

Implementation of Anisotropic Diffusivity in a 2D Shallow Water Pollutant Transport Model

Auteur : Borbouse, Charlotte

Promoteur(s) : Dewals, Benjamin

Faculté : Faculté des Sciences appliquées

Diplôme : Master en ingénieur civil physicien, à finalité approfondie

Année académique : 2024-2025

URI/URL : <http://hdl.handle.net/2268.2/23201>

Avertissement à l'attention des usagers :

Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative"(BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.

Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.



Master Thesis Summary
Academic Year 2024–2025

Title: *Implementation of Anisotropic Diffusivity in a 2D Shallow Water Pollutant Transport Model*
Author: Charlotte Borbouse
Section: Master of Science in Engineering Physics
Supervisor: Prof. Benjamin Dewals

Abstract: This thesis investigates the modelling of pollutant transport in flooded urban environments using a two-dimensional shallow water advection-diffusion framework. The numerical model is based on a finite-volume discretization and incorporates both isotropic and anisotropic diffusion tensors. A particular focus is placed on distinguishing between longitudinal and transverse diffusion, and evaluating their respective influence on the simulated pollutant spreading.

The advection term is discretized using various numerical schemes, including a first-order upwind method and a second-order flux-limited scheme. Their impact on accuracy and numerical diffusion is assessed through benchmark tests involving analytical solutions. The model is then applied to replicate experimental scenarios from the M.U.R.I. platform at INRAE (Lyon), using both time-averaged and fully unsteady hydrodynamic fields generated by the Wolf 2D model.

A sensitivity analysis is performed across a wide range of anisotropic diffusion coefficients. Results show that the longitudinal coefficient D_L has a predominant influence on the downstream elongation of the pollutant plume, while the transverse component D_T contributes to lateral dispersion. The spatial structure of the concentration field results from the combined effect of both coefficients, depending on the flow configuration and injection point. Although no universal relationship is observed, the anisotropy ratio D_L/D_T provides a useful metric to compare different configurations. For each test case, a ratio between 2.5 and 3.5 is typically associated with the best agreement with experimental data, reflecting the directional nature of pollutant transport in urban environments.

The study highlights the importance of both anisotropic calibration and the use of time-resolved hydrodynamics for accurately capturing pollutant dynamics in complex urban flows. It also underscores the trade-offs between numerical cost and physical realism, motivating future developments aimed at accelerating simulations and extending validation to additional configurations and injection points.

Keywords: Anisotropic diffusion, advection-diffusion, shallow water equations, pollutant transport, urban flooding, finite-volume method, numerical schemes, M.U.R.I. experiment, Wolf 2D



Résumé du Mémoire de Master

Année académique 2024–2025

Titre : *Implémentation d'une diffusivité anisotrope dans un modèle 2D de transport de polluants en eaux peu profondes*

Auteur : Charlotte Borbouse

Section : Master en Sciences de l'Ingénieur, orientation Physique

Promoteur : Prof. Benjamin Dewals

Résumé : Ce mémoire étudie la modélisation du transport de polluants en milieu urbain inondé à l'aide d'un modèle bidimensionnel basé sur les équations d'advection-diffusion en eaux peu profondes. Le modèle numérique repose sur une discrétisation par volumes finis, intégrant à la fois des tenseurs de diffusion isotrope et anisotrope. Une attention particulière est portée à la distinction entre diffusion longitudinale et transversale, ainsi qu'à leur influence sur la dispersion simulée du polluant.

Le terme d'advection est discrétisé à l'aide de plusieurs schémas numériques, incluant une méthode upwind du premier ordre et un schéma limité du second ordre. L'impact de ces choix sur la précision et la diffusion numérique est évalué au moyen de tests de validation impliquant des solutions analytiques. Le modèle est ensuite appliqué à des scénarios expérimentaux issus de la plateforme M.U.R.I. de l'INRAE (Lyon), en utilisant des champs hydrodynamiques moyens et instationnaires fournis par le modèle Wolf 2D.

Une analyse de sensibilité est menée sur un large éventail de coefficients de diffusion anisotrope. Les résultats montrent que le coefficient longitudinal D_L a une influence prépondérante sur l'allongement du panache dans la direction de l'écoulement, tandis que le coefficient transversal D_T contribue à la dispersion latérale. La structure spatiale du champ de concentration résulte de l'effet combiné de ces deux composantes, selon la configuration d'écoulement et le point d'injection considéré. Bien qu'aucune relation universelle ne soit observée, le ratio d'anisotropie D_L/D_T constitue un indicateur utile pour comparer les différentes configurations testées. Pour chaque cas d'étude, un ratio compris entre 2.5 et 3.5 est généralement associé à la meilleure concordance avec les données expérimentales, reflétant le caractère directionnel du transport en milieu urbain.

Ce travail met en évidence l'importance de la calibration anisotrope et de l'utilisation de champs hydrodynamiques instationnaires pour reproduire fidèlement les dynamiques de transport dans des écoulements urbains complexes. Il souligne également les compromis entre coût numérique et réalisme physique, et ouvre la voie à de futurs développements visant à accélérer les simulations et à étendre la validation à d'autres configurations et scénarios d'injection.

Mots-clés : diffusion anisotrope, advection-diffusion, équations d'eaux peu profondes, transport de polluants, inondation urbaine, méthode des volumes finis, schémas numériques, expérience M.U.R.I., Wolf 2D

Representative Illustrations of the Work

All simulations are performed using the numerical framework developed in Python, based on explicit finite-volume schemes and input fields from the Wolf 2D hydrodynamic model.

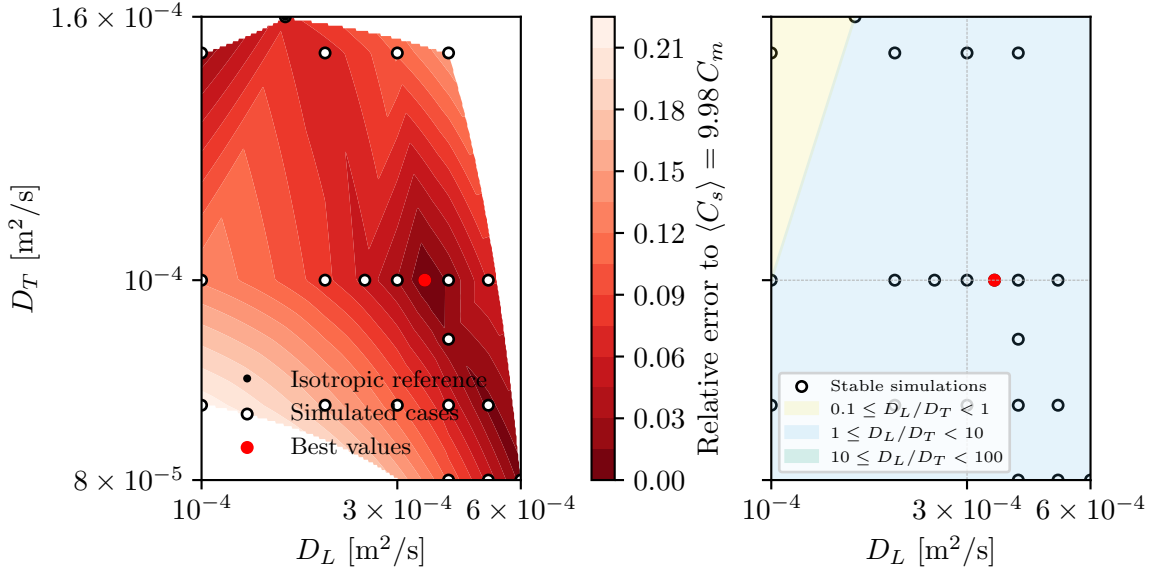


Figure 1: **Left:** Map of the relative concentration error [%] as a function of longitudinal and transverse diffusion coefficients D_L and D_T , respectively, for configuration **C1** under unsteady flow. The results are obtained using the second-order flux-limited scheme. The darker region indicates lower error and identifies the optimal anisotropic diffusion configuration. **Right:** Stability map showing completed (white circles) simulations. Diagonal bands indicate anisotropy ratios D_L/D_T in logarithmic scale.

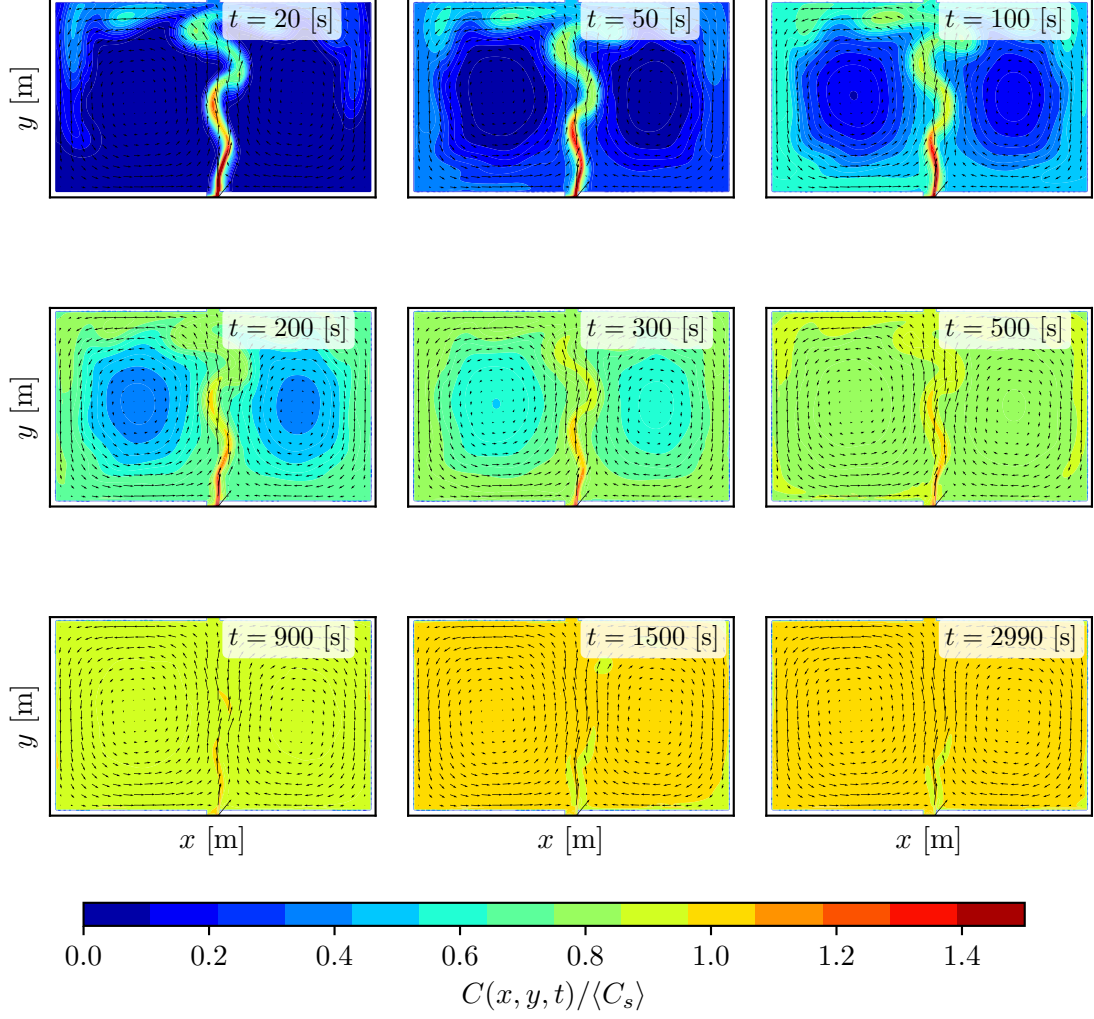


Figure 2: Spatio-temporal evolution of the pollutant plume in configuration **C1** under unsteady flow conditions. Each panel shows the normalized concentration field $C/\langle C_s \rangle$ at time t , with local flow velocity vectors overlaid as black arrows. The arrow lengths indicate the relative magnitude of the velocity field, and highlight the preferential transport directions. The simulation uses the optimal anisotropic diffusion coefficients $D_L = 3.5 \times 10^{-4} [\text{m}^2/\text{s}]$ and $D_T = 1.0 \times 10^{-4} [\text{m}^2/\text{s}]$.

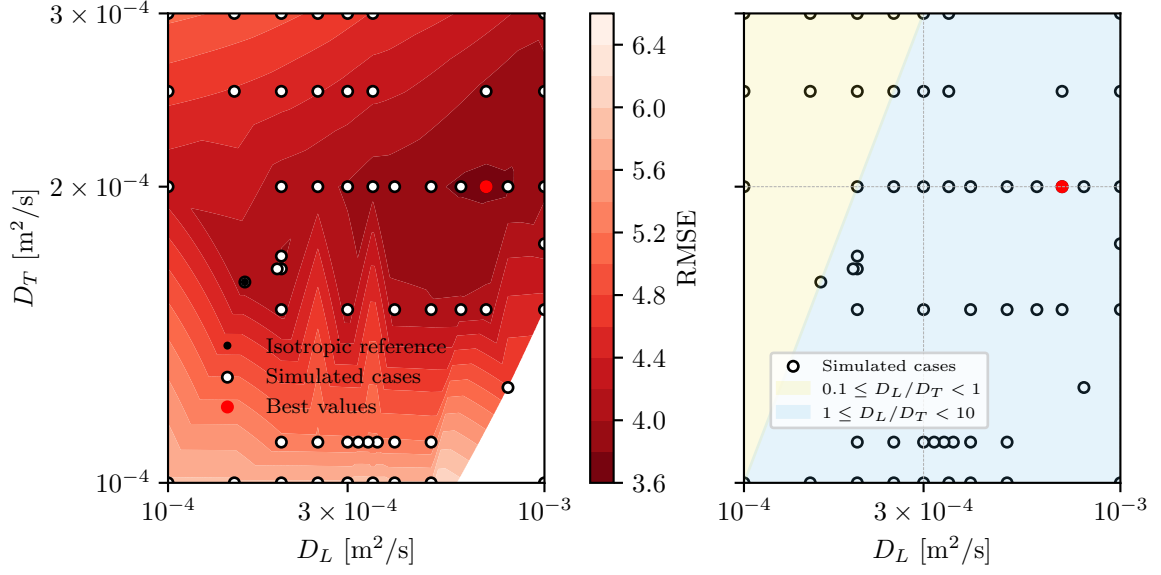


Figure 3: **Left:** Interpolated RMSE map for configuration **C0** under steady hydrodynamic conditions. Each point corresponds to a tested pair (D_L, D_T) , with the colour indicating the RMSE compared to experimental discharges. The red dot marks the best-performing configuration, and the black dot denotes the isotropic reference. **Right:** Distribution of tested configurations across anisotropy ratio regimes.

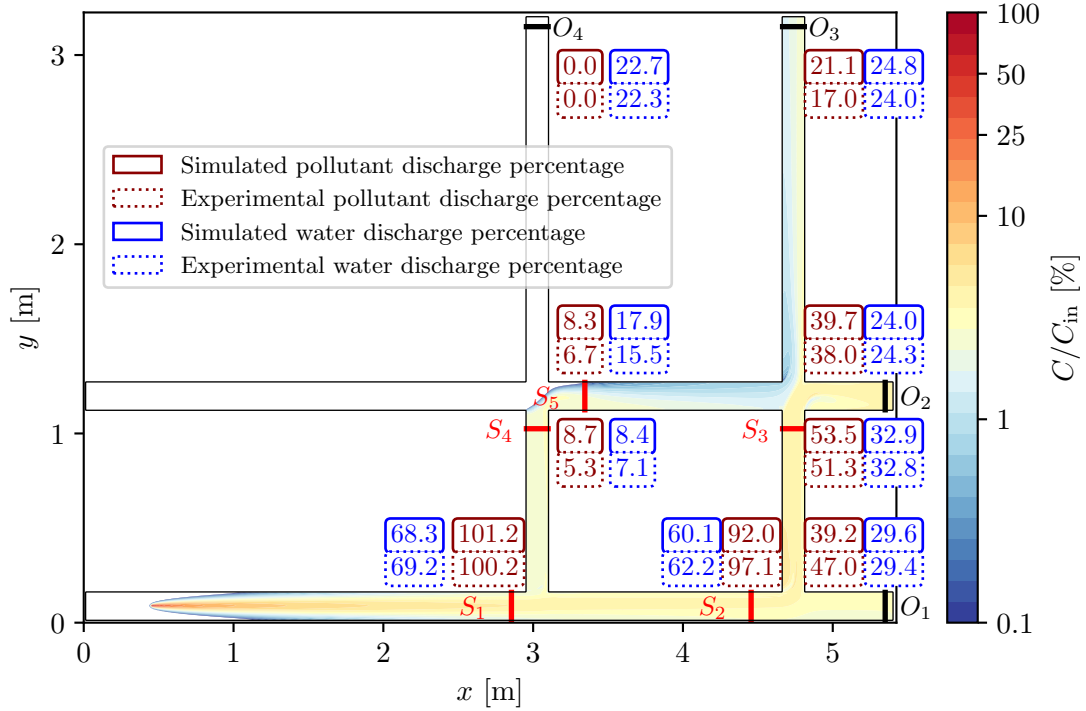


Figure 4: Final pollutant concentration field normalized by the injection value ($C/C_{in} \times 100$) for configuration **C0**, under steady hydrodynamic conditions using the optimal diffusion coefficients $D_L = 7.0 \times 10^{-4} [\text{m}^2/\text{s}]$ and $D_T = 2 \times 10^{-4} [\text{m}^2/\text{s}]$. Red labels indicate the simulated (solid) and experimental (dashed) pollutant mass discharge percentages. Blue labels show the corresponding water discharge percentages.