minimum yield strength $R_{eH}$ <sup>a</sup> MPa <sup>a</sup>			Tensile strength $R_m$ <sup>a</sup> MPa <sup>a</sup>			Minimum percentage elongation after fracture % $L_0 = 5,65 \sqrt{S_0}$
According EN 10027-1 <del>text (1)</del>	According EN 10027-2	Nominal thickness mm			Nominal thickness mm			
		≥ 3 ≤ 50	> 50 ≤ 100	> 100 ≤ 150	≥ 3 ≤ 50	> 50 ≤ 100	> 100 ≤ 150	
S460Q	1.8908							
S460QL	1.8906	460	440	400	550 to 720	500 to 670	17	
S460QL1	1.8916							
S500Q	1.8924							
S500QL	1.8909	500	480	440	590 to 770	540 to 720	17	
S500QL1	1.8984							
S550Q	1.8904							
S550QL	1.8926	550	530	490	640 to 820	590 to 770	16	
S550QL1	1.8986							
S620Q	1.8914							
S620QL	1.8927	620	580	560	700 to 890	650 to 830	15	
S620QL1	1.8987							
S690Q	1.8931							
S690QL	1.8928	690	650	630	770 to 940	760 to 930	14	
S690QL1	1.8988							
S890Q	1.8940							
S890QL	1.8983	890	830	-	940 to 1 100	880 to 1 100	11	
S890QL1	1.8925							
S960Q	1.8941							
S960QL	1.8933	960	-	-	980 to 1 150	-	10	

<sup>a</sup> 1 MPa = 1 N/mm<sup>2</sup>

FIGURE 116 – Table 5 EN 10025-6 [5].

### A.3 Pré-dimensionnement des semelles : "Pre\_design\_des\_semelles"

Dans un souci d'optimisation, il est intéressant de ne pas parcourir l'ensemble des valeurs  $b_f$  et  $t_f$  pour un couple  $(h_w - t_w)$  donné. On peut pallier à cela en réalisant un pré-design pour les dimensions des semelles.

Ce pré-dimensionnement se base sur les hypothèses réalisées par Julien Dibon dans sa pré-étude [2]. Dans son travail, il définissait deux aires minimales  $A_{f1}$  et  $A_{f2}$  afin de satisfaire respectivement, le moment repris par les semelles et la flèche maximale admissible.

- $A_{f1}$  :

$$A_{f1} = \frac{M_{Ed,ELU} \cdot \gamma_{M0}}{h_{axes} \cdot f_y}$$

Où,  $h_{axes}$  est la distance entre les centres de gravité des deux semelles.

Dans cette formulation, l'aire de la semelle est définie pour reprendre le moment avec une efficacité totale (semelles au plus de classe 3). Ce moment est calculé en multipliant l'effort dans chaque semelle par le bras de levier entre les deux ( $h_{axes}$ ). Étant donné que nous dimensionnons des semelles de PRS, l'analyse sera généralement élastique. Cependant, vu que leur épaisseur restera faible comparée à la hauteur totale de la section, on admettra une contrainte uniforme  $f_{y,f}$  sur toute la surface de la semelle pour ce pré-dimensionnement. De plus, ne connaissant pas, à cette étape du pré-dimensionnement, cette épaisseur, la distance entre axe ( $h_{axes}$ ) sera approximée par la hauteur de l'âme ( $h_w$ ).

- $A_{f2}$  :

$$A_{f2} = \frac{I_{lim}}{2} \left( \frac{2}{h_{axes}} \right)^2$$

Avec :  $I_{lim} = \frac{5 \cdot P_{ELS} \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot f_{lim}}$

Cette formulation donne l'aire des semelles minimale pour satisfaire le critère de flèche. On notera que la distance  $h_{axes}$  sera approximée par celle de l'âme.

On définit :  $A_f = \max(A_{f1}; A_{f2})$

Afin de définir une valeur pour  $t_f$ , on va utiliser la classification des sections. Dans un souci économique, les semelles seront dimensionnées pour être au maximum de classe 3 :

▷ EN 1993-1-1, Table 5.2 [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = \frac{b_f - t_w}{2} - a\sqrt{2}$$

La semelle est bien de classe 3 si :  $c/t_f \leq 14\varepsilon$ , où  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

La méthode figurant dans l'Eurocode prend en compte le cordon de soudure pour la détermination de  $c$ , en vue de la classification des semelles. Julien Dibon a développé une formule qui estime la dimension du cordon de soudure. La formulation est donc simplifiée pour éviter de devoir inclure ce paramètre qui est, pour le moment, inconnu :  $t_f \geq \sqrt{\frac{A_f}{28\varepsilon}}$ .

Cette méthode contient un certain nombre d'hypothèses. Afin de tenter d'obtenir le profilé optimal, le code considérera une valeur de départ pour  $t_f$  inférieure à celle obtenue avec le prédimensionnement. En effet, la valeur de départ proviendra de l'ensemble des dimensions admissibles mais sera une valeur en dessous de celle recommandée. Par exemple, si une valeur  $t_f = 18$  est préconisée, la valeur de départ sera  $t_f = 16$ .

Dans un souci d'économie de temps d'exécution du code, lorsqu'une valeur de  $b_f$  est trouvée pour un ensemble  $(h_w - t_w - t_f)$ , la boucle sur les valeurs de  $b_f$  s'arrête et passe au  $t_f$  suivant. En d'autres mots, pour une âme et une épaisseur de semelle données, on s'arrêtera à la première largeur  $b_f$  admissible. En effet, toutes les largeurs qui suivent seront plus grandes et ne pourront donner un profilé optimal.

#### A.4 Soudures entre l'âme et les semelles : "soudure"

Afin de dimensionner le cordon de soudure, il faut connaître l'effort qui doit passer entre l'âme et les semelles. Cet effort équivaut à celui présent dans les semelles. Il évolue d'une valeur nulle aux appuis à une valeur maximale au centre de la poutre. Afin de rester sécuritaire, au centre de la poutre, on peut considérer que les semelles reprennent une contrainte  $f_{y,f}$  sur toute leur section. Cette effort maximal ( $A_f \times f_{y,f}$ ) doit par conséquent transiter entre l'âme et les semelles sur une longueur  $L/2$ .

La distribution de cet effort le long de la poutre est proportionnelle à l'évolution du moment interne. Elle n'est donc pas linéaire. Dans ce cas de figure, il convient de répartir l'effort maximal dans la semelle sur une longueur  $L/4$  au lieu de  $L/2$ . L'effort total à faire transiter par la soudure vaut donc  $F_{w,Ed} = \frac{f_{y,f} \cdot b_f \cdot t_f}{L/4} [N/mm]$ .

Le cordon de soudure est dimensionné en suivant la méthode simplifiée de l'Eurocode. La contrainte maximale est définie comme suit :

- ▷ EN 1993-1-8, 4.5.3.3, (3), (4.4) [9] || PrEN 1993-1-8 (2021) 6.5.3.3, (3), (6.5) [15]

$$f_{vw,d} = \frac{f_u / \sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

Avec  $f_u$ , la résistance nominale ultime à la traction de la pièce assemblée la plus faible.

Le facteur  $\beta_w$  dépend de la nuance d'acier du composant ayant la plus faible résistance :

- |   |   |
|---|---|
| <p>▷ EN 1993-1-8, Table 4.1 [9]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\beta_w = 0.9</math> si <math>f_y = 355MPa</math></li> <li>• <math>\beta_w = 1.0</math> si <math>f_y &gt; 355MPa</math></li> </ul> | <p>▷ PrEN 1993-1-8 (2021), Table 6.1 [15]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\beta_w = 0.85</math> si <math>f_y = 460MPa</math></li> <li>• <math>\beta_w = 0.88</math> si <math>f_y = 420MPa</math></li> <li>• <math>\beta_w = 0.90</math> si <math>f_y = 355MPa/500Mpa</math></li> <li>• <math>\beta_w = 0.95</math> si <math>f_y = 550MPa</math></li> <li>• <math>\beta_w = 1.05</math> si <math>f_y = 450MPa</math></li> </ul> |
|---|---|

On peut dès lors définir un cordon de soudure  $a$  :

- ▷ EN 1993-1-8, 4.5.3.3, (2), (4.3) [9] || PrEN 1993-1-8 (2021), 6.5.3.3, (2), (6.4) [15]

$$F_{w,Rd} = f_{vw,d} \cdot a$$

▷ EN 1993-1-8, 4.5.3.3, (1), (4.2) [9] || PrEN 1993-1-8 (2021), 6.5.3.3, (1), (6.3) [15]

$$F_{w,Ed} \leq F_{w,Rd}$$

En réécrivant les formules et en tenant compte du fait qu'il y aura une soudure de part et d'autre de l'âme, on obtient :

$$a \geq \frac{F_{w,Ed}}{2 \cdot f_{vw,d}}$$

La valeur du cordon de soudure est donc bornée et sera prise égale à un multiple de  $1mm$ . A savoir que la clause "EN 1993-1-8, 4.5.2, (2) [9] || PrEN 1993-1-8 (2021), 6.5.2, (2) [15]" recommande une valeur minimale de  $3mm$  pour  $a$ . Afin de limiter l'apport calorifique, on limitera  $a$  à  $0,7 \cdot t_{min}$ .

Notons que dans le cas d'une âme de  $8mm$  d'épaisseur ou moins, on pourra ne placer qu'un seul cordon de soudure. La valeur minimale pour  $a$  est alors définie comme suit :

$$a \geq \frac{F_{w,Ed}}{f_{vw,d}}$$

Il y a de fortes chances que ce cordon minimal soit plus grand que 70% de  $t_w$ . Il faut, dès lors, considérer une soudure de part et d'autre de l'âme afin de réduire le rayon de gorge minimal par deux.

### A.5 Propriétés de la section brute : "*proprietes\_section\_brute*"

La fonction évalue les propriétés de la section brute :

- $\bar{y} = \frac{h}{2}$
- $\bar{z} = \frac{b_f}{2}$
- $A = 2 \cdot t_f \cdot b_f + h_w \cdot t_w$
- $I_y = 2 \cdot \frac{t_f^3 \cdot b_f}{12} + \frac{h_w^3 \cdot t_w}{12} + 2 \cdot (\frac{h}{2} - \frac{t_f}{2})^2 \cdot b_f \cdot t_f$
- $I_z = 2 \cdot \frac{t_f \cdot b_f^3}{12} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{12}$
- $W_{el,y} = \frac{I_y}{\bar{y}}$
- $W_{el,z} = \frac{I_z}{\bar{z}}$
- $I_w = \frac{t_f \cdot b_f^3}{24} (h - t_f)^2$
- $I_t = 2 \cdot \frac{b_f \cdot t_f^3}{3} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{3}$

### A.6 Poids propre : "*poids\_propre*"

Afin de prendre en compte le poids propre dans les efforts internes, un poids par mètre de longueur de poutre  $P_w$  est calculé :

$$P_w = A \cdot \frac{\rho}{10^9} \cdot g$$

où  $\rho$  représente la masse volumique de l'acier soit  $7850[kg/m^3]$  et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

Afin de prendre en compte la présence éventuelle de raidisseurs transversaux le long de l'âme, on augmentera le poids propre de 2%. Cette valeur a été déterminée sur base des résultats de dimensionnement.

Les efforts internes sont alors adaptés pour tenir compte de ce nouveau chargement qui s'exprime en  $N/mm$ . Afin de simplifier les calculs, la charge  $P_w$  sera considérée comme étant exercée sur la surface de la semelle supérieure comme le chargement extérieur. Cette considération permet de définir un  $Z_g$  unique et sécuritaire pour le calcul de  $M_{cr}$ .

On obtient :

- $M_{Ed,ELU} = \frac{(P_{ELU} + P_w \cdot 1.35) \cdot L^2}{8}$
- $M_{Ed,ELS} = \frac{(P_{ELS} + P_w) \cdot L^2}{8}$
- $V_{Ed,ELU} = \frac{(P_{ELS} + P_w \cdot 1.35) \cdot L}{2}$

### A.7 Classification de l'âme et des semelles : "classe\_profile"

Les dimensions des semelles et de l'âme sont données. Il faut déterminer la classe de ces dernières afin de connaître l'analyse à réaliser. Cependant, si les semelles sont de classe 4, la section ne sera pas étudiée car elle ne peut en aucun cas être la plus économe, ni la plus légère. On calculera la classe des semelles comme suit :

▷ EN 1993-1-1, Table 5.2 [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = \frac{b_f - t_w}{2} - a\sqrt{2}$$

Si les soudures ne sont disposées que d'un seul coté de l'âme, il faut considérer  $a = 0$  dans l'évaluation de  $c$ .

La classe de la semelle est définie comme suit :

- Si  $c/t_f \leq 9\varepsilon$  : Classe 1
- Si  $c/t_f \leq 10\varepsilon$  : Classe 2
- Si  $c/t_f \leq 14\varepsilon$  : Classe 3
- Si  $c/t_f > 14\varepsilon$  : Classe 4

Avec  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,f}}}$

On peut maintenant déterminer la classe de l'âme :

▷ EN 1993-1-1, Table 5.2 [6]

$$c = h_w - 2 \cdot a\sqrt{2}$$

La classe de l'âme est définie comme suit :

- Si  $c/t_w \leq 72\varepsilon$  : Classe 1
- Si  $c/t_w \leq 83\varepsilon$  : Classe 2
- Si  $c/t_w \leq 124\varepsilon$  : Classe 3
- Si  $c/t_w > 124\varepsilon$  : Classe 4

Avec  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = h_w - 2 \cdot a\sqrt{2}$$

La classe de l'âme est définie comme suit :

- Si  $c/t_w \leq 72\varepsilon$  : Classe 1
- Si  $c/t_w \leq 83\varepsilon$  : Classe 2
- Si  $c/t_w \leq 121\varepsilon$  : Classe 3
- Si  $c/t_w > 121\varepsilon$  : Classe 4

Avec  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

Dans les rares cas où la section est de classe 3, on peut définir  $M_{Rk}$  comme suit :

- Si  $f_{y,w} \leq f_{y,f} \cdot \frac{h_w}{h}$

$$f_{y,max} = f_{y,w} \cdot \frac{h}{h_w}$$

- Si  $f_{y,w} > f_{y,f} \cdot \frac{h_w}{h}$

$$f_{y,max} = f_{y,f}$$

On obtient :  $M_{Rk} = W_{el,y} \cdot f_{y,max}$ .

Afin d'être complet, on peut aussi définir  $M_{Rk}$  dans le cadre d'une analyse plastique d'une section de classe 1 ou 2 :  $M_{Rk} = \left(\frac{h_w}{2}\right)^2 \cdot t_w \cdot f_{y,w} + (h - t_f) \cdot t_f \cdot b_f \cdot f_{y,f}$ .

Si l'âme est de classe 4, alors il faut déterminer la section efficace.

### A.8 Propriétés de la section efficace : "proprietes\_section\_efficace"

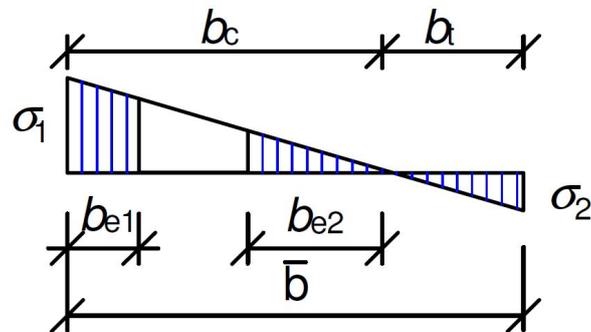


FIGURE 117 – Définition de  $b_{e1}$  et  $b_{e2}$  sur la hauteur d'âme déduite des rayons de soudure  
Source : "EN 1993-1-5, Table 4.1" [8]

Suite à des vérifications par calculs manuscrits et à l'application de la clause "EN 1993-1-5, 4.4, (3) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (4) [14]", la distribution des efforts sur la section sera étudiée à partir de la section brute. De plus, la méthode itérative ne sera pas appliquée.

- ▷ EN 1993-1-5, 4.4, (3) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (4) [14]

$$\psi = -1$$

- ▷ EN 1993-1-5, Table 4.1 [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 6.1 [14]

$$k_\sigma = 23.9$$

▷ EN 1993-1-5, 4.4, (2), (4.2) [8]

- si  $\bar{\lambda}_p \leq 0,673$

$$\rho = 1,0$$

- si  $\bar{\lambda}_p > 0,673$  avec  $(3 + \psi) \geq 0$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0$$

avec  $\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4\epsilon\sqrt{k_\sigma}}$  et  $\bar{b} = c_w$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (2), (6.2) [14]

- si  $\bar{\lambda}_p \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi}$

$$\rho = 1,0$$

- si  $\bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi}$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0$$

avec  $\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4\epsilon\sqrt{k_\sigma}}$  et  $\bar{b} = c_w$

▷ EN 1993-1-5, Table 4.1 [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 6.1 [14]

$$b_{eff} = \rho \cdot \bar{b} / (1 - \psi)$$

$$b_{c1} = 0,4 \cdot b_{eff} \text{ et } b_{c2} = 0,6 \cdot b_{eff}$$

- $A_{eff} = A - \frac{(1-\rho) \cdot \bar{b}}{(1-\psi)} t_w$

- $\bar{y}_{eff} = \frac{t_f \cdot b_f \cdot \frac{t_f}{2} + t_w \cdot (\frac{h_w}{2} + b_{c2}) \cdot (t_f + \frac{h_w}{2} + b_{c2}) + t_w \cdot (b_{c1} + a\sqrt{2}) \cdot (h - t_f - \frac{a\sqrt{2} + b_{c1}}{2}) + t_f \cdot b_f \cdot (h - \frac{t_f}{2})}{A_{eff}}$

- $I_{y,eff} = 2 \cdot \frac{t_f^3 \cdot b_f}{12} + b_f \cdot t_f \cdot (\bar{y}_{eff} - \frac{t_f}{2})^2 + b_f \cdot t_f \cdot (h - \bar{y}_{eff} - \frac{t_f}{2})^2 + \frac{(\frac{h_w}{2} + b_{c2})^3 \cdot t_w}{12} + (\frac{h_w}{2} + b_{c2}) \cdot t_w \cdot (t_f + \frac{h_w}{2} + b_{c2} - \bar{y}_{eff})^2 + \frac{(a\sqrt{2} + b_{c1})^3 \cdot t_w}{12} + (a\sqrt{2} + b_{c1}) \cdot t_w \cdot (h - t_f - \frac{a\sqrt{2} + b_{c1}}{2} - \bar{y}_{eff})^2$

Le module de résistance élastique efficace est défini par la fibre extrême la plus sollicitée :

- $W_{el,eff,y} = \frac{I_{y,eff}}{h - \bar{y}_{eff}}$

On peut déterminer un moment de flexion résistant  $M_{Rk}$ . Cependant, la limite d'élasticité des semelles et de l'âme peuvent être différentes. Il faut, par conséquent différencier deux cas de figure :

- Si  $f_{y,w} \leq f_{y,f} \cdot \frac{h - t_f - \bar{y}_{eff}}{h - \bar{y}_{eff}}$

$$f_{y,max} = f_{y,w} \cdot \frac{h - \bar{y}_{eff}}{h - \bar{y}_{eff} - t_f}$$

- Si  $f_{y,w} > f_{y,f} \cdot \frac{h - t_f - \bar{y}_{eff}}{h - \bar{y}_{eff}}$

$$f_{y,max} = f_{y,f}$$

On obtient :  $M_{Rk} = W_{el,eff,y} \cdot f_{y,max}$ .

## A.9 Inertie effective à l'ELS : "Inertie\_fleche\_eff"

Cette méthode consiste à étudier la section efficace d'un profilé qui n'est soumis qu'au chargement à l'ELS.

Cela permet d'augmenter l'inertie efficace et, par conséquent, réduire la flèche.

On peut calculer  $\psi_{eff,1}$  comme suit :

$$\psi_{eff,1} = \frac{\sigma_{t,eff,1}}{\sigma_{c,eff,1}} = -\frac{\frac{M_{Ed,ELS}}{W_{el,t,eff,1}}}{\frac{M_{Ed,ELS}}{W_{el,c,eff,1}}} = -\frac{W_{el,c,eff,1}}{W_{el,t,eff,1}} = -\frac{\frac{I_{y,eff,1}}{h-\bar{y}_{eff,1}}}{\frac{I_{y,eff,1}}{\bar{y}_{eff,1}}} = -\frac{\bar{y}_{eff,1}}{h-\bar{y}_{eff,1}}$$

▷ EN 1993-1-5, Table 4.1 || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 6.1

$$k_{\sigma,eff,1} = 7,81 - 6,29.\psi_{eff,1} + 9,78.\psi_{eff,1}^2$$

▷ EN 1993-1-5, 4.4, (4) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (6), (6.7) [14]

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{com,Ed}}{f_{y,w}/\gamma_{M0}}}$$

Avec  $\sigma_{com,Ed} = \frac{M_{Ed,ELS}}{W_{el,y,eff}} \cdot \frac{h-\bar{y}_{eff,1}-t_f}{h-\bar{y}_{eff,1}}$  et  $\bar{\lambda}_p = \frac{c_w/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_{\sigma,eff,1}}}$

▷ EN 1993-1-5, E.1, (E.1) [8]

Pour des parois internes comprimées :

$$\rho = \frac{1-0,055(3+\psi_{eff,1})/\bar{\lambda}_{p,red}}{\bar{\lambda}_{p,red}} + 0,18 \cdot \frac{(\bar{\lambda}_p - \lambda_{p,red})}{(\bar{\lambda}_p - 0,6)} \leq 1,0$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (2), (6.2) [14]

- si  $\bar{\lambda}_{p,red} \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi_{eff,1}}$

$$\rho_{red} = 1,0$$

- si  $\bar{\lambda}_{p,red} > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi_{eff,1}}$

$$\rho_{red} = \frac{\bar{\lambda}_{p,red} - 0,055(3 + \psi_{eff,1})}{\bar{\lambda}_{p,red}^2} \leq 1,0$$

▷ EN 1993-1-5, Table 4.1 [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 6.1 [14]

$$b_{eff,red} = \rho_{red} \cdot c_w / (1 - \psi_{eff,1})$$

$$b_{c1,red} = 0,4.b_{eff,red} \text{ et } b_{c2,red} = 0,6.b_{eff,red} + \left(\frac{h_w}{2} - \frac{h_w}{\rho_{red}}\right)$$

Les propriétés sont réévaluées comme suit :

- $A_{eff,1} = A - \frac{(1-\rho).\bar{b}}{(1-\psi_{eff,1})} t_w$

- $\bar{y}_{eff,1} = \frac{t_f \cdot b_f \cdot \frac{t_f}{2} + t_w \cdot \left(\frac{h_w}{2} + b_{c2}\right) \cdot \left(t_f + \frac{\frac{h_w}{2} + b_{c2}}{2}\right) + t_w \cdot (b_{c1} + a\sqrt{2}) \cdot \left(h - t_f - \frac{a\sqrt{2} + b_{c1}}{2}\right) + t_f \cdot b_f \cdot \left(h - \frac{t_f}{2}\right)}{A_{eff,1}}$

- $I_{y,eff,1} = 2 \cdot \frac{t_f^3 \cdot b_f}{12} + b_f \cdot t_f \cdot \left(\bar{y}_{eff,1} - \frac{t_f}{2}\right)^2 + b_f \cdot t_f \cdot \left(h - \bar{y}_{eff,1} - \frac{t_f}{2}\right)^2 + \frac{\left(\frac{h_w}{2} + b_{c2}\right)^3 \cdot t_w}{12} + \left(\frac{h_w}{2} + b_{c2}\right) \cdot t_w \cdot \left(t_f + \frac{\frac{h_w}{2} + b_{c2}}{2} - \bar{y}_{eff,1}\right)^2 + \frac{\left(a\sqrt{2} + b_{c1}\right)^3 \cdot t_w}{12} + \left(a\sqrt{2} + b_{c1}\right) \cdot t_w \cdot \left(h - t_f - \frac{a\sqrt{2} + b_{c1}}{2} - \bar{y}_{eff,1}\right)^2$

On peut calculer  $\psi_{eff,1}$  comme suit :

$$\psi_{eff,1} = \frac{\sigma_{t,eff,1}}{\sigma_{c,eff,1}} = -\frac{\frac{M_{Ed,ELS}}{W_{el,t,eff,1}^*}}{\frac{M_{Ed,ELS}}{W_{el,c,eff,1}^*}} = -\frac{W_{el,c,eff,1}^*}{W_{el,t,eff,1}^*} = -\frac{\frac{I_{y,eff,1}}{h-t_f-\bar{y}_{eff,1}}}{\frac{I_{y,eff,1}}{\bar{y}_{eff,1}-t_f}} = -\frac{\bar{y}_{eff,1}-t_f}{h-t_f-\bar{y}_{eff,1}}$$

▷ EN 1993-1-5, Table 4.1 [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 6.1 [14]

$$k_{\sigma,eff,1} = 7,81 - 6,29.\psi + 9,78.\psi^2$$

On peut, dès lors, déterminer une nouvelle section efficace qui donnera une seconde inertie efficace. On répétera l'opération jusqu'à avoir une convergence de notre inertie, soit  $\frac{I_{y,eff,n}-I_{y,eff,n-1}}{I_{y,eff,n}} \leq 1\%$ . On obtient une inertie finale appelée  $I_{eff}(\sigma_{com,Ed,ser})$ .

La nouvelle version de l'Eurocode prescrit une reformulation pour l'inertie effective à prendre en compte dans un calcul à l'ELS. Cette considération n'est pas présente dans l'EN 1993-1-5.

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 4.3, (6), (4.2) [14]

$$I_{eff*} = I_{eff}(\sigma_{com,Ed,ser})$$

$$I_{eff*} = I_{gr} - \frac{\sigma_{gr}}{\sigma_{com,Ed,ser}} (I_{gr} - I_{eff}(\sigma_{com,Ed,ser}))$$

Avec,

- $I_{gr} = I_y$
- $\sigma_{gr} = \frac{M_{Ed,ELS}}{W_{el,y}}$

## A.10 Vérification de la flèche

Pour une poutre bi-appuyée chargée uniformément :

$$\frac{5.[P_{ELS} + P_w].L^4}{384.E.I_{eff*}} \leq f_{lim}$$

Si ce critère n'est pas respecté, il faut étudier une section dont l'inertie est plus importante.

## A.11 Vérification de la résistance à la flexion

### A.11.1 Calcul de $M_{cr}$ : "moment critique"

L'instabilité par déversement étant étudiée, il faut calculer la valeur  $M_{cr}$  pour une section brute.

▷ EN 1993-1-1 ANB, Annexe D.2, (2), (D.1) [7]

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k_z \cdot L)^2} \left[ \sqrt{\left(\frac{k_z}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} + (C_2 \cdot Z_g - C_3 \cdot Z_j)^2 - (C_2 \cdot Z_g - C_3 \cdot Z_j) \right]$$

Avec,  $Z_g$  qui est la distance entre le point d'application de la charge et le centre de gravité de la poutre. Considérant que le chargement est appliqué sur la surface supérieure de la poutre, la valeur de  $Z_g$  est prise égale à  $\frac{h}{2}$ .

▷ EN 1993-1-1 ANB, Annexe D.2, (3) [7]

- $k_z$  et  $k_w$  seront pris égaux à 1 par sécurité. De manière générale, ces coefficients décrivent les conditions d'appuis et valent 1 si la poutre repose sur deux appuis à fourche.

▷ EN 1993-1-1 ANB, Table D.2 [7]

- $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont des coefficients qui dépendent des conditions d'appuis et du diagramme des moments. Dans le cadre d'une poutre bi-appuyée soumise à une charge répartie uniformément, leurs valeurs seront respectivement 1.12, 0.45 et 0.525.

▷ EN 1993-1-1 ANB, Annexe D.2, (9) et (10) [7]

- La section étant bi-symétrique, on a  $\psi = 0$  et  $Z_j = 0$ .

### A.11.2 Calcul de $M_{b,Rd}$ : "moment \_resistant"

Afin de connaître la résistance de l'élément à la flexion il faut calculer  $M_{b,Rd}$ .

▷ EN 1993-1-1, Table 6.4 [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), Table 8.4 [13]

"Welded I Sections"

Courbe c si  $\frac{h}{b_f} \leq 2$

Courbe d si  $\frac{h}{b_f} > 2$

▷ EN 1993-1-1, Table 6.3 [6]

- La courbe c donne :  $\alpha_{LT} = 0.49$
- La courbe d donne :  $\alpha_{LT} = 0.76$

▷ EN 1993-1-1, 6.3.2.1, (3) [6]

$$W_y = W_{el,eff,y}$$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 8.5 [13]

- Si  $t_f \leq 40mm$

$$\alpha_{LT} = 0,21 \cdot \sqrt{\frac{W_{el,y}}{W_{el,z}}} \leq 0,64$$

- Si  $t_f > 40mm$

$$\alpha_{LT} = 0,25 \cdot \sqrt{\frac{W_{el,y}}{W_{el,z}}} \leq 0,76$$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.2.2.6, (1) [13]

$$M_{Rk} = W_{el,eff,y} \cdot f_y$$

$$N_{Rk} = A_{eff} \cdot f_y$$

La notion de  $W_y$  n'est pas directement définie dans l'Eurocode "PrEN 1993-1-1 (2020)". Cependant, elle peut facilement en être déduite :  $W_y = W_{el,eff,y}$ . Pour plus de clarté,  $M_{Rk}$  sera directement remplacé par  $W_{el,eff,y} \cdot f_y$  dans les formules qui suivent.

▷ EN 1993-1-1, 6.3.2.2, (1), (6.56) [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.2.2, (1), (8.80) [13]

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

▷ EN 1993-1-1, 6.3.2.3, (1), (6.57) [6]

L'Eurocode définit deux paramètres dont les valeurs recommandées sont les suivantes :

- $\lambda_{LT,0} = 0.4$  (valeur maximale)
- $\beta = 0.75$  (valeur minimale)

▷ EN 1993-1-1, 6.3.2.3, (1), (6.57) [6]

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

▷ EN 1993-1-1, 6.3.2.3, (1), (6.57) [6]

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \begin{cases} \leq 1,0 \\ \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 8.6 [13]

Pour une poutre bi-appuyée sous chargement uniforme, on a  $f_M = 1.05$ .

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.1.2, (1), (8.80) [13]

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{N_{Rk}}{N_{cr,z}}}$$

Avec,  $N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{fl}^2}$ ,  $N_{Rk} = A \cdot f_{y,min}$  et  $L_{fl} = L$  (bi-appuyé)

La résistance en section utilise :  $f_{y,min} = \min(f_{y,f}, f_{y,w})$ .

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.2.3, (2), (8.82) [13]

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + f_M \left( \left( \frac{\bar{\lambda}_{LT}}{\bar{\lambda}_z} \right)^2 \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right) \right]$$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.2.3, (2), (8.81) [13]

$$\chi_{LT} = \frac{f_M}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - f_M \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0$$

Pour prendre en compte la répartition du moment entre les contraintes latérales des éléments, le facteur de réduction  $\chi_{LT}$  peut être modifié comme suit :

▷ EN 1993-1-1, Table 6.6 [6]

Pour une poutre bi-appuyée soumise à un chargement uniforme, on a  $k_c = 0.94$ .

▷ EN 1993-1-1, 6.3.2.3, (2), (6.58) [6]

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) [1 - 2,0 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \leq 1,0$$

▷ EN 1993-1-1, 6.3.2.3, (2), (6.58) [6]

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1$$

▷ EN 1993-1-1, 6.3.2.1, (3), (6.55) [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.2.1, (4), (8.79) [13]

La nouvelle version de l'Eurocode ne possède pas d'équivalence pour la formulation d'un  $\chi_{LT,mod}$ . Cependant, la prise en compte du facteur  $f_M$  pour déterminer  $\chi_{LT}$ , revient à considérer directement les paramètres inclus dans le facteur  $f$ . Pour la suite, on considérera que  $\chi_{LT,mod} = \chi_{LT}$ .

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} \cdot W_y \frac{f_{y,max}}{\gamma_{M1}}$$

Si le déversement de la poutre est empêché, la résistance  $M_{b,Rd}$  vaut directement  $W_y \frac{f_{y,max}}{\gamma_{M1}}$ .

On peut dès lors définir :  $\eta_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}}$ . Si  $\eta_1$  est supérieur à 1, la section des semelles doit être augmentée jusqu'à satisfaire le critère.

## A.12 Vérification de la résistance sous efforts concentrés

Dans le cas d'une poutre bi-appuyée soumise à un effort uniforme, les seuls efforts concentrés se situent aux appuis.

Dans de nombreux cas de figure, un raidisseur ou un assemblage sera placé aux extrémités de la poutre. Dans les deux cas de figure, le comportement sera équivalent à celui d'un raidisseur placé de part et d'autre de l'âme au niveau des appuis. Ce dernier est dimensionné pour reprendre l'effort de réaction. Il n'y a donc pas de vérification de la résistance sous effort concentré à réaliser.

## A.13 Vérification du non-flambement des semelles dans l'âme : "flambement \_semelle \_ame"

Lorsque l'une des semelles est comprimée, elle peut flamber dans le plan de l'âme. Si l'âme est assez rigide, elle empêchera ce phénomène. Pour ce faire, nous devons vérifier le critère de non-flambement des semelles dans l'âme :

▷ EN 1993-1-5, 8, (1), (8.1) [8]

$$\frac{h_w}{t_w} \leq k \frac{E}{f_{yf}} \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}}$$

Où  $A_{fc} = A_f$  si la semelle n'est pas de classe 4 et  $k = 0,55$  si l'analyse est élastique.

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 10, (1), (10.1) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} \leq k \frac{E}{\beta \cdot f_{yf}} \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}}$$

Où  $A_{fc} = A_f$  si la semelle n'est pas de classe 4 et  $k = 0,55$  si l'analyse est élastique.

Avec,

$$\beta = \left[ \frac{\sigma_{Ed}}{2f_{yf}} (1 - \psi) \right]^{0,5} \geq 0,5 \quad \text{for } -1 \leq \psi \leq 1$$

$$\beta = \left[ \frac{\sigma_{Ed}}{2f_{yf}} \left( 1 - \frac{1}{\psi} \right) \right]^{0,5} \geq 0,5 \quad \text{for } \psi < -1$$

où  $\sigma_{Ed}$  représente la contrainte de compression maximale dans la semelle soit  $f_{y,f}$  et  $\psi = -1$ . On obtient directement  $\beta = 1$ .

Si le critère n'est pas respecté, il faut augmenter l'épaisseur de l'âme.

## A.14 Vérification de la résistance à l'effort tranchant

La vérification de la résistance du profilé sous effort tranchant dépend de l'emplacement des raidisseurs le long de la poutre.

Pour rappel, la poutre possède un raidisseur double à chaque appui. Ce dernier sera dimensionné pour reprendre l'effort de réaction et éviter que l'âme ne voile. Il s'agit d'un montant d'extrémité non-rigide. La vérification de l'effort tranchant pour une poutre ne possédant qu'un raidisseur double à chaque extrémité est identique à celle d'une poutre dépourvue de raidisseur.

La première étape est donc de déterminer si la poutre "sans raidisseur" a une résistance au cisaillement suffisante. Pour ce faire la fonction "*Raidisseurs\_1*" sera utilisée.

### A.14.1 Poutre sans raidisseur : "*Raidisseurs\_1*"

Cette fonction va parcourir la poutre depuis une extrémité jusqu'à son centre ( $x \in [0; \frac{L}{2}]$ ) par pas  $d_x = 10mm$ . En chaque point, l'effort tranchant et le moment de flexion interne seront évalués. Il en sera de même pour la résistance au cisaillement de la poutre et l'interaction M-V. Si en un point la limite d'interaction et/ou de cisaillement est dépassée, la boucle s'arrête. La poutre aura donc besoin de raidisseurs. Si, au contraire,  $x$  atteint  $\frac{L}{2}$  alors la section est suffisamment résistante pour supporter  $V_{Ed}$  et  $M_{Ed}$  sans raidisseur intermédiaire.

Les efforts en tous points  $x$  seront calculés comme suit :

- $V_{Ed,ELU,x} = V_{Ed,ELU} \cdot \frac{\frac{L}{2} - x}{\frac{L}{2}}$

- $M_{Ed,ELU,x} = V_{Ed,ELU} \cdot x - (P_{ELU} + P_w \cdot 1,35) \cdot \frac{x^2}{2}$

On peut ensuite appeler la fonction "*Resistance\_tranchant\_sans\_raidisseur*" qui va déterminer la résistance de l'élément à l'effort tranchant sans la présence de raidisseurs.

## Résistance sans raidisseur : "Resistance \_tranchant \_sans \_raidisseur"

Il faut, tout d'abord, savoir si l'âme voilera par cisaillement.

▷ EN 1993-1-5, 5.1, (2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

L'âme voile sous cisaillement si :

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \varepsilon$$

Avec,

- $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$
- $\eta = 1.0$  pour  $f_{y,w} > 460 \text{ MPa}$
- $\eta = 1.2$  pour  $f_{y,w} \leq 460 \text{ MPa}$

En absence de voilement, la résistance à l'effort tranchant est donnée par :

▷ EN 1993-1-1, 6.2.6, (2) et (3), (6.18) [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), 8.2.6, (2) et (3), (8.23) [13]

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M_0}}$$

Avec  $f_y = f_{y,w}$ .

Pour les "welded I, H and box sections, load parallel to web", on a  $A_v = \eta \cdot h_w \cdot t_w$ .

Dans le cas d'un voilement de l'âme, il faut déterminer la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

▷ EN 1993-1-5, 5.3, (3), (5.5) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (4), (7.5) [14]

"transverse stiffeners at supports only" :

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86 \cdot 4 \cdot t_w \cdot \varepsilon}$$

▷ EN 1993-1-5, Table 5.1 [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

$$\chi_w = \eta \quad \text{si } \bar{\lambda}_w < \frac{0.83}{\eta}$$
$$\chi_w = \frac{0.83}{\bar{\lambda}_w} \quad \text{si } \bar{\lambda}_w \geq \frac{0.83}{\eta}$$

▷ EN 1993-1-5, 5.2, (1), (5.2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M_1}}$$

N'étudiant pas le cas où la poutre est soumise à un effort normal, la résistance  $V_{bf,Rd}$  est évaluée comme suit :

▷ EN 1993-1-5, 5.4, (1), (5.8) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

- Si  $M_{Ed} < M_{f,Rd}$  :

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

Avec,

- $b_f \leq t_w + 2 \cdot (15 \cdot \varepsilon \cdot t_f)$
- $c = a \left( 0, 25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right)$
- $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f)$
- $M_{Ed}$  vaut le moment maximal agissant sur le panneau de cisaillement

Dans le cas où  $M_{Ed} \geq M_{f,Rd}$ , on considérera  $V_{bf,Rd} = 0$ .

L'Eurocode ne prescrit aucune valeur pour  $a$ . Cette longueur est celle du panneau de cisaillement étudié. Dans le cadre d'une poutre bi-appuyée, la valeur maximale pour  $a$  est  $L/2$ . En effet, l'effort tranchant est nul au centre de la poutre. Le cisaillement maximal s'évalue donc sur un panneau de longueur  $L/2$ .

La résistance au cisaillement est donnée par la somme de la contribution de l'âme et des semelles :

▷ EN 1993-1-5, 5.2, (1), (5.1) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

On peut définir  $\eta_3 = \frac{V_{Ed,ELU}}{V_{b,Rd}}$ .  $V_{Ed,ELU}$  correspond à l'effort tranchant aux appuis en valeur absolue. Si  $\eta_3$  est supérieur à 1, alors la section ne résistera pas à l'effort tranchant. Dans ce cas, il faut envisager la réalisation de "Montants d'extrémité rigide".

Il faut également vérifier qu'en aucun point de la poutre une interaction entre la reprise des efforts tranchants et de flexion ne soit pénalisante.

▷ EN 1993-1-5, 7.1, (1) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 9.1, (1) [14]

Si  $\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed,x}}{V_{bw,Rd}} \leq 0,5$ , alors aucune interaction ne sera à considérer le long de la poutre.

Dans le cas où ce critère n'est pas vérifié, il faut contrôler l'interaction entre  $M$  et  $V$  dans toute la zone où  $\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed,x}}{V_{bw,Rd}} \leq 0,5$ .

### **Interaction M-V : "Interaction m v"**

Il faut vérifier qu'en aucun point de la poutre une interaction entre la reprise des efforts tranchants et de flexion ne soit pénalisante.

▷ EN 1993-1-1, 6.2.8, (2) [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), 8.2.8, (3) [13]

On considérera que si l'âme ne voile pas par cisaillement, on utilisera le critère d'interaction décrit à la clause "EN 1993-1-1, 6.2.8, (3) [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), 8.2.8, (3) [13]". Dans le cas

contraire, on utilisera le critère décrit à la clause "EN 1993-1-5, 7.1, (1) [6] || PrEN 1993-1-5 (2020), 9.1, (1) [13]".

- Si l'âme ne voile pas sous cisaillement :

▷ EN 1993-1-1, 6.2.8, (3) [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), 8.2.8, (4) [13]

$$f_{y,red} = (1 - \rho)f_{y,max}$$

Où  $\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1\right)^2$ , pour  $\eta_3 \geq 0,5$

On peut recalculer la résistance en flexion comme suit :

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} \cdot W_y \frac{f_{y,red}}{\gamma_{M1}}$$

Si  $\eta_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}}$  reste inférieur à 1, alors l'interaction M-V est acceptable.

- Si l'âme voile sous cisaillement :

▷ EN 1993-1-5, 7.1, (1) [8]

Si  $\bar{\eta}_3$  est supérieur à 0,5, il convient que les effets combinés de la flexion et du cisaillement sur l'âme d'une poutre en I ou d'une poutre-caisson satisfassent :

$$\bar{\eta}_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}\right) (2\bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1,0$$

Pour  $\bar{\eta}_1 \geq \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}}$

où  $M_{f,Rd}$  est le moment résistant plastique de calcul d'une section composée uniquement des semelles efficaces;  $M_{pl,Rd}$  est la résistance plastique de la section composée de l'aire efficace des semelles et de la totalité de l'âme quelque soit la classe de celle-ci.

Avec,

- $\bar{\eta}_1 = \frac{M_{Ed,x}}{M_{pl,Rd}}$ , dans le cas où l'effort normal est nul
- $\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed,x}}{V_{bw,Rd}}$
- $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f)$
- $M_{pl,Rd} = (h - t_f) \cdot A_f \cdot f_y + \frac{h_{bw}}{2} \cdot \frac{A_{bw}}{2} \cdot f_y$

Si ce critère n'est pas vérifié en tout point  $x$  où  $\bar{\eta}_3 > 0.5$ , il faut envisager des montants d'extrémité rigide.

Notons tout de même que si l'âme ne voile pas par cisaillement et que la résistance au cisaillement n'est pas suffisante, cela ne sert à rien de rajouter des raidisseurs. La section étudiée est, par conséquent, à rejeter.

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 9.1, (1) [14]

Si  $\bar{\eta}_3$  est supérieur à 0,5, il convient que les effets combinés de la flexion et du cisaillement sur l'âme d'une poutre en I ou d'une poutre-caisson satisfassent :

$$\eta_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rk}}{M_{eff,Rk}}\right) (2\bar{\eta}_3 - 1)^\mu \leq 1,0$$

Pour  $\eta_1 \geq \frac{M_{f,Rk}}{M_{eff,Rk}}$

où  $M_{f,Rk}$  est le moment résistant plastique de calcul d'une section composée uniquement des semelles efficaces.

Avec,

- $\mu = \left(\frac{M_{f,Rk}}{M_{eff,Rk}} + 0,2\right)^{15} + 1$
- $\eta_1 = \frac{M_{Ed,x}}{M_{Rk}}$
- $\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed,x}}{V_{bw,Rd}}$
- $M_{f,Rk} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f)$
- $M_{eff,Rk} = W_{eff} \cdot f_y$

#### A.14.2 Poutre avec montants d'extrémité rigide : "Raidisseurs\_2"

Cette fonction va parcourir la poutre depuis une extrémité jusqu'à son centre ( $x \in [0; \frac{L}{2}]$ ) par pas  $d_x = 10mm$ . En chaque point, l'effort tranchant et le moment de flexion interne seront évalués. Il en sera de même pour la résistance au cisaillement de la poutre et l'interaction M-V. Cette résistance sera évaluée par la fonction "Resistance\_tranchant\_montant\_rigide". Il s'agit de la méthode de vérification en présence de montants d'extrémité rigide. Si en un point la limite d'interaction et/ou de cisaillement est dépassée, la boucle s'arrête. La poutre aura donc besoin de raidisseurs intermédiaires. Si, au contraire,  $x$  atteint  $\frac{L}{2}$  alors la section est suffisamment résistante pour supporter  $V_{Ed}$  et  $M_{Ed}$  sans raidisseur.

Les efforts en tout point  $x$  seront calculés comme suit :

- $V_{Ed,ELU,x} = V_{Ed,ELU} \cdot \frac{\frac{L}{2} - x}{\frac{L}{2}}$
- $M_{Ed,ELU,x} = V_{Ed,ELU} \cdot x - (P_{ELU} + P_w \cdot 1,35) \cdot \frac{x^2}{2}$

#### Résistance avec montants d'extrémité rigide : "Resistance\_tranchant\_montant\_rigide"

En l'absence de raidisseurs longitudinaux, on peut définir un coefficient  $k_\tau$  comme suit :

▷ EN 1993-1-5, A.3, (1), (A.5) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), A.5, (1), (A.3) [14]

$$\begin{aligned} k_\tau &= 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 & \text{si } a/h_w \geq 1 \\ k_\tau &= 4,00 + 5,34 (h_w/a)^2 & \text{si } a/h_w < 1 \end{aligned}$$

Avec,  $a = \frac{L}{2}$ .

L'âme voile sous cisaillement si :

▷ EN 1993-1-5, 5.1, (2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

Avec,

- $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$
- $\eta = 1.0$  pour  $f_y > 460MPa$
- $\eta = 1.2$  pour  $f_{y,w} \leq 460MPa$

Ici aussi, on considérera  $a = \frac{L}{2}$ .

En absence de voilement, la résistance à l'effort tranchant est donnée par :

▷ EN 1993-1-1, 6.2.6, (2) et (3), (6.18) [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), 8.2.6, (2) et (3), (8.23) [13]

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M_0}}$$

Pour les "welded I, H and box sections, load parallel to web", on a  $A_v = \eta \cdot h_w \cdot t_w$ .

Dans le cas d'un voilement de l'âme, il faut déterminer la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

▷ EN 1993-1-5, 5.3, (3), (5.5) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (4), (7.5) [14]

"transverse stiffeners at supports only"

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon}$$

▷ EN 1993-1-5, Table 5.1 [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

$$\begin{aligned} \chi_w &= \eta & \text{si } \bar{\lambda}_w < \frac{0.83}{\eta} \\ \chi_w &= \frac{0.83}{\lambda_w} & \text{si } \frac{0.83}{\eta} \leq \bar{\lambda}_w < 1.08 \\ \chi_w &= \frac{1.37}{0.7 + \lambda_w} & \text{si } \bar{\lambda}_w \geq 1.08 \end{aligned}$$

▷ EN 1993-1-5, 5.2, (1), (5.2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

N'étudiant pas le cas où la poutre est soumise à un effort normal, la résistance  $V_{bf,Rd}$  est évaluée comme suit :

▷ EN 1993-1-5, 5.4, (1), (5.8) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

• Si  $M_{Ed} < M_{f,Rd}$  :

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

Avec,

•  $b_f \leq 15 \cdot \varepsilon \cdot t_f$

•  $c = a \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right)$

•  $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f)$

•  $M_{Ed}$  vaut le moment maximal agissant sur le panneau de cisaillement

Dans le cas où  $M_{Ed} \geq M_{f,Rd}$ , on considérera  $V_{bf,Rd} = 0$ .

La résistance au cisaillement est donnée par la somme de la contribution de l'âme et des semelles :

▷ EN 1993-1-5, 5.2, (1), (5.1) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

On peut définir  $\eta_3 = \frac{V_{Ed,ELU}}{V_{b,Rd}}$ .  $V_{Ed,ELU}$  correspond à l'effort tranchant aux appuis en valeur absolue. Si  $\eta_3$  est supérieur à 1, alors la section ne résistera pas à l'effort tranchant. Dans ce cas, il faut envisager de placer des raidisseurs intermédiaires afin de réduire la longueur  $a$ .

Il faut également vérifier qu'en aucun point de la poutre une interaction entre la reprise des efforts tranchants et de flexion ne soit pénalisante.

▷ EN 1993-1-5, 7.1, (1) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 9.1, (1) [14]

Si  $\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed,x}}{V_{bw,Rd}} \leq 0,5$ , alors aucune interaction ne sera à considérer le long de la poutre.

Dans le cas où ce critère n'est pas vérifié, il faut contrôler l'interaction entre  $M$  et  $V$  dans toute la zone où  $\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed,x}}{V_{bw,Rd}} \leq 0,5$ . Cette vérification sera identique au cas avec des montants d'extrémité non-rigide.

### A.14.3 Poutre avec raidisseurs intermédiaires : "Raidisseurs\_3"

Lorsque l'utilisation d'un montant d'extrémité rigide à chaque extrémité ne suffit pas à créer une résistance à l'effort tranchant suffisante, il faut envisager le placement de raidisseurs intermédiaires. Ces derniers permettent la création de panneaux de cisaillement plus courts que  $L/2$ . Dans le cadre de ce travail, on n'étudiera la possibilité de placer ce type de raidisseurs qu'en complément de montants d'extrémité rigide.

Ces nouveaux panneaux de cisaillement sont donc limités par deux raidisseurs ou par le centre du profilé. La résistance à l'effort tranchant est donc définie en fonction de la longueur  $a$  de ces panneaux. Dans ce cas, il faut déterminer une longueur maximale  $a$  entre raidisseurs qui offre une résistance suffisante à l'effort tranchant maximal dans le panneau.

La fonction "Raidisseur\_3" sera composée d'une double boucle. La première va parcourir la poutre d'une extrémité en son centre :  $x \in [0; \frac{L}{2}]$ . La deuxième sera placée à l'intérieur de la première et va évaluer différentes longueurs  $a$  en partant de la plus grande valeur admissible  $a_{max}$  jusqu'à  $a_{min} = 0$ . Pour chaque valeur de  $a$ , la fonction "Raidisseur\_3\_bis" sera appelée. Cette dernière parcourt un intervalle allant de  $x$  à  $x+a$ . En tout point, elle évalue la résistance au cisaillement dans un panneau raidi ("Resistance\_tranchant\_avec\_raisseur") et détermine si cette résistance est suffisante pour faire face à  $V_{Ed,ELU}$  ainsi qu'à une éventuelle interaction M-V. Si l'intervalle  $[x; x+a]$  est parcouru sans qu'une interaction M-V ou un effort tranchant trop important ne soit détecté, alors nous avons trouvé notre valeur de  $a^*$  maximale et, par conséquent, l'emplacement de notre premier raidisseur. La valeur de  $x$  est alors incrémentée de  $a^*$ . On peut dès lors, utiliser la fonction "Raidisseurs\_3\_bis\_non\_rigide" sur  $x \in [a^*; \frac{L}{2}]$ . Cette fonction est identique à "Raidisseurs\_3\_bis" mais utilise "Resistance\_tranchant\_avec\_raisseur\_non\_rigide" qui évalue  $\chi_w$  dans le cas d'un panneau non limitrophe à un montant d'extrémité rigide. L'utilisation de cette fonction vise à savoir si la zone entre le raidisseur que l'on vient de placer et le centre de la poutre a besoin d'un second raidisseur. Pour ce faire on admettra un panneau de cisaillement d'une longueur  $a = \frac{L}{2} - x$ . Dans le cas où la résistance est insuffisante, on recommencera l'ensemble des opérations mais à partir du premier raidisseur placé en  $x = a^*$  et en utilisant la fonction "Raidisseurs\_3\_bis\_non\_rigide".

Avant de présenter la méthode de dimensionnement, il faut déterminer la valeur de  $a_{max}$ . Cette dernière pourrait être prise égale à  $\frac{L}{2} - x$ . Ceci n'étant pas optimal en terme de temps de calcul, nous utiliserons  $a_{max} = 4.h_w$  pour le premier raidisseur. Si d'autres raidisseurs doivent être placés,  $a_{max}$  sera défini comme la mi-longueur de la zone entre le dernier raidisseur placé et le centre de la poutre.

## Résistance avec raidisseurs intermédiaires : "Resistance\_tranchant\_avec\_raidisseur"

En l'absence de raidisseurs longitudinaux, on peut définir le coefficient  $k_\tau$  comme suit :

▷ EN 1993-1-5, A.3, (1), (A.5) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), A.5, (1), (A.3) [14]

$$\begin{aligned} k_\tau &= 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 & \text{si } a/h_w \geq 1 \\ k_\tau &= 4,00 + 5,34 (h_w/a)^2 & \text{si } a/h_w < 1 \end{aligned}$$

L'âme voile sous cisaillement si :

▷ EN 1993-1-5, 5.1, (2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

Avec,

- $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$
- $\eta = 1.0$  pour  $f_y > 460MPa$
- $\eta = 1.2$  pour  $f_y \leq 460MPa$

En absence de voilement, la résistance à l'effort tranchant est donnée par :

▷ EN 1993-1-1, 6.2.6, (2) et (3), (6.18) [6] || PrEN 1993-1-1, 8.2.6, (2) et (3), (8.23) [13]

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v(f_y/\sqrt{3})}{\gamma_{M_0}}$$

Pour les "welded I, H and box sections, load parallel to web", on a  $A_v = \eta \cdot h_w \cdot t_w$ .

Dans le cas d'un voilement de l'âme, il faut déterminer la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

▷ EN 1993-1-5, 5.3, (3), (5.6) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (3), (7.3) [14]

"transverse stiffeners at supports and intermediate transverse"

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\tau}}$$

▷ EN 1993-1-5, Table 5.1 [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

$$\begin{aligned} \chi_w &= \eta & \text{si } \bar{\lambda}_w < \frac{0.83}{\eta} \\ \chi_w &= \frac{0.83}{\bar{\lambda}_w} & \text{si } \frac{0.83}{\eta} \leq \bar{\lambda}_w < 1.08 \\ \chi_w &= \frac{1.37}{0.7 + \bar{\lambda}_w} & \text{si } \bar{\lambda}_w \geq 1.08 \end{aligned}$$

/!\ Si on utilise la fonction "Resistance\_tranchant\_avec\_raidisseur", on aura :

$$\chi_w = \eta \quad \text{si } \bar{\lambda}_w < \frac{0.83}{\eta}$$

$$\chi_w = \frac{0.83}{\lambda_w} \quad \text{si } \bar{\lambda}_w \geq \frac{0.83}{\eta}$$

▷ EN 1993-1-5, 5.2, (1), (5.2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

N'étudiant pas le cas où la poutre est soumise à un effort normal, la résistance  $V_{bf,Rd}$  est évaluée comme suit :

▷ EN 1993-1-5, 5.4, (1), (5.8) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

Avec,

- $b_f \leq 15 \cdot \varepsilon \cdot t_f$
- $c = a \left( 0, 25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right)$
- $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f)$
- $M_{Ed}$  vaut le moment maximal agissant sur le panneau de cisaillement

Dans le cas où  $M_{Ed} \geq M_{f,Rd}$ , on considérera  $V_{bf,Rd} = 0$ .

La résistance au cisaillement est donnée par la somme de la contribution de l'âme et des semelles :

▷ EN 1993-1-5, 5.2, (1), (5.1) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

On peut définir  $\eta_3 = \frac{V_{Ed,ELU}}{V_{b,Rd}}$ .  $V_{Ed,ELU}$  correspond à l'effort tranchant maximal du panneau étudié. Si  $\eta_3$  est supérieur à 1, alors la section ne résistera pas à l'effort tranchant. Dans ce cas, l'épaisseur de l'âme étant fixée, il faut envisager de réduire la longueur du panneau de cisaillement. Si la résistance au cisaillement est suffisante, il faut vérifier qu'aucune interaction M-V ne peut avoir lieu. Cette étape sera identique à celle présentée pour la poutre dépourvue de raidisseur.

## A.15 Dimensionnement des raidisseurs

La matrice "Resultat" contient l'ensemble des designs de sections admissibles pour notre PRS. Pour chaque profilé, il faut dimensionner les raidisseurs qu'il comporte.

Cette section vise à sélectionner une épaisseur  $t_s$  et une largeur  $b_s$  optimale pour chaque plat de raidisseur. Ces deux valeurs seront sélectionnées parmi les deux ensembles définis dans l'article "Weight and cost optimization of welded high strength steel beams"[12] écrit par Kristo Mela et Markku Heinisuo en 2014 pour la Tampere University of Technology :

- $t_s \in \{5; 6; 8; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 22; 25; 30; 35; 40; 50; 60; 80; 100[mm]\}$
- $b_s \in \{100; 110; 120; 1300\dots; 980; 990; 1000[mm]\}$

Le but de cette étape est de déterminer les dimensions  $(t_s - b_s)$  optimales afin d'obtenir le coût et/ou le poids minimal pour notre PRS.

Pour rappel trois cas de figure peuvent s'offrir à nous :

- Soit la section étudiée ne nécessite qu'un montant d'extrémité non rigide. Dans ce cas, il faut simplement obtenir un design de raidisseur composé d'un plat de part et d'autre de l'âme. Ce dernier doit pouvoir reprendre l'effort de réaction à l'appui.
- Soit la section étudiée nécessite un montant d'extrémité rigide à chaque appui. Dans ce cas, il faut obtenir un design de deux raidisseurs à chaque appui composés d'un plat de part et d'autre de l'âme. Ils doivent être conçus pour pouvoir reprendre l'effort de réaction à l'appui et induire une certaine rigidité à l'âme du PRS.
- Soit la section étudiée nécessite un montant d'extrémité rigide à chaque appui ainsi qu'un ou plusieurs raidisseurs intermédiaires. Dans ce cas, on va déterminer un plat optimal pour les montants d'extrémités rigides et les raidisseurs intermédiaires.

Quelque soit le cas de figure dans lequel on se trouve, les dimensions  $b_s$  et  $t_s$  seront identiques pour l'ensemble des plats constituant les différents raidisseurs présents sur l'élément.

#### A.15.1 Montants d'extrémité non-rigide : "*appuis \_ non \_ rigide*"

Les montants d'extrémité non-rigide sont constitués de deux plats identiques placés de part et d'autre de l'âme au niveau de chaque appui. Il faut donc déterminer les dimensions  $b_s$  et  $t_s$  de ces deux plats afin de reprendre les efforts dûs à la réaction d'appui.

Le code va parcourir l'ensemble des couples  $(b_s - t_s)$  réalisables en usine. Pour chaque couple, les différents critères présentés ci-dessous seront évalués afin de déterminer si ce design de plat peut reprendre les efforts à l'appui sans engendrer une flèche trop importante et sans dépasser leur limite élastique. Dès qu'une dimension de plat est rejetée, on passe au couple  $(b_s - t_s)$  suivant. Les designs satisfaisant tous les critères seront stockés dans une matrice "*Resultats \_ raidisseurs*". A partir de cette matrice, on pourra déterminer le design qui donne le poids et/ou le coût minimal.

Le code sera constitué d'une double boucle. La première boucle parcourra les valeurs de  $t_s$  de la plus petite à la plus grande. La deuxième, située à l'intérieur de la première, parcourra les valeurs de  $b_s$  de la plus petite à la plus grande. Dans un souci d'optimisation, dès qu'une valeur  $b_s$  est admissible, la boucle sur les valeurs de  $b_s$  s'arrête et l'on passe directement à la valeur  $t_s$  suivante. On limitera également  $b_s$  à l'espace disponible sous les semelles :  $b_s \leq \frac{b_f - t_w}{2}$ .

En considérant une nuance d'acier donnée pour nos raidisseurs, on peut déterminer la limite d'élasticité en fonction de leur épaisseur. Cette étape sera réalisée par la fonction "*limite \_ elastique*". De manière identique, on déterminera la limite ultime de chaque plat en utilisant la fonction "*limite \_ ultime*".

On peut dès lors vérifier les critères suivants :

#### Généralités pour les raidisseurs

▷ EN 1993-1-5, 9.1, (2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.1, (2) [14]

La section d'un raidisseur peut être considérée comme l'aire de section brute des plats plus une contribution de l'âme égale à  $15.\varepsilon.t_w$ . Cette dernière ne peut être supérieure à la dimension réelle

disponible, de chaque côté du raidisseur. Ceci doit être fait en évitant tout chevauchement des parties collaborantes correspondant aux raidisseurs voisins.

On définit  $d_1$  comme la longueur collaborant de l'âme située entre le raidisseur et l'appui le plus proche. La longueur de l'âme collaborante située entre le raidisseur et le centre de la poutre est quant à elle dénommée  $d_2$ .

- Si  $a = \frac{L}{2} < 15.t_w.\varepsilon_w$ , avec  $\varepsilon_w = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

$$d_2 = a$$

- Si  $a = \frac{L}{2} \geq 15.t_w.\varepsilon_w$ , avec  $\varepsilon_w = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

$$d_2 = 15.t_w.\varepsilon_w$$

⇒ Le raidisseur étant situé en bord de poutre, on considérera  $d_1 = 0$  (la contribution de l'âme du coté de l'appui)

Les propriétés du raidisseur en considérant une contribution de l'âme sont les suivantes :

- $A_{s+ame} = 2.b_s.t_s + (d_1 + t_s + d_2).t_w$
- $\bar{y}_{s+ame} = \frac{2.b_s.t_w}{2}$
- $I_{s+ame} = \frac{t_s.(2.b_s+t_w)^3}{12} + \frac{d_1.t_w^3}{12} + \frac{d_2.t_w^3}{12}$

### Critère de non-flambement par torsion des plats

▷ EN 1993-1-5, 9.2.1, (8), (9.3) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (8), (11.8) [14]

Cette clause de l'Eurocode stipule que les plats du raidisseurs ne flamberont pas par torsion si :

$$\frac{I_t}{I_p} \geq 5,3 \frac{f_{y,s}}{E}$$

Avec,

- $I_t = \frac{b_s.t_s^3}{3}$
  - $I_p = \frac{b_s.t_s^3}{12} + \frac{t_s.b_s^3}{12} + b_s.t_s.\left(\frac{b_s}{2}\right)^2$
- $$\Rightarrow \frac{\frac{b_s.t_s^3}{3}}{\frac{b_s^3.t_s}{12} + \frac{b_s.t_s^3}{12} + b_s.t_s.\left(\frac{b_s}{2}\right)^2} \geq 5,3 \frac{f_{y,s}}{E}$$
- $$\Rightarrow \frac{\frac{b_s^3.t_s}{12} + \frac{b_s.t_s^3}{12} + b_s.t_s.\left(\frac{b_s}{2}\right)^2}{\frac{b_s.t_s^3}{3}} \leq \frac{E}{5,3.f_{y,s}}$$
- $$\Rightarrow \frac{b_s^2}{4.t_s^2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{b_s^2}{t_s^2} \leq \frac{E}{5,3.f_{y,s}}$$
- $$\Rightarrow \frac{b_s^2}{t_s^2} \leq \frac{E}{5,3.f_{y,s}} - \frac{1}{4}$$
- $$\Rightarrow \frac{b_s}{t_s} \leq \sqrt{\frac{E}{5,3.f_{y,s}} - \frac{1}{4}}$$

Si la dernière inéquation est vérifiée, on peut conclure que les risques de flambement par torsion du raidisseur sont évités.

## Contraintes normales

- ▷ EN 1993-1-5, 9.1, (3) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.1, (3) [14]

Il convient de considérer l'effort normal appliqué sur un raidisseur transversal comme la somme de la résultante des cisaillements et de toute charge extérieure.

L'effort normal considéré sera :

$$N_{Ed} = V_{Ed,ELU}$$

- ▷ EN 1993-1-5, 9.2.1, (2)

Il convient de considérer le raidisseur transversal comme une barre simplement appuyée soumise à un chargement latéral avec une imperfection sinusoïdale initiale  $w_0$ .

- $b = h_w + t_w$
- $a_1$  est la longueur du panneau de cisaillement à gauche du raidisseur
- $a_2$  est la longueur du panneau de cisaillement à droite du raidisseur
- $s = \min \{a_1; a_2; b\}$
- $w_0 = \frac{s}{300}$

- ▷ EN 1993-1-5, 9.2.1, (4) [8]

Il convient de vérifier, sur la base d'une analyse élastique au second ordre, que les deux critères suivants sont satisfaits à l'état limite ultime :

- la contrainte maximale exercée sur le raidisseur ne dépasse pas  $\frac{f_{y,s}}{\gamma_{M_1}}$
- la flèche supplémentaire ne dépasse pas  $\frac{b}{300}$

- ▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (2)

Il convient de considérer le raidisseur transversal comme une barre simplement appuyée soumise à un chargement latéral avec une imperfection sinusoïdale initiale  $w_0$ .

- $b = h_w + t_w$
- $a_1$  est la longueur du panneau de cisaillement à gauche du raidisseur
- $a_2$  est la longueur du panneau de cisaillement à droite du raidisseur
- $s = \min \{a_1; a_2; b\}$
- $w_0 = \frac{s}{200}$

- ▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (4) [14]

Il convient de vérifier, sur la base d'une analyse élastique au second ordre, que les deux critères suivants sont satisfaits à l'état limite ultime :

- la contrainte maximale exercée sur le raidisseur ne dépasse pas  $\frac{f_{y,s}}{\gamma_{M_1}}$
- la flèche supplémentaire ne dépasse pas  $\frac{b}{500}$

Il faut maintenant vérifier que la contrainte maximale dans le raidisseur soumis à  $N_{Ed}$  ne dépasse pas la limite élastique acceptable. Pour ce faire nous allons utiliser le critère suivant :

- ▷ EN 1993-1-1, 6.3.3, (4), (6.61) [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.3, (5), (8.88) [13]

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M_1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1, 0$$

- ▷ NBN EN 193-1-1 ANB (2010) [7]

Lorsque l'élément n'est pas susceptible de se déformer par torsion, la formule (6.61) de EN 1993-1-1 [6] || PrEN 1993-1-1, 8.3.3, (5), (8.88) [13] se réécrit comme suit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + \mu_y \left[ \frac{C_{my} (M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed})}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) C_{yy} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + 0, 6 \sqrt{\frac{W_z}{W_y}} \frac{C_{mz} (M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed})}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) C_{yz} \frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] \leq 1, 0$$

Dans une étude élastique, en considérant le cas qui nous intéresse où le raidisseur n'est soumis qu'à un effort de compression et une flèche initiale  $w_0$ , on peut reformuler le critère comme suit :

$$\Rightarrow \frac{N_{Ed}}{\frac{A_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{\gamma_{M1}}} + \mu_y \frac{C_{my} \cdot N_{Ed} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) C_{yy} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1, 0$$

Si on remplace  $M_{y,Rk}$  par  $\frac{I_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{e_{max}}$ , on obtient :

$$\Rightarrow \frac{N_{Ed}}{\frac{A_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{\gamma_{M1}}} + \mu_y \frac{C_{my} \cdot N_{Ed} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) C_{yy} \frac{I_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{e_{max} \gamma_{M1}}} \leq 1, 0$$

On sait que  $\mu_y = \frac{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)}{\left(1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)}$ . Cependant, nous réalisons une analyse élastique où l'imperfection initiale est déjà considérée avec  $w_0$ . Le coefficient  $\chi_y$  sera par conséquent pris égal à 1 et on obtient :

$$\Rightarrow \frac{N_{Ed}}{\frac{A_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{\gamma_{M1}}} + \frac{C_{my} \cdot N_{Ed} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) C_{yy} \frac{I_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{e_{max} \gamma_{M1}}} \leq 1, 0$$

Avec une analyse élastique, on prends  $C_{yy} = 1, 0$ . L'expression peut être réévaluée comme suit :

$$\Rightarrow \frac{N_{Ed}}{\frac{A_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{\gamma_{M1}}} + \frac{C_{my} \cdot N_{Ed} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) \cdot \frac{I_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{e_{max} \gamma_{M1}}} \leq 1, 0$$

Lorsque  $M_{y,Ed} = 0$ , le paramètre  $C_{m,y}$  équivaut à  $C_{m,y,0}$ . Ce coefficient vaut 1 lorsqu'on a une déformée sinusoïdale (poutre bi-appuyée sous charge uniforme). On peut réécrire le critère comme suit :

$$\Rightarrow \frac{N_{Ed}}{\frac{A_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{\gamma_{M1}}} + \frac{N_{Ed} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) \cdot \frac{I_{s+ame} \cdot f_{y,s}}{e_{max} \gamma_{M1}}} \leq 1, 0$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{N_{Ed}}{A_{s+ame}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_{max} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) \cdot I_{s+ame}} \leq \frac{f_{y,s}}{\gamma_{M1}}$$

$$\text{Où } N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{s+ame}}{h_w^2}$$

Si le critère n'est pas vérifié, les dimensions des plats du raidisseur sont à rejeter.

## Critère de flèche additionnelle

La flèche additionnelle du raidisseur est l'amplification de l'imperfection initiale  $w_0$  par l'effort de compression. En élastique, cette amplification vaut :  $\frac{1}{\frac{N_{cr,st}}{N_{Ed}} - 1}$ . Le critère de flèche additionnelle est par conséquent vérifié si :

$$w = w_0 \cdot \frac{1}{\frac{N_{cr,st}}{N_{Ed}} - 1} \leq f_{add,lim}$$

Si le critère n'est pas vérifié, les dimensions des plats du raidisseur sont à rejeter.

## Soudure : "soudure\_mont"

Les soudures entre les plats du raidisseur et le profilé (âme et semelles) doivent être dimensionnées. Les montants d'extrémités sont soumis à un effort de compression égal à la réaction d'appui. Cet effort ne doit pas transiter par les soudures. Cependant, les raidisseurs doivent être étudiés en considérant un défaut de rectitude  $w_0$ . Ce dernier peut induire un moment de flexion lorsque le raidisseur est comprimé. Dès lors, la contrainte maximale dans le plat causée par ce moment vaut :

$$\sigma_{flexion} = \frac{N_{Ed} \cdot e_{max} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) \cdot I_{s+ame}}$$

On admettra, de manière sécuritaire, que l'effort maximal dans le plat vaut  $F = b_s \cdot t_s \cdot \sigma_{flexion}$ .

Aux extrémités du plat, l'effort dû à la flexion est nul. Au centre, il vaut  $F = b_s \cdot t_s \cdot \sigma_{flexion}$ . L'effort  $F$  doit donc transiter par les soudures sur une longueur  $h_w/2$ . Cependant, la distribution de cet effort sur la hauteur, n'est pas linéaire. Dans ce cas de figure, il convient de faire transiter l'effort maximal sur une longueur  $h_w/4$ . L'effort maximal à transférer par millimètre de soudure vaut donc  $F_{w,Ed} = \frac{F}{h_w/4}$ .

Pour rappel, le cordon de soudure est dimensionné en suivant la méthode simplifiée de l'Eurocode. La contrainte maximale par longueur de rayon de gorge est définie comme suit :

▷ EN 1993-1-8, 4.5.3.3, (3), (4.4) [9] || PrEN 1993-1-8 (2021) 6.5.3.3, (3), (6.5) [15]

$$f_{vw,d} = \frac{f_u / \sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

Avec  $f_u$ , la résistance nominale ultime à la traction de la pièce assemblée la plus faible.

Le facteur  $\beta_w$  dépend de la nuance d'acier du composant ayant la plus faible résistance :

▷ EN 1993-1-8, Table 4.1 [9]

- $\beta_w = 0.9$  si  $f_y = 355 MPa$
- $\beta_w = 1.0$  si  $f_y > 355 MPa$

▷ PrEN 1993-1-8 (2021), Table 6.1 [15]

- $\beta_w = 0.85$  si  $f_y = 460 MPa$
- $\beta_w = 0.88$  si  $f_y = 420 MPa$
- $\beta_w = 0.90$  si  $f_y = 355 MPa / 500 MPa$
- $\beta_w = 0.95$  si  $f_y = 550 MPa$
- $\beta_w = 1.05$  si  $f_y = 450 MPa$

On peut dès lors définir un cordon de soudure  $a$  :

- ▷ EN 1993-1-8, 4.5.3.3, (2), (4.3) [9] || PrEN 1993-1-8 (2021), 6.5.3.3, (2), (6.4) [15]

$$F_{w,Rd} = f_{vw,d} \cdot a$$

- ▷ EN 1993-1-8, 4.5.3.3, (1), (4.2) [9] || PrEN 1993-1-8 (2021), 6.5.3.3, (1), (6.3) [15]

$$F_{w,Ed} \leq F_{w,Rd}$$

En réécrivant les formules et en tenant compte de la présence d'une soudure de part et d'autre du plat, on obtient :

$$a \geq \frac{F_{w,Ed}}{2 \cdot f_{vw,d}}$$

La valeur du cordon de soudure est donc bornée et sera prise égale à un multiple de  $1mm$ . A savoir que la clause "EN 1993-1-8, 4.5.2, (2) [9] || PrEN 1993-1-8 (2021), 6.5.2, (2) [15]" recommande une valeur minimale de  $3mm$  pour  $a$ . Afin de limiter l'apport calorifique, on limitera  $a$  à  $0,7 \cdot t_{min}$ .

### Classe des plats

Dans un souci économique, on ne considérera que les plats de raidisseur pleinement efficaces. La classe de ces derniers sera donc limitée au maximum à la troisième. Pour ce faire, on fera l'hypothèse d'une compression pure de la section. Cette situation est la plus critique.

- ▷ EN 1993-1-1, Table 5.2 [6] || PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = b_s - a \cdot \sqrt{2}$$

L'âme est bien au plus de classe 3 si :  $c/t_s \leq 14\varepsilon$ , où  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,s}}}$

Si tous ces critères sont remplis, alors nos plats seront acceptables.

### A.15.2 Montants d'extrémité rigide : "appuis\_rigide"

Les montants d'extrémité rigide sont dimensionnés de manière identique aux montants d'extrémité non-rigide. Les seules différences sont reprises ci-dessous :

#### Détails géométriques pour la reprise du cisaillement

- ▷ EN 1993-1-5, 9.3.1, (2) [8] || PrEn 1993-1-5 (2020), 11.3.1, (2) [14]

*"Il convient qu'un montant d'extrémité rigide comporte deux doubles raidisseurs transversaux symétriques constituant les semelles d'une poutre courte de longueur  $h_w$ . La bande d'âme entre les raidisseurs forme l'âme de la poutre courte. Un montant d'extrémité peut également se présenter sous la forme d'un profilé laminé, assemblé à l'extrémité de l'âme pleine."*

- ▷ EN 1993-1-5, 9.3.1, (3) [8] || PrEn 1993-1-5 (2020), 11.3.1, (3) [14]

Il convient que chaque raidisseur double composé de plats présente une aire de section au moins égale à  $\frac{4.h_w.t_w^2}{e}$ , où  $e$  est la distance entre axes des raidisseurs et  $e > 0, 1.h_w$ .

La valeur de  $e$  doit donc être prise comme le maximum entre ces deux bornes inférieures :

- $2.b_s.t_s > \frac{4.h_w.t_w^2}{e} \Rightarrow e > \frac{4.h_w.t_w^2}{2.b_s.t_s}$
- $e > 0, 1.h_w$

On définit  $e_{min}$  comme la plus grande des deux bornes définies ci-dessus, arrondi à la dizaine supérieure en  $mm$ .

On doit cependant vérifier que l'âme du montant ne soit pas de classe 4. La section de cette âme est évaluée comme suit :  $A_{ame} = (e_{min} - t_s).t_w$ .

▷ EN 1993-1-1, Table 5.2 [6]

$$c = e_{min} - t_s - 2.a.\sqrt{2}$$

La classe de l'âme comprimée est au maximum de classe 3 si  $c/t_w \leq 42\varepsilon$ , où  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = e_{min} - t_s - 2.a.\sqrt{2}$$

La classe de l'âme comprimée est au maximum de classe 3 si  $c/t_w \leq 38\varepsilon$ , où  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

Si  $e_{min}$  ne donne pas une âme de classe 4, on considérera que  $e = e_{min}$ . Dans le cas contraire, le couple de valeur  $(b_s - t_s)$  ne peut mener à un montant d'extrémité rigide réalisable.

### Généralités pour les raidisseurs

▷ EN 1993-1-5, 9.1, (2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.1, (2) [14]

La section d'un raidisseur peut être considérée comme l'aire de section brute des plats plus une contribution de l'âme égale à  $15.\varepsilon.t_w$ . Cette dernière ne peut être supérieure à la dimension réelle disponible, de chaque côté du raidisseur. Ceci doit être fait en évitant tout chevauchement des parties collaborantes correspondant aux raidisseurs voisins.

On définit  $d_1$  comme la longueur collaborant de l'âme située entre le raidisseur et l'appui le plus proche. La longueur de l'âme collaborante située entre le raidisseur et le centre de la poutre est quant à elle dénommée  $d_2$ .

- Si  $a < 15.t_w.\varepsilon_w$ , avec  $\varepsilon_w = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$  et  $a$  la longueur du panneau adjacent à l'appui

$$d_2 = a$$

- Si  $a \geq 15.t_w.\varepsilon_w$ , avec  $\varepsilon_w = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$  et  $a$  la longueur du panneau adjacent à l'appui

$$d_2 = 15.t_w.\varepsilon_w$$

⇒ Les raidisseurs étant situés en bord de poutre, on considérera  $d_1 = 0$  (la contribution de l'âme du côté de l'appui)

Les propriétés du montant en considérant une contribution de l'âme sont les suivantes :

- $A_{s+ame} = 4.b_s.t_s + (d_1 + t_s + e + d_2).t_w$
- $\bar{y}_{s+ame} = \frac{2.b_s+t_w}{2}$
- $I_{s+ame} = 2.\frac{t_s.(2.b_s+t_w)^3}{12} + \frac{(e-t_s).t_w^3}{12} + \frac{d_1.t_w^3}{12} + \frac{d_2.t_w^3}{12}$

### A.15.3 Montants d'extrémité rigide et raidisseurs intermédiaires : "appuis\_rigide\_int"

Dans le cas où des raidisseurs intermédiaires doivent être placés, il faut d'abord que les plats vérifient les critères de dimensionnement des montants d'extrémité rigide. En effet, il ne sera pas possible d'avoir des raidisseurs intermédiaires sans montants d'extrémité rigide. De plus, les dimensions des plats et des soudures doivent être identiques pour les deux types de raidisseurs. Si toutes les vérifications sont faites pour les montants d'extrémité rigide, alors on peut passer aux critères spécifiques des raidisseurs intermédiaires :

#### Généralités pour les raidisseurs

▷ EN 1993-1-5, 9.1, (2) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.1, (2) [14]

La section d'un raidisseur peut être considérée comme l'aire de section brute des plats plus une contribution de l'âme égale à  $15 \cdot \varepsilon_w \cdot t_w$ . Cette dernière ne peut être supérieure à la dimension réelle disponible, de chaque côté du raidisseur. Ceci doit être fait en évitant tout chevauchement des parties collaborantes correspondant aux raidisseurs voisins.

On définit  $d_1$  comme la longueur collaborante de l'âme située entre le raidisseur et l'appui le plus proche. La longueur de l'âme collaborante située entre le raidisseur et le centre de la poutre est quant à elle dénommée  $d_2$ .

- Si  $\frac{a_1}{2} < 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w$ , avec  $\varepsilon_w = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

$$d_1 = \frac{a_1}{2}$$

- Si  $\frac{a_2^*}{2} < 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w$ , avec  $\varepsilon_w = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

$$d_2 = \frac{a_2^*}{2}$$

- Si  $\frac{a_1}{2} \geq 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w$ , avec  $\varepsilon_w = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

$$d_1 = 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w$$

- Si  $\frac{a_2^*}{2} \geq 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w$ , avec  $\varepsilon_w = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

$$d_2 = 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w$$

\*  $\Rightarrow$  Si le panneau  $a_2$  n'est pas entouré de raidisseurs mais possède une extrémité correspondant au centre de la poutre, alors on remplacera  $\frac{a_2}{2}$  par  $a_2$ .

Les propriétés du raidisseur en considérant une contribution de l'âme sont les suivantes :

- $A_{s+ame} = 2 \cdot b_s \cdot t_s + (d_1 + t_s + d_2) \cdot t_w$
- $\bar{y}_{s+ame} = \frac{2 \cdot b_s \cdot t_s}{2}$
- $I_{s+ame} = \frac{t_s \cdot (2 \cdot b_s + t_s)^3}{12} + \frac{d_1 \cdot t_w^3}{12} + \frac{d_2 \cdot t_w^3}{12}$

#### Détails géométriques pour la reprise du cisaillement

▷ EN 1993-1-5, 9.3.3, (3), (9.6) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.3.3, (3), (11.11) [14]

Il convient que la section efficace des raidisseurs intermédiaires agissant comme supports rigides des panneaux d'âme présente l'inertie minimale  $I_{s+ame}$  suivante :

- si  $a/h_w < \sqrt{2}$  :

$$I_{s+ame} \geq \frac{1,5 \cdot h_w^3 \cdot t_w^3}{a^2}$$

- si  $a/h_w \geq \sqrt{2}$  :

$$I_{s+ame} \geq 0,75 h_w t_w^3$$

Où  $a$  est la plus petite longueur des panneaux adjacents au raidisseur.

### Contraintes normales

- ▷ EN 1993-1-5, 9.1, (3) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.1, (3) [14]

Il convient de considérer l'effort normal appliqué sur un raidisseur transversal comme la somme de la résultante des cisaillements et de toute charge extérieure.

- ▷ EN 1993-1-5, 9.2.1, (2) [8]

Il convient de considérer le raidisseur transversal comme une barre simplement appuyée soumise à un chargement latéral avec une imperfection sinusoïdale initiale  $w_0$ .

- $b = h_w + t_w$
- $a_1$  est la longueur du panneau de cisaillement à gauche du raidisseur
- $a_2$  est la longueur du panneau de cisaillement à droite du raidisseur
- $s = \min \{a_1; a_2; b\}$
- $w_0 = \frac{s}{300}$

- ▷ EN 1993-1-5, 9.2.1, (4) [8]

Il convient de vérifier, sur la base d'une analyse élastique au second ordre, que les deux critères suivants sont satisfaits à l'état limite ultime :

- la contrainte maximale exercée sur le raidisseur ne dépasse pas  $\frac{f_{y,s}}{\gamma_{M_1}}$
- la flèche supplémentaire ne dépasse pas  $f_{add,lim} = \frac{b}{300}$

- ▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (2) [14]

Il convient de considérer le raidisseur transversal comme une barre simplement appuyée soumise à un chargement latéral avec une imperfection sinusoïdale initiale  $w_0$ .

- $b = h_w + t_w$
- $a_1$  est la longueur du panneau de cisaillement à gauche du raidisseur
- $a_2$  est la longueur du panneau de cisaillement à droite du raidisseur
- $s = \min \{a_1; a_2; b\}$
- $w_0 = \frac{s}{200}$

- ▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (4) [14]

Il convient de vérifier, sur la base d'une analyse élastique au second ordre, que les deux critères suivants sont satisfaits à l'état limite ultime :

- la contrainte maximale exercée sur le raidisseur ne dépasse pas  $\frac{f_{y,s}}{\gamma_{M_1}}$
- la flèche supplémentaire ne dépasse pas  $f_{add,lim} = \frac{b}{500}$

Les raidisseurs en bord de panneaux sont comprimés. En effet, un comportement en treillis se développe à travers les panneaux cisailés, les raidisseurs servent alors de bielles de compression. Cet effort est calculé comme suit :

- ▷ EN 1993-1-5, 9.3.3, (3) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.3.3, (4), (11.12) [14]

Il faut considérer un effort de compression axial  $N_{st,Ed}$  :

$$N_{st,Ed} = V_{Ed} - \frac{1}{\lambda_w^2} \frac{h_w \cdot t_w \cdot f_{y,w}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M_1}} \geq 0$$

Avec  $V_{Ed}$  pris égal à l'effort tranchant à une distance  $0,5h_w$  du bord du panneau adjacent soumis à l'effort tranchant maximal.

On considérera le  $\bar{\lambda}_w$  minimal obtenu avec  $a_1$  et  $a_2$  :

▷ EN 1993-1-5, A.3, (1), (A.5) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), A.5, (1), (A.3) [14]

$$\begin{aligned} k_\tau &= 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 & \text{si } a/h_w \geq 1 \\ k_\tau &= 4,00 + 5,34 (h_w/a)^2 & \text{si } a/h_w < 1 \end{aligned}$$

▷ EN 1993-1-5, 5.3, (3), (5.6) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (3), (7.3) [14]

"transverse stiffeners at supports and intermediate transverse"

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w \cdot \sqrt{k_\tau}}$$

▷ EN 1993-1-5, 9.2.1, (6) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (6) [14]

Si le raidisseur est comprimé, il convient d'augmenter l'effort de compression par  $\Delta N_{st,Ed} = \sigma_m b^2 / \pi^2$  afin de tenir compte des efforts de déviation (aussi appelé "effort de poussée au vide", il s'agit d'une substitution de l'effort de flexion latéral de l'âme par un effort axial additionnel). Afin de calculer cet effort, nous devons déterminer différents paramètres à savoir  $N_{Ed}$ ,  $\sigma_{cr,p}$ ,  $\sigma_{cr,c}$  et  $\sigma_m$  :

⊙  $N_{Ed}$  :

▷ EN 1993-1-5, 9.2.1, (5) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (5) [14]

$N_{Ed}$  est l'effort de compression maximal des panneaux adjacents, pris au moins égal à la contrainte de compression maximale multipliée par la moitié de l'aire de compression efficace du panneau, y compris ses raidisseurs.

Afin de calculer  $N_{Ed}$ , il faut déterminer le moment maximal ( $M_{max}$ ) présent sur les deux panneaux adjacents au raidisseur étudié. Dans notre étude d'une poutre bi-appuyée soumise à un effort uniforme, le moment maximal se trouvera sur la section la plus proche du centre de la poutre.

• Section de classe 1 ou 2 :

$$N_{Ed} = \frac{h_w}{2} \cdot t_w \cdot f_{y,w}$$

• Section de classe 3 :

$$N_{Ed} = \frac{h_w}{2} \cdot t_w \cdot \frac{M_{max}}{W_{el,y}} \cdot \frac{h_w}{h}$$

• Section de classe 4 :

$$\begin{aligned} \diamond \sigma_1 &= \frac{M_{max}}{W_{el,y,eff}} \cdot \frac{h - \bar{y}_{eff,1} - t_f}{h - \bar{y}_{eff,1}} \\ \diamond \sigma_2 &= \frac{M_{max}}{W_{el,y,eff}} \cdot \frac{h - \bar{y}_{eff,1} - t_f - b_{c1} - a \cdot \sqrt{2}}{h - \bar{y}_{eff,1}} \end{aligned}$$

$$\diamond \sigma_3 = \frac{M_{max}}{W_{el,y,eff}} \cdot \frac{b_{c2} + (\frac{h}{2} - \bar{y}_{eff,1})}{h - \bar{y}_{eff,1}}$$

$$\diamond \sigma_4 = \frac{M_{max}}{W_{el,y,eff}} \cdot 0$$

Avec,  $b_{eff} = \rho \cdot \bar{b} / 2$ ,  $b_{c1} = 0,4 \cdot b_{eff}$  et  $b_{c2} = 0,6 \cdot b_{eff}$ .

$$N_{Ed} = t_w \cdot ((b_{c1} + a \cdot \sqrt{2}) \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + (b_{c2} + (\frac{h}{2} - \bar{y}_{eff,1})) \cdot \frac{\sigma_3 + \sigma_4}{2}) \geq \frac{A_{c,eff}^p}{2} \cdot \sigma_{max,Ed} = \frac{t_w \cdot (b_{c1} + b_{c2})}{2} \cdot \sigma_1$$

⊙  $\sigma_{cr,p}$  :

▷ EN 1993-1-5, A.1, (2), (A.1) [8]

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \cdot \sigma_E$$

Où

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t_w^2}{12(1 - \nu^2) b^2} = 190000 \cdot \left(\frac{t_w}{b}\right)^2 \text{ [MPa]}$$

Avec,

- $k_{\sigma,p} = 23,9$
- $b = h_w$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (3), (6.5) et (6.6) [14]

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \cdot \sigma_E$$

Où,

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) \bar{b}^2} = 190000 \cdot \left(\frac{t}{\bar{b}}\right)^2 \text{ [MPa]}$$

Avec,

- $k_{\sigma,p} = 23,9$
- $\bar{b} = c = h_w - 2 \cdot r$
- $t = t_w$

⊙  $\sigma_{cr,c}$  :

▷ EN 1993-1-5, 4.5.3, (2), (4.8) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.2, (3), (6.12) [14]

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E t_w^2}{12(1 - \nu^2) a^2}$$

Avec  $a$  le plus petit panneau de part et d'autre du raidisseur.

⊙  $\sigma_m$  :

▷ EN 1993-1-5, 9.2.1, (5), (9.1) [8] || PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (5), (11.3) et (11.4) [14]

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \frac{N_{Ed}}{b} \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right)$$

Avec  $a_1, a_2$  les longueurs des panneaux adjacents.

D'après la littérature scientifique et le livre Design of Plated Structures [1], il est de coutume de borner  $\frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}}$  entre 0,5 et 1,0.

Il faut maintenant vérifier que la contrainte maximale dans le raidisseur soumis à  $N_{st,Ed}$  et

$\Delta N_{st,Ed}$  ne dépasse pas la limite élastique acceptable. Pour ce faire, nous allons utiliser le critère suivant :

▷ EN 1993-1-1, 6.3.3, (4), (6.61) [6] || PrEN 1993-1-1, 8.3.3, (5), (8.88) [13]

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rd}}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1,0$$

▷ NBN EN 193-1-1 ANB (2010) [7]

Lorsque l'élément n'est pas susceptible de se déformer par torsion, la formule (6.61) de EN 1993-1-1 [6] || PrEN 1993-1-1, 8.3.3, (5), (8.88) [13] se réécrit comme suit :

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}}}{\gamma_{M1}} + \mu_y \left[ \frac{C_{my} (M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed})}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) C_{yy} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + 0,6 \sqrt{\frac{W_z}{W_y}} \frac{C_{mz} (M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed})}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) C_{yz} \frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] \leq 1,0$$

Nous avons démontré précédemment que ce critère pouvait se réécrire comme suit :

$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{N_{Ed}}{A_{s+ame}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_{max} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) \cdot I_{s+ame}} \leq \frac{f_{y,s}}{\gamma_{M1}}$$

Où  $N_{Ed}$  est la somme de  $N_{st,Ed}$  et  $\Delta N_{st,Ed}$  ; et  $N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{s+ame}}{h_w^2}$

Si le critère n'est pas vérifié, les dimensions des plats du raidisseur sont à rejeter.

### Critère de flèche additionnelle

La flèche additionnelle du raidisseur est l'amplification de l'imperfection initiale  $w_0$  par l'effort de compression. En élastique, cette amplification vaut :  $\frac{1}{\frac{N_{cr,st}}{N_{Ed}} - 1}$ . Le critère de flèche additionnelle est par conséquent vérifié si :

$$w = w_0 \cdot \frac{1}{\frac{N_{cr,st}}{N_{Ed}} - 1} \leq f_{add,lim}$$

Où  $N_{Ed}$  est la somme de  $N_{st,Ed}$  et  $\Delta N_{st,Ed}$ .

Si le critère n'est pas vérifié, les dimensions des plats du raidisseur sont à rejeter.

### Soudure : "soudure\_int"

Les cordons de soudure entre les plats des raidisseurs internes et le profilé sont dimensionnés comme ceux des montants. Cependant, l'effort de compression ne vaudra pas  $V_{Ed,ELU}$  mais  $N_{Ed}$ .

### A.15.4 Design de raidisseur optimal

Le code renvoie donc une matrice "Resultats\_raidisseurs". Cette dernière contient l'ensemble des sections admissibles pour les plats. La matrice contient également, associé à chaque dimension de plat, le rayon de gorge pour les soudures connectant les plats au profilé.

A partir de cette matrice, on peut déterminer le poids et le coût des raidisseurs. Ces derniers sont calculés comme expliqué dans les sections "Détermination du profilé minimisant le poids" et "Détermination du profilé minimisant le coût". On associera, par conséquent, à chaque raidisseur de la matrice "*Resultats\_raidisseurs*" un poids et un coût. En fonction du type d'optimisation que l'on souhaite, seuls une section de plat et un rayon de gorge seront gardés : soit ceux minimisant le poids ; soit ceux minimisant le coût.

### A.16 Profilé optimal

Nous venons de voir comment était déterminé le design optimal pour les raidisseurs associés à chaque section de la matrice "*Resultat*". Pour rappel, cette dernière contenait l'ensemble des sections de profilé admissibles ainsi que le (les) type(s) de raidisseurs à placer. On vient, dès lors, de la compléter avec les dimensions à donner à ces raidisseurs pour minimiser le poids et/ou le coût.

La dernière étape est, par conséquent, de calculer le poids et le coût total de chaque profilé. Ceci est réalisé comme expliqué dans les sections "Détermination du profilé minimisant le poids" et "Détermination du profilé minimisant le coût".

On obtient une matrice "*Resultat*" finale où chaque profilé admissible est associé à un poids et un coût. Cette matrice peut, dès lors, être utilisée pour comparer les différentes sections admissibles. On s'en servira également pour déterminer celle qui minimise le poids de l'élément et/ou le coût de fabrication.

# Annexe B

## Exercice manuscrit

Une fois le code réalisé, chaque fonction et sous-fonction ont été testées à partir de résultats d'exercices connus. Cependant, afin de vérifier que l'interaction entre ces fonctions est correcte, il est nécessaire de réaliser un exercice de dimensionnement complet à la main et de vérifier, à chaque étape, si les résultats obtenus sont identiques à ceux du code.

Pour ce faire, un cas particulier a été sélectionné dans la matrice "Resultat", obtenue pour :  $L = 20000mm$ ,  $P_{ELU} = 60N/mm$ ,  $P_{ELS} = 45N/mm$  et  $f_{lim} = L/250$ . Ce cas sera celui d'une section de classe 4 possédant un montant d'extrémité rigide et des raidisseurs intermédiaires.

La section étudiée est la suivante :

- $h_w = 700mm$
- $t_w = 6mm$
- $b_f = 720mm$
- $t_f = 35mm$
- $b_s = 100mm$
- $t_s = 10mm$
- Nuance d'acier S355 pour chaque élément
- $a_{profile} = 4mm$  (soudures entre l'âme et les semelles)
- $a_{raidisseurs} = 3mm$  (soudures entre les plats des raidisseurs et le profilé double T)
- Présence de deux montants d'extrémité rigide avec  $e = 80mm$
- Raidisseurs intermédiaires en  $x = \{2680[mm]; 6340[mm]; 13660[mm]; 17320[mm]\}$

### B.1 Limite d'élasticité des semelles et de l'âme

Pour les limites d'élasticité et ultimes des plaques, on a :

▷ EN 10025-4 [4] et EN 10025-6 [5]

- $f_{y,w} = 355MPa$ , car  $t_w \leq 16mm$
- $f_{u,w} = 470MPa$ , car  $t_w \leq 40mm$
- $f_{u,s} = 470MPa$ , car  $t_w \leq 40mm$
- $f_{y,f} = 345MPa$ , car  $16mm < t_f \leq 40mm$
- $f_{u,f} = 470MPa$ , car  $t_f \leq 40mm$
- $f_{y,s} = 345MPa$ , car  $16mm < t_s \leq 40mm$
- $f_{u,s} = 470MPa$ , car  $t_s \leq 40mm$

## B.2 Soudures entre l'âme et les semelles

La dimension du cordon de soudure  $a$  s'évalue comme suit :

▷ PrEN 1993-1-8 (2021), Table 6.1

En considérant une nuance d'acier  $S355$ , on a  $\beta = 0,9$ .

▷ PrEN 1993-1-8 (2021), 6.5.3.3, (2), (6.4) et (3), (6.5)

On peut calculer la résistance comme suit :

$$F_{w,Rd} = f_{vw,d} \cdot a = \frac{f_u / \sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M2}} \cdot a = \frac{470 / \sqrt{3}}{0,9 \cdot 1,25} \cdot 4 = 964,82 N/m$$

Bien que l'âme possède une épaisseur inférieure à  $8mm$ , on placera deux cordons de soudure. Les calculs ci-dessous montrent que deux soudures de  $4mm$  sont les dimensions minimales pour reprendre l'effort de cisaillement. Avec une seule soudure, nous aurions dû utiliser un rayon de gorge de  $8mm$  ( $2 \times 4mm$ ). Cette dimension est nettement supérieure à 70% de  $t_w$ . Elle n'est donc pas acceptable et il faut avoir recours à une soudure de chaque côté de la plaque.

L'effort repris par soudure vaut :

$$F_{w,Ed} = \frac{f_{y,f} \cdot b_f \cdot t_f}{(L/4) \cdot 2} = \frac{345 \cdot 720 \cdot 35}{(20000/4) \cdot 2} = 869,4 N/m$$

On obtient bien  $F_{w,Rd} \geq F_{w,Ed}$ . On remarque également que si  $a$  était égal à  $3mm$ , on obtiendrait  $F_{w,Rd} = 723,615 N/m$  ce qui aurait été insuffisant.  $a = 4mm$  est donc bien la plus petite valeur admissible.

## B.3 Propriétés de la section brute

Les propriétés de la section brute sont calculées comme suit :

- $\bar{y} = \frac{h}{2} = 385mm$
- $\bar{z} = \frac{b_f}{2} = 360mm$
- $A = 2 \cdot t_f \cdot b_f + h_w \cdot t_w = 54600mm^2$
- $I_y = 2 \cdot \frac{t_f^3 \cdot b_f}{12} + \frac{h_w^3 \cdot t_w}{12} + 2 \cdot (\frac{h}{2} - \frac{t_f}{2})^2 \cdot b_f \cdot t_f = 6983480000mm^4$
- $I_z = 2 \cdot \frac{t_f \cdot b_f^3}{12} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{12} = 2177292600mm^4$
- $W_{el,y} = \frac{I_y}{\bar{y}} = 18138909,09mm^3$
- $W_{el,z} = \frac{I_z}{\bar{z}} = 6048035mm^3$
- $I_w = \frac{t_f \cdot b_f^3}{24} (h - t_f)^2 = 2,94055272 \cdot 10^{14}mm^6$
- $I_t = 2 \cdot \frac{b_f \cdot t_f^3}{3} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{3} = 20630400mm^4$

## B.4 Poids propre

Afin de tenir compte du poids propre dans les efforts sollicitant, un poids par mètre de longueur de poutre  $P_w$  est calculé :

$$P_w = A \cdot (1 + 0,02) \cdot \frac{\rho}{10^9} \cdot g = 4,2888 N/mm$$

où  $\rho$  représente la masse volumique de l'acier soit  $7850[kg/m^3]$  et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

- $M_{Ed,ELU} = \frac{(P_{ELU} + P_w \cdot 1.35) \cdot L^2}{8} = \frac{(60 + 4,2888 \cdot 1,35) \cdot 20000^2}{8} = 3289494000 Nmm$
- $M_{Ed,ELS} = \frac{(P_{ELS} + P_w) \cdot L^2}{8} = \frac{(45 + 4,2888) \cdot 20000^2}{8} = 2464440000 Nmm$
- $V_{Ed,ELU} = \frac{(60 + 4,2888 \cdot 1,35) \cdot 20000}{2} = 657898,8 N$

## B.5 Classification de l'âme et des semelles

La semelle supérieure est en compression pure.

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = \frac{b_f - t_w}{2} - a \cdot \sqrt{2} = \frac{720 - 6}{2} - 4 \cdot \sqrt{2} = 351,34 mm$$

On obtient  $c/t_f = 10,038 \leq 14\varepsilon = 14 \cdot \sqrt{235/345} = 11,554$ , la semelle comprimée est donc de classe 3.

L'âme est en flexion pure.

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = h_w - 2 \cdot a \sqrt{2} = 700 - 2 \cdot 4 \sqrt{2} = 688,686 mm$$

On obtient  $c/t_w = 114,781 \geq 121\varepsilon = 121 \cdot \sqrt{235/355} = 98,44$ , l'âme en flexion est donc de classe 4.

La section est, par conséquent de classe 4. On réalisera une analyse élastique avec une section efficace.

### B.5.1 Propriétés de la section efficace

On considère la section brute  $\Rightarrow \psi = -1$  et  $k_\sigma = 23.9$ .

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (2), (6.2) [14]

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_\sigma}} = \frac{688,686/6}{28,4 \cdot \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{23,9}} = 1,0161$$

- $\bar{\lambda}_p = 1,0161 > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} = 0,8742$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = 0,87761 \leq 1,0$$

▷ EN 1993-1-5, Table 4.1 || PrEN 1993-1-5 (2020), Table 6.1 [14]

$$b_{eff} = \rho \cdot c_w / (1 - \psi) = 0,87761 \cdot 688,686 / 2 = 302,2 mm$$

$$b_{c1} = 0,4 \cdot b_{eff} = 120,88 mm \text{ et } b_{c2} = 0,6 \cdot b_{eff} = 181,32 mm$$

- $A_{eff} = A - \frac{(1-\rho)\bar{b}}{(1-\psi)}t_w = 54347,13516mm^2$
- $\bar{y}_{eff} = \frac{t_f \cdot b_f \cdot \frac{t_f}{2} + t_w \cdot (\frac{h_w}{2} + b_{c2}) \cdot (t_f + \frac{h_w}{2} + b_{c2}) + t_w \cdot (b_{c1} + a\sqrt{2}) \cdot (h - t_f - \frac{a\sqrt{2} + b_{c1}}{2}) + t_f \cdot b_f \cdot (h - \frac{t_f}{2})}{A_{eff}} = 384,0584$
- $I_{y,eff} = 2 \cdot \frac{t_f^3 \cdot b_f}{12} + b_f \cdot t_f \cdot (\bar{y}_{eff} - \frac{t_f}{2})^2 + b_f \cdot t_f \cdot (h - \bar{y}_{eff} - \frac{t_f}{2})^2 + \frac{(\frac{h_w}{2} + b_{c2})^3 \cdot t_w}{12} + (\frac{h_w}{2} + b_{c2}) \cdot t_w \cdot (t_f + \frac{h_w}{2} + b_{c2} - \bar{y}_{eff})^2 + \frac{(a\sqrt{2} + b_{c1})^3 \cdot t_w}{12} + (a\sqrt{2} + b_{c1}) \cdot t_w \cdot (h - t_f - \frac{a\sqrt{2} + b_{c1}}{2} - \bar{y}_{eff})^2 = 6973036692mm^4$

Le module de résistance élastique efficace est défini par la fibre extrême la plus sollicitée :

- $W_{el,eff,y} = \frac{I_{y,eff}}{h - \bar{y}_{eff}} = 18067595,44mm^3$

On peut déterminer un moment de flexion résistant  $M_{Rk}$ . Cependant, la limite d'élasticité des semelles et de l'âme peuvent être différentes. Il faut, par conséquent, définir  $f_{y,max}$  :

- $f_{y,w} = 355MPa > f_{y,f} \cdot \frac{h - t_f - \bar{y}_{eff}}{h - \bar{y}_{eff}} = 345 \cdot \frac{770 - 35 - 384,0584}{770 - 384,0584} = 313,712883$

$$f_{y,max} = f_{y,f} = 345MPa$$

On obtient :  $M_{Rk} = W_{el,eff,y} \cdot f_{y,max} = 6233320427Nmm$ .

### B.5.2 Inertie effective à l'ELS

Cette méthode consiste à considérer la section efficace d'un profilé qui n'est soumis, au maximum, qu'à un chargement à l'ELS.

Cela permet d'augmenter l'inertie efficace et, par conséquent, de moins se pénaliser dans le critère de flèche.

- Itération  $n^o1$

On peut calculer  $\psi_{eff,1}$  comme suit :

$$\psi_{eff,1} = -\frac{\bar{y}_{eff,1}}{h - \bar{y}_{eff,1}} = -\frac{384,0584}{770 - 384,0584} = -0,9951$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), Table 6.1 [14]

$$k_{\sigma,eff,1} = 7,81 - 6,29 \cdot \psi_{eff,1} + 9,78 \cdot \psi_{eff,1}^2 = 7,81 - 6,29 \cdot (-0,99512) + 9,78 \cdot (-0,99512)^2 = 23,7541$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (6), (6.7) [14]

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{com,Ed}}{f_{y,w}/\gamma_{M0}}} = 1,0192 \cdot \sqrt{\frac{124,03125}{355/1,0}} = 0,6024$$

Avec,

- $\sigma_{com,Ed} = \frac{M_{Ed,ELS}}{W_{el,y,eff}} \cdot \frac{h - \bar{y}_{eff,1} - t_f}{h - \bar{y}_{eff,1}} = \frac{2464440000}{18067595,44} \cdot \frac{770 - 384,0584 - 35}{770 - 384,0584} = 124,03125MPa$
- $\bar{\lambda}_p = \frac{c_w/t}{28,4\epsilon\sqrt{k_{\sigma,eff,1}}} = \frac{688,686/6}{28,4 \cdot \sqrt{\frac{235}{355} \cdot \sqrt{23,7541}}} = 1,0192$

On a :  $\bar{\lambda}_p = 0,61058 \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} = 0,8738$

$$\rho_{red} = 1,0$$

Vu que  $\rho_{red} = 1,0$ , la section efficace vaut la section brute. On retrouve les propriétés de la section brute :

- $\bar{y}_{eff} = \frac{h}{2} = 385mm$
- $A_{eff} = 2.t_f.b_f + h_w.t_w = 54600mm^2$
- $I_{y,eff} = 2.\frac{t_f^3.b_f}{12} + \frac{h_w^3.t_w}{12} + 2.(\frac{h}{2} - \frac{t_f}{2})^2.b_f.t_f = 6983480000mm^4$

Dans ce cas de figure, il est inutile d'itérer la valeur de  $I_{y,eff}$  car elles seront toutes égales à celle de la section brute.

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 4.3, (6), (4.2) [14]

Le deuxième moment d'inertie à l'état limite d'utilisation peut être calculé comme suit :

$$I_{eff*} = I_{gr} - \frac{\sigma_{gr}}{\sigma_{com,Ed,ser}} (I_{gr} - I_{eff}(\sigma_{com,Ed,ser}))$$

Avec,

- $I_{gr} = I_y$
- $\sigma_{gr} = \frac{M_{Ed,ELS}}{W_{el,y}}$

Vu que  $I_{y,eff} = I_y$ , on a  $I_{eff*} = I_y = 6983480000mm^4$

## B.6 Vérification de la flèche

Pour une poutre bi-appuyée chargée uniformément :

$$\frac{5.[P_{ELS} + P_w].L^4}{384.E.I_{y,eff,red}} \leq f_{lim} \Rightarrow \frac{5.[45 + 4,2888].20000^4}{384.210000.6983480000} = 70,02mm \leq \frac{20000}{250} = 80mm$$

## B.7 Vérification de la résistance à la flexion

### B.7.1 Calcul de $M_{cr}$

▷ EN 1993-1-1 ANB, Annexe D.2, (2), (D.1) [7]

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k_z \cdot L)^2} \left[ \sqrt{\left(\frac{k_z}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot Z_g - C_3 \cdot Z_j)^2} - (C_2 \cdot Z_g - C_3 \cdot Z_j) \right]$$

$$\Rightarrow M_{cr} = 1,12 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 2177292600}{(1 \cdot 20000)^2} \left[ \sqrt{\left(\frac{1}{1}\right)^2 \frac{2,94055272 \cdot 10^{14}}{2177292600} + \frac{(1 \cdot 20000)^2 \cdot \frac{210000}{2 \cdot (1+0,3)} \cdot 20630400}{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 2177292600} + (0,45 \cdot \frac{770}{2})^2 - (0,45 \cdot \frac{770}{2})} \right]$$

$$\Rightarrow M_{cr} = 4877426838Nm$$

### B.7.2 Calcul de $M_{b,Rd}$

On a successivement :

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 8.5 [13]

$$\alpha_{LT} = 0,21 \cdot \sqrt{\frac{W_{el,y}}{W_{el,z}}} = 0,21 \cdot \sqrt{\frac{18138909,09}{6048035}} = 0,3637 \leq 0,64 \text{ car } t_f \leq 40mm$$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.2.2, (1), (8.80) [13]

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{Rk}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{6233320427}{4877426838}} = 1,1305$$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.1.2, (1), (8.80) [13]

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{N_{Rk}}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{54600,345}{1699859,05}} = 1,2922$$

Avec :  $N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{fl}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 2177292600}{20000^2} = 11281733,73N$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.2.3, (2), (8.82) [13]

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + f_M \left( \left( \frac{\bar{\lambda}_{LT}}{\bar{\lambda}_z} \right)^2 \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right) \right]$$

$$\Rightarrow \phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + 1,05 \left( \left( \frac{1,1305}{1,2922} \right)^2 \cdot 0,3637 \cdot (1,2922 - 0,2) + 1,1305^2 \right) \right] = 1,3306$$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.2.3, (2), (8.81) [13]

$$\chi_{LT} = \frac{f_M}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - f_M \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0$$

$$\Rightarrow \chi_{LT} = \frac{1,05}{1,3306 + \sqrt{1,3306^2 - 1,05 \cdot 1,1305^2}} = 0,5289 \leq 1,0$$

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), 8.3.2.1, (4), (8.79) [13]

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{M_{Rk}}{\gamma_{M1}} = 0,5289 \frac{6233320427}{1,0} = 3296803174Nmm$$

La résistance est donc bien supérieure à  $M_{Ed,ELU} = 3283817250Nmm$ . On peut calculer  $\eta_1 = \frac{M_{Ed,ELU}}{M_{b,Rd}} = \frac{3289494000}{3296803174} = 0,998$ .

## B.8 Vérification du non-flambement des semelles dans l'âme

Le critère à vérifier est le suivant :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 10, (1), (10.1) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} \leq k \frac{E}{\beta \cdot f_{yf}} \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}}$$

$\Rightarrow \frac{700}{6} = 116,67 \leq 0,55 \cdot \frac{210000}{1,345} \cdot \sqrt{\frac{700,6}{720,35}} = 136,6744277$ . Le critère est donc bien vérifié.

## B.9 Vérification de la résistance à l'effort tranchant

La matrice "Resultat" a renvoyé quatre emplacements pour des raidisseurs intermédiaires. Cela signifie qu'une solution sans raidisseur intermédiaire ne satisfait pas les critères. Dans une optique de vérification du code, la première étape sera de contrôler qu'une solution sans raidisseur intermédiaire n'est effectivement pas admissible.

### B.9.1 Poutre sans raidisseur

Afin de suivre la méthodologie implémentée à travers le code, on parcourt l'intervalle  $x \in [0; \frac{L}{2}]$  par pas de  $dx = 10mm$ . Si en un point, on a  $\eta_3 > 1$  ou une interaction M-V trop importante, alors la solution sans raidisseur sera rejetée.

Il faut tout d'abord savoir si l'âme voilera par cisaillement.

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

L'âme voile sous cisaillement si :

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \varepsilon$$

$\Rightarrow \frac{700}{6} = 116,67 > \frac{72}{1,2} \cdot \sqrt{\frac{235}{355}} = 48,82$ , l'âme va, par conséquent, voiler sous cisaillement.

Dans le cas d'un voilement de l'âme, il faut déterminer la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (4), (7.5) [14]

"transverse stiffeners at supports only" :

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon} = \frac{700}{86,4 \cdot 6 \cdot \sqrt{\frac{235}{355}}} = 1,6596$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

•  $\bar{\lambda}_w = 1,6596 \geq \frac{0,83}{1,2} = 0,692$

$$\Rightarrow \chi_w = \frac{0,83}{\bar{\lambda}_w} = \frac{0,83}{1,6596} = 0,5001$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} = \frac{0,5001 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 430500,7N$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right) = \frac{720 \cdot 35^2 \cdot 345}{7164,789 \cdot 1,0} \left( 1 - \left( \frac{3289494000}{6390090000} \right)^2 \right) = 31215,64N$$

Avec,

- $b_f = 720 \leq t_w + 2.15 \cdot \varepsilon \cdot t_f = 6 + 2.15 \cdot \sqrt{\frac{235}{345}} \cdot 35 = 872,59 \Rightarrow b_f = 720mm$
- $c = a \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right) = \frac{20000}{2} \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot 720 \cdot 35^2 \cdot 345}{6 \cdot 700^2 \cdot 355} \right) = 7164,789mm$
- $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f) = 720 \cdot 35 \cdot 345 \cdot 735 = 6390090000Nmm$
- $M_{Ed} = M_{Ed,ELU} = 3289494000Nmm$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$V_{b,Rd} = 430500,7N + 31215,64N = 461716,34N \leq \frac{1,2 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 1032995,102N$$

$$\Rightarrow \eta_3 = \frac{V_{Ed,ELU}}{V_{b,Rd}} = \frac{657898,8}{461716,34} = 1,4249$$

$\eta_3$  est supérieur à 1 donc notre poutre ne résiste pas au cisaillement sans l'ajout de raidisseurs.

## B.9.2 Poutre avec montants d'extrémité rigide

Afin de suivre la méthodologie implémentée à travers le code, on parcourt l'intervalle  $x \in [0; \frac{L}{2}]$  par pas de  $dx = 10mm$ . Si en un point, on a  $\eta_3 > 1$  ou une interaction M-V trop importante, alors la solution sans raidisseur sera rejetée.

Il faut tout d'abord savoir si l'âme voilera par cisaillement.

En l'absence de raidisseurs longitudinaux, on peut définir un coefficient  $k_\tau$  comme suit :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), A.5, (1), (A.3) [14]

$$a/h_w = \frac{20000/2}{700} = 14,286 \geq 1 \Rightarrow k_\tau = 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 = 5,3596$$

L'âme voile sous cisaillement si :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

$\Rightarrow \frac{700}{6} = 9116,67 > \frac{31}{1,2} \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,3596} = 48,6594$ , l'âme va, par conséquent, voiler sous cisaillement.

Dans le cas d'un voilement de l'âme, il faut déterminer la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (4), (7.5) [14]

"transverse stiffeners at supports only" :

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon} = \frac{700}{86,4 \cdot 6 \cdot \sqrt{\frac{235}{355}}} = 1.6596$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

•  $\bar{\lambda}_w = 1.6596 \geq 1,08$

$$\Rightarrow \chi_w = \frac{1,37}{0,7 + \bar{\lambda}_w} = \frac{1,37}{0,7 + 1.6596} = 0,5806$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} = \frac{0,5806 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 499803,388N$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right) = \frac{720 \cdot 35^2 \cdot 345}{7164,789 \cdot 1,0} \left( 1 - \left( \frac{3289494000}{6390090000} \right)^2 \right) = 31215,64N$$

Avec,

- $b_f = 720 \leq t_w + 2.15 \cdot \varepsilon \cdot t_f = 6 + 2.15 \cdot \sqrt{\frac{235}{345}} \cdot 35 = 872,59 \Rightarrow b_f = 720mm$
- $c = a \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right) = \frac{20000}{2} \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot 720 \cdot 35^2 \cdot 345}{6 \cdot 700^2 \cdot 355} \right) = 7164,789mm$
- $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f) = 720 \cdot 35 \cdot 345 \cdot 735 = 6390090000Nmm$
- $M_{Ed} = M_{Ed,ELU} = 3289494000Nmm$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$V_{b,Rd} = 499803,388N + 31215,64N = 531019,028N \leq \frac{1,2 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 1032995,102N$$

$$\Rightarrow \eta_3 = \frac{V_{Ed,ELU}}{V_{b,Rd}} = \frac{657898,8}{531019,028} = 1,2389$$

$\eta_3$  est supérieur à 1 donc notre poutre ne résiste pas au cisaillement sans l'ajout de raidisseurs intermédiaires. Il faut bien passer à l'utilisation de raidisseurs intermédiaires en complément de montants d'extrémité rigide.

### B.9.3 Poutre avec montants d'extrémité rigide et raidisseurs intermédiaires

La matrice "Resultat" nous a renvoyé les positions des quatre raidisseurs intermédiaires à placer pour satisfaire le critère d'interaction M-V et offrir une résistance à l'effort tranchant suffisante. La poutre est symétrique. On peut se contenter d'analyser un demi-profilé constitué des panneaux de cisaillement suivants :

- Panneau raidi 1 :  $x \in [0; 2680mm] \Rightarrow a_1 = 2680[mm]$
- Panneau raidi 2 :  $x \in [2680mm; 6340mm] \Rightarrow a_2 = 3660[mm]$
- zone "non-raidié" :  $x \in [6340mm; 10000mm] \Rightarrow a_3 = 3660[mm]$

La première étape est de voir si le premier panneau possède une longueur  $a$  suffisante. Pour rappel, le code évalue différentes valeurs  $a$  en partant de  $a = 4 \cdot h_w$  puis en décroissant jusqu'à  $a = 0$  par pas de  $10mm$ . Si le code fonctionne correctement, on devrait trouver que  $a_1 = 2690[mm]$  ne permet pas de satisfaire le critère d'interaction M-V et/ou de résistance à l'effort tranchant en au moins un point  $x \in [0; 2690mm]$ . La résolution avec  $a_1 = 2680[mm]$  sur  $x \in [0; 2680mm]$  devrait, quant à elle, satisfaire l'ensemble des critères. La résolution sera présentée en deux colonnes. Celle de gauche avec  $a = 2690mm$  et celle de droite avec  $a = 2680mm$ .

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), A.5, (1), (A.3) [14]

$$a/h_w = \frac{2690}{700} = 3,8429 \geq 1$$

$$\Rightarrow k_\tau = 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 = 5,61086$$

L'âme voile sous cisaillement si :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

$$\Rightarrow \frac{700}{6} = 116,67 > \frac{31}{1,2} \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,61086} = 49,78688, \text{ l'âme va, par conséquent, voiler sous cisaillement.}$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), A.5, (1), (A.3) [14]

$$a/h_w = \frac{2680}{700} = 3,8286 \geq 1$$

$$\Rightarrow k_\tau = 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 = 5,61289$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

$$\Rightarrow \frac{700}{6} = 116,67 > \frac{31}{1,2} \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,61289} = 49,7959, \text{ l'âme va, par conséquent, voiler sous cisaillement.}$$

Dans le cas d'un voilement de l'âme, il faut déterminer la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (3), (7.3) [14]

"transverse stiffeners at supports and intermediate transverse" :

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\tau}}$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_w = \frac{700}{37,4 \cdot 6 \cdot \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,61086}} = 1,6186$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (3), (7.3) [14]

"transverse stiffeners at supports and intermediate transverse" :

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\tau}}$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_w = \frac{700}{37,4 \cdot 6 \cdot \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,61289}} = 1,6183$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

- $\bar{\lambda}_w = 1,6186 \geq 1,08$

$$\Rightarrow \chi_w = \frac{1,37}{0,7+\bar{\lambda}_w} = \frac{1,37}{0,7+1,6186} = 0,59087$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$\Rightarrow V_{bw,Rd} = \frac{0,59087 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 508638,1798N$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow V_{bf,Rd} = \frac{720 \cdot 35^2 \cdot 345}{1927 \cdot 3282 \cdot 1,0} \left( 1 - \left( \frac{1531723832}{6390090000} \right)^2 \right) = 148810,2788N$$

Avec,

- $b_f = 720 \leq t_w + 2.15 \cdot \varepsilon \cdot t_f = 6 + 2.15 \cdot \sqrt{\frac{235}{345}} \cdot 35 = 872,59 \Rightarrow b_f = 720mm$

- $c = a \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right) = 2690 \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot 720 \cdot 35^2 \cdot 345}{6 \cdot 700^2 \cdot 355} \right) = 1927,3282mm$

- $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f) = 720 \cdot 35 \cdot 345 \cdot 735 = 6390090000Nmm$

- $M_{Ed} = V_{Ed,ELU} \cdot 2690 - (P_{ELU} + P_w \cdot 1,35) \cdot \frac{2690^2}{2} = 1531723832Nmm$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$V_{b,Rd} = 508638,1798N + 148810,2788N = 657448,4586N \leq \frac{1,2 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 1032995,102N$$

$$\Rightarrow \eta_3 = \frac{V_{Ed,ELU}}{V_{b,Rd}} = \frac{657898,8}{657448,4586} = 1,0007$$

$\eta_3$  est supérieur à 1 donc notre panneau ne résiste pas au cisaillement.

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

- $\bar{\lambda}_w = 1,6183 \geq 1,08$

$$\Rightarrow \chi_w = \frac{1,37}{0,7+\bar{\lambda}_w} = \frac{1,37}{0,7+1,6183} = 0,59095$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$\Rightarrow V_{bw,Rd} = \frac{0,59095 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 508707,05N$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow V_{bf,Rd} = \frac{720 \cdot 35^2 \cdot 345}{1920 \cdot 1634 \cdot 1,0} \left( 1 - \left( \frac{1526911261}{6390090000} \right)^2 \right) = 149422,6687N$$

Avec,

- $b_f = 720 \leq t_w + 2.15 \cdot \varepsilon \cdot t_f = 6 + 2.15 \cdot \sqrt{\frac{235}{345}} \cdot 35 = 872,59 \Rightarrow b_f = 720mm$

- $c = a \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right) = 2680 \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot 720 \cdot 35^2 \cdot 345}{6 \cdot 700^2 \cdot 355} \right) = 1920,1634mm$

- $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f) = 720 \cdot 35 \cdot 345 \cdot 735 = 6390090000Nmm$

- $M_{Ed} = V_{Ed,ELU} \cdot 2680 - (P_{ELU} + P_w \cdot 1,35) \cdot \frac{2680^2}{2} = 1526911261Nmm$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$V_{b,Rd} = 508707,05N + 149422,6687N = 658129,7187N \leq \frac{1,2 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 1032995,102N$$

$$\Rightarrow \eta_3 = \frac{V_{Ed,ELU}}{V_{b,Rd}} = \frac{657898,8}{658129,7187} = 0,9996$$

$\eta_3$  est inférieur à 1 donc notre panneau résiste au cisaillement.

On pourrait se demander si en un point  $x \in [0; 2700mm]$  on a une interaction M-V. Cependant, pour devoir considérer une interaction, il faut qu'en un point  $x$ ,  $\eta_1$  soit supérieur à  $\frac{M_{f,Rk}}{M_{eff,Rk}} = \frac{b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f)}{M_{Rk}} = \frac{720.35.345.735}{6233320427} = 1,02515$ . Ceci est donc impossible car nous savons qu'en aucun cas  $\eta_1$  ne peut être supérieur à 1. On peut, par conséquent, conclure que si  $\eta_3$  est inférieur à 1 en  $x = 0$ , notre poutre résistera en tout point  $x \in [0; 2680mm]$ .

La présence d'un premier raidisseur en  $x = 2680[mm]$  est maintenant validée. Il faut dès lors vérifier si le placement du second raidisseur est justifié et correcte. Tout d'abord vérifions que la zone  $[2680; 10000]$  a effectivement besoin d'un second raidisseur en testant  $a = 7320mm$  sur  $x \in [2680; 10000]$  :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), A.5, (1), (A.3) [14]

- $a/h_w = \frac{7320}{700} = 10,4571 \geq 1$

$$\Rightarrow k_\tau = 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 = 5,37658$$

L'âme voile sous cisaillement si :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

$\Rightarrow \frac{700}{6} = 116,67 > \frac{31}{1,2} \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,37658} = 48,7363$ , l'âme va, par conséquent, voiler sous cisaillement.

Dans le cas d'un voilement de l'âme, il faut déterminer la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (3), (7.3) [14]

"transverse stiffeners at supports and intermediate transverse" :

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\tau}}$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_w = \frac{700}{37,4 \cdot 6 \cdot \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,37658}} = 1,653493$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

- $\bar{\lambda}_w = 1,653493 \geq \frac{0,83}{1,2} = 0,692$

$$\Rightarrow \chi_w = \frac{0,83}{\bar{\lambda}_w} = \frac{0,83}{1,653493} = 0,501968$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$\Rightarrow V_{bw,Rd} = \frac{0,501968 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 432108,4227N$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow V_{bf,Rd} = \frac{720 \cdot 35^2 \cdot 345}{5244 \cdot 625 \cdot 1,0} \left( 1 - \left( \frac{3289494000}{6390090000} \right)^2 \right) = 42644,3172N$$

Avec,

- $b_f = 720 \leq t_w + 2.15 \cdot \varepsilon \cdot t_f = 6 + 2.15 \cdot \sqrt{\frac{235}{345}} \cdot 35 = 872,59 \Rightarrow b_f = 720mm$
- $c = a \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right) = 7320 \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot 720 \cdot 35^2 \cdot 345}{6.700^2 \cdot 355} \right) = 5244,625mm$
- $M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f) = 720 \cdot 35 \cdot 345 \cdot 735 = 6390090000Nmm$
- $M_{Ed} = M_{Ed,ELU} = 3289494000Nmm$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$V_{b,Rd} = 432108,4227N + 42644,3172N = 474752,7399N \leq \frac{1,2 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 1032995,102N$$

$$V_{Ed,max} = V_{Ed,ELU} \cdot \frac{\frac{L}{2} - 2680}{\frac{L}{2}} = 481582,8N$$

$\Rightarrow \eta_3 = \frac{V_{Ed,max}}{V_{b,Rd}} = \frac{481582,8}{474752,7399} = 1,0143$ ;  $\eta_3$  est supérieur à 1 donc notre panneau ne résiste pas au cisaillement.

Vérifions maintenant le second panneau avec  $a = 3660mm$  et  $x \in [2680; 6340]$ . Si l'ensemble des critères sont vérifiés pour cet intervalle alors ils le seront aussi pour la zone dite "non-raïdie" où  $x \in [6340; 10000]$ . En effet, la résistance y sera quasi similaire mais l'effort de cisaillement sera réduit de moitié.

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), A.5, (1), (A.3) [14]

$$\bullet a/h_w = \frac{3660}{700} = 5,2286 \geq 1$$

$$\Rightarrow k_\tau = 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 = 5,48632$$

L'âme voile sous cisaillement si :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.1, (2) [14]

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

$\Rightarrow \frac{700}{6} = 116,67 > \frac{31}{1,2} \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,48632} = 49,23122$ , l'âme va, par conséquent, voiler sous cisaillement.

Dans le cas d'un voilement de l'âme, il faut déterminer la contribution dite de l'âme  $V_{bw,Rd}$  et des semelles  $V_{bf,Rd}$ .

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.3, (3), (7.3) [14]

"transverse stiffeners at supports and intermediate transverse" :

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37,4 \cdot t_w \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\tau}}$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_w = \frac{700}{37,4 \cdot 6 \cdot \sqrt{\frac{235}{355}} \cdot \sqrt{5,48632}} = 1,63687$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), Table 7.1 [14]

$$\bullet \bar{\lambda}_w = 1,63687 \geq \frac{0,83}{1,2} = 0,692$$

$$\Rightarrow \chi_w = \frac{0,83}{\bar{\lambda}_w} = \frac{0,83}{1,63687} = 0,5070645$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.2) [14]

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$\Rightarrow V_{bw,Rd} = \frac{0,5070645 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 436495,9748N$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.4, (1), (7.7) et (7.8) [14]

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{c \cdot \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow V_{bf,Rd} = \frac{720 \cdot 35^2 \cdot 345}{2622,31 \cdot 1,0} \left( 1 - \left( \frac{2848854150}{6390090000} \right)^2 \right) = 92975,15N$$

Avec,

$$\bullet b_f = 720 \leq t_w + 2 \cdot 15 \cdot \varepsilon \cdot t_f = 6 + 2 \cdot 15 \cdot \sqrt{\frac{235}{345}} \cdot 35 = 872,59 \Rightarrow b_f = 720mm$$

$$\bullet c = a \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right) = 3660 \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot 720 \cdot 35^2 \cdot 345}{6 \cdot 700^2 \cdot 355} \right) = 2622,31mm$$

$$\bullet M_{f,Rd} = b_f \cdot t_f \cdot f_{yf} \cdot (h - t_f) = 720 \cdot 35 \cdot 345 \cdot 735 = 6390090000Nmm$$

$$\bullet M_{Ed} = V_{Ed,ELU} \cdot 6340 - (P_{ELU} + P_w \cdot 1,35) \cdot \frac{6340^2}{2} = 2848854150Nmm$$

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 7.2, (1), (7.1) [14]

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$$

$$V_{b,Rd} = 436495,9748N + 92975,15N = 529471,126N \leq \frac{1,2 \cdot 355 \cdot 700 \cdot 6}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 1032995,102N$$

$$V_{Ed,max} = V_{Ed,ELU} \cdot \frac{\frac{L}{2} - 2680}{\frac{L}{2}} = 481582,8N$$

$$\Rightarrow \eta_3 = \frac{V_{Ed,max}}{V_{b,Rd}} = \frac{481582,8}{529471,126} = 0,9096; \eta_3 \text{ est inférieur à } 1 \text{ donc notre panneau résiste au}$$

cisaillement. En effet, nous avons vu précédemment que  $\frac{M_{f,Rk}}{M_{eff,Rk}} \geq 1,0$ . Toute interaction M-V est par conséquent impossible. Si  $\eta_3 \leq 1$ , la poutre résiste au cisaillement.

## B.10 Vérification des dimensions des raidisseurs

Nous venons de démontrer que le profilé nécessitait le placement de montants d'extrémité rigide et de raidisseurs intermédiaires. Le code a donc déterminé que les dimensions  $b_s = 100mm$ ,  $t_s = 10mm$  et  $e = 80mm$  minimisaient le poids et le coût des raidisseurs. Nous allons, dans cette section, vérifier que ces dimensions vérifient bien tous les critères de dimensionnement.

### B.10.1 Montants rigide d'extrémité

Commençons par vérifier que l'espace disponible sous les semelles est suffisant pour placer ces plats de raidisseurs. Pour cela il faut que le critère suivant soit vérifié :

$$b_s = 100mm \leq \frac{b_f - t_w}{2} = 357mm$$

⇒ L'espace est donc suffisant.

Dans un souci économique, on ne considérera que les plats de raidisseur pleinement efficaces. La classe de ces derniers sera donc limitée au maximum à la troisième :

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = b_s - a.\sqrt{2} = 100 - 3.\sqrt{2} = 95,76mm$$

Où le cordon de soudure est pris égal à  $3mm$ .

L'âme est bien au plus de classe 3 vu que :  $c/t_s = 9,576 \leq 14\varepsilon = 11,55$ , où  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,s}}}$

On peut maintenant vérifier le critère de non-flambement par torsion :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (8), (11.8) [14]

$$\frac{b_s}{t_s} = 10 \leq \sqrt{\frac{E}{5,3.f_{y,s}} - \frac{1}{4}} = 10,7$$

Cette inéquation est vérifiée, on peut donc conclure que les risques de flambement par torsion du raidisseur sont évités.

Les montants d'extrémité rigide sont constitués de deux raidisseurs doubles espacés d'une distance entre axe  $e$ . Cette distance doit respecter deux conditions :

▷ PrEn 1993-1-5 (2020), 11.3.1, (3) [14]

- $e = 80mm \geq \frac{4.h_w.t_w^2}{2.b_s.t_s} = \frac{4.700.6^2}{2.100.10} = 50,4mm$
- $e = 80 > 0,1.h_w = 0,1.700 = 70mm$

On a donc  $e > 70mm$ . La valeur  $e = 80mm$  est bien la plus petite valeur admissible pour la distance entre axe.

Vérifions si l'âme du montant n'est pas de classe 4 :

▷ PrEN 1993-1-1 (2020), Table 7.3 [13]

$$c = e - t_s - 2.a.\sqrt{2} = 61,5147$$

⇒ La classe de l'âme comprimée est bien de classe 3 vu que  $c/t_w = 10,25 \leq 38\varepsilon = 30,92$ , où  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{y,w}}}$

Les propriétés des montants d'extrémité rigide sont définies comme suit :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.1, (2) [14]

- $a_1 = 2680mm \geq 15.t_w.\varepsilon_w = 73,225mm$

$$d_2 = 15.t_w.\varepsilon_w = 73,225mm$$

⇒ Les raidisseurs étant situés en bord de poutre, on considérera  $d_1 = 0$  (la contribution de l'âme du côté de l'appui)

Les propriétés du montant en considérant une contribution de l'âme sont les suivantes :

- $A_{s+ame} = 4.b_s.t_s + (d_1 + t_s + e + d_2).t_w = 4.100.10 + (10 + 80 + 73,225).6 = 4979,35mm^2$
- $\bar{y}_{s+ame} = \frac{2.b_s+t_w}{2} = \frac{2.100+6}{2} = 103mm$
- $I_{s+ame} = 2.\frac{t_s.(2.b_s+t_w)^3}{12} + \frac{(e-t_s).t_w^3}{12} + \frac{d_1.t_w^3}{12} + \frac{d_2.t_w^3}{12} = 2.\frac{10.(2.100+6)^3}{12} + \frac{(80-10).6^3}{12} + \frac{73,225.6^3}{12} = 14571173,01mm^4$

A présent, on peut utiliser ces propriétés pour déterminer si la contrainte interne et la flèche additionnelle ne dépassent pas les limites dimensionnelles :

$$\sigma_{max} = \frac{N_{Ed}}{A_{s+ame}} + \frac{N_{Ed}.e_{max}.w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right).I_{s+ame}} = \frac{657898,8}{4979,35} + \frac{657898,8.103.3,53}{\left(1 - \frac{657898,8}{61633591,4}\right).14571173,01} = 148,72MPa$$

⇒  $\sigma_{max} = 148,72MPa \leq \frac{f_{y,s}}{\gamma_{M1}} = 345MPa$ , la contrainte maximale n'est donc pas dépassée.

Avec ,

- $N_{Ed} = V_{Ed,ELU} = 657898,8$
- $e_{max} = b_s + \frac{t_w}{2} = 103mm$
- $s = \min(a_1 = 2680, a_2 = \infty, b) = 706mm$ , où  $b = h_w + t_w = 706mm$
- $w_0 = \frac{s}{200} = 3,53mm$
- $N_{cr,y} = \frac{\pi^2.E.I_{s+ame}}{h_w^2} = 61633591,4N$

La flèche additionnelle du raidisseur est l'amplification de l'imperfection initiale  $w_0$  par l'effort de compression. En élastique, cette amplification vaut :  $\frac{1}{\frac{N_{cr,st}}{N_{Ed}} - 1}$ . Le critère de flèche additionnelle est par conséquent vérifié si :

$$w = w_0.\frac{1}{\frac{N_{cr,st}}{N_{Ed}} - 1} \leq f_{add,lim} = 3,53.\frac{1}{\frac{61633591,4}{657898,8} - 1} = 0,038mm \leq \frac{b}{500} = \frac{706}{500} = 1,412mm$$

Pour finir, il faut vérifier qu'un rayon de gorge de  $3mm$  situé de part et d'autre du plat est admissible. Les soudures doivent faire transiter la reprise de l'effort de flexion des plats vers l'âme. Cet effort de flexion peut être considéré égal à :

$$\sigma_{flexion} = \frac{N_{Ed}.e_{max}.w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right).I_{s+ame}} = 16,59MPa$$

On admettra, de manière sécuritaire, que l'effort maximal à faire transiter entre le plat et le profilé vaut  $F = b_s \cdot t_s \cdot \sigma_{flexion} = 16594,56N$ . Soit un effort  $F_{w,Ed} = \frac{F}{h_w/4} = 94,826N$ .

On obtient :

$$f_{vw,d} = \frac{f_u/\sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M_2}} = 241,2MPa$$

$$a \geq \frac{F_{w,Ed}}{2 \cdot f_{vw,d}} = 0,1966mm$$

$\Rightarrow a = 3mm$  est bien admissible.

### B.10.2 Raidisseurs intermédiaires

Les propriétés des raidisseurs intermédiaires sont définies comme suit :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.1, (2) [14]

- $a_1 = 2680mm \geq 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w = 73,225mm$

$$d_1 = 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w = 73,225mm$$

- $a_2 = 3660mm \geq 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w = 73,225mm$

$$d_2 = 15 \cdot t_w \cdot \varepsilon_w = 73,225mm$$

Les propriétés du raidisseur en considérant une contribution de l'âme sont les suivantes :

- $A_{s+ame} = 2 \cdot b_s \cdot t_s + (d_1 + t_s + d_2) \cdot t_w = 2 \cdot 100 \cdot 10 + (73,225 + 10 + 73,225) \cdot 6 = 2938,7mm^2$

- $\bar{y}_{s+ame} = \frac{2 \cdot b_s \cdot t_s}{2} = 103mm$

- $I_{s+ame} = \frac{t_s \cdot (2 \cdot b_s + t_w)^3}{12} + \frac{d_1 \cdot t_w^3}{12} + \frac{d_2 \cdot t_w^3}{12} = \frac{10 \cdot (2 \cdot 100 + 6)^3}{12} + 2 \cdot \frac{73,225 \cdot 6^3}{12} = 7287482,767mm^4$

On peut maintenant vérifier que les raidisseurs sont suffisamment rigides. Pour ce faire, ils doivent respecter le critère suivant :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.3.3, (3), (11.11) [14]

- $a/h_w = 2680/700 = 3,8286 \geq \sqrt{2}$  :

$$I_{s+ame} = 7287482,767mm^4 \geq 0,75h_w t_w^3 = 0,75 \cdot 700 \cdot 6^3 = 113400mm^4$$

Où  $a$  est la plus petite longueur des panneaux adjacents au raidisseur.

Il faut dès lors vérifier que la contrainte interne et la flèche additionnelle ne dépassent pas leur limite respective. Pour ce faire, nous devons déterminer l'effort de compression dans le raidisseur. Ce dernier vaut  $N_{Ed} = N_{st,Ed} + \Delta N_{st,Ed}$ .

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.3.3, (4), (11.12) [14]

Il faut considérer un effort de compression axial  $N_{st,Ed}$  :

$$N_{st,Ed} = V_{Ed} - \frac{1}{\lambda_w^2} \frac{h_w \cdot t_w \cdot f_{y,w}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} = 657898,8 \cdot \frac{\frac{20000}{2} - 0,5 \cdot 700}{\frac{20000}{2}} - \frac{1}{1,6183^2} \frac{700 \cdot 6,355}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 306172,91N \geq 0$$

Avec  $V_{Ed}$  pris égal à l'effort tranchant à une distance  $0,5 \cdot h_w$  du bord du panneau adjacent soumis à l'effort tranchant maximal.

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (6) [14]

Si le raidisseur est comprimé, il convient d'augmenter l'effort de compression de  $\Delta N_{st,Ed} = \sigma_m b^2 / \pi^2$  afin de tenir compte des efforts de déviation. Afin de calculer cet effort, nous devons déterminer différents paramètres à savoir  $N_{Ed}$ ,  $\sigma_{cr,p}$ ,  $\sigma_{cr,c}$  et  $\sigma_m$  :

•  $N_{Ed}$  :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (5) [14]

$$\diamond \sigma_1 = \frac{M_{max}}{W_{el,y,eff}} \cdot \frac{h - \bar{y}_{eff,1} - t_f}{h - \bar{y}_{eff,1}} = \frac{2848854150}{18067595,44} \cdot \frac{770 - 384,0584 - 35}{770 - 384,0584} = 143,378MPa$$

$$\diamond \sigma_2 = \frac{M_{max}}{W_{el,y,eff}} \cdot \frac{h - \bar{y}_{eff,1} - t_f - b_{c1} - a \cdot \sqrt{2}}{h - \bar{y}_{eff,1}} = \frac{2848854150}{18067595,44} \cdot \frac{770 - 384,0584 - 35 - 120,88 - 4 \cdot \sqrt{2}}{770 - 384,0584} = 91,6812MPa$$

$$\diamond \sigma_3 = \frac{M_{max}}{W_{el,y,eff}} \cdot \frac{b_{c2} + (\frac{h}{2} - \bar{y}_{eff,1})}{h - \bar{y}_{eff,1}} = \frac{2848854150}{18067595,44} \cdot \frac{181,32 + (\frac{770}{2} - 384,0584)}{770 - 384,0584} = 74,46MPa$$

$$\diamond \sigma_4 = \frac{M_{max}}{W_{el,y,eff}} \cdot 0 = 0MPa$$

$$N_{Ed} = t_w \cdot ((b_{c1} + a \cdot \sqrt{2}) \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + (b_{c2} + (\frac{h}{2} - \bar{y}_{eff,1})) \cdot \frac{\sigma_3 + \sigma_4}{2}) = 129945,4765N$$

$$\Rightarrow N_{Ed} \leq \frac{A_{c,eff}^p}{2} \cdot \sigma_{max,Ed} = \frac{t_w \cdot (b_{c1} + a \cdot \sqrt{2} + b_{c2} + (\frac{h}{2} - \bar{y}_{eff,1}))}{2} \cdot \sigma_1 = 132825,5316N$$

$$\Rightarrow N_{Ed} = 132825,5316N$$

•  $\sigma_{cr,p}$  :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.1, (3), (6.5) et (6.6) [14]

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E = 344,313693MPa$$

Où,

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12 (1 - \nu^2) \bar{b}^2} = 190000 \left( \frac{t}{\bar{b}} \right)^2 = 14,40643MPa$$

Avec,

•  $k_{\sigma,p} = 23,9$

•  $\bar{b} = c = h_w - 2 \cdot a \cdot \sqrt{2} = 688,686mm$

•  $t = t_w = 6mm$

○  $\sigma_{cr,c}$  :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 6.4.2, (3), (6.12) [14]

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E t_w^2}{12 (1 - \nu^2) a^2} = 0,951325MPa$$

Avec  $a = a_1 = 2680mm$ .

•  $\sigma_m$  :

▷ PrEN 1993-1-5 (2020), 11.2.1, (5), (11.3) et (11.4) [14]

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \frac{N_{Ed}}{b} \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) = 0,5 \cdot \frac{132825,5316}{706} \left( \frac{1}{2680} + \frac{1}{3660} \right) = 0,0608MPa$$

Avec  $a_1, a_2$  les longueurs des panneaux adjacents et  $0,5 \leq \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \leq 1,0$ .

$$\Rightarrow \Delta N_{st,Ed} = \sigma_m b^2 / \pi^2 = 0,0608 \cdot 706^2 / \pi^2 = 3070,5N.$$

Il faut maintenant vérifier que la contrainte maximale dans le raidisseur soumis à  $N_{st,Ed}$  et  $\Delta N_{st,Ed}$  ne dépasse pas la limite élastique acceptable. Pour ce faire, nous allons utiliser le critère suivant :

▷ PrEN 1993-1-1, 8.3.3, (5), (8.88) [14]

$$\sigma_{max} = \frac{N_{Ed}}{A_{s+ame}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_{max} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) \cdot I_{s+ame}} = \frac{309243,41}{2938,7} + \frac{309243,41 \cdot 103,3,53}{\left(1 - \frac{309243,41}{30824816,57}\right) \cdot 7287482,767} = 120,82MPa$$

Où  $N_{Ed}$  est la somme de  $N_{st,Ed}$  et  $\Delta N_{st,Ed} = 309243,41N$  ; et  $N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{s+ame}}{h_w^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 7287482,767}{700^2} = 30824816,57N$ .

$\Rightarrow \sigma_{max} = 120,82MPa \leq \frac{f_{y,s}}{\gamma_{M1}} = 345MPa$ , la contrainte maximale n'est donc pas dépassée.

La flèche additionnelle du raidisseur est l'amplification de l'imperfection initiale  $w_0$  par l'effort de compression. En élastique, cette amplification vaut :  $\frac{1}{\frac{N_{cr,st}}{N_{Ed}} - 1}$ . Le critère de flèche additionnelle est par conséquent vérifié si :

$$w = w_0 \cdot \frac{1}{\frac{N_{cr,st}}{N_{Ed}} - 1} \leq f_{add,lim} = 3,53 \cdot \frac{1}{\frac{30824816,57}{309243,41} - 1} = 0,0358mm \leq \frac{b}{500} = \frac{706}{500} = 1,412mm$$

Le critère de flèche additionnelle est donc respecté. On peut passer à la vérification des soudures.

Les soudures entre les plats des raidisseurs intermédiaires et le profilé (âme et semelles) doivent être dimensionnées. Les plats intermédiaires sont soumis à la flexion causée par les efforts de poussée au vide. Cet effort de flexion peut être considéré égal à :

$$\sigma_{flexion} = \frac{N_{Ed} \cdot e_{max} \cdot w_0}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) \cdot I_{s+ame}} = 15,58MPa$$

On admettra, de manière sécuritaire, que l'effort maximal à faire transiter entre le plat et le profilé vaut  $F = b_s \cdot t_s \cdot \sigma_{flexion} = 15585,25N$ . Soit un effort  $F_{w,Ed} = \frac{F}{h_w/4} = 89,06N$ .

On obtient :

$$f_{vw,d} = \frac{f_u/\sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M_2}} = 241,2 MPa$$

$$a \geq \frac{F_{w,Ed}}{2 \cdot f_{vw,d}} = 0,18 mm$$

⇒ On conservera  $a = 3 mm$ .

### B.11 Poids de l'élément

Le poids total de la poutre est l'ensemble de celui des plaques constituant les semelles, de l'âme et des raidisseurs. On peut définir le volume total d'acier comme suit :

- Âme :  $V = (L + 2.e).h_w.t_w = (20000 + 2.80).700.6 = 84672000 mm^3$
- Semelles :  $V = 2.(L + 2.e).b_f.t_f = 2.(20000 + 2.80).720.35 = 108864000 mm^3$
- Raidisseurs :  $V = 16.b_s.t_s.h_w = 16.100.10.700 = 11200000 mm^3$

Le volume total vaut, par conséquent :  $V_{total} = 1111936000 mm^3$ .

On peut déterminer le poids en multipliant ce volume par le poids volumique de l'acier :  $P_{total} = V_{total} \cdot \frac{7850.9,81}{10^9} = 85628,52 N$

### B.12 Coût de l'élément

Le coût du profilé est la somme du coût de chaque plaque le constituant et des soudures pour les lier.

Dans la méthodologie suivie par le code le coût du profilé est calculé sur une longueur  $L$  puis augmenté pour prendre en compte l'allongement de  $2.e$ .

**Coût des semelles** ( $l = 720 mm$ ,  $t = 35 mm$  et  $L = 20000 mm$ ) :

- Prix de base :  $850 €/ton$
- Nuance d'acier :  $83 €/ton$
- Alliage :  $0 €/ton$
- Largeur :  $120 €/ton$
- Certification 3.1 :  $24 €/ton$
- Grenailage :  $29 €/ton$

Ceci nous donne un prix de  $1106 €/ton$ . La masse des semelles est calculée comme suit :

$$M = 2.b_f.t_f.L \cdot \frac{7850}{10^9} = 7912,8 Kg = 7,9128 ton$$

Leur coût vaut par conséquent :  $7,9128 ton \cdot 1106 €/ton = 8751,5568 €$ .

**Coût de l'âme** ( $l = 700 mm$ ,  $t = 6 mm$  et  $L = 20000 mm$ ) :

- Prix de base :  $850 €/ton$
- Nuance d'acier :  $83 €/ton$
- Alliage :  $0 €/ton$

- Largeur : 365€/ton
- Certification 3.1 : 24€/ton
- Grenailage : 90€/ton

Ceci nous donne un prix de 1412€/ton. La masse de l'âme est calculée comme suit :

$$M = h_w.t_w.L.\frac{7850}{10^9} = 659,4Kg = 0,6594ton$$

Leur coût vaut par conséquent : 0,6594ton.1412€/ton = 931,0728€.

**Coût des soudures entre l'âme et les semelles ( $a = 4mm$  et  $L = 20000mm$ ) :**

On aura quatre soudures de 20m réalisées en une seule passe. Le coût de ces soudures est de 40€/passe.m.

⇒ Ceci nous donne un prix de 4.20.40 = 3200€.

Le coût total du profilé hors raidisseur vaut 3200€ + 931,0728€ + 8751,5568€ = 12882,6296€.

**Coût des plats de raidisseur ( $l = 180mm$ ,  $t = 18mm$  et  $L = 700mm$ ) :**

- Prix de base : 850€/ton
- Nuance d'acier : 83€/ton
- Alliage : 0€/ton
- Largeur : 150€/ton
- Certification 3.1 : 24€/ton
- Grenailage : 48€/ton

Ceci nous donne un prix de 1155€/ton. La masse des plats est calculée comme suit :

$$M = 16.b_s.t_s.h_w.\frac{7850}{10^9} = 87,92Kg = 0,08792ton$$

Leur coût vaut par conséquent : 0,08792ton.1155€/ton = 101,5476€.

**Coût de l'allongement de la poutre ( $L^+ = 2.e = 160mm$ ) :**

On estimera ce sur-coût à : 12882,6296€. $\frac{160}{20000}$  = 103,061€.

**Coût des soudures entre les plats de raidisseurs et le profilé ( $a = 3mm$ ) :**

Chacun des 16 plats sera entouré de deux soudures. Ces dernières sont réalisées en une seule passe et possèdent une longueur égale à  $h_w + 2.b_s = 900mm$ .

On aura 32 soudures de 900mm réalisées en une seule passe. Le coût de ces soudures est de 50€/passe.m.

⇒ Ceci nous donne un prix de 32.0,9.50 = 1440€.

Le coût total des raidisseurs vaut : 1440€ + 103,061€ + 101,5476€ = 1644,6086€.

**Coût total :**

Le coût total de fabrication vaut dès lors : 12882,6296€ + 1644,6086€ = 14527,24 €.

Ceci clôture notre exercice manuscrit.

## Annexe C

# Optimisation du poids

### C.1 Aires des sections optimales : Figures

Dans cette annexe, vous trouverez l'ensemble des graphiques représentant les aires de section minimisant le poids de l'élément.

Afin de réaliser une analyse qui dépend de la hauteur maximale  $h_w$  admissible, ces graphiques définissent une section optimale (minimisant le poids total) pour chaque valeur  $h_w$ . La plus petite aire de section correspond au design minimisant le poids total de l'élément. En effet, le poids de l'élément est défini comme suit :

$$P_{\text{inaire}}(h_w) = A_{\text{min}}(h_w) \cdot \frac{M_{\text{vol}} * g}{10^9}$$

Où  $A_{\text{min}}(h_w) = A_{\text{optimale}}(h_w, t_w, b_f, t_f) + A_{\text{raidisseurs}}(h_w, t_w, b_f, t_f, b_s, t_s)$ .

L'aire minimale  $A_{\text{min}}(h_w)$  est la somme de l'aire de la section minimisant le poids total de l'élément ( $A_{\text{optimale}}$ ) et de l'aire fictive associée à la présence de raidisseurs ( $A_{\text{raidisseurs}}$ ). Cette aire fictive ( $A_{\text{raidisseurs}}$ ) équivaut au volume total des raidisseurs divisé par  $L$ .

La hauteur d'âme offrant la plus petite aire  $A_{\text{min}}$  est, par conséquent, celle minimisant le poids total de la section.

Les figures 118 à 148 permettent donc d'étudier les différentes sections optimales en fonction de  $h_w$  pour chaque longueur  $L$ . Les courbes présentes sur ces graphiques sont les suivantes :

- L'aire des semelles ( $A_f$ ) qui minimise le poids total de l'élément en fonction de  $h_w$ .
- L'aire de l'âme ( $A_w$ ) qui minimise le poids total de l'élément en fonction de  $h_w$ .
- Une aire fictive ( $A_{\text{raidisseurs}}$ ) correspondant au volume total des raidisseurs répartis uniformément sur l'élément. Ces raidisseurs dépendent du design optimal associé à  $h_w$ .
- L'aire totale de la section optimale ( $A_{\text{min}}$ ) associée à  $h_w$ . Cette courbe est la somme des trois autres. Son minimum correspond à la section ayant la plus petite aire possible pour ce cas de charge et cette longueur  $L$ . Elle reflète l'évolution du poids minimal de l'élément en fonction de la hauteur d'âme  $h_w$ .

Ces courbes sont toutes en deux exemplaires : l'un en autorisant le placement de raidisseurs, l'autre en ne considérant que les designs avec un montant d'extrémité non-rigide. Il arrive régulièrement que ces deux courbes se superposent (seule la courbe sans raidisseur est alors visible). Cela signifie que pour ces hauteurs d'âme ( $h_w$ ), le design optimal ne comporte pas de raidisseurs intermédiaires ni de montants d'extrémité rigide.

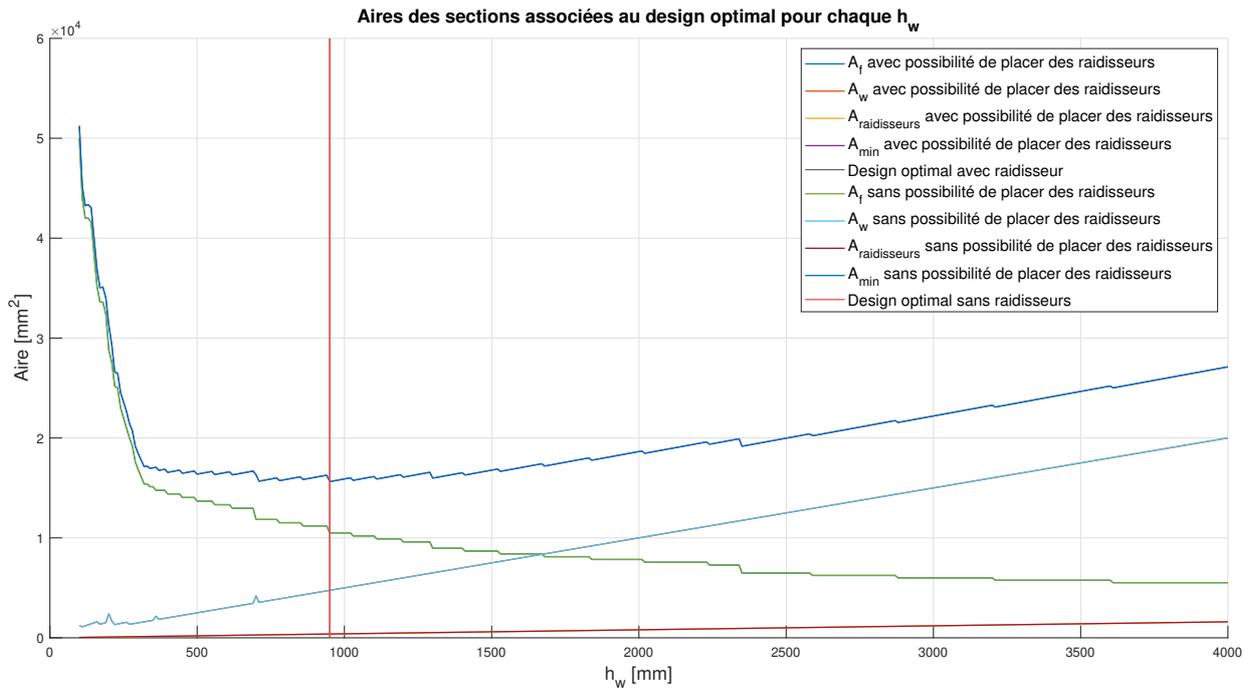


FIGURE 118 –  $L = 10m$ .

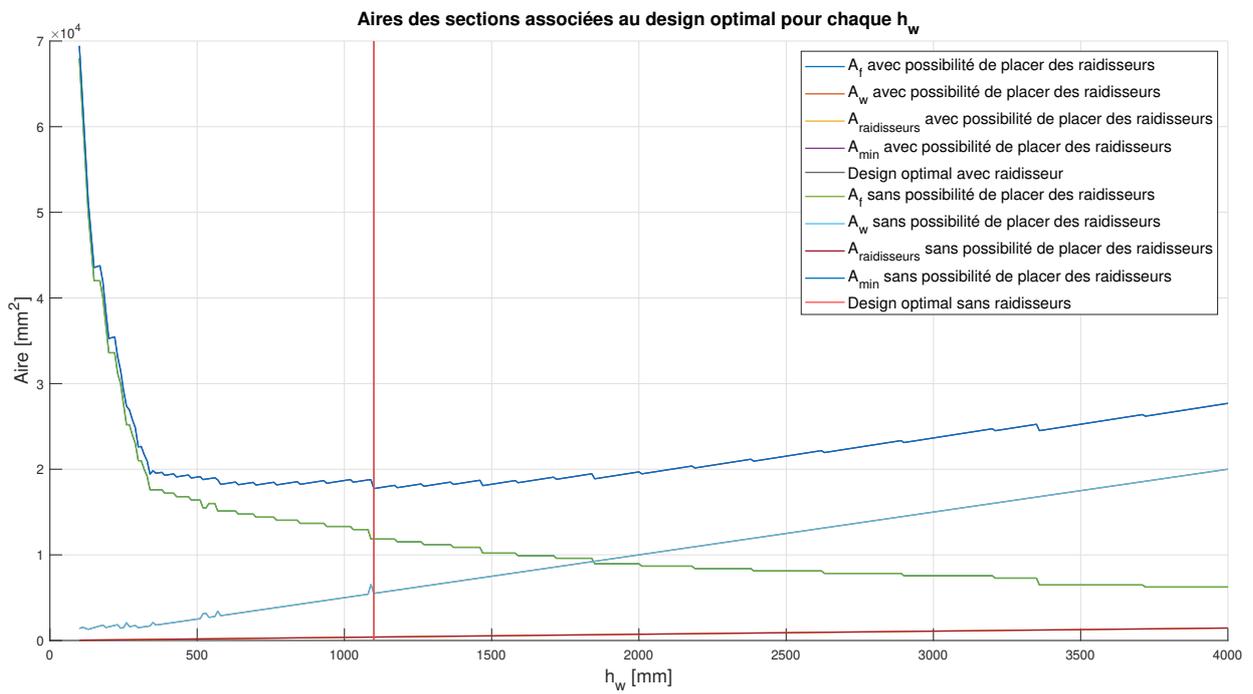


FIGURE 119 –  $L = 11m$ .

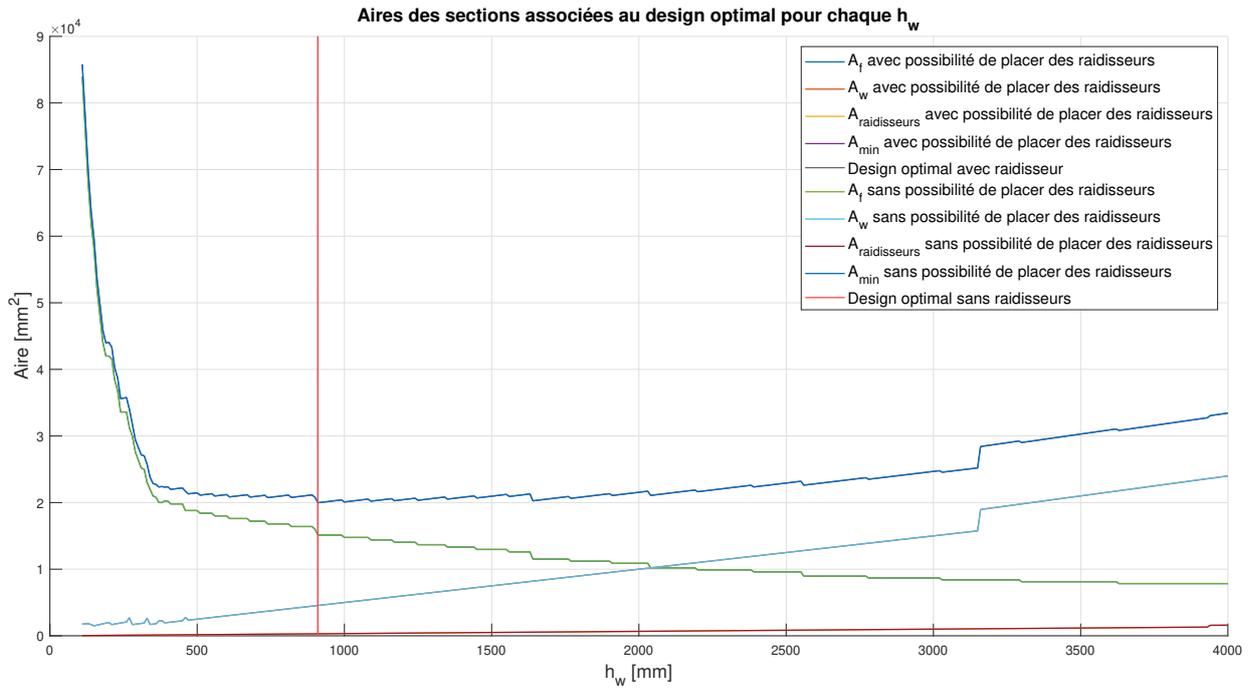


FIGURE 120 –  $L = 12m$ .

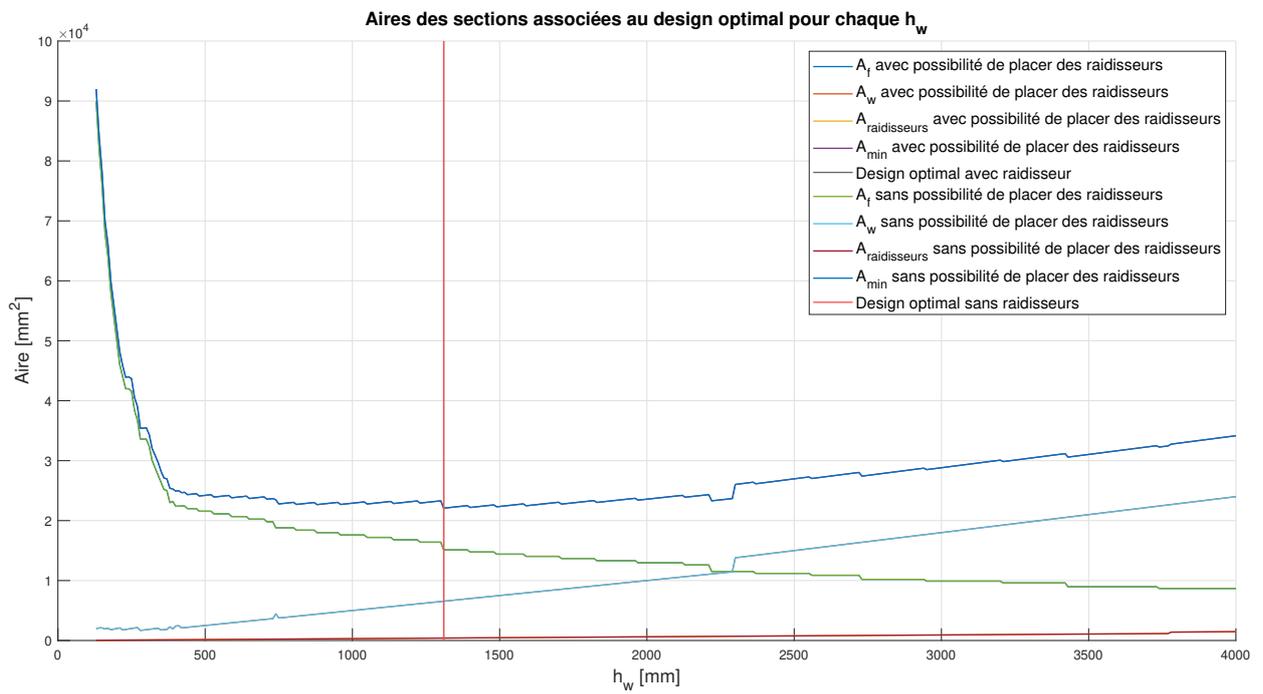


FIGURE 121 –  $L = 13m$ .

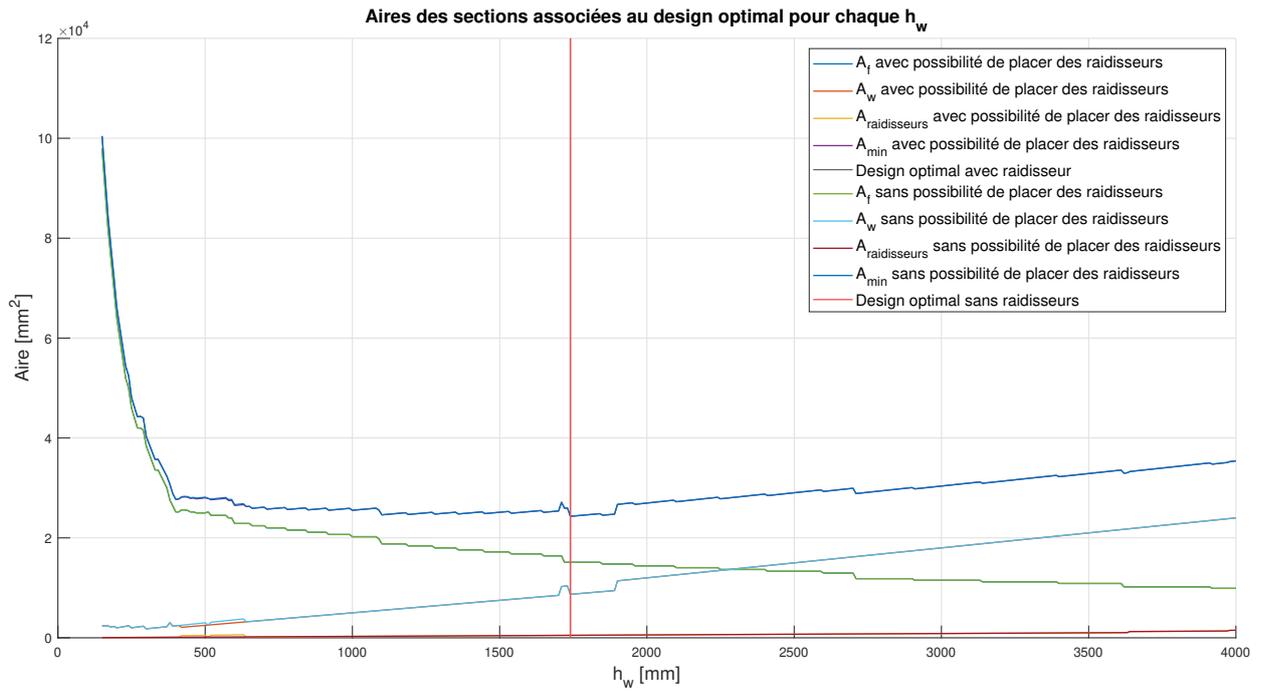


FIGURE 122 –  $L = 14m$ .

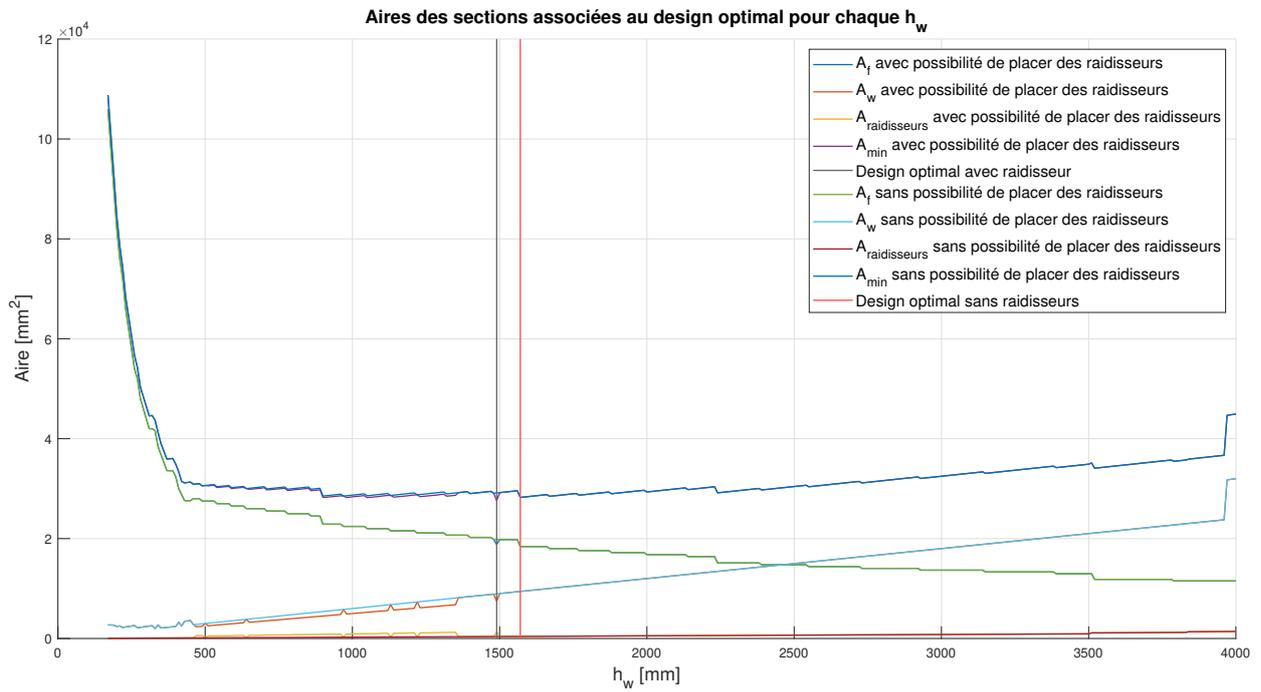


FIGURE 123 –  $L = 15m$ .

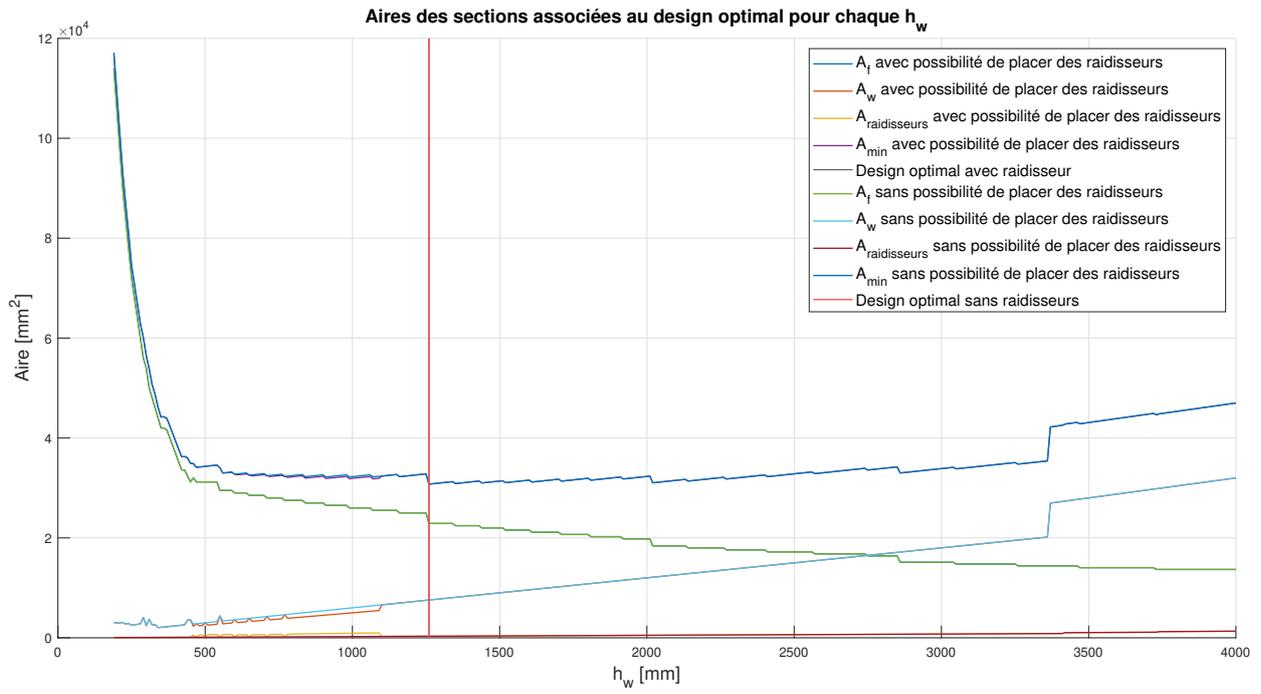


FIGURE 124 –  $L = 16m$ .

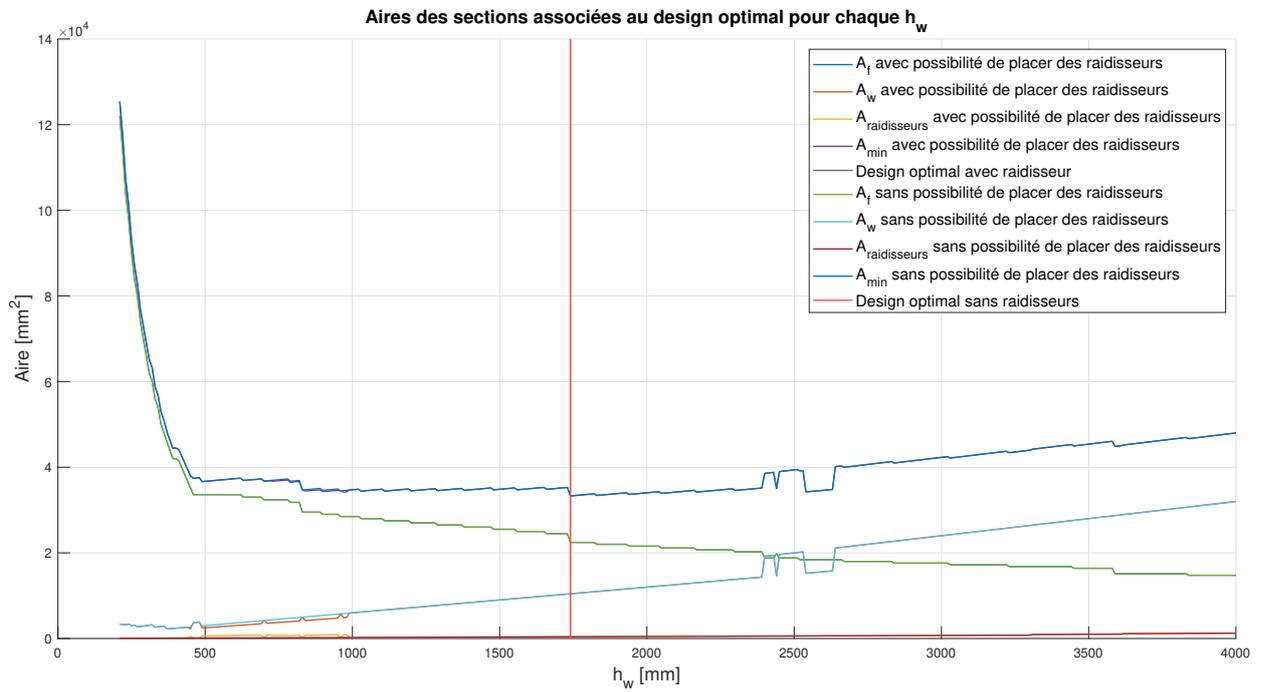


FIGURE 125 –  $L = 17m$ .

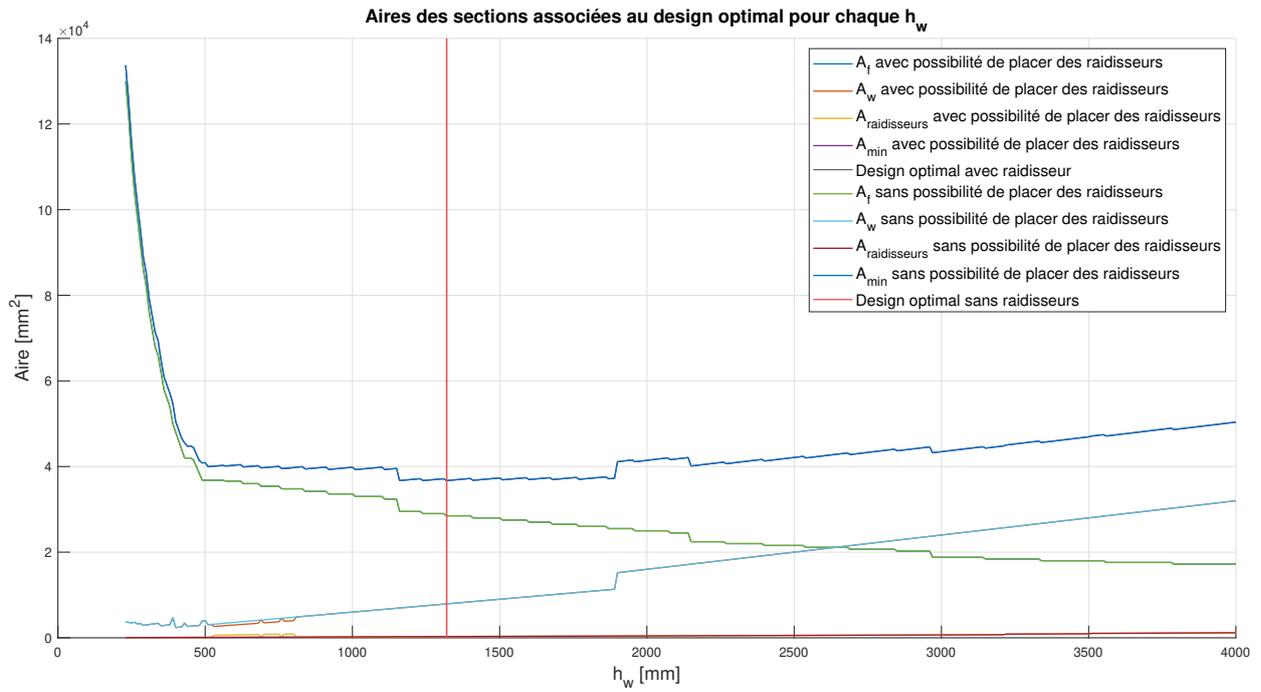


FIGURE 126 –  $L = 18m$ .

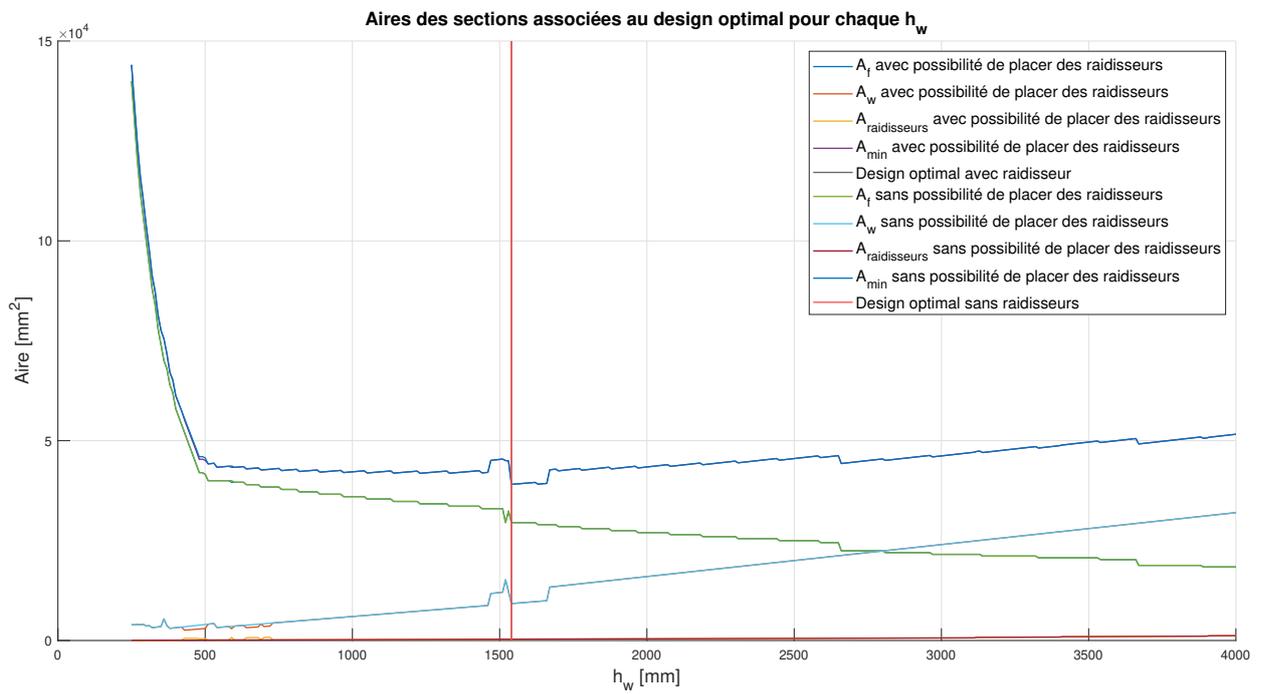


FIGURE 127 –  $L = 19m$ .

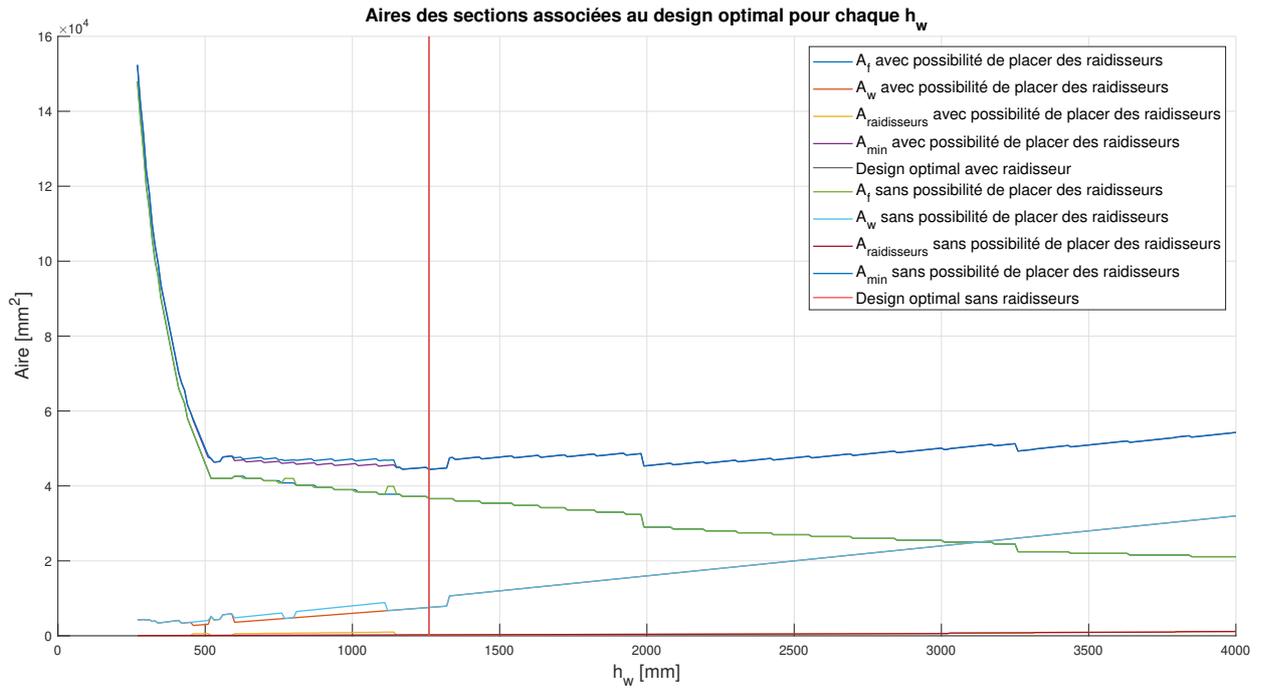


FIGURE 128 –  $L = 20m$ .

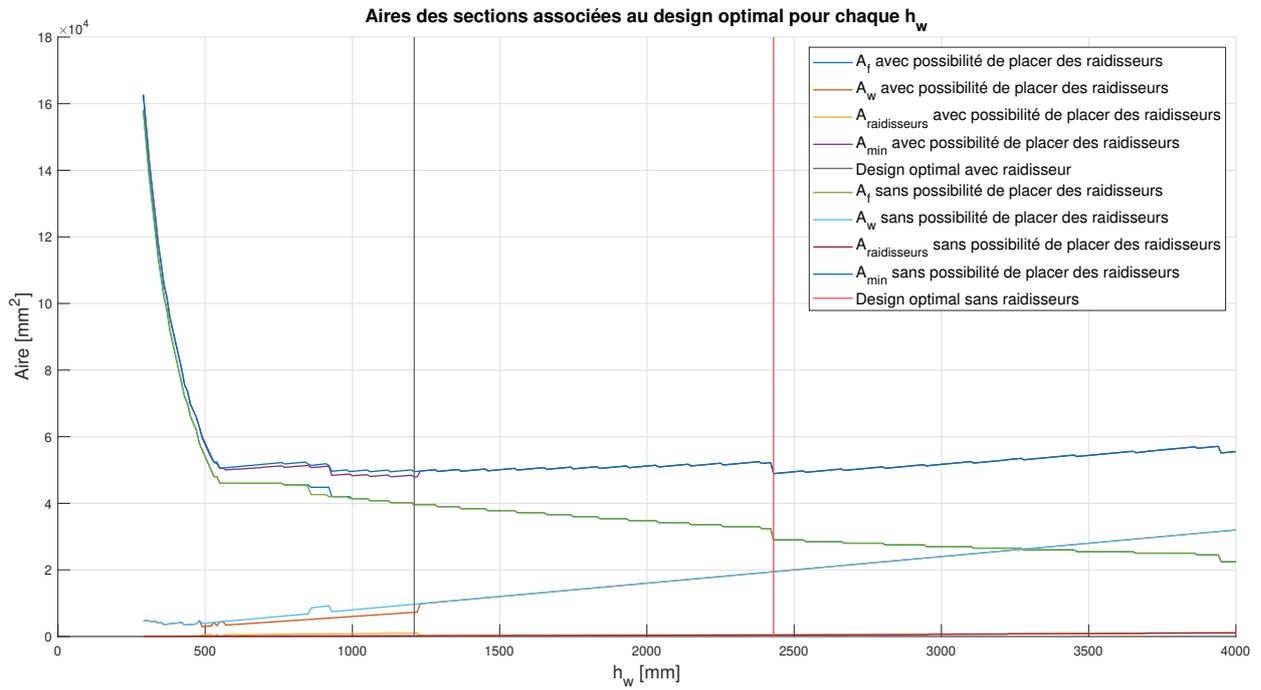


FIGURE 129 –  $L = 21m$ .

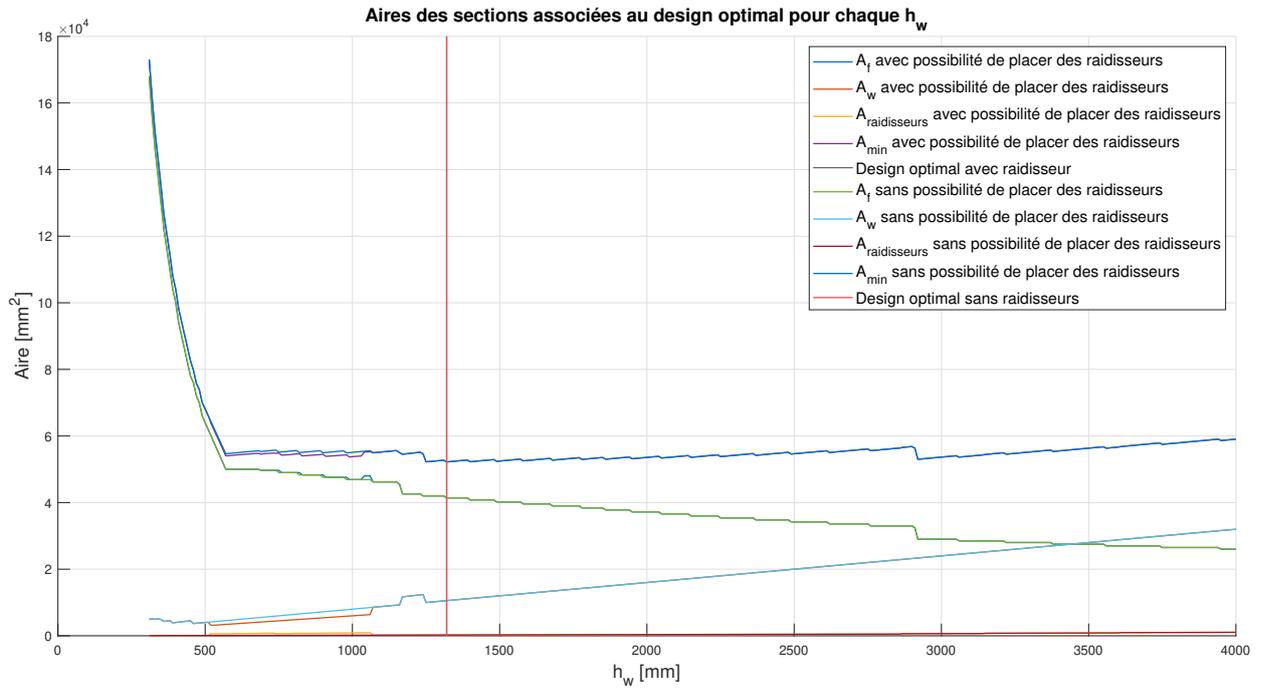


FIGURE 130 –  $L = 22m$ .

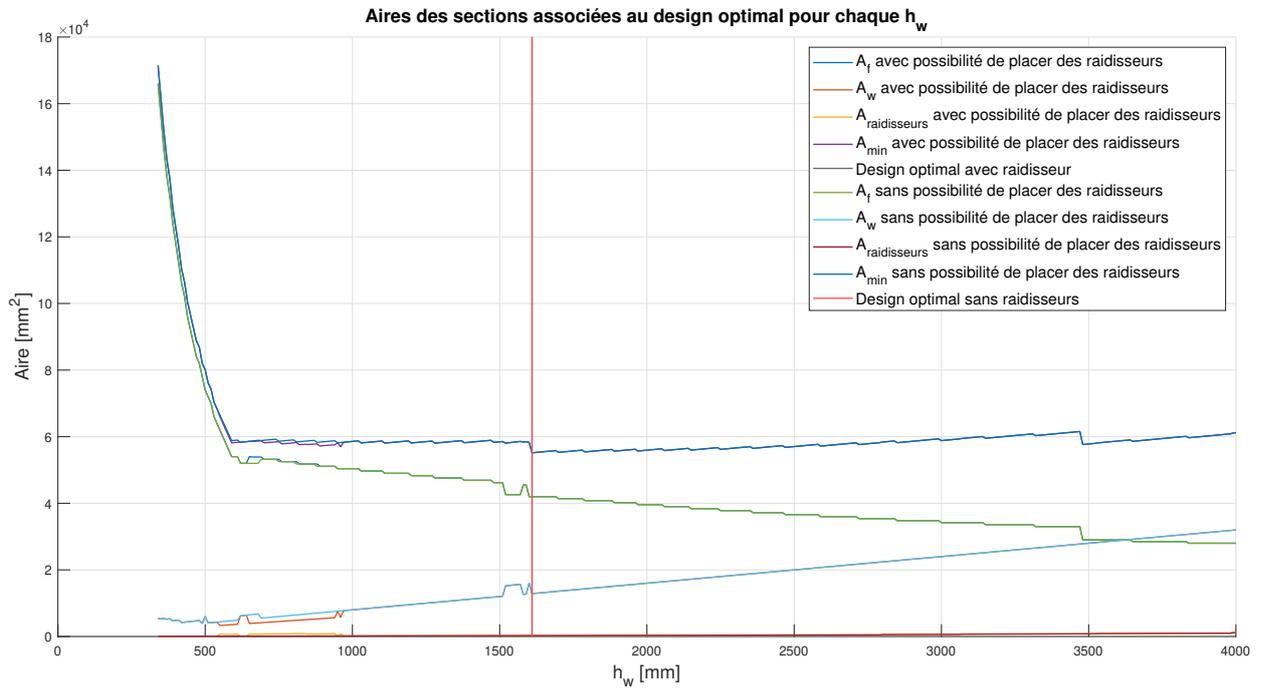


FIGURE 131 –  $L = 23m$ .

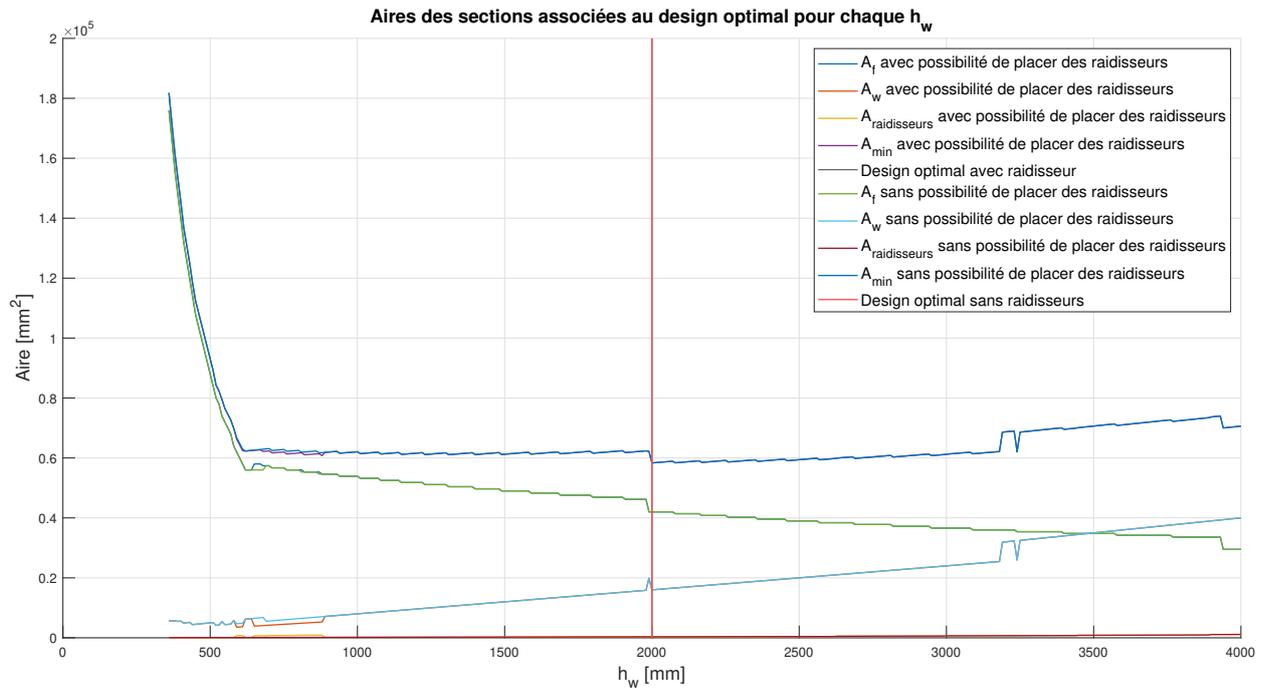


FIGURE 132 –  $L = 24m$ .

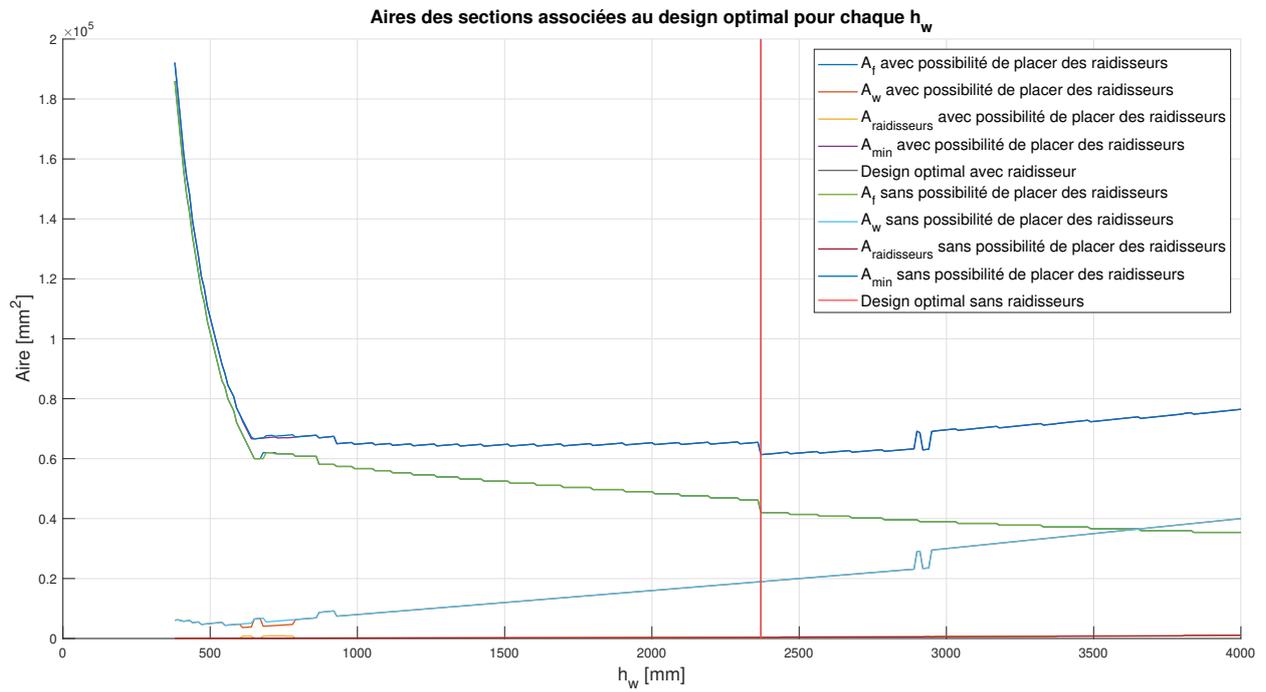


FIGURE 133 –  $L = 25m$ .

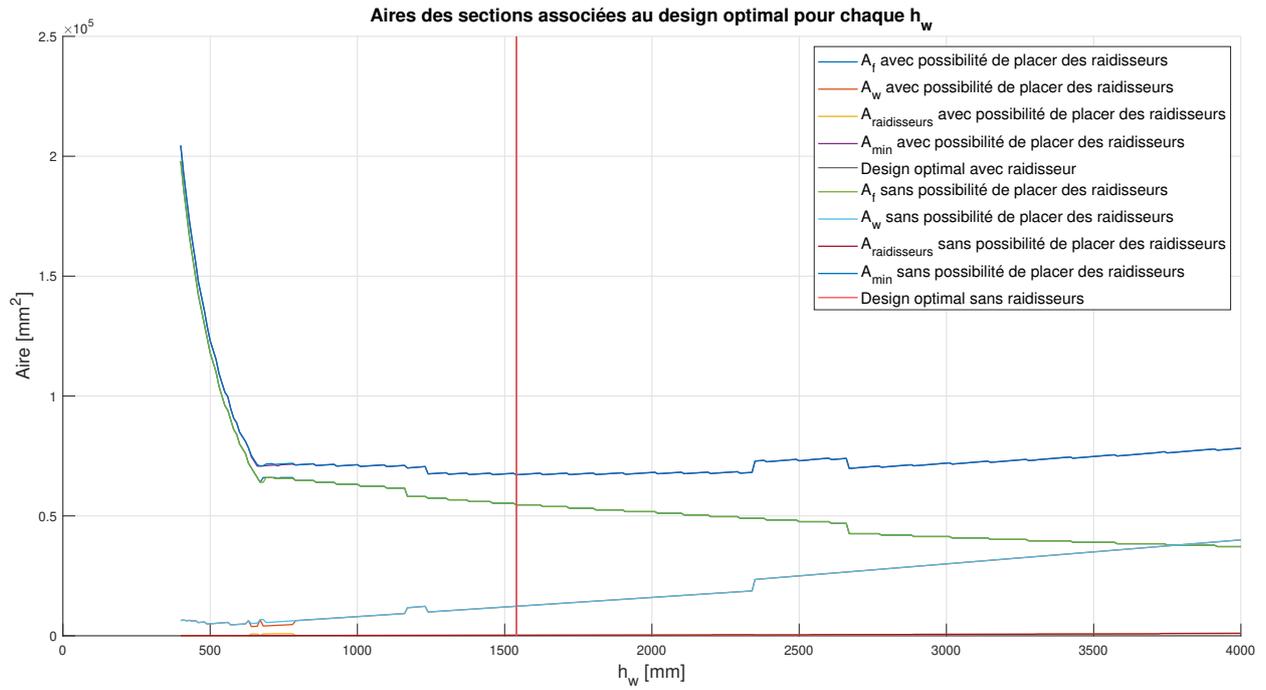


FIGURE 134 –  $L = 26m$ .

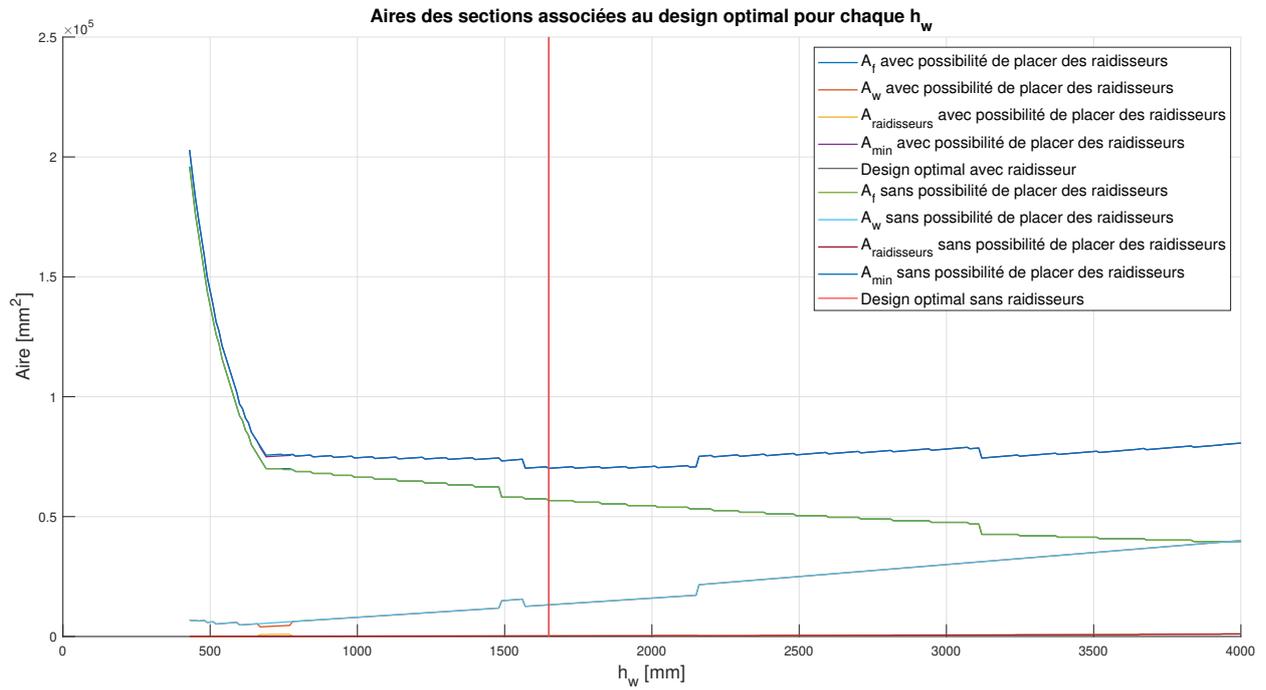


FIGURE 135 –  $L = 27m$ .

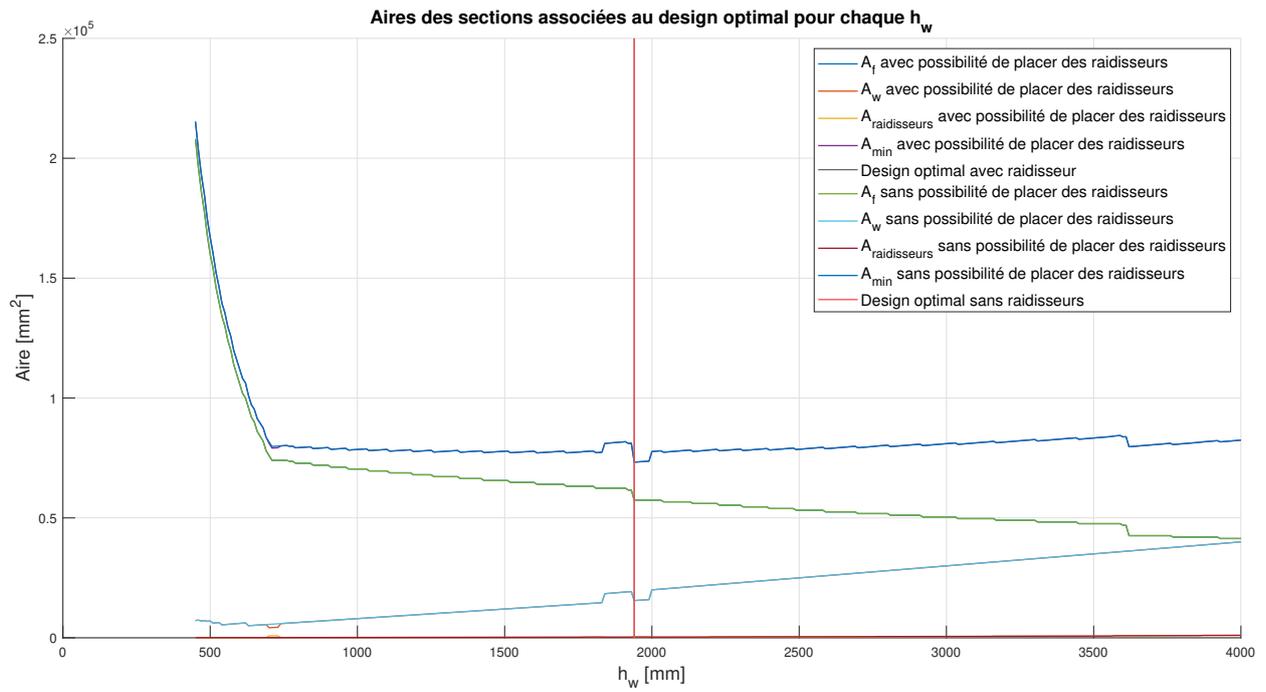


FIGURE 136 –  $L = 28m$ .

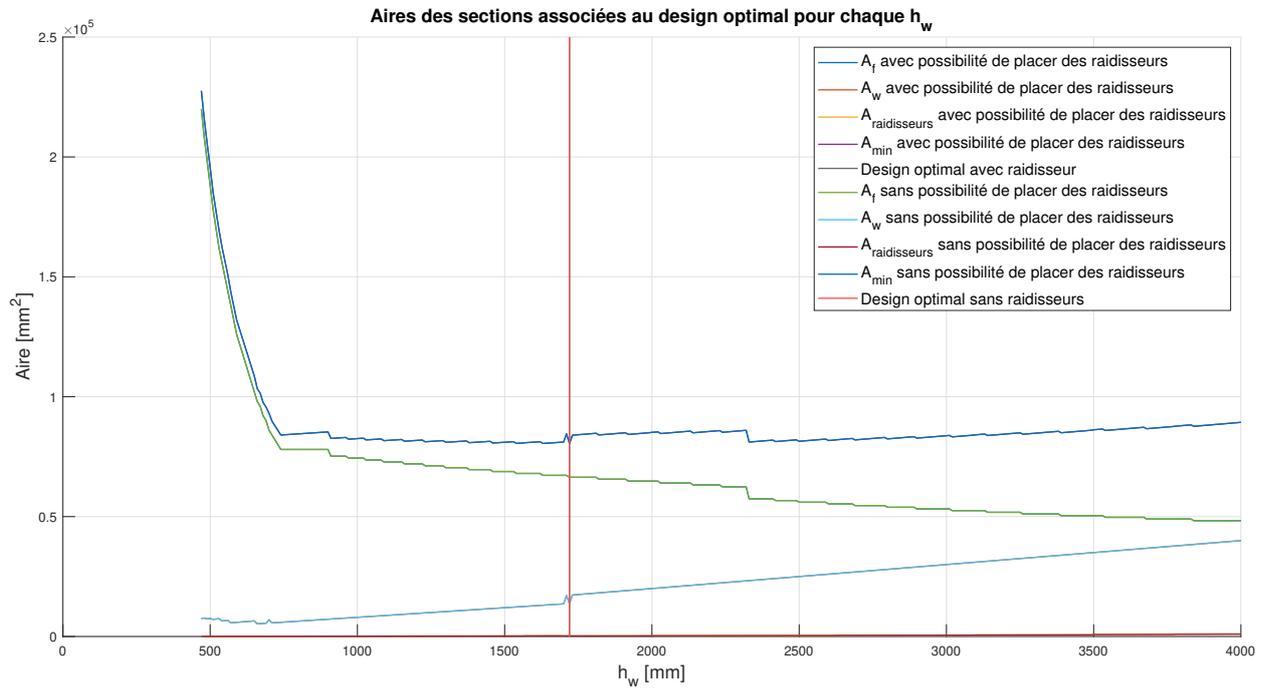


FIGURE 137 –  $L = 29m$ .

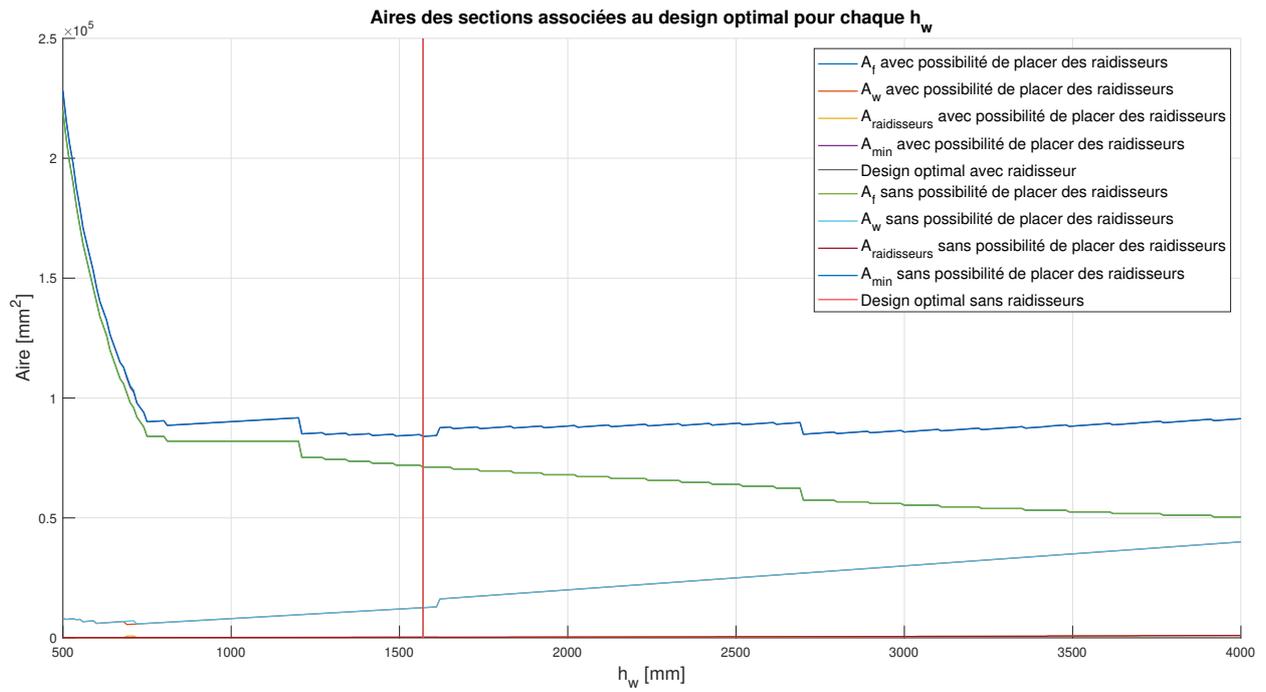


FIGURE 138 –  $L = 30m$ .

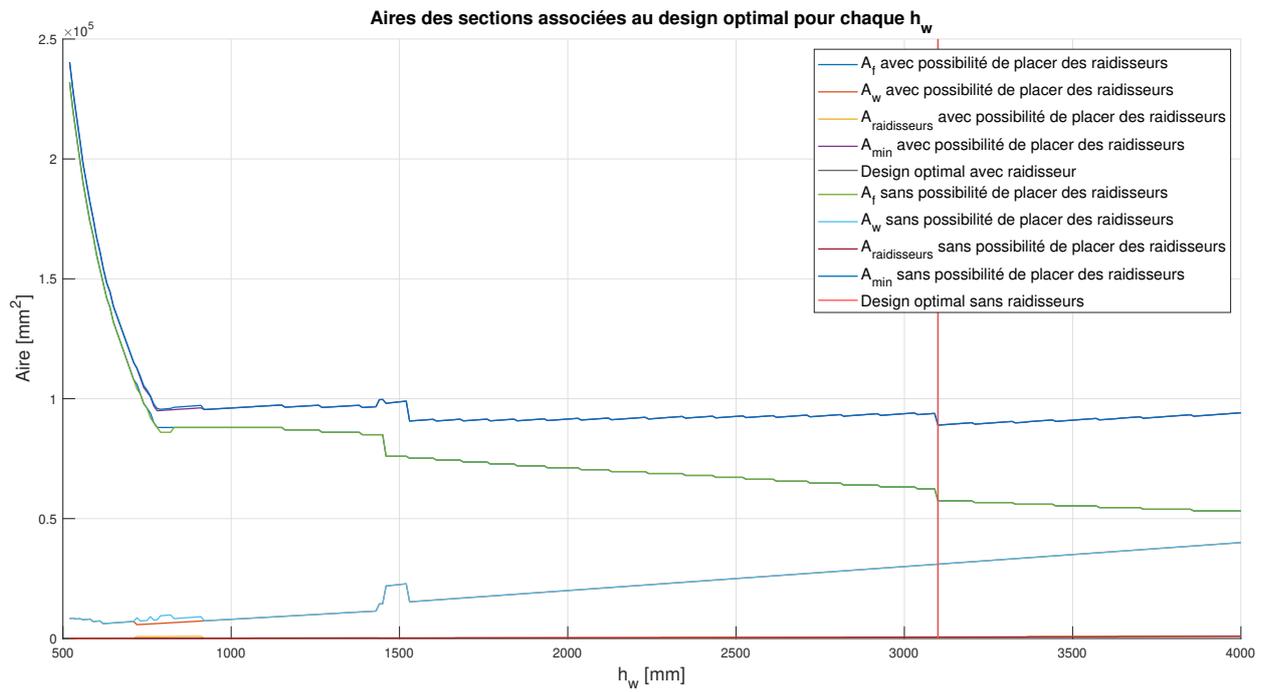


FIGURE 139 –  $L = 31m$ .

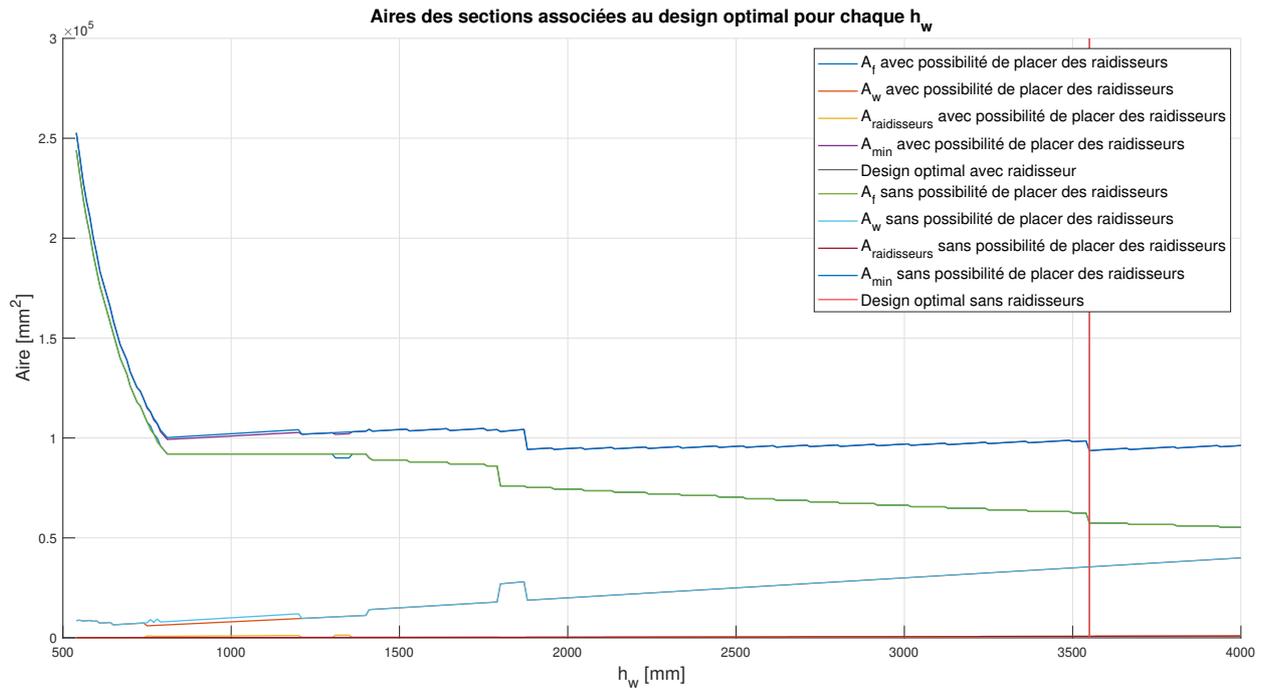


FIGURE 140 –  $L = 32m$ .

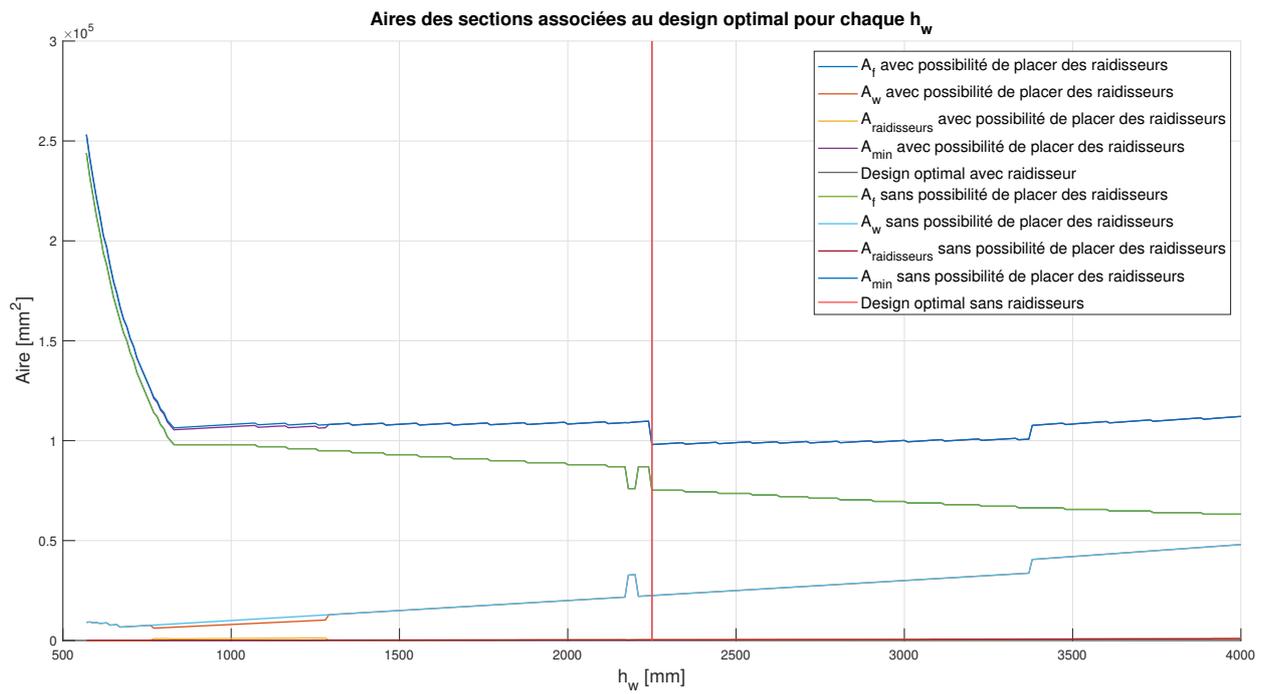


FIGURE 141 –  $L = 33m$ .

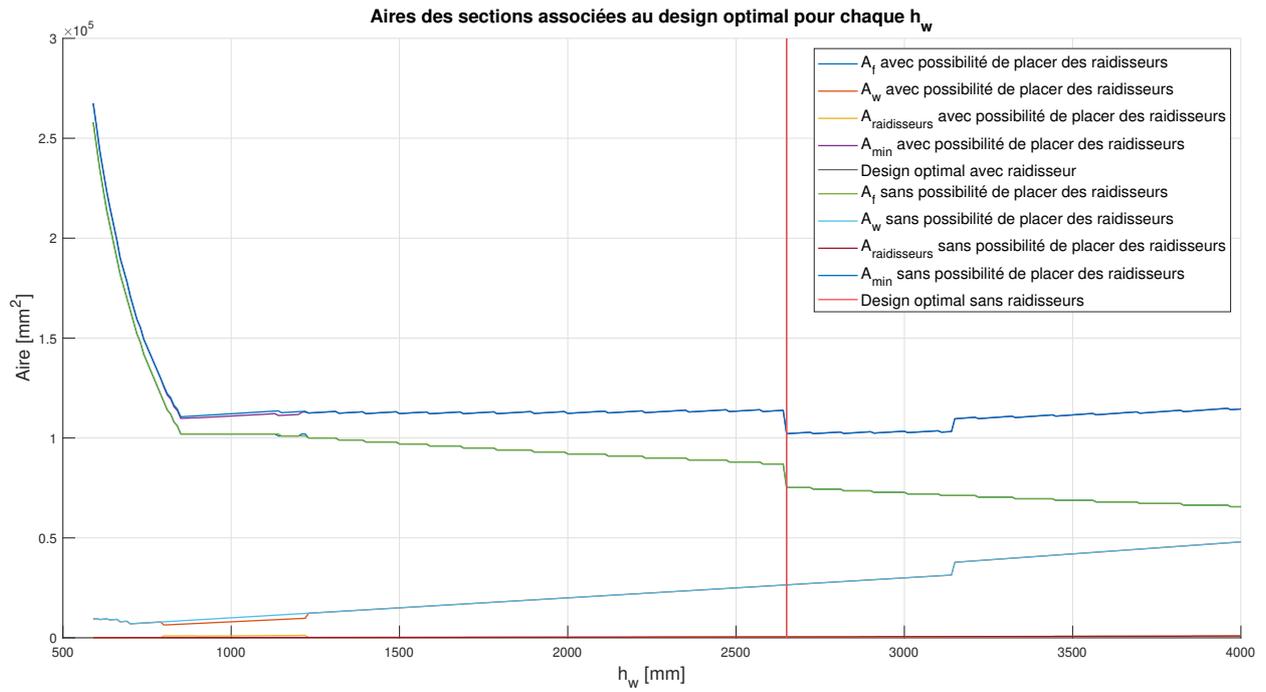


FIGURE 142 –  $L = 34m$ .

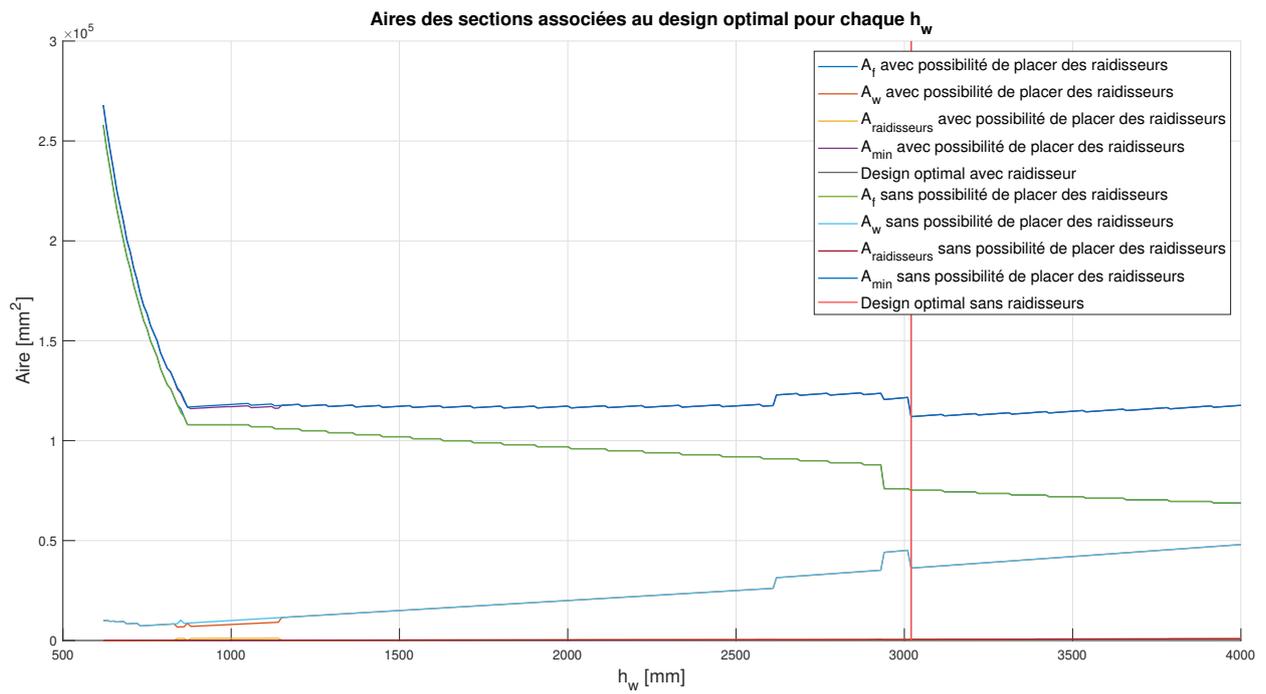


FIGURE 143 –  $L = 35m$ .

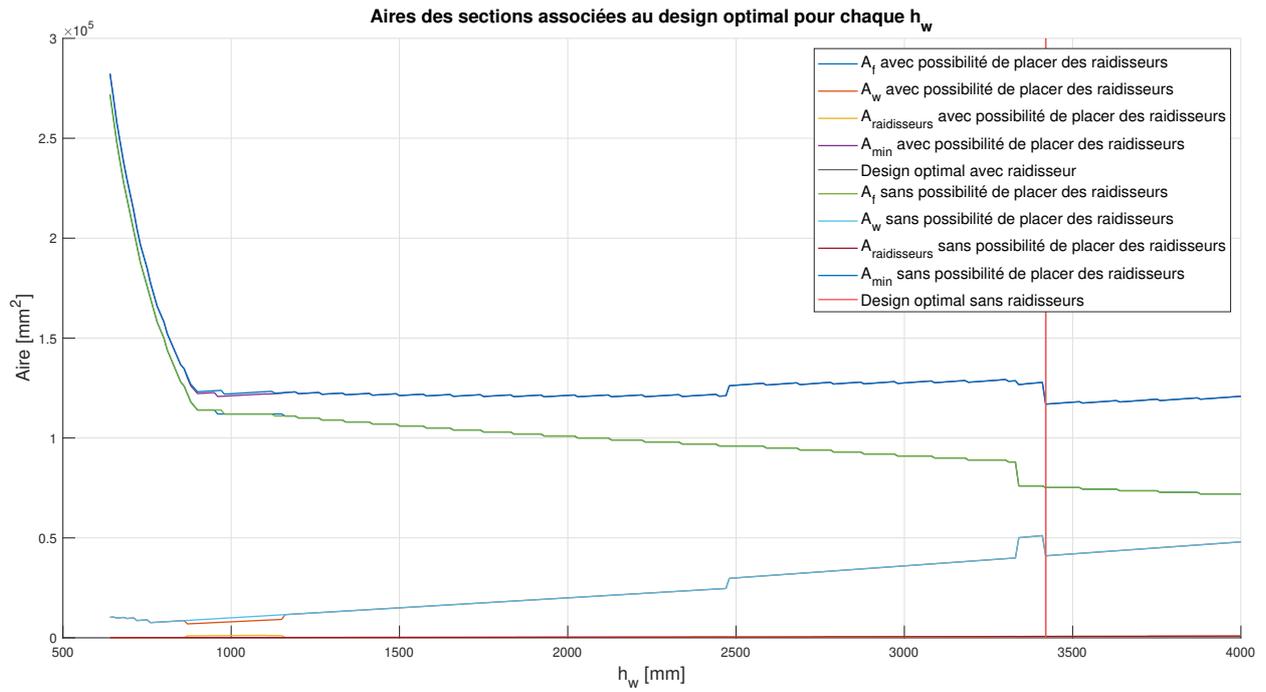


FIGURE 144 –  $L = 36m$ .

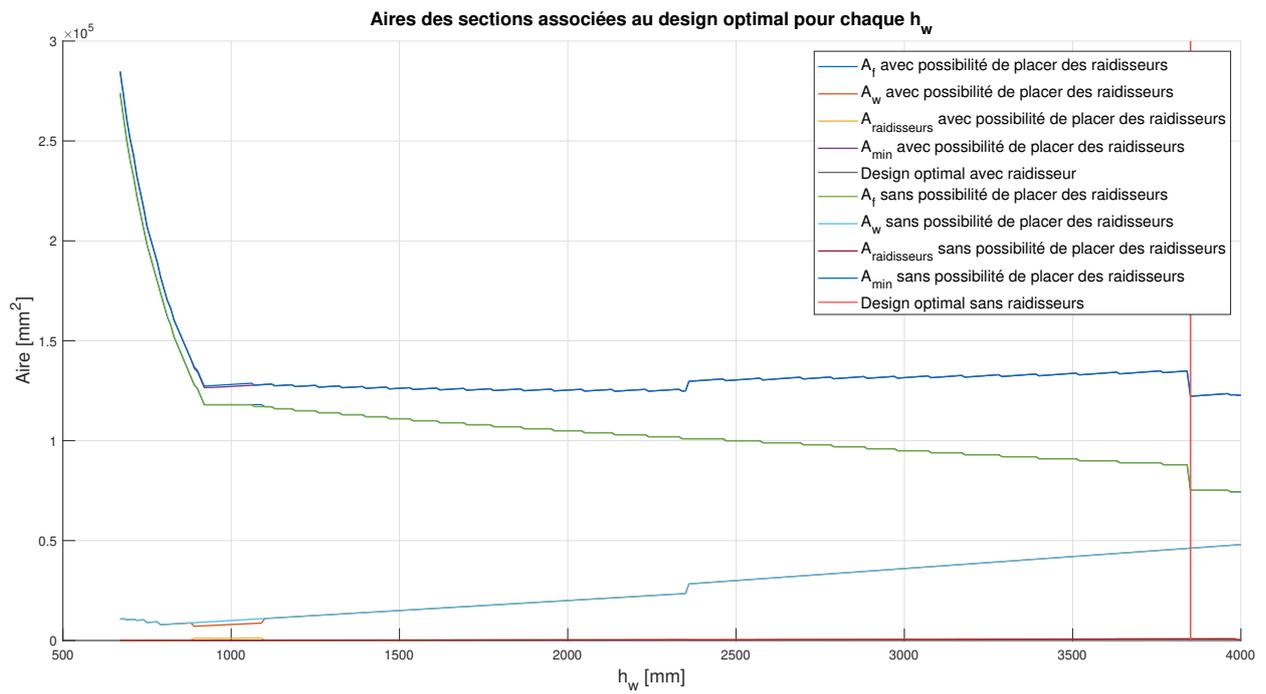


FIGURE 145 –  $L = 37m$ .

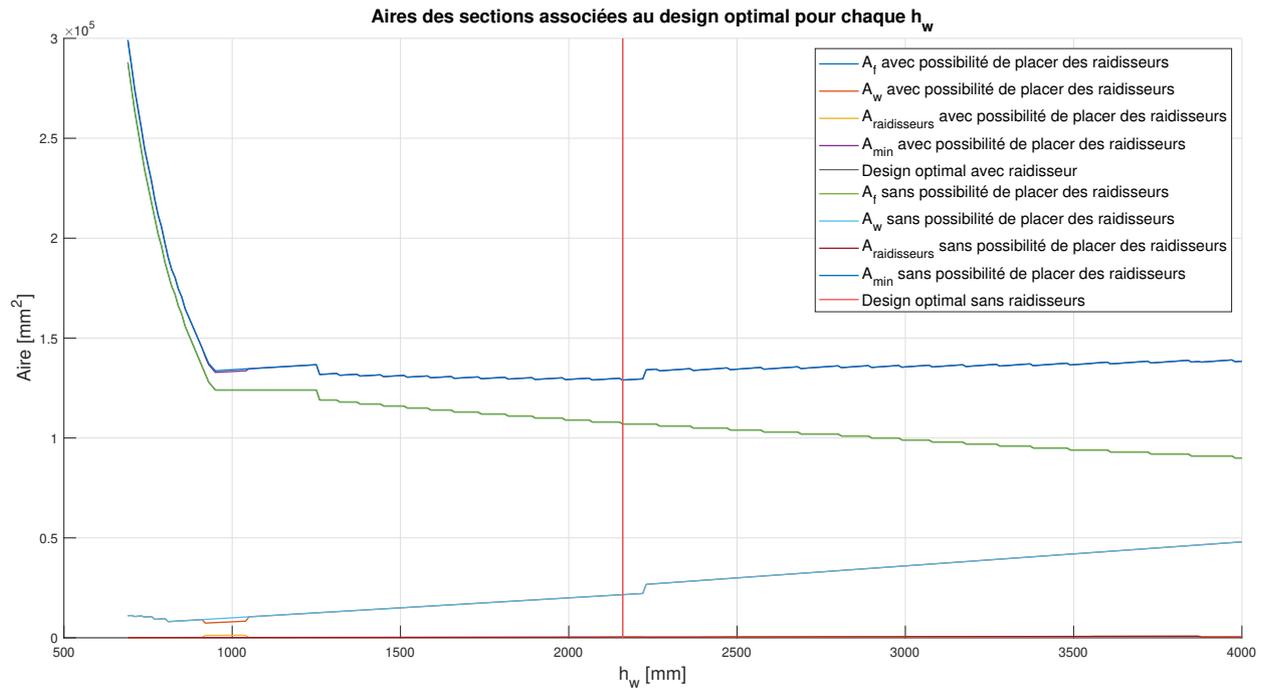


FIGURE 146 –  $L = 38m$ .

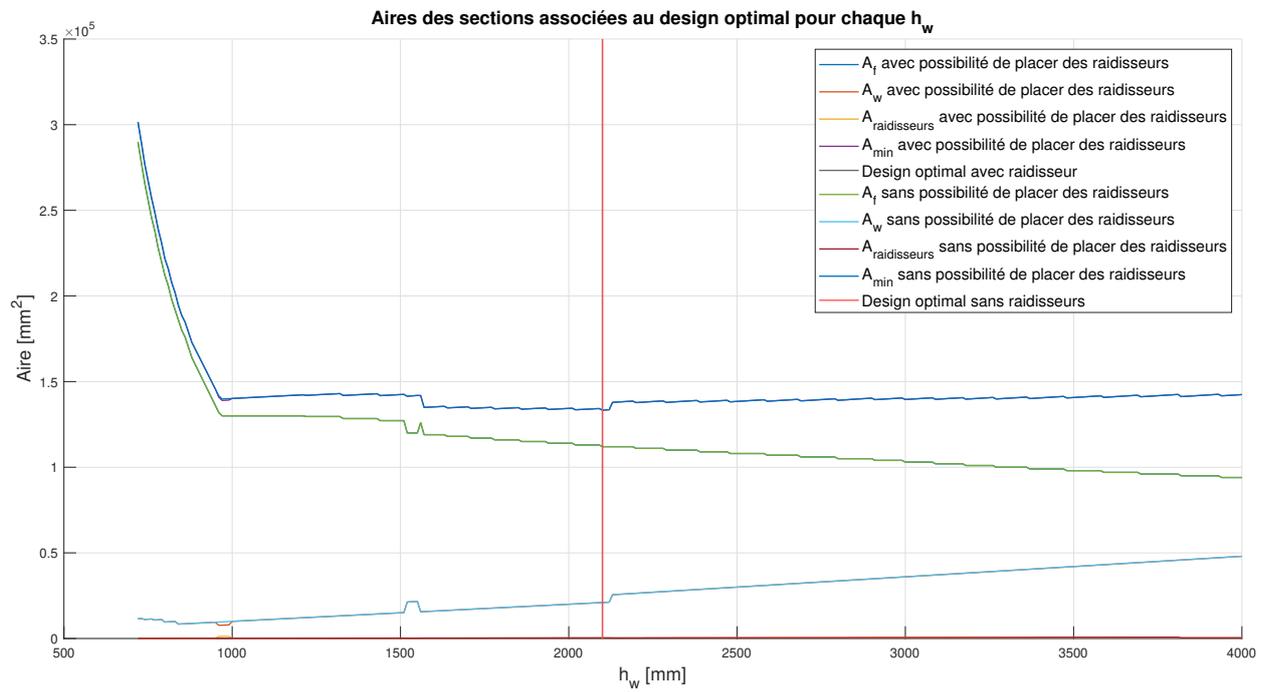


FIGURE 147 –  $L = 39m$ .

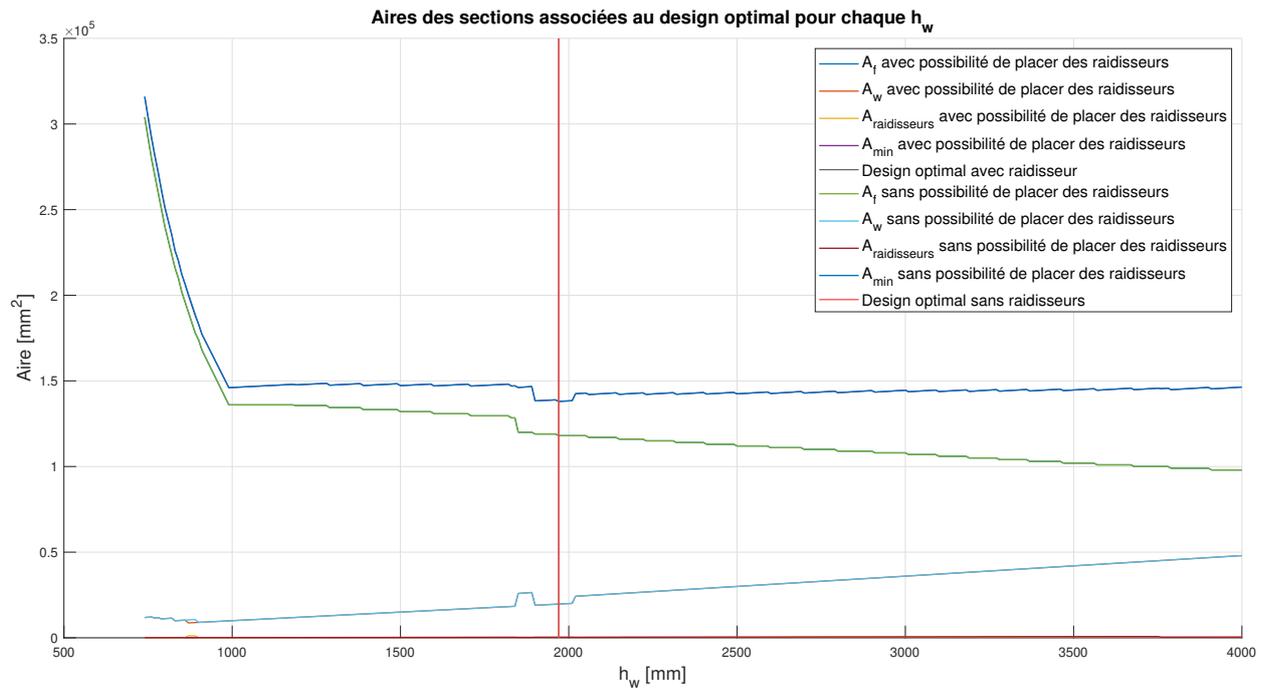


FIGURE 148 –  $L = 40m$ .

## Annexe D

# Optimisation du coût

### D.1 Détails des coûts : Figures

Dans cette annexe, vous trouverez l'ensemble des graphiques représentant le détail du coût de fabrication minimal pour chaque portée  $L$ .

Afin de réaliser une analyse qui dépend de la hauteur maximale  $h_w$  admissible, ces graphiques définissent une section optimale (minimisant le coût total) pour chaque valeur  $h_w$ .

Aucune solution optimale ne nécessite l'utilisation de raidisseurs. Les graphiques sont donc réalisés pour un design optimal n'utilisant pas de raidisseurs (ces derniers auraient été identiques si l'utilisation de raidisseurs avait été permise).

Chaque figure détaille, par conséquent, le prix du profilé optimal en fonction de la portée ( $L$ ) et de la hauteur de l'âme ( $h_w$ ). Le coût d'un PRS est sub-divisé comme suit :

- Coût de la plaque constituant l'âme
- Coût des plaques constituant les semelles
- Coût des soudures entre l'âme et les semelles
- Coût des plats des raidisseurs
- Coût des soudures entre les plats des raidisseurs et le profilé
- Coût de l'allongement des semelles et de l'âme à cause de l'utilisation d'un montant d'extrémité rigide  
→ Notons que ce dernier coût est toujours nul vu qu'aucune solution ne nécessite l'utilisation de raidisseurs intermédiaires ni de montants d'extrémité rigide.

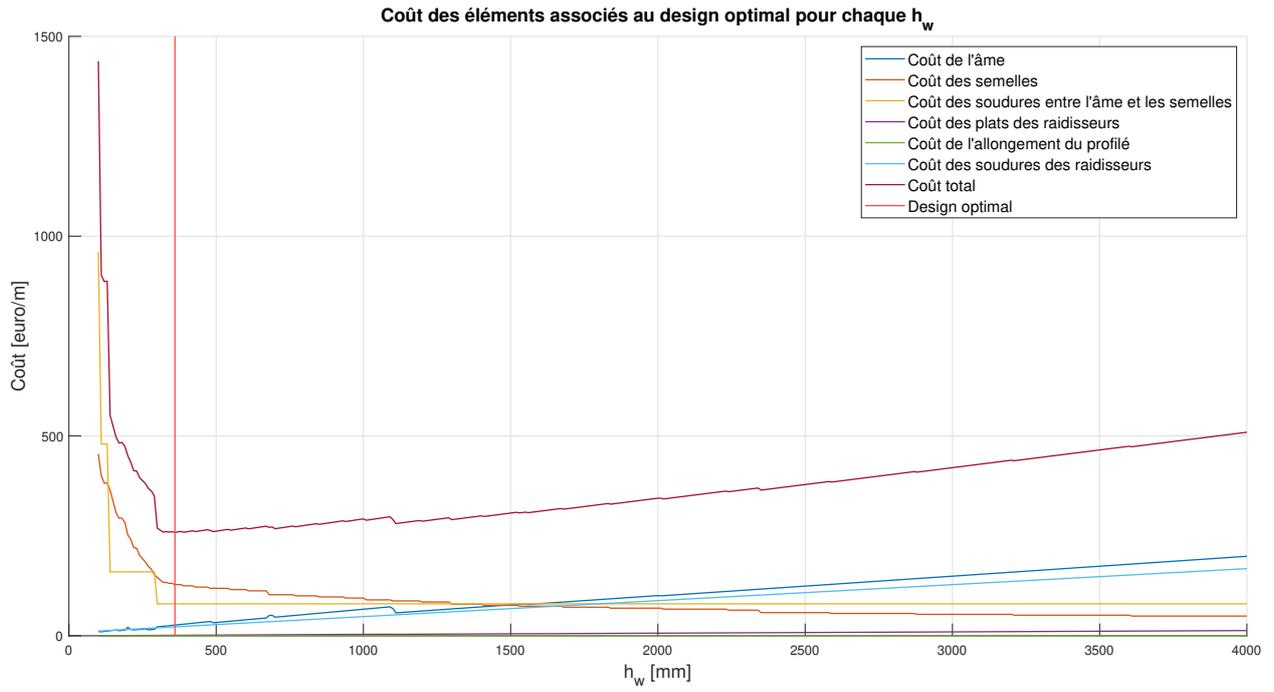


FIGURE 149 –  $L = 10m$ .

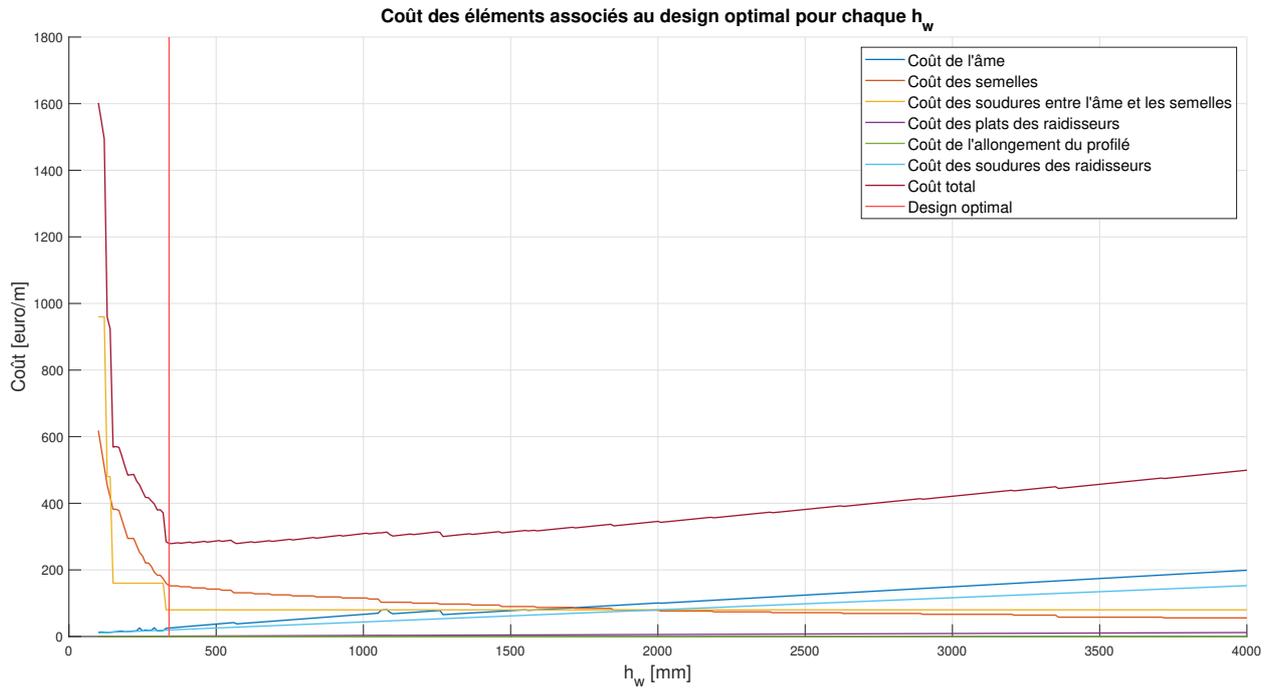


FIGURE 150 –  $L = 11m$ .

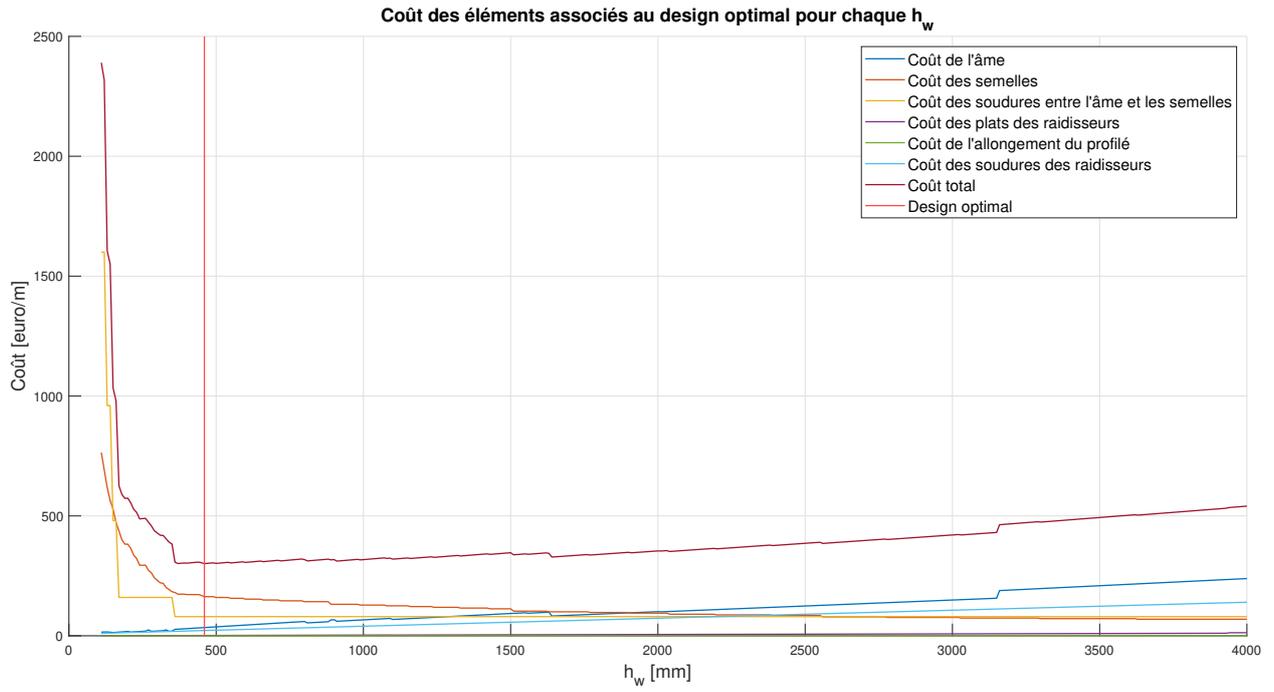


FIGURE 151 –  $L = 12m$ .

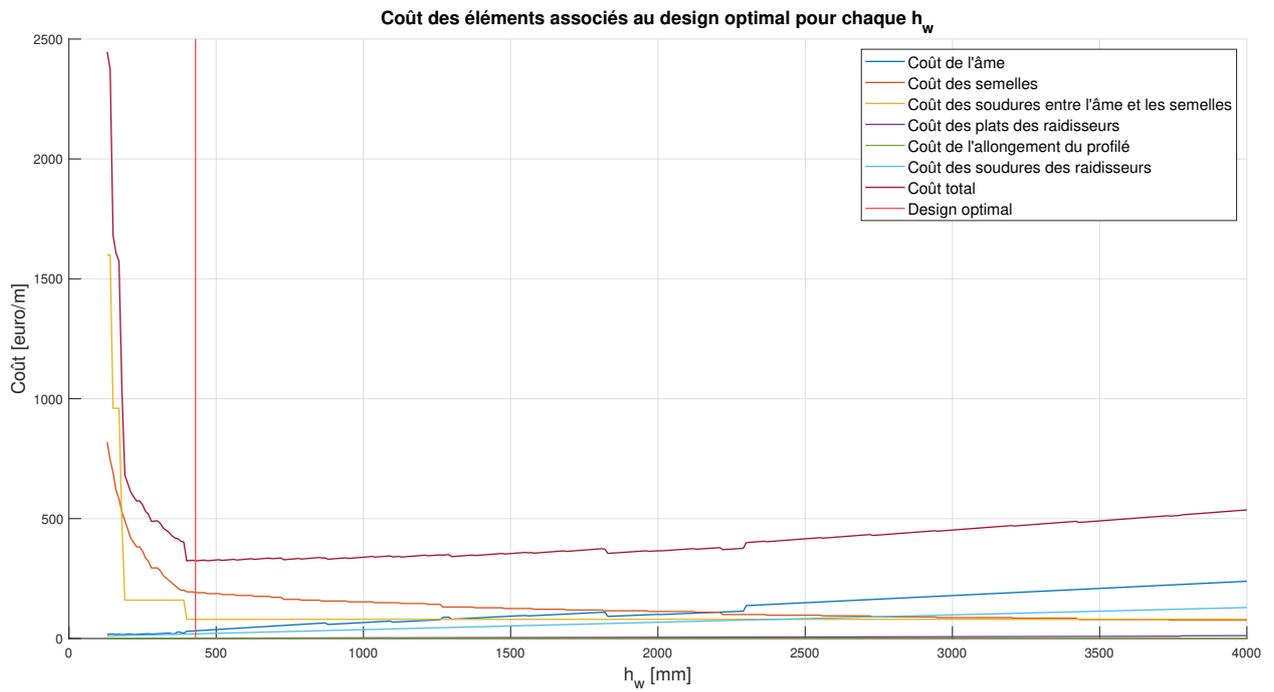


FIGURE 152 –  $L = 13m$ .

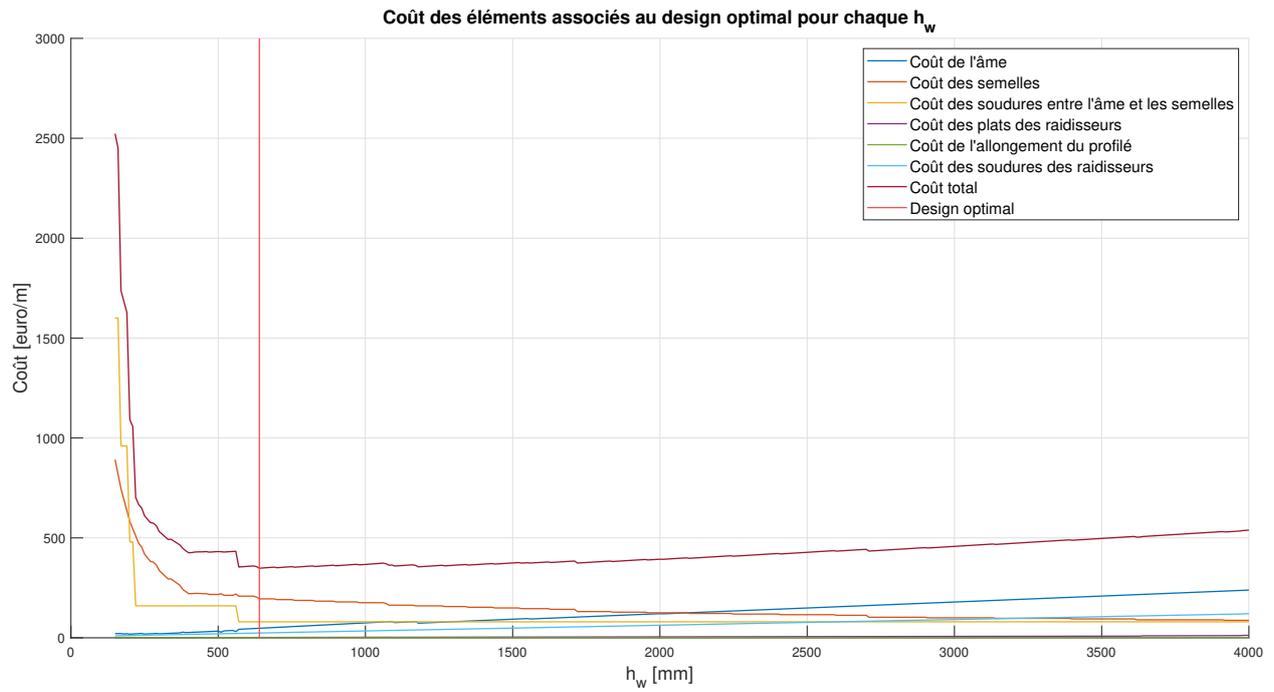


FIGURE 153 –  $L = 14m$ .

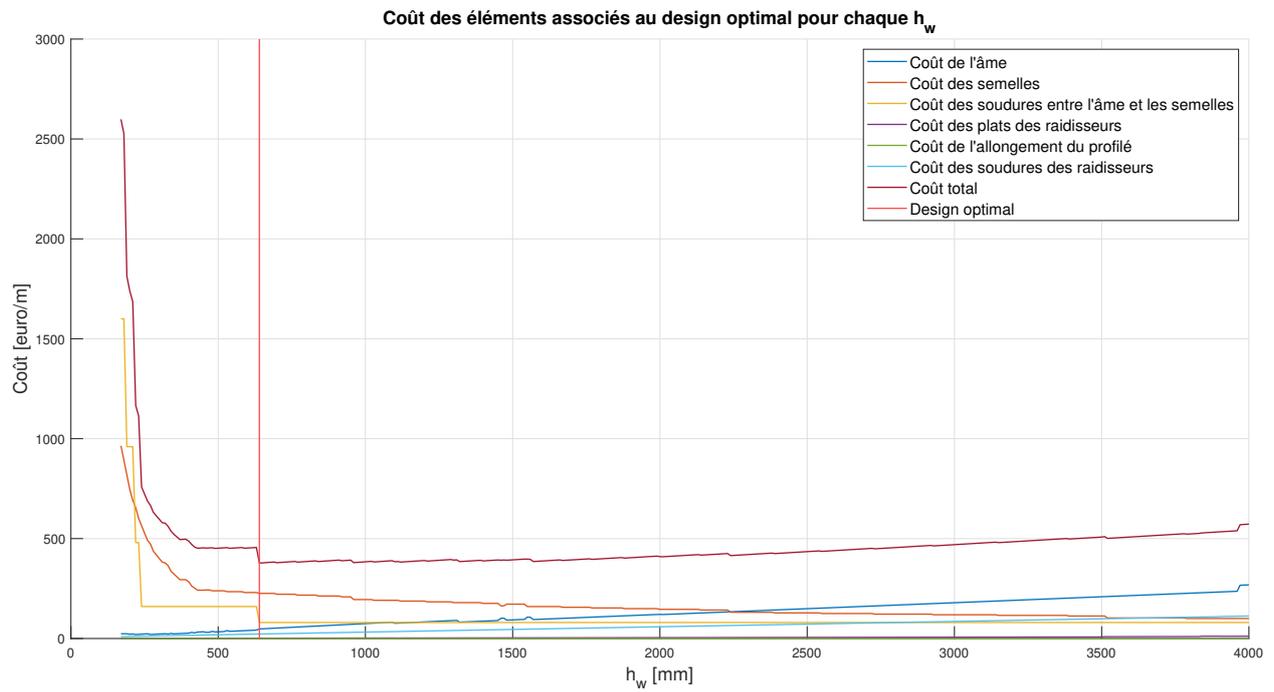


FIGURE 154 –  $L = 15m$ .

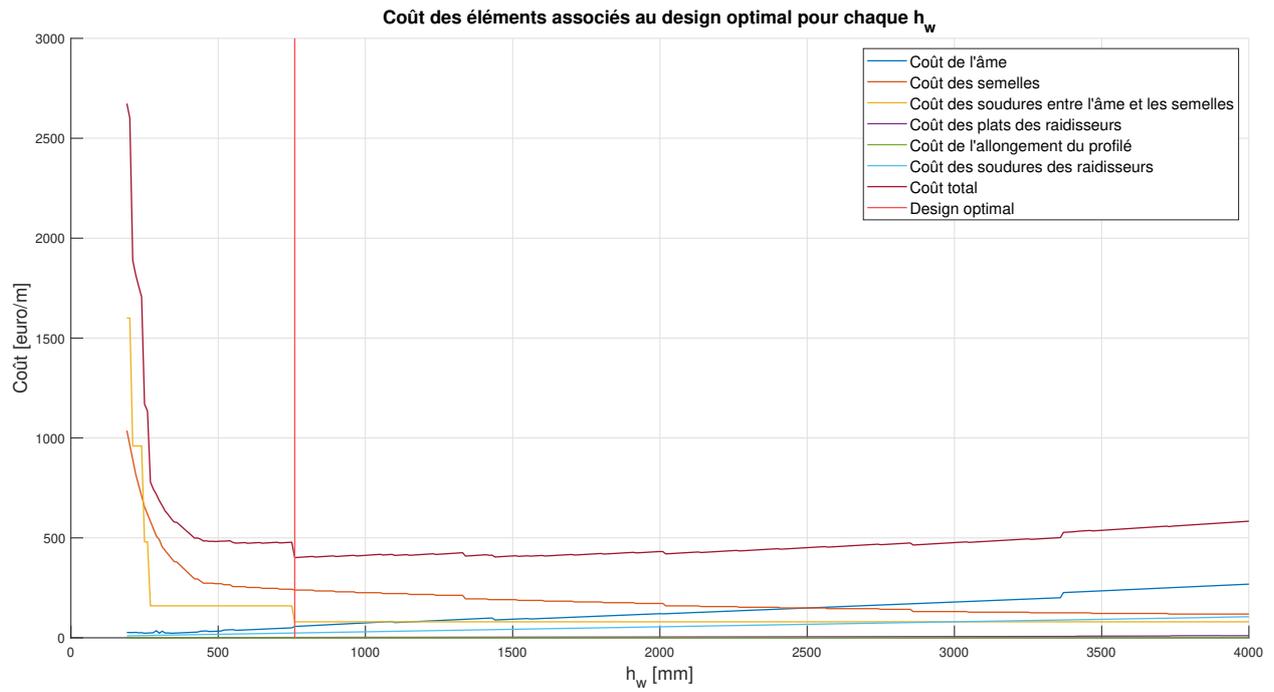


FIGURE 155 –  $L = 16m$ .

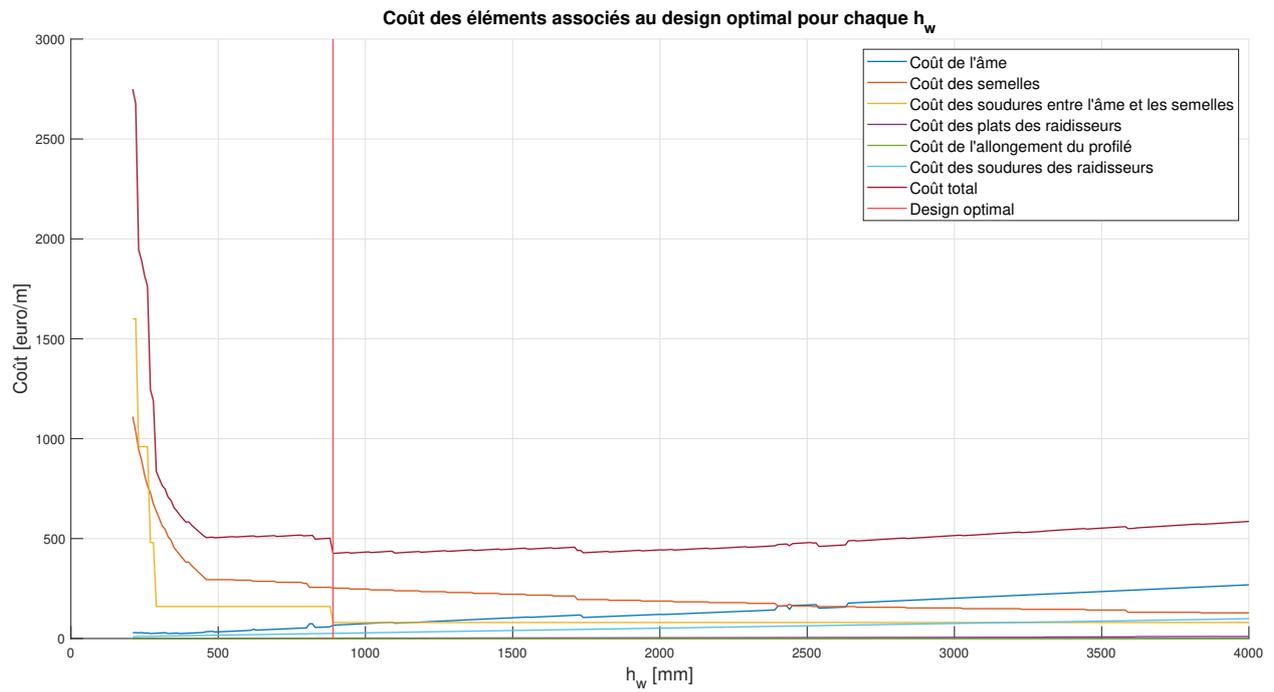


FIGURE 156 –  $L = 17m$ .

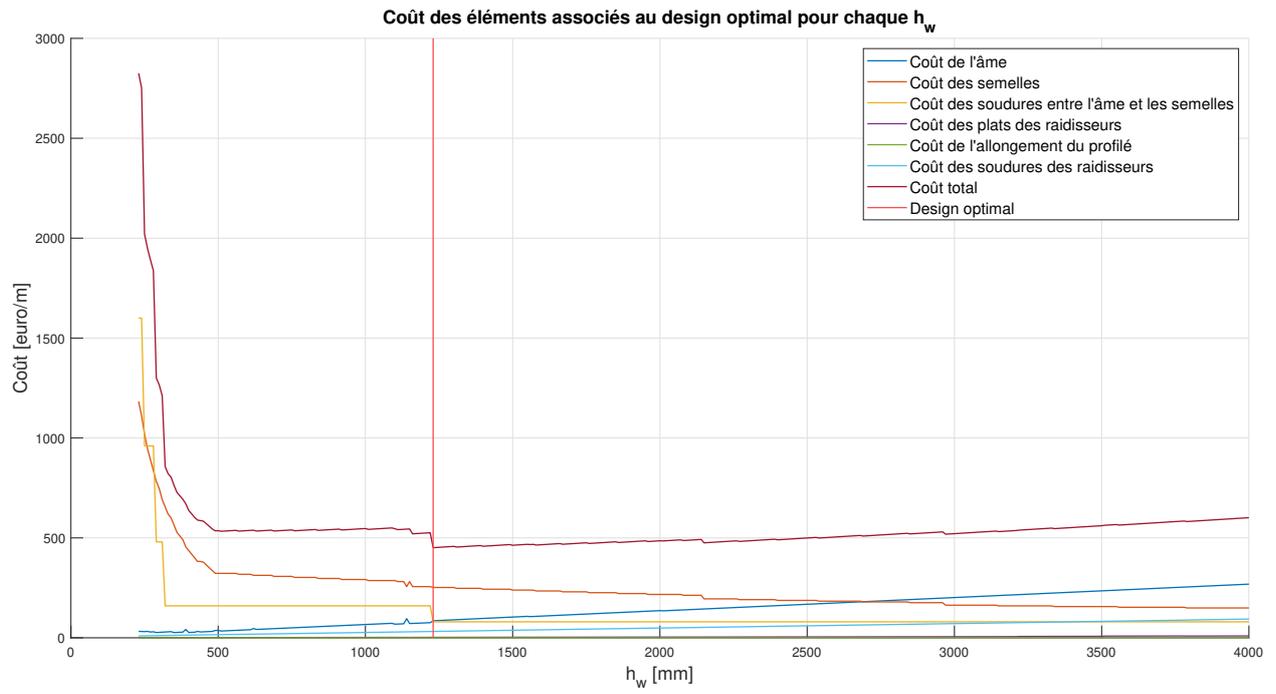


FIGURE 157 –  $L = 18m$ .

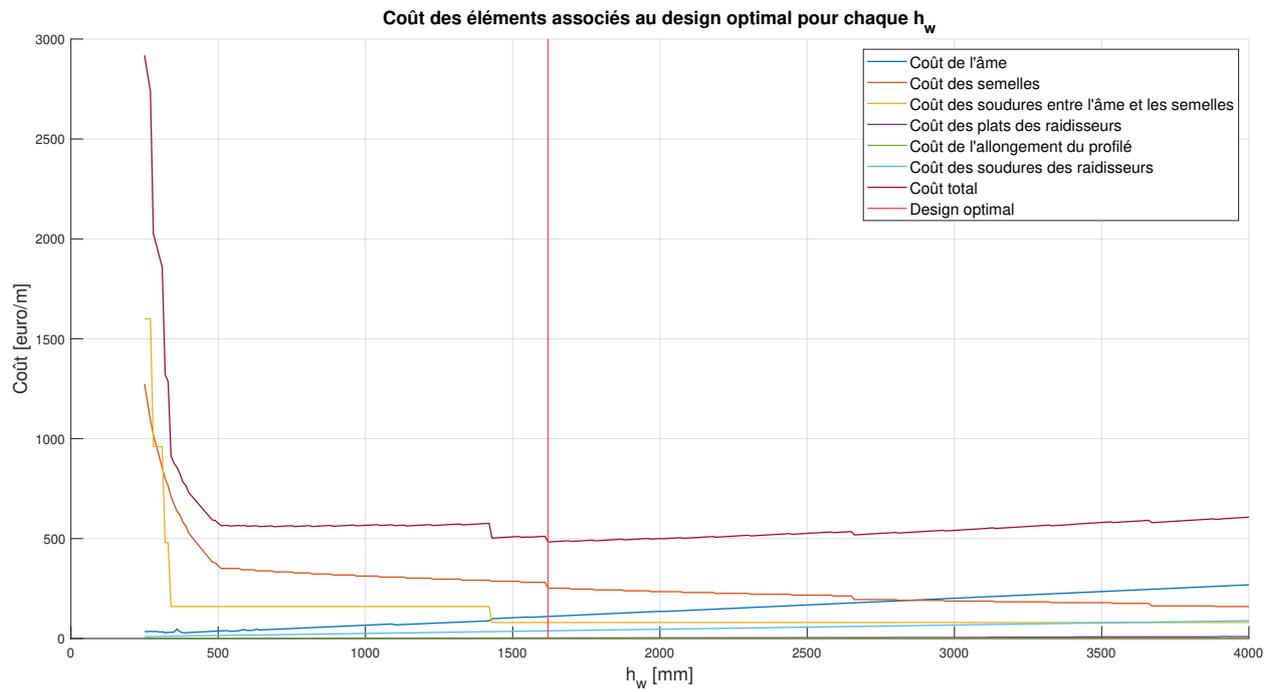


FIGURE 158 –  $L = 19m$ .

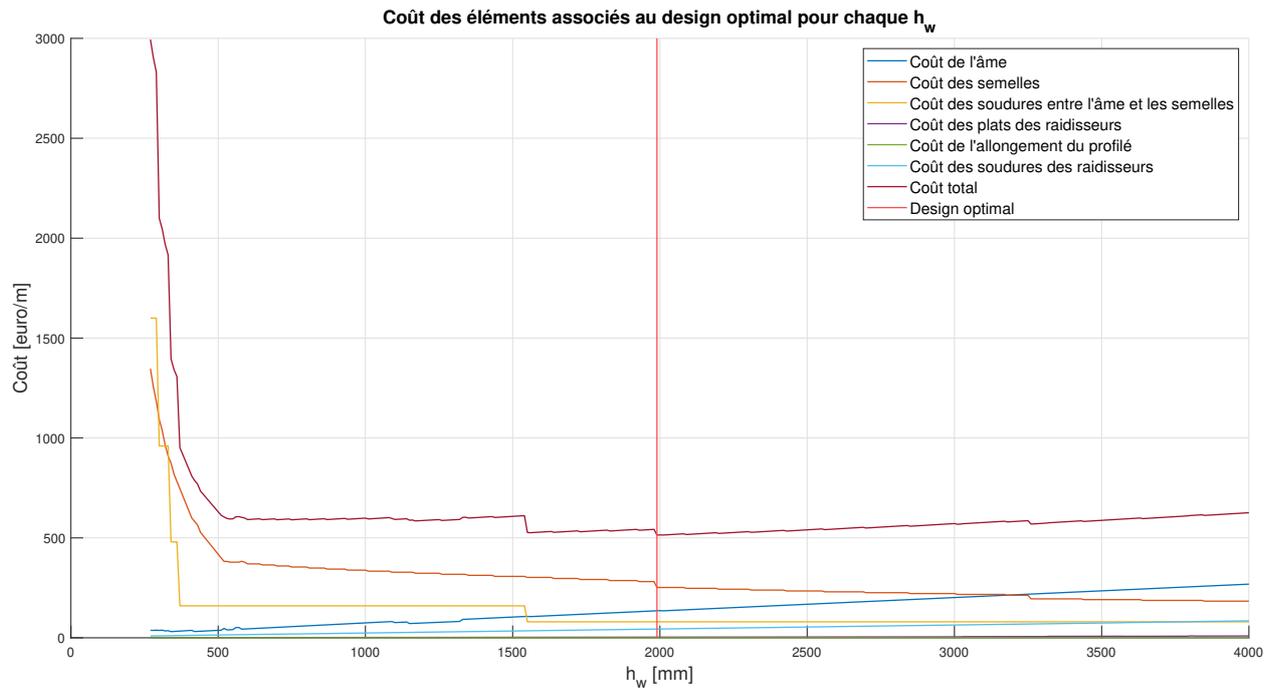


FIGURE 159 –  $L = 20m$ .

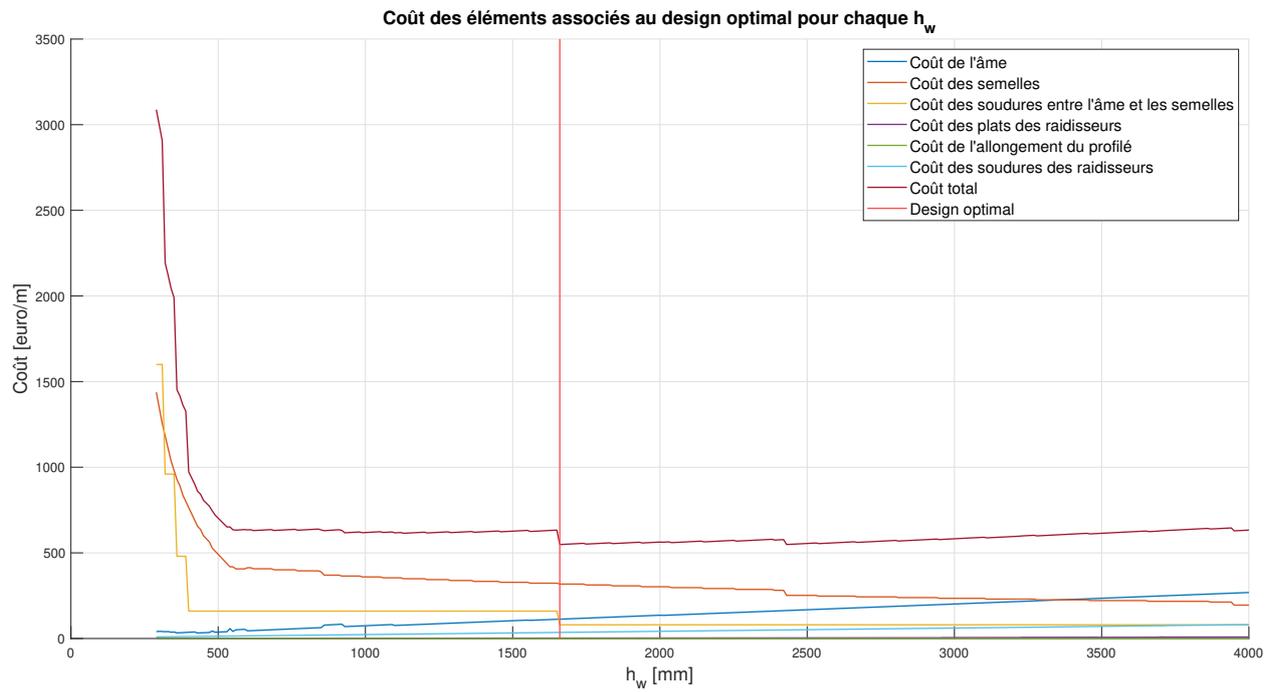


FIGURE 160 –  $L = 21m$ .

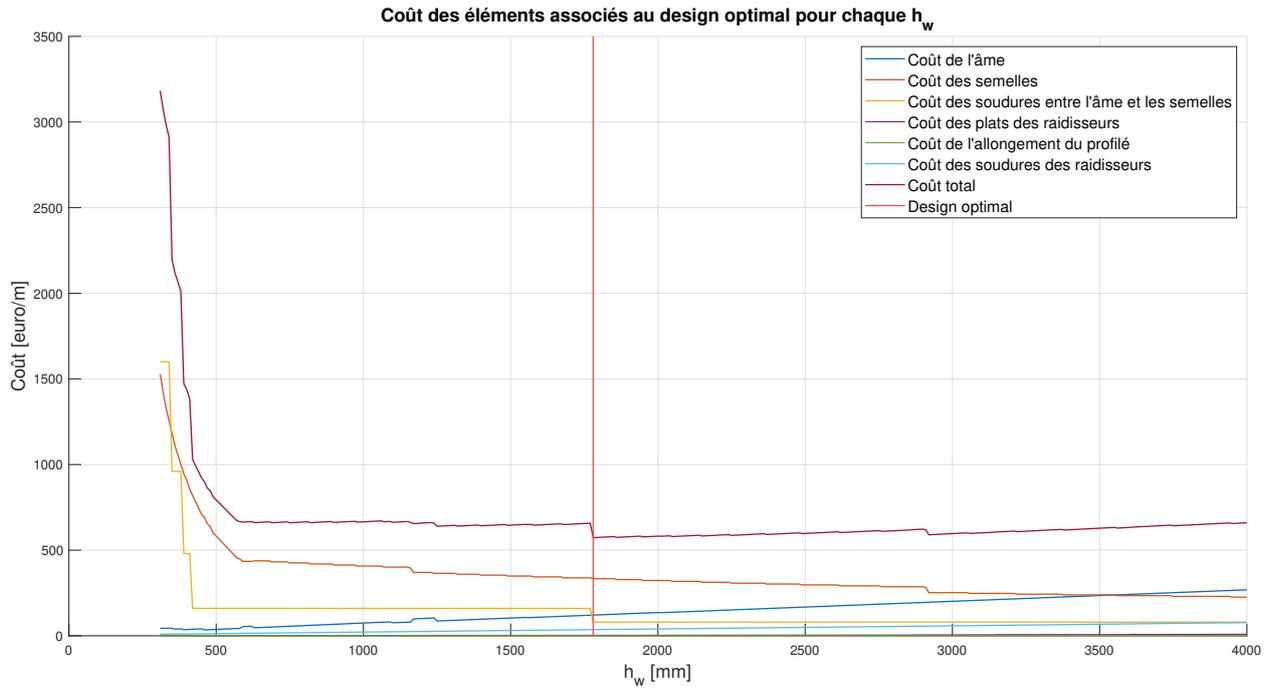


FIGURE 161 –  $L = 22m$ .

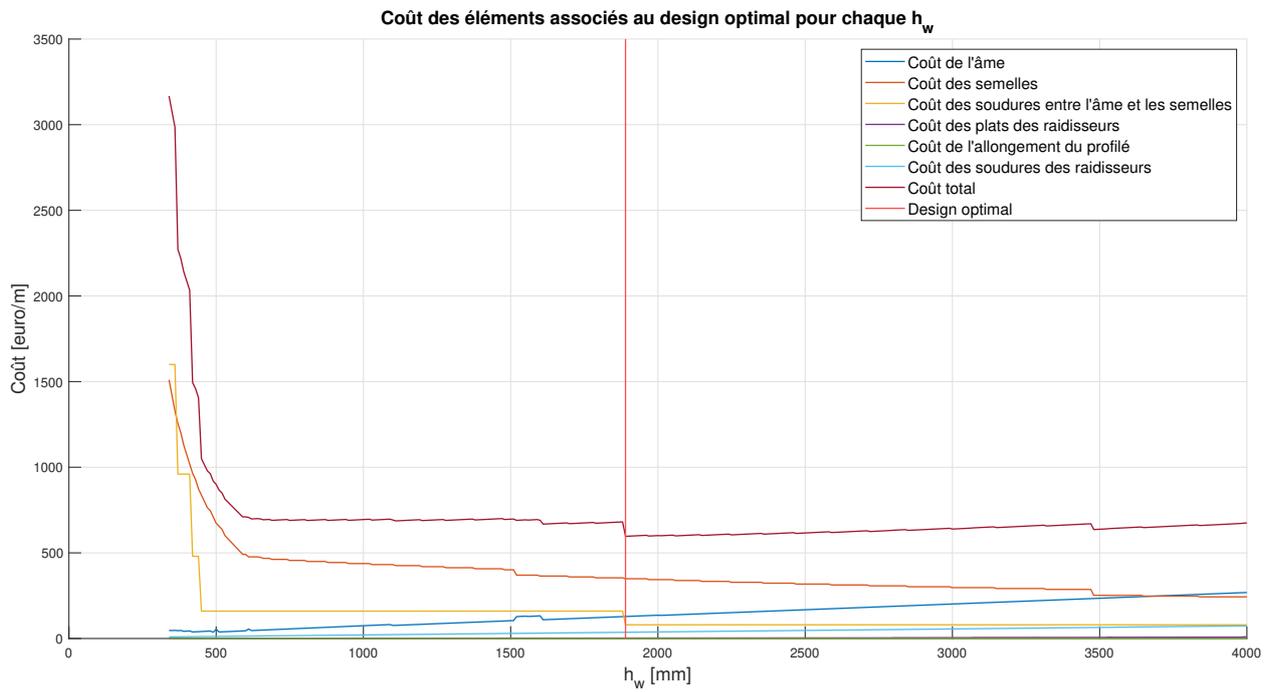


FIGURE 162 –  $L = 23m$ .

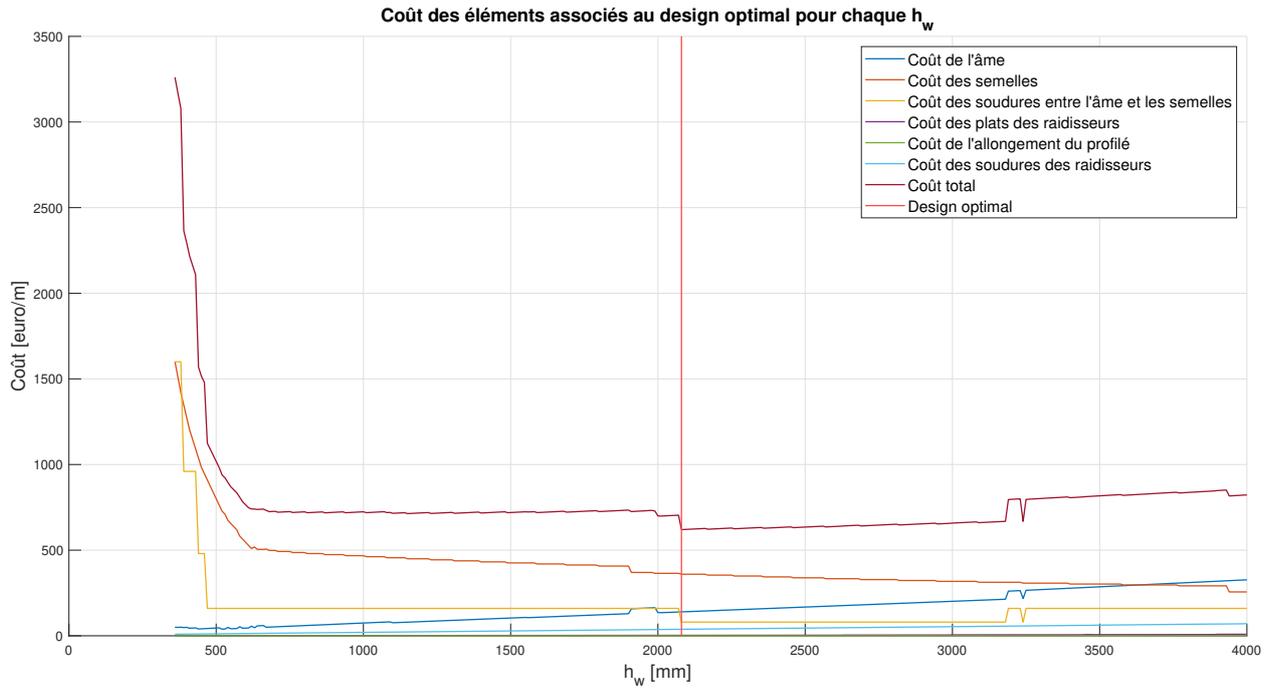


FIGURE 163 –  $L = 24m$ .

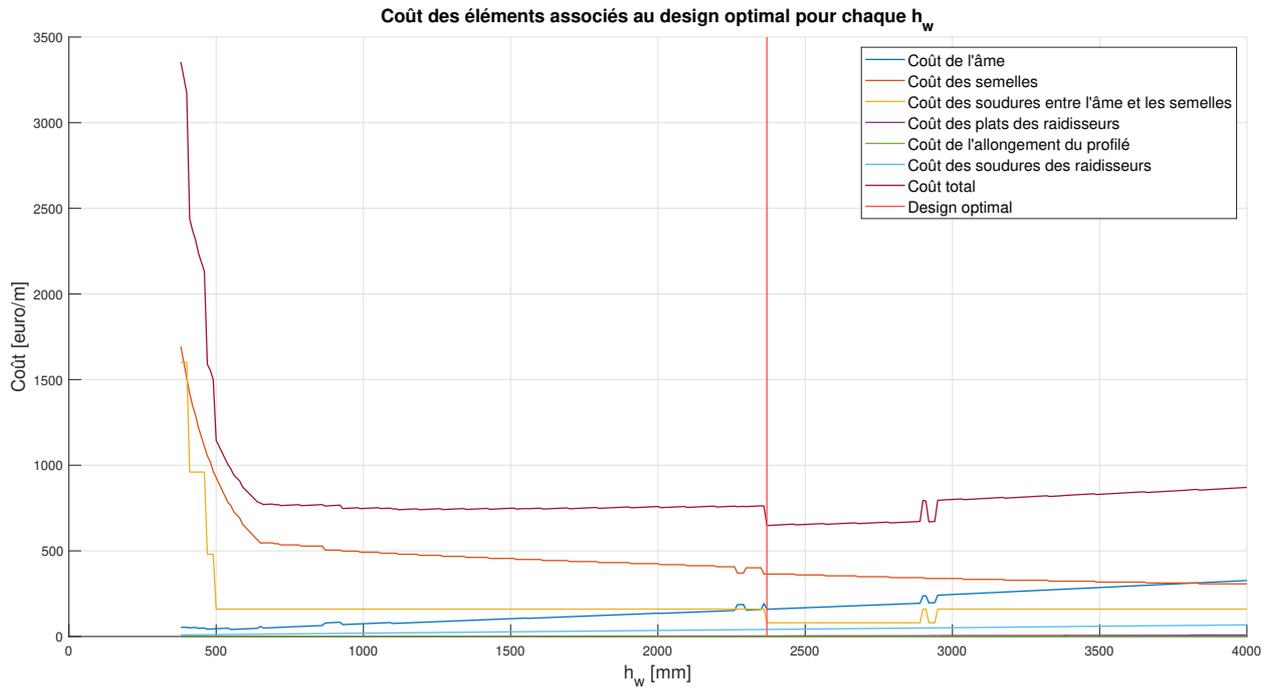


FIGURE 164 –  $L = 25m$ .

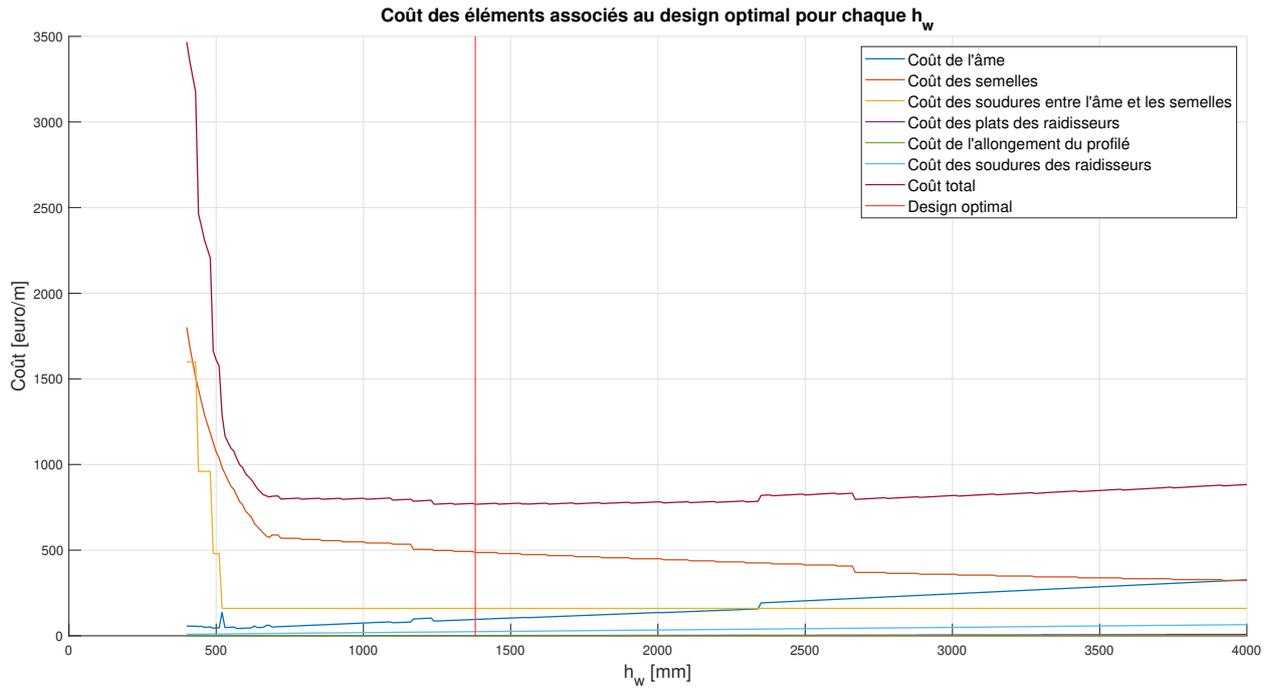


FIGURE 165 –  $L = 26m$ .

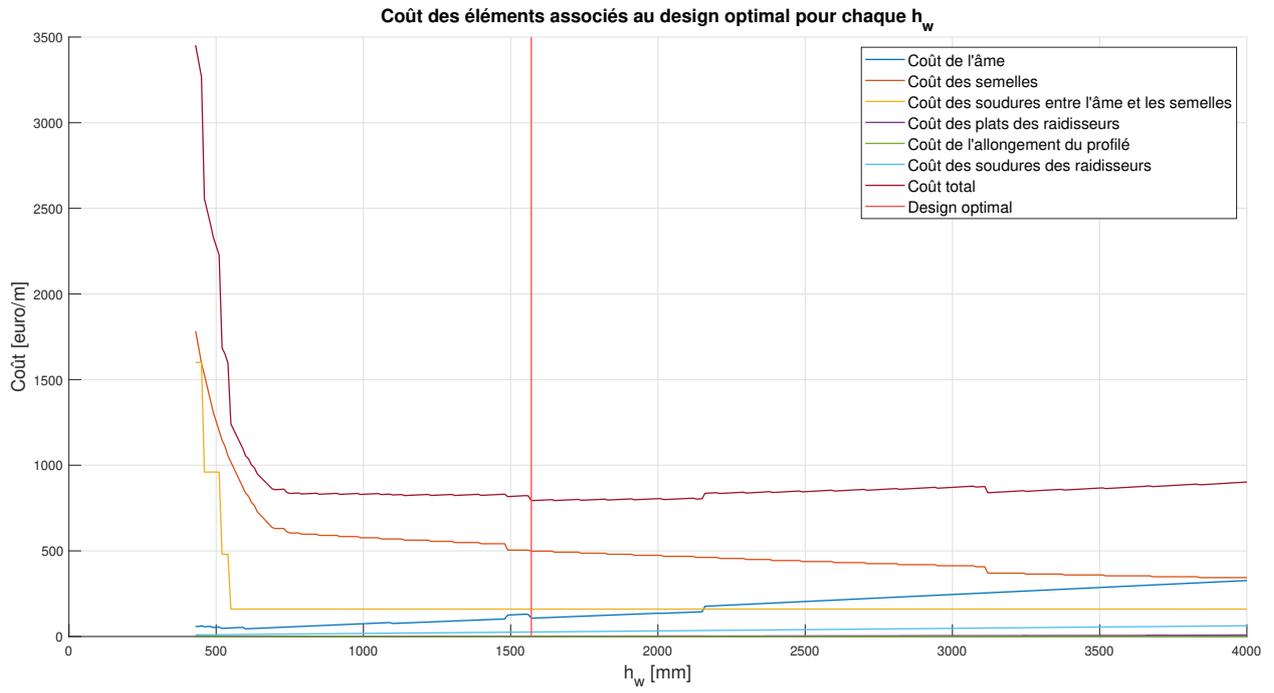


FIGURE 166 –  $L = 27m$ .

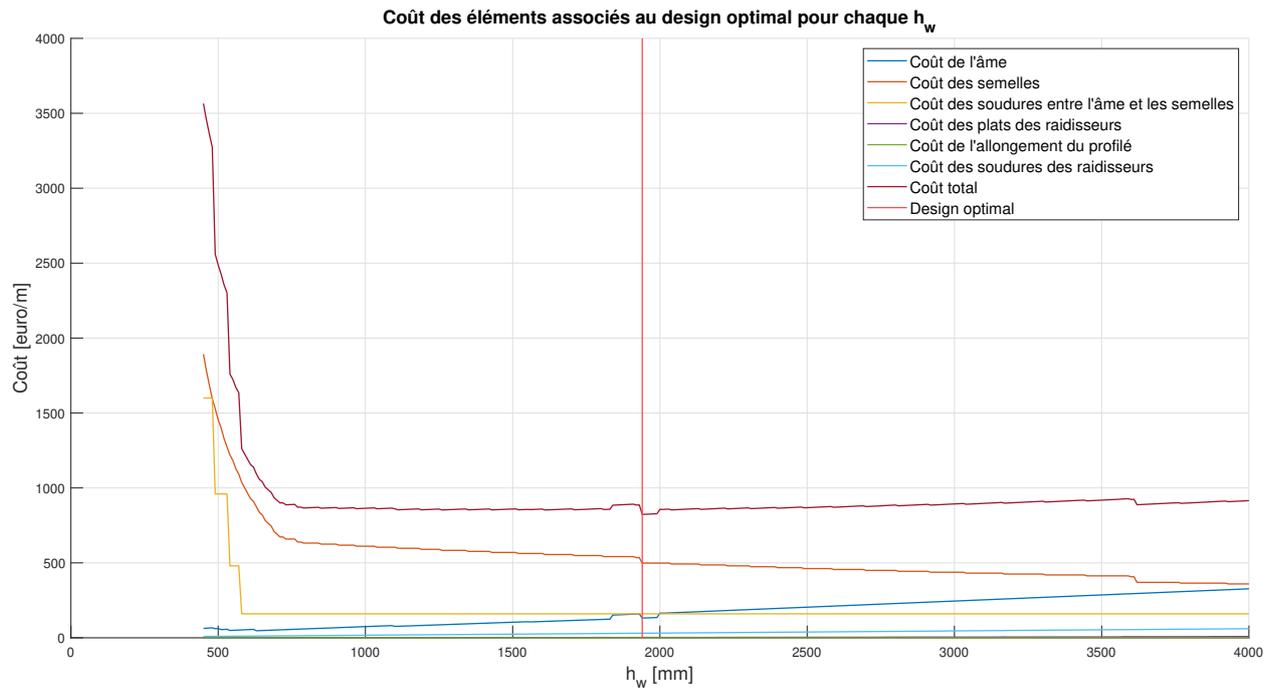


FIGURE 167 –  $L = 28m$ .

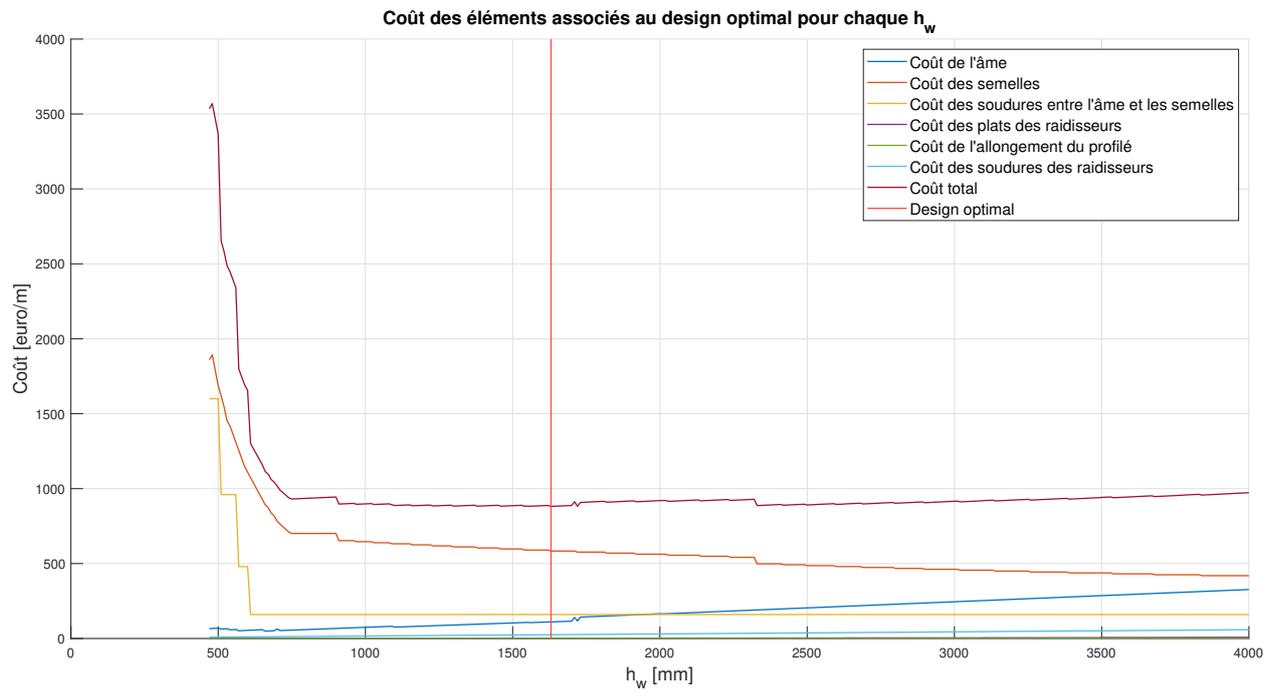


FIGURE 168 –  $L = 29m$ .

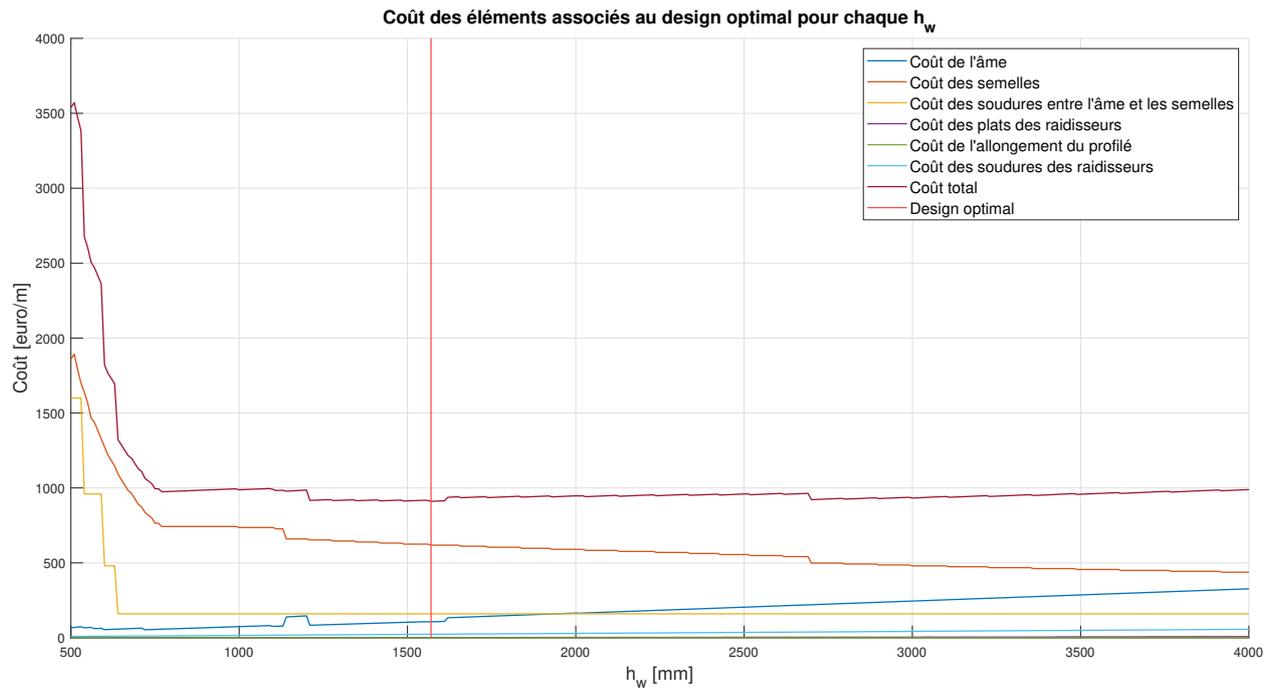


FIGURE 169 –  $L = 30m$ .

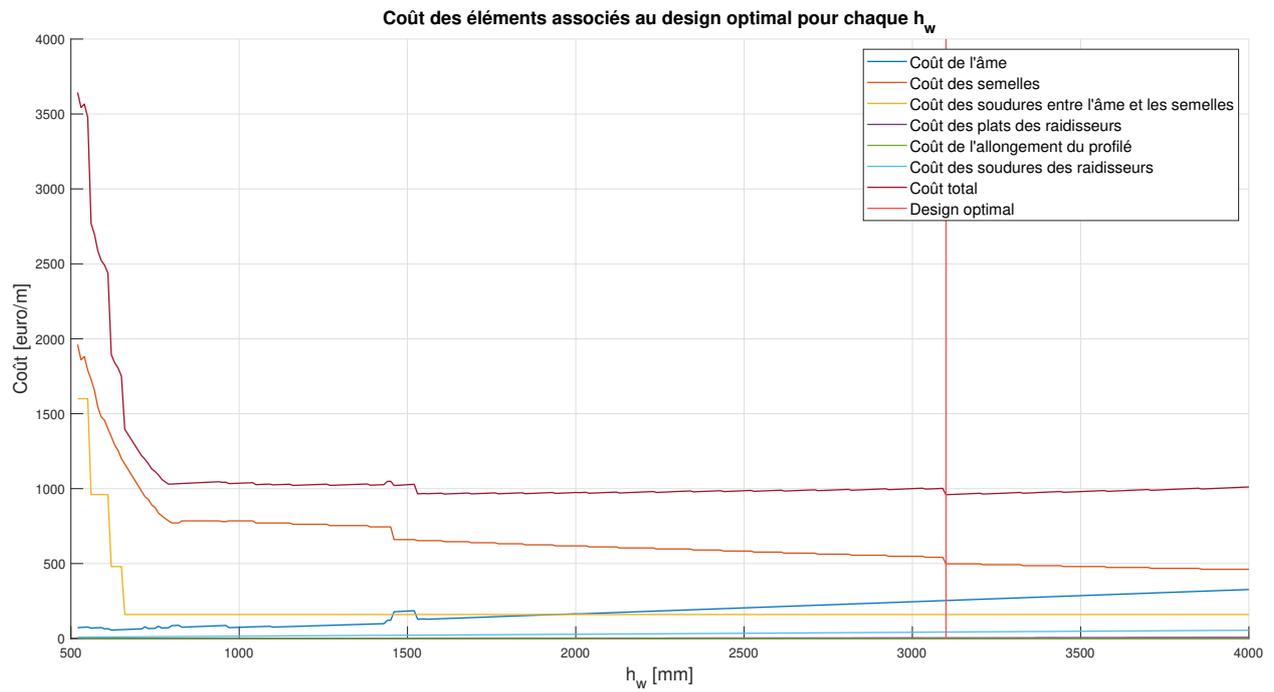


FIGURE 170 –  $L = 31m$ .

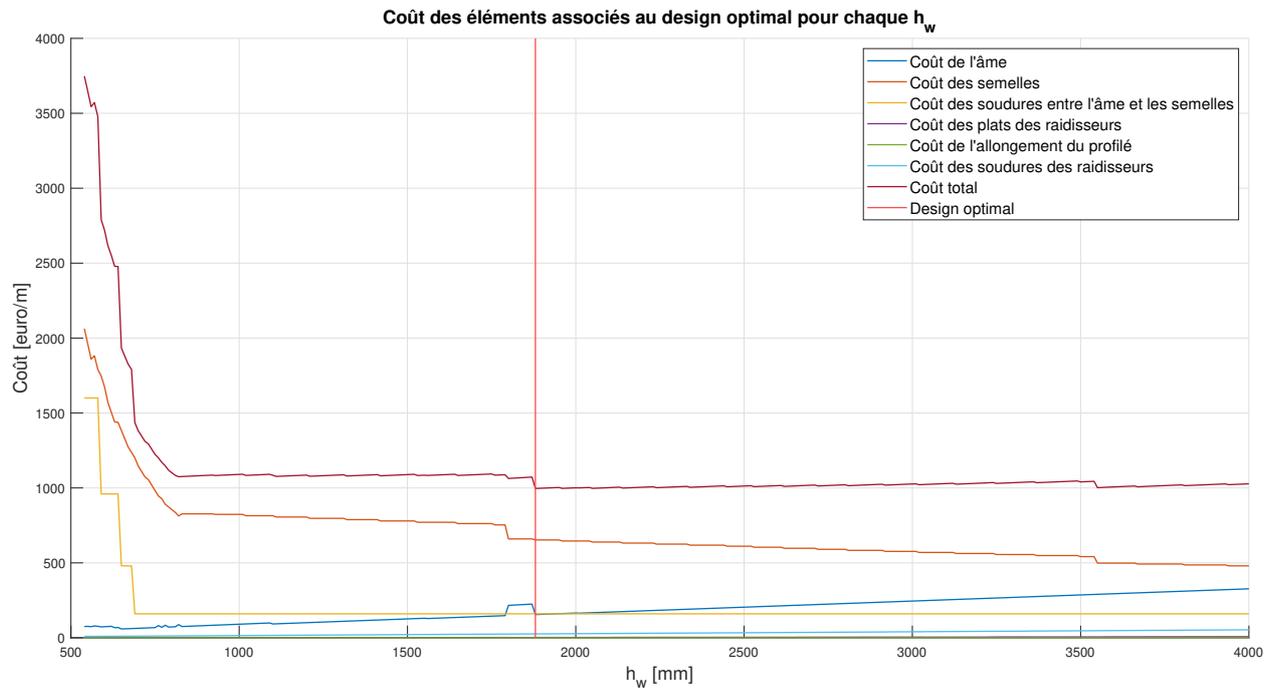


FIGURE 171 –  $L = 32m$ .

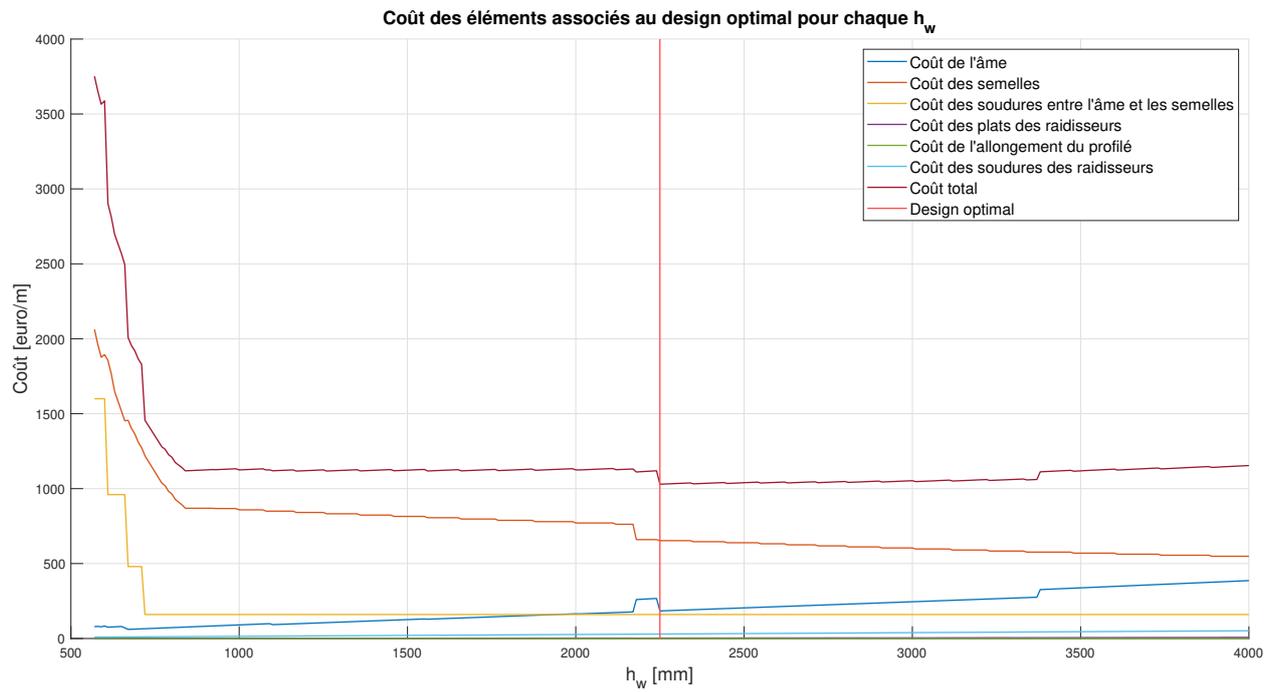


FIGURE 172 –  $L = 33m$ .

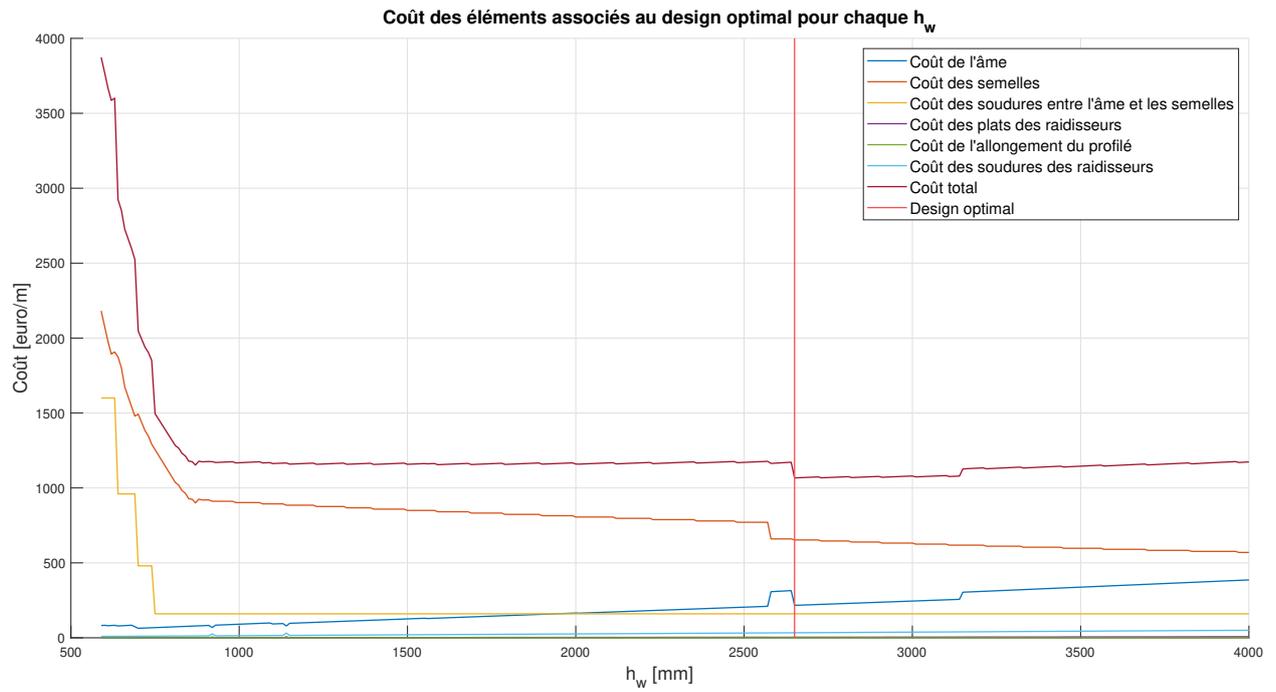


FIGURE 173 –  $L = 34m$ .

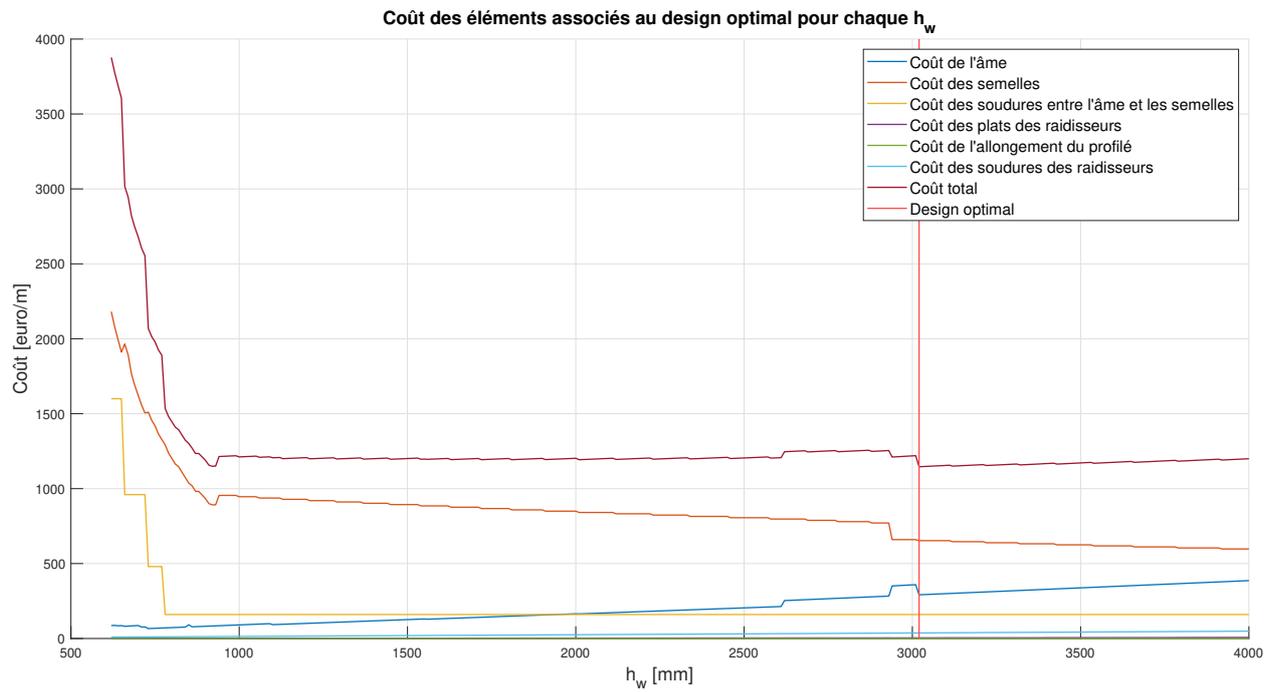


FIGURE 174 –  $L = 35m$ .

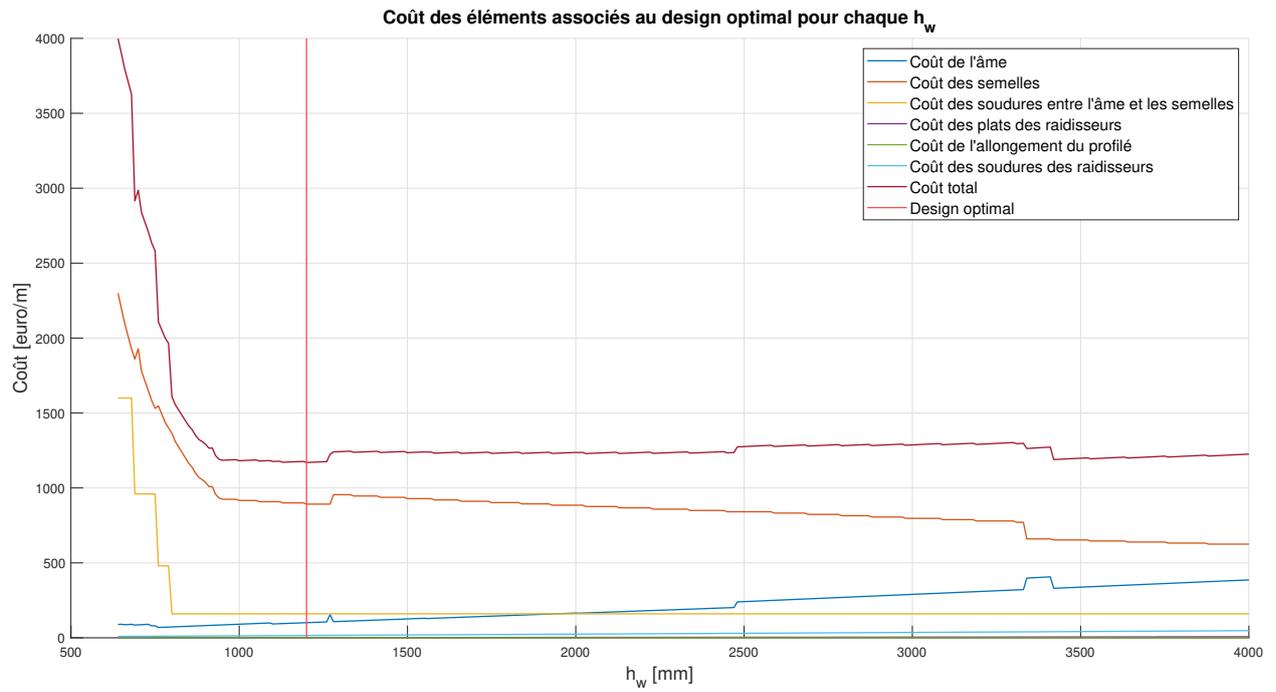


FIGURE 175 –  $L = 36m$ .

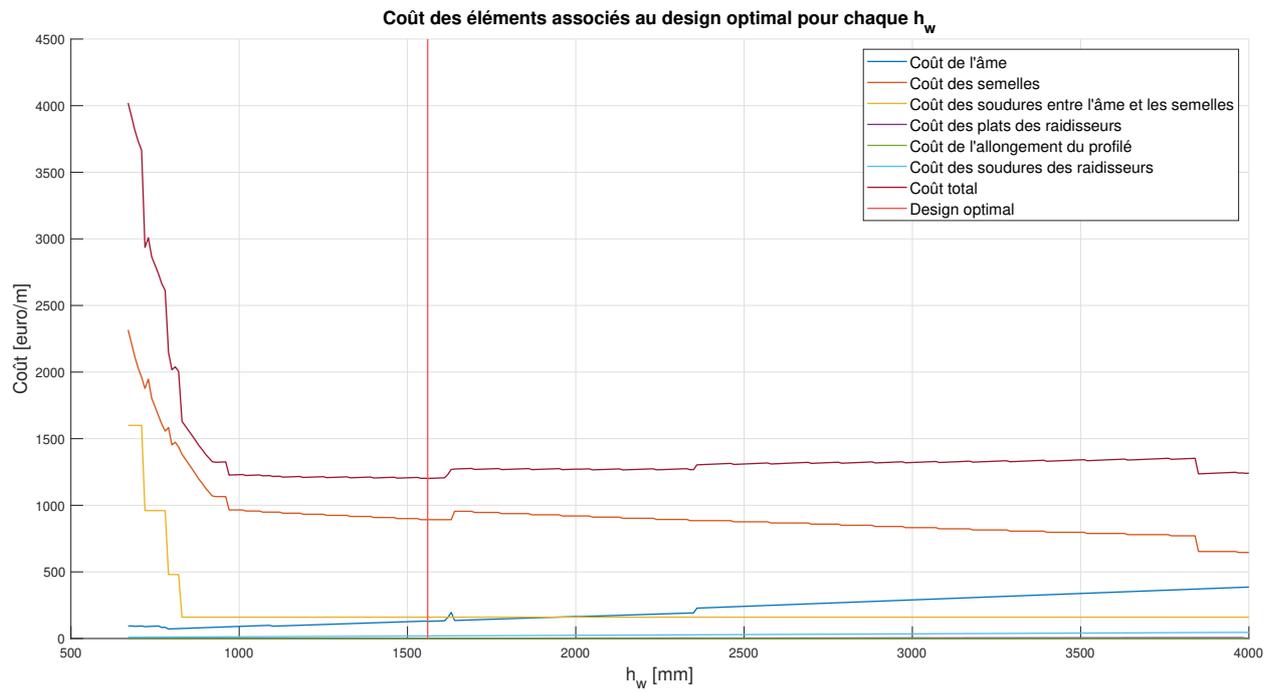


FIGURE 176 –  $L = 37m$ .

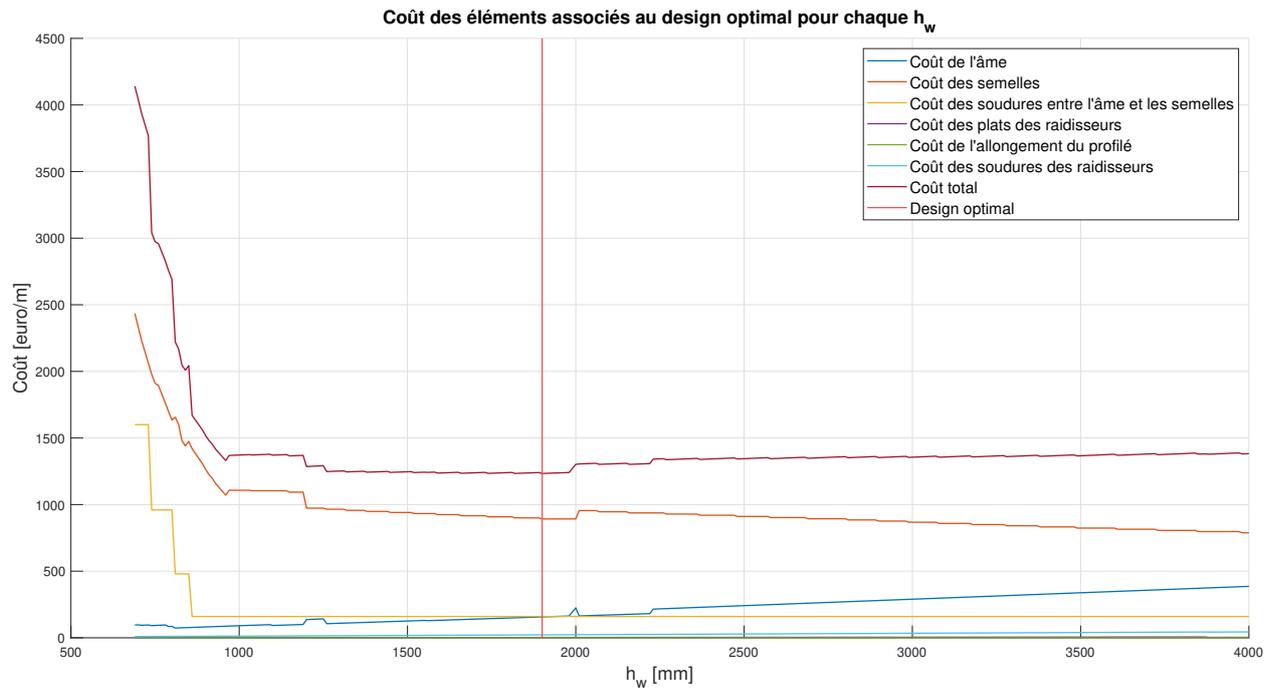


FIGURE 177 –  $L = 38m$ .

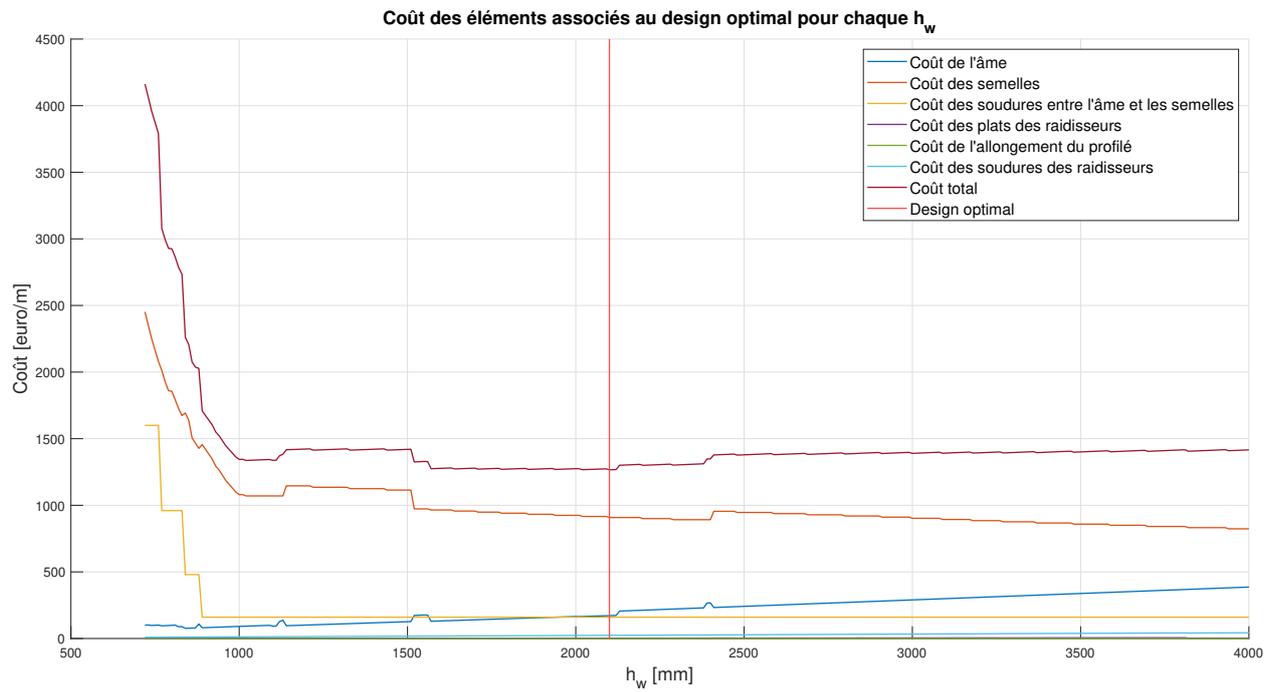


FIGURE 178 –  $L = 39m$ .

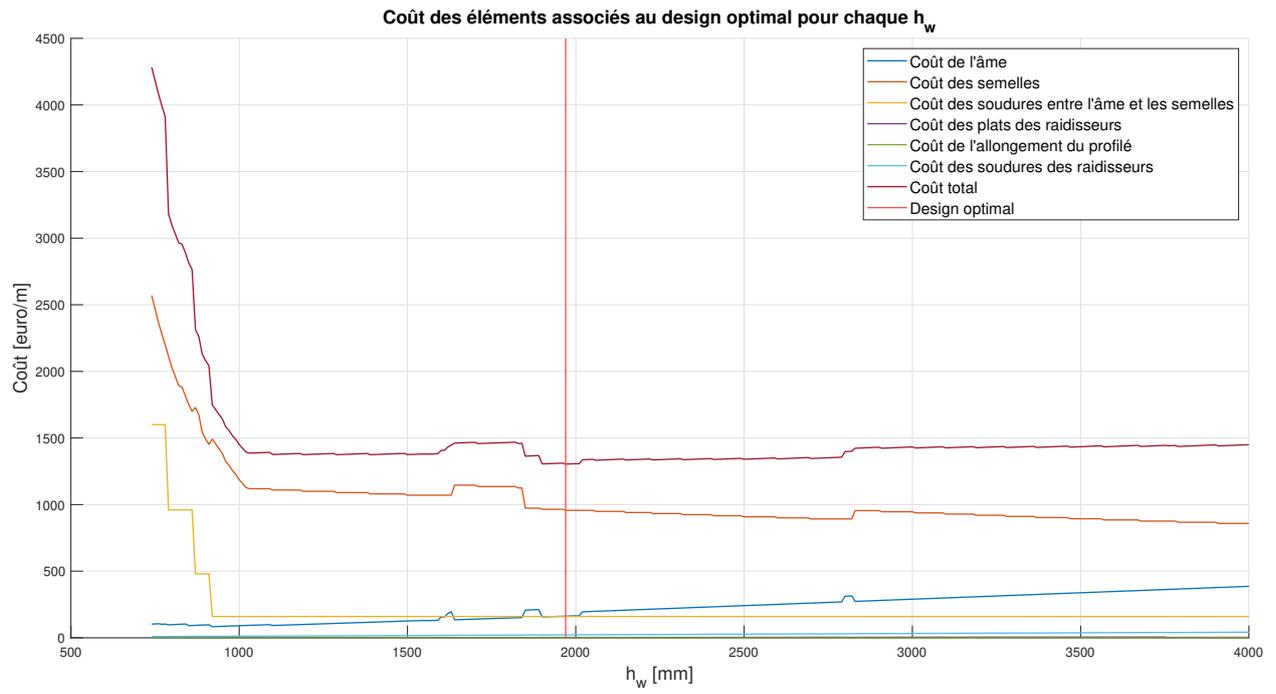


FIGURE 179 –  $L = 40m$ .

