

## Efficient Representation and Manipulation of Automata on Linear Orderings

**Auteur :** Clara, Tom

**Promoteur(s) :** Boigelot, Bernard

**Faculté :** Faculté des Sciences appliquées

**Diplôme :** Master : ingénieur civil en science des données, à finalité spécialisée

**Année académique :** 2024-2025

**URI/URL :** <http://hdl.handle.net/2268.2/23281>

---

### Avertissement à l'attention des usagers :

Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative"(BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.

Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.

---

# Efficient Representation and Manipulation of Automata on Linear Orderings

Author: Tom CLARA  
Supervisor: Bernard Boigelot

2024-2025

Thesis presented to obtain the degree of:

*Master of Science in Data Science and Engineering*

## Abstract

Automata on linear orderings have been introduced by Bruyère and Carton as a broad generalization of finite-word, infinite-word and transfinite-word automata. Even though they were first seen as purely mathematical objects, automata on linear orderings can in fact serve as algorithmic tools for decision procedures, e.g., the monadic first-order theory of order on  $\mathbb{R}$  or  $\mathbb{Q}$ . In this context, efficient algorithms and data structures need to be carefully designed to implement and then manipulate these automata. This is the problem addressed in this work. We first show that the most crucial operation to optimize is the product of automata on linear orderings, which consists in computing an automaton that simulates the joint behaviour of several automata. From a theoretical point of view, this problem is intrinsically hard. Nevertheless, we investigate several strategies to implement it efficiently in most practical cases, including in the context of decision procedures. These strategies include both theoretical and practical contributions, that range from the definition of an efficient representation mechanism for automata on linear orderings to an actual implementation, in the C programming language, of these automata and their product operation. We then demonstrate experimentally that it is indeed possible to efficiently manipulate automata on linear orderings algorithmically. This paves the way for an actual decision procedure for the monadic first-order theory of order on  $\mathbb{R}$  or  $\mathbb{Q}$ , which could then lead to applications in verification and SMT solving. In parallel, we extended (together with Thomas Braipson and Bernard Boigelot) the formalism of automata on linear orderings, in order to allow their transitions to be labelled by the empty word. The resulting automata model, i.e., epsilon automata on linear orderings, is a powerful theoretical tool that could ease the developments of new methods involving automata on linear orderings.