

---

## Comparaison du Bitcoin et de l'or dans l'amélioration de la frontière efficiente : analyse des performances et de la gestion des risques sur un cycle économique

**Auteur** : Scalais, Benjamin

**Promoteur(s)** : Pietquin, John

**Faculté** : HEC-Ecole de gestion de l'Université de Liège

**Diplôme** : Master en sciences de gestion, à finalité spécialisée en management général (Horaire décalé)

**Année académique** : 2024-2025

**URI/URL** : <http://hdl.handle.net/2268.2/22641>

---

### Avertissement à l'attention des usagers :

*Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative" (BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.*

*Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.*

---



# **Comparaison du Bitcoin et de l'or dans l'amélioration de la frontière efficiente : Analyse des performances et de la gestion des risques sur un cycle économique**

Promoteur :

John PIETQUIN

Lecteur(s) :

Pierrick CLERC

Travail de fin d'études présenté par

**Benjamin SCALAIS**

en vue de l'obtention du diplôme de

Master en sciences de gestion, à finalité

spécialisée en management général

Année académique 2024/2025

## **REMERCIEMENTS**

---

Je tiens à remercier tout particulièrement mon promoteur, Monsieur John Pietquin, pour ses conseils avisés, son regard exigeant et la qualité de son accompagnement tout au long de ce travail.

Je souhaite également exprimer ma profonde gratitude à mes proches dont le soutien, la patience et les encouragements m'ont permis de mener à bien ce mémoire ainsi que l'ensemble de ce master en horaire décalé.

## ABSTRACT

---

Ce mémoire analyse l'impact comparé de l'or et du Bitcoin sur l'efficience d'un portefeuille d'investissement diversifié à travers le prisme du modèle moyenne-variance de Markowitz. L'étude s'appuie sur des données journalières couvrant la période 2017-2024 et distingue trois phases économiques : une période globale, la crise du COVID-19 et la crise géopolitique liée à l'invasion de l'Ukraine.

Une série de simulations est réalisée pour évaluer les effets de l'intégration de ces deux actifs alternatifs sur la frontière efficiente, les pondérations optimales et les ratios de Sharpe des portefeuilles. Les résultats montrent que l'or conserve un rôle stabilisateur particulièrement utile en période de crise tandis que le Bitcoin agit davantage comme levier de performance dans les phases haussières, au prix d'une forte volatilité.

L'analyse par phase économique révèle que la contribution du Bitcoin est contextuelle et souvent contre-productive en situation de stress prolongé contrairement à l'or qui renforce la robustesse du portefeuille. La combinaison des deux actifs offre une diversification théorique accrue mais reste adaptée à des profils d'investisseurs tolérants au risque. Ces constats soulignent l'importance d'une allocation dynamique et prudente selon les régimes de marché.

# TABLE DES MATIÈRES

---

Remerciements .....	ii
Abstract.....	iii
1    Introduction .....	1
2    Revue de littérature .....	3
2.1    La théorie moderne du portefeuille .....	3
2.1.1    Principes fondateurs et applications contemporaines.....	3
2.1.2    Limites du modèle moyenne-variance .....	4
2.2    L'or comme actif refuge : rôle historique et résilience en période de crise .....	6
2.3    Le Bitcoin comme actif émergent : origine, fonctionnement et statut financier	
7	
2.4    Comparaison des profils de l'or et du Bitcoin : limites et impacts sur la	
performance des portefeuilles .....	11
3    Données et méthodologie .....	13
3.1    Constitution de l'univers d'investissement .....	13
3.2    Définition des phases économiques.....	14
3.3    Méthodologie d'optimisation.....	18
3.3.1    Rendements et volatilité.....	18
3.3.2    Covariances et corrélations.....	19
3.3.3    Ratio de Sharpe .....	20
3.3.4    Frontière efficiente.....	21
3.3.5    Résolution numérique.....	23
3.3.6    Tests de normalité et comportement extrême .....	24
4    Résultats empiriques .....	27
4.1    Statistiques descriptives des actifs .....	27
4.1.1    Évolution normalisée des prix.....	28
4.1.2    Rendements et volatilités.....	28
4.1.3    Rendements cumulés .....	31
4.1.4    Ratios de Sharpe annualisés .....	33
4.2    Corrélations entre actifs .....	33
4.2.1    Corrélations - Période globale .....	34
4.2.2    Corrélations glissantes .....	35
4.2.3    Corrélations comparées par phase économique.....	36

4.2.4	Conclusion .....	38
4.3	Frontières efficientes .....	38
4.3.1	Période globale (2017-2024) .....	39
4.3.2	Crise COVID-19 (2019-2020) .....	42
4.3.3	Crise Ukraine - Inflation (2021-2022) .....	44
4.3.4	Conclusion .....	48
4.4	Pondérations optimales des actifs .....	48
4.4.1	Période globale (2017-2024) .....	49
4.4.2	Crise COVID-19 .....	51
4.4.3	Crise Ukraine .....	54
4.4.4	Conclusion .....	56
4.5	Analyse du Ratio de Sharpe .....	56
4.6	Limites de l'étude .....	58
4.6.1	Validité des hypothèses du modèle .....	58
4.6.2	Incertitude des paramètres .....	61
4.6.3	Choix des périodes d'analyse .....	61
5	Discussion .....	63
5.1	Bitcoin vs or : quel rôle dans un portefeuille d'investissement ? .....	63
5.2	Recommandations pour les investisseurs en gestion d'actifs .....	63
6	Conclusion .....	65
	Bibliographie .....	67
	Annexes .....	71
	Annexe 1 – Code Matlab .....	71



# 1 INTRODUCTION

---

Dans un environnement économique mondial marqué par une instabilité croissante, la gestion du risque est devenue un enjeu central pour les investisseurs. Les crises successives - financières, sanitaires, géopolitiques - ont mis en évidence les limites des stratégies d'allocation traditionnelles basées principalement sur des actifs actions et obligataires. Cette réalité a renforcé l'intérêt pour les actifs dits « alternatifs », susceptibles d'améliorer la résilience des portefeuilles face aux turbulences des marchés. Parmi ceux-ci, l'or et le Bitcoin suscitent une attention particulière, bien que pour des raisons très différentes.

Actif millénaire, l'or bénéficie d'une reconnaissance historique comme valeur refuge. Sa faible corrélation avec les actifs risqués et sa capacité à préserver le capital en période de crise en font un pilier classique des stratégies de couverture. À l'opposé, le Bitcoin, actif numérique émergent et extrêmement volatil, se distingue par une dynamique spéculative puissante, un comportement asymétrique face au risque et une adoption encore récente et inégale. L'essor des cryptomonnaies et les débats autour de leur place dans les portefeuilles contemporains interrogent directement les fondements de l'allocation optimale.

Dans ce contexte, ce mémoire propose d'analyser de manière comparative la contribution de l'or et du Bitcoin à l'efficience d'un portefeuille d'investissement en s'appuyant sur la théorie moyenne-variance de Markowitz (1952). Plus spécifiquement, l'étude cherche à répondre à la question suivante : le Bitcoin peut-il rivaliser avec l'or comme actif de diversification et de gestion des risques dans un portefeuille d'actifs diversifiés ?

Pour y répondre, l'analyse repose sur des données historiques couvrant la période 2017 à 2024, incluant plusieurs phases économiques contrastées : période stable, crise sanitaire liée au COVID-19 et crise géopolitique et inflationniste liée à l'invasion de l'Ukraine. Trois axes de recherche structurent ce travail :

- l'évolution des performances du Bitcoin et de l'or sur un cycle économique complet ;
- leur impact sur la composition et la forme de la frontière efficiente ;
- leur contribution à la diversification selon les régimes économiques et les épisodes de stress.

Ce mémoire mobilise une approche empirique rigoureuse, fondée sur la modélisation de portefeuilles optimisés sous contraintes réalistes et sur une comparaison des performances ajustées au risque. L'objectif est de fournir des éléments concrets d'aide à la décision pour les investisseurs soucieux d'enrichir leur allocation en intégrant des actifs non conventionnels sans négliger les limites inhérentes aux méthodes d'optimisation classiques.



## 2 REVUE DE LITTÉRATURE

---

Dans un contexte financier instable, marqué par des crises successives et des bouleversements structurels, la diversification des portefeuilles demeure une stratégie centrale dans la gestion des risques. Ces dernières années, l'intérêt croissant pour des actifs dits non conventionnels, tels que l'or et le Bitcoin, a relancé les débats autour de la construction de portefeuilles robustes face aux turbulences économiques.

L'or, valeur refuge historique, continue de jouer un rôle central dans la couverture contre l'incertitude. À l'inverse, le Bitcoin, actif numérique émergent créé en 2009 par Satoshi Nakamoto, repose sur une technologie décentralisée, la *blockchain*, et se caractérise par une offre limitée ainsi qu'une forte volatilité. Initialement conçu comme un système de paiement alternatif, le Bitcoin a progressivement été intégré dans certaines stratégies de portefeuille, suscitant des interrogations quant à son statut d'actif spéculatif, de diversification ou de valeur refuge.

L'essor des cryptomonnaies et les crises récentes, notamment la pandémie de COVID-19 et le conflit russo-ukrainien, ont constitué des opportunités d'analyse intéressantes pour évaluer la pertinence de ces deux actifs dans un cadre d'optimisation classique. À ce titre, la théorie moderne du portefeuille, introduite par Markowitz (1952), demeure une référence incontournable. Toutefois, cette approche révèle certaines limites lorsqu'elle est confrontée à des actifs particulièrement volatils tels que le Bitcoin.

De nombreuses recherches empiriques ont comparé l'impact de l'intégration de l'or et du Bitcoin sur la performance et la résilience des portefeuilles. Certaines études (Bouri et al., 2017 ; Dyrberg, 2016 ; Liu & Yuan, 2024) identifient un potentiel partiel de couverture pour le Bitcoin tandis que d'autres insistent sur sa nature spéculative, son instabilité ou son inadéquation structurelle aux périodes de crise (Klein et al., 2018 ; Baur, Hong & Lee, 2018 ; Smales, 2019). L'or, quant à lui, conserve une position plus établie comme actif refuge, bien que son efficacité ne soit pas systématique selon la nature des crises (Baur & Lucey, 2010).

Cette revue de littérature propose d'explorer le positionnement de ces deux actifs dans le cadre de la gestion de portefeuille. L'analyse sera axée sur cinq sections. La première présente les fondements théoriques et les limites de la théorie moderne du portefeuille. La deuxième examine les propriétés de diversification et de couverture de l'or. La troisième explore les caractéristiques du Bitcoin. La quatrième évalue l'impact de leur intégration sur la frontière efficiente d'un portefeuille diversifié. Enfin, la cinquième discute des limites méthodologiques liées à l'inclusion d'actifs très volatils dans une approche d'optimisation classique.

### 2.1 LA THÉORIE MODERNE DU PORTEFEUILLE

#### 2.1.1 Principes fondateurs et applications contemporaines

La théorie moderne du portefeuille, introduite par Harry Markowitz en 1952, constitue un des piliers de la gestion financière contemporaine. Elle repose sur le principe fondamental selon

lequel un investisseur rationnel doit construire son portefeuille en optimisant le couple rendement espéré / risque, ce dernier étant mesuré par la variance des rendements.

Markowitz démontre que, pour chaque niveau de risque, il existe un portefeuille offrant le rendement maximal, et inversement, pour chaque niveau de rendement visé, un portefeuille minimisant le risque associé. L'ensemble de ces portefeuilles optimaux forme ce que l'on appelle la *frontière efficiente*.

La diversification constitue le fondement de cette approche : en combinant des actifs aux corrélations imparfaites, il devient possible de réduire la variance globale du portefeuille sans pour autant diminuer le rendement attendu. Ce principe soutient l'intégration d'une grande variété d'actifs, y compris d'actifs dits alternatifs, dans la composition des portefeuilles.

Depuis ses travaux initiaux, la théorie a évolué pour mieux s'adapter aux réalités de marché. Fabozzi, Gupta et Markowitz (2002) rappellent que l'introduction de contraintes pratiques sur les poids d'actifs - telles que l'interdiction des ventes à découvert ou l'imposition de bornes d'allocation - a permis de stabiliser les solutions d'optimisation, notamment face aux erreurs d'estimation fréquentes dans les données financières.

D'autres prolongements ont porté sur l'utilisation de mesures de risque alternatives à la variance, telles que le *Value-at-Risk* (VaR), ou encore sur l'exploration de caractéristiques statistiques supplémentaires, sans que ces aspects ne soient approfondis dans le présent travail.

Malgré ces extensions, la théorie moyenne-variance reste aujourd'hui l'un des fondements de la gestion de portefeuille. Elle constitue la base méthodologique de cette étude, qui vise à analyser l'impact de l'intégration d'actifs non conventionnels, tels que l'or et le Bitcoin, sur la construction de la frontière efficiente d'un portefeuille diversifié.

### 2.1.2 Limites du modèle moyenne-variance

Toutefois, en dépit de ses apports, le modèle moyenne-variance présente plusieurs limites tant sur le plan théorique que pratique.

Parmi les plus fréquemment évoquées figure d'abord l'hypothèse de normalité des rendements qui suppose que les distributions sont symétriques et peu sensibles aux événements extrêmes. Cette hypothèse est largement remise en cause dans la littérature, notamment pour des actifs comme le Bitcoin, dont les rendements présentent une forte *kurtosis* et des *queues épaisses* (Eisl et al., 2015 ; Kwon, 2020). Une forte kurtosis signifie que la distribution des rendements est plus concentrée autour de la moyenne tout en étant plus exposée à des valeurs extrêmes qui ne seraient pas anticipées par une distribution normale ; les queues épaisses indiquent une probabilité élevée d'occurrence d'événements rares mais aux conséquences majeures, augmentant ainsi le risque de pertes importantes. En parallèle, la *skewness* (ou distorsion) mesure la dissymétrie de la distribution : une *skewness* positive suggère une probabilité plus élevée de rendements très positifs, tandis qu'une *skewness* négative signale un risque plus prononcé de rendements fortement négatifs. Ce type de comportement rend la mesure du risque par la seule variance potentiellement insuffisante.

Cette remise en cause est illustrée par Eisl et al. (2015), qui montrent que les rendements du Bitcoin présentent une kurtosis supérieure à 9 et des distributions asymétriques, impliquant une forte probabilité de pertes extrêmes. Kwon (2020) renforce ce constat en analysant les queues de distribution du Bitcoin et en les comparant à celles de l'or, du dollar et du marché actions, soulignant que le Bitcoin est systématiquement plus exposé aux valeurs extrêmes, en particulier lors de retournements de marché. Ces résultats empiriques confirment que l'hypothèse de normalité peut être particulièrement trompeuse dans le cas d'actifs alternatifs volatils. Par exemple, les rendements journaliers du Bitcoin lors du krach de mars 2020 ont affiché des chutes supérieures à -40 %, ce qui excède largement ce que prédit une distribution normale, illustrant concrètement les limites du modèle moyenne-variance dans un contexte de stress de marché.

La figure ci-dessous illustre ces écarts de distribution avec leur équivalent normal théorique, mettant en évidence les phénomènes de kurtosis et de skewness.

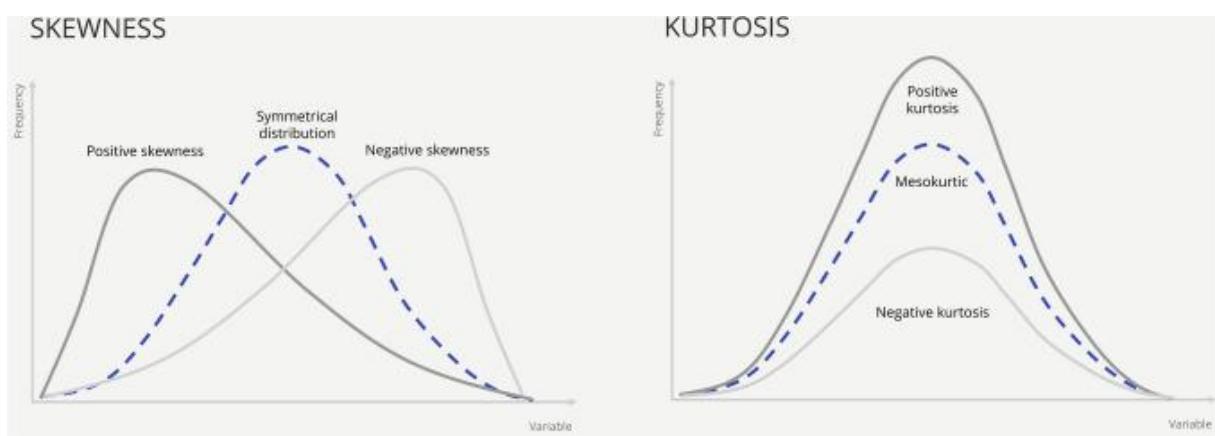


Figure 1 : Degré d'asymétrie (distorsion - skewness) et répartition (kurtosis) d'une distribution - <https://www.sciencedirect.com> (1/05/2025)

En second lieu, le modèle est particulièrement sensible aux erreurs d'estimation. Becker et al. (2009) soulignent que de légers écarts dans les rendements attendus ou les covariances peuvent fortement impacter les portefeuilles optimisés conduisant à des allocations instables ou peu réalistes. Ce constat a conduit à recommander l'imposition de contraintes pratiques telles que des bornes sur les poids afin de limiter les effets de ces erreurs (Behr et al., 2013).

Enfin, la théorie repose sur une hypothèse de stationnarité des paramètres statistiques. Cependant, en période de crise économique, les relations entre les actifs peuvent changer rapidement, invalidant ainsi les paramètres estimés sur la base de données historiques (Baur & Lucey, 2010 ; Wüstenfeld & Geldner, 2022). Ce problème est particulièrement pertinent lorsqu'on cherche à intégrer des actifs volatils ou émergents dont le comportement est plus difficile à modéliser de manière stable (Eisl et al., 2015 ; Klein et al., 2018).

Ces limites ont suscité le développement d'approches alternatives telles que les optimisations robustes ou l'utilisation de mesures de risque comme le *Value-at-Risk* ou le *Conditional Value-at-Risk* (Fabozzi, Gupta & Markowitz, 2002 ; Eisl et al., 2015) plus sensibles aux phénomènes extrêmes.

Toutefois, dans le cadre de cette étude, une approche moyenne-variance classique a été retenue afin de permettre une comparaison rigoureuse entre les scénarii d'allocation avec et sans intégration du Bitcoin et de l'or tout en restant conscient des limites de ce modèle.

## 2.2 L'OR COMME ACTIF REFUGE : RÔLE HISTORIQUE ET RÉSILIENCE EN PÉRIODE DE CRISE

L'or est depuis longtemps un actif singulier dans la gestion de portefeuille en tant que valeur refuge face à l'instabilité économique ou géopolitique (Baur & McDermott, 2010). Sa rareté naturelle, son acceptation universelle et son indépendance vis-à-vis des politiques monétaires contemporaines en font un actif particulièrement recherché dans les phases de turbulence. Cet intérêt s'est confirmé au fil des crises, des krachs boursiers aux chocs inflationnistes, où l'or a souvent permis de préserver le capital investi (Hillier et al., 2006).

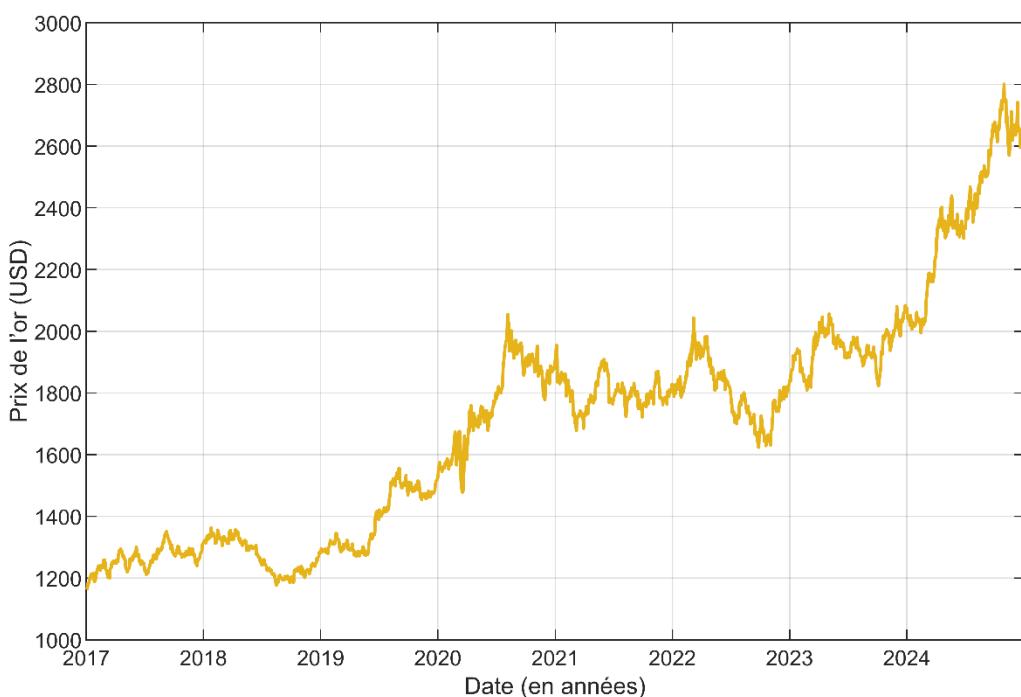


Figure 2: Évolution du prix de l'or (GC=F) entre 2017 et 2024 - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

L'évolution du prix de l'or sur la période 2017-2024, marquée par une progression supérieure à 80 %, reflète à la fois son rôle de valeur refuge et les ajustements liés aux cycles économiques et géopolitiques. Empiriquement, plusieurs travaux ont démontré que l'or agit comme un *safe haven*, c'est-à-dire un actif dont la corrélation avec les autres classes d'actifs devient nulle ou négative lors des périodes de forte volatilité. Baur et Lucey (2010) montrent ainsi que l'or tend à se déconnecter des marchés actions précisément lorsque ces derniers subissent des chocs extrêmes, ce qui en fait un stabilisateur structurel au sein des portefeuilles.

Cette fonction protectrice a été confirmée dans différents contextes. Durant la crise financière mondiale de 2008, l'or s'est apprécié alors que les marchés actions chutaient fortement, renforçant son statut d'actif défensif (Hillier et al., 2006 ; Baur & McDermott, 2010). Plus récemment, Ji, Zhang et Zhao (2020) montrent que lors de la pandémie de COVID-19, l'or a surpassé d'autres actifs plus volatils, jouant un rôle de valeur refuge relative dans un contexte d'incertitude sanitaire extrême. De même, Ustaoglu (2023) confirme son efficacité durant l'invasion de l'Ukraine en 2022 où l'or a servi d'alternative stable face à la montée des risques géopolitiques et énergétiques.

Cependant, cette efficacité n'est pas absolue. Baur et Lucey (2010) soulignent que dans les situations de panique généralisée, l'or peut temporairement perdre son pouvoir stabilisateur. Ainsi, il est préférable de le considérer comme un refuge relatif dont l'efficience dépend de la nature, de l'origine et de l'intensité des crises.

Enfin, au-delà des phases de turbulence, l'or contribue à la diversification structurelle d'un portefeuille grâce à sa faible, voire négative, corrélation avec les actions et obligations, y compris en période « normale » (Hillier et al., 2006). Cette propriété en fait un outil stratégique pour réduire la volatilité globale même en dehors des phases de stress.

Dans l'ensemble, la littérature s'accorde à reconnaître que l'or reste un actif pertinent pour améliorer le profil rendement/risque d'un portefeuille diversifié. Ces constats justifient pleinement son inclusion dans l'analyse comparative menée dans cette étude.

## 2.3 LE BITCOIN COMME ACTIF ÉMERGENT : ORIGINE, FONCTIONNEMENT ET STATUT FINANCIER

Le Bitcoin a été introduit en 2009 par Satoshi Nakamoto comme une monnaie numérique fonctionnant sans autorité centrale, reposant sur une technologie de registre distribué appelée *blockchain*. Ce protocole assure la sécurité, la transparence et l'immutabilité des transactions, validées par un réseau pair-à-pair (Nakamoto, 2008).



Figure 3 : Logo du Bitcoin - <https://bitcoin.org> (1/05/2025)

L'architecture du Bitcoin repose sur plusieurs caractéristiques fondamentales. Son offre est plafonnée à 21 millions d'unités, instaurant une rareté numérique inédite dans le paysage monétaire. En outre, le rythme d'émission des nouveaux bitcoins suit une règle algorithmique appelée *halving* qui réduit de moitié la récompense accordée aux mineurs environ tous les quatre ans. Ce mécanisme entraîne une réduction progressive de la création monétaire, renforçant le

caractère déflationniste du Bitcoin (Lashkaripour, 2024). L'auteur met en évidence que les *halving* ont historiquement coïncidé avec des cycles de hausse du prix du Bitcoin mais que ces effets s'estompent avec le temps, suggérant une efficacité décroissante du *halving* comme facteur structurel de valorisation. Ce phénomène est illustré dans les figures 4 et 5 ci-dessous.

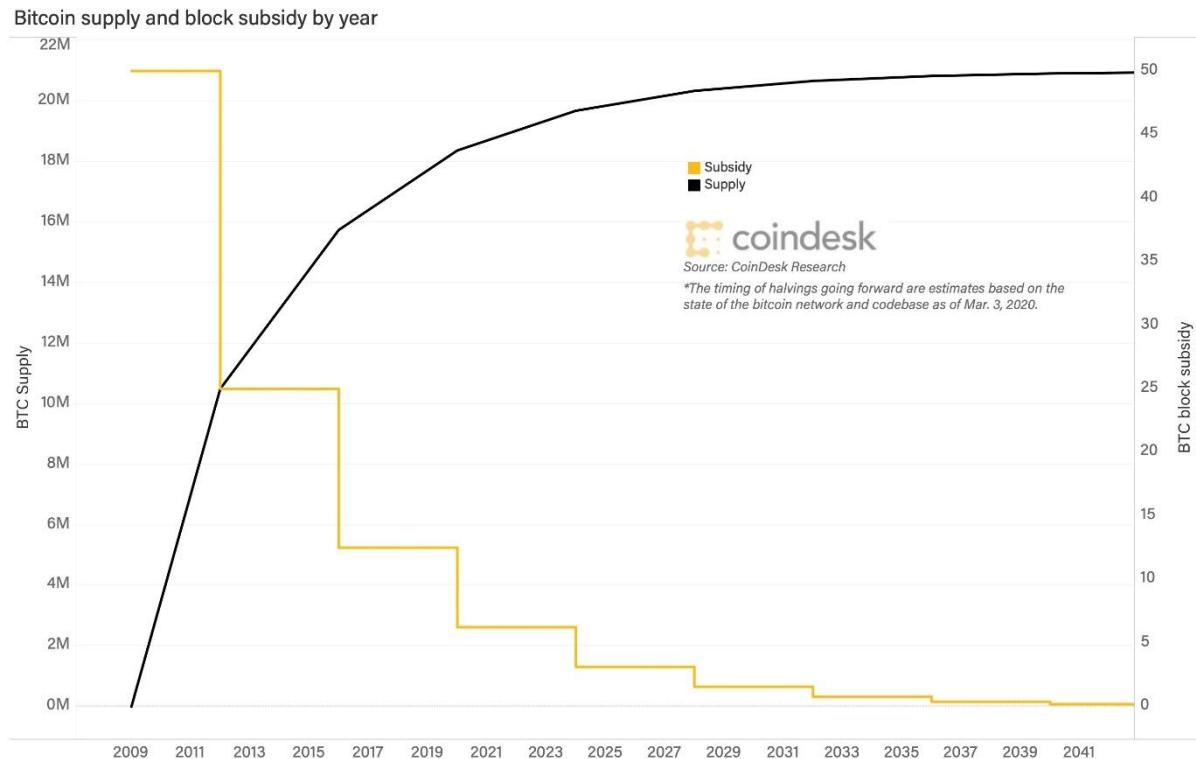


Figure 4 : Evolution de l'offre et des récompense de Bitcoin - <https://www.coindesk.com> (1/05/2025)

## Bitcoin's Halving Timeline

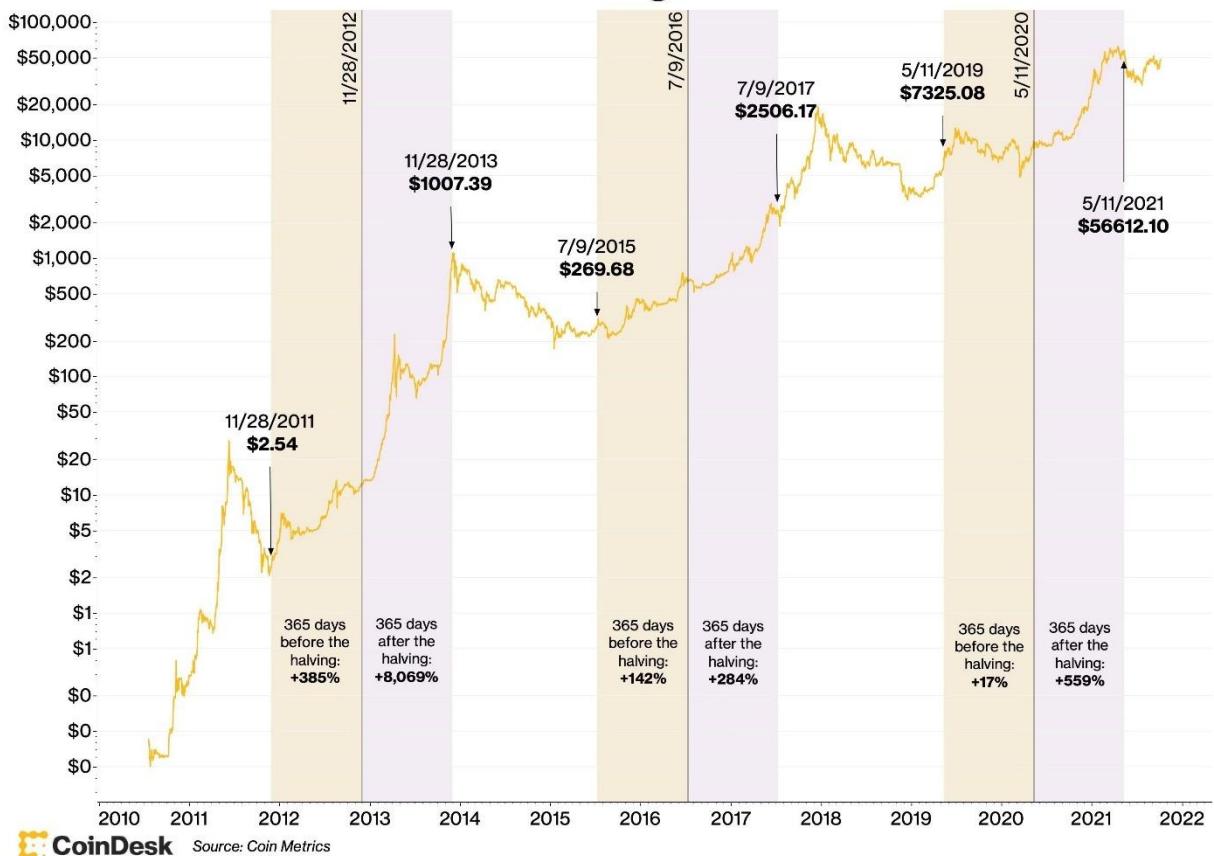


Figure 5 : Effet du halving sur le Bitcoin - <https://www.coindesk.com> (1/05/2025)

Initialement conçu comme un moyen de paiement alternatif, le Bitcoin est aujourd’hui perçu comme une classe d’actifs à part entière, bien que son statut demeure ambigu. Bouri et al. (2017) le qualifient d’actif hybride, oscillant entre outil de diversification, actif spéculatif et potentiel refuge selon les phases de marché. Cette ambivalence est renforcée par sa volatilité extrême : Klein et al. (2018) relèvent que ses variations de prix dépassent largement celles des grandes classes d’actifs, y compris les actions technologiques. Cette volatilité s’accompagne d’une corrélation instable avec les marchés actions qui tend à s’accroître en période de crise (Bouri et al., 2017), affaiblissant son potentiel de couverture.

La figure 6 illustre l’évolution du cours du Bitcoin entre 2017 et 2024. La trajectoire est caractérisée par une volatilité extrême, marquée par des bulles spéculatives, des phases de correction brutale et une performance cumulée de plus de 9000 % sur la période.

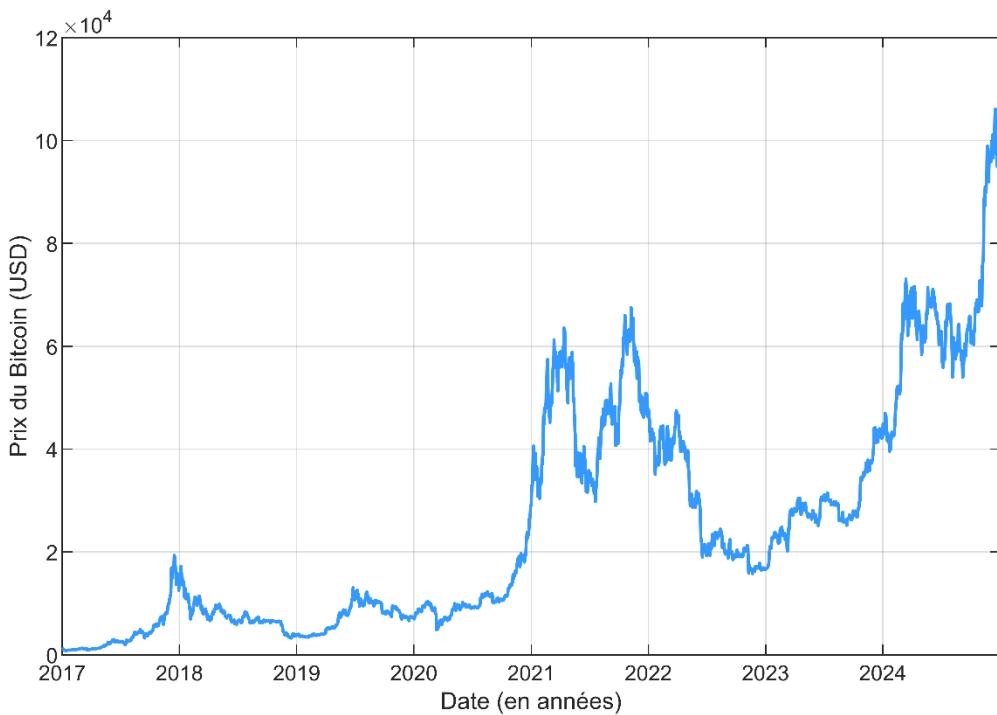


Figure 6 : Évolution du cours du Bitcoin (BTC) entre 2017 et 2024 - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

D'autres limites structurelles nuisent à son intégration dans une stratégie d'investissement institutionnelle : liquidité incertaine, frais de transaction élevés, manipulation possible des prix (Smales, 2019). En outre, la confiance dans le Bitcoin repose autant sur sa robustesse technologique que sur des facteurs sociaux et réglementaires difficilement maîtrisables (Saeedi & Al-Fattal, 2025).

Sur le plan statistique, Eisl et al. (2015) mettent en lumière les propriétés non gaussiennes de ses rendements : asymétrie marquée, kurtosis élevée et queues épaisses. Ces caractéristiques compliquent son intégration dans les modèles d'optimisation classiques basés sur la moyenne et la variance. Elles plaident pour une gestion prudente avec des outils mieux adaptés aux comportements extrêmes comme le CVaR.

Ainsi, bien que le Bitcoin puisse améliorer ponctuellement la performance d'un portefeuille, notamment en période haussière, son instabilité et ses caractéristiques atypiques justifient un encadrement strict de son poids en portefeuille. Dans cette étude, son inclusion est testée de manière comparative et contextuelle afin d'en évaluer les apports et les limites selon les phases économiques.

## 2.4 COMPARAISON DES PROFILS DE L'OR ET DU BITCOIN : LIMITES ET IMPACTS SUR LA PERFORMANCE DES PORTEFEUILLES

Bien que l'or et le Bitcoin soient tous deux considérés comme des actifs alternatifs, leurs profils restent fondamentalement différents. L'or, actif traditionnel à la réputation établie, se distingue par une volatilité modérée, une liquidité élevée, une adoption institutionnelle ancienne et une corrélation historiquement faible, voire négative, avec les actions (Baur & McDermott, 2010 ; Hillier et al., 2006). Cette stabilité lui permet d'assumer un rôle de valeur refuge en période de crise comme observé lors de la pandémie de COVID-19 (Ji, Zhang & Zhao, 2020) ou du conflit entre la Russie et l'Ukraine (Ustaoglu, 2023).

À l'inverse, le Bitcoin est un actif émergent, caractérisé par une volatilité extrême, une corrélation instable et une adoption institutionnelle encore incomplète (Bouri et al., 2017 ; Klein et al., 2018). Son comportement spéculatif, ses incertitudes réglementaires (Smales, 2019) et ses propriétés statistiques atypiques (Eisl et al., 2015) - comme une forte kurtosis, une asymétrie prononcée et des queues épaisses - complexifient son intégration dans les modèles d'optimisation traditionnels. Il peut toutefois agir comme levier de performance, notamment en période haussière, mais au prix d'un risque accru (Khaki et al., 2023).

Sur le plan empirique, plusieurs travaux mettent en évidence une complémentarité potentielle entre ces deux actifs. L'or réduit la volatilité sans sacrifier significativement le rendement, jouant un rôle de stabilisateur (Baur & Lucey, 2010). Le Bitcoin, lui, peut améliorer le ratio de Sharpe d'un portefeuille grâce à sa faible corrélation moyenne avec les actifs traditionnels, sous réserve d'un encadrement strict de son poids (Guesmi et al., 2019 ; Bakry et al., 2021). Des études recommandent de limiter sa part à moins de 15 % pour éviter un effet déstabilisateur.

Toutefois, des limites importantes subsistent. Le comportement refuge du Bitcoin reste contextuel et peu fiable à l'échelle globale (Wu et al., 2019 ; Wüstenfeld & Geldner, 2022). Quant à l'or, s'il reste robuste face à de nombreux chocs, son efficacité peut temporairement faiblir lors de crises systémiques majeures (Baur & Lucey, 2010).

Dans cette optique, cette étude mobilise une approche par scénarii économiques afin d'évaluer empiriquement les effets différenciés de l'intégration de ces deux actifs selon les régimes de marché. La construction de portefeuilles optimisés sur plusieurs phases (période globale, COVID-19, crise Ukraine-inflation) permet de tester leur apport en matière de diversification et de gestion des risques, en tenant compte à la fois de leurs spécificités statistiques et de leur comportement historique en contexte de stress.

Le tableau ci-dessous propose une synthèse des principales différences entre l'or et le Bitcoin, en comparant leurs caractéristiques fondamentales sur des dimensions telles que la volatilité, le rôle en portefeuille, la corrélation aux actions ou encore la stabilité réglementaire. Cette vue d'ensemble permet de mieux appréhender leur complémentarité potentielle et les précautions à prendre lors de leur intégration dans une stratégie d'investissement diversifiée.

	<b>Or</b>	<b>Bitcoin</b>
<b>Statut historique</b>	Actif traditionnel reconnu depuis des siècles	Actif émergent (2009), numérique et décentralisé
<b>Rôle en portefeuille</b>	Valeur refuge, stabilisateur	Diversification, spéculatif
<b>Volatilité</b>	10 à 25%	60 à 130%
<b>Corrélation aux actions</b>	Faible à négative (stable)	Instable, parfois positive en période de crise
<b>Performance en crise</b>	Bonne	Imprévisible
<b>Liquidité</b>	Elevée, marché mature	Volatile, dépendant de plateformes numériques
<b>Adoption institutionnelle</b>	Forte et ancienne	Partielle, en croissance mais encore incertaine
<b>Réglementation</b>	Stable et largement encadrée	Évolutive, sujette à changements politiques
<b>Utilité perçue</b>	Réserve de valeur, couverture contre l'inflation	Actif spéculatif, innovation technologique
<b>Risque</b>	Relativement faible	Réglementaire, technologique, réputation

### 3 DONNÉES ET MÉTHODOLOGIE

---

Ce chapitre présente le cadre méthodologique adopté pour évaluer l'impact de l'intégration du Bitcoin et de l'or dans un portefeuille d'actifs financiers diversifiés selon les principes du modèle moyenne-variance. L'objectif est de tester, à partir de données historiques, dans quelle mesure l'intégration du Bitcoin et de l'or modifie la forme et la position de la frontière efficiente d'un portefeuille diversifié en fonction des contextes économiques, notamment en période de crise.

Après avoir posé les fondements théoriques et confronté les positions de la littérature sur le rôle du Bitcoin et de l'or dans la gestion de portefeuille, cette section explicite les choix empiriques de l'étude : la sélection des actifs, la fréquence des données, la définition des phases économiques, les indicateurs utilisés (rendement, volatilité, ratio de Sharpe, poids optimaux), ainsi que le cadre technique de l'optimisation.

L'analyse repose sur une base de données quotidienne couvrant la période de 2017 à 2024, incluant à la fois des actifs traditionnels (ETF actions et obligations) et des actifs alternatifs (Bitcoin et or), tous exprimés en dollars américains.

Les portefeuilles sont optimisés à l'aide du modèle de Markowitz, sous contrainte d'absence de vente à découvert en imposant des poids positifs ou nuls uniquement. L'analyse est conduite séparément sur plusieurs phases économiques distinctes - période globale, crise sanitaire liée au COVID-19 et crise géopolitique et inflationniste liée à l'invasion de l'Ukraine - afin d'évaluer l'impact de l'environnement économique sur la contribution du Bitcoin et de l'or à l'efficience du portefeuille.

Ce chapitre est structuré en quatre sections. La première présente les données financières et macroéconomiques utilisées, ainsi que les critères de sélection des actifs. La deuxième définit les périodes économiques utilisées pour l'analyse en distinguant les phases normales des phases de crise. La troisième décrit la méthodologie d'optimisation de portefeuille. Enfin, la quatrième décrit les scénarios d'allocation simulés en comparant les portefeuilles avec et sans intégration du Bitcoin et de l'or.

#### 3.1 CONSTITUTION DE L'UNIVERS D'INVESTISSEMENT

L'univers d'investissement utilisé dans cette étude est composé d'une sélection d'actifs représentatifs de plusieurs classes financières, incluant à la fois des instruments traditionnels courants dans la construction de portefeuilles et deux actifs alternatifs : l'or et le Bitcoin. L'objectif est de tester empiriquement l'effet de leur intégration sur la frontière efficiente d'un portefeuille diversifié selon le cadre de la théorie moyenne-variance.

Les instruments utilisés sont principalement des ETF (Exchange-Traded Funds), ou fonds indiciels cotés, qui permettent de répliquer la performance d'un indice boursier, d'une classe d'actifs ou d'un panier de valeurs. Ces produits sont négociés en bourse comme des actions tout en offrant une diversification immédiate, une liquidité élevée, et des frais de gestion réduits. Leur

utilisation permet de simplifier la modélisation en limitant le nombre d'entrées tout en conservant un haut niveau de diversification, tant sur le plan géographique que sectoriel.

Les actifs financiers sélectionnés sont les suivants :

- Actions américaines via l'ETF iShares Core S&P 500 UCITS (SXR8 - USD), répliquant l'indice S&P 500, représentatif des 500 plus grandes capitalisations boursières américaines.
- Obligations souveraines américaines à long terme via l'ETF iShares 20+ Year Treasury Bond (TLT - USD), exposant à des titres d'État américains de maturité supérieure à 20 ans.
- Actions européennes via Amundi EURO STOXX 50 UCITS ETF (C50U - USD), répliquant l'indice Euro Stoxx 50, suivant les 50 principales sociétés de la zone euro.
- Actions des marchés émergents via iShares MSCI EM UCITS ETF (EUNM - USD), offrant une exposition diversifiée aux économies émergentes à fort potentiel de croissance.

Tous les actifs sont cotés en dollars américains (USD), ce qui permet d'éliminer le risque de change dans l'analyse et de faciliter la comparaison directe des rendements.

Deux actifs alternatifs complètent cet univers :

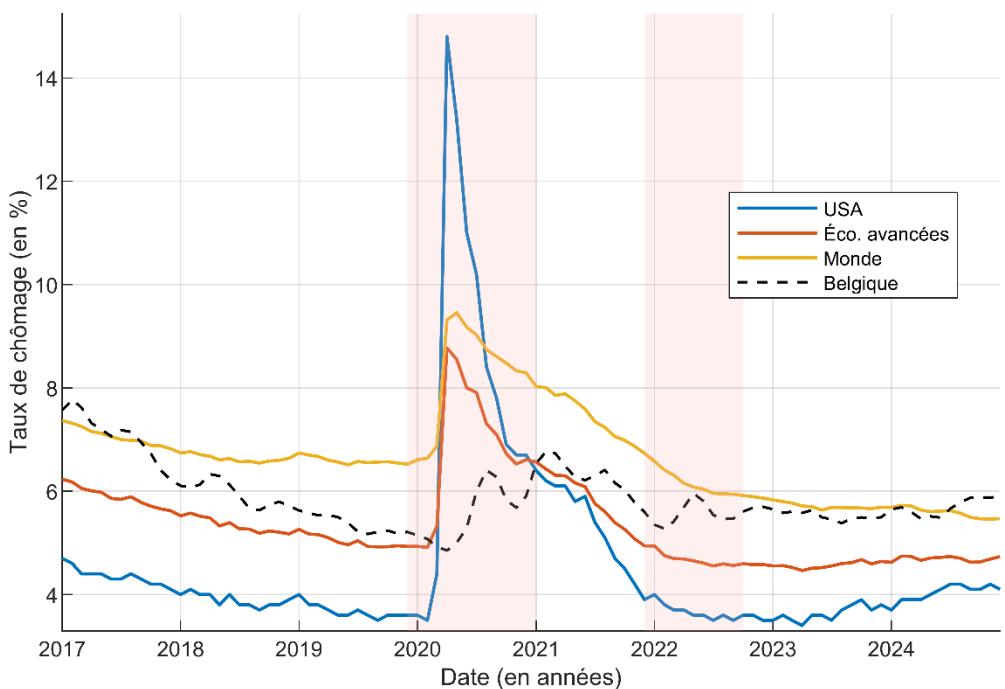
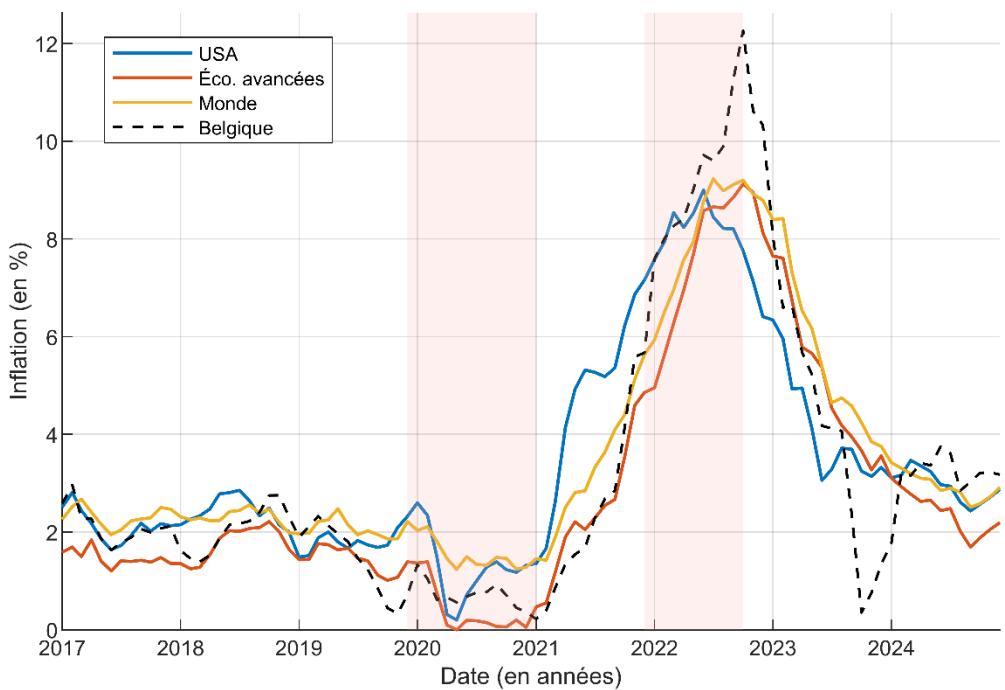
- L'or, représenté par les contrats à terme sur l'or (Gold Futures, GC=F - USD).
- Le Bitcoin (BTC - USD).

L'ensemble de cet univers d'investissement permet d'analyser l'effet de l'ajout du Bitcoin ou de l'or à un portefeuille traditionnel en mesurant leurs contributions respectives à la performance ajustée au risque à travers l'évolution de la frontière efficiente dans différents contextes économiques.

### 3.2 DÉFINITION DES PHASES ÉCONOMIQUES

Afin de mieux appréhender le comportement des actifs financiers selon les régimes macroéconomiques, l'analyse empirique est menée en distinguant trois sous-périodes représentatives des événements de marché observés entre 2017 et 2024. Ces phases ont été définies manuellement en s'appuyant sur les données macroéconomiques disponibles ainsi que sur des événements structurels majeurs ayant affecté les marchés financiers mondiaux. Les données utilisées incluent notamment l'évolution du produit intérieur brut (PIB), de la production industrielle, du taux de chômage et de l'inflation.

Les graphiques ci-dessous illustrent l'évolution des indicateurs macroéconomiques étudiés pour la période 2017-2024. Les phases étudiées y sont mises en surbrillance.



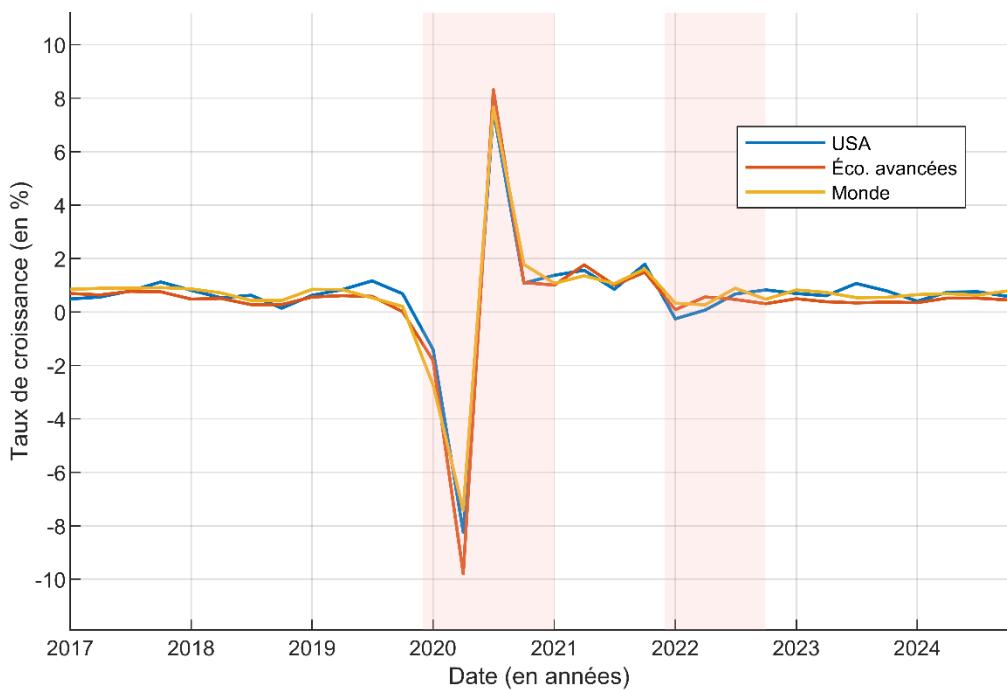


Figure 9 : Taux de croissance du PIB - <https://www.worldbank.org> (1/05/2025)

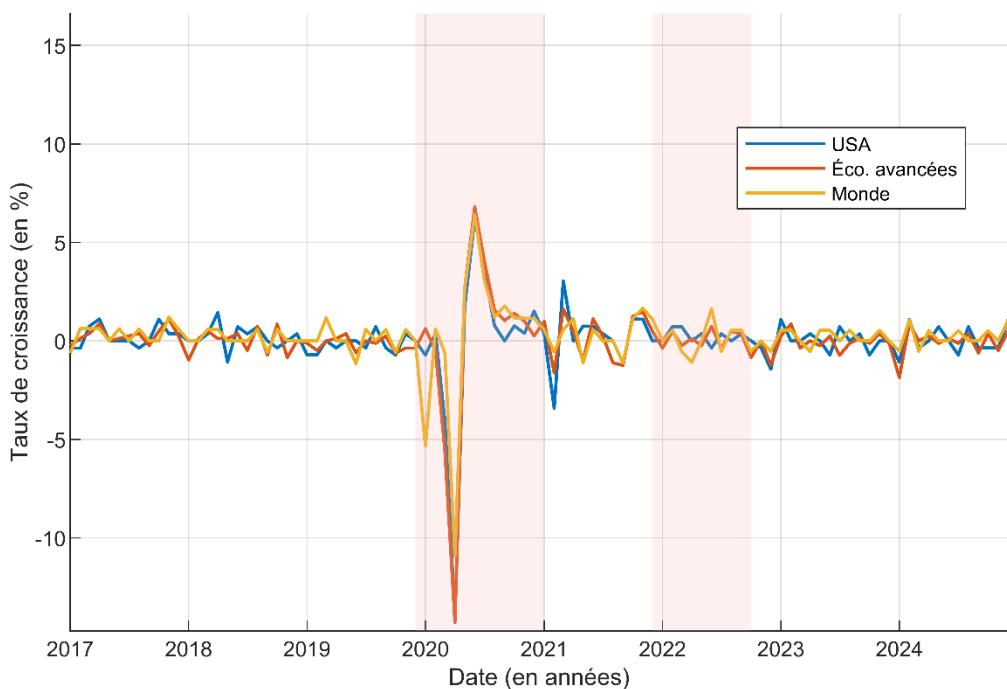


Figure 10 : Taux de croissance de la production industrielle - <https://www.worldbank.org> (1/05/2025)

La première phase, dite *globale*, s'étend de janvier 2017 à décembre 2024. Elle couvre l'ensemble de la période étudiée et intègre différentes configurations de marché : croissance soutenue, crise sanitaire, reprise inflationniste et ajustement monétaire. Elle permet de mesurer l'impact structurel de l'intégration du Bitcoin et de l'or dans une perspective long terme.

La seconde phase, correspondant à la *crise du COVID-19*, s'étend de décembre 2019 à décembre 2020. Cette période est caractérisée par une contraction brutale de l'activité économique mondiale, une forte volatilité des marchés financiers et une intervention massive des banques centrales. Elle constitue un cas d'étude privilégié pour tester le comportement des actifs alternatifs en contexte de stress extrême. Les indicateurs confirment la tendance récessive de cette période :

- le PIB réel chute fortement dans toutes les zones économiques en 2020 ;
- la production industrielle s'effondre pendant plusieurs mois ;
- le taux de chômage atteint un pic historique, notamment aux États-Unis où il dépasse 14 %.

Cette combinaison d'indicateurs valide l'identification de cette phase comme un stress économique majeur.

La troisième phase couvre la *crise Ukraine-inflation*, entre décembre 2021 et septembre 2022. Elle reflète les tensions géopolitiques engendrées par l'invasion de l'Ukraine ainsi que le choc inflationniste qui a suivi. Cette période se caractérise par :

- une hausse des prix de l'énergie et des tensions sur les chaînes d'approvisionnement ;
- un ralentissement de la croissance du PIB, amorcé dès fin 2021 et confirmé en 2022 ;
- un resserrement des politiques monétaires.

Ces signaux macroéconomiques permettent de justifier le choix de cette période comme phase de crise, marquée par l'incertitude géopolitique et le resserrement monétaire.

Ces trois phases sont intégrées dans la modélisation afin d'évaluer dans quelle mesure le rôle de l'or et du Bitcoin dans un portefeuille évolue selon le cycle économique.

L'analyse des indicateurs macroéconomiques permet de confirmer le découpage des phases. Le taux de croissance du PIB affiche une chute importante en 2020, suivie d'un rebond partiel en 2021 et d'une dégradation dès la fin 2021. Cette dynamique est également visible dans les taux de croissance de la production industrielle qui redémarre en 2021 avant un ralentissement instable. Ces tendances coïncident également avec les grandes phases de variation du taux de chômage et de l'inflation.

Ces évolutions justifient le découpage de l'échantillon en trois phases distinctes :

- une période globale (janvier 2017 - décembre 2024), permettant d'évaluer les effets sur le long terme ;
- une phase de crise sanitaire (décembre 2019 - décembre 2020), correspondant à un choc économique majeur ;

- une phase de crise géopolitique et inflationniste (décembre 2021 - septembre 2022), marquée par la guerre en Ukraine et la montée rapide des prix à la consommation.

L'analyse sera menée séparément pour chaque sous-période, tant au niveau de la frontière efficiente que des performances réalisées par les portefeuilles optimaux, permettant ainsi de tester l'hypothèse selon laquelle la contribution des actifs alternatifs ne serait pas constante mais pourrait dépendre du régime de marché en vigueur.

### 3.3 MÉTHODOLOGIE D'OPTIMISATION

Les calculs financiers reposent sur des données journalières, exprimées en dollars américains, couvrant la période de janvier 2017 à décembre 2024. À partir de ces données de prix, plusieurs valeurs fondamentales sont dérivées pour évaluer les performances individuelles des actifs et construire les portefeuilles optimisés.

#### 3.3.1 Rendements et volatilité

Les rendements simples sont calculés sur base quotidienne selon la formule suivante :

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

avec,  $P_t$  correspond au prix de clôture de l'actif à la date  $t$ .

Ces rendements sont ensuite annualisés en multipliant le rendement moyen quotidien par 252 (nombre moyen de jours de cotation par an).

Le rendement global d'un portefeuille à une date donnée est alors obtenu comme la moyenne pondérée des rendements de actifs le composant. Il s'exprime par la formule :

$$R_p = \sum_{i=1}^n w_i R_i$$

avec,

- $w_i$  – le poids de l'actif  $i$
- $R_i$  – le rendement de l'actif  $i$
- $n$  – le nombre d'actifs.

La variance du portefeuille est donnée par :

$$\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}$$

et la volatilité (l'écart-type) est donnée par la racine carré de la variance :

$$\sigma_p = \sqrt{\mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}}$$

avec,

- $w$  – le vecteur des poids des actifs
- $\Sigma$  – la matrice de covariance des rendements des actifs

De même, la volatilité annuelle est obtenue en multipliant l'écart-type des rendements journaliers par la racine carrée de 252.

### 3.3.2 Covariances et corrélations

La covariance entre deux actifs  $i$  et  $j$  est définie comme :

$$\text{Cov}(r_i, r_j) = \mathbb{E}[(r_i - \bar{r}_i)(r_j - \bar{r}_j)]$$

avec,

- $r_i$  et  $r_j$  – les rendements des actifs  $i$  et  $j$
- $\bar{r}_i$  et  $\bar{r}_j$  – leurs rendements moyens

Empiriquement, la covariance est estimée par :

$$\text{Cov}(r_i, r_j) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j)$$

où  $T$  est le nombre d'observations.

L'ensemble des covariances est structuré dans une matrice de covariance  $\Sigma$  qui sera utilisée pour le calcul de la variance comme décrit ci-dessus.

La corrélation entre deux actifs  $i$  et  $j$  mesure l'intensité et la direction de leur relation linéaire. Elle est obtenue selon la formule :

$$\rho_{ij} = \frac{\text{Cov}(r_i, r_j)}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$$

avec,

- $\text{Cov}(r_i, r_j)$  – la covariance entre les rendements des actifs  $i$  et  $j$
- $\sigma_i$  et  $\sigma_j$  – leurs écarts-types respectifs.

Le coefficient de corrélation  $\rho_{ij}$  varie entre -1 et 1.

Une corrélation proche de 1 indique que les actifs évoluent dans le même sens, tandis qu'une corrélation négative signale un comportement opposé. Une corrélation proche de 0 suggère une absence de relation linéaire significative entre les deux séries.

Les matrices de corrélation permettent ainsi d'évaluer la complémentarité ou non entre les actifs et jouent un rôle central dans l'identification des combinaisons susceptibles de renforcer la diversification du portefeuille.

Pour chaque sous-période définie (globale, COVID-19, Ukraine-inflation), une matrice de covariance des rendements journaliers est calculée. Cette matrice est utilisée dans le cadre de l'optimisation quadratique selon le modèle de Markowitz.

En parallèle, les matrices de corrélation permettent de visualiser la structure relationnelle entre actifs et d'identifier les combinaisons potentiellement propices à la diversification.

### 3.3.3 Ratio de Sharpe

La performance ajustée au risque est mesurée au moyen du ratio de Sharpe, défini comme :

$$SR_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

avec,

- $R_p$  – le rendement du portefeuille
- $R_f$  – le taux sans risque
- $\sigma_p$  – la volatilité du portefeuille

Le ratio de Sharpe est une grandeur sans unité, représentant le rendement excédentaire par unité de risque (volatilité).

Le taux sans risque correspond au rendement théorique d'un actif parfaitement sécurisé, c'est-à-dire ne comportant aucun risque de défaut ni de fluctuation de prix. Ce taux est souvent représenté par les titres d'État de court terme émis par un pays à forte solvabilité.

Dans le cadre de cette étude, le certificat du Trésor américain à un mois (U.S. 1-Month Treasury Bill) a été retenu comme approximation du taux sans risque pour plusieurs raisons :

- Haute liquidité et sécurité : émis par le gouvernement fédéral des États-Unis, ces titres présentent un risque de défaut quasi nul, ce qui en fait une référence crédible pour un taux sans risque en USD.
- Échéance courte : leur maturité d'un mois permet de minimiser les risques de la durée et de refléter au mieux l'environnement de taux dans un contexte fluctuant, ce qui est particulièrement adapté à une analyse basée sur des rendements journaliers.

- Cotation fréquente et transparente : le marché des *treasury bills* est très liquide et ses taux sont disponibles quotidiennement, ce qui permet une interpolation fiable.

Afin d'assurer la cohérence temporelle avec les rendements journaliers, les valeurs du taux ont été interpolées pour correspondre aux dates des observations de marché. Ce taux interpolé est utilisé de manière systématique dans le calcul du ratio de Sharpe pour chaque portefeuille simulé et dans toutes les sous-périodes économiques étudiées.

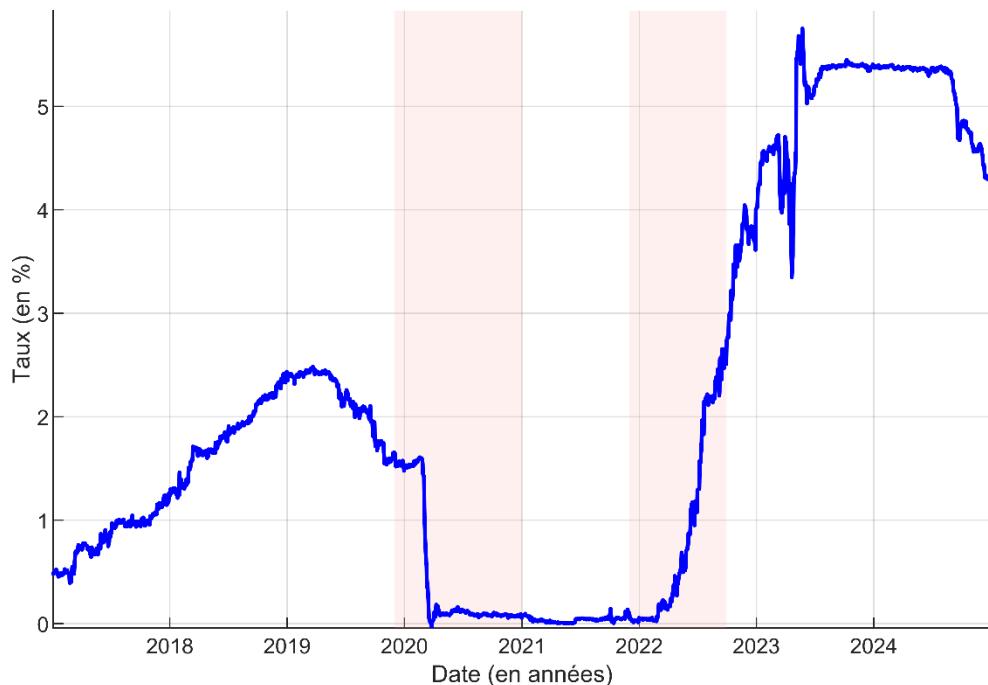


Figure 11 : Rendement de l'Obligation États-Unis 1 mois - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

### 3.3.4 Frontière efficiente

La frontière efficiente est l'un des résultats centraux de la théorie moyenne-variance développée par Markowitz (1952). Elle représente l'ensemble des portefeuilles optimaux qui, pour un niveau de risque donné (mesuré par l'écart-type des rendements), offrent le rendement espéré le plus élevé possible. Inversement, pour un rendement cible, elle identifie les portefeuilles présentant la variance minimale.

Dans le cadre de cette étude, la frontière efficiente est construite empiriquement en résolvant une série de problèmes d'optimisation quadratique. Pour chaque niveau cible de rendement, le problème consiste à minimiser la variance du portefeuille sous les contraintes suivantes :

Minimiser :

$$\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}$$

sous la contrainte :

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w^T \mu = R_{cible}$$

$$w_i \geq 1 \text{ pour tout } i \in \{1, \dots, n\}$$

avec,

- $w$  – le vecteur des poids des actifs
- $\Sigma$  – la matrice de covariance des rendements des actifs
- $\mu$  – le vecteur des rendements espérés
- $\sigma_p^2$  – la variance du portefeuille
- $R_{cible}$  – le rendement cible

Cette optimisation permet de tracer la frontière efficiente des portefeuilles, délimitée à son extrémité gauche par le portefeuille de variance minimale (*MinVar*). Dans un cadre incluant un actif sans risque, le portefeuille optimal - dit portefeuille tangent ou portefeuille MaxSharpe - correspond au point de tangence entre la frontière efficiente et une droite issue du taux sans risque, maximisant ainsi le ratio de Sharpe. Il constitue la combinaison offrant le meilleur compromis entre rendement et risque et correspond au portefeuille risqué efficient maximisant la performance ajustée au risque.

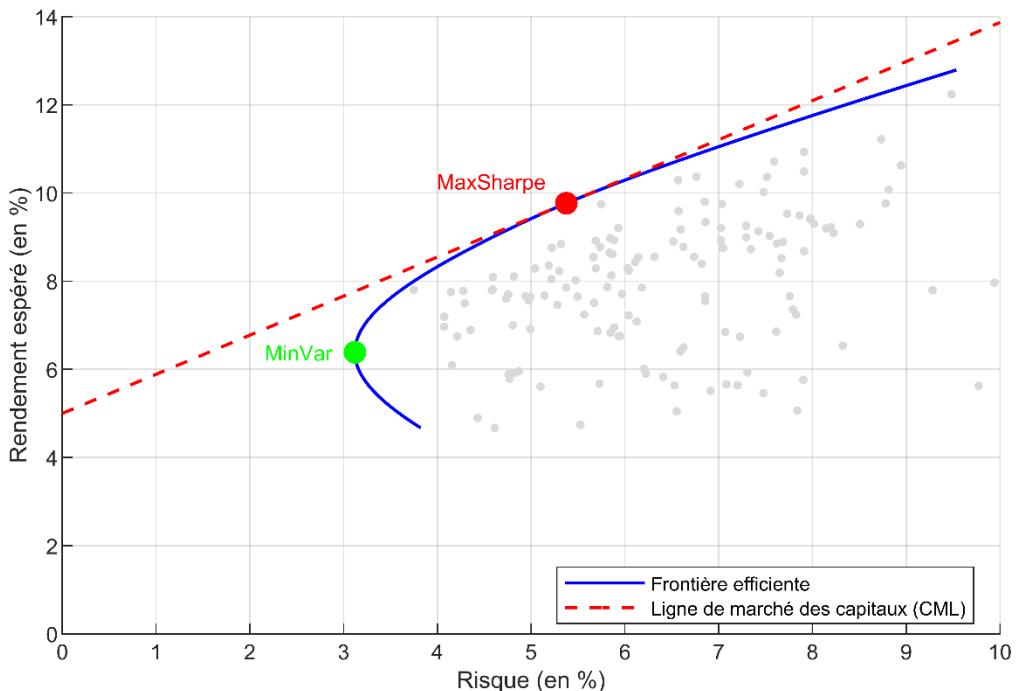


Figure 12 : Illustration de la frontière efficiente

D'un point de vue graphique, la frontière efficiente se distingue du nuage de portefeuilles simulés aléatoirement dont la majorité sont sous-optimaux. La portion supérieure convexe de la frontière représente les combinaisons performantes du point de vue du couple rendement-risque. Le portefeuille *MinVar* constitue le point de la frontière pour lequel le risque est minimal tandis que le portefeuille *MaxSharpe* maximise la performance ajustée au risque par rapport au taux sans risque. La droite reliant le taux sans risque au portefeuille *MaxSharpe* est appelée la ligne de marché des capitaux.

Dans cette étude, la construction de la frontière efficiente est répétée pour chaque phase économique (globale, crise COVID-19, crise Ukraine-inflation) et pour chaque scénario d'allocation (sans actifs alternatifs, avec Bitcoin, avec or). Cette approche permet de comparer l'impact de l'intégration de ces actifs sur la forme, la position et l'inclinaison de la frontière efficiente selon le contexte macroéconomique.

### 3.3.5 Résolution numérique

L'ensemble des simulations et optimisations a été réalisé à l'aide du logiciel MATLAB® qui offre un environnement performant pour le calcul matriciel, les statistiques financières et l'optimisation numérique. Le langage MATLAB®, proche du C dans sa logique algorithmique, permet d'utiliser des fonctions natives telles que `var`, `cov` ou `corrcoef` pour le traitement statistique et `quadprog` pour la résolution de problèmes d'optimisation quadratique sous contraintes.



Figure 13: Logo MATLAB® - <https://mathworks.com> (1/05/2025)

Dans un premier temps, des portefeuilles aléatoires sont simulés en affectant des poids générés aléatoirement à chaque actif, sous contrainte de pondération totale égale à 1. Cette simulation permet de visualiser l'ensemble des allocations réalisables et de situer la frontière efficiente parmi les portefeuilles simulés.

Ensuite, la frontière efficiente est obtenue en résolvant un problème d'optimisation quadratique pour une série de rendements cibles. À chaque itération, la fonction `quadprog` minimise la variance du portefeuille sous deux contraintes classiques : interdiction de ventes à découvert (poids positifs) et somme des poids égale à 1. Les portefeuilles obtenus constituent l'enveloppe des combinaisons optimales selon le modèle moyenne-variance de Markowitz.

Ce processus est répété pour chaque scénario d'allocation - sans actifs alternatifs, avec Bitcoin, avec or - et pour chaque phase économique définie (période globale, crise COVID-19, crise Ukraine-inflation). Cela permet d'analyser la contribution spécifique de ces actifs dans des contextes économiques contrastés - stables ou sous stress - et d'apprécier leurs effets sur la frontière efficiente et les indicateurs de performance ajustée au risque.

Au-delà de l'optimisation des portefeuilles, il convient également de s'assurer que les hypothèses statistiques sous-jacentes au modèle de Markowitz sont respectées. En particulier, la normalité des rendements, souvent remise en cause pour certains actifs alternatifs, doit être évaluée empiriquement.

### 3.3.6 Tests de normalité et comportement extrême

Le modèle moyenne-variance repose sur l'hypothèse selon laquelle les rendements des actifs financiers suivent une distribution normale caractérisée par une symétrie autour de la moyenne et une faible probabilité d'observer des événements extrêmes. Cette hypothèse est toutefois remise en question dans de nombreuses études empiriques, en particulier pour certains actifs alternatifs comme le Bitcoin.

Afin de tester la validité cette hypothèse dans le cadre de la présente étude, la distribution empirique des rendements quotidiens de chaque actif est comparée à une distribution normale théorique construite sur la base de la moyenne et de l'écart-type observés. Des graphiques superposant les deux courbes sont proposés dans la section 4.6, permettant une évaluation

visuelle des écarts. Pour permettre une comparaison équitable entre les distributions, les rendements ont également été normalisés sous forme, c'est-à-dire transformés en écart-type autour de leur moyenne comme suit,

$$z = \frac{r - \mu}{\sigma}$$

avec,

- $z$  – le rendement normalisé ;
- $r$  – le rendement de l'actif ;
- $\mu$  – la moyenne des rendements de l'actif ;
- $\sigma$  – l'écart-type des rendements de l'actif.

Cette normalisation permet de comparer la forme des distributions indépendamment du niveau moyen ou de la volatilité spécifique à chaque actif.

Comme exposé dans la revue de littérature, les rendements de certains actifs alternatifs comme le Bitcoin présentent des propriétés statistiques atypiques (kurtosis élevée, asymétrie), susceptibles de remettre en cause l'hypothèse de normalité. Cette section vise à tester empiriquement cette hypothèse.



## 4 RÉSULTATS EMPIRIQUES

---

Ce chapitre présente les résultats empiriques issus de l'analyse quantitative menée sur la période 2017-2024, en application du cadre théorique et méthodologique développé précédemment. L'objectif est de déterminer dans quelle mesure l'intégration du Bitcoin et de l'or modifie les propriétés de performance, de risque et de diversification d'un portefeuille d'actifs financiers en fonction des contextes économiques analysés.

L'étude s'articule autour de plusieurs axes :

- une analyse descriptive des caractéristiques de performance des actifs sélectionnés (rendements, volatilité, ratios de Sharpe) ;
- l'examen des corrélations des matrices par phase économique et des représentations graphiques pour évaluer la stabilité ou la convergence des relations entre actifs ;
- la construction des frontières efficientes dans différents scénarios d'allocation (avec ou sans Bitcoin et/ou or) ;
- une évaluation de la performance et du risque des portefeuilles optimaux selon chaque phase économique ;
- l'analyse des poids alloués au Bitcoin et à l'or dans les portefeuilles résultants ;
- la discussion sur les limites de la présente étude

Ces résultats empiriques visent à répondre de manière structurée à la question centrale de ce mémoire :

*Le Bitcoin peut-il rivaliser avec l'or comme actif de diversification et de gestion des risques dans un portefeuille d'actifs diversifiés ?*

L'approche adoptée permet d'apporter des éléments de réponse empiriques à ces interrogations tout en mettant en lumière les dynamiques spécifiques à chaque actif selon les régimes économiques traversés.

### 4.1 STATISTIQUES DESCRIPTIVES DES ACTIFS

Avant d'aborder les résultats liés à la construction de portefeuilles optimisés, il est essentiel de caractériser les propriétés statistiques fondamentales des actifs composant l'univers d'investissement. Cette étape descriptive vise à comparer les dynamiques de performance, la volatilité et les profils de rendement ajusté au risque, en distinguant les actifs traditionnels (actions, obligations), l'or en tant que valeur refuge et le Bitcoin en tant qu'actif alternatif émergent.

#### 4.1.1 Évolution normalisée des prix

La figure ci-dessous illustre l'évolution normalisée des prix des actifs entre janvier 2017 et décembre 2024 avec une base 1 fixée au 3 janvier 2017. Ce graphique permet d'observer les trajectoires relatives des valorisations indépendamment du niveau de prix initial.

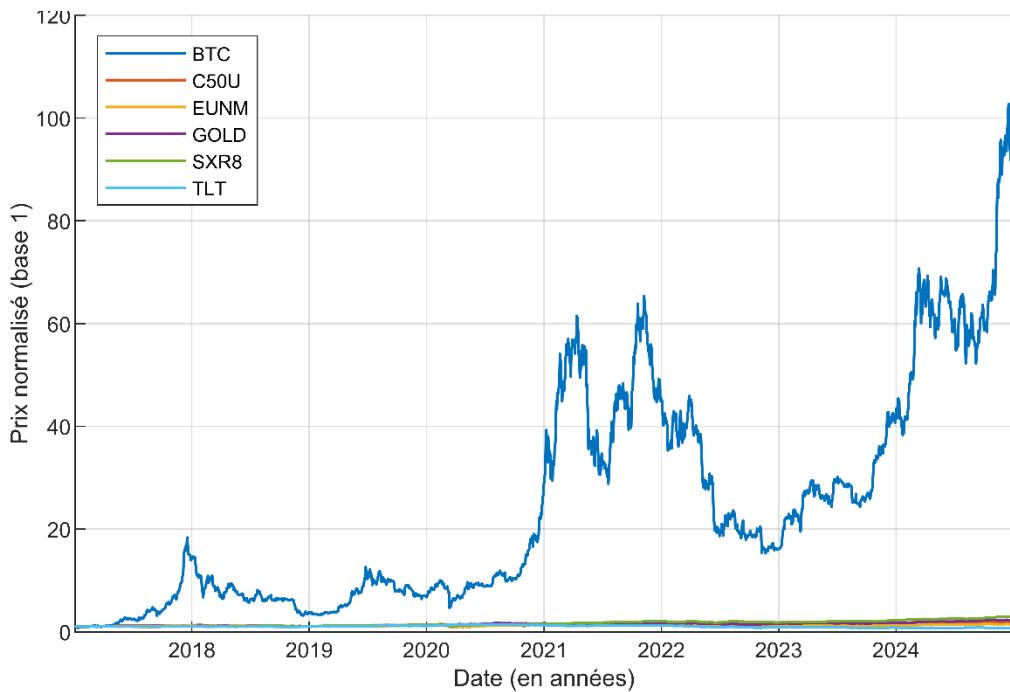


Figure 14 : Évolution normalisée des prix des actifs (base 1 au 03/01/2017) - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

Cette figure met en évidence une disparité marquée entre le Bitcoin (BTC) et les autres classes actifs. Le Bitcoin surperforme largement ces derniers sur l'ensemble de la période mais au prix d'une trajectoire extrêmement instable, rythmée des phases spéculatives et de corrections brutales.

#### 4.1.2 Rendements et volatilités

La figure suivante positionne chaque actif en fonction de son rendement annuel moyen et de sa volatilité annualisée. Cette représentation visuelle synthétise le compromis entre risque et performance pour chaque instrument financier.

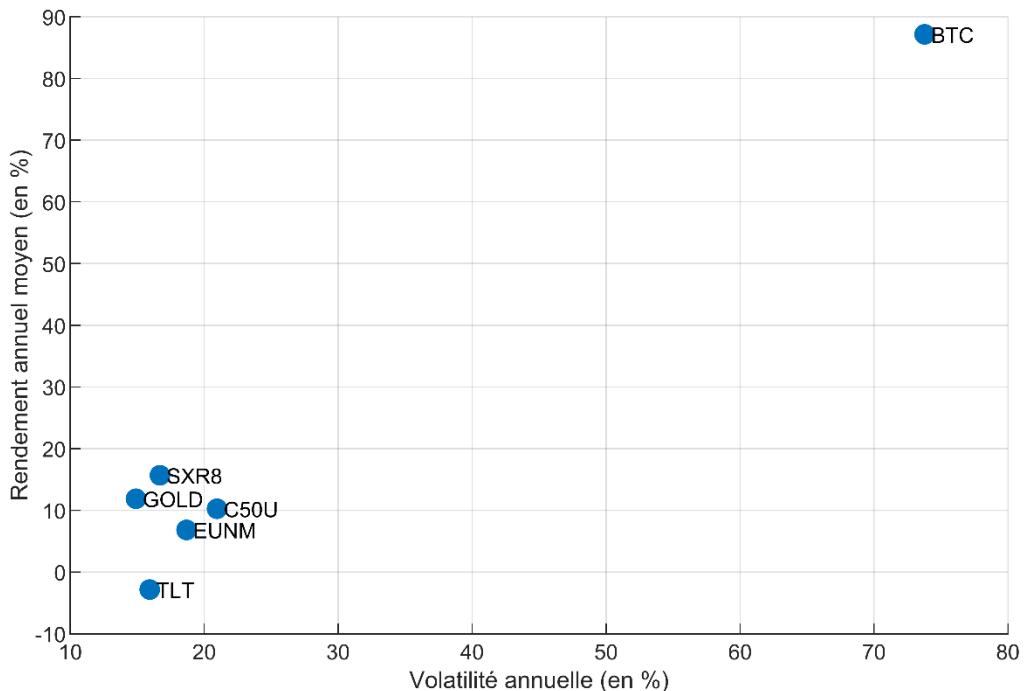


Figure 15 : Couples Rendement/Risque - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

Le Bitcoin se distingue nettement, positionné dans l'extrême supérieure droite du graphique : il combine une volatilité extrêmement élevée avec un rendement moyen lui aussi très supérieur aux autres actifs. Cette configuration illustre son profil à haut risque et haut rendement. L'ETF SXR8, représentant les actions américaines, affiche un couple rendement-risque performant, avec une volatilité modérée et un rendement important, justifiant son attrait structurel pour les investisseurs diversifiés.

À l'inverse, les ETF C50U (actions européennes) et EUNM (marchés émergents) présentent des performances plus modestes, associées à une volatilité relativement élevée. L'or occupe une position plus équilibrée avec un rendement correct pour une volatilité contenue, conforme à son rôle traditionnel de stabilisateur. Enfin, les obligations longues (TLT), bien que peu volatiles, présentent une performance négative sur la période probablement en lien avec le cycle de resserrement monétaire après la pandémie du COVID-19.

Pour mieux appréhender la dynamique de la volatilité au cours du temps, deux figures comparent l'évolution glissante (fenêtre de 60 jours) de la volatilité du Bitcoin et de l'or à celle du S&P 500.

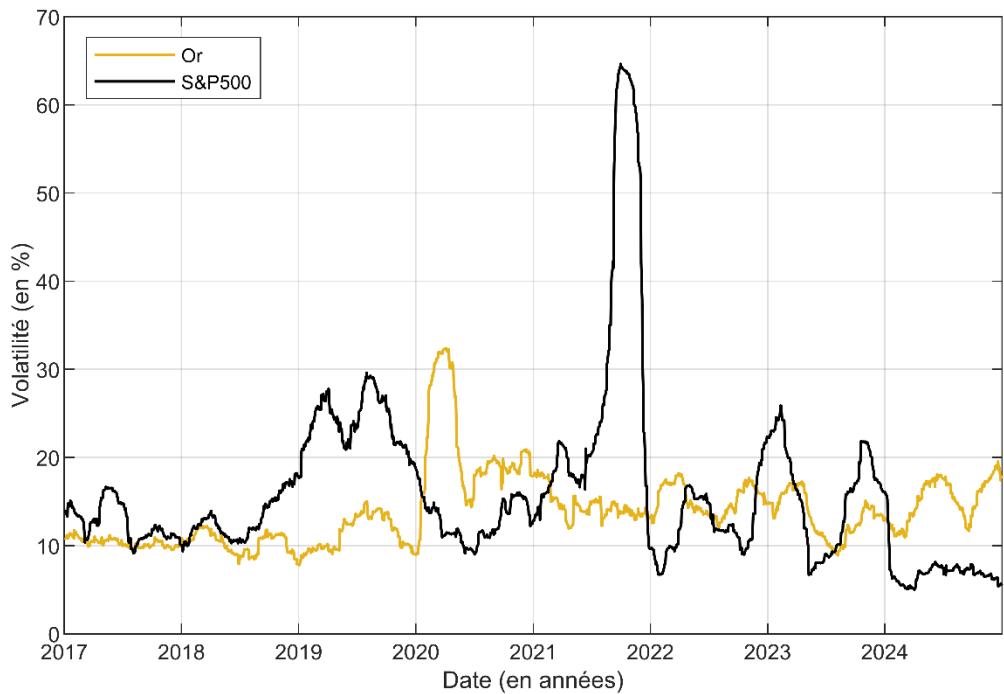


Figure 16 : Volatilité glissante (60 jours) - Or vs S&P500 - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

Cette figure montre que l'or présente une volatilité globalement similaire, voire inférieure à celle du S&P 500. Son profil est plus stable, en particulier en période de crise, ce qui confirme son statut d'actif défensif.

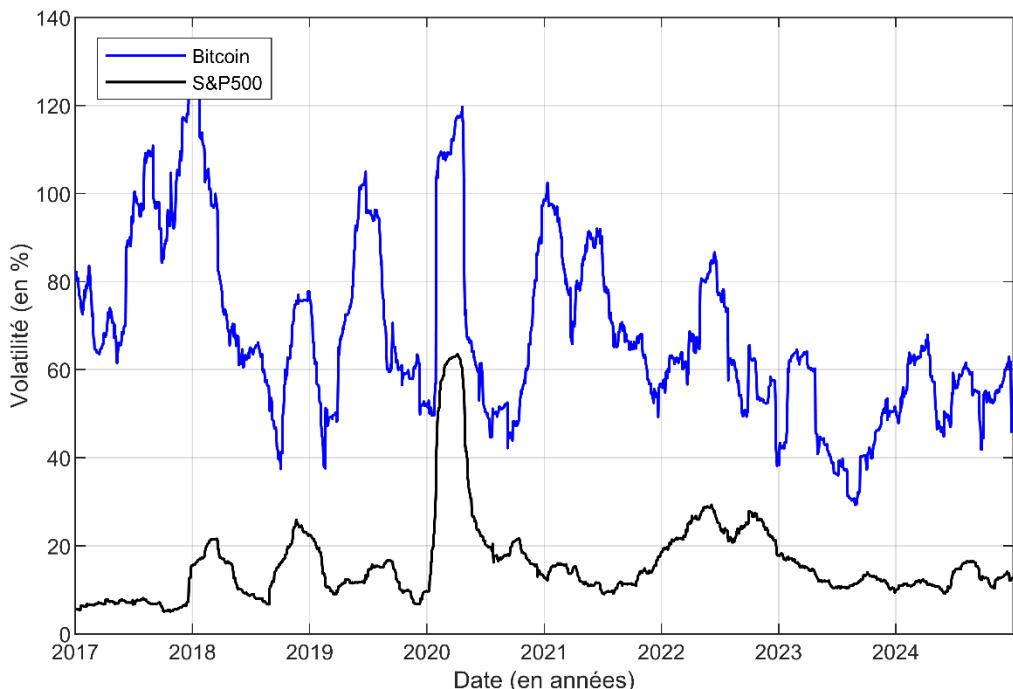


Figure 17 : Volatilité glissante (60 jours) - Bitcoin vs S&P500 - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

Le Bitcoin, en revanche, affiche une variabilité nettement plus marquée, avec des pics prononcés lors d'épisodes de stress financier. Cette instabilité renforce l'image du Bitcoin comme actif hautement spéculatif, dont la volatilité extrême peut compromettre l'efficience d'un portefeuille mal diversifié.

#### 4.1.3 Rendements cumulés

Les figures ci-dessous permettent de comparer l'évolution des rendements cumulés des actifs avec une distinction selon les groupes d'actifs.

La figure 18 exclut le Bitcoin afin de mettre en évidence les tendances des autres classes d'actifs. L'or et les actions émergentes enregistrent une croissance modérée mais régulière, entrecoupée de phases de volatilité. Les obligations souveraines à long terme (TLT) enregistrent une évolution contrastée, notamment après 2021, dans un contexte de remontée rapide des taux d'intérêt. L'ETF SXR8 montre une performance solide avec une progression stable tandis que C50U reste en retrait.

La figure 19 met en contraste le Bitcoin, le S&P500 et l'EuroStoxx 50. Le Bitcoin affiche une surperformance spectaculaire, notamment entre 2020 et 2021, période marquée par un regain d'intérêt spéculatif et une adoption plus large. Cette dynamique est toutefois entrecoupée de phases de forte correction, notamment en 2018 et en 2022. Les indices actions, quant à eux, connaissent une croissance plus linéaire, interrompue par les crises du COVID-19 et de l'inflation.

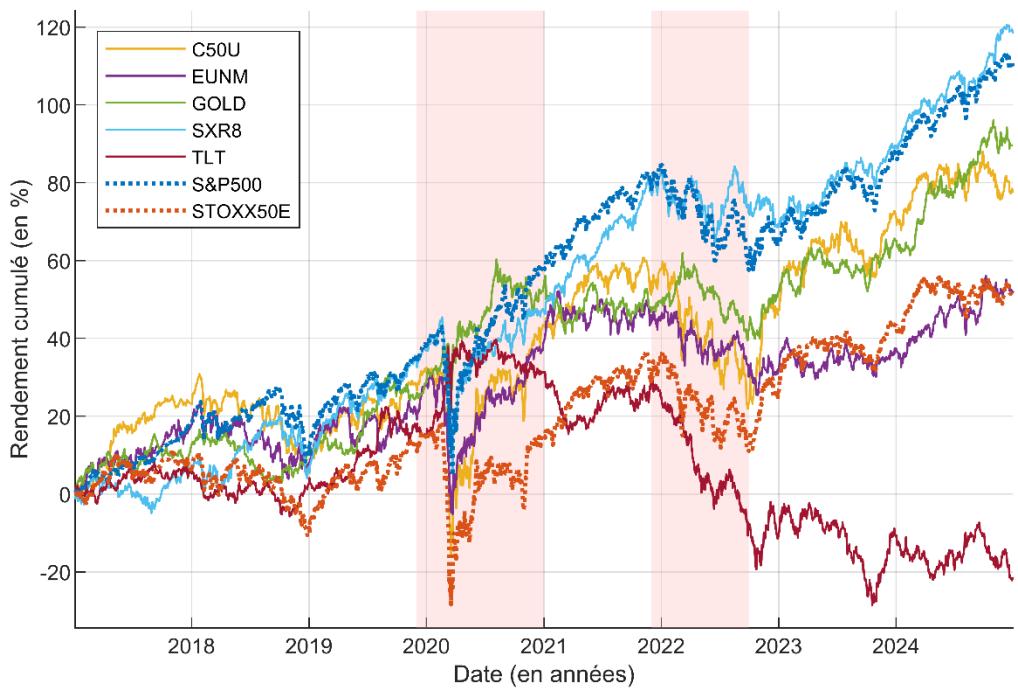


Figure 18 : Rendements cumulés des actifs - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

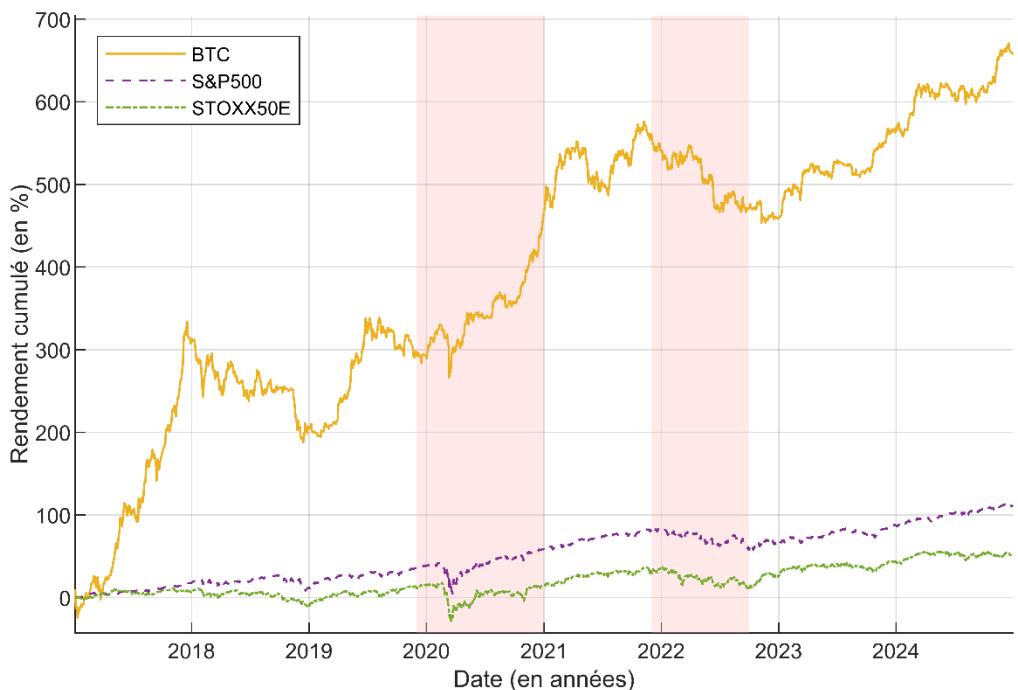


Figure 19 : Rendements cumulés du Bitcoin - <https://www.investing.com> (1/05/2025)

#### 4.1.4 Ratios de Sharpe annualisés

Le tableau ci-dessous présente les ratios de Sharpe calculés pour chaque actif sur la période complète. Ce ratio mesure la performance excédentaire (par rapport au taux sans risque) rapportée à la volatilité, permettant d'évaluer l'efficience du couple rendement-risque. Le taux sans risque moyen utilisé pour ces calculs est de 2,13 %, correspondant à la moyenne des rendements annualisés des certificats du Trésor américain à un mois sur la période 2017-2024.

Actif	BTC	GOLD	SXR8	C50U	EUNM	TLT
Ratio de Sharpe	1.15	0.65	0.81	0.39	0.25	-0.31

Le Bitcoin affiche la meilleure performance ajustée au risque malgré sa forte volatilité. Ce résultat peut s'expliquer par les rendements exceptionnellement élevés enregistrés sur certaines phases de marché. Il convient néanmoins d'interpréter ce ratio avec prudence dans la mesure où il ne capte pas les risques extrêmes qui seront abordés dans une section ultérieure. L'or et les actions américaines offrent également des ratios de Sharpe satisfaisants, témoignant de leur efficacité dans une optique de diversification. En revanche, les obligations longues sous-performent nettement, leur rendement étant inférieur au taux sans risque sur la période.

## 4.2 CORRÉLATIONS ENTRE ACTIFS

La diversification d'un portefeuille repose en grande partie sur les relations de corrélation entre les actifs qui le composent. Dans le cadre de cette étude, l'analyse des corrélations permet d'évaluer le comportement du Bitcoin et de l'or face aux actifs traditionnels et d'identifier leur potentiel à réduire la volatilité globale du portefeuille. L'objectif est de déterminer si ces actifs alternatifs présentent un comportement suffisamment différencié, en particulier en période de crise, pour améliorer l'efficience du portefeuille.

#### 4.2.1 Corrélations - Période globale

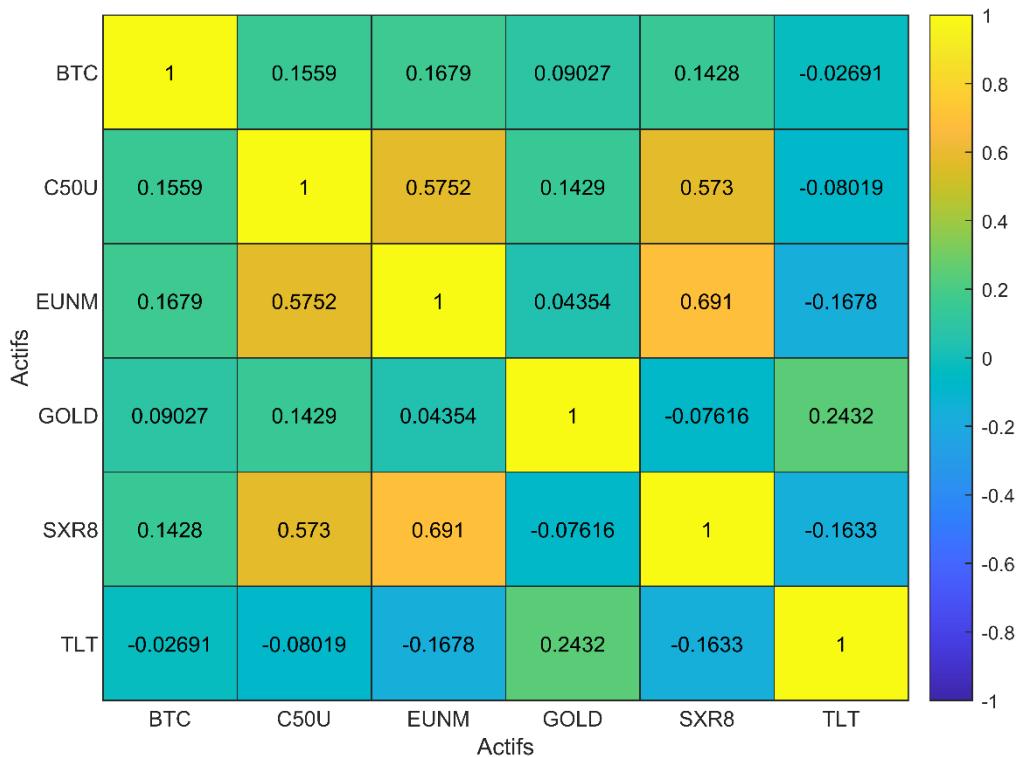


Figure 20 : Heatmap de la matrice de corrélation

La matrice de corrélation calculée sur l'ensemble de la période 2017-2024 (Figure 20) met en évidence plusieurs observations :

- Les ETF actions SXR8, C50U et EUNM présentent des corrélations élevées (de 0.57 à 0.69), traduisant leur exposition commune aux dynamiques de marché globales.
- L'or se distingue par des corrélations faibles avec les actifs risqués, comprises entre -0.076 et 0.143. Cette faible sensibilité confirme son rôle d'actif défensif.
- Le Bitcoin affiche une corrélation légèrement positive avec les actions (0.14 à 0.17), et proche de zéro avec l'or (0.090), ce qui traduit une certaine indépendance structurelle, bien que non négative.
- Les obligations souveraines américaines à long terme (TLT) présentent des corrélations négatives avec les actions et modérées avec l'or (0.243), soulignant leur fonction de diversification classique.

Ces résultats confirment que l'or conserve un profil distinct des actifs classiques, tandis que le Bitcoin, bien que faiblement corrélé, n'est pas structurellement inverse aux marchés actions. Ces observations rejoignent les conclusions de la revue de littérature, qui soulignent que le

Bitcoin ne peut pas être considéré comme une couverture systématique mais pourrait jouer un rôle de diversification conditionnelle selon les contextes de marché.

#### 4.2.2 Corrélations glissantes

L'analyse dynamique des corrélations permet d'évaluer la stabilité des relations entre classes d'actifs au fil du temps et d'identifier d'éventuels comportements défensifs ou non en fonction du contexte de marché.

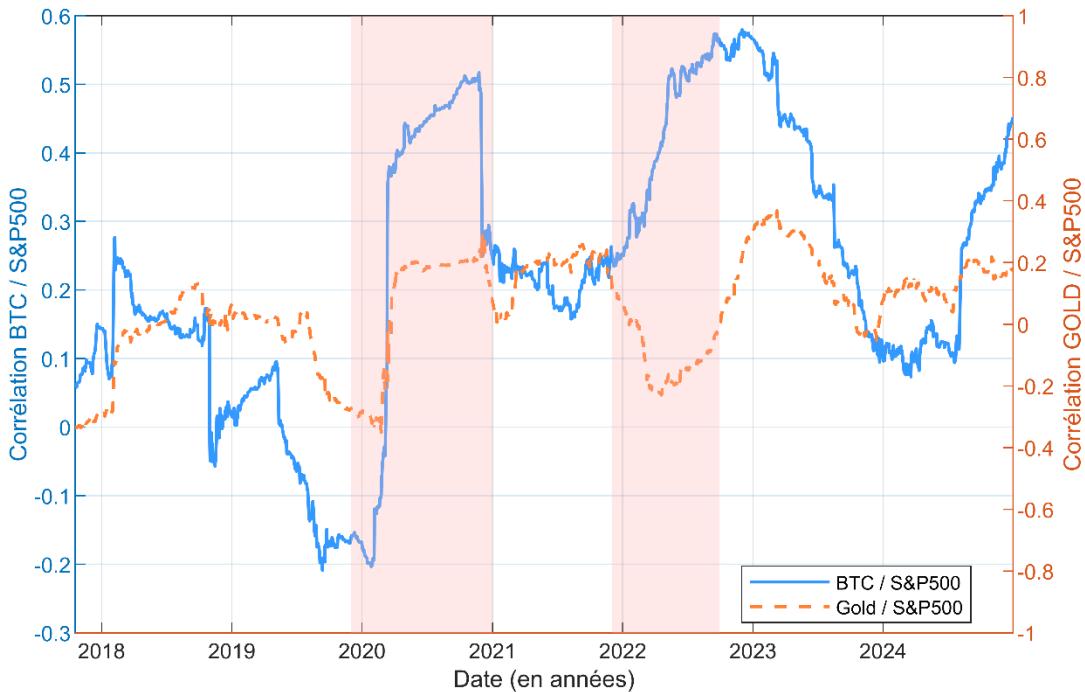


Figure 21 : Corrélations glissantes Or & Bitcoin / S&P500 (180 jours)

La Figure 21 illustre les corrélations glissantes (fenêtre de 180 jours) entre de l'indice S&P500 et les deux actifs alternatifs - le Bitcoin (BTC) et l'or (GOLD) - de 2018 à 2024.

L'or affiche une corrélation relativement stable, oscillant autour de zéro pendant la majeure partie de la période. Il connaît toutefois des épisodes de décorrélation marquée (valeurs négatives), notamment début 2020 (crise COVID-19) et à l'été 2022 (crise inflationniste et guerre en Ukraine). Ce comportement est cohérent avec son statut de valeur refuge dans la mesure où l'or tend à se déconnecter des marchés actions en période de stress, permettant ainsi de stabiliser les portefeuilles dans les phases d'incertitude.

À l'inverse, le Bitcoin présente une corrélation bien plus instable. Sur certaines périodes (2018-2019, fin 2023), la corrélation avec le S&P500 est faible voire légèrement négative. Mais durant les épisodes de crise, comme le deuxième semestre 2020 et le printemps 2022, la corrélation devient plus marquée, atteignant des niveaux supérieurs à 0.5. Cette évolution indique une synchronisation temporaire avec les actifs risqués, suggérant un effet de contagion où le Bitcoin cesse de se comporter comme un actif alternatif autonome.

Ces résultats renforcent les conclusions de la littérature qui souligne que le Bitcoin peut occasionnellement se décorrélérer des marchés traditionnels mais tend à s'aligner sur le comportement des actions en période de stress, ce qui en limite l'usage comme valeur refuge robuste.

En résumé, cette approche dynamique des corrélations révèle que :

- L'or conserve un profil relativement défensif stable voire décorrélé en période de stress, renforçant sa légitimité comme outil de gestion du risque.
- Le Bitcoin, bien qu'irrégulièrement décorrélé, devient corrélé positivement lors des crises, compromettant son efficacité dans les portefeuilles visant une protection en cas de choc.

Cette analyse temporelle des corrélations constitue un complément indispensable à la matrice statique globale et sera approfondie dans la section suivante qui compare les corrélations par phase économique.

#### 4.2.3 Corrélations comparées par phase économique

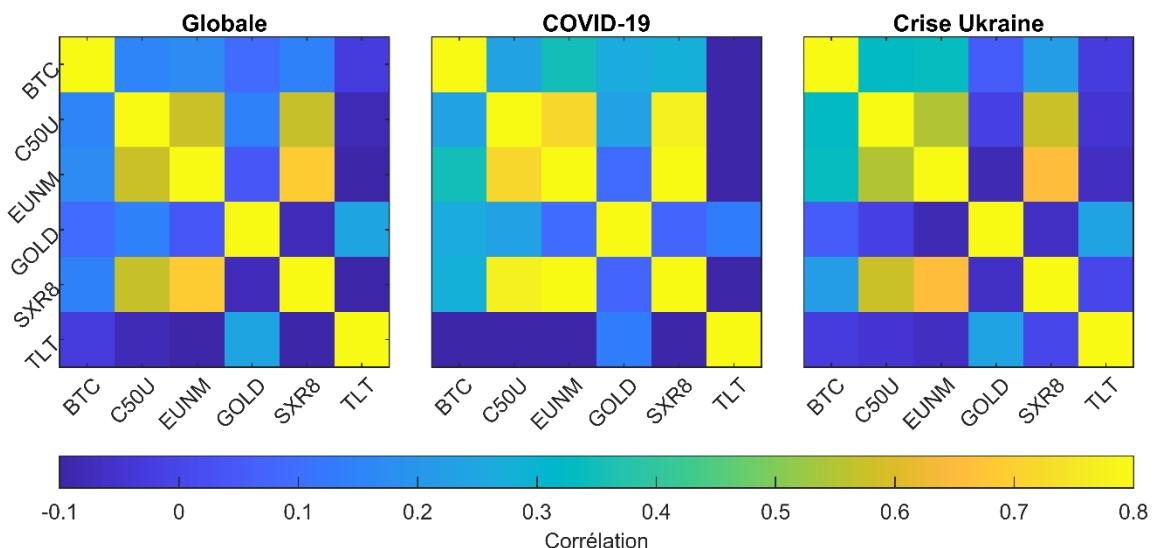


Figure 22 : Heatmaps des matrices de corrélation par phase économique

La Figure 22 compare les structures de corrélation observées au sein du portefeuille pour trois sous-périodes distinctes : la période globale (2017-2024), la crise sanitaire liée à la COVID-19 (2019-2020), et la crise géopolitique et inflationniste consécutive à l'invasion de l'Ukraine (2021-2022). Ces configurations permettent d'identifier l'évolution du potentiel de diversification en fonction des régimes économiques.

En période globale, la matrice présente une différenciation marquée entre les classes d'actifs. Les ETF actions (SXR8, C50U, EUNM) conservent des corrélations élevées entre eux, traduisant leur exposition conjointe aux cycles de croissance. L'or et le Bitcoin, quant à eux, restent

faiblement corrélés aux autres actifs, ce qui suggère un potentiel de diversification structurelle dans un contexte de marché normalisé.

Durant la crise de la COVID-19, on observe une convergence plus forte des corrélations. Les actifs traditionnellement indépendants, tels que l'or et le Bitcoin, voient leur comportement se rapprocher de celui des actions. Cette homogénéisation reflète une synchronisation des marchés financiers, caractéristique des phases de panique où les mécanismes de diversification classiques deviennent moins efficaces.

Dans la crise Ukraine-inflation, la convergence est moins marquée mais reste significative. L'or retrouve un certain degré d'indépendance tandis que le Bitcoin conserve une corrélation positive avec les actions.

Ces dynamiques illustrent un phénomène de montée des corrélations en période de stress. Elles confirment que la diversification structurelle peut être remise en cause lorsque les marchés sont dominés par des réactions de panique collective.

La Figure 23 illustre la distribution des corrélations par période à l'aide de boxplots.

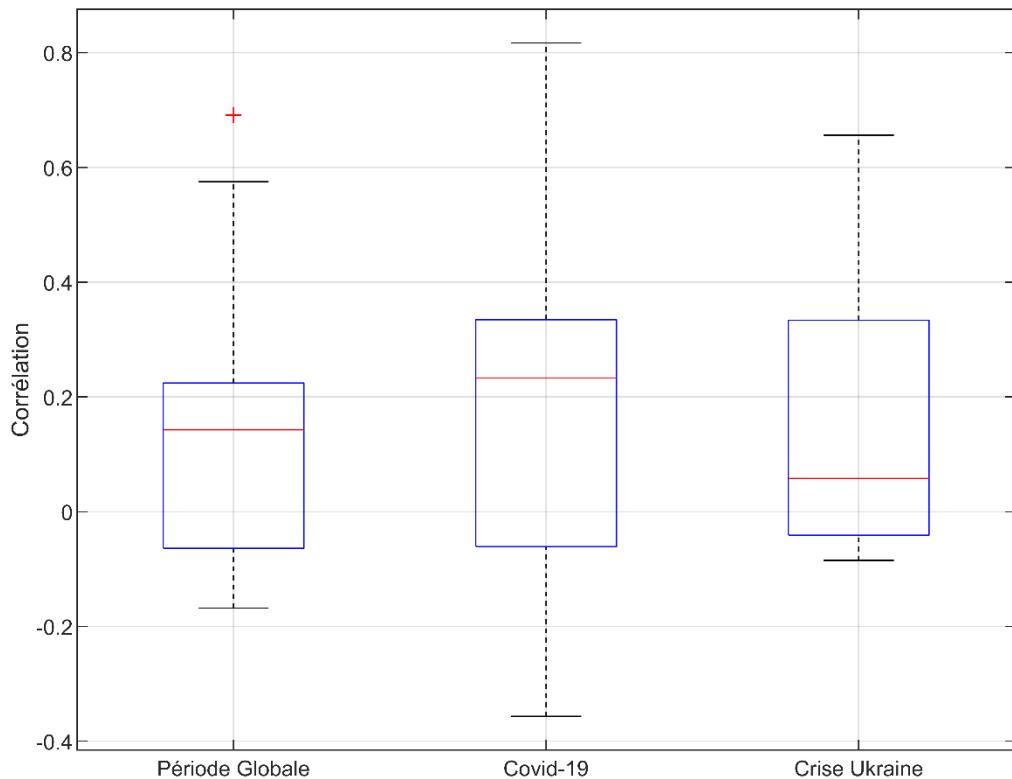


Figure 23 : Distribution des corrélations par période

Cette figure présente la distribution des corrélations entre les rendements journaliers des actifs pour chacune des trois phases. Contrairement aux matrices précédentes, cette visualisation synthétise l'évolution globale des interdépendances au sein du portefeuille.

En période globale, les corrélations sont faiblement positives et relativement concentrées avec une médiane proche de 0.15. Cette configuration reflète une certaine cohérence des comportements entre actifs tout en conservant un potentiel de diversification partiel.

Durant la crise COVID-19, la distribution se décale vers des corrélations plus élevées tout en affichant une dispersion accrue. Ce double mouvement indique que si de nombreux actifs ont effectivement réagi de manière synchronisée (hausse de la médiane), certains ont conservé ou accentué leur indépendance (élargissement des extrêmes). Il s'agit donc moins d'une homogénéisation complète que d'une fragmentation des comportements selon les classes d'actifs.

Lors de la crise Ukraine-inflation, la distribution se recentre vers des niveaux modérés, avec une médiane inférieure à celle de la période COVID-19. Cela suggère un retour partiel à la différenciation, bien que les niveaux de corrélation restent globalement plus élevés que sur la période globale.

Ces résultats confirment que la structure de dépendance entre actifs est influencée par les régimes macroéconomiques. En période de stress, les effets de diversification tendent à s'amenuiser sous l'effet de réactions collectives ou systémiques des marchés .

#### 4.2.4 Conclusion

L'analyse des corrélations, à la fois statique, dynamique et segmentée par phase économique, confirme que le potentiel de diversification offert par le Bitcoin et l'or dépend fortement du contexte de marché. L'or se distingue par une faible corrélation avec les actifs risqués relativement stable dans le temps et renforçant son rôle traditionnel de valeur refuge. À l'inverse, le Bitcoin, bien que faiblement corrélé en moyenne, adopte un comportement plus instable, devenant nettement plus sensible aux mouvements des marchés actions en période de crise.

Les résultats empiriques soulignent également que la diversification structurelle peut se dégrader lorsque les corrélations convergent sous l'effet de chocs systémiques. Ainsi, bien que l'or conserve un profil défensif, le Bitcoin apparaît davantage comme un actif à potentiel de diversification conditionnelle dont l'efficacité varie selon les régimes économiques. Ces constats justifient une évaluation approfondie de leur impact sur l'efficience des portefeuilles.

### 4.3 FRONTIÈRES EFFICIENTES

Cette section examine l'effet de l'intégration de l'or et du Bitcoin sur la construction de la frontière efficiente dans le cadre du modèle moyenne-variance. L'analyse repose sur une comparaison de trois scénarios d'allocation pour chaque période économique identifiée :

- Un portefeuille de référence construit sans or ni Bitcoin ;
- Un portefeuille intégrant un seul actif alternatif (soit l'or, soit le Bitcoin)
- Un portefeuille complet.

L'objectif est d'évaluer dans quelle mesure ces actifs alternatifs modifient le couple rendement/risque des portefeuilles optimisés, en particulier dans des contextes économiques contrastés : période globale, crise sanitaire et crise inflationniste. L'évolution de la frontière efficiente dans ces différents scénarios permet d'apprécier la valeur ajoutée de l'or et du Bitcoin en tant qu'instruments de diversification.

Les courbes représentées, ci-après, incluent la frontière efficiente (en gras) ainsi qu'un ensemble de portefeuilles non efficents générés par simulation. Ces derniers permettent de visualiser l'enveloppe des combinaisons rendement/risque accessibles dans l'univers étudié.

#### 4.3.1 Période globale (2017-2024)

Les figures 24 à 26 illustrent l'impact de l'intégration progressive de l'or et du Bitcoin sur la frontière efficiente d'un portefeuille diversifié au cours d'une période globalement stable sur le plan macroéconomique, bien que ponctuée par certains épisodes de volatilité accrue.

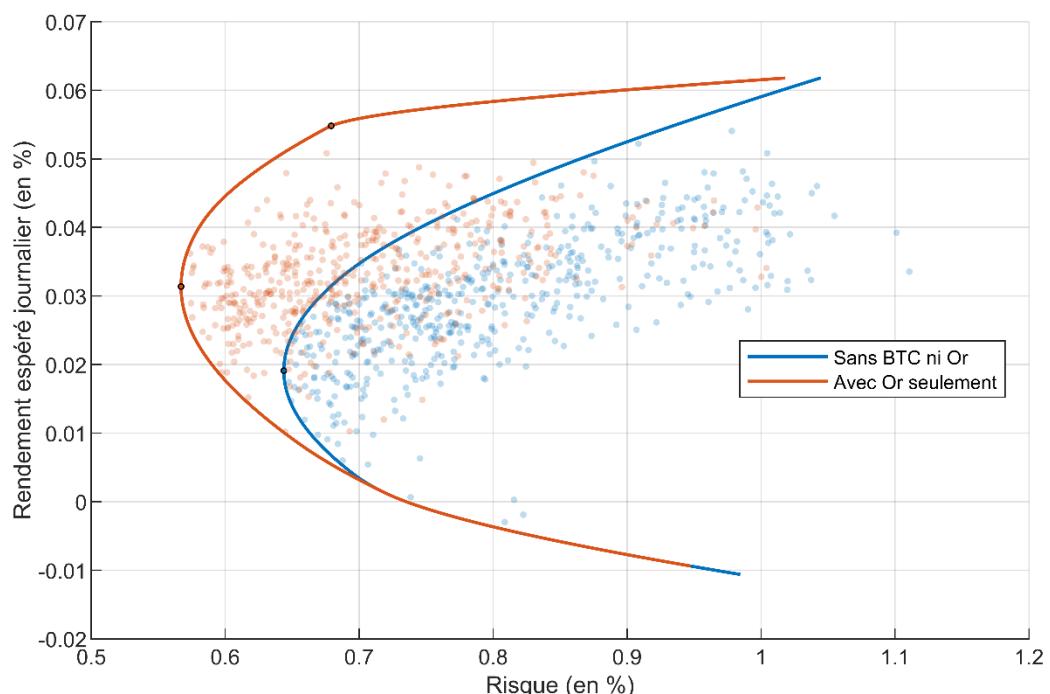


Figure 24 : Frontières efficientes avec et sans or – Période globale

L'ajout de l'or dans le portefeuille de référence engendre une amélioration modérée de la frontière efficiente, principalement dans la zone de faible volatilité. Ce déplacement confirme le rôle traditionnel de l'or comme actif défensif puisqu'il ne bouleverse pas la structure du portefeuille mais en améliore la stabilité.

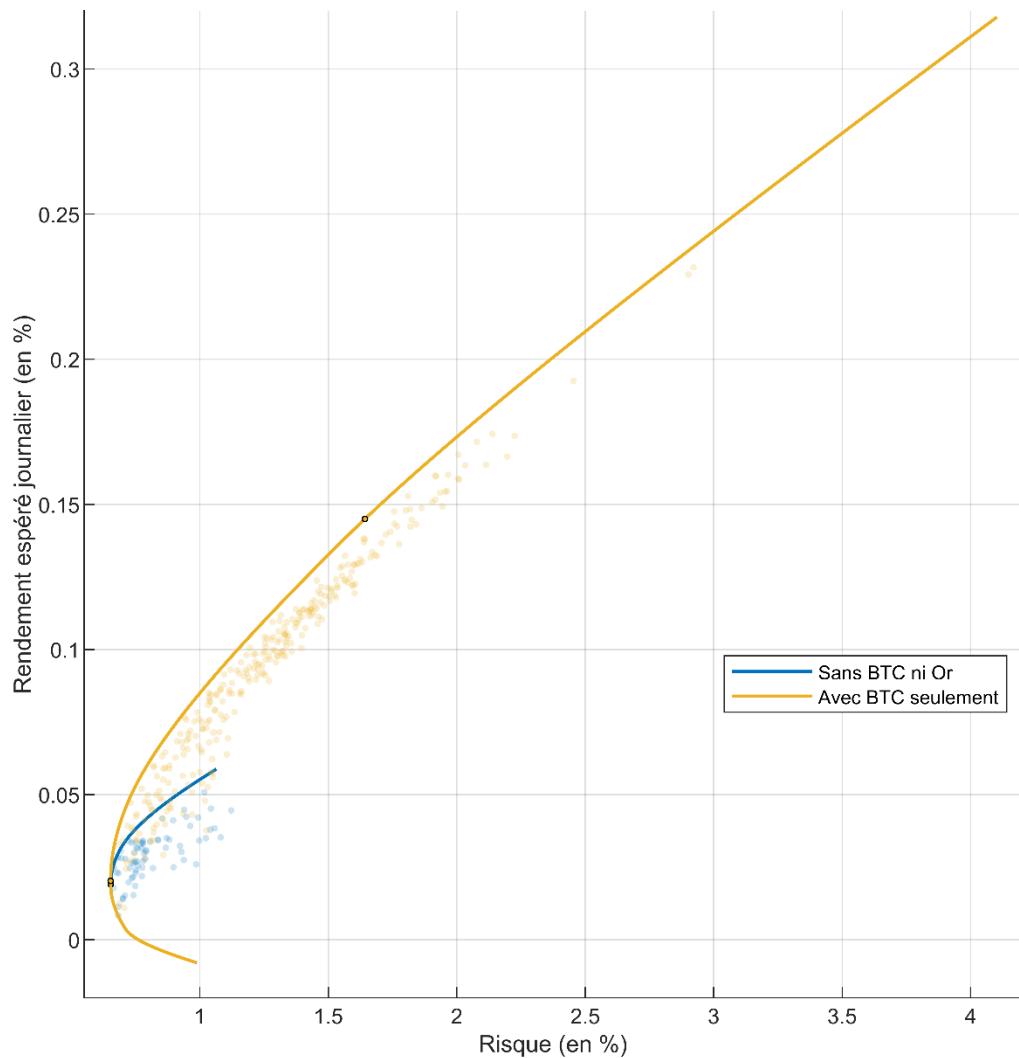


Figure 25 : Frontières efficientes avec et sans Bitcoin – Période globale

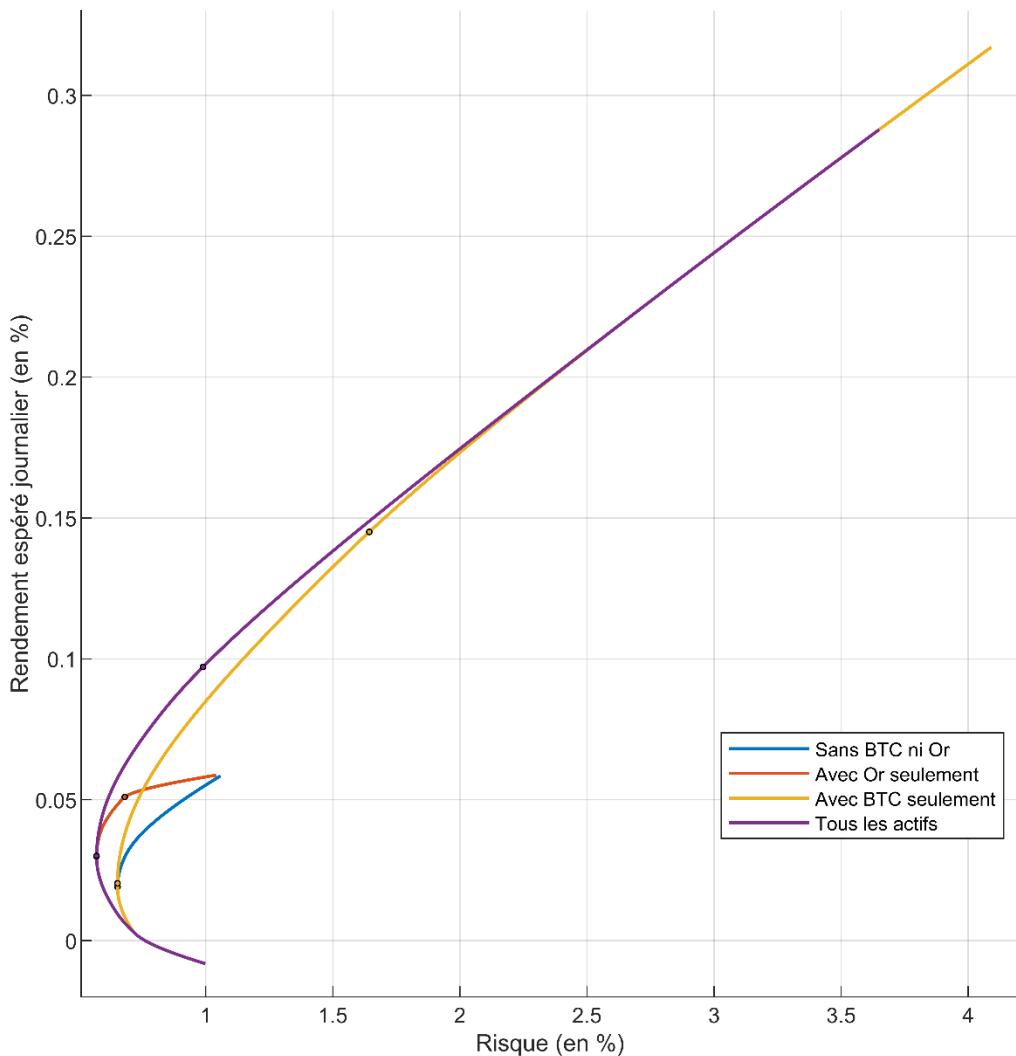


Figure 26 : Frontières efficientes combinées – Période globale

À l'inverse, l'introduction du Bitcoin a un effet plus marqué. La partie droite de la frontière se déplace sensiblement vers le haut, traduisant la possibilité d'accéder à des niveaux de rendement espéré plus élevés, au prix d'une volatilité accrue. Le Bitcoin agit ainsi comme un levier de performance, particulièrement pertinent pour les investisseurs tolérants au risque.

Lorsque l'on combine l'or et le Bitcoin dans le portefeuille, la frontière efficiente s'étend davantage. Cette configuration capte les bénéfices potentiels du Bitcoin tout en conservant l'effet stabilisateur de l'or. Toutefois, l'efficacité de cette combinaison dépend du profil de l'investisseur car les gains de diversification peuvent varier selon l'appétence au risque et la zone de rendement visée.

#### 4.3.2 Crise COVID-19 (2019-2020)

Les figures 27 à 29 comparent les frontières efficientes dans un contexte de crise sanitaire mondiale, marqué par une forte volatilité et une incertitude généralisée.

L'ajout de l'or améliore sensiblement la frontière efficiente, en particulier dans la zone de volatilité modérée à élevée. Ce comportement confirme le rôle de l'or en tant qu'actif refuge dont la décorrélation relative avec les marchés d'actions durant les périodes de panique contribue à atténuer les pertes potentielles et à améliorer le couple rendement/risque global du portefeuille.

À l'inverse, l'intégration du Bitcoin ne génère une amélioration visible qu'à l'extrémité droite de la frontière dans des configurations de portefeuilles très risqués. Ce positionnement traduit une concentration du potentiel de rendement dans des allocations fortement exposées à la volatilité du Bitcoin, peu adaptées à des stratégies de gestion défensive ou équilibrée.

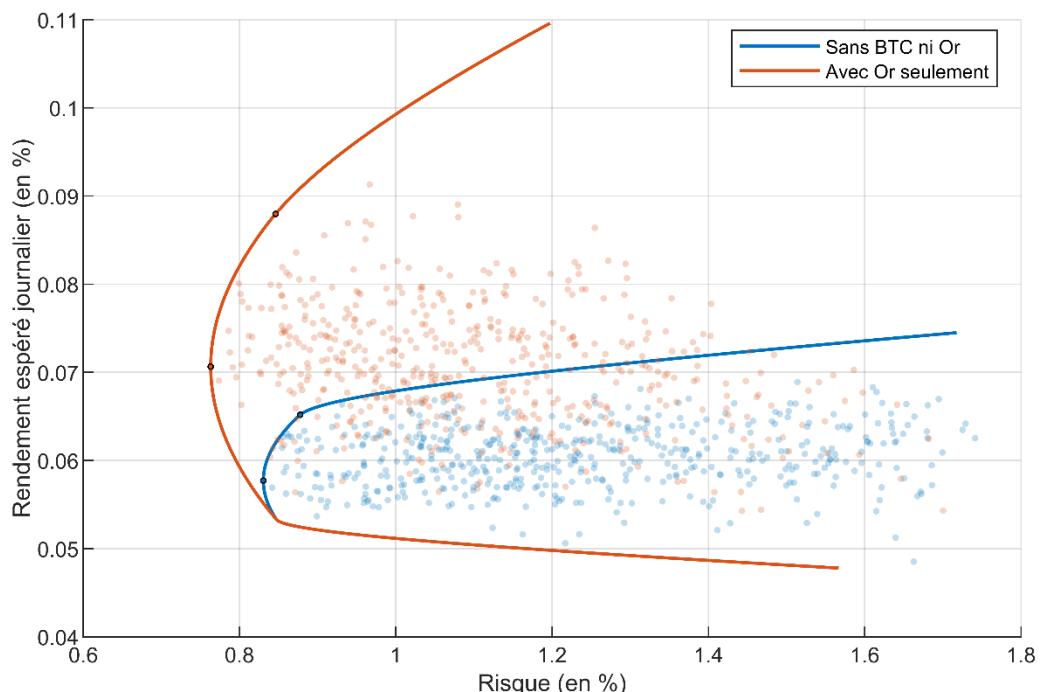


Figure 27 : Frontières efficientes avec et sans or – COVID-19

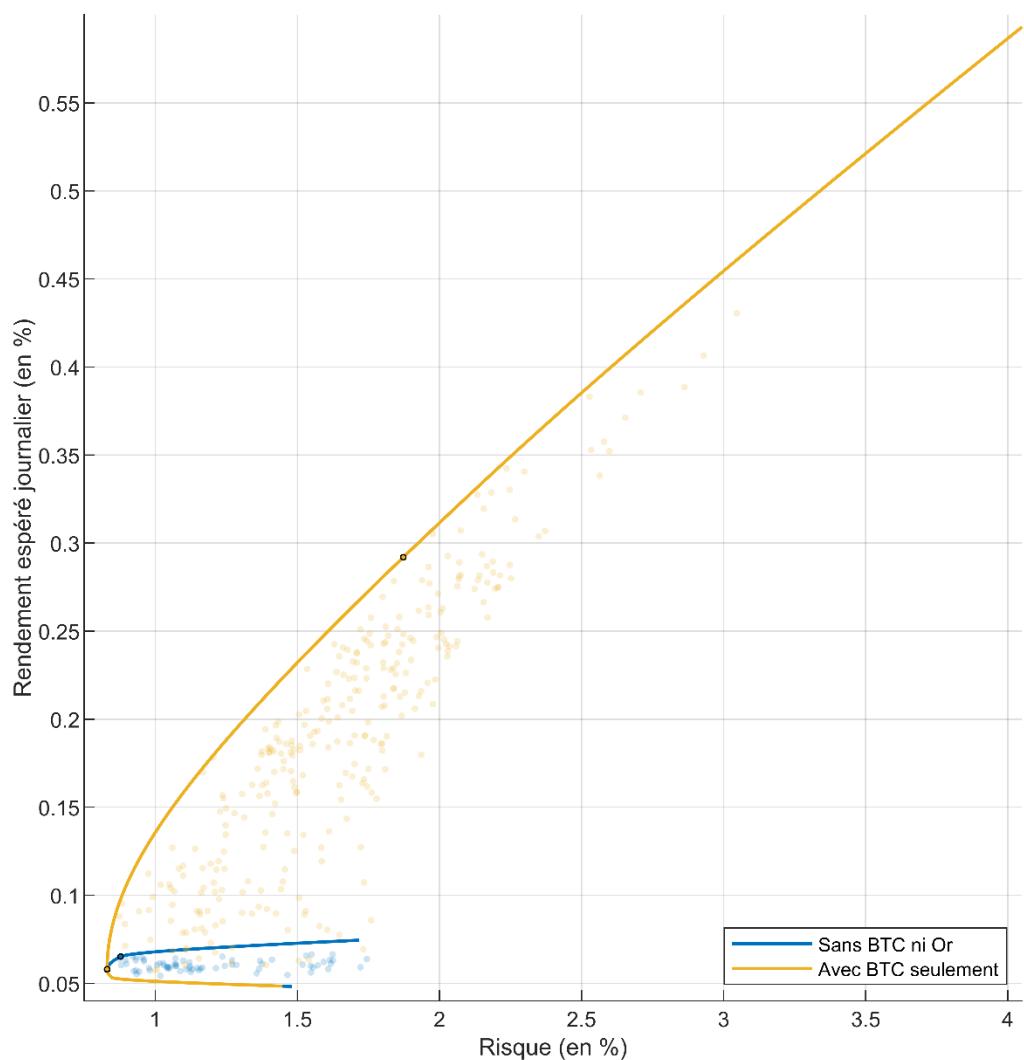


Figure 28 : Frontières efficientes avec et sans Bitcoin – COVID-19

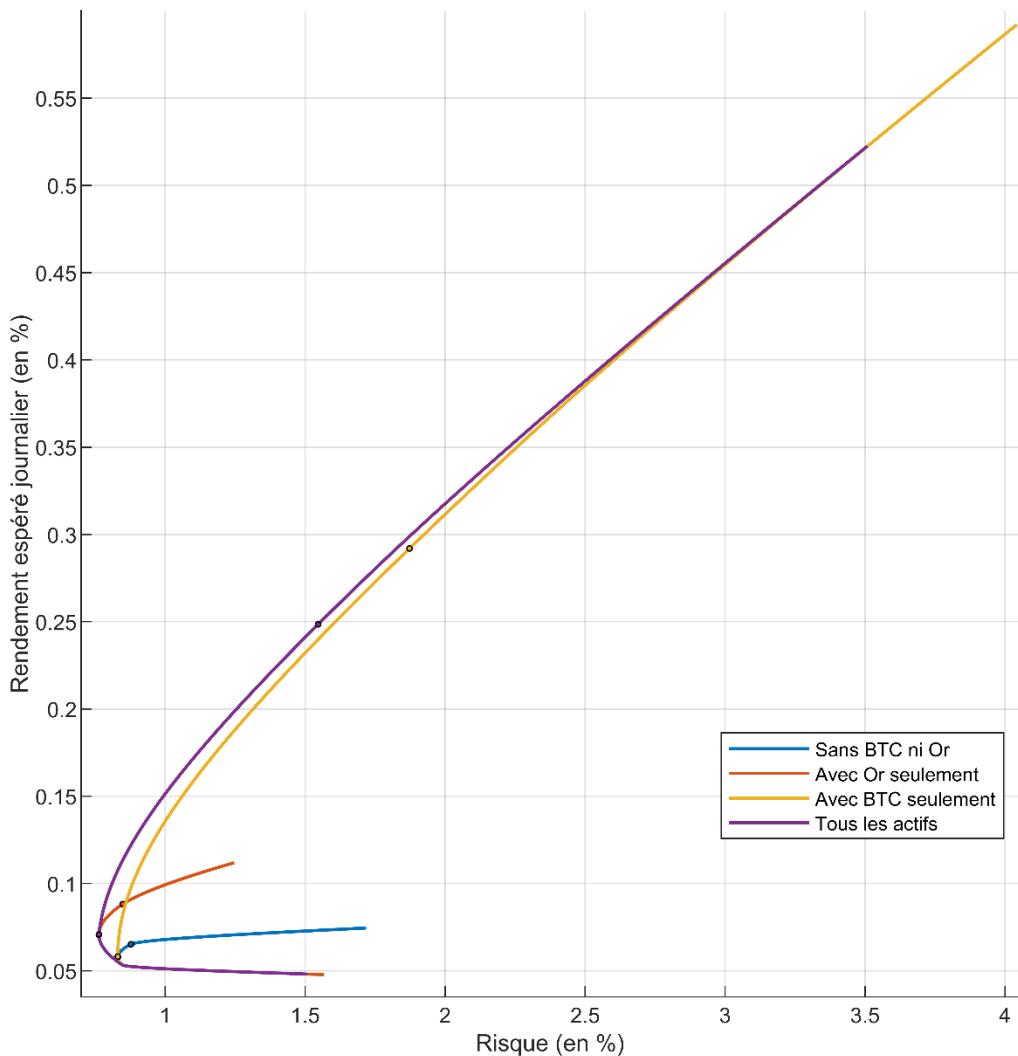


Figure 29 : Frontières efficientes combinées – COVID-19

La combinaison des deux actifs offre une extension globale de la frontière mais l'essentiel de l'effet positif semble porté par l'or. Le Bitcoin, bien qu'en forte croissance durant cette période, n'apporte pas d'amélioration proportionnelle du ratio rendement/risque, suggérant une efficacité limitée dans un contexte de crise aiguë.

#### 4.3.3 Crise Ukraine - Inflation (2021-2022)

Les figures 30 à 32 illustrent l'impact de l'intégration progressive de l'or et du Bitcoin sur la frontière efficiente en période de tensions géopolitiques et économiques marquée par des rendements négatifs pour l'ensemble des portefeuilles.

L'ajout de l'or permet une amélioration légère mais notable de la frontière, principalement dans la zone de faible à moyenne volatilité. Bien que les rendements demeurent négatifs, la réduction du risque pour des niveaux de rendement similaires améliore le profil d'efficience. Cette contribution conforte le rôle de l'or comme actif défensif, capable d'atténuer la variabilité des portefeuilles sans modifier radicalement leur performance.

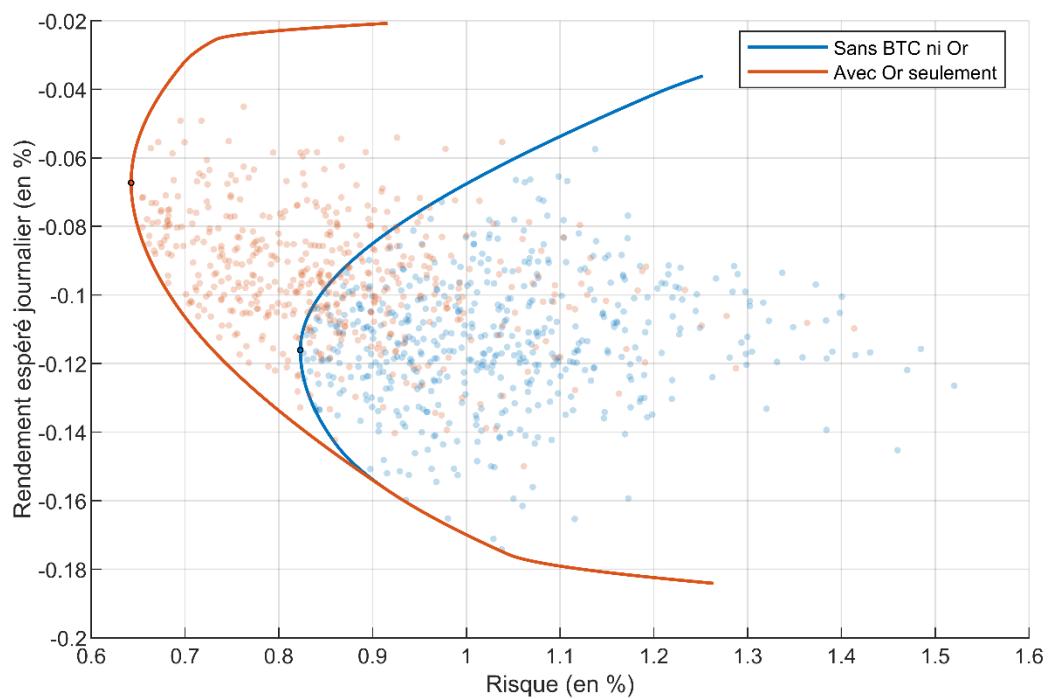


Figure 30 : Frontières efficientes avec et sans or – Crise Ukraine

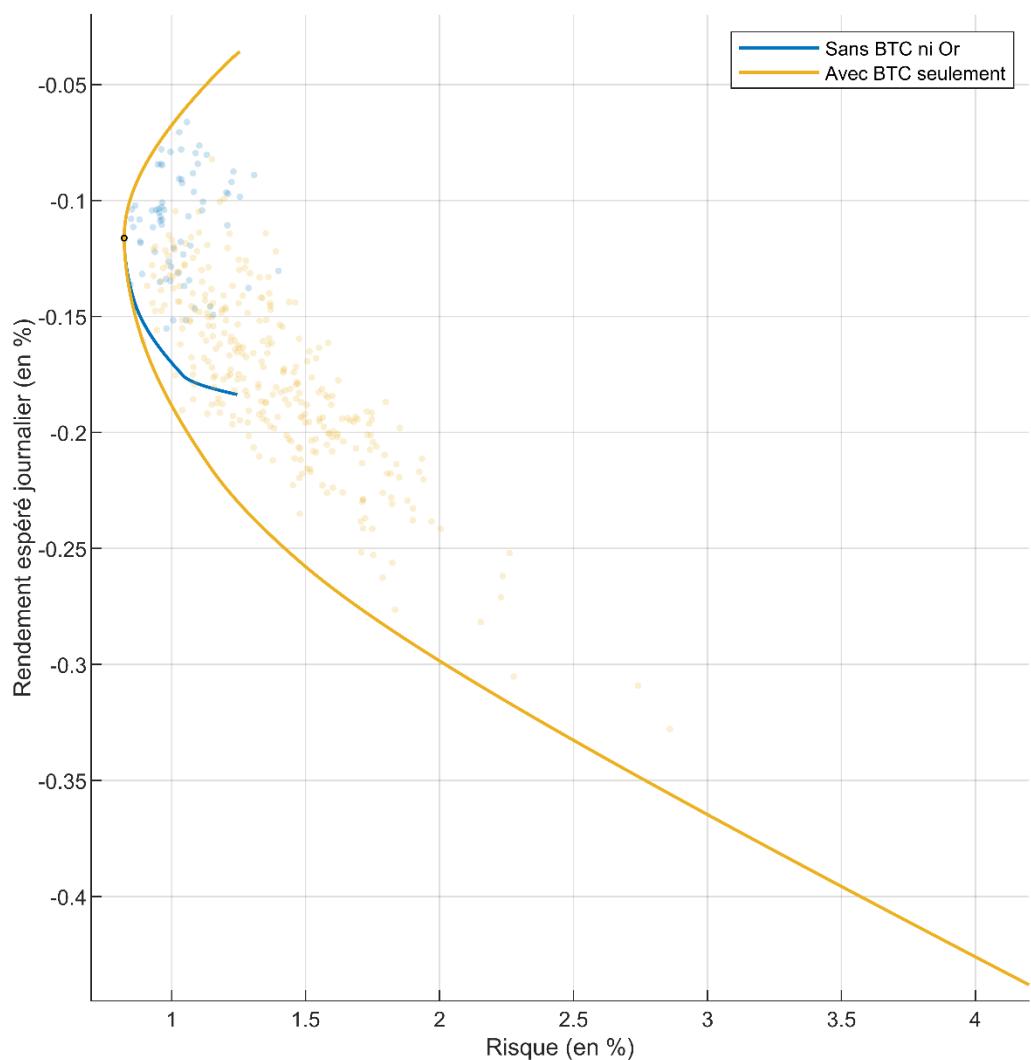


Figure 31 : Frontières efficientes avec et sans Bitcoin – Crise Ukraine

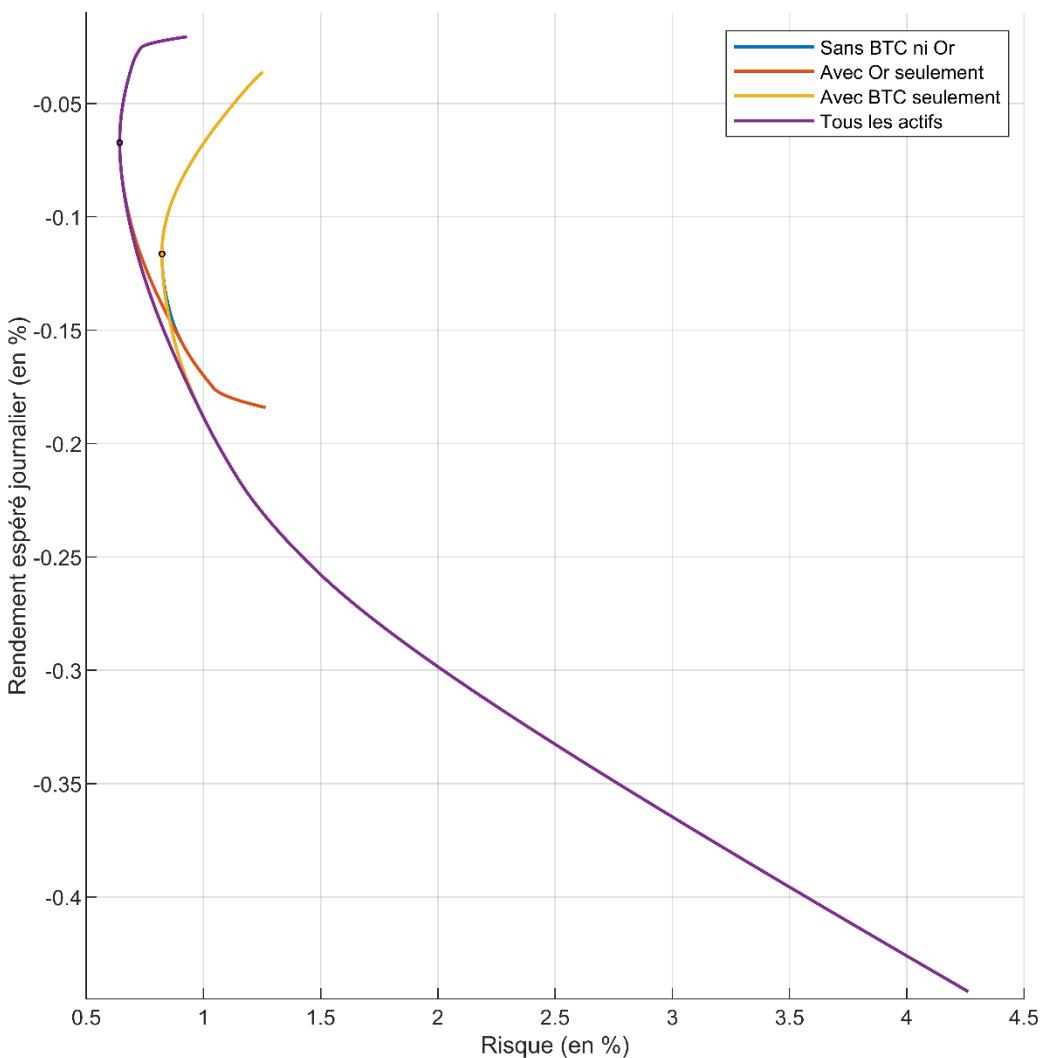


Figure 32 : Frontières efficientes combinées – Crise Ukraine

En revanche, l'intégration du Bitcoin produit un effet radicalement différent de celui observé durant les autres périodes. Contrairement aux phases précédentes, la partie convexe de la frontière - représentant les combinaisons efficientes pour des profils de risque raisonnables - n'est ici quasiment pas modifiée. L'impact du Bitcoin se concentre sur la partie concave inférieure droite de la courbe où la volatilité augmente fortement tandis que le rendement continue de se détériorer. Cela indique une amplification du risque extrême sans gain associé en performance traduisant un comportement asymétrique et défavorable dans ce contexte de crise inflationniste.

La frontière combinée, intégrant à la fois l'or et le Bitcoin, reste la plus large mais cette extension ne profite pas aux portefeuilles. Dans un contexte où tous les rendements sont négatifs, la diversification théorique offerte par cette combinaison reste peu efficace. Le gain en dispersion s'accompagne ici d'une perte d'efficience, soulignant l'inefficacité du Bitcoin comme instrument de diversification durant cette phase et confirmant l'utilité limitée de son intégration dans un portefeuille prudent ou équilibré.

#### 4.3.4 Conclusion

L'analyse comparative des frontières efficientes sur l'ensemble des phases économiques confirme que l'intégration d'actifs alternatifs, tels que l'or et le Bitcoin, exerce des effets différenciés sur le profil rendement/risque d'un portefeuille diversifié :

- L'or agit comme un stabilisateur : son inclusion améliore systématiquement la frontière dans les zones de faible à moyenne volatilité en réduisant le risque pour un même niveau de rendement. Cet effet est particulièrement marqué en période de stress systémique (crise COVID-19) mais reste visible même dans les contextes plus calmes ou fortement dégradés, confortant son rôle traditionnel de valeur refuge.
- Le Bitcoin présente un comportement plus contrasté et asymétrique. En période stable ou de rebond spéculatif (comme durant la crise COVID-19), il permet d'étendre la frontière vers des rendements plus élevés, au prix d'une hausse marquée de la volatilité. Toutefois, lors de la crise Ukraine-inflation, son inclusion dégrade la frontière en augmentant fortement le risque sans amélioration proportionnelle des rendements attendus. L'effet se concentre alors sur la partie concave inférieure de la courbe, traduisant un profil défavorable pour les stratégies prudentes.
- La combinaison or-Bitcoin permet théoriquement une extension maximale de la frontière efficiente. Cependant, cette diversification n'est pertinente que dans des configurations à forte tolérance au risque. En dehors de ces zones extrêmes, les bénéfices combinés s'avèrent limités, voire contre-productifs, notamment lorsque la volatilité du Bitcoin domine la structure du portefeuille.

En définitive, ces résultats soulignent la nécessité d'ajuster la stratégie d'allocation non seulement au profil de risque de l'investisseur mais aussi au contexte macroéconomique. Si l'or offre une amélioration robuste et défensive du portefeuille, le Bitcoin peut agir comme levier de performance dans certaines configurations mais s'avère inefficace, voire nuisible, en période de crise prolongée et inflationniste.

### 4.4 PONDÉRATIONS OPTIMALES DES ACTIFS

Les Figures 33 à 44 illustrent l'évolution des pondérations optimales des actifs en fonction du rendement cible du portefeuille selon les différents scénarios d'allocation et les trois phases économiques analysées. Ces visualisations permettent de mieux comprendre quels actifs

dominent les portefeuilles efficents selon le niveau de performance recherché et le contexte économique.

#### 4.4.1 Période globale (2017-2024)

En l'absence d'actifs alternatifs, les portefeuilles à faible rendement sont principalement composés d'obligations longues américaines (TLT) tandis que les actions (SXR8, C50U, EUNM) prennent progressivement le relais à mesure que le rendement cible augmente, traduisant un arbitrage classique entre stabilité et performance. Lorsqu'on intègre uniquement l'or, celui-ci occupe une place croissante dans les portefeuilles en réduisant le poids de C50U et SXR8 en conservant un niveau de rendement comparable à celui du scénario de référence. À l'inverse, l'ajout exclusif du Bitcoin modifie sensiblement la structure des portefeuilles : sa part augmente rapidement pour les rendements élevés, remplaçant partiellement les obligations et les actions traditionnelles, ce qui confirme son rôle de levier de performance. Enfin, dans le scénario intégrant à la fois l'or et le Bitcoin, la transition entre portefeuilles prudents et offensifs est particulièrement marquée : la combinaison GOLD, TLT et SXR8 domine les portefeuilles à faible rendement tandis que le Bitcoin s'impose progressivement dans les portefeuilles les plus risqués, dessinant une substitution ordonnée entre l'or et le Bitcoin à mesure que le rendement augmente, tout en conservant une part stable de SXR8.

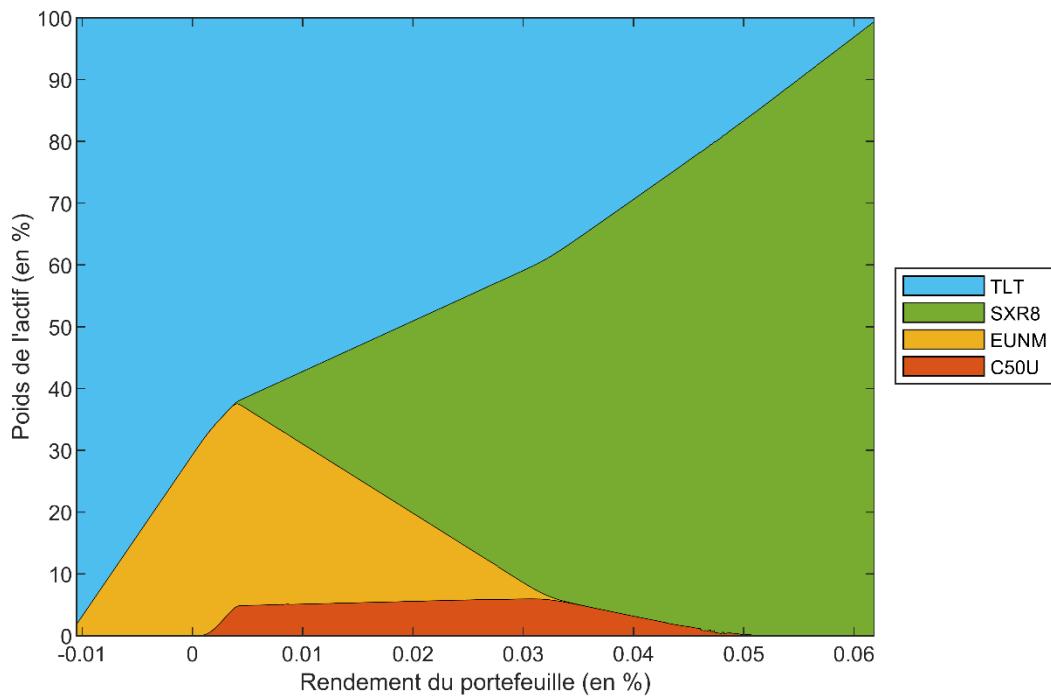


Figure 33 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – sans or ni BTC – Période Globale

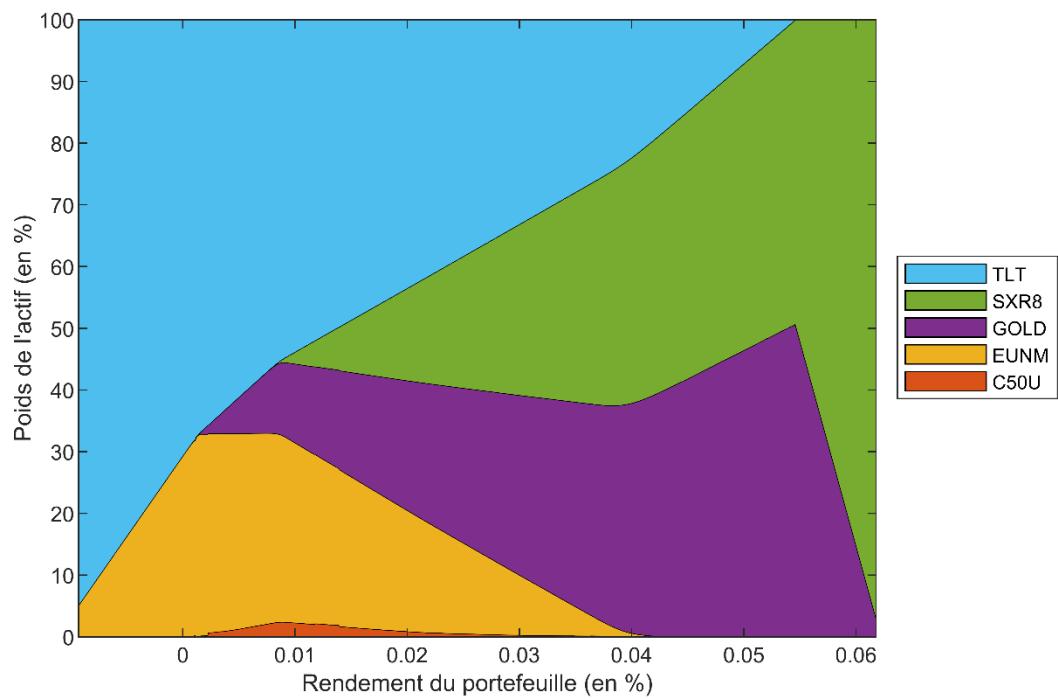


Figure 34 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – avec or – Période Globale

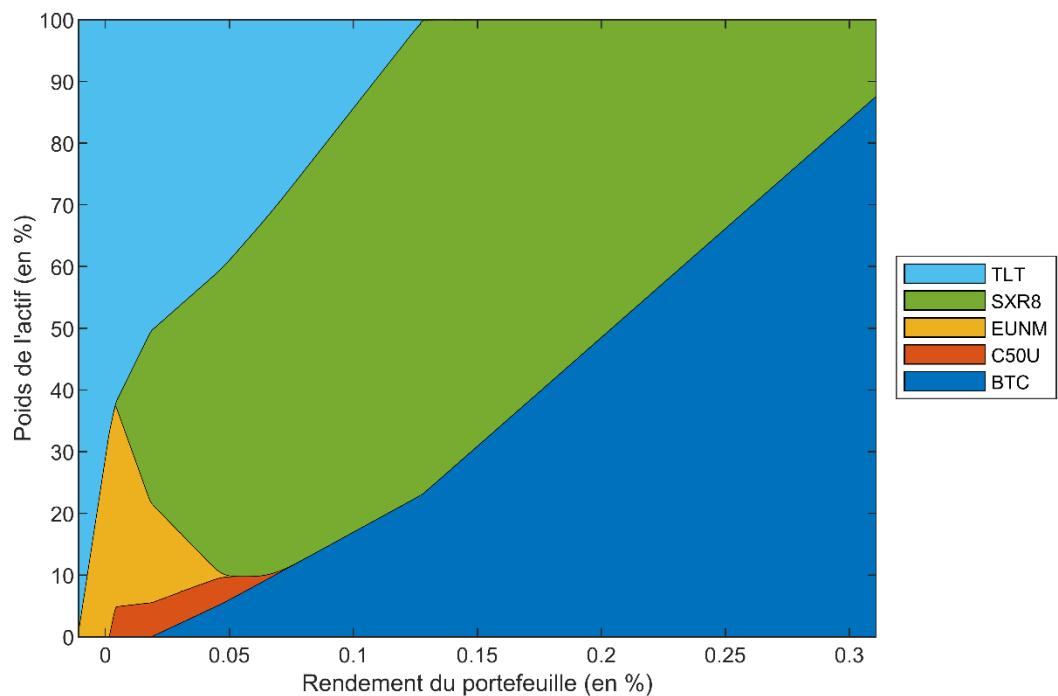


Figure 35 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – avec BTC – Période globale

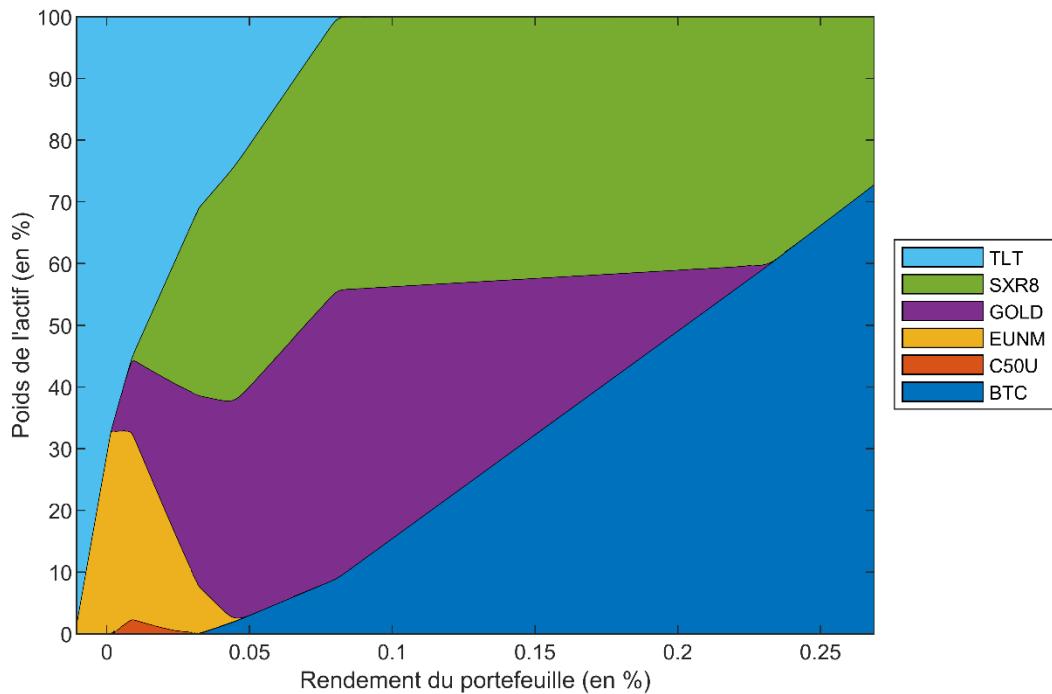


Figure 36 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – Tous les actifs – Période globale

#### 4.4.2 Crise COVID-19

Durant la crise COVID-19, en l'absence d'actifs alternatifs, les portefeuilles prudents sont principalement composés d'obligations longues américaines (TLT) et d'actions américaines (SXR8) tandis que les actions émergentes (EUNM) prennent progressivement le relais dans les portefeuilles ciblant des rendements plus élevés, sans apparition notable de C50U. Lorsque seul l'or est intégré, celui-ci se substitue partiellement à TLT dans les portefeuilles défensifs puis remplace progressivement EUNM dans les portefeuilles plus dynamiques. L'ajout exclusif du Bitcoin, quant à lui, révèle un comportement plus polarisé : le BTC gagne en importance de manière graduelle avec l'augmentation du rendement cible, remplaçant d'abord les actions, puis les obligations, jusqu'à dominer entièrement les portefeuilles les plus risqués au prix d'une volatilité nettement accrue. Enfin, dans le scénario combinant tous les actifs, GOLD et TLT conservent un rôle structurant dans les portefeuilles à faible volatilité tandis que le Bitcoin s'impose progressivement dans les allocations à plus fort rendement. La transition observée entre ces profils reste progressive, traduisant une répartition cohérente entre stabilité et recherche de performance.

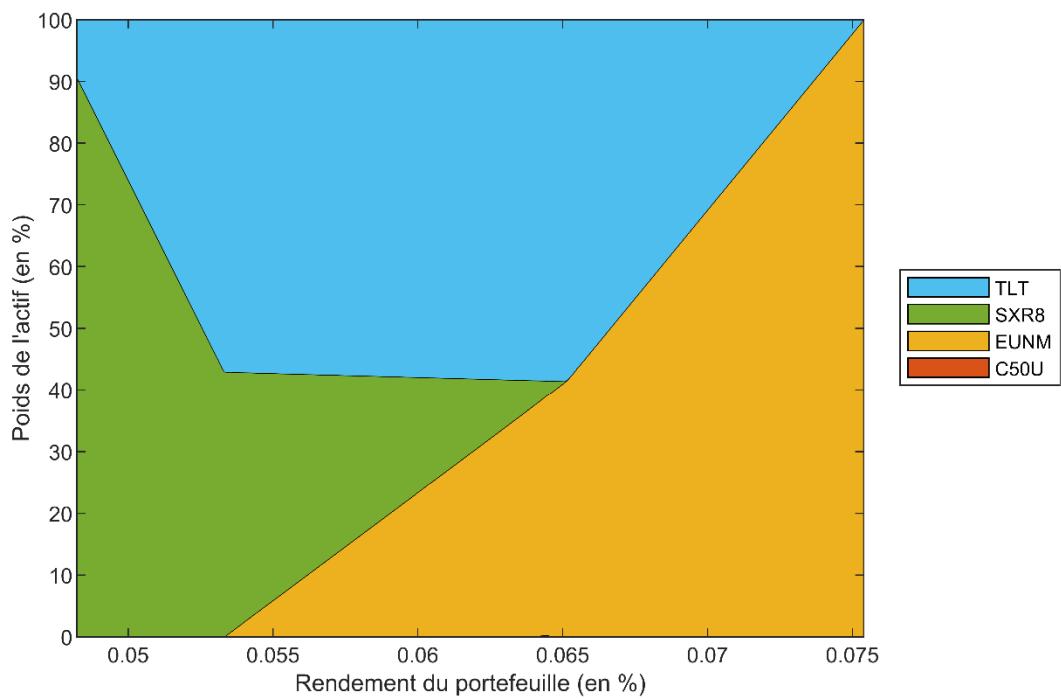


Figure 37 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – sans or ni BTC – COVID-19

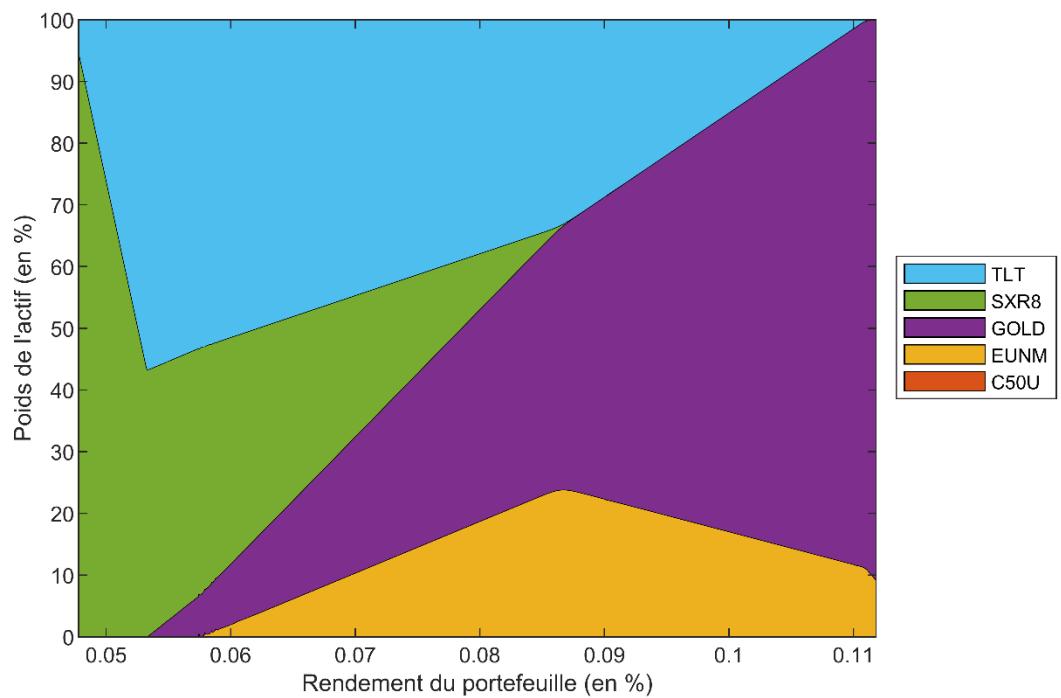


Figure 38 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – avec or – COVID-19

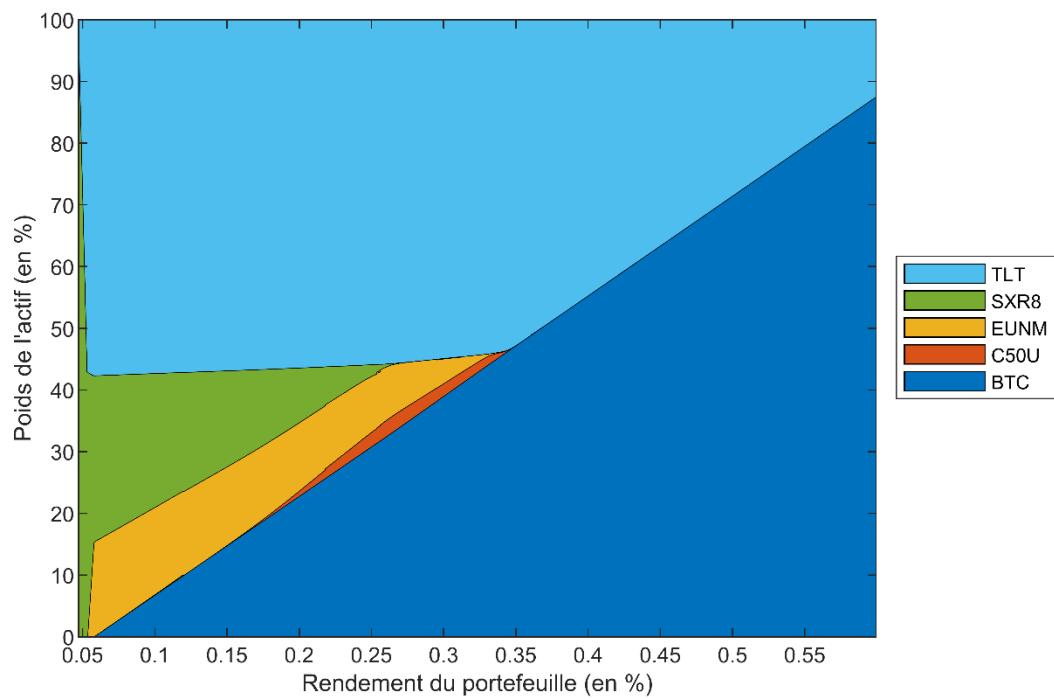


Figure 39 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – avec BTC – COVID-19

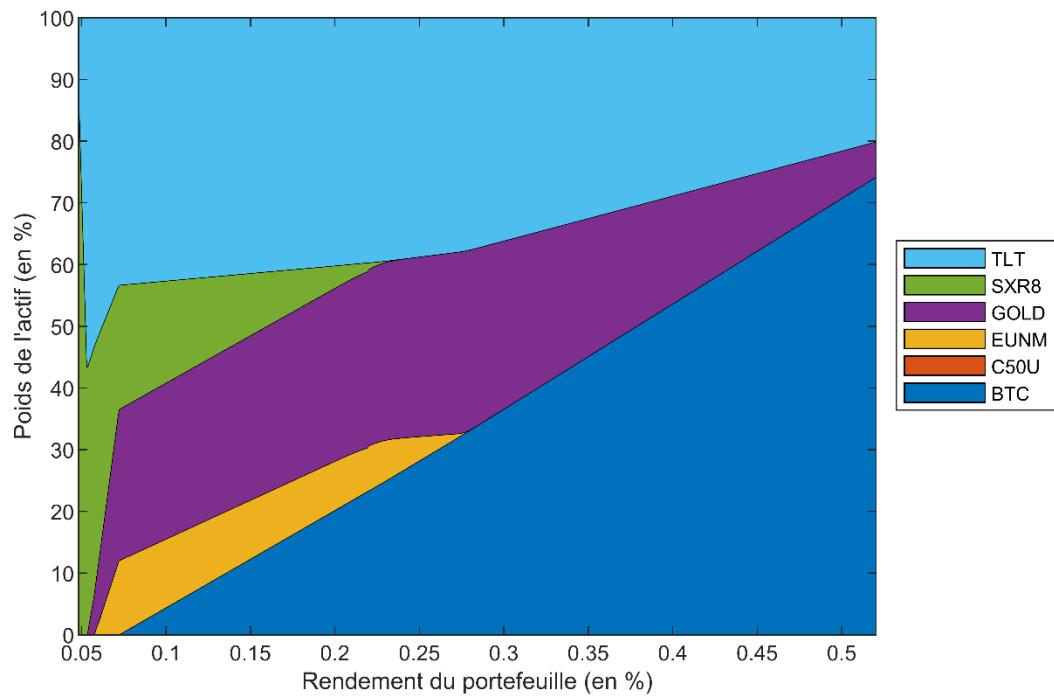
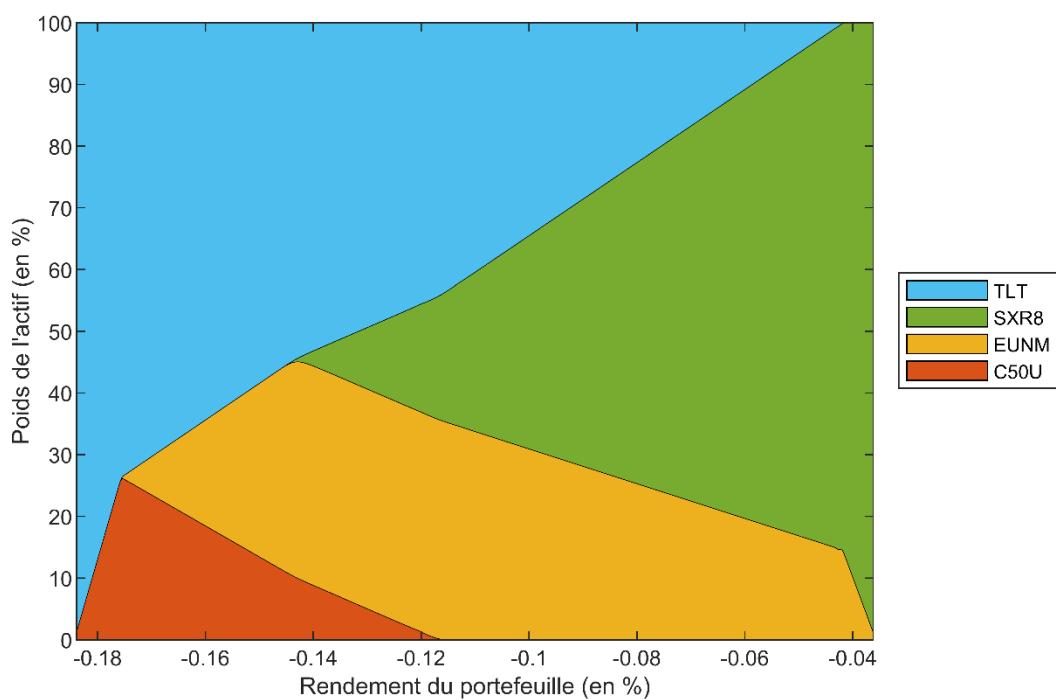


Figure 40 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – Tous les actifs – COVID-19

#### 4.4.3 Crise Ukraine

Dans un contexte marqué par des rendements négatifs généralisés comme lors de la crise Ukraine, il devient peu pertinent d'interpréter les portefeuilles selon une logique de rendements croissants. Sans actifs alternatifs, les portefeuilles sont principalement composés d'obligations longues américaines (TLT) et d'actions européennes (C50U) et émergentes (EUNM) tandis que les actions américaines prennent progressivement du poids à mesure que la volatilité augmente. L'intégration de l'or apporte une amélioration relative, en se substituant notamment à la part d'actions américaines. À l'inverse, l'ajout exclusif du Bitcoin ne génère aucune amélioration significative : ses pondérations, improductives, apparaissent principalement dans les portefeuilles les plus volatils, aggravant les pertes attendues. Cette évolution traduit un effet contre-productif dans ce contexte de crise. Enfin, dans le scénario combinant or et Bitcoin, les portefeuilles prudents conservent une forte exposition à l'or, tandis que le Bitcoin émerge uniquement dans les stratégies à très haute volatilité sans amélioration notable de l'efficience globale des portefeuilles.



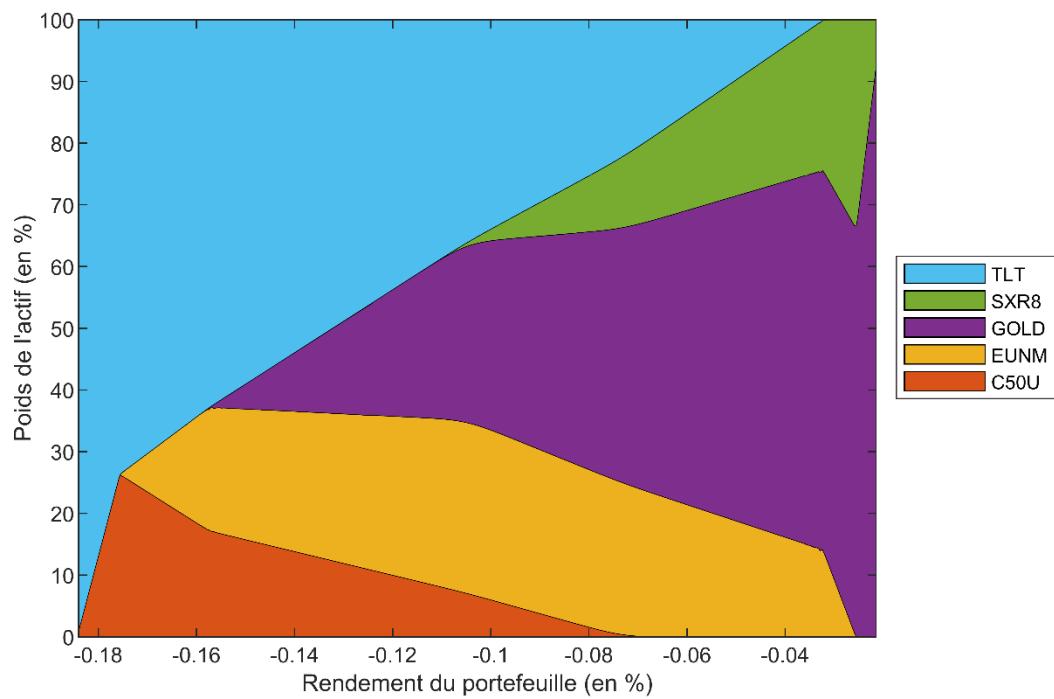


Figure 42 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – avec or – Crise Ukraine

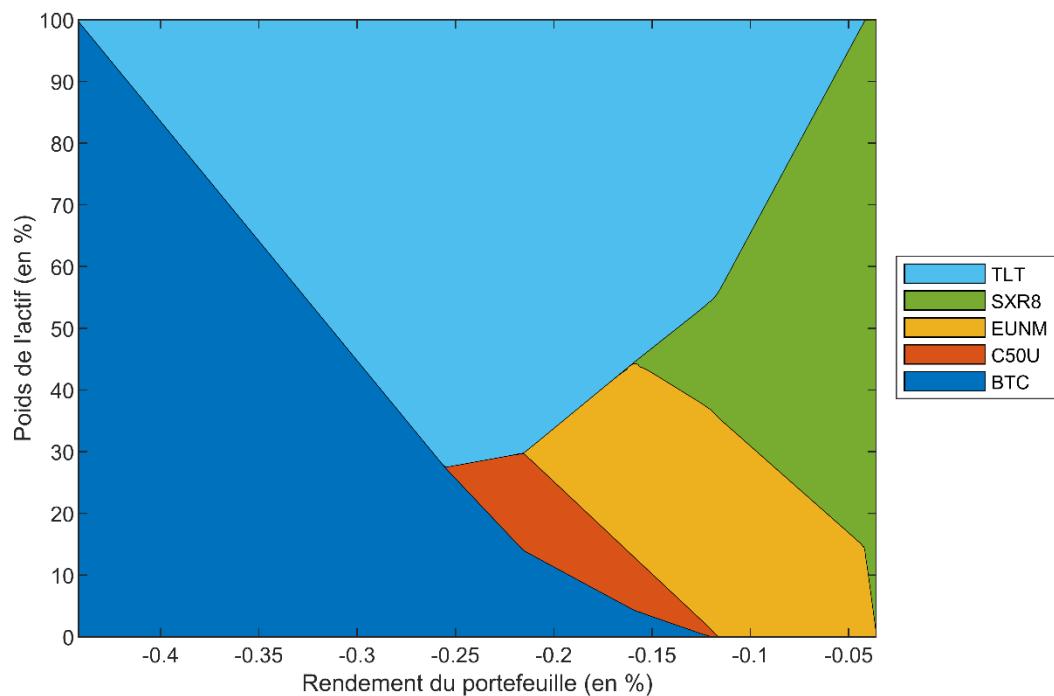


Figure 43 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – avec BTC – Crise Ukraine

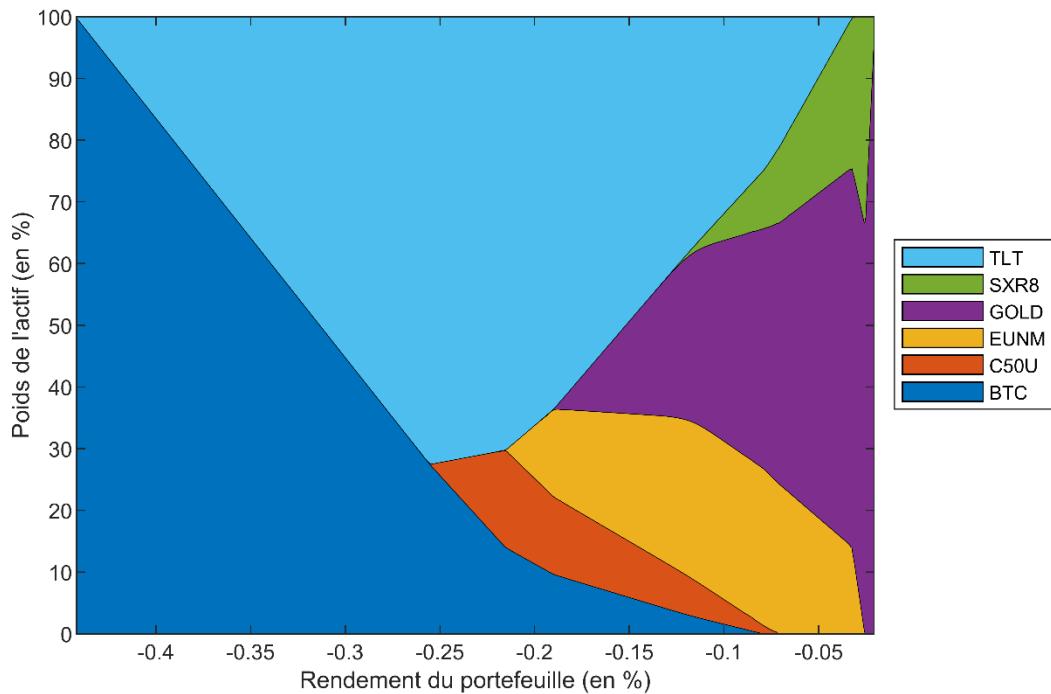


Figure 44 : Distribution de la pondération des actifs en fonction du rendement – Tous les actifs – Crise Ukraine

#### 4.4.4 Conclusion

Dans l'ensemble, ces graphiques confirment que la composition optimale d'un portefeuille dépend non seulement du couple rendement/risque visé mais aussi du régime économique sous-jacent. Le Bitcoin apparaît comme un levier de performance mais son usage reste cantonné aux portefeuilles à fort risque. L'or, en revanche, conserve un rôle structurant plus constant, particulièrement en contexte de crise, ce qui renforce sa légitimité comme actif de diversification.

### 4.5 ANALYSE DU RATIO DE SHARPE

Le ratio de Sharpe, qui mesure la rentabilité excédentaire par unité de risque, constitue un indicateur intéressant pour évaluer l'efficience d'un portefeuille. Cette section compare les performances ajustées au risque des portefeuilles MinVar et MaxSharpe selon différents scénarios d'allocation et le phases économiques étudiées. La Figure 45 ci-dessous synthétise l'histogramme des ratios de Sharpe obtenus.

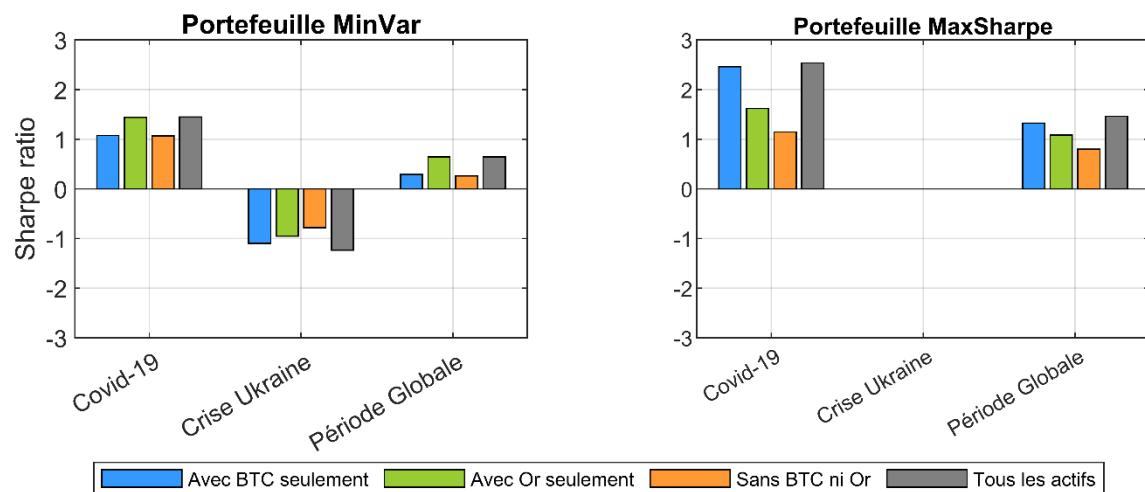


Figure 45 : Ratios de Sharpe pour les portefeuilles optimaux selon les scénarios et les périodes

Dans la période globale, les portefeuilles MaxSharpe présentent des niveaux de ratio de Sharpe compris entre 0.79 (sans BTC ni or) et 1.46 (tous les actifs). Le scénario intégrant l'ensemble des actifs s'avère le plus performant grâce à une diversification optimale. L'ajout du Bitcoin seul génère déjà une amélioration (ratio de 1.33), soulignant son potentiel de levier de performance. En revanche, les portefeuilles MinVar, à la volatilité annuelle plus faible (environ 9-10%), affichent des ratios plus modestes (0.26 à 0.65), caractéristiques de profils défensifs priorisant la stabilité au détriment de la performance ajustée au risque.

Dans un contexte de stress extrême, comme lors de la crise sanitaire, les portefeuilles MaxSharpe atteignent des ratios remarquablement élevés, en particulier dans les scénarios incluant le Bitcoin (2.46) ou tous les actifs (2.53). Cette surperformance s'explique par la très forte appréciation du Bitcoin en période de relance monétaire et d'affluence spéculative. L'or confirme également son rôle d'actif refuge avec un ratio de 1.62 lorsqu'il est combiné seul avec un portefeuille d'actions et d'obligations. Les portefeuilles MinVar bénéficient eux aussi dans cet environnement avec des ratios compris entre 1.07 et 1.46. Globalement, cette phase met en évidence la complémentarité entre actifs spéculatifs (Bitcoin) et défensifs (or) dans la construction de portefeuilles performants.

Par contre, la crise en Ukraine se distingue par une détérioration marquée des performances ajustées au risque. Tous les portefeuilles MinVar présentent des ratios de Sharpe négatifs, conséquence de rendements inférieurs au taux sans risque combinés à une volatilité élevée. Aucun portefeuille MaxSharpe n'a pu être identifié dans ce contexte, traduisant l'absence de combinaison efficiente capable de générer un excédent de performance ajusté au risque. Ces résultats confirment l'échec des mécanismes classiques de diversification face à un choc géopolitique majeur, une inflation persistante et une hausse généralisée des taux d'intérêt.

## 4.6 LIMITES DE L'ÉTUDE

### 4.6.1 Validité des hypothèses du modèle

L'approche utilisée repose sur le modèle moyenne-variance de Markowitz (1952), fondé sur des hypothèses fortes : les rendements suivent une distribution normale, les rendement espérés et la volatilité sont supposés stables dans le temps et la variance est une mesure suffisante du risque. Or, ces hypothèses sont souvent remises en question dans la littérature.

Le tableau ci-dessous présent les coefficients de distorsion (skewness) et d'aplatissement (kurtosis) des distributions des rendements journaliers pour les six actifs étudiés, comparés à une loi normale :

Actif	BTC	C50U	EUNM	GOLD	SXR8	TLT
<b>Skewness</b>	-0.05	+0.06	-0.68	-0.22	-0.56	+0.17
<b>Kurtosis</b>	9.69	9.24	9.61	6.92	10.70	7.97

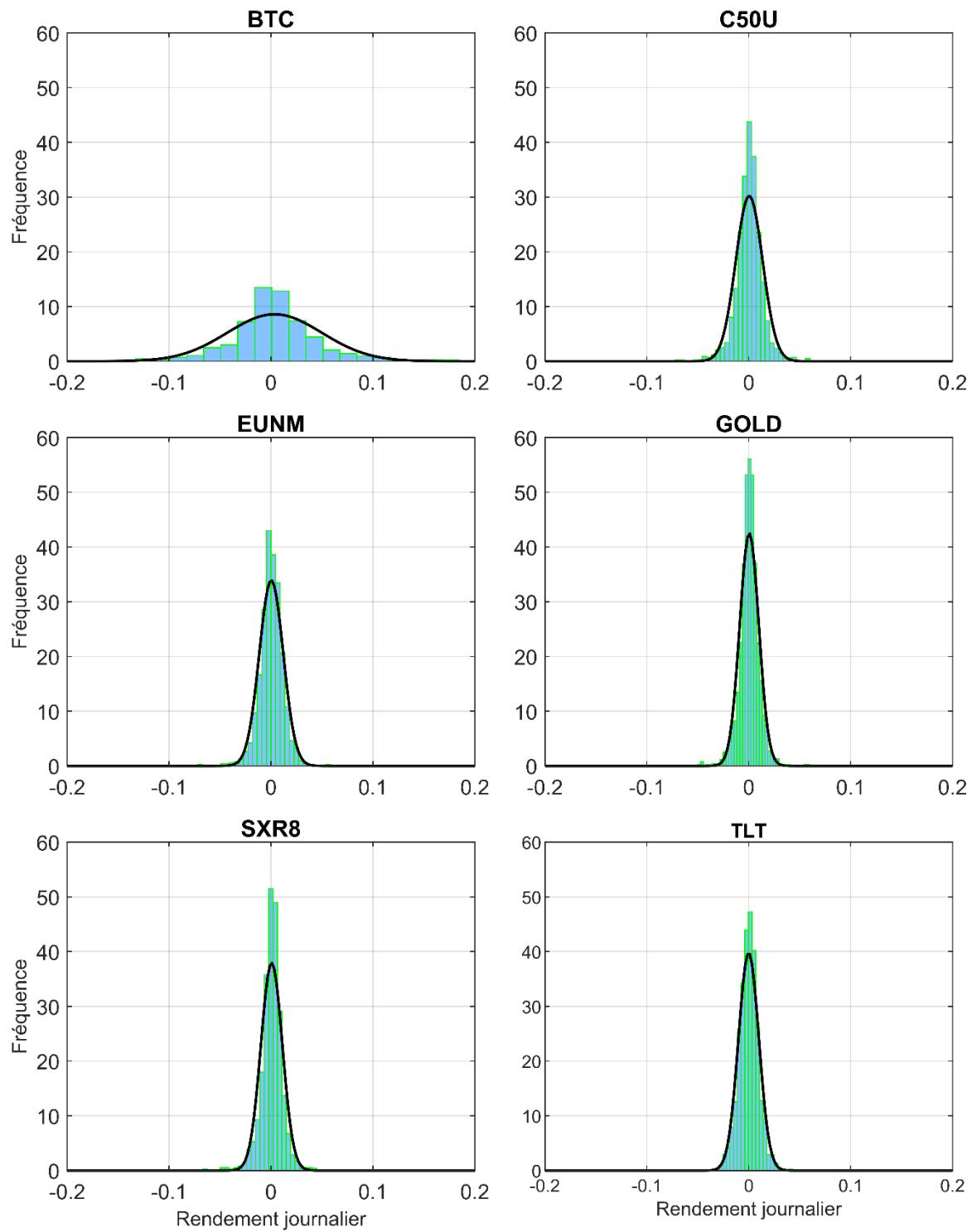


Figure 46 : Comparaison des distributions des rendements

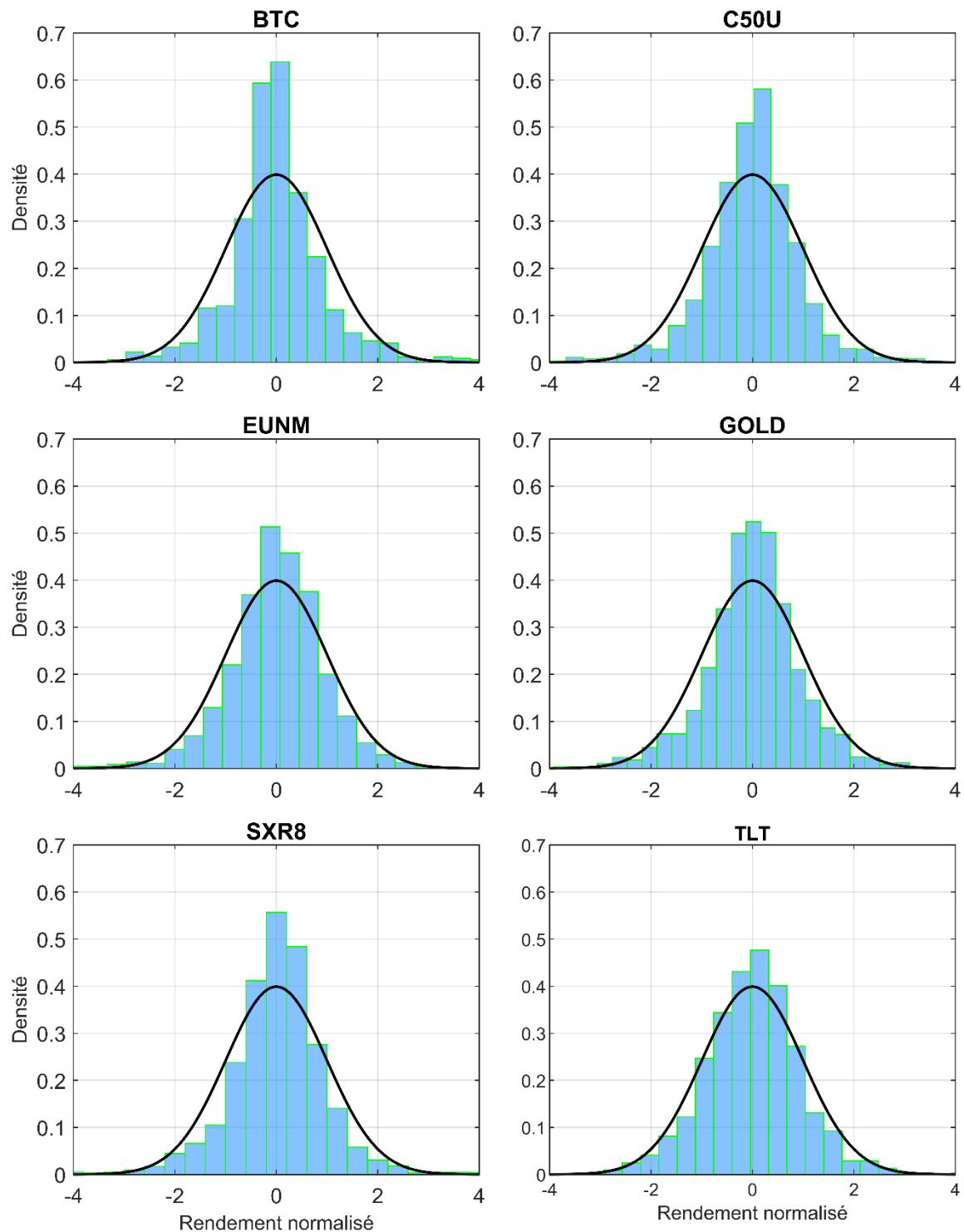


Figure 47 : Comparaison des distributions des rendements (normalisées)

L'analyse des distributions révèle que l'ensemble des actifs s'écarte significativement de la normalité. Tous présentent une kurtosis bien supérieure au seuil de 3, signifiant une leptokurticité marquée et plusieurs affichent une asymétrie notable.

Le Bitcoin se distingue par une kurtosis particulièrement élevée et une densité aplatie au centre avec des queues épaisse, traduisant une forte propension aux chocs extrêmes. Les actions émergentes (EUNM) et l'ETF S&P 500 (SXR8) présentent une asymétrie négative, indiquant une probabilité accrue de pertes extrêmes. Ces caractéristiques affaiblissent la pertinence du recours exclusif à la variance comme mesure du risque.

Bien que ce constat soit particulièrement marqué pour le Bitcoin, il concerne l'ensemble des actifs étudiés, y compris ceux généralement considérés comme défensifs, comme l'or (GOLD) ou les obligations longues américaines (TLT). Cela suggère une instabilité généralisée des marchés sur la période 2017-2024, exacerbée par des crises successives.

Dans ce contexte, les limites du modèle moyenne-variance apparaissent clairement. Ces observations plaident pour l'exploration de méthodes d'optimisation plus robustes à la non-normalité.

#### **4.6.2 Incertitude des paramètres**

Les performances des portefeuilles optimaux dépendent directement des rendements attendus et de la matrice de covariance qui sont estimés à partir des données historiques. Or, ces estimations sont sujettes à des incertitudes, en particulier pour les rendements dont la variabilité dans le temps est bien présente.

Même de faibles erreurs dans l'estimation des rendements peuvent conduire à des portefeuilles sous-optimaux, sensibles aux fluctuations des données d'entrée. Ce phénomène est d'autant plus critique dans les scénarii incluant des actifs volatils comme le Bitcoin.

Des contraintes de pondération pourraient être introduites pour limiter l'exposition excessive à certains actifs et réduire les effets d'instabilité.

#### **4.6.3 Choix des périodes d'analyse**

Les périodes choisies couvrent des événements exceptionnels tels que la pandémie de COVID-19, la guerre en Ukraine ou encore une inflation historiquement élevée. Ces chocs exogènes ont profondément influencé les dynamiques de rendement, de volatilité et de corrélation entre actifs. Par conséquent, les résultats observés sont fortement conditionnés par ce contexte de crise. Leur généralisation à d'autres phases économiques plus stables ou structurellement différentes doit donc être envisagée avec prudence.



## 5 DISCUSSION

---

### 5.1 BITCOIN VS OR : QUEL RÔLE DANS UN PORTEFEUILLE D'INVESTISSEMENT ?

L'analyse menée sur plusieurs phases économiques révèle des différences nettes entre l'or et le Bitcoin dans leur contribution à un portefeuille diversifié.

L'or conserve un profil de valeur refuge avec une volatilité modérée et une contribution régulière aux portefeuilles minimisant le risque. Il tend à améliorer la stabilité du portefeuille, en particulier lors des épisodes de marché agités comme observé durant la crise du Covid-19 ou la période d'inflation prolongée.

Le Bitcoin, à l'inverse, présente un comportement bien plus spéculatif. Il peut significativement améliorer les rendements en période haussière mais il contribue aussi à accroître la volatilité globale. En période de crise, son inclusion tend à détériorer les performances ajustées au risque. Il agit donc comme un actif amplificateur : levier de performance en période d'euphorie mais facteur de risque accru en cas de correction.

La complémentarité entre ces deux actifs n'est donc pas systématique. Leur inclusion conjointe dans un portefeuille ne garantit pas une amélioration automatique de la performance mais dépend du contexte macroéconomique, du niveau de tolérance au risque de l'investisseur et de l'horizon de placement.

### 5.2 RECOMMANDATIONS POUR LES INVESTISSEURS EN GESTION D'ACTIFS

À la lumière des résultats obtenus, plusieurs recommandations peuvent être formulées à destination des investisseurs particuliers pratiquant la gestion active :

- Diversification raisonnée : intégrer de nouveaux actifs (Bitcoin, or) peut être pertinent mais leur poids doit rester encadré pour éviter une surexposition à la volatilité. Des contraintes sur les poids, comme dans cette étude, apparaissent indispensables.
- Adaptation au cycle économique : les résultats montrent que les performances relatives des actifs changent selon les contextes. Adapter l'allocation en fonction du cycle économique pourrait améliorer la robustesse des portefeuilles.
- Vigilance face aux biais de performance historique : les rendements élevés passés du Bitcoin peuvent créer une illusion de performance durable. Un regard critique est nécessaire surtout dans un cadre prospectif.
- Diversité des indicateurs de risque : la variance seule ne suffit pas à évaluer le risque réel. Il peut être utile d'utiliser d'autres indicateurs pour mieux appréhender les comportements extrêmes.

- Intégration progressive : pour les investisseurs novices sur les marchés alternatifs comme le Bitcoin, une intégration progressive, combinée à une surveillance accrue de la volatilité, semble plus prudente.

## 6 CONCLUSION

---

Ce travail a examiné de manière comparative le rôle de l'or et du Bitcoin dans l'optimisation d'un portefeuille d'investissement, en s'appuyant sur la théorie moyenne-variance de Markowitz appliquée à trois phases économiques distinctes entre 2017 et 2024. L'objectif était de déterminer si le Bitcoin pouvait rivaliser avec l'or comme actif de diversification et de gestion des risques dans des contextes de marché variés.

Les résultats empiriques mettent en évidence une différenciation nette des profils. L'or confirme son statut d'actif refuge. Sa contribution régulière aux portefeuilles minimisant la volatilité et sa capacité à préserver la stabilité en période de crise, comme durant la pandémie de COVID-19 ou la crise inflationniste de 2022, en font un instrument fiable de gestion du risque. Sa faible corrélation avec les actifs risqués et sa résilience structurelle renforcent son utilité dans une approche de diversification défensive.

Le Bitcoin, en revanche, adopte un comportement plus spéculatif et instable. Il peut agir comme levier de performance dans des contextes haussiers, comme en 2020, mais il se révèle inefficace voire contre-productif dans des phases de stress prolongé. Son inclusion accroît la volatilité globale du portefeuille et ne permet pas toujours d'améliorer la performance. En période de crise géopolitique ou inflationniste, le Bitcoin ne remplit pas les critères d'un actif protecteur et échoue à jouer un rôle de diversification.

Concernant la frontière efficiente, l'or contribue à l'élargir dans la zone de faible à moyenne volatilité, rendant les portefeuilles plus stables pour un rendement donné. Le Bitcoin, lui, modifie principalement la partie haute de la frontière en augmentant le rendement espéré au prix d'une forte augmentation du risque. Leur combinaison permet une extension théorique maximale de la frontière mais cette association n'est pertinente que pour des profils d'investisseurs à forte tolérance au risque.

Enfin, l'analyse par phases économiques confirme que la contribution de ces actifs n'est pas uniforme : l'or s'adapte bien aux périodes de crise tandis que le Bitcoin se comporte mieux en période d'expansion. L'absence de portefeuilles efficients réalisables en contexte de crise géopolitique souligne la fragilité des mécanismes classiques d'optimisation dans ces phases extrêmes.

En conclusion, le Bitcoin ne rivalise pas structurellement avec l'or comme actif de gestion des risques mais il peut compléter ce dernier dans certains scénarios de marché spécifiques. Son intégration dans un portefeuille diversifié doit être pensée avec prudence, encadrée par des contraintes strictes de pondération et ajustée dynamiquement au contexte économique. À l'inverse, l'or conserve une place centrale dans les stratégies de diversification, en particulier pour les profils d'investisseurs soucieux de préserver leur capital face aux incertitudes macroéconomiques.



## BIBLIOGRAPHIE

---

Bakry, W., Rashid, A., Al-Mohamad, S., & El-Kanj, N. (2021). Bitcoin and Portfolio Diversification: A Portfolio Optimization Approach. *Journal of Risk and Financial Management*, 14(7), 282. <https://doi.org/10.3390/jrfm14070282>

Baur, D. G., Hong, K., & Lee, A. D. (2018). Bitcoin: Medium of exchange or speculative asset? *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 54, 177–189. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2017.12.004>

Baur, D. G., & McDermott, T. K. (2010). Is gold a safe haven? International evidence. *Journal of Banking & Finance*, 34(8), 1886–1898. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2009.12.008>

Becker, F., Görtler, M., & Hibbeln, M. (2009). Markowitz versus Michaud: Portfolio Optimization Strategies Reconsidered. SSRN. <https://ssrn.com/abstract=1397488>

Behr, P., Gütter, A., & Miebs, F. (2012). On portfolio optimization: Imposing the right constraints. SSRN Working Paper. <https://ssrn.com/abstract=1618756>

Bouri, E., Molnár, P., Azzi, G., Roubaud, D., & Hagfors, L. I. (2017). On the hedge and safe haven properties of Bitcoin: Is it really more than a diversifier? *Finance Research Letters*, 20, 192–198. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2016.09.025>

Dyhrberg, A. H. (2016). Hedging capabilities of bitcoin. Is it the virtual gold? *Finance Research Letters*, 16, 139–144. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2015.10.025>

Eisl, A., Gasser, S. M., & Weinmayer, K. (2015). Caveat Emptor: Does Bitcoin Improve Portfolio Diversification? SSRN Electronic Journal. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2408997>

Fabozzi, F. J., Gupta, F., & Markowitz, H. M. (2002). The Legacy of Modern Portfolio Theory. *The Journal of Investing*, 11(3), 7–22.

Fasanya, I. O., Oyewole, O., & Dauda, M. (2023). Uncertainty due to infectious diseases and bitcoin-gold nexus: Evidence from a non-parametric causality-in-quantiles approach. *Resources Policy*, 82, 103549. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.103549>

Guesmi, K., Saadi, S., Abid, I., & Ftiti, Z. (2019). Portfolio diversification with virtual currency: Evidence from Bitcoin. *International Review of Financial Analysis*, 63, 431–437. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.03.004>

Ji, Q., Zhang, D., & Zhao, Y. (2020). Searching for safe-haven assets during the COVID-19 pandemic. *International Review of Financial Analysis*, 71, 101526. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2020.101526>

Jia, Z., Tiwari, S., Zhou, J., Farooq, M. U., & Fareed, Z. (2023). Asymmetric nexus between Bitcoin, gold resources and stock market returns: Novel findings from quantile estimates. *Resources Policy*, 81, 103405. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.103405>

Kajtazi, A., & Moro, A. (2019). The role of bitcoin in well diversified portfolios: A comparative global study. *International Review of Financial Analysis*, 61, 143–157. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.10.003>

Khaki, A., Prasad, M., Al-Mohamad, S., Bakry, W., & Vo, X. V. (2023). Re-evaluating portfolio diversification and design using cryptocurrencies: Are decentralized cryptocurrencies enough? *Research in International Business and Finance*, 64, 101823. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2022.101823>

Klein, T., Pham Thu, H., & Walther, T. (2018). Bitcoin is not the New Gold – A comparison of volatility, correlation, and portfolio performance. *International Review of Financial Analysis*, 59, 105–116. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.07.010>

Kwon, J. H. (2020). Tail behavior of Bitcoin, the dollar, gold and the stock market index. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 67, 101202. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2020.101202>

Lashkaripour, M. (2024). Some stylized facts about bitcoin halving. *Finance Research Letters*, 69, 106198. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2024.106198>

Liu, P., & Yuan, Y. (2024). Is Bitcoin a hedge or safe-haven asset during the period of turmoil? Evidence from the currency, bond and stock markets. *International Review of Financial Analysis*, 96, 103663. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2024.103663>

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.2307/2975974>

Nakamoto, S. (2008). Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system. <https://ssrn.com/abstract=3440802>

Rodriguez, H., & Colombo, J. (2025). Is bitcoin an inflation hedge? *Journal of Economics and Business*, 133, 106218. <https://doi.org/10.1016/j.jeconbus.2024.106218>

Saeedi, A., & Al-Fattal, A. (2025). Examining trust in cryptocurrency investment: Insights from structural equation modeling. *Technological Forecasting & Social Change*, 210, 123882. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2024.123882>

Smales, L. A. (2019). Bitcoin as a safe haven: Is it even worth considering? *Finance Research Letters*, 30, 385–393. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.11.002>

Ustaoglu, E. (2023). Diversification, hedge, and safe-haven properties of gold and bitcoin with portfolio implications during the Russia–Ukraine war. *Resources Policy*, 84, 103791. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.103791>

Wu, S., Tong, M., Yang, Z., & Derbali, A. (2019). Does gold or Bitcoin hedge economic policy uncertainty? *Finance Research Letters*, 31, 171–178. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.04.001>

Wüstenfeld, J., & Geldner, T. (2022). Economic uncertainty and national bitcoin trading activity. *The North American Journal of Economics and Finance*, 59, 101625. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2021.101625>

Les caractéristiques et informations techniques relatives aux ETF utilisés dans cette étude ont été directement extraites des fiches produits officielles publiées par les sociétés de gestion concernées :

#### SXR8 - iShares Core S&P 500 UCITS ETF (USD)

- Fournisseur : iShares (BlackRock)
- Source : <https://www.ishares.com/fr> (1/05/2025)
- Données historiques : <https://www.investing.com> (1/05/2025)

#### TLT - iShares 20+ Year Treasury Bond ETF (USD)

- Fournisseur : iShares (BlackRock)
- Source : <https://www.ishares.com/us> (1/05/2025)
- Données historiques : <https://www.investing.com> (1/05/2025)

#### C50U - Amundi EURO STOXX 50 UCITS ETF (USD)

- Fournisseur : Amundi Asset Management
- Source : <https://www.amundietf.fr> (1/05/2025)
- Données historiques : <https://www.investing.com> (1/05/2025)

#### EUNM - iShares MSCI EM UCITS ETF (USD)

- Fournisseur : iShares (BlackRock)
- Source : <https://www.ishares.com/fr> (1/05/2025)
- Données historiques : <https://www.investing.com> (1/05/2025)

#### GOLD - Gold Jun 25 (GC=F) (USD)

- Données historiques : <https://www.investing.com> (1/05/2025)

#### BTC – Bitcoin (USD)

- Données historiques : <https://www.investing.com> (1/05/2025)



## ANNEXES

---

### ANNEXE 1 – CODE MATLAB

```
%% 1. Chargement des données
clear; clc; close all;

filename = 'DATA.xlsx';

 [~, sheets] = xlsfinfo(filename);
 n_assets = numel(sheets);
 assets = sheets;

 data_struct = cell(n_assets, 1);
 dates_list = cell(n_assets, 1);

for i = 1:n_assets

    data = readtable(filename, 'Sheet', sheets{i}, 'ReadVariableNames', false);

    dates = datetime(data{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yy');
    prix = data{:,2};

    if iscell(prix)
        prix = cellfun(@str2double, prix);
    end

    data_struct{i} = table(dates, prix);
    dates_list{i} = dates;

end
%Dates communes
common_dates = dates_list{1};
for i = 2:n_assets
    common_dates = intersect(common_dates, dates_list{i});
end

prices_matrix = NaN(length(common_dates), n_assets);
for i = 1:n_assets

    [~, idx1, idx2] = intersect(common_dates, data_struct{i}.dates);

    temp_prices = NaN(length(common_dates), 1);
    temp_prices(idx1) = data_struct{i}.prix(idx2);

    prices_matrix(:, i) = temp_prices;
end

final_data = array2table(prices_matrix, 'VariableNames', sheets);
final_data.Date = common_dates;
final_data = [final_data(:, end), final_data(:, 1:end-1)];

% Définition des phases économiques

dates = final_data.Date;

periode_globale = (dates >= datetime(2017,1,3)) & (dates <= datetime(2024,12,31));
```

```

periode_covid    = (dates >= datetime(2019,12,1)) & (dates <=
datetime(2020,12,31));
periode_ukraine = (dates >= datetime(2021,12,1)) & (dates <=
datetime(2022,09,30));

crises = [
    datetime(2019,12,1), datetime(2020,12,31);
    datetime(2021,12,1), datetime(2022,09,30);
];

phases_journalier = strings(length(dates),1);

phases_journalier(periode_covid)    = "Covid-19";
phases_journalier(periode_ukraine) = "Ukraine";
phases_journalier(~(periode_covid | periode_ukraine)) = "Hors-crise";

% Importation des indicateurs macroéconomiques

fichier_macro = 'indicateursMacro.xlsx';

feuilles = {
    'GDP_Q', 'PIB (trimestriel)';
    'CPI_M', 'Inflation (% annuel)';
    'CoreCPI_M', 'Core CPI (mensuel)';
    'UnemploymentRate_M', 'Taux de chômage (en %)';
    'IndustrialProduction_M', 'Production industrielle (mensuel)';
};

pays = {'United_States', 'Advanced_Economies', 'World_WBG_members'};
legendes_base = {'USA', 'Éco. avancées', 'Monde'};
couleurs = lines(length(pays));

for k = 1:size(feuilles, 1)
    feuille = feuilles{k,1};
    titre = feuilles{k,2};

    T = readtable(fichier_macro, 'Sheet', feuille);
    dates1 = datetime(T{:,1}, 'InputFormat', 'MMM-yyyy', 'Locale', 'fr_FR');

    figure('Name', titre); hold on;
    legendes = {};

    for i = 1:length(pays)
        pays_nom = pays{i};
        if any(strcmp(pays_nom, T.Properties.VariableNames))
            plot(dates1, T.(pays_nom), 'LineWidth', 1.2, 'Color', couleurs(i,:));
            legendes{end+1} = legendes_base{i};
        end
    end

    if any(strcmp('Belgium', T.Properties.VariableNames))
        plot(dates1, T.Belgium, '--k', 'LineWidth', 1);
        legendes{end+1} = 'Belgique';
    end

    ymin = min(min(T{:,2:end}));  

    ymax = max(max(T{:,2:end}));  


```

```

for c = 1:size(crises,1)
    area([crises(c,1), crises(c,2)], [1.03*ymax 1.03*ymax], 0.97*ymin, ...
          'FaceColor', [1 0.7 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.2);
end

grid on; xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel(titre, 'FontSize', 9);
title(['Évolution : ' titre]);
set(gca, 'FontSize', 8)
legend(legendes, 'Location', 'best');
ylim([0.97*ymin 1.03*ymax])
hold off;

end

% Taux de croissance pour PIB et Production industrielle

feuilles2 = {
    'GDP_Q', 'PIB (trimestriel)', 'trimestriel';
    'IndustrialProduction_M', 'Production industrielle', 'mensuel';
};

for k = 1:size(feuilles2, 1)
    feuille = feuilles2{k,1};
    titre = feuilles2{k,2};
    frequence = feuilles2{k,3};

    T = readtable(fichier_macro, 'Sheet', feuille);
    dates2 = datetime(T{2:end,1}, 'InputFormat', 'MMM-yyyy', 'Locale', 'fr_FR');

    figure('Name', ['Croissance - ' titre]); hold on;
    legendes = {};

    for i = 1:length(pays)
        col = pays{i};
        if any(strcmp(T.Properties.VariableNames, col))
            valeurs = T.(col);
            croissance = diff(log(valeurs)) * 100;
            plot(dates2, croissance, 'LineWidth', 1.2, 'Color', couleurs(i,:));
            legendes{end+1} = legendes_base{i};
        end
    end

    ymin = min(min(diff(log(T{:,2:end}))*100));
    ymax = max(max(diff(log(T{:,2:end}))*100));
    for c = 1:size(crises,1)
        area([crises(c,1), crises(c,2)], [1.03*ymax 1.03*ymax], 1.03*ymin, ...
              'FaceColor', [1 0.7 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.2);
    end

    grid on;
    xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel('Taux de croissance (en %)', 'FontSize',
9);
    title(['Taux de croissance : ' titre]);
    set(gca, 'FontSize', 8)
    legend(legendes, 'Location', 'best');
    ylim([1.03*ymin 1.03*ymax])

    hold off;

```

```

end

% Importation du taux US 1M

feuille_taux = 'US_1M';
T_taux = readtable(fichier_macro, 'Sheet', feuille_taux);

dates_taux = datetime(T_taux{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yyyy');

taux_US1M = str2double(string(T_taux{:,2}));

rf_journalier = interp1(dates_taux, taux_US1M, common_dates, 'previous',
'extrap');

figure; hold on;

ymin = min(rf_journalier);
ymax = max(rf_journalier);

for c = 1:size(crises,1)
    area([crises(c,1), crises(c,2)], [1.03*ymax 1.03*ymax], 0.97*ymin, ...
        'FaceColor', [1 0.7 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.2);
end

plot(common_dates, rf_journalier, 'b-', 'LineWidth', 1.5);

title('Taux sans risque interpolé : US 1M');
xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel('Taux (en %)', 'FontSize', 9);
set(gca, 'FontSize', 8);
grid on;
ylim([0.97*ymin 1.03*ymax])

hold off;

%% 2. Calcul des rendements

assets = final_data.Properties.VariableNames(2:end);
prices = table2array(final_data(:, 2:end));
dates = final_data.Date;

idx_start = dates >= datetime(2017,1,3);
prices = prices(idx_start, :);
dates = dates(idx_start);
common_dates = dates;

rendements = (prices(2:end, :) - prices(1:end-1, :)) ./ prices(1:end-1, :);
dates_rend = dates(2:end);

rendements_cumules = cumsum(rendements);

figure;
plot(dates_rend, rendements_cumules * 100, 'LineWidth', 0.8);
grid on;
xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel('Rendement cumulé (en %)', 'FontSize', 9);
set(gca, 'FontSize', 8);
title('Rendements cumulés des actifs principaux');

```

```

legend(assets, 'Location', 'northwest');

%% 2.2 Matrice de covariance et de corrélation

% Matrice de covariance
cov_matrice = cov(rendements);
disp('Matrice de covariance des actifs :');
disp(cov_matrice);

% Matrice de corrélation
corr_matrice = corrcoef(rendements);
disp('Matrice de corrélation des actifs :');
disp(corr_matrice);

figure;
heatmap(assets, assets, corr_matrice, 'Colormap', parula, 'ColorLimits', [-1 1]);
title('Matrice de corrélation des actifs');
xlabel('Actifs'); ylabel('Actifs');
set(gca, 'FontSize', 8);

%% 2.3 Graphique Rendement vs Volatilité

nb_jours_par_an = 252;

rendements_annuels = mean(rendements) * nb_jours_par_an * 100;
volatilites_annuelles = std(rendements) * sqrt(nb_jours_par_an) * 100;

figure;
scatter(volatilites_annuelles, rendements_annuels, 60, 'filled');
text(volatilites_annuelles + 0.5, rendements_annuels, assets, 'FontSize', 8);
grid on;
xlabel('Volatilité annuelle (en %)', 'FontSize', 9);
ylabel('Rendement annuel moyen (en %)', 'FontSize', 9);
title('Position des actifs : Rendement vs Volatilité');

%% 2.4 Comparaison des rendements cumulés : BTC vs S&P500 vs Eurostoxx50

idx_btc = strcmp(assets, 'BTC');
prix_btc = prices(:, idx_btc);

T_sp500 = readtable('indicateursMacro.xlsx', 'Sheet', 'S&P500',...
    'ReadVariableNames', false);
dates_sp500 = datetime(T_sp500{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yy');
prix_sp500 = str2double(string(T_sp500{:,2}));

T_stoxx = readtable('indicateursMacro.xlsx', 'Sheet', 'STOXX50E',...
    'ReadVariableNames', false);
dates_stoxx = datetime(T_stoxx{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yy');
prix_stoxx = str2double(string(T_stoxx{:,2}));

prix_sp500_aligne = interp1(dates_sp500, prix_sp500, dates, 'previous', 'extrap');
prix_stoxx_aligne = interp1(dates_stoxx, prix_stoxx, dates, 'previous', 'extrap');

rend_btc = (prix_btc(2:end) - prix_btc(1:end-1)) ./ prix_btc(1:end-1);
rend_sp500 = (prix_sp500_aligne(2:end) - prix_sp500_aligne(1:end-1)) ./ ...
    prix_sp500_aligne(1:end-1);
rend_stoxx = (prix_stoxx_aligne(2:end) - prix_stoxx_aligne(1:end-1)) ./ ...
    
```

```

prix_stoxx_aligne(1:end-1);

rend_cumule_btc = cumsum(rend_btc);
rend_cumule_sp500 = cumsum(rend_sp500);
rend_cumule_stoxx = cumsum(rend_stoxx);

figure; hold on;

ymin = min([rend_cumule_btc; rend_cumule_sp500; rend_cumule_stoxx]) * 100;
ymax = max([rend_cumule_btc; rend_cumule_sp500; rend_cumule_stoxx]) * 100;

for c = 1:size(crises,1)
    area([crises(c,1), crises(c,2)], [1.05*ymax 1.05*ymax], 1.5*ymin, ...
        'FaceColor', [1 0.7 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.3);
end

h1 = plot(dates_rend, rend_cumule_btc * 100, 'LineWidth', 0.8);
h2 = plot(dates_rend, rend_cumule_sp500 * 100, '--', 'LineWidth', 0.8);
h3 = plot(dates_rend, rend_cumule_stoxx * 100, '-.', 'LineWidth', 0.8);

hold off;
grid on;
xlabel('Date', 'FontSize', 9);
ylabel('Rendement cumulé (en %)', 'FontSize', 9);
ylim([1.5*ymin 1.05*ymax])
title('Comparaison des rendements cumulés : BTC vs S&P500 vs Eurostoxx50');
legend([h1 h2 h3], {'BTC', 'S&P500', 'STOXX50E'}, 'Location', 'northwest');

%% 2.5 Comparaison des rendements cumulés : Actifs vs S&P500 vs Eurostoxx50

idx_btc = strcmp(assets, 'BTC');
prices_sans_btc = prices(:, ~idx_btc);
assets_sans_btc = assets(~idx_btc);

prices_complet = [prices_sans_btc, prix_sp500_aligne, prix_stoxx_aligne];
assets_complet = [assets_sans_btc, {'S&P500', 'STOXX50E'}];

rendements_complet = (prices_complet(2:end,:) - prices_complet(1:end-1,:)) ./...
    prices_complet(1:end-1,:);
dates_rend_complet = dates(2:end);

rendements_cumules_complet = cumsum(rendements_complet);

figure; hold on;

ymin = min(rendements_cumules_complet(:)) * 100;
ymax = max(rendements_cumules_complet(:)) * 100;

for c = 1:size(crises,1)
    area([crises(c,1), crises(c,2)], [1.03*ymax 1.03*ymax], 1.2*ymin, ...
        'FaceColor', [1 0.7 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.3);
end

h = plot(dates_rend_complet, rendements_cumules_complet(:,1:5) * 100, ...
    'LineWidth', 0.8);

h = [h ;plot(dates_rend_complet, rendements_cumules_complet(:,6:7) * 100, ...
    ':' , 'LineWidth', 1.5)];

```

```

hold off;
grid on;
xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel('Rendement cumulé (en %)', 'FontSize', 9);
ylim([1.2*ymin 1.03*ymax])
title('Comparaison des rendements cumulés : Actifs hors BTC + S&P500 + Eurostoxx50');
legend(h, assets_complet, 'Location', 'northwest');

%% 2.6 Calcul du Ratio de Sharpe annualisé

T_taux = readtable('indicateursMacro.xlsx', 'Sheet', 'US_1M',...
    'ReadVariableNames', false);
dates_us1m = datetime(T_taux{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yyyy');
taux_us1m = str2double(string(T_taux{:,2}));

rf_annual = interp1(dates_us1m, taux_us1m, dates, 'previous', 'extrap');
rf_moyen_annual = mean(rf_annual) / 100;

mean_returns_ann = mean(rendements) * 252;
vol_returns_ann = std(rendements) * sqrt(252);

sharpe_ratios_ann = (mean_returns_ann - rf_moyen_annual) ./ vol_returns_ann;

%% 2.7 Évolution des prix normalisés

prices = table2array(final_data(:,2:end));
dates_prices = final_data.Date;

prices_norm = prices ./ prices(1,:);

figure;
hold on;
plot(dates_prices, prices_norm, 'LineWidth', 1);
hold off;
grid on;
xlabel('Date', 'FontSize', 9);
ylabel('Prix normalisé (base 1)', 'FontSize', 9);
title('Évolution normalisée des prix des actifs (base 1 au 03/01/2017)');
legend(assets, 'Location', 'northwest');
set(gca, 'FontSize', 8);

%% 2.8 Corrélations glissantes BTC et Or avec S&P500

T_sp500 = readtable('indicateursMacro.xlsx', 'Sheet', 'S&P500',...
    'ReadVariableNames', false);
dates_sp500 = datetime(T_sp500{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yy');
prix_sp500 = str2double(string(T_sp500{:,2}));
prix_sp500_aligne = interp1(dates_sp500, prix_sp500, dates, 'previous', 'extrap');

rend_sp500 = (prix_sp500_aligne(2:end) - prix_sp500_aligne(1:end-1)) ./...
    prix_sp500_aligne(1:end-1);

idx_btc = strcmp(assets, 'BTC');

```

```

idx_gold = strcmp(assets, 'GOLD');
rend_btc = rendements(:, idx_btc);
rend_gold = rendements(:, idx_gold);

corr_btc = NaN(length(rend_sp500),1);
corr_gold = NaN(length(rend_sp500),1);

window_size = 180; %Nb jours

for t = window_size:length(rend_sp500)

    temp_rend_btc = rend_btc(t-window_size+1:t);
    temp_rend_sp500 = rend_sp500(t-window_size+1:t);
    corr_btc(t) = corr(temp_rend_btc, temp_rend_sp500, 'Rows', 'complete');

    temp_rend_gold = rend_gold(t-window_size+1:t);
    temp_rend_sp500 = rend_sp500(t-window_size+1:t);
    corr_gold(t) = corr(temp_rend_gold, temp_rend_sp500, 'Rows', 'complete');

end

figure;
yyaxis left
plot(dates_rend, corr_btc, '--', 'LineWidth', 1.2, 'Color', [0.2 0.6 1]);
ylabel('Corrélation BTC / S&P500', 'FontSize', 9)

yyaxis right
plot(dates_rend, corr_gold, '--', 'LineWidth', 1.2, 'Color', [1 0.5 0.2]);
ylabel('Corrélation GOLD / S&P500', 'FontSize', 9)

title('Corrélations glissantes avec S&P500 : BTC et Or');
xlabel('Date');
grid on;
ylim([-1 1]);

ymin = -1;
ymax = 1;
hold on;

for c = 1:size(crises,1)
    area([crises(c,1), crises(c,2)], [ymax ymax], ymin, ...
          'FaceColor', [1 0.7 0.7], 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.3);
end
plot([dates_rend(50) dates_rend(end)], [0 0], 'k:', 'LineWidth', 0.5)
xlim([datetime(2017,04,03) datetime(2024,12,31)])
set(gca, 'FontSize', 8);
hold off;
legend({'BTC / S&P500', 'Gold / S&P500'}, 'Location', 'best');

%% 2.9 Comparaison des distributions (normalisées) avec une loi normale

nb_assets = length(assets);
nb_cols = 2;
nb_rows = ceil(nb_assets / nb_cols);

x_min = -5;
x_max = 5;
y_max = 0;

```

```

x_vals = linspace(x_min, x_max, 300);
y_vals = normpdf(x_vals, 0, 1);
y_max = max(y_vals);

figure('Name', 'Distributions Normalisées : Rendements vs Loi Normale', 'Color',
'w');
tiledlayout(nb_rows, nb_cols, 'Padding', 'compact', 'TileSpacing', 'compact');

for i = 1:nb_assets
    nexttile;

    data = rendements(:, i);
    mu = mean(data, 'omitnan');
    sigma = std(data, 'omitnan');
    zdata = (data - mu) / sigma;

    histogram(zdata, 40, 'Normalization', 'pdf', ...
        'FaceColor', [0.2 0.6 1], 'FaceAlpha', 0.6, 'EdgeColor', 'g');
    hold on;

    plot(x_vals, y_vals, 'k-', 'LineWidth', 1.2);

    title(assets{i}, 'Interpreter', 'none');
    if i >= nb_assets - 1
        xlabel('Rendement normalisé', 'FontSize', 9);
    end
    if mod(i-1, nb_cols) == 0
        ylabel('Densité', 'FontSize', 9);
    end
    grid on;
    xlim([-4, 4]);
    ylim([0, 0.7]);
end

%% 2.10 Comparaison des distributions avec une loi normale

nb_assets = length(assets);
nb_cols = 2;
nb_rows = ceil(nb_assets / nb_cols);

all_data = rendements(:, );
x_min = min(all_data);
x_max = max(all_data);
y_max = 0;

for i = 1:nb_assets
    mu = mean(rendements(:, i), 'omitnan');
    sigma = std(rendements(:, i), 'omitnan');
    x_vals = linspace(x_min, x_max, 300);
    y_vals = normpdf(x_vals, mu, sigma);
    y_max = max([y_max; y_vals(:)]);
end

figure('Name', 'Distributions : Rendements vs Normales', 'Color', 'w');
tiledlayout(nb_rows, nb_cols, 'Padding', 'compact', 'TileSpacing', 'compact');

for i = 1:nb_assets

```

```

nexttile;

data = rendements(:, i);
mu = mean(data, 'omitnan');
sigma = std(data, 'omitnan');

histogram(data, 40, 'Normalization', 'pdf', ...
    'FaceColor', [0.2 0.6 1], 'FaceAlpha', 0.6, 'EdgeColor', 'g');
hold on;

x_vals = linspace(x_min, x_max, 300);
y_vals = normpdf(x_vals, mu, sigma);
plot(x_vals, y_vals, 'k-', 'LineWidth', 1.2);

title(assets{i});
if i==6 || i==5
    xlabel('Rendement journalier', 'FontSize', 9);
end
if i==1 || i==3 || i==5
    ylabel('Fréquence', 'FontSize', 9);
end
grid on;
xlim([x_min, x_max]);
ylim([0, y_max]);

end

```

```

n_assets = size(rendements, 2);
skew_vals = zeros(1, n_assets);
kurt_vals = zeros(1, n_assets);

for i = 1:n_assets
    r = rendements(:, i);
    r = r(~isnan(r));

    skew_vals(i) = skewness(r);
    kurt_vals(i) = kurtosis(r);
end

T_stats = table(assets(:, ), skew_vals', kurt_vals', ...
    'VariableNames', {'Actif', 'Skewness', 'Kurtosis'});

```

## %% 2.11 Évolution du cours de l'or

```

T_gold = readtable('DATA.xlsx', 'Sheet', 'GOLD', 'ReadVariableNames', false);
dates_gold = datetime(T_gold{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yyyy');
prix_gold = str2double(string(T_gold{:,2}));

figure('Name', 'Évolution du cours de l\'or', 'Color', 'w');
plot(dates_gold, prix_gold, 'Color', [0.9 0.7 0.1], 'LineWidth', 1.2);
xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel('Prix de l\'or (USD)', 'FontSize', 9);
title('Évolution du cours de l\'or (GC=F) entre 2017 et 2024');
grid on;
xlim([datetime(2017,1,1) datetime(2024,3,31)]);

```

## %% 2.12 Évolution du cours du Bitcoin

```

T_btc = readtable('DATA.xlsx', 'Sheet', 'BTC', 'ReadVariableNames', false);
dates_btc = datetime(T_btc{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yyyy');
prix_btc = str2double(string(T_btc{:,2}));

figure('Name', 'Évolution du cours du Bitcoin', 'Color', 'w');
plot(dates_btc, prix_btc, 'Color', [0.2 0.6 1], 'LineWidth', 1.2);
xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel('Prix du Bitcoin (USD)', 'FontSize', 9);
title('Évolution du cours du Bitcoin (BTC) entre 2017 et 2024');
grid on;
xlim([datetime(2017,1,1) datetime(2024,3,31)]);

set(gca, 'FontSize', 8);

%% 2.13 Volatilité BTC
window = 60;
annual_factor = sqrt(252);

T_btc = readtable('DATA.xlsx', 'Sheet', 'BTC', 'ReadVariableNames', false);
dates_btc = datetime(T_btc{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yy');
prix_btc = str2double(string(T_btc{:,2}));

T_sp = readtable('indicateursMacro.xlsx', 'Sheet', 'S&P500', ...
    'ReadVariableNames', false);
dates_sp = datetime(T_sp{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yy');
prix_sp = str2double(string(T_sp{:,2}));

[common_dates, ia, ib] = intersect(dates_btc, dates_sp);
prix_btc = prix_btc(ia);
prix_sp = prix_sp(ib);
dates = common_dates;

r_btc = diff(prix_btc)./prix_btc(1:end-1);
r_sp = diff(prix_sp)./prix_sp(1:end-1);
dates_vol = dates(2:end);

vol_btc = movstd(r_btc, window) * annual_factor;
vol_sp = movstd(r_sp, window) * annual_factor;

figure('Name', 'Volatilité : Bitcoin vs S&P500', 'Color', 'w');
plot(dates_vol, vol_btc*100, 'b', 'LineWidth', 1); hold on;
plot(dates_vol, vol_sp*100, 'k', 'LineWidth', 1);
title('Volatilité glissante (60 jours) - Bitcoin vs S&P500');
xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel('Volatilité (en %)', 'FontSize', 9);
legend({'Bitcoin', 'S&P500'}, 'Location', 'northwest');
grid on; xlim([datetime(2017,1,1) datetime(2024,3,31)]);

%% 2.14 Volatilité Or
T_gold = readtable('DATA.xlsx', 'Sheet', 'GOLD', 'ReadVariableNames', false);
dates_gold = datetime(T_gold{:,1}, 'InputFormat', 'dd-MM-yy');
prix_gold = str2double(string(T_gold{:,2}));

[common_dates, ia, ib] = intersect(dates_gold, dates_sp);
prix_gold = prix_gold(ia);
prix_sp2 = prix_sp(ib);
dates2 = common_dates;

r_gold = diff(prix_gold)./prix_gold(1:end-1);

```

```

r_sp2 = diff(prix_sp2)./prix_sp2(1:end-1);
dates_vol2 = dates2(2:end);

vol_gold = movstd(r_gold, window) * annual_factor;
vol_sp2 = movstd(r_sp2, window) * annual_factor;

figure('Name','Volatilité : Or vs S&P500','Color','w');
plot(dates_vol2, vol_gold*100, 'Color', [0.9 0.7 0.1], 'LineWidth', 1); hold on;
plot(dates_vol2, vol_sp2*100, 'k', 'LineWidth', 1);
title('Volatilité glissante (60 jours) : Or vs S&P500');
xlabel('Date', 'FontSize', 9); ylabel('Volatilité (en %)', 'FontSize', 9);
legend({'Or', 'S&P500'}, 'Location', 'northwest');
grid on; xlim([datetime(2017,1,1) datetime(2024,3,31)]);

%% 2.15 Calcul des matrices de corrélation pour chaque période

periode_noms = {'Période Globale', 'Covid-19', 'Crise Ukraine'};
periode_globale2 = periode_globale(2:end,:);
periodes = {periode_globale2, periode_covid, periode_ukraine};
n_periodes = numel(periodes);
correls_moyennes = zeros(n_periodes, 1);
correls_vals = cell(n_periodes, 1);

for i = 1:n_periodes
    idx = periodes{i};
    corr_mat = corrcoef(rendements(idx, :));

    vals = corr_mat(triu(true(size(corr_mat)), 1));
    correls_vals{i} = vals;
    correls_moyennes(i) = mean(vals);
end

figure('Name','Distribution des corrélations','Color','w');
boxplot(cell2mat(correls_vals), ...
    repelem(periode_noms, cellfun(@numel, correls_vals))');
ylabel('Corrélation');
title('Distribution des corrélations entre actifs par période');
grid on;

%% 3. Optimisation des portefeuilles et tracé des frontières efficientes

scenarii = {
    'Avec BTC seulement', ~strcmp(assets, 'GOLD');
    'Tous les actifs', ~strcmp(assets, 'TOUT');
    'Sans BTC ni Or', ~ismember(assets, {'BTC', 'GOLD'});
    'Avec Or seulement', ~strcmp(assets, 'BTC');
};

colors = lines(size(scenarii,1));

% --- Définition des périodes
periodes = {
    'Période Globale', periode_globale2 ;
    'Covid-19', periode_covid ;
    'Crise Ukraine', periode_ukraine ;
} ;

```

```

resume_perf = {};
resume_Min = [];
resume_Max = [];

options = optimoptions('quadprog', 'Display','off');
colors = lines(size(scenarii,1));

nb_pts = 300;

for p = 1:size(periodes,1)

periode_nom = periodes{p,1};
idx_periode = periodes{p,2};

figure('Name', ['Frontière efficiente - ' periode_nom], 'Color', 'w');
hold on;
xlabel('Volatilité (Écart-type)', 'FontSize', 9);
ylabel('Rendement espéré (journalier)', 'FontSize', 9);
title(['Frontière efficiente - ' periode_nom], 'FontSize', 10);
grid on;
set(gca, 'FontSize', 8);

rf_annualise = mean(rf_journalier(idx_periode));
rf = (1 + rf_annualise / 1)^(1/252) - 1;

for s = 1:size(scenarii,1)

scenario_nom = scenarii{s,1};
selection = scenarii{s,2};

rendements_sel = rendements(idx_periode, selection);
mu = mean(rendements_sel)';
sigma = cov(rendements_sel);
n = length(mu);

N_simul = 1500;
poids = rand(N_simul, n);
poids = poids ./ sum(poids, 2);
rendements_simul = poids * mu;
volatilites_simul = sqrt(sum((poids * sigma) .* poids, 2));

SC1(s) = scatter(volatilites_simul, rendements_simul, 6, ...
    colors(s,:), 'filled', 'MarkerFaceAlpha', 0.3, 'MarkerEdgeAlpha', 0.3);

r_m = mean(rendements_simul);
r_sd = std(rendements_simul);

if p == 3
    multi1 = 35 ;
    multi2 = 6 ;
else
    multi1 = 6 ;
    multi2 = 6 ;
end

target_rend = linspace(r_m - multi1*r_sd, r_m + multi2*r_sd, nb_pts)';

```

```

volatilites_opt = NaN(nb_pts,1);
poids_opt = NaN(n, nb_pts);

for j = 1:nb_pts
    Aeq = [ones(1,n); mu'];
    beq = [1; target_rend(j)];
    f = zeros(n,1);
    lb = zeros(n,1);

    [w_opt, ~, exitflag] = quadprog(2*sigma, f, [], [], Aeq, beq, ...
        lb, [], [], options);
    if exitflag == 1 && all(w_opt >= -1e-6)
        poids_opt(:,j) = max(w_opt, 0);
        volatilites_opt(j) = sqrt(w_opt' * sigma * w_opt);
    end
end

valid = ~isnan(volatilites_opt);
target_rend = target_rend(valid);
volatilites_opt = volatilites_opt(valid);
poids_opt = poids_opt(:, valid);

PL1(s) = plot(volatilites_opt, target_rend, ' - ', 'Color', ...
    colors(s,:), 'LineWidth', 1.2, 'DisplayName', scenario_nom);

[~, idx_min] = min(volatilites_opt);

sharpe = (target_rend - rf) ./ volatilites_opt;
sharpe(~isfinite(sharpe)) = -Inf;
[~, idx_max] = max(sharpe);

w_minvar = poids_opt(:,idx_min);
port_rend_min = rendements(idx_periode, selection) * w_minvar;
rdt_min = mean(port_rend_min)*252*100;
vol_min = std(port_rend_min)*sqrt(252)*100;
sharpe_min = (mean(port_rend_min) - rf) / std(port_rend_min) * sqrt(252);

resume_perf = [resume_perf; {periode_nom, scenario_nom, 'MinVar',...
    rdt_min, vol_min, sharpe_min}];
resume_Min = [resume_Min; [rdt_min, vol_min, sharpe_min]];

sharpe_ratios = (target_rend - rf) ./ volatilites_opt;
sharpe_ratios(~isfinite(sharpe_ratios)) = -Inf;

w_maxsharpe = poids_opt(:,idx_max);
port_rend_max = rendements(idx_periode, selection) * w_maxsharpe;
rdt_max = mean(port_rend_max)*252*100;
vol_max = std(port_rend_max)*sqrt(252)*100;
sharpe_max = (mean(port_rend_max) - rf) / std(port_rend_max) * sqrt(252);

resume_perf = [resume_perf; {periode_nom, scenario_nom, 'MaxSharpe',...
    rdt_max, vol_max, sharpe_max}];
resume_Max = [resume_Max; [rdt_max, vol_max, sharpe_max]];

end
legend([PL1], {scenarii{:,1}}, 'Location', 'best');
hold off;

end

```