Mémoire

Auteur : Colon, Ludovic
Promoteur(s) : Caps, Hervé
Faculté : Faculté des Sciences
Diplôme : Master en sciences physiques, à finalité didactique
Année académique : 2023-2024
URI/URL : http://hdl.handle.net/2268.2/20959

Faculté des Sciences

Département de Physique

Approche dimensionnelle d'analogies en électricité

Ludovic COLON

Promoteur : Hervé CAPS

Mémoire présenté en vue de l'obtention du Master en Sciences Physiques, à finalité didactique

Année académique 2023-2024

Table des matières

Remerciements

Je tiens à adresser mes remerciements à mon promoteur, le Professeur Hervé Caps, pour ses conseils et son soutien durant l'élaboration de mon mémoire. J'en profite pour également remercier les Professeurs Hoebeke, Bastin et Dorbolo qui ont accepté de constituer mon comité de lecture. Enfin, je remercie ma famille pour son soutien tout au long de mes études. Je dédie ce mémoire à René, qui aurait sans aucun doute adoré échanger avec moi au sujet de l'électricité et des analogies permettant de rendre ce champ plus accessible à tout un chacun.

Introduction

De nombreuses études en didactique des sciences ont mis en évidence les difficultés liées à l'apprentissage des concepts de l'électricité, notamment pour les élèves de secondaire. Ainsi, la compréhension de ce domaine de la physique souffre souvent des conceptions spontanées qui y sont liées, ainsi que du manque d'intuition. Il n'est en effet pas possible d'observer le comportement des charges électriques, on ne peut en observer que certaines conséquences ou encore certains phénomènes physiques associés. Les élèves ont donc beaucoup de mal à se représenter le fonctionnement des différents composants d'un circuit électrique, par exemple lorsqu'il s'agit de prédire ce qu'il va se passer dans une situation donnée. De plus, ils se basent trop souvent sur leur expérience quotidienne, qui ne reflète pas les modèles physiques, car elle ne met pas en évidence les hypothèses nécessaires à l'interprétation correcte de leurs observations [1]. Afin de donner du sens aux apprentissages et de permettre aux élèves de se créer des représentations mentales plus cohérentes vis-à-vis des différents concepts considérés, il peut être judicieux de recourir à des analogies. Les professeurs les utilisent d'ailleurs très régulièrement en classe.

Une analogie consiste à mettre en relation deux domaines distincts et à en dégager des ressemblances et des points communs. L'analogie diffère de la métaphore, car cette dernière établit un lien implicite entre deux objets, qui peut être dénué de sens si la relation implicite n'est pas comprise. Pour reprendre des exemples fournis par Duit [2], on peut tirer une analogie entre le courant électrique dans un circuit électrique, et l'écoulement de l'eau dans un circuit hydraulique. Nous analyserons d'ailleurs cette analogie dans le cadre de notre travail. On peut également établir une métaphore en assimilant le professeur, responsable des apprentissages de ses élèves, au capitaine d'un navire. La comparaison recouvre quant à elle une idée plus générale dont l'objectif est de mettre en évidence des similitudes entre différents objets quels qu'ils soient, y compris des objets issus d'un même domaine. Par exemple, on pourrait dire que la Lune tourne autour de la Terre comme la Terre tourne autour du soleil. Ces trois procédés sont proches dans leur philosophie, consistant à mettre en relation différents objets afin d'en dégager des ressemblances.

En physique, le recours à l'analogie est fréquent : il permet de créer des liens entre deux concepts physiques différents mais qui présentent certaines caractéristiques communes, avant d'éventuellement élargir ces liens à des théories physiques plus complètes.

Dans ce mémoire, nous allons d'abord évoquer l'intérêt d'utiliser des analogies dans l'enseignement (en particulier secondaire supérieur) et comment elles peuvent s'inscrire dans différents contextes didactiques. Ensuite, nous allons nous pencher sur les analogies liées à l'étude de l'électricité. Nous avons sélectionné trois analogies répandues que nous allons développer et analyser afin d'en saisir les atouts et les limites. Enfin, nous essayerons de les évaluer au regard de différents critères qui seront explicités en temps voulu. Nous tenterons de déterminer si les trois analogies présentées permettent effectivement une meilleure compréhension de l'électricité, et dans quelle mesure il est possible de les utiliser ou non dans l'enseignement secondaire.

Nous aborderons évidemment des notions d'électricité, mais aussi des notions de mécanique et de mécanique des fluides allant jusqu'au niveau de première année de bachelier à l'université. À ce titre, ce document n'a pas pour public cible les élèves de secondaire, mais s'adresse plutôt aux professeurs de physique et de sciences actifs dans l'enseignement secondaire supérieur. Nous ne prétendons aucunement apporter des vérités et des recettes à appliquer à la lettre, mais nous souhaitons que ce travail puisse éventuellement nourrir la réflexion des professeurs afin d'éventuellement adapter leurs pratiques pédagogiques.

Analogies et enseignement

2.1 Le rôle des analogies

Une analogie permet de comparer les caractéristiques d'objets issus de différents domaines. On entendra souvent parler du *domaine cible*, que l'on souhaite éclaircir, et du *domaine analogue*, qui sert d'appui pour développer, expliquer et comprendre le domaine cible par analogie. Cependant, les analogies ne servent pas qu'à faciliter la compréhension d'un domaine cible. Par exemple, des raisonnements par analogie peuvent légitimer de nouvelles théories, ou bien suggérer d'approfondir des théories existantes [3].

D'un point de vue plus pédagogique, les analogies présentent l'avantage de créer des liens entre différents domaines, de donner du sens aux apprentissages, et de vulgariser certaines caractéristiques du domaine cible étudié en faisant appel aux connaissances antérieures des élèves liées au domaine analogue considéré. Pour reprendre la formule de Hesse, citée par Kreisel [4] : « elles permettent d'expliquer des phénomènes nouveaux en termes familiers et intelligibles ».

2.2 Aspects didactiques

Selon Duit [2], l'utilisation des analogies dans l'enseignement relève du courant constructiviste, où l'élève est amené à construire par lui-même son propre savoir, tout en étant guidé par l'enseignant et les activités proposées par ce dernier. En effet, l'utilisation du raisonnement par analogie fait la part belle à la mobilisation des connaissances antérieures, nécessaires pour établir des liens entre un modèle cible inconnu et un modèle analogue déjà connu. Certains pédagogues ont mené des recherches en classe et ont mis en évidence le fait que le raisonnement par analogie permettait de donner du sens aux nouveaux savoirs. Ce sens facilite à la fois la compréhension du domaine cible, mais aussi la mémorisation, puisque des liens sont créés avec le domaine analogue. De telles approches permettent également de recentrer l'apprentissage sur les processus mentaux plutôt que sur la matière brute, et de stimuler le sentiment d'auto-efficacité des élèves lorsqu'ils réalisent qu'ils sont capables de dégager par eux-mêmes des liens entre les deux domaines. Il a aussi été établi que la manière de présenter une analogie, de l'amener dans un certain contexte et d'engager les élèves dans l'apprentissage semble avoir plus d'importance que l'analogie en elle-même en ce qui concerne l'efficacité qu'elle peut avoir pour les apprentissages des élèves [3].

Harrison & Treagust [5] ont pointé trois facteurs qui permettent d'augmenter l'efficacité d'une analogie. Elle doit d'abord sembler accessible aux élèves à qui elle s'adresse, notamment en utilisant un domaine analogue qui leur est familier et pour lequel ils ont une base de connaissances. Ensuite, il faut identifier précisément les caractéristiques communes partagées entre les objets cible et analogue. Il est préférable que les élèves jouent un rôle actif dans cette identification pour faciliter leur apprentissage en leur offrant des points d'ancrage permettant de faciliter la mémorisation et la compréhension de l'information. Enfin, il est primodrial d'identifier explicitement les limites de l'analogie présentée. Le but ultime de l'utilisation des analogies dans l'enseignement est de donner du sens aux apprentissages des élèves. Ainsi, il ne suffit pas de présenter une analogie en supposant que les élèves vont la comprendre, parce qu'elle semble évidente aux yeux du professeur. Ce qui semble évident pour l'un ne l'est pas spécialement pour l'autre, d'autant plus lorsque le professeur possède une connaissance bien plus large que l'élève, qui découvre pour la première fois une matière. Au plus les élèves sont actifs dans la construction d'une analogie, au plus elle pourra les aider à comprendre la matière visée [3].

2.3 Les pièges à éviter

Bien que pouvant être un outil didactique puissant, les analogies se doivent d'être utilisées avec prudence, d'autant plus dans l'enseignement. Pour reprendre une expression bien connue : « comparaison n'est pas raison ». Il en va de même pour les analogies. En effet, comme mentionné ci-dessus, elles possèdent toutes des limites. Une fois la limite de l'analogie atteinte, les liens qui pourraient être tirés entre le domaine cible et le domaine analogue ne sont plus porteurs de sens. En effet, soit le domaine cible devient trop complexe pour être expliqué simplement à l'aide du domaine analogue, soit le domaine analogue ne présente plus aucune caractéristique analogue au domaine cible. Ainsi, utiliser des analogies sans être conscient de leurs limites peut s'avérer contre-productif car elles peuvent alors générer des incompréhensions [5], des incohérences dans les représentations mentales des élèves, ou encore renforcer, voire générer, des conceptions spontanées dans l'esprit des élèves, liées au domaine cible ou au domaine analogue [2].

Si on reste dans les limites au sein desquelles une analogie est valable, il est tout de même nécessaire de porter une attention particulière aux conceptions spontanées des élèves. Les conceptions spontanées, mises en évidence par Bachelard, sont des idées préconçues présentes dans l'esprit des élèves et généralement issues de leur expérience quotidienne. À leurs yeux, elles traduisent la réalité qu'ils vivent quotidiennement. Cependant, elles ne traduisent pas la réalité prédite par les modèles physiques. Prenons l'exemple d'une conception spontanée commune issue de la mécanique : « pour qu'un objet se déplace à vitesse constante, il faut lui appliquer une force constante ». Cette affirmation est contradictoire avec le principe d'inertie, mais reflète la réalité vécue par les élèves, où les forces de frottement dissipent de l'énergie [6]. Pour en revenir aux analogies, il est crucial que le professeur s'attèle à lever les conceptions spontanées liées au domaine analogue, sans quoi elles risqueraient d'être transposées par les élèves au domaine cible. Sans quoi, en plus de générer une nouvelle conception spontanée liée au domaine cible, l'élève aura aussi renforcé celle liée au domaine analogue, ce qui n'est évidemment pas souhaitable. Une fois ces conceptions spontanées levées, le raisonnement par analogie peut se montrer efficace.

Il est donc crucial d'utiliser les analogies de manière critique et raisonnée. D'un point de vue didactique, cette approche critique se doit d'être enseignée aux élèves et permet d'ouvrir la porte sur les processus de métacognition [3]. La métacognition correspond à la connaissance qu'a l'élève sur ses connaissances, ses processus d'apprentissage, ses manières de travailler ainsi que les techniques lui permettant d'être efficace [7]. Puisque la construction d'une analogie et l'identification de ses limites n'est pas un travail aisé, il est utile d'utiliser la métacognition pour vérifier si l'analogie proposée donne du sens aux nouveaux savoirs dans l'esprit des élèves, si elle est utile à leurs apprentissages ou si, au contraire, elle ne les aide pas à saisir les nouveaux concepts étudiés.

2.4 Les analogies en didactique de la physique

Dans l'enseignement des sciences physiques, les raisonnements par analogie sont fréquemment utilisés dans l'idée de faciliter les nouveaux apprentissages. Ils peuvent porter sur divers aspects comme les grandeurs physiques, les phénomènes physiques, les modèles utilisés, les dispositifs expérimentaux ou encore les raisonnements mathématiques [8]. L'avantage d'une telle approche réside dans sa capacité à se représenter des phénomènes parfois inobservables au moyen d'analogues observables [4].

Afin d'évaluer la qualité d'une analogie, il est nécessaire d'être conscient de l'objectif visé par son utilisation. On peut utiliser une analogie qui a une très petite portée, et dont les limites sont donc très vite atteintes, afin de susciter l'intérêt du public et rendre un sujet accessible, par exemple pour décrire un phénomène physique [9]. Il est donc tout à fait possible d'utiliser une analogie afin de faire coexister une dimension de plaisir avec l'apprentissage. Mais il faut alors que le public soit informé de ces limites afin d'éviter toute surgénéralisation : l'objectif est de susciter l'intérêt sans pour autant sacrifier la science [10]. On peut aussi utiliser des analogies qui couvrent un plus large spectre de la physique et qui décrivent par exemple un modèle cible complexe et à multiples composantes [9]. Il faut alors veiller à établir les liens entre ces composantes dans le modèle analogue et vérifier si l'analogie tient toujours la route, si l'on souhaite être rigoureux d'un point de vue physique.

Lorsqu'on souhaite mettre en relation deux modèles, on peut prendre le temps de catégoriser les différents analogues qui les relient et de les qualifier d'analogue positif, négatif ou neutre. Un analogue positif met en relation des caractéristiques communes aux deux modèles étudiés. À l'inverse, un analogue négatif relie des propriétés qui ne sont pas partagées par les modèles. En quelque sorte, l'identification des analogues négatifs équivaut à l'identification des limites d'une analogie entre différents modèles. La présence d'un analogue négatif est cruciale, sans quoi l'analogie perdrait de son sens, puisque les deux phénomènes étudiés ne différeraient plus et pourraient être décrits exactement de la même manière. Enfin, un analogue neutre exprime un lien pour lequel nous ne disposons pas encore assez d'informations et qu'il faut investiguer de plus près. Il peut se montrer intéressant car il peut éventuellement permettre de prédire des résultats attendus dans le domaine cible à l'aide des résultats connus du modèle analogue [4].

Chiu & Lin [11] ont mis en évidence le fait que l'utilisation d'analogies se montrait utile pour permettre aux élèves de s'approprier des notions d'électricité. Le recours aux analogies est d'autant plus efficace si les professeurs prennent le temps de présenter plusieurs d'entre elles, fournissant ainsi différents domaines analogues et permettant aux élèves de multiplier les liens possibles avec le domaine cible et de faciliter sa compréhension. De plus, fournir plusieurs analogies présente l'avantage de recouvrir un champ comparatif plus large, puisque les limites de l'une ne sont pas nécessairement celles de l'autre. Finalement, les auteures insistent sur la nécessité de rendre les analogies explicites, en évitant tout lien implicite entre les domaines analogue et cible, et en mentionnant explicitement les limites dans lesquelles elles sont valables.

Analyse de trois analogies

Dans ce chapitre, nous allons nous atteler à analyser trois analogies couramment utilisées par les professeurs de physique pour décrire le comportement d'un circuit électrique. Pour la première, nous étudierons un analogue mécanique à l'électricité, au travers des similitudes avec un oscillateur amorti. Pour la deuxième, nous analyserons une analogie issue de la physique des fluides, avec le comportement d'un fluide dans un circuit hydraulique. La troisième analyse sera plus métaphorique et se penchera quant à elle sur l'analogie entre un circuit électrique et une station de ski.

Nous procéderons comme suit : après avoir décrit l'idée générale de chacune des analogies, nous étudierons d'un point de vue dimensionnel la portée de chaque analogie, afin d'en fixer les éventuelles limites. Pour chaque système, nous tenterons de fournir un analogue pour la résistance, le condensateur et le solénoïde. Nous nous questionnerons à chaque fois sur le sens des analogues du point de vue dimensionnel mais aussi du point de vue de l'influence sur le comportement du système. Il va de soi que l'analyse dimensionnelle ne va considérer que des ordres de grandeur : nous ne nous inquiéterons pas toujours des coefficients scalaires qui peuvent intervenir dans les équations, mais nous mettrons un point d'honneur à vérifier la cohérence dimensionnelle des équations proposées. Ensuite, nous verrons s'il est possible de transposer les lois de Kirchhoff ainsi que les lois d'associations dans le cadre de l'analogie.

Avec une telle approche, nous avons pour objectif de répondre aux questions suivantes pour chaque analogie étudiée. Premièrement, l'analogie permet-elle de donner plus de sens aux apprentissages visés ? Rend-elle la matière plus accessible aux élèves ? Fournit-elle une porte d'accès différente susceptible de créer des liens entre différents domaines de la physique et d'aider à la compréhension du domaine cible ? Génère-t-elle une image adaptée à l'apprentissage de l'électricité ? Deuxièmement, l'analogie proposée est-elle consistante d'un point de vue physique ? Y a-t-il une relation dimensionnelle entre les concepts analogues ? Peut-on l'utiliser dans l'enseignement sans devoir sacrifier la physique ou du moins sans devoir la faire passer au second plan ? Pour ce travail, nous postulerons qu'une analogie doit permettre de faciliter la compréhension des concepts physiques d'un point de vue formel, tout en gardant une cohérence physique sur le fond (nous choisissons l'analyse dimensionnelle comme critère pour évaluer cette facette).

Au terme de cette analyse, nous pourrons donc définir plus clairement les avantages et éventuels inconvénients et limites de chacune des trois analogies proposées. Il est évident que ce travail ne se veut pas exhaustif : chacune des analogies pourrait éventuellement être traitée plus en profondeur, mais nous nous limiterons aux concepts de base en électicité puisque ce travail s'adresse à des professionnels exerçant dans l'enseignement secondaire supérieur. Nous mentionnons également qu'il existe bien entendu une immense quantité d'analogies qui sont sucseptibles d'être utilisées pour l'enseignement des concepts liés à l'électricité, dont la portée de chacune est plus ou moins limitée, mais nous nous cantonnerons aux trois analogies mentionnées ci-dessus. Cependant, nous tenterons de mettre en évidence des conclusions ayant une portée plus générale.

Vous constaterez rapidement que pour construire les raisonnements permettant d'établir les différentes analogies, nous passerons régulièrement du domaine analogue au domaine cible, et vice-versa. En effet, pour construire une analogie, nous partons du principe qu'en tant qu'expert, les domaines étudiés se situent à un niveau de difficulté conceptuelle similaire. Nous réalisons ces allers-retours entre domaines précisément puisque nous tentons de construire les analogies et de les analyser. Il va de soi qu'un enseignant qui souhaiterait utiliser une des analogies présentées aura face à lui un public novice, pour lequel il existe bien une différence de niveau entre les domaines analogues (les trois analogies proposées) et le domaine cible (l'électricité). De plus, la maitrise des domaines analogues sera différente en fonction des élèves à qui l'analogie est présentée. Le professeur devra donc bien être conscient de ces paramètres au cours de sa séquence d'enseignement s'il souhaite maximiser ses chances d'utiliser une analogie comme outil didactique permettant de faciliter l'apprentissage de ses élèves.

3.1 Système mécanique

Cette analogie met en relation le comportement des charges électriques dans un circuit électrique et le comportement d'une masse attachée à un ressort. Cette masse est donc soumise à une force de rappel exercée par ce ressort lorsqu'elle est éloignée de sa position d'équilibre. Nous considérons également qu'il est possible d'appliquer une force externe à la masse afin de la mettre en mouvement. Lorsque la masse se déplace, une force de frottement visqueux (donc qui dépend de la vitesse du mobile) fait son apparition dans le sens opposé au mouvement (amortissement). Le système mécanique présenté ci-dessus fait donc apparaitre des forces à partir desquelles il est possible de décrire le mouvement du mobile, via la deuxième loi de Newton [12–14].

3.1.1 Base de l'analogie

La base de l'analogie consiste à considérer que le courant électrique est l'analogue de la vitesse de déplacement du mobile. En effet, on postule que le courant électrique est lié à la vitesse des charges dans le conducteur, ce qui permet d'établir ce parallélisme. Puisque le courant électrique i (A) représente une variation de charge q (C) par unité de temps t (s) et que la vitesse du mobile v (m/s) représente la variation de sa position x (m) au cours du temps, on peut déduire que la charge et la position sont des grandeurs analogues. D'un point de vue dimensionnel, cela revient à lier les coulombs aux mètres.

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \longleftrightarrow v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$
$$[\mathrm{A}] = \left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

Pour établir la suite de l'analogie, nous nous baserons donc sur la relation entre le coulomb d'une part et le mètre d'autre part. Nous pouvons désormais analyser les différents composants d'un circuit électrique afin d'essayer de trouver des analogues pour un système mécanique.

3.1.2 Moteur du phénomène

Le mouvement de charges électriques dans un circuit peut être généré par une pile qui fournit de l'énergie en amenant une différence de potentiel ΔV (V) en un point du circuit. Cette différence de potentiel correspond à l'énergie potentielle électrique U (J) par unité de charge q (C). Intuitivement, on peut imaginer que dans l'analogie mécanique, le moteur du mouvement du mobile attaché à l'oscillateur est une force externe F_a (N) appliquée sur le mobile. D'un point de vue dimensionnel, l'analogie tient la route puisque la force est équivalente à l'énergie correspondant au travail W (J) de celle-ci sur le déplacement Δx (m). Nous retrouvons bien ici l'équivalence entre les coulombs d'une part et les mètres d'autre part.

$$\Delta V = \frac{U}{q} \longleftrightarrow \frac{W}{\Delta x} = F_a$$
$$[\mathrm{V}] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}}\right] = [\mathrm{N}]$$

3.1.3 Résistance

Dans un circuit électrique, l'élément dissipatif d'énergie est représenté par la résistance R (Ω). La loi d'Ohm permet d'établir la relation entre la différence de potentiel V_R (V) aux bornes de la résistance et le courant i (A) qui la traverse. Dans l'analogie mécanique, la dissipation d'énergie résulte d'un frottement visqueux, donc dépendant de la vitesse v (m/s) du mobile. En effet, nous avons établi que la vitesse du mobile était analogue au courant électrique. On introduit donc un coefficient de frottement λ (N.s/m). La force de frottement F_f (N) est alors l'analogue de la différence de potentiel aux bornes de la résistance. Du point de vue dimensionnel, l'analogie est cohérente puisque les newtons correspondent aux volts. On constate que la force de frottement est liée à la vitesse, tout comme la différence de potentiel est liée à l'intensié du courant.

$$R = \frac{V_R}{i} \longleftrightarrow \lambda = \frac{F_f}{v}$$
$$[\Omega] = \left[\frac{\text{J.s}}{\text{C}^2}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\text{J.s}}{\text{m}^2}\right] = \left[\frac{\text{N.s}}{\text{m}}\right]$$

D'un point de vue phénoménologique, la différence de potentiel à appliquer aux bornes d'une résistance correspond au coût énergétique nécessaire pour faire passer un courant d'une intensité donnée dans une certaine résistance. De manière analogue, la force de frottement visqueux représente le coût énergétique généré par la mise en mouvement d'un fluide visqueux résultant du passage d'un mobile dans ce fluide.

3.1.4 Condensateur

Dans un circuit électrique, l'élément qui permet de stocker de l'énergie potentielle électrique U_{elec} (J) est le condensateur. Il est caractérisé par sa capacité C (F) qui correspond au rapport entre la quantité de charges qu'il peut stocker q (C) et la différence de potentiel appliquée à ses bornes V_C (V). Ici aussi, la différence de potentiel correspond à l'énergie potentielle électrique par unité de charge. Si on transfère cette relation au problème de l'oscillateur grâce aux analogies établies précédemment, on en déduit que l'analogue de la capacité correspond dimensionnellement à une force divisée par une longueur. Or, pour un oscillateur, la force dont nous disposons est la force de rappel du ressort F_r (N). Cette dernière est effectivement proportionnelle à l'élongation x (m) du ressort. Le facteur de proportionnalité est donné par la constante de raideur k (N/m) du ressort. L'analogie mène donc au résultat suivant : la capacité d'un condensateur est comparable à l'inverse de la constante de raideur d'un ressort. Le ressort permet quant à lui de stocker de l'énergie potentielle élastique U_{elast} (J) sous l'effet de sa déformation.

$$V_C = \frac{q}{C} \longleftrightarrow F_r = kx$$
$$\Longleftrightarrow C = \frac{q}{V_C} \longleftrightarrow \frac{1}{k} = \frac{x}{F_r}$$
$$[\text{F}] = \left[\frac{\text{C}^2}{\text{J}}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\text{m}^2}{\text{J}}\right] = \left[\frac{\text{m}}{\text{N}}\right]$$

Dans un condensateur, le stockage d'un grand nombre de charges génèrera une différence de potentiel élevée à ses bornes. Cette différence de potentiel sera d'autant plus grande que la capacité du condensateur est faible. En effet, pour une faible capacité, il est difficile de stocker un grand nombre de charges. Pour y parvenir, il faut fournir un travail important qui sera ensuite stocké sous forme d'énergie potentielle électrique. De manière analogue, l'élongation importante d'un ressort fera apparaitre une force de rappel élevée. Cette force de rappel sera d'autant plus grande que la constante de rappel du ressort est élevée (on retrouve la relation inverse entre la capacité et la constante de rappel). En effet, pour une grande constante de rappel, il est difficile d'allonger grandement le ressort. Pour y parvenir, il faut fournir un travail important qui sera ensuite stocké sous forme d'énergie potentielle élastique.

3.1.5 Solénoïde

Dans un circuit électrique, la self-inductance L (H) est un dispositif qui s'oppose aux variations de courant. Lorsque le courant qui la traverse varie, elle génère une différence de potentiel V_L (V) qui permet de s'opposer proportionnellement à la variation du courant i (C/s) au cours du temps t (s). Intuitivement, on recherche donc un analogue qui s'oppose aux variations de vitesse v (m/s) du mobile au cours du temps. La masse du mobile m (kg) remplit ce critère, car plus elle augmente, plus il est difficile de modifier l'état du mobile. On vérifie par ailleurs que dimensionnellement, l'analogue du henry est bien le kilogramme, ce qui confirme notre hypothèse. Finalement, en utilisant les grandeurs analogues établies précédemment, on retombe sur la loi de Newton dans l'analogie mécanique, puisque la variation de la vitesse du mobile au cours du temps correspond bien à son accélération a (m/s^2).

$$\begin{aligned} V_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} &\longleftrightarrow F = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = ma \\ \Longleftrightarrow L = \frac{V_L}{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}} &\longleftrightarrow m = \frac{F}{a} \\ [\mathrm{H}] = \left[\frac{\mathrm{J.s^2}}{\color{red}{\mathrm{C^2}}}\right] &\longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s^2}}{\color{red}{\mathrm{m^2}}}\right] = \mathrm{kg} \end{aligned}$$

Ainsi, dans un circuit électrique doté d'une self-inductance, il sera nécessaire d'appliquer une tension supplémentaire si on souhaite modifier l'intensité du courant y circulant. De même, dans un système mécanique, il sera nécessaire d'appliquer une force supplémentaire au mobile si on souhaite modifier sa vitesse.

3.1.6 Lois de Kirchhoff

Loi des noeuds

La première loi de Kirchhoff (loi des noeuds) est basée sur le principe de conservation de la charge et stipule qu'en un noeud d'un circuit électrique, la somme des courants entrants est égale à la somme des courants sortants. On peut dès lors s'interroger sur la forme que prendrait son analogue mécanique. En suivant le raisonnement déroulé ci-dessus, on recherche une loi qui exprimerait la conservation de la position dans un système mécanique, puisque la charge électrique et la position du mobile sont des grandeurs analogues. Cela serait équivalent à affirmer qu'en un point du système mécanique considéré, la somme des vitesses entrantes est égale à la somme des vitesses sortantes. Même s'il n'est absolument pas choquant d'admettre que la position d'un objet ne peut changer que si celui-ci possède une vitesse, le principe de conservation de la position semble quelque peu abstrait conceptuellement. Il est simple d'imaginer qu'une quantité de charges peut se diviser dans deux branches. Pour prendre une autre analogie, on peut imaginer qu'une bande de circulation se divise en deux bandes tout en gardant le même nombre total de voitures. En revanche, comment se représenter mentalement le fait que la position d'un objet puisse être divisée ? Devient-il nécessaire de faire apparaitre plusieurs objets et de considérer la notion de position moyenne ? Faut-il considérer que le mobile est constitué d'une grande quantité de sous-unités et considérer la position de son centre de masse ? L'analogie présentée ici ne met donc pas en défaut la première loi de Kirchhoff, mais on peut se demander si elle permet une compréhension plus aisée des phénomènes électriques à l'aide d'un modèle mécanique.

Loi des mailles

La deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles) exprime la conservation de l'énergie dans une maille d'un circuit électrique. Elle stipule que pour une boucle fermée d'un circuit électrique, la somme algébrique des différences de potentiel V_i est nulle. Dans l'analogie mécanique, on recherche donc une loi équivalente qui exprimerait également la conservation de l'énergie, puisque les unités d'énergie ne sont pas affectées par la transformation voulue par l'analogie. En revanche, elle devrait stipuler que pour un système mécanique « fermé », la somme algébrique des forces F_i est nulle, ce qui correspond à une situation d'équilibre. La difficulté conceptuelle qu'engendre l'analogie provient de l'apparition du concept de circuit mécanique « fermé », que nous n'avons pas considéré jusqu'à présent (il faut en fait comprendre que l'objet considéré revient à sa position initiale). On peut cependant mettre en équation cette deuxième loi de Kirchhoff, tant pour le circuit électrique RLC en série que pour le système mécanique décrit ci-dessus. Nous supposons ici l'absence de pile tout comme l'absence de force externe appliquée sur le mobile, de sorte que le système tende vers une situation d'équilibre.

$$\begin{gathered}
\sum_i V_i = 0 \longleftrightarrow \sum_i \vec{F_i} = \vec{0} \\
V_L + V_R + V_C = 0 \longleftrightarrow \vec{F} + \vec{F_f} + \vec{F_r} = \vec{0} \\
L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri + \frac{q}{C} = 0 \longleftrightarrow m\vec{a} + \lambda\vec{v} + k\vec{x} = \vec{0} \\
L\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C} = 0 \longleftrightarrow m\frac{\mathrm{d}^2\vec{x}}{\mathrm{d}t^2} + \lambda\frac{\mathrm{d}\vec{x}}{\mathrm{d}t} + k\vec{x} = \vec{0}
\end{gathered}$$

Dans les deux cas, on obtient les équations différentielles qui régissent respectivement l'évolution des charges dans le circuit électrique et l'évolution du mobile pour le système mécanique, jusqu'à ce qu'un état d'équilibre soit atteint. Dans la description du système mécanique, on ne prend en compte que la force de frottement et la force de rappel du ressort. La dernière force est en fait la résultante de ces deux forces, puisqu'on a une situation d'équilibre. Par ailleurs, on retrouve la deuxième loi de Newton, qui indique que la résultante des forces correspond au produit de la masse du mobile et de son accélération.

3.1.7 Lois d'associations

Condensateurs en parallèle

L'association en parallèle de condensateurs de capacités C_i implique que la différence de potentiel ΔV (générée par une pile) est identique aux bornes de chacun des condensateurs (Figure 3.1). On peut définir un condensateur équivalent de capacité C_{eq} qui représente l'association des condensateurs en parallèle. Par analogie, on recherche donc une association de ressorts de constantes de raideur k_i qui présente la propriété que la force $\vec{F}$ exercée sur chaque ressort est identique. Ceci correspond à une association de ressorts en série, où la force appliquée sera identique sur chacun des ressorts (Figure 3.2). On peut définir un ressort équivalent de constante de raideur k_{eq} qui représente l'association des ressorts. Il est donc intéressant de noter qu'on obtient bien une analogie mathématiquement, sur base des lois d'association, et qu'on retrouve bien l'analogie de départ qui associait la capacité à l'inverse de la constante de raideur. En revanche, l'analogie n'a pas de portée schématique, ce qui constitue une limite de l'analogie.

$$C_{eq} = \sum_i C_i \longleftrightarrow \frac{1}{k_{eq}} = \sum_i \frac{1}{k_i}$$

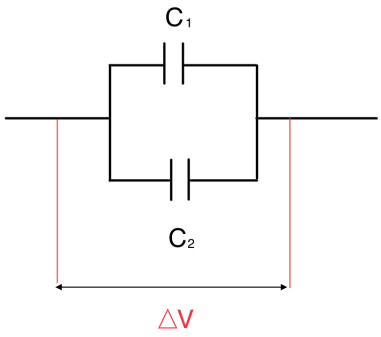

FIGURE 3.1 – Association de condensateurs en parallèle, qui présentent la même différence de potentiel à leurs bornes.

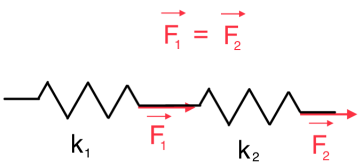

FIGURE 3.2 – Association de ressorts en série, qui sont soumis à la même force.

Condensateurs en série

En plaçant des condensateurs en série, la charge q portée par chacun d'entre eux est identique (Figure 3.3). On peut alors définir un condensateur équivalent de capacité C_{eq} qui représente l'association des condensateurs en série. Par analogie, on recherche une association de ressorts qui est caractérisée par une position (plus précisément une élongation) identique pour chaque ressort. La loi d'association de ressorts en parallèle convient (Figure 3.4). On peut alors considérer un ressort équivalent de constante de raideur k_{eq} qui représente l'association des ressorts en parallèle. De nouveau, on obtient une analogie mathématiquement cohérente mais qui n'a pas de portée schématique.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i} \longleftrightarrow k_{eq} = \sum_i k_i$$

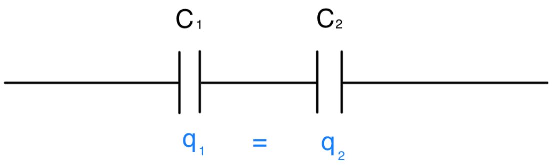

FIGURE 3.3 – Association de condensateurs en série, qui portent chacun la même charge.

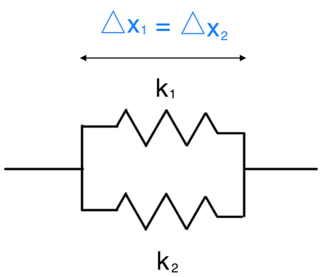

FIGURE 3.4 – Association de ressorts en parallèle, qui subissent la même élongation.

Résistances en parallèle

L'association en parallèle de résistances R_i suppose que la différence de potentiel V_R induite par chaque résistance est la même aux bornes de chacune d'entre elles (Figure 3.5). Ainsi, des courants de différentes intensités i peuvent parcourir chacune des résistances en fonction de leur valeur. Par analogie, on recherche donc une association d'amortisseurs de coefficients de frottement λ_i telle que la force de frottement F_f générée par chaque amortisseur est identique. Pour satisfaire cette condition, les amortisseurs doivent donc être placés en série (Figure 3.6). De cette manière, la vitesse v d'un mobile serait plus significativement réduite par l'un des amortisseurs si ce dernier possède un coefficient de frottement plus important. Dans le domaine de l'électricité, on peut définir une résistance équivalente R_{eq} qui représente l'association de résistances en parallèle. De la même manière, on peut définir un amortisseur équivalent caractérisé par un coefficient de frottement équivalent λ_{eq}, qui représente l'association d'amortisseurs en série. On observe à nouveau que l'analogie est cohérente mathématiquement mais ne montre pas de lien schématique.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \longleftrightarrow \frac{1}{\lambda_{eq}} = \sum_i \frac{1}{\lambda_i}$$

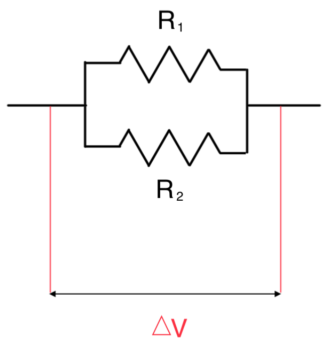

FIGURE 3.5 – Association de résistances en parallèle, qui présentent la même différence de potentiel à leurs bornes.

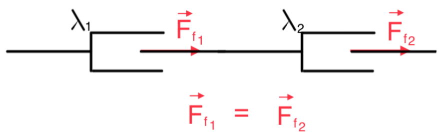

FIGURE 3.6 – Association d'amortisseurs en série, qui génèrent une même force de frottement.

Résistances en série

L'association en série de résistances suppose quant à elle que le courant traversant chacune d'entre elles possède la même intensité (Figure 3.7). Dans l'analogie mécanique, on va donc rechercher une association d'amortisseurs telle que la vitesse transmise à chaque amortisseur soit identique. Cette situation est vérifiée lorsque les amortisseurs sont placés en parallèle (Figure 3.8). De cette manière, la force de frottement générée par chacun d'entre eux peut différer, mais ils sont mis en mouvement avec la même vitesse. On peut donc trouver l'analogie mathématique entre la résistance équivalente caractérisant l'association de résistances en série, et le coefficient de frottement équivalent caractérisant l'association d'amortisseurs en série. De nouveau, cette analogie n'a pas d'écho schématique.

$$R_{eq} = \sum_i R_i \longleftrightarrow \lambda_{eq} = \sum_i \lambda_i$$

FIGURE 3.7 – Association de résistances en série, traversées par un même courant.

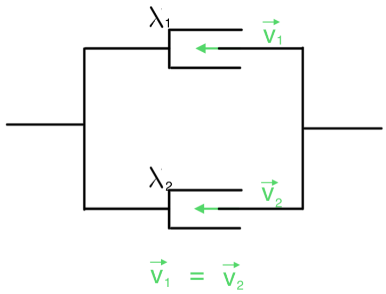

FIGURE 3.8 – Association d'amortisseurs en parallèle, pour lesquels la vitesse transmise est identique.

3.1.8 Approche énergétique

Nous pouvons élargir l'analogie aux grandeurs énergétiques. En réutilisant les relations établies précédemment, nous obtenons effectivement une correspondance entre l'énergie potentielle électrique stockée dans un condensateur U_{elec} (J) et l'énergie potentielle élastique stockée dans un ressort déformé U_{elast} (J).

$$U_{elec} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \longleftrightarrow U_{elast} = \frac{1}{2}kx^2$$

Ces expressions nous informent donc sur la quantité d'énergie nécessaire à fournir afin de respectivement charger un condensateur et déformer un ressort. Cette énergie fournie est ensuite stockée sous forme d'énergie potentielle dans les deux dispositifs précités. La modification de la quantité de charge stockée dans un condensateur implique la modification de l'énergie potentielle électrique, tout comme la modification de l'élongation du ressort entraine la modification de l'énergie potentielle élastique, et réciproquement.

Nous pouvons également établir un parallèle entre l'énergie emmagasinée dans une bobine U_L (J) et l'énergie cinétique du mobile attaché au ressort K (J) en réutilisant les relations déjà établies.

$$U_L = \frac{1}{2}Li^2 \longleftrightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$$

On voit que l'énergie stockée dans un solénoïde sous la forme d'un champ magnétique est analogue à l'énergie cinétique du mobile considéré dans le système mécanique. La modification du courant électrique implique la modification de l'énergie stockée dans un solénoïde, tout comme la modification de la vitesse du mobile entraine la modification de son énergie cinétique, et réciproquement.

En l'absence d'élément dissipatif d'énergie (circuit LC), on retrouve le principe de conservation de l'énergie dans les deux domaines. En effet, une diminution de la charge stockée dans un condensateur (diminution d'énergie potentielle) entraine une augmentation du courant dans le solénoïde (augmentation d'énergie magnétique). De même, une diminution du courant au travers du solénoïde (diminution d'énergie magnétique) implique que le condensateur se charge (augmentation d'énergie potentielle). De manière analogue, considérons un mobile attaché à un ressort, sans frottement. L'éloignement de la position d'équilibre du ressort (augmentation d'énergie potentielle) entraine une diminution de la vitesse (diminution d'énergie cinétique), tandis que le rapprochement de la position d'équilibre (diminution d'énergie potentielle) entraine une augmentation de la vitesse (augmentation d'énergie cinétique).

Finalement, il est possible de mettre en évidence que la puissance dissipée par effet Joule P_J (W) dans une résistance est analogue à la puissance dissipée par frottement P_f (W) dans le cadre d'un frottement visqueux.

$$P_J = Ri^2 \longleftrightarrow P_f = \lambda v^2$$

Il est cependant nécessaire de pointer que le courant électrique représente le déplacement de nombreuses charges au cours du temps. Dans l'analogie mécanique par contre, la vitesse correspond au déplacement du seul mobile considéré.

3.2 Circuit hydraulique

Dans cette analogie, nous allons mettre en évidence certains liens entre un circuit électrique et un circuit hydraulique. Dans un circuit électrique, les charges sont mises en mouvement et parcourent les fils électriques, en étant influencées par les composants électriques tels que les résistances, les condensateurs et les inductances. Dans un circuit hydraulique, nous considérerons l'écoulement d'un fluide (typiquement de l'eau) dans des tuyaux. Pour simplifier les raisonnements, nous ferons l'hypothèse que cet écoulement est laminaire, autrement dit qu'il ne génère pas de turbulences, qui seraient responsables d'effets non-linéaires si on les prenait en considération. En revanche, nous prendrons en compte les effets liés à la viscosité du fluide utilisé. Nous considérerons également le fluide comme incompressible, de sorte qu'il soit défini par une masse volumique constante. Nous allons tenter de trouver les concepts analogues aux résistances, condensateurs et inductances qui se retrouvent dans un modèle hydraulique, avant d'étudier si ce modèle présente un équivalent pour les lois de Kirchhoff et les lois d'association [13, 14].

3.2.1 Base de l'analogie

L'analogie hydraulique fait un premier parallèle entre le courant électrique et le courant hydraulique, autrement dit le débit d'eau qui traverse un point du circuit. Le courant électrique i (A) équivaut à la variation de charge q (C) par unité de temps t (s). Le débit Q (m^3/s) exprime quant à lui la variation du volume V_0 (m^3) par unité de temps. Ainsi, si le courant et le débit sont des grandeurs analogues, la charge et le volume le sont de la même manière. Dimensionnellement, nous obtenons donc une relation d'équivalence entre les coulombs et les mètres cubes.

$$\begin{aligned} i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} &\longleftrightarrow Q = \frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t} \\ [\mathrm{A}] = \left[\frac{\color{red}\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\right] &\longleftrightarrow \left[\frac{\color{red}\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}\right] \end{aligned}$$

3.2.2 Moteur du phénomène

Dans la descripion du circuit électrique, comme mentionné précédemment, c'est une différence de potentiel ΔV (V) qui joue le rôle de moteur du déplacement des charges. Cette différence de potentiel correspond à l'énergie potentielle U (J) par unité de charge q (C) en un point du circuit. Sur base de la relation entre coulombs et mètres cubes, on peut donc s'attendre à ce que le moteur de l'écoulement du fluide dans un circuit hydraulique s'exprime en joules par mètre cube. En retravaillant quelque peu cette unité, on trouve qu'elle correspond dimensionnellement à des newtons par mètre carré, autrement dit des pascals, unité usuelle de pression.

$$\begin{aligned} \Delta V = \frac{U}{q} &\longleftrightarrow \Delta P \\ [\mathrm{V}] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\color{red}\mathrm{C}}\right] &\longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J}}{\color{red}\mathrm{m}^3}\right] = \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right] = [\mathrm{Pa}] \end{aligned}$$

Effectivement, on sait qu'une différence de pression entre deux points d'un système hydraulique génère un écoulement du fluide. Dans un circuit électrique, une pile peut générer une différence de potentiel et donc fournir l'énergie nécessaire au mouvement des charges. Dans un circuit hydraulique, nous considérerons que l'analogue de la pile est la pompe, qui fournit elle aussi de l'énergie et met en mouvement le fluide.

3.2.3 Résistance

Nous allons maintenant nous atteler à rechercher l'analogue de la résistance pour un circuit hydraulique. En première approche, nous allons analyser la loi d'Ohm qui stipule que l'intensité du courant i (C/s) est proportionnelle à la différence de potentiel V_R (V) aux bornes d'une résistance. La résistance R (Ω) est donc donnée par le quotient de cette différence de potentiel et de l'intensité du courant électrique. Si on prend les analogues respectifs de chaque grandeur, on trouve que la résistance R' dans un circuit hydraulique s'exprime comme le quotient de la différence de pression entre deux points du circuit $P_{R'}$ (Pa) et le débit de fluide Q (m^3/s). Dimensionnellement, cette résistance analogue s'exprime en (J.s/m^6). On retrouve bien l'équivalence entre coulomb et mètre cube. En réécrivant cette unité, on peut retrouver qu'elle est équivalente à des (Pa.s/m^3), ce qui pourrait correspondre à l'unité d'une viscosité η (Pa.s) divisée par un volume V_0 (m^3).

$$R = \frac{V_R}{i} \longleftrightarrow R' = \frac{P_{R'}}{Q}$$
$$[\Omega] = \left[\frac{\mathrm{J.s}}{\mathrm{C}^2}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s}}{\mathrm{m}^6}\right] = \left[\frac{\mathrm{Pa.s}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Il semble assez intuitif d'imaginer que la viscosité d'un fluide s'oppose à sa mise en mouvement. Cependant, dans l'équation apparait un terme de dimension d'un volume pour lequel on ne dispose pas d'information. Il est dû aux conventions utilisées en mécanique des fluides : on ne discute jamais en termes de masse m (kg) de fluide, mais toujours en termes de masse volumique ρ_V (kg/m^3). Ce terme volumique dont on ne connait à ce stade pas encore l'expression mathématique rend l'analogie quelque peu plus complexe.

Nous allons donc utiliser une seconde approche afin d'essayer d'éclaircir l'analogie. Pour ce faire, nous pouvons étudier la loi de Pouillet qui décrit la résistance R (Ω) d'un fil comme étant proportionnelle à la résistivité ρ (Ω.m) du matériau qui le compose et à sa longueur l (m), et inversement proportionnelle à sa section A (m^2).

$$R = \frac{\rho l}{A}.$$

Considérons à présent un tuyau de longueur l' et de section A'. Il faudrait donc trouver un analogue à la résistivité afin de reformuler la loi de Pouillet dans l'analogie hydraulique. Abordons le problème à partir de l'analyse dimensionnelle. La résistivité ρ s'exprime en (Ω.m), ce qui correspond à des (J.s.m/C^2). Grâce à la correspondance entre coulomb et mètre cube, la résistivité hydraulique ρ' s'exprimerait en (J.s/m^5), ce qui correspond dimensionnellement à des (Pa.s/m^2).

$$\rho = \frac{RA}{l} \longleftrightarrow \rho' = \frac{R'A'}{l'}$$
$$[\Omega.\mathrm{m}] = \left[\frac{\mathrm{J.s.m}}{\color{red}{\mathrm{C}^2}}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s.m}}{\color{red}{\mathrm{m}^6}}\right] = \left[\frac{\mathrm{Pa.s}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

Dimensionnellement, il est sensé d'affirmer que la résistivité hydraulique serait ainsi proportionnelle à la viscosité et inversement proportionnelle à la section du tuyau dans lequel le fluide s'écoule.

$$\rho' = \frac{R'A'}{l'} = \frac{\eta}{A'}.$$

On peut alors retrouver l'expression de la résistance hydraulique :

$$R' = \frac{\eta l'}{A'^2}.$$

La résistance hydraulique ainsi obtenue est inversement proportionnelle au carré de la section du tuyau. Nous retrouvons en fait une équation similaire à celle obtenue par la première approche, mais nous observons que le terme de volume qui apparraissait dimensionnellement au dénominateur dans la première approche est en réalité une combinaison de la longueur du tuyau et de l'inverse de sa section au carré.

Ainsi, la différence de pression à générer pour faire passer un débit de fluide donné à travers un tuyau sera d'autant plus importante que le fluide est visqueux, le tuyau long et étroit. En électricité, la différence de potentiel à appliquer aux bornes d'une résistance pour y faire passer un courant d'intensité donnée sera d'autant plus importante que la résistivité du matériau est grande et que le fil est long et étroit.

3.2.4 Condensateur

Le condensateur est caractérisé par sa capacité C (F) représentant la charge q (C) pouvant être stockée sous une différence de potentiel V_C (V). Il permet de stocker de l'énergie potentielle électrique U_{elec} (J). Afin de trouver un analogue à la capacité pour le modèle hydraulique, passons à nouveau par l'analyse dimensionnelle. Le farad, unité de la capacité, correspond à des (C^2/J). On peut ainsi appliquer la transformation habituelle et remplacer les coulombs par des mètres cubes pour passer dans le modèle hydraulique. Ainsi, l'unité de la capacité hydraulique C' correspond dimensionnellement à des (m^6/J). Dimensionnellement, cette unité correspond à des (m^3/Pa), soit à une unité de volume V_0 (m^3) par unité de pression P_C (Pa). Ceci correspond bien aux relations établies précédemment, puisque la charge est bien analogue au volume, et la différence de potentiel analogue à la différence de pression. Ainsi, l'analogue du condensateur pour le modèle hydraulique pourrait bien être un réservoir déterminé par son volume et par la différence de pression nécessaire pour son remplissage par un fluide. Le remplissage de ce réservoir permettrait quant à lui de stocker de l'énergie potentielle gravifique U_{grav} (J).

$$
\begin{aligned}
C = \frac{q}{V_C} &\longleftrightarrow C' = \frac{V_0}{P_{C'}} \\
[\mathrm{F}] = \left[\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{J}}\right] &\longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{m}^6}{\mathrm{J}}\right] = \left[\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{Pa}}\right]
\end{aligned}
$$

Cette analogie met donc en évidence que le réservoir est un dispositif permettant de stocker un volume de fluide sous une différence de pression donnée. En électricité, le condensateur permet de stocker une quantité de charge sous une différence de potentiel donnée.

Nous pouvons rechercher l'expression mathématique de cette capacité analogue. Considérons un réservoir parallélépipédique de volume V_0 (m^3), défini par sa surface A (m^2) et sa hauteur h (m). La pression $P_{C'}$ (Pa) nécessaire pour son remplissage dépend de la masse volumique ρ_V (kg/m^3) du fluide utilisé, de l'accélération de la pesanteur g (m/s^2) ainsi que de la hauteur du réservoir. On peut donc écrire l'expression de la capacité analogue C' et vérifier qu'elle s'exprime en ($m^4.s^2/kg$), ce qui correspond bien à des (m^3/Pa).

$$
\begin{aligned}
C' &= \frac{V_0}{P_{C'}} \\
&= \frac{Ah}{\rho_V g h} \\
&= \frac{A}{\rho_V g}.
\end{aligned}
$$

Pour pousser la réflexion, mentionnons que cette forme de réservoir s'apparente à un condensateur plan pour lequel la capacité C (F) dépend de la permittivité du vide ϵ_0 (F/m), de la surface S (m^2) des armatures qui le composent et de la distance d (m) les séparant.

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \longleftrightarrow C' = \frac{Ah}{\rho_V g h} = \frac{A}{\rho_V g}$$

Pour un tel condensateur, plus les plaques sont grandes et rapprochées, plus la quantité de charges stockées sera importante sous une différence de potentiel fixée. Dans un circuit hydraulique, les développements ci-dessus affirment que la capacité d'un réservoir parallélépipédique (c'est-à-dire la facilité à stocker un volume de fluide sous une différence de pression donnée) est uniquement influencée par sa surface, puisque la masse volumique du fluide et l'accélération de la pesanteur sont des constantes. Plus le réservoir sera étendu, plus la quantité de fluide qu'il pourra accueillir sera importante sous une différence de pression donnée.

3.2.5 Solénoïde

Tentons maintenant de déterminer la grandeur analogue à la self-inductance L (H) dans un circuit hydraulique. Dans un circuit électrique, sa présence s'oppose aux variations de courant i (C/s) au cours du temps t (s) en créant une force électromotrice induite V_L (V) dans le sens opposé à celui de la variation de courant. Nous cherchons donc la grandeur analogue qui puisse également produire ce type d'effet, à savoir s'opposer aux variations de débit Q (m^3/s) au cours du temps grâce à une différence de pression $P_{L'}$ (Pa). Dans un circuit électrique, l'inductance L s'exprime en henrys, ce qui correspond à des ($J.s^2/C^2$). En utilisant l'analogie, l'inductance hydraulique L' doit donc s'exprimer en ($J.s^2/m^6$). Cette unité correspond à des (kg/m^4). Reste à savoir comment agencer les grandeurs dont nous disposons afin de formuler l'expression de L', en considérant un fluide de masse m (kg), occupant un volume V_0 (m^3) dans un tuyau de longueur l (m) et de section A (m^2).

$$L = \frac{V_L}{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}} \longleftrightarrow L' = \frac{P_{L'}}{\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}}$$
$$[\mathrm{H}] = \left[\frac{\mathrm{J.s}^2}{\mathrm{C}^2}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s}^2}{\mathrm{m}^6}\right] = \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^4}\right]$$

Afin de déterminer l'expression de l'inductance hydraulique L', nous allons utiliser les identités suivantes, où apparaissent la masse m (kg), la masse volumique du fluide ρ_V (kg/m^3), le volume du fluide V_0 (m^3), le débit Q (m^3/s), la section du tuyau considéré A (m^2) ainsi que sa longueur l (m), la vitesse d'écoulement du fluide v (m/s), la pression P (Pa) en un point du circuit et la force F (N) associée en ce même point :

$$
\begin{aligned}
m &= \rho_V V_0 = \rho_V A l. \\
Q &= A v. \\
P &= \frac{F}{A}.
\end{aligned}
$$

Nous pouvons donc écrire :

$$
\begin{aligned}
P_{L'} &= L' \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \\
&= L' A \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.
\end{aligned}
$$

Et nous obtenons :

$$
F_{L'} = L' A^2 \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.
$$

Par ailleurs, la deuxième loi de Newton nous dit que :

$$
F = m \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.
$$

Nous pouvons donc déduire la relation suivante :

$$
\begin{aligned}
m &= L' A^2 \\
\rho_V A l &= L' A^2 \\
\rho_V l &= L' A
\end{aligned}
$$

Et nous pouvons ainsi déterminer l'expression de l'inductance hydraulique L' dans notre analogie :

$$L' = \frac{\rho_V l}{A}.$$

En électricité, le coefficient de self-inductance L permet de représenter la difficulté à modifier l'intensité du courant parcourant un circuit. Si ce coefficient est élevé, alors il faudra fournir une grande quantité d'énergie sous la forme d'une différence de potentiel pour pouvoir modifier l'intensité du courant électrique. Dans un circuit hydraulique, ce coefficient L' permet de représenter la difficulté à modifier le débit de fluide s'écoulant dans un tuyau. Si ce coefficient est élevé, alors il faudra fournir une grande différence de pression pour modifier le débit de fluide. Ce coefficient est proportionnel à la masse volumique du fluide considéré et à la longueur du tuyau, et inversement proportionnel à sa section. Ainsi, plus le fluide aura une densité importante, plus il sera difficile de modifier son débit. Cela peut faire écho à l'analogie déjà établie dans la première analyse, où il fallait fournir une force capable de vaincre l'inertie d'un mobile due à sa masse, si ce n'est qu'on parle ici de masse volumique. Si le tuyau est long, il faudra une grande différence de pression pour modifier notablement le débit du fluide entre ses deux extrémités. En revanche, s'il est étroit, la différence de pression pour modifier notablement le débit sera plus faible.

3.2.6 Lois de Kirchhoff

Loi des noeuds

La loi des noeuds indique qu'en un noeud d'un circuit électrique, la somme des courants entrants i_e est égale à la somme des courants sortants i_s. Elle équivaut au principe de la conservation de la charge. Dans le modèle hydraulique, l'analogue de la loi des noeuds doit donc indiquer qu'en un noeud d'un circuit hydraulique, la somme des débits entrants Q_e est égale à la somme des débits sortants Q_s. De manière équivalente, elle doit exprimer que le volume de fluide passant par un noeud hydraulique est conservé. Nous pouvons trouver une portée plus générale à cette loi de conservation en ajoutant l'hypothèse que le fluide est incompressible. En effet, cette hypothèse sous-entend que la masse volumique du fluide considéré est constante. Puisque le volume de fluide peut s'exprimer comme le quotient de sa masse et de sa masse volumique, si le volume et la masse volumique sont des grandeurs conservées, alors la masse est également conservée. Dans le cadre d'un fluide incompressible, la première loi de Kirchhoff est donc analogue au principe de conservation de la masse. Nous n'entrerons pas plus dans les détails, mais nous mentionnerons que du principe de conservation de la masse découle l'équation de continuité. Cette équation de continuité existe aussi dans le cadre de l'électricité.

$$\sum i_e = \sum i_s \longleftrightarrow \sum Q_e = \sum Q_s$$

Loi des mailles

La loi des mailles exprime la conservation de l'énergie dans une maille d'un circuit électrique. Elle indique que dans une boucle fermée d'un circuit électrique, la somme algébrique des différences de potentiel V_i est nulle. Dans un cicruit hydraulique, on recherche donc un analogue à cette loi qui exprimerait également la conservation de l'énergie, puisque l'énergie n'est pas une grandeur affectée dimensionnellement par l'analogie. Cette loi analogue doit exprimer que la somme algébrique des pressions P_i est nulle dans une maille d'un circuit hydraulique. On peut ensuite développer cette expression pour une maille fermée constituée d'une inductance, d'une résistance et d'un condensateur en série pour un circuit électrique, et de leurs analogues pour un circuit hydraulique. On obtient les équations différentielles qui régissent d'une part l'évolution des charges dans un circuit électrique, et d'autre part l'évolution d'un volume d'eau dans un circuit hydraulique. On suppose ici l'absence de pile tout comme l'absence de pompe, de sorte que le système tende vers une situation d'équilibre. Pour le circuit hydraulique, on note ρ_V la masse volumique du fluide, η sa viscosité, V_0 son volume, Q son débit, l la longueur du tuyau, A sa section et g l'accélération de la pesanteur.

$$\begin{aligned}
\sum V_i = 0 &\longleftrightarrow \sum P_i = 0 \\
V_L + V_R + V_C = 0 &\longleftrightarrow P_{L'} + P_{R'} + P_{C'} = 0 \\
L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri + \frac{q}{C} = 0 &\longleftrightarrow L'\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} + R'Q + \frac{V_0}{C'} = 0 \\
L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C} = 0 &\longleftrightarrow L'\frac{\mathrm{d}^2V_0}{\mathrm{d}t^2} + R'\frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t} + \frac{V_0}{C'} = 0 \\
L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C} = 0 &\longleftrightarrow \frac{\rho_V l}{A}\frac{\mathrm{d}^2V_0}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\eta l}{A^2}\frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t} + \frac{\rho_V g}{A}V_0 = 0
\end{aligned}$$

Même si établir ces équivalences mathématiques est un exercice qui requiert de jongler avec les différentes grandeurs, on peut se demander si un tel développement permet de faciliter la compréhension du domaine électrique (cible) à l'aide du domaine hydraulique (analogue). Dans cette perspective, de tels développements semblent superflus d'un point de vue didactique.

3.2.7 Lois d'associations

Condensateurs en parallèle

En associant en parallèle des condensateurs de capacités C_i et en les reliant à une pile, on sait que la différence de potentiel ΔV est identique aux bornes de chacun des condensateurs (Figure 3.9). On peut alors définir un condensateur équivalent qui correspond à l'association des condensateurs en parallèle dont la capacité C_{eq} correspond à la somme des capacités des condensateurs individuels. On recherche donc une association de condensateurs analogues (c'est-à-dire de réservoirs de capacité analogue C'_i) telle que la différence de pression ΔP aux bornes de chacun des réservoirs est identique. Cela correspond à une association de réservoirs « en parallèle »(Figure

3.10). On peut définir un réservoir équivalent dont la capacité équivalente s'écrit C'_{eq} et correspond à la somme des capacités analogues individuelles. Les capacités dépendent de la section A du réservoir considéré, de la masse volumique du fluide ρ_V et de l'accélération de la pesanteur g. On obtient donc une analogie mathématique et schématique entre l'association de condensateurs et l'association de réservoirs en parallèle.

$$\begin{aligned} C_{eq} = \sum_i C_i \longleftrightarrow C'_{eq} = \sum_i C'_i \\ \longleftrightarrow \frac{A_{eq}}{\rho_V g} = \sum_i \frac{A_i}{\rho_V g} \end{aligned}$$

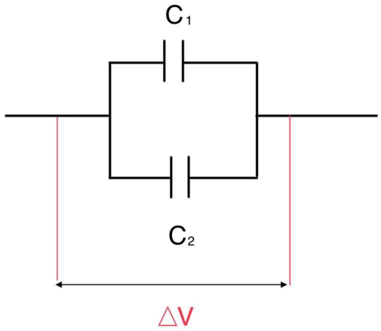

FIGURE 3.9 – Association de condensateurs en parallèle, qui présentent la même différence de potentiel à leurs bornes.

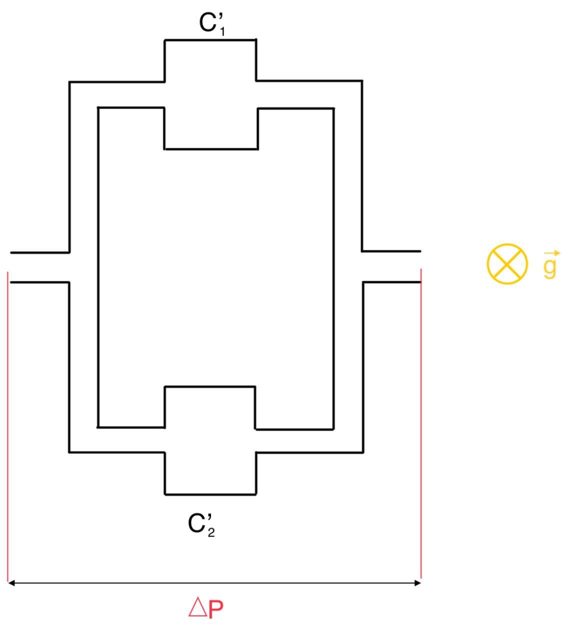

FIGURE 3.10 – Association de réservoirs en parallèle, qui présentent la même différence de pression à leurs extrémités.

Condensateurs en série

Si les condensateurs sont placés en série, la charge q portée par chacun d'entre eux est identique (Figure 3.11). On peut définir un condensateur équivalent qui représente l'association des condensateurs placés en série. En utilisant l'analogie, on cherche donc une association de réservoirs telle que le volume de fluide V_0 qui passe par chacun des réservoirs est identique. Pour ce faire, les réservoirs doivent être placés en série (Figure 3.12). Il est de nouveau possible de représenter ces réservoirs placés en série au moyen d'un réservoir équivalent. Pour l'association de condensateurs en série, on conclut qu'on obtient également une équivalence mathématique et schématique avec son analogie hydraulique.

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i} &\longleftrightarrow \frac{1}{C'_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C'_i} \\ &\longleftrightarrow \frac{\rho_V g}{A_{eq}} = \sum_i \frac{\rho_V g}{A_i} \end{aligned}$$

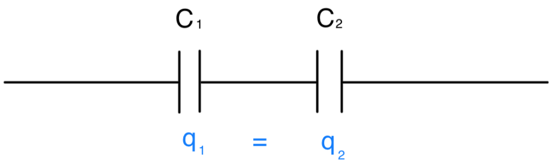

FIGURE 3.11 – Association de condensateurs en série, qui portent chacun la même charge.

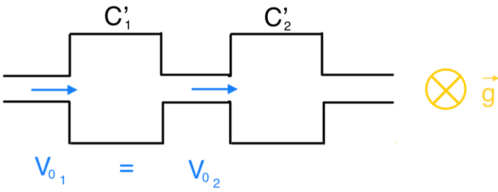

FIGURE 3.12 – Association de réservoirs en série, traversés par le même volume de fluide.

Résistances en parallèle

En associant des résistances R_i en parallèle, la différence de potentiel V_R aux bornes de chaque résistance possède la même valeur (Figure 3.13). Dans le modèle hydraulique, nous avons établi que la résistance analogue R'_i présentée par un tuyau dépendait de la viscosité η du fluide utilisé, et des paramètres géométriques du tuyau utilisé, à savoir sa longueur l_i et sa section A_i. En considérant qu'on utilise un seul fluide, la viscosité est une constante du problème. Par analogie, on recherche une association de tuyaux telle que la différence de pression $\Delta P_{R'}$ soit identique aux extrémités de chaque tuyau. L'association de tuyaux en parallèle convient et vérifie cette condition (Figure 3.14). Par ailleurs, le débit de fluide traversant chaque tuyau sera différent en fonction de leurs caractéristiques, tout comme l'intensité du courant traversant chaque résistance dépend de la valeur de cette dernière. Finalement, on peut représenter l'association de résistances en parallèle par une résistance équivalente R'_{eq}, tout comme on peut représenter l'association de tuyaux en parallèle par un tuyau équivalent de dimensions l_{eq} et A_{eq}.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \longleftrightarrow \frac{1}{R'_{eq}} &= \sum_i \frac{1}{R'_i} \\ \longleftrightarrow \frac{A_{eq}^2}{\eta l_{eq}} &= \sum_i \frac{A_i^2}{\eta l_i} \end{aligned}$$

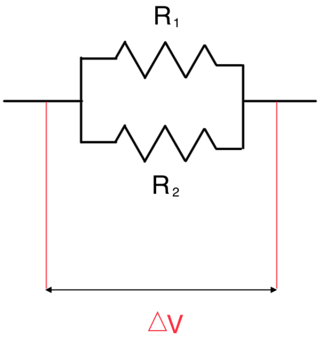

FIGURE 3.13 – Association de résistances en parallèle, qui présentent la même différence de potentiel à leurs bornes.

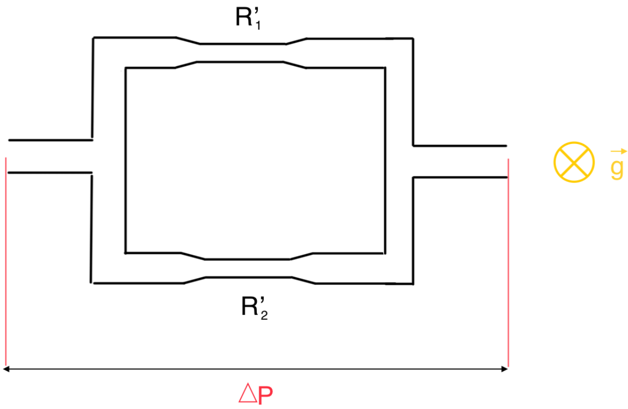

FIGURE 3.14 – Association de tuyaux en parallèle, qui présentent une même différence de pression à leurs extrémités.

Résistances en série

En associant des résistances en série, le courant qui traverse chacune d'entre elles est identique (Figure 3.15). On recherche donc une association de tuyaux analogue telle que le débit de fluide traversant chaque tuyau soit identique. Il va de soi que des tuyaux placés en série respectent cette condition (Figure 3.16). On peut à nouveau représenter ces systèmes respectivement par une résistance équivalente et par un tuyau équivalent.

$$R_{eq} = \sum_i R_i \longleftrightarrow R'_{eq} = \sum_i R'_i$$
$$\longleftrightarrow \frac{\eta l_{eq}}{A_{eq}^2} = \sum_i \frac{\eta l_i}{A_i^2}$$

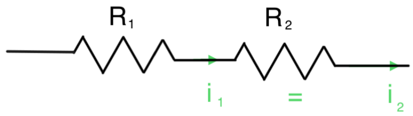

FIGURE 3.15 – Association de résistances en série, traversées par un même courant.

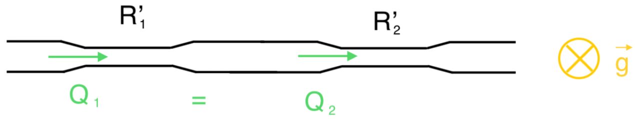

FIGURE 3.16 – Association de tuyaux en série, traversés par un même débit de fluide.

3.2.8 Approche énergétique

En utilisant les grandeurs analogues établies précédemment, nous pouvons établir la correspondance entre l'énergie potentielle électrique stockée dans un condensateur U_{elec} (J) et l'énergie potentielle gravifique U_{grav} (J) stockée dans un réservoir de hauteur h (m).

$$\begin{aligned} U_{elec} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \longleftrightarrow U_{grav} &= \frac{V_0^2 \rho_V g}{A} \\ &= \frac{V_0 m g}{A} \\ &= mgh \end{aligned}$$

Ces expressions nous informent donc sur la quantité d'énergie nécessaire à fournir afin de respectivement charger un condensateur et remplir un réservoir. Cette énergie fournie est ensuite stockée sous forme d'énergie potentielle dans les deux dispositifs précités. La modification de la quantité de charge stockée dans un condensateur implique la modification de l'énergie potentielle électrique, tout comme la modification de la hauteur de fluide stocké dans un réservoir entraine la modification de l'énergie potentielle gravifique, et réciproquement. Notons qu'on considère ici la hauteur h du fluide dans le réservoir, et non son volume V_0. Cette simplification provient de l'hypothèse que le réservoir possède une section A constante.

Penchons-nous à présent sur l'énergie U_L (J) stockée dans une bobine. On peut montrer qu'elle est analogue à l'énergie cinétique K (J) d'une masse m (kg) de fluide occupant un volume V_0 (m^3) défini par un tuyau de section A (m^2) et de longueur l (m), et se déplaçant dans ce tuyau à une vitesse v (m/s).

$$
\begin{aligned}
U_L = \frac{1}{2}Li^2 \longleftrightarrow K &= \frac{1}{2}\frac{\rho_V l}{A}Q^2 \\
&= \frac{1}{2}\frac{\rho_V l}{A}\left(\frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t}\right)^2 \\
&= \frac{1}{2}\frac{\rho_V l}{A}A^2\left(\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}\right)^2 \\
&= \frac{1}{2}\rho_V V_0 v^2 \\
&= \frac{1}{2}mv^2
\end{aligned}
$$

On voit que l'énergie stockée dans un solénoïde sous la forme d'un champ magnétique est analogue à l'énergie cinétique d'une masse de fluide considérée dans le système hydraulique. La modification du courant électrique implique la modification de l'énergie stockée dans un solénoïde, tout comme la modification de la vitesse d'écoulement du fluide entraine la modification de son énergie cinétique, et réciproquement.

En l'absence d'élément dissipatif d'énergie (circuit LC), on retrouve le principe de conservation de l'énergie dans les deux domaines. En effet, une diminution de la charge stockée dans un condensateur (diminution d'énergie potentielle) entraine une augmentation du courant dans le solénoïde (augmentation d'énergie magnétique). De même, une diminution du courant au travers du solénoïde (diminution d'énergie magnétique) implique que le condensateur se charge (augmentation d'énergie potentielle). De manière analogue, considérons un système hydraulique sans effets de viscosité. Le remplissage d'un réservoir (augmentation d'énergie potentielle) entraine la diminution du déplacement du fluide et son stockage (diminution d'énergie cinétique), tandis que la vidange du réservoir (diminution d'énergie potentielle) entraine le déplacement du fluide (augmentation d'énergie cinétique). Afin d'y voir plus clair, nous pouvons choisir de considérer la masse volumique ρ_V du fluide plutôt que sa masse m. En considérant la masse volumique du fluide, on établit que l'équation de Bernoulli est l'analogue de la loi de conservation de l'énergie.

Finalement, nous pouvons montrer que la puissance dissipée par effet Joule P_J (W) dans une résistance est analogue à la puissance dissipée par frottement fluide P_f (W) lors de l'écoulement d'un fluide de viscosité η (Pa.s) dans un tuyau de longueur l (m) et de section A (m^2).

$$
P_J = Ri^2 \longleftrightarrow P_f = \frac{\eta l}{A^2}Q^2
$$

À ce stade, il parait opportun de s'interroger sur les connaissances antérieures des élèves, et d'encourager les professeurs à prendre en compte les acquis du public qu'ils ont en face d'eux. En effet, la notion de viscosité n'est par exemple jamais abordée dans l'enseignement secondaire.

3.3 Station de ski

La dernière analogie, présentée par Lachapelle et citée par Pochon [15], est quelque peu plus imagée et est régulièrement utilisée dans l'enseignement secondaire, précisément parce qu'elle facilite la visualisation des concepts mis en jeu. Nous allons voir si elle permet effectivement d'imager les concepts issus de l'életricité tout en gardant une cohérence physique, au moyen d'une analyse dimensionnelle. Cette analogie met en relation un circuit électrique avec une station de ski. Dans une station de ski à piste unique, les skieurs peuvent suivre une boucle, en empruntant le remonte-pente au bas de la station qui les amène au sommet de la piste, puis en se laissant descendre jusqu'au bas de la piste. L'analogie postule la présence d'obstacles sur la piste. On peut alors mettre en relation cette boucle avec un circuit électrique fermé, composé d'un générateur (une pile) qui amène les charges électriques à un potentiel plus élevé. Les charges se déplacent ensuite dans les fils électriques pour rejoindre un point de potentiel plus faible. On postule la présence d'éléments tels que des ampoules dans le circuit électrique. Dans cette analogie, les skieurs sont comparés aux électrons. Par ailleurs, l'auteur indique que la différence de potentiel dans un circuit électrique est analogue à la différence de hauteur entre deux points d'une piste de ski. Il justifie cette affirmation en suggérant qu'il est impossible de se rendre à l'autre bout d'une piste de ski en se laissant aller si cette dernière est parfaitement horizontale, parce qu'il n'y a pas de différence de hauteur entre les points de départ et d'arrivée. De la même manière, une charge ne peut être mise en mouvement si elle n'est pas soumise à une différence de potentiel.

Ensuite, l'auteur indique que les pistes de ski peuvent être caractérisées par le nombre d'obstacles (ou de bosses) qu'elles présentent. Il affirme que plus il y a de bosses sur une piste, plus les skieurs la dévalent lentement, plus le débit de skieurs diminue. Ceci peut être dû aux zigzags décrits pas les skieurs pour éviter les bosses. Il affirme alors que les bosses sont analogues à la résistance électrique, qui oppose une résistance au passage des électrons.

Pour conclure, l'auteur aborde le problème des associations de résistances. Un circuit contenant deux résistances en série est décrit comme étant l'analogue d'une piste de ski unique constituée d'une portion bosselée, puis d'une portion plane et enfin d'une nouvelle portion bosselée. En empruntant cette piste, le skieur est obligé d'emprunter les deux portions bosselées, tout comme le courant qui doit traverser deux résistances placées en série. Pour amener la notion de résistances en parallèle, il imagine une piste de ski qui se diviserait en deux chemins distincts, avant de se rejoindre en contrebas. Il explique alors que les skieurs doivent choisir un des deux chemins. Si le premier chemin est bosselé tandis que le second est plane, alors le débit de skieur sera plus élevé dans ce second chemin. Dans un circuit électrique, si deux résistances sont montées en parallèle, les charges devront passer par une seule d'entre elles, et on observera un courant électrique plus faible à travers la résistance dont la valeur est la plus élevée.

Cette analogie se limite aux grandeurs présentées ci-dessus. Dans l'optique de la recherche de la portée de l'analogie, nous allons bien évidemment la mettre en équation et analyser si les liens présentés ci-dessus sont cohérents d'un point de vue dimensionnel, mais nous allons également essayer d'élargir cette analogie à l'étude des condensateurs et des inductances, afin de voir si nous pouvons élargir la présentation ci-dessus de manière à ce qu'elle cible un domaine plus général.

Avant toute chose, il semble nécessaire d'adresser une première critique à l'analogie proposée. Les skieurs sont comparés à des électrons, et leur déplacement s'effectue spontanément dans le sens de la descente, donc d'un point de haut potentiel gravifique vers un point de bas potentiel gravifique. Or, dans un circuit électrique, le sens conventionnel du courant nous oblige à considérer le déplacement de charges positives, d'un point de haut potentiel électrique vers un point de bas potentiel électrique. Il y a donc une confusion sur le signe de la charge à considérer.

3.3.1 Base de l'analogie

Dans une station de ski, ce sont les skieurs qui sont en mouvement en dévalant les pentes. Un skieur qui se déplace dans une station de ski est donc analogue à une charge électrique qui se déplace dans un circuit électrique. Le courant électrique i (A), qui équivaut à la variation de charge q (C) par unité de temps t (s), est donc analogue à la variation du nombre de skieurs N (1) par unité de temps en un point donné de la station. Nous appellerons cette grandeur le taux de passage des skieurs, ou débit de skieurs. Dans cette analogie, le nombre de skieurs est un scalaire et ne possède donc pas d'unité. Ainsi, dimensionnellement, un coulomb sera équivalent à une unité de skieur.

$$
\begin{aligned}
i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} &\longleftrightarrow \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} \\
[\mathrm{A}] = \left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\right] &\longleftrightarrow \left[\frac{1}{\mathrm{s}}\right]
\end{aligned}
$$

3.3.2 Moteur du phénomène

Dans un circuit électrique, la pile génère une différence de potentiel ΔV (V). Cette différence de potentiel, correspondant à l'énergie potentielle électrique U (J) par unité de charge q (C), permet de mettre les charges en mouvement. Pour la piste de ski, en vertu de l'analogie établie précédemment, on recherche donc une différence de potentiel qui s'exprime en joules par skieur, puisque le coulomb est remplacé par une unité de skieur. L'expression de l'énergie potentielle gravifique d'un skieur E_p (J/skieur) est donc le candidat idéal. Il s'agit effectivement du moteur du déplacement d'un skieur qui dévale une piste de ski. Cette énergie potentielle dépend de la masse m (kg) du skieur, de sa hauteur h (m) par rapport au point de référence considéré ainsi que de l'accélération de la pesanteur g (m/s^2). Afin de générer cette différence de potentiel gravifique, on peut utiliser un remonte-pente qui fournit l'énergie pour amener les skieurs en haut de la pente. Le remonte-pente est l'analogue de la pile dans le cadre d'un circuit électrique.

$$\Delta V = \frac{U}{q} \longleftrightarrow E_p = \frac{mgh}{1} = mgh$$
$$[\mathrm{V}] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J}}{1}\right] = [\mathrm{J}]$$

Notons que cette relation est correcte peu importe le nombre de skieurs considéré, si on fait l'hypothèse que ces skieurs ont tous la même masse. En effet, si nous considérons N skieurs de masse m, l'énergie potentielle par skieur sera bien donnée par la relation suivante :

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{Nmgh}{N} \\ &= mgh. \end{aligned}$$

Nous obtenons cependant un désaccord avec l'analogie présentée par Lachapelle. Il établissait en effet un lien entre la différence de potentiel ΔV (V) générée par une pile et la différence de hauteur h (m) générée par l'utilisation d'un remonte-pente. L'analyse dimensionnelle ci-dessus montre qu'il est physiquement plus cohérent d'assimiler la différence de potentiel ΔV (V) générée par une pile avec la différence d'énergie potentielle par skieur E_p (J) générée par l'utilisation d'un remonte-pente, même si cette grandeur fait effectivement intervenir la hauteur du skieur.

3.3.3 Résistance

L'analogie présentée par Lachapelle postule que le taux de passage de skieurs dépend du nombre d'obstacles sur la piste. Autrement dit, pour une piste fixée qui présente une certaine différence de potentiel gravifique par skieur, plus il y aura d'obstacles, plus le taux de passage de skieurs en un point donné sera faible. Intuitivement, on se dit qu'on retrouve bien l'analogie de la loi d'Ohm, puisque le courant et le taux de passage des skieurs sont des grandeurs analogues. Mais pourrait-on en dire de même pour la résistance, comparée à la quantité de bosses dans le circuit ? On nous suggère que si le nombre d'obstacles augmente, la trajectoire des skieurs va devenir de plus en plus tortueuse (les skieurs vont suivre une trajectoire en zigzag). Cela signifie donc qu'ils ne se déplaceraient plus en ligne droite mais qu'ils décriraient des virages, et donc qu'une force à caractère centripète devrait être introduite pour leur permettre de tourner. Une force de frottement pourrait être pertinente pour décrire ce phénomène. Elle pourrait expliquer l'apparition des virages dans les trajectoires des skieurs, qui parcoureraient donc une plus grande distance en un certain temps fixé, menant donc à un plus long temps de descente.

Analysons le problème dimensionnellement. La loi d'Ohm indique que la résistance R (Ω) est proportionnelle à la différence de potentiel V_R (V) à ses bornes, et inversement proportionnelle à l'intensité du courant i (C/s) qui la traverse. Ainsi, la résistance analogue R' devrait être donnée par le quotient de la différence d'énergie potentielle par skieur E_p (J) et du taux de passage de skieurs $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$ (skieur/s) au sein de la piste présentant cette résistance. Elle devrait donc s'exprimer en (J.s).

$$R = \frac{V_R}{i} \longleftrightarrow R' = \frac{E_p}{\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}}$$
$$[\Omega] = \left[\frac{\mathrm{J.s}}{\mathrm{C}^2}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s}}{1^2}\right] = [\mathrm{J.s}] = [\mathrm{N.m.s}]$$

L'expression de la résistance analogue a donc pour unité des (J.s). Dimensionnellement, on peut transformer cette unité pour faire apparaitre des newtons, pour exprimer l'unité d'une force. Cette transformation nécessite d'interpréter l'énergie potentielle d'un skieur comme équivalent au travail d'une force. Or, il semble difficile de faire apparaitre une force de frottement susceptible de dissiper de l'énergie à ce stade. On pourrait cependant considérer le travail du poids pour amener le skieur au bas de la piste, qui correspond à la différence d'énergie potentielle considérée, mais le poids est une force conservative.

De plus, si on revient purement à l'analogie sans tenter d'interpréter quoi que ce soit, elle stipule que la résistance est analogue au nombre d'obstacles présents sur la piste. Pour être plus rigoureux, on pourrait considérer la densité surfacique d'obstacles, qui s'exprimerait donc en (obstacles/m^2). Cependant, cette hypothèse mènerait à une incohérence dimensionnelle.

$$[\Omega] = \left[\frac{\mathrm{J.s}}{\mathrm{C}^2}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s}}{1^2}\right] = [\mathrm{J.s}] \neq \left[\frac{1}{\mathrm{m}^2}\right]$$

Nous allons tenter d'utiliser une autre approche pour résoudre le problème. Penchons-nous sur la loi de Pouillet. Un conducteur électrique présente une résistance R (Ω) proportionnelle à sa longueur l (m) ainsi qu'à la résistivité ρ (Ω.m) du matériau qui le compose, et inversement proportionnelle à sa section A (m^2). Pour la piste de ski, nous recherchons donc la résistance analogue R' (J.s). Intuitivement, on peut imaginer que la longueur l' (m) de la piste de ski a une incidence sur le taux de passage de skieurs au bas de la piste, tout comme la largeur w (m) de cette dernière. Plus la piste est longue, plus les skieurs ont l'occasion d'être ralentis par les obstacles qu'ils rencontrent. Plus elle est large, plus ils sont en mesure de s'élancer de front et donc d'augmenter le taux de passage à l'arrivée. La résistivité analogue ρ' correspondrait alors à une grandeur intrinsèque de la piste caractérisée par le nombre d'obstacles qu'elle possède. Cependant, cette vision relativement simple et intuitive pose un problème dimensionnel. En effet, si nous considérons la résistivité d'un matériau dans un circuit électrique, nous l'exprimons en (Ω.m) ou bien en (J.s.m/C^2). En suivant l'analogie établie précédemment, on trouve donc que l'analogue de la résistivité pour la piste de ski devrait s'exprimer en (J.s.m), puisque les coulombs sont remplacés par le nombre de skieurs qui est une grandeur sans dimension. Or, ce n'est pas le cas, car on peut voir qu'elle s'exprime en (J.s) grâce à l'analogue de la loi de Pouillet. Nous faisons donc face à un problème dimensionnel puisqu'on observe que la résistance et la résistivité ont la même dimension, ce qui n'a pas de sens.

$$
\begin{aligned}
R = \frac{\rho l}{A} &\longleftrightarrow R' = \frac{\rho' l'}{w} \\
[\Omega] = \left[\frac{\mathrm{J.s}}{\mathrm{C}^2}\right] &\longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s}}{1^2}\right] = [\mathrm{J.s}] \\
\Longleftrightarrow \rho = \frac{RA}{l} &\longleftrightarrow \rho' = \frac{R'w}{l'} \\
\left[\frac{\Omega.\mathrm{m}^2}{\mathrm{m}}\right] = [\Omega.\mathrm{m}] = \left[\frac{\mathrm{J.s.m}}{\mathrm{C}^2}\right] &\not\longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s.m}}{\mathrm{m}}\right] = [\mathrm{J.s}]
\end{aligned}
$$

On voit donc que cette analogie, qui semble évidente et intuitive, ne tient en fait pas la route d'un point de vue dimensionnel. Dans le cas de la loi de Pouillet, ceci est dû au fait que nous sommes passés d'un système à trois dimensions (fil électrique de longueur l et de section A) à un système à deux dimensions (piste de ski de longueur l' et de largeur w). Par cette analyse dimensionnelle, nous nous rendons compte qu'il faut en fait grandement se méfier des analogies utilisées. Même si une analogie semble intuitive, elle ne tient pas forcément la route dimensionnellement.

3.3.4 Condensateur

L'analogie entre un circuit électrique et une station de ski ne traite pas le problème du condensateur. Nous allons donc, par l'analyse dimensionnelle, tenter de dégager des éventuels liens qui pourraient être imaginés entre un condensateur électrique et des éléments d'une station de ski.

Le condensateur, caractérisé par sa capacité C (F), permet de stocker des charges électriques q (C) sous une différence de potentiel V_C (V). Autrement dit, il permet de stocker de l'énergie potentielle électrique U_{elec} (J). Pour la station de ski, la capacité analogue C' dépendrait donc, en suivant l'analogie, du nombre de skieurs N (1) et d'une énergie potentielle par unité de skieur E_p (J). Cette énergie potentielle est gravifique et dépend donc de la masse m (kg) du skieur, de sa hauteur h (m) par rapport à un point de référence et de l'accélération de la pesanteur g (m/s^2). L'analogue du condensateur doit pouvoir stocker de l'énergie sous sa forme potentielle gravifique U_{grav} (J). Etudions ces équations d'un point de vue dimensionnel :

$$C = \frac{q}{V_C} \longleftrightarrow C' = \frac{N}{\frac{E_p}{N}} = \frac{N^2}{mgh}$$

$$[\mathrm{F}] = \left[\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{J}}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{1^2}{\mathrm{J}}\right] = \left[\frac{1}{\mathrm{J}}\right]$$

Dans un circuit électrique, si un condensateur présente une capacité fixée et qu'on souhaite y stocker un nombre de charges fixé, on peut alors déterminer l'énergie à lui fournir sous forme de différence de potentiel à appliquer entre ses bornes. Dans une station de ski, si l'analogue du condensateur présente une capacité fixée et qu'on souhaite y stocker un nombre de skieurs fixé, on peut alors déterminer l'énergie à fournir sous forme d'énergie potentielle des skieurs.

Pourrait-on dès lors imaginer qu'une zone plate située au sommet de la station puisse être l'analogue d'un condensateur ? Les skieurs devraient pouvoir s'y arrêter, ce qui permettrait ainsi de stocker temporairement de l'énergie potentielle gravifique avant qu'ils ne repartent. Faudrait-il imaginer que cette zone soit en fait une surface (donc à deux dimensions) qui permettrait de stocker N^2 skieurs, N sur sa longueur et N sur sa largeur ? En suivant ce raisonnement, un chalet muni d'un espace bar, où il est possible de se désaltérer, placé au sommet de la piste serait un analogue cohérent dimensionnellement.

3.3.5 Solénoïde

Essayons à présent de déterminer par analyse dimensionnelle quelles règles devrait suivre un analogue à l'inductance qui aurait sa place dans une station de ski. Pour rappel, l'inductance s'oppose aux variations de courant au cours du temps dans un circuit électrique. Nous recherchons donc un analogue qui s'opposerait aux variations du taux de passage des skieurs au cours du temps. Dans un circuit électrique, une inductance L (H) génère une tension induite V_L (V) lorsque le courant i (A) qui la traverse varie au cours du temps t (s), de manière à s'opposer à cette variation. L'inductance s'exprime en henrys, ce qui équivaut à des (J.s^2/C^2). En appliquant l'analogie établie précédemment, on s'attend donc à trouver un analogue pour l'inductance L' qui s'exprime en (J.s^2) et qui soit inversement proportionnelle au carré du nombre de skieurs qui y transite. Cette inductance analogue devrait être proportionnelle à une certaine énergie par unité de skieur E (J) et inversement proportionnelle à la variation du taux de passage des skieurs au cours du temps $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$, avec N (1) le nombre de skieurs.

$$L = \frac{V_L}{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}} \longleftrightarrow L' = \frac{E}{\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}}$$

$$[\mathrm{H}] = \left[\frac{\mathrm{J.s}^2}{\mathrm{C}^2}\right] \longleftrightarrow \left[\frac{\mathrm{J.s}^2}{1^2}\right] = \left[\mathrm{J.s}^2\right] = \left[\mathrm{kg.m}^2\right]$$

Dans un circuit électrique, si une self-inductance présente une inductance fixée et qu'une variation de courant fixée se présente, on peut déterminer l'énergie qu'elle va fournir sous forme de différence de potentiel permettant de s'opposer à la variation de courant. Dans une station de ski, si l'analogue d'une self-inductance présente une inductance fixée et qu'une variation du taux de passage de skieurs fixée se présente, l'inductance devra alors fournir une énergie afin de s'opposer à cette variation.

En développant les (J.s^2) dans le système international d'unités, on constate que cette unité correspond à des (kg.m^2), qui pourrait correspondre à l'unité associée à un moment d'inertie. Pourrait-on dès lors imaginer que l'analogue d'une self-inductance soit un tourniquet, placé sur une portion plate au milieu de la descente ? Le skieur aurait tout de même la possibilité de continuer sa descente sans s'y arrêter, en passant à côté.

Un skieur qui arriverait sur le tourniquet cesserait de descendre et commencerait à tourner autour de l'axe du tourniquet, faisant ainsi apparaitre un moment d'inertie. D'un point de vue phénoménologique, il faudrait imaginer que si on observe une augmentation du taux de passage de skieurs au sommet de la piste, le tourniquet permettrait de stocker un certain nombre de skieurs (et donc de stocker de l'énergie potentielle gravifique), de sorte que le taux de passage au bas de la descente reste stable. À l'inverse, si le taux de passage diminue au sommet de la piste, les skieurs présents sur le tourniquet pourraient être libérés, au même titre que l'énergie potentielle stockée, afin de maintenir un taux de passage stable au bas de la descente. Cette analogie semble cohérente d'un point de vue dimensionnel.

3.3.6 Lois de Kirchhoff

Loi des noeuds

Dans un circuit électrique, la loi des noeuds indique que la somme des courants entrants i_e doit être égale à la somme des courants sortants i_s, en tout noeud d'un circuit. Cette loi correspond au principe de conservation de la charge. Pour transposer cette loi au modèle analogue de la station de ski, il faut qu'au point d'intersection de différentes pistes, la somme des taux de passage de skieurs entrant dans l'intersection $\left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}\right)_e$ soit égale à la somme des taux de passage de skieurs sortant de l'intersection $\left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}\right)_s$. Cette loi correspond à la conservation du nombre total de skieurs.

$$\sum i_e = \sum i_s \longleftrightarrow \sum \left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}\right)_e = \sum \left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}\right)_s$$

Loi des mailles

Dans un circuit électrique, la loi des mailles exprime la conservation de l'énergie dans une boucle fermée, en stipulant que la somme algébrique des tensions V_i dans cette boucle est nulle.

Nous recherchons donc un analogue à cette loi dans le cadre du modèle de la station de ski. Dans une station de ski, on pourrait étudier l'énergie potentielle gravifique d'un skieur E_p tout au long de son parcours dans la station. Considérons l'énergie potentielle du skieur lorsqu'il se situe au sommet de la piste. S'il effectue un tour complet de la station de ski, c'est à dire s'il descend la piste, puis la remonte grâce au remonte-pente, il se retrouvera avec la même énergie potentielle qu'avant sa descente. Cette affirmation est aussi valable si on considère que le skieur s'est arrêté dans le chalet (condensateur) avant d'entamer sa descente, et si on prend en compte un passage par le tourniquet (inductance) au cours de sa descente. Ainsi, il faut retenir que pour une boulce fermée, l'énergie potentielle du skieur est la même pour les instants correspondant aux positions initiale et finale considérées. La loi des mailles peut donc se traduire comme la nécessité que la somme des différences d'énergie potentielle ΔE_{pi} soit nulle pour une boucle fermée.

$$\sum_i V_i = 0 \longleftrightarrow \sum_i \Delta E_{pi} = 0$$

3.3.7 Lois d'association

Nous avons établi précédemment que l'analogie de la station de ski présentait quelques problèmes dimensionnels, notamment vis-à-vis de l'interprétation des résistances. Nous n'avons pas pu déterminer une expression mathématique satisfaisante de la résistance analogue. En ce qui concerne les condensateurs, nous avons trouvé un analogue consistant dimensionnellement. Cependant, vous constaterez que l'étude de l'association de condensateurs nécessite la mise en place de nombreuses hypothèses dans l'analogie. Nous allons donc étudier l'association des condensateurs et des résistances d'un point de vue plus conceptuel, sans entrer dans des détails mathématiques.

Condensateurs en parallèle

En associant en parallèle des condensateurs de capacités C_i reliés à une pile, on sait que la différence de potentiel ΔV est identique aux bornes de chacun des condensateurs. Le condensateur équivalent possède une capacité C_{eq} équivalente à la somme des capacités des condensateurs en parallèle. Dans notre analogie, un condensateur est assimilé à un chalet situé en haut de la station. Pour définir la notion de chalets placés en parallèle, il faut imaginer qu'un skieur ne peut passer que par un seul chalet au cours de sa descente. Les chalets doivent donc être placés côte à côte, et munis d'une barrière à l'entrée et à la sortie qui empêche les skieurs d'entrer par la sortie et de sortir par l'entrée. Ensuite, il est nécessaire d'exprimer que l'énergie potentielle stockée dans chacun des chalets doit être la même. Pour ce faire, il faut imaginer un opérateur situé avant l'entrée des chalets qui sépare les skieurs en deux files et les fait rentrer de manière équivalente dans chaque chalet. De même, un autre opérateur situé à la sortie des chalets doit s'assurer que si un skieur quitte son chalet, un autre skieur situé dans l'autre chalet doit aussi s'en aller. Notons qu'on a fait l'hypothèse que les skieurs possèdent tous la même masse. Dans le cas contraire, on pourrait très bien imaginer deux chalets accueillant un nombre de skieurs différent, mais il faudrait tout de même s'assurer que l'énergie potentielle soit identique dans les deux chalets. Ainsi, le premier chalet pourrait accueilir un grand nombre de personnes légères, et le deuxième un petit nombre de personnes lourdes. On constate donc qu'il faut ajouter quelques hypothèses pour que l'analogie puisse tenir la route.

Condensateurs en série

Dans le cas de condensateurs placés en série, c'est la charge q portée par chaque condensateur qui est identique. Dans l'analogie, il faudrait placer des chalets en série, de sorte qu'un skieur qui rentre dans un chalet doive obligatoirement traverser le deuxième avant de pouvoir entamer sa descente. Pour satisfaire à la condition concernant la charge égale des deux condensateurs, il faut vérifier que le nombre de skieurs soit toujours égal dans les deux chalets. Il faudrait donc placer des opérateurs aux entrées et aux sorties des chalets, qui vérifient que si une personne entre dans le premier chalet, une autre personne entre également dans le deuxième, et pareillement pour les personnes qui sortent. On remarque qu'ici, on pourrait considérer des skieurs de différentes masses sans affecter la manière d'aborder le problème, puisque c'est le nombre de skieurs qui doit être le même dans chaque chalet.

Résistances en parallèle

Lorsque des résistances sont placées en parallèle, la différence de potentiel est identique aux bornes de chaque résistance (Figure 3.17). Dans une station de ski, si deux pistes bosselées sont placées en parallèle, donc se quittent à une certaine altitude pour se rejoindre en contrebas, un skieur subira la même perte d'énergie potentielle gravifique quelle que soit la piste qu'il emprunte (Figure 3.18). L'analogie proposée par Lachapelle explique également que si l'une des pistes est plus bosselée que l'autre, le taux de passage de skieurs y sera plus faible. C'est de cette manière qu'il fait le lien avec l'électricité, où l'intensité du courant traversant une plus grande résistance sera plus faible.

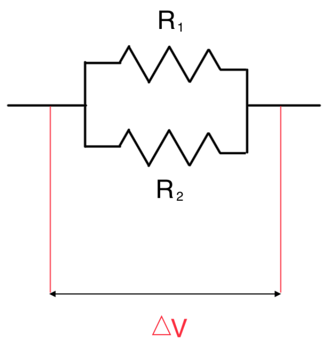

FIGURE 3.17 – Association de résistances en parallèle, qui présentent la même différence de potentiel à leurs bornes.

FIGURE 3.18 – Association de pistes de ski en parallèle, qui présentent la même différence d'énergie potentielle entre le haut et le bas, pour un même skieur. Illustration tirée de [15].

Résistances en série

En plaçant des résistances en série, l'intensité du courant qui traverse chacune d'entre elles est identique (Figure 3.19). Lachapelle affirme que l'analogue de résistances placées en série correspond à des portions de piste de ski bosselées qui se succèdent, c'est-à-dire une portion bosselée, suivie d'une portion plane, et d'une autre portion bosselée (Figure 3.20). De cette façon, un skieur doit emprunter les deux portions de ski pour arriver au bas de la descente, tout comme une charge doit traverser les deux résistances pour arriver à l'autre bout du circuit électrique. Par analogie avec le phénomène électrique, nous devons donc imaginer que deux portions de piste dont le profil de bosses est différent accueillent le même débit de skieurs. Cependant, il faudrait alors que ces pistes présentent une perte d'énergie potentielle par skieur différente, tout comme deux résistances différentes placées en série génèrent chacune une perte de potentiel différente. En retournant le problème, cela signifierait que si on considérait deux pistes présentant une perte d'altitude identique, pour conserver un même débit de skieurs, il faudrait nécessairement que les deux pistes présentent le même profil. Conceptuellement, cette analogie est en fait extrêmement restrictive. Malheureusement, à aucun moment, on ne prend en compte les possibles effets de la pente de la piste considérée. Par ailleurs, on insiste sur les notions d'énergie potentielle, notamment du skieur, mais on ne considère jamais l'évolution de son énergie cinétique.

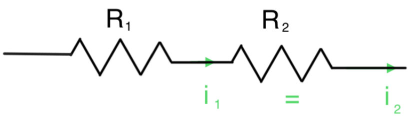

FIGURE 3.19 – Association de résistances en série, traversées par un même courant.

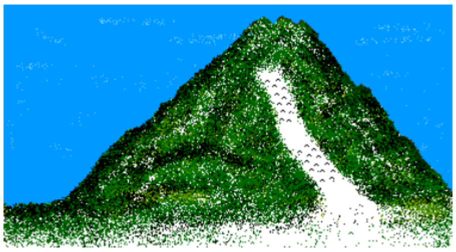

FIGURE 3.20 – Association de pistes de ski en série, traversées par un même débit de skieurs. Illustration tirée de [15].

Évaluation des analogies proposées

Nous allons maintenant évaluer les trois analogies présentées ci-dessus. Il est donc nécessaire d'établir des critères sur base desquels nous allons mener notre évaluation. Pour rappel, nous avons postulé qu'une « bonne » analogie devait non seulement permettre de faciliter la compréhension des concepts physiques liés à l'électricité, mais aussi garder une cohérence physique du point de vue dimensionnel. Pour établir si une analogie permet de faciliter l'apprentissage et la compréhension des concepts en électricité, nous nous poserons les questions suivantes. L'analogie fournit-elle une image mentale aux élèves ? Cette image mentale se base-t-elle sur des connaissances antérieures ? Les élèves possèdent-ils les savoirs nécessaires concernant les concepts analogues utilisés ? Pour établir si une analogie est physiquement cohérente, nous nous baserons sur les analyses dimensionnelles menées tout au long de ce travail. Enfin, nous mettrons en évidence quelques limites de chaque analogie afin d'avertir les professeurs et encourager l'utilisation raisonnée de ces dernières.

4.1 Système mécanique

L'analogie entre un circuit électrique et un système mécanique permet de fournir une image mentale aux étudiants. Les différents éléments d'un circuit électrique (résistance, condensateur, solénoïde) sont analogues à des objets physiquement palpables (ressort, amortisseur, mobile massif). Le générateur peut quant à lui être représenté par une personne qui exerce une force externe sur le mobile. En revanche, cette analogie s'adresse à un public déjà expérimenté en mécanique. En effet, elle fait intervenir des concepts physiques plus avancés comme le frottement visqueux (ainsi que le coefficient de frottement). Ces concepts ne figurent pas au programme de l'enseignement des sciences physiques en secondaire [16], ce qui rend cette analogie inutilisable à ce niveau. Elle ne pourrait donc montrer son efficactié qu'à partir de l'enseignement supérieur.

D'un point de vue dimensionnel, l'analogie n'a pas montré de défaut de cohérence flagrant. Il a été possible de justifier le choix de chaque analogue par un argument dimensionnel. Les associations d'éléments ne posent pas non plus de problème.

En revanche, l'interprétation des lois de Kirchhoff s'avère plus compliquée. La loi des noeuds fait par exemple intervenir la conservation de la position, tandis que la loi des mailles suppose un système mécanique « fermé » (qui revient à sa position initiale). Ces concepts ne facilitent clairement pas l'apprentissage de l'électricité au moyen de l'analogie mécanique. Les lois de Kirchhoff peuvent donc être des limites de l'analogie. Nous pouvons également mentionner d'autres limites, plus locales cette fois-ci :

— L'électricité considère le courant comme le déplacement de nombreuses charges électriques, tandis que l'analogie considère le déplacement d'un seul mobile ;
— Les fils électriques n'ont pas d'analogue, au même titre que les particules (électrons) qui les parcourent ;
— Les lois d'associations de condensateurs et de résistances présente une asymétrie sur le schéma vis-à-vis des lois d'association de ressorts et d'amortisseurs.

4.2 Circuit hydraulique

Le circuit hydraulique permet de fournir une autre image mentale aux élèves. Chaque élève a déjà pu voir des portions de circuits hydrauliques comme des tuyaux, des réservoirs ou des pompes. Il est en revanche moins courant de les représenter schématiquement, contrairement aux systèmes mécaniques, car ils ne font pas partie de l'apprentissage de la physique au niveau secondaire. Les différents éléments d'un circuit électrique ne sont pas tous analogues à des objets concrets. Au contraire du condensateur, assimilé à un réservoir, de la résistance, assimilée à un tuyau (éventuellement à un rétrécissement dans un tuyau), et du générateur, assimilé à une pompe, le solénoïde ne possède pas d'analogue matériel. Un lien est certes tiré avec la masse volumique du fluide utilisé, mais cette grandeur nécessite de considérer à la fois la masse et le volume du fluide, ce qui rend l'analogie plus tortueuse. Cette analogie ne peut pas être utilisée dans l'enseignement secondaire, car elle fait appel à des concepts de mécanique des fluides qui ne figurent pas dans les programmes scolaires [16], comme la viscosité. Ainsi, elle ne pourra être adaptée qu'à un public ayant suivi un cours de mécanique des fluides et ayant acquis la notion de viscosité.

Dimensionnellement, l'analogie présente une cohérence certaine entre les domaines cible et analogue. Cette cohérence recouvre non seulement la description des composants d'un circuit électrique ou hydraulique, mais aussi les lois d'association et les lois de Kirchhoff.

Il est toutefois nécessaire de pointer quelques limites de l'analogie hydraulique :

— Le comportement du système hydraulique dépend de la masse volumique du fluide utilisé. Pour un système électrique, on ne considère qu'un courant constitué de particules qui ne peuvent être modifiées ;
— La résistance électrique ne dépend que du porteur de charges (le fil utilisé) au travers de sa géométrie et de sa résistivité. La résistance hydraulique dépend bien du porteur de fluide (le tuyau utilisé) au travers de sa géométrie, mais aussi du fluide utilisé au travers de sa viscosité ;
— La résistivité hydraulique dépend de la section du tuyau, la résistivité électrique dépend de la nature du matériau utilisé ;
— Le condensateur plan stocke des charges sur ses armatures sans qu'elles ne soient trans-

férées de l'une à l'autre, tandis que le réservoir stocke un volume de fluide qui peut le traverser ;
— L'ouverture du circuit hydraulique entraine la vidange du fluide, contrairement à l'ouverture d'un circuit électrique qui n'entraine pas l'écoulement des électrons.

4.3 Station de ski

Tout d'abord, l'analogie présentée par Lachapelle ne considère pas les analogues des condensateurs et des solénoïdes. Elle n'aborde pas non plus les lois de Kirchhoff. Nous avons toutefois fait l'exercice de formuler des propositions pour compléter cette analogie.

Son grand mérite est sa volonté de présenter les choses au moyen d'une image ancrée dans le réel, et qui ne nécessite a priori pas de savoir avancé en physique afin de la comprendre. Elle utilise en effet des objets très concrets comme analogues : un remonte-pente pour une pile, des bosses pour une résistance, un skieur pour un électron, une piste de ski pour un fil électrique. À ce titre, elle fournit une image mentale aux étudiants, et celle-ci se base sur leur expérience quotidienne, ne nécessitant pas de savoir antérieur particulier. Cela pourrait être perçu comme un atout mettant en avant l'accessibilité de l'analogie. Il semble cependant nécessaire de souligner le fait que l'expérience quotidienne des élèves ne reflète pas toujours les modèles physiques : une telle approche prend donc le risque de voir des conceptions spontanées prendre le dessus et diminuer l'efficacité de l'analogie si elles ne sont pas levées par une action didactique.

D'un point de vue physique, l'analogie a malheureusement montré ses limites avec son manque de cohérence dimensionnelle. D'abord, on peut critiquer la mise en évidence du lien entre la différence de potentiel électrique et la hauteur d'une piste de ski proposée par Lachapelle. Il serait plus opportun de lier la différence de potentiel électrique à la différence de potentiel gravifique. Ensuite, établir un lien entre une résistance électrique et une quantité de bosses sur une piste de ski n'a pas montré de cohérence dimensionnelle. La considération de la densité surfacique de bosses n'est guère plus satisfaisante. Par ailleurs, l'investigation de la résistivité au travers de la loi de Pouillet a aussi montré ses limites : on ne peut comparer impunément une situation à trois dimensions (fil électrique) avec une situation à deux dimensions (piste de ski). De plus, nous pouvons regretter l'absence de considération de la pente de la piste de ski et de l'énergie cinétique du skieur, comme nous l'avons mentionné au cours de l'analyse de l'association de résistances. Enfin, les associations de condensateurs et de résistances se sont montrées peu intuitives et ont nécessité la mise en place de nombreuse hypothèses.

Nous terminerons en mentionnant quelques limites supplémentaires de cette analogie :

— Lachapelle tire un lien entre un skieur et un électron et définit le courant comme le débit de skieurs. Or, en électricité, on considère le courant comme étant le débit de charges positives ;
— Les skieurs peuvent avoir des masses différentes, contrairement aux électrons ;
— L'analogie présentée telle qu'elle ne permet pas d'approche énergétique ;

— Les charges ne traversent pas les condensateurs, au contraire des skieurs qui traversent les chalets.

Conclusion

Nous avons constaté que les professeurs utilisaient régulièrement des analogies dans l'enseignement de la physique, et plus particulièrement de l'électricité, parce qu'elles sont censées faciliter l'apprentissage par les élèves en fournissant un modèle analogue au modèle étudié, basé sur leurs connaissances antérieures. Le recours aux analogies reprend donc certains aspects de l'approche constructiviste de l'enseignement.

Partant de ce constat, nous avons postulé qu'une « bonne » analogie devait non seulement donner du sens aux apprentissages en fournissant une image différente du phénomène étudié, mais aussi conserver une cohérence dimensionnelle entre les analogues. Cette recherche de rigueur constitue pour nous un point important dans l'approche d'un problème physique, car nous estimons que s'il est bon de simplifier les problèmes auxquels nous faisons face, il n'est pas question de sacrifier le sens physique qu'ils recèlent.

Nous avons présenté trois analogies susceptibles de décrire le comportement d'un circuit électrique : un système mécanique, un circuit hydraulique et une station de ski.

Le système mécanique et le circuit hydraulique ont montré une belle cohérence dimensionnelle entre les domaines comparés, bien qu'ils présentaient certaines limites. Ces dernières n'étaient toutefois pas problématiques, car elles ne concernaient que des aspects secondaires d'un circuit électrique, n'empêchant pas la compréhension générale de l'analogie. Il reste cependant nécessaire de les mentionner lors de l'utilisation d'une analogie dans le cadre didactique. En revanche, nous regrettons que ces deux premières analogies ne puissent être convenablement exploitées avec des élèves du secondaire, car elles font chacune appel à des notions plus avancées, abordées dans l'enseignement supérieur. Ainsi, pour ces notions, on ne peut plus dire que le domaine analogue est à la portée des élèves. Cette méconnaissance du domaine analogue ne permet pas la compréhension du domaine cible.

La station de ski représente quant à elle un domaine analogue tout à fait accessible aux élèves. Les concepts utilisés ne sont pas nouveaux et permettent de se baser sur les connaissances antérieures. En revanche, nous avons pu mettre en évidence que cette analogie présentait des manquements concernant la cohérence dimensionnelle. En l'utilisant, on fournit donc certes une belle représentation aux élèves, mais on sacrifie la physique.

Pour conclure, aucune des trois analogies présentées dans ce travail n'est donc entièrement satisfaisante. Aucune d'entre elles ne remplit complétement les deux critères caractérisant l'analogie idéale, à savoir fournir une image porteuse de sens, et être physiquement cohérente. En tant que professeur, il sera donc nécessaire de faire un choix et de fixer ses priorités. Il pourrait également être judicieux de réfléchir à d'autres analogies en électricité. Nous nous sommes limités à trois d'entre elles, qui nous semblaient répandues, mais il en existe bien sûr un très grand nombre. Une autre suggestion consisterait à inviter les professeurs à utiliser des analogies différentes pour des concepts différents, en fonction du public auquel ils s'adressent, sans vouloir décrire un système électrique complet à l'aide d'une seule analogie. Enfin, il semble opportun d'encourager les professeurs à faire preuve de transparence vis-à-vis des élèves, et de relever les limites des analogies qu'ils utilisent. Cela pourrait peut-être même faire l'objet d'un exercice réalisable en classe par les élèves, qui pourrait être riche d'un point de vue pédagogique.

Les éléments mis en évidence tout au long de ce travail pourraient faire l'objet d'études sur le terrain. Avant d'utiliser une analogie en classe, il pourrait par exemple être intéréssant de faire passer des tests aux élèves concernant les domaines analogues, afin de vérifier s'ils sont maitrisés, et exempts de conceptions erronées. Ensuite, on pourrait utiliser différentes approches, dont une approche dimensionnelle, pour enseigner une analogie à différentes classes, et ce dans l'optique d'investiguer si l'approche dimensionnelle peut avoir du sens pour faciliter les apprentissages des étudiants.

On pourrait aussi appliquer l'approche dimensionnelle à l'analyse de différentes analogies, hors du domaine de l'électricité. Ainsi, on pourrait par exemple étudier sous ce prisme l'analogie entre l'électrostatique et la gravitation. Notons d'ailleurs la particularité de cette analogie : elle a été établie grâce à la similitude mathématique entre la loi de Coulomb et la loi universelle de la gravitation. À l'inverse, l'analogie hydraulique a été construite sur base d'une similitude phénoménologique, puisque l'électricité a souvent été perçue comme un fluide, dans l'histoire de la physique.

Bibliographie

[1] S. Michelet, Remédiation, Simulation, Argumentation : Analyse de productions d'élèves en électricité, *Premières Rencontres Jeunes-Chercheurs sur les EIAH*, 2006, 149-156.

[2] R. Duit, The role of analogies and metaphors in learning science, *Science Education*, 1991, **75**, 649 - 672.

[3] M. T. Guerra-Ramos, Analogies as Tools for Meaning Making in Elementary Science Education : How Do They Work in Classroom Settings ?, *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2011, **7**, 29-39.

[4] G. Kreisel, *Analogies in Physics : Analysis of an Unplanned Epistemic Strategy*, Ed. Leibniz University Hannover, Hannovre, Allemagne, 2021.

[5] A. G. Harrison, D. F. Treagust, Teaching with analogies : A case study in grade-10 optics, *Journal of Reasearch in Science Teaching*, 1993, **30**, 1291-1307.

[6] A. Aguzzi, J. Dintinger. *Le principe d'inertie et les préconceptions des élèves : une séquence d'enseignement*, Ed. HEP Vaud, Lausanne, Suisse, 2015.

[7] A. Fagnant, *Types de connaissances et métacognition*, Ed. ULiège, Liège, Belgique, 2023.

[8] H. U. Fuchs, *Origin of analogical reasoning in physics*, Ed. Université de Reims Champagne Ardenne, Reims, France, 2010.

[9] C. Muldoon, Physics by analogy, *Physics World*, 2007, **20**, 16.

[10] L. Viennot, *Thinking in physics : the pleasure of reasoning and understanding*, Ed. Springer, Dordrecht, Pays-Bas, 2014.

[11] M.-H. Chiu, J.-W. Lin, Promoting fourth graders' conceptual change of their understanding of electric current via multiple analogies, *Journal of Research in Science Teaching*, 2005, **42**, 429-464.

[12] P. Herzog, G. Penelet, *Grain 2.2 : analogies électromécaniques*, Ed. Université du Maine, Le Mans, France, 2016.

[13] R. Itterbeek, *Complément (1) : Analogies*, Ed. ECAM, Bruxelles, Belgique, 2022.

[14] M. H. Allouche, G. Zaz, Les analogies en physique, *Colloque consacré à l'Enseignement des Technologies et des Sciences de l'Information et des Systèmes*, 2018, 229-234.

[15] J.-F. Pochon, *Electricité et analogie hydraulique*, Ed. Institut Suisse de Pédagogie pour la Formation Professionnelle, Zollikofen, Suisse, 2003.

[16] R. Demotte, *Annexe III : Compétences terminales et savoirs requis en sciences générales*, Ed. FWB, Bruxelles, Belgique, 2014.