

Université de Liège
Faculté des sciences appliquées

Année académique 2008-2009

**EFFETS DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES
STRUCTURES DE BÂTIMENTS EN ACIER SUITE
À LA RUINE ACCIDENTELLE DE L'UNE DES
COLONNES PORTANTES**

Travail de fin d'études présenté par

Ludivine COMELIAU

en vue de l'obtention du grade
d'ingénieur civil des constructions



Université de Liège
Faculté des sciences appliquées

Année académique 2008-2009

**EFFETS DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES
STRUCTURES DE BÂTIMENTS EN ACIER SUITE
À LA RUINE ACCIDENTELLE DE L'UNE DES
COLONNES PORTANTES**

Travail de fin d'études présenté par

Ludivine COMELIAU

en vue de l'obtention du grade
d'ingénieur civil des constructions



RESUME

Titre du travail : Effets du comportement dynamique des structures de bâtiments en acier suite à la ruine accidentelle de l'une des colonnes portantes

Depuis l'effondrement partiel d'un immeuble situé à Ronan Point, à Londres, en 1968, les codes de dimensionnement de plusieurs pays d'Europe de l'Ouest et d'Amérique du Nord intègrent les notions de ruine en chaîne et de robustesse. Les prescriptions dans ce domaine visent à garantir l'intégrité globale des structures en cas d'actions exceptionnelles, et donc à éviter qu'un dommage local associé à une situation de chargement extrême se solde par un effondrement général du bâtiment ou d'une grande partie de celui-ci. En particulier, l'Eurocode 1 impose que les structures soient conçues et exécutées de telle sorte qu'elles ne soient pas endommagées de façon disproportionnée par rapport à la cause initiale : explosion, choc ou encore conséquences d'erreurs humaines.

Malheureusement, peu de recherches ont été entreprises jusqu'à présent dans le domaine de la robustesse, ayant pour objectif de fournir aux ingénieurs des stratégies de dimensionnement relativement simples d'application. Récemment, toutefois, des études ont été menées à l'ULg concernant le comportement de portiques à plusieurs travées et plusieurs niveaux dont la capacité portante d'une colonne est supposée s'annuler suite à un événement accidentel non précisé. Il en résulte des redistributions d'efforts dans la structure et le développement de modes de fonctionnement alternatifs, non initialement prévus, pouvant, dans certaines circonstances favorables, mener à l'atteinte d'un état final stable. Ces études, jusqu'ici basées sur l'hypothèse d'un comportement statique, ont abouti au développement de méthodes analytiques permettant d'appréhender la réponse structurelle. Néanmoins, si cette hypothèse peut être justifiée dans certaines situations, comme par exemple lorsque la ruine correspond à la dégradation très progressive des caractéristiques mécaniques du matériau sous l'effet d'un incendie localisé, elle n'est par contre plus valable en cas de sollicitations dynamiques telles qu'un impact ou une explosion. Parallèlement aux recherches menées à l'ULg, des études ont été réalisées à l'*Imperial College* de Londres sur base d'un scénario de perte instantanée d'une colonne, intégrant donc les aspects dynamiques associés. Il y a été notamment développé une procédure permettant d'obtenir la flèche maximale résultant de la ruine soudaine d'une colonne sur base de la seule connaissance de la réponse statique.

Le présent travail vise à approfondir la connaissance du comportement dynamique de structures en portiques suite à la perte d'une colonne. A cette fin, le scénario de ruine envisagé sera toujours celui de la perte d'une colonne, mais celle-ci ne sera plus considérée ni statique, ni instantanée, mais se produisant sur une certaine durée. L'influence de cette dernière sur la réponse du système sera notamment mise en évidence. Dans un premier temps, le comportement dynamique sera étudié en détails sur base d'une sous-structure élémentaire. L'évolution temporelle de la flèche, des efforts internes et de la plastification sera ainsi décrite. La réponse d'une structure en portiques suite à la perte d'une colonne sera ensuite envisagée. On tentera finalement, grâce à l'étude de la sous-structure, de quantifier les effets d'amplification dynamique en fonction de paramètres adimensionnels caractéristiques des propriétés géométriques et mécaniques du système.

Membres du jury :

J.P. JASPART (promoteur)

H. DEGEE

V. de VILLE de GOYET (promoteur)

A. PLUMIER

J.F. DEMONCEAU

L.G. CAJOT

Remerciements

Je souhaite avant tout exprimer mes remerciements à toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont, par leur aide, leur soutien ou leurs conseils, contribué à l'élaboration de ce travail.

En particulier, je tiens à remercier MM. Demonceau et Jaspart pour le temps qu'ils m'ont accordé malgré des emplois du temps chargés, les discussions que nous avons eues et leurs conseils avisés.

Ludivine Comeliau

TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES	1
Résumé	6
Summary	7
Notations	8
<i>Introduction générale</i>	<i>12</i>
1. CONTEXTE GLOBAL.....	13
2. ORGNISATION DU PRESENT TRAVAIL.....	14
<i>I. Etat de la question</i>	<i>16</i>
1. INTRODUCTION.....	17
2. NOTIONS DE ROBUSTESSE ET DE RUINE PROGRESSIVE	18
2.1. Définition.....	18
2.2. Exigence de robustesse versus dimensionnement traditionnel.....	18
2.2.1. Situations de chargement	18
2.2.2. Exigences structurelles.....	19
2.2.3. Réglementation	20
2.3. Particularités du problème	20
2.3.1. Evénements exceptionnels variés et a priori inconnus	20
2.3.2. Aspects variés à considérer dans l'étude du comportement de la structure	21
3. STRATEGIES DE DIMENSIONNEMENT.....	22
3.1. Introduction	22
3.2. Méthode indirecte.....	22
3.3. Méthodes directes	23
3.3.1. Cheminement alternatif des efforts	23
3.3.2. Résistance locale spécifique.....	25
4. PRESCRIPTIONS NORMATIVES	25
4.1. Introduction	25
4.2. <i>British Design Standards</i>	26
4.3. Eurocodes	27
4.4. <i>American Society of Civil Engineering (ASCE) Standards</i>	28
4.5. <i>United Facilities Criteria (UFC) of the U. S. Department of Defence (DoD)</i>	29
4.6. <i>U. S. General Services Administration (GSA) guidelines</i>	31
4.7. <i>National Building Code of Canada (NBCC)</i>	34
5. SOLICITATIONS DYNAMIQUES : IMPACTS ET EXPLOSIONS.....	35
5.1. Introduction	35
5.2. Eléments du comportement d'une structure sous chargement dynamique	35
5.2.1. Réponse d'un oscillateur élastique linéaire à 1DDL	35
5.2.2. Réponse d'un oscillateur élasto-plastique à 1DDL	37
5.2.3. Réponse d'un système à NDDL	38
5.3. Explosions	38
5.3.1. Généralités	38
5.3.2. Caractérisation des effets du souffle d'une détonation	39

5.3.3. Réponse d'une structure à un chargement d'explosion.....	40
5.4. Impacts	44
5.4.1. Généralités	44
5.4.2. Cas particuliers.....	44
6. ETUDE DU COMPORTEMENT D'UNE STRUCTURE SUITE A LA RUINE D'UNE COLONNE PORTANTE	45
6.1. Introduction	45
6.2. Description du comportement général d'une structure suite à la perte accidentelle d'une colonne	46
6.3. Procédure générale adoptée dans les études réalisées à l'ULg	49
6.3.1. Bases de l'approche suivie, hypothèses principales et objectifs	49
6.3.2. Sous-structure élémentaire	50
6.4. Approche statique	51
6.4.1. Description qualitative de la réponse statique d'une structure suite à la ruine d'une colonne	51
6.4.2. Extraction de la sous-structure	53
6.4.3. Méthode analytique simplifiée prédisant la réponse de la structure durant la phase 3	54
6.5. Prise en compte des effets dynamiques	56
6.5.1. Position du problème	56
6.5.2. Méthode simplifiée développée à l' <i>Imperial College</i>	57
7. CONCLUSIONS ET OBJECTIFS DU TFE.....	61
7.1. Conclusions	61
7.2. Objectifs et limites du présent travail	62

II. Réponse d'une sous-structure soumise à une charge concentrée P en son centre.....

<i>II. Réponse d'une sous-structure soumise à une charge concentrée P en son centre.....</i>	63
1. INTRODUCTION	64
2. ETABLISSEMENT DE LA COURBE STATIQUE.....	65
2.1. Approche numérique	65
2.2. Approche analytique.....	65
2.2.1. Droite élastique 1 ^{er} ordre	65
2.2.2. Courbe rigide-plastique 2 nd ordre	66
2.2.3. Courbe statique analytique complète	69
3. CHARGE INSTANTANEE.....	69
3.1. Courbe pseudo-statique de Vlassis	69
3.2. Vérification de la méthode de Vlassis par des analyses dynamiques.....	70
3.3. Réponse structurelle sous charge instantanée	71
4. ETUDE DE LA REONSE STRUCTURALE ET INFLUENCE DE DIFFERENTS PARAMETRES	72
4.1. Introduction	72
4.2. Analyse de la réponse $u_{dyn}(t)$ et de l'influence de t_r et P sur celle-ci	73
4.2.1. Système considéré.....	73
4.2.2. Déplacement dynamique maximal en fonction de P et t_r ,.....	73
4.2.3. Evolution temporelle de la flèche	74
4.2.4. Evolution des efforts internes.....	80
4.3. Analyse plus détaillée de la réponse structurale dans quelques cas particuliers types.....	80
4.3.1. P = 300 kN, t_r = 0,1 sec.....	80
4.3.2. P = 400 kN, t_r = 0,1 sec.....	83

4.3.3. $P = 400 \text{ kN}$, $t_r = 20 \text{ sec}$	87
4.3.4. Conclusions.....	90
4.4. Influence de la masse du système.....	90
4.4.1. Introduction.....	90
4.4.2. Charge instantanée : $t_r = 0 \text{ sec}$	91
4.4.3. $t_r = 0,1 \text{ sec}$	91
4.4.4. $t_r = 0,3 \text{ sec}$	92
4.4.5. $t_r = 0,5 \text{ sec}$	93
4.4.6. $t_r = 10 \text{ sec}$	94
4.4.7. Conclusions.....	94
4.5. Influence du taux d'amortissement du système	95
5. IMPORTANCE DES EFFETS D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE	97
5.1. Introduction	97
5.2. Influence de la période propre du système sur l'amplification dynamique	98
5.3. Rôle du rapport t_r/T	101
5.4. Taux d'amplification dynamique en fonction de P et t_r/T	102
6. CONCLUSION	105

III. Réponse d'une sous-structure sollicitée par une charge répartie lors de la suppression de l'appui central 106

1. INTRODUCTION	107
2. COMPORTEMENT STATIQUE.....	107
2.1. Courbes statiques.....	107
2.2. Evolution des efforts internes et de la plastification	108
3. COMPORTEMENT DYNAMIQUE	110
3.1. Introduction	110
3.2. Chargement instantané	111
3.2.1. Courbes pseudo-statiques.....	111
3.2.2. Comparaison des déplacements maximaux sous « P » et « pNP »	113
3.3. Déplacement maximal et évolution temporelle de la flèche en fonction de t_r ...	114
3.3.1. $p = 20 \text{ kN/m}$	115
3.3.2. $p = 30 \text{ kN/m}$	116
3.3.3. $p = 40 \text{ kN/m}$	117
3.3.4. $p = 50 \text{ kN/m}$	118
3.3.5. $p = 70 \text{ kN/m}$	119
3.3.6. Conclusions.....	120
3.4. Evolution des efforts internes et de la plastification	120
4. IMPORTANCE DES EFFETS D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE ET COMPARAISON AU CAS « P »	123
5. CONCLUSION	125

IV. Réponse d'un portique lors de la perte de l'une de ses colonnes... 126

1. INTRODUCTION	127
2. COMPORTEMENT DE PORTIQUES	127
2.1. Portique 1	127
2.1.1. Description du portique.....	127

2.1.2.	Réponse du portique sous chargement statique et comparaison des cas « P » et « pNP ».....	128
2.1.3.	Réponse du portique sous chargement instantané et comparaison des cas « P » et « pNP ».....	130
2.1.4.	Influence du rapport t_r/T (cas « P »)	131
2.2.	Portique 2a.....	133
2.2.1.	Introduction.....	133
2.2.2.	Comportement statique	133
2.2.3.	Comportement dynamique	135
2.3.	Portique 2b	136
3.	REPRESENTATION DE LA REPONSE DYNAMIQUE D'UN PORTIQUE A L'AIDE D'UNE SOUS-STRUCTURE.....	138
3.1.	Introduction	138
3.2.	Extraction de la sous-structure du portique 2b	138
3.3.	Comparaison de la flèche dynamique maximale du portique 2b et de la sous-structure qui en est extraite.....	140
3.3.1.	Ruine instantanée de la colonne.....	140
3.3.2.	t_r/T variable	141
3.4.	Conclusions	142
4.	CONCLUSION.....	143

V. Expression de la réponse d'une sous-structure en fonction de grandeurs adimensionnelles et quantification des effets dynamiques..... 145

1.	INTRODUCTION	146
2.	EXPRESSION DE LA REPONSE STATIQUE EN FONCTION DE PARAMETRES ADIMENSIONNELS	147
2.1.	Droite limite	147
2.1.1.	Détermination de la courbe limite.....	147
2.1.2.	Approximation linéaire de la courbe limite	148
2.2.	Courbe statique adimensionnelle.....	149
2.2.1.	Définitions.....	149
2.2.2.	Exemples et conclusions	150
3.	DEPLACEMENT DYNAMIQUE MAXIMAL	152
3.1.	Introduction	152
3.2.	Courbes dynamiques exprimées dans les axes (\bar{P}, \bar{u})	153
3.3.	Définition d'une courbe dynamique (P, u_{max}) approchée	154
3.4.	Détermination de u_{trans} puis de la courbe approchée $(P, u_{max})_{app}$	156
3.4.1.	Introduction.....	156
3.4.2.	Modèle simplifié de base	156
3.4.3.	Prise en compte des grands déplacements	161
3.4.4.	Prise en compte de l'interaction M-N au niveau des rotules plastiques.....	162
3.4.5.	Prise en compte de l'allongement des poutres	163
3.4.6.	Modèle final	164
3.4.7.	Conclusions.....	166
4.	CONCLUSION	167

<i>Conclusion générale</i>	169
1. RECAPITULATIF DU TRAVAIL ET RESULTATS OBTENUS.....	170
2. PERSPECTIVES.....	173
<i>Annexes</i>	175
1. COMPLEMENTS RELATIFS A L'EVOLUTION DES EFFORTS INTERNES ET DE LA PLASTIFICATION DANS LES SITUATIONS ANALYSEES EN II.4.3.....	176
1.1. P = 300 kN, $t_r = 0,1$ sec	176
1.2. P = 400 kN, $t_r = 0,1$ sec	178
1.3. P = 400 kN, $t_r = 20$ sec	181
2. TABLEAU RECAPITULATIF DE L'AMPLIFICATION DYNAMIQUE (cf. II.5.).....	182
3. GRAPHES (\bar{P}, \bar{u}_{max}) ASSOCIES A DIFFERENTES VALEURS DE t_r/T POUR LES SOUS-STRUCTURES ANALYSEES EN V.3.2.	184
<i>Liste des figures</i>	186
REFERENCES	190

Résumé

Titre du travail : Effets du comportement dynamique des structures de bâtiments en acier suite à la ruine accidentelle de l'une des colonnes portantes

Depuis l'effondrement partiel d'un immeuble situé à Ronan Point, à Londres, en 1968, les codes de dimensionnement de plusieurs pays d'Europe de l'Ouest et d'Amérique du Nord intègrent les notions de ruine en chaîne et de robustesse. Les prescriptions dans ce domaine visent à garantir l'intégrité globale des structures en cas d'actions exceptionnelles, et donc à éviter qu'un dommage local associé à une situation de chargement extrême se solde par un effondrement général du bâtiment ou d'une grande partie de celui-ci. En particulier, l'Eurocode 1 impose que les structures soient conçues et exécutées de telle sorte qu'elles ne soient pas endommagées de façon disproportionnée par rapport à la cause initiale : explosion, choc ou encore conséquences d'erreurs humaines.

Malheureusement, peu de recherches ont été entreprises jusqu'à présent dans le domaine de la robustesse, ayant pour objectif de fournir aux ingénieurs des stratégies de dimensionnement relativement simples d'application. Récemment, toutefois, des études ont été menées à l'ULg concernant le comportement de portiques à plusieurs travées et plusieurs niveaux dont la capacité portante d'une colonne est supposée s'annuler suite à un événement accidentel non précisé. Il en résulte des redistributions d'efforts dans la structure et le développement de modes de fonctionnement alternatifs, non initialement prévus, pouvant, dans certaines circonstances favorables, mener à l'atteinte d'un état final stable. Ces études, jusqu'ici basées sur l'hypothèse d'un comportement statique, ont abouti au développement de méthodes analytiques permettant d'appréhender la réponse structurelle. Néanmoins, si cette hypothèse peut être justifiée dans certaines situations, comme par exemple lorsque la ruine correspond à la dégradation très progressive des caractéristiques mécaniques du matériau sous l'effet d'un incendie localisé, elle n'est par contre plus valable en cas de sollicitations dynamiques telles qu'un impact ou une explosion. Parallèlement aux recherches menées à l'ULg, des études ont été réalisées à l'*Imperial College* de Londres sur base d'un scénario de perte instantanée d'une colonne, intégrant donc les aspects dynamiques associés. Il y a été notamment développé une procédure permettant d'obtenir la flèche maximale résultant de la ruine soudaine d'une colonne sur base de la seule connaissance de la réponse statique.

Le présent travail vise à approfondir la connaissance du comportement dynamique de structures en portiques suite à la perte d'une colonne. A cette fin, le scénario de ruine envisagé sera toujours celui de la perte d'une colonne, mais celle-ci ne sera plus considérée ni statique, ni instantanée, mais se produisant sur une certaine durée. L'influence de cette dernière sur la réponse du système sera notamment mise en évidence. Dans un premier temps, le comportement dynamique sera étudié en détails sur base d'une sous-structure élémentaire. L'évolution temporelle de la flèche, des efforts internes et de la plastification sera ainsi décrite. La réponse d'une structure en portiques suite à la perte d'une colonne sera ensuite envisagée. On tentera finalement, grâce à l'étude de la sous-structure, de quantifier les effets d'amplification dynamique en fonction de paramètres adimensionnels caractéristiques des propriétés géométriques et mécaniques du système.

Summary

Title : **Effects of the dynamic behaviour of steel building structures further to the accidental loss of a load-bearing column**

Since the Ronan Point tower partially collapsed in London in 1968, design codes of several countries of Western Europe and North America include notions of progressive collapse and robustness. Rules in this domain are intended to ensure the global integrity of structures suffering exceptional actions, and thus to avoid that a local damage associated with an extreme loading event leads to the collapse of the whole building or of a great part of it. Particularly, Eurocode 1 demands that structures be designed and built so that they wouldn't suffer disproportionate damage compared with the initial cause : explosion, impact or consequences of human mistakes.

Unfortunately, few researches have been undertaken in the domain of robustness so far, aiming to provide engineers with design strategies relatively simple in use. However, investigations have been recently conducted at ULg regarding the behaviour of building frames with several bays and storeys suffering the loss of a column further to an unspecified accidental event. The loss of a column implies redistributions of forces into the structure and the development of alternative load paths which were initially unforeseen but could lead to a final stable state provided some favourable conditions are fulfilled. These studies resulted in the development of simplified analytical methods permitting the prediction of the structural response assuming static behaviour. This hypothesis can be justified in some circumstances, for instance when the destruction of the column is associated with the very progressive diminution of the material mechanical characteristics under the effects of a localised fire. It isn't yet valid in case of dynamic actions such as impacts or explosions. In parallel with the researches conducted at ULg, investigations were carried out at London Imperial College considering the instantaneous loss of a column and taking the associated dynamics effects into account. Amongst other things, a procedure was developed providing the maximum displacement resulting from the sudden loss of a column on the basis of the only knowledge of the static response.

The present work aims to go further into the knowledge of the dynamic behaviour of building frames suffering the loss of a column. To achieve this goal, the ruin scenario considered will still be the loss of a column but it will be neither static nor instantaneous any more. Instead, the ruin will be considered taking some variable time. In particular, the influence of the latter on the structural response will be highlighted. First, the dynamic behaviour of an elementary substructure will be studied in detail. The time evolution of the displacement, the internal forces and the plastification will be described. Then, the response of a global frame further to the loss of a column will be investigated. Eventually, on the basis of the substructure, the dynamic amplification will be attempted to quantify as a function of non-dimensional parameters characterising the system geometrical and mechanical properties.

Notations

Caractères latins

A	Action accidentelle
A	Aire d'une surface
A	Aire sous la courbe statique $u_{stat}(P)$ jusqu'à la valeur du déplacement u_{max}
A_d	Valeur de calcul d'une action accidentelle
A_i	Aire sous la courbe statique (P, u_s) , jusqu'au déplacement $u_{d,i}$
ASCE	<i>American Society of Civil Engineering</i>
b	Paramètre de forme utilisé dans la définition d'une loi exponentielle donnant l'évolution temporelle de la pression suite à une explosion
C / [C]	Amortissement d'un système à 1DDL / matrice d'amortissement d'un système à NDDL
CC	Classe de Conséquences
D ou DL	Charge permanente (<i>Dead load</i>)
DCR	<i>Demand-Capacity Ratio</i>
DDL	Degré De Liberté
DLF	<i>Dynamic Load Factor</i>
DoD	<i>Department of Defence</i>
E	Module de Young du matériau
$E_{cinétique}$	Energie cinétique
E_d	Valeur de calcul de l'effet des actions
$E_{ressort}$	Travail interne développé par le ressort latéral d'une sous-structure (énergie stockée dans le ressort)
$E_{rotules}$	Travail interne développé au niveau des rotules plastiques
ELS	Etat Limite de Service
ELU	Etat Limite Ultime
F ou f	Force
F / {F}	Force appliquée à un système à 1DDL / vecteur de forces appliquées à un système à NDDL
f	Fréquence propre
F_K	Effort supporté par le ressort horizontal d'une sous-structure
F_{Rd}	Résistance de la partie indirectement affectée d'un portique sous l'action des forces horizontales qui lui sont transmises
F_y	Résistance plastique d'une structure
$G_{k,j}$	Valeur caractéristique de l'action permanente j
GSA	<i>General Services Administration</i>
h	Déplacement horizontal d'un nœud d'une structure (numéro du nœud en indice)
HLOP	<i>High Level Of Protection</i>
I	Impulsion totale liée au chargement d'un système par une force F(t)
I^-	Module d'inertie flexionnelle d'un profilé
i^-	Impulsion spécifique négative
i_s	Impulsion spécifique positive
K	Raideur du ressort horizontal d'une sous-structure, caractérisant la restreinte latérale fournie par la partie indirectement affectée d'une structure en portiques à la partie directement affectée par la perte d'une colonne
K / [K]	Raideur d'un système à 1DDL / matrice de raideur d'un système à NDDL
KE	Energie cinétique (<i>Kinetic Energy</i>)
K_N	Raideur extensionnelle associée à une demi-poutre d'une sous-structure lors de la propagation de la plastification liée au développement d'un effort de traction après la formation du mécanisme plastique
L	Longueur initiale totale d'une sous-structure

l	Longueur d'une poutre
l_0 ou l	Longueur initiale d'une poutre ($= L/2$)
l^*	Longueur d'une poutre d'une sous-structure juste au moment où l'effort de traction qu'elle supporte atteint N_{pl}
L ou LL	Charge d'exploitation ou variable (<i>Live load</i>)
LLOP	<i>Low Level Of Protection</i>
LOP	<i>Level Of Protection</i>
M	Moment de flexion
m	Masse [kg] ou masse répartie [kg/m]
$M / [M]$	Masse d'un système à 1DDL / matrice de masse d'un système à NDDL
M_{centre}	Moment de flexion au centre d'une sous-structure
M_{extr}	Moment de flexion à une extrémité d'une sous-structure
M_g	Masse généralisée
M_{max}	Moment de flexion maximal
M_{min}	Moment de flexion minimal
M_p ou M_{pl}	Moment plastique d'un profilé
M_p^-	Moment plastique d'un profilé sous moment négatif
M_p^+	Moment plastique d'un profilé sous moment positif
$M_{pl}(N)$	Moment plastique réduit compte tenu de la présence d'un effort normal
M_{Rd}	Moment résistant d'un profilé (ou assemblage), corrélé à N_{Rd} par la loi d'interaction M-N de l'élément
M_{tot}	Masse totale d'une sous-structure ($= m \cdot L$)
MLOP	<i>Medium Level Of Protection</i>
N	Effort normal
N_0	Effort supporté par l'appui central d'une sous-structure avant sa suppression ; ou effort de compression initial dans la colonne défaillante d'un portique, avant sa ruine
N_{max}	Effort normal maximal
$N_{méca}$	Effort normal dans les poutres d'une sous-structure juste avant la formation du mécanisme plastique
N_{lo}	Effort normal dans la colonne en situation de ruine
N_{pl}	Effort normal plastique d'un profilé
N_{Rd}	Effort normal résistant d'un profilé (ou assemblage), corrélé à M_{Rd} par la loi d'interaction M-N de l'élément
N_{up}	Effort normal dans la colonne surmontant directement la colonne ruinée
NBCC	<i>National Building Code of Canada</i>
P	Charge concentrée appliquée au milieu d'une sous-structure pour simuler la perte de son appui central ; ou à l'emplacement d'une colonne en situation de ruine dans un portique, traduisant l'annulation de l'effort supporté par celle-ci (Sauf en I.6.5.2, où P peut représenter aussi bien une force répartie que concentrée agissant sur une structure)
P	Valeur représentative appropriée d'une action de précontrainte
p	Pression [N/m ²] ou charge répartie [N/m]
« P »	Situation de chargement dans laquelle seule une force concentrée P est appliquée à la sous-structure ou au portique, à l'emplacement de l'appui ou de la colonne supprimé
P^*	Valeur de la force P pour laquelle la courbe statique (P, u) d'une sous-structure rejoint la courbe limite, c'est-à-dire pour laquelle l'effort de traction dans les poutres atteint N_{pl}
\bar{P}	Paramètre adimensionnel caractéristique d'une sous-structure, défini à partir de la force concentrée P et des propriétés géométriques et mécaniques du système
P_0	Valeur de référence de la charge gravitaire P
$P_{d,i}$	Force statique amplifiée induisant un déplacement égal à la flèche maximale $u_{d,i}$ obtenue suite à l'application instantanée de P_i : $P_{d,i} = \lambda_{d,i} P_0 > P_i = \lambda_i P_0$
P_i ou P_{inst}	Charge appliquée à une structure de façon instantanée

P_{trans}	Valeur de la force pour laquelle une courbe dynamique approchée $(P, u_{max})_{appr}$ rejoint la courbe statique
« pNP »	Situation de chargement consistant à considérer un état initial où la structure est sollicitée par une charge répartie et une réaction N_0 traduisant la présence de la colonne ou de l'appui avant sa ruine, à partir duquel est appliquée une force concentrée P simulant la perte de l'appui ou de la colonne
pp	Poids propre
P_{pl}	Charge plastique : valeur de la force P statique associée à la formation du mécanisme plastique (palier plastique de la courbe statique $u(P)$)
p_r	Pression résultante appliquée suite à une explosion
p_s	Valeur du pic de pression en champ libre suite à une explosion
Δp_{min}	Pression négative extrême associée à la phase de pression négative d'un chargement d'explosion
Q	Force concentrée appliquée au centre d'une sous-structure
$Q_{k,1}$	Valeur caractéristique de l'action I variable dominante
$Q_{k,i}$	Valeur caractéristique de l'action i variable d'accompagnement
q_s	Pression dynamique maximale associée à un chargement d'explosion
R	Distance séparant un point donné d'une explosion
R	Effort résistant développé dans le ressort d'un système à 1DDL
RDM	Résistance Des Matériaux
R_m	Valeur de l'effort plastique d'un ressort élastique parfaitement plastique
S	Charge de neige (<i>Snow</i>)
T	Période propre
t	Temps
t^*	Temps adimensionnel défini par $t^* = t/t_r$ ou t/T
t_0	Instant auquel est appliquée une force instantanée P
t_a	Instant auquel se produit une explosion
t_d	Durée d'application d'une force ; ou durée de la phase de pression positive suite à un chargement d'explosion
t_m	Instant associé à l'atteinte du déplacement maximal
t_{palier}	Instant auquel se produit le premier maximum du déplacement après la formation du mécanisme plastique (début du « palier » dans la courbe $u_{dyn}(t)$)
t_{pl}	Instant auquel se forme le mécanisme plastique
t_r	Temps de montée : durée de croissance linéaire d'une force avant sa stabilisation à une valeur constante
T_s	Durée de la phase positive des pressions engendrées par une explosion
U	Energie de déformation interne
u	Déplacement vertical en tête de la colonne ruinée d'un portique ou flèche au milieu d'une sous-structure lors de la suppression de l'appui central ; déplacement vertical d'un nœud d'une structure (avec le numéro du nœud en indice)
u^*	Valeur de la flèche d'une sous-structure associée à l'application statique de P^*
\bar{u}	Paramètre adimensionnel caractéristique d'une sous-structure, défini à partir de la flèche u et des propriétés géométriques et mécaniques du système
$\{U\}$	Vecteur de déplacements d'un système à NDDL
U_s	Vitesse de propagation du front d'onde faisant suite à une explosion
u_s ou u_{stat}	Déplacement statique
u_d	Déplacement dynamique maximal sous l'effet d'une charge instantanée
$u_{d,i}$	Flèche maximale atteinte suite à l'application instantanée d'une force P_i (ou l'application statique de la charge amplifiée $P_{d,i} > P_i$)
u_{dyn}	Déplacement dynamique
u_{max} ou $u_{dyn,max}$	Déplacement dynamique maximal
u_{palier}	Flèche associée au premier maximum du déplacement après la formation du mécanisme plastique (« palier » dans la courbe $u_{dyn}(t)$)

u_{trans}	Flèche associée au ressaut vertical dans une courbe dynamique approchée $(P, u_{max})_{appr}$
UFC	<i>Unified Facilities Criteria</i>
ULg	Université de Liège
v	Vitesse
VLLOP	<i>Very Low Level Of Protection</i>
W	Charge de vent (<i>Wind</i>)
W	Masse de charge explosive
W ou W_e	Travail réalisé par les forces extérieures agissant sur un système lors de la déformation de celui-ci
x	Déplacement d'un système à 1DDL
\dot{x}_0	Vitesse initiale fournie à un système à 1DDL
x_{max}	Déplacement dynamique maximal d'un système à 1DD
x_{stat}	Déplacement statique d'un système à 1DD
y	Déplacement d'un système à 1DDL
y_{dyn}	Déplacement dynamique d'un système à 1DD
y_{el}	Déplacement maximal élastique d'un système à 1DDL
y_m	Déplacement maximal d'un système à 1DDL
y_{stat}	Déplacement statique d'un système à 1DD
Z	Paramètre d'échelle utilisé pour caractériser les effets du souffle d'une explosion

Caractères grecs

α	Coefficient multiplicateur de la matrice de masse intervenant dans la définition de la matrice d'amortissement de Rayleigh
β	Coefficient multiplicateur de la matrice de raideur intervenant dans la définition de la matrice d'amortissement de Rayleigh
Δ_A	Déplacement vertical en tête de la colonne ruinée d'un portique ou flèche au milieu d'une sous-structure lors de la suppression de l'appui central
δ	Déplacement virtuel
δ_K	Allongement du ressort horizontal d'une sous-structure
δ_{max}	Capacité de déformation d'une structure
δ_N	Allongement élasto-plastique d'une demi-poutre d'une sous-structure lors de la propagation de la plastification associée au développement d'un effort de traction après la formation du mécanisme plastique
δ_N^*	Valeur de δ_N juste au moment où l'effort de traction dans les poutres atteint N_{pl}
θ	Rotation subie par une rotule plastique
ξ	Taux d'amortissement
λ	Multiplicateur de la charge P_0 , tel qu'une charge quelconque soit exprimée par $P_i = \lambda_i P_0$
λ_d	Coefficient d'amplification liant la charge instantanée P_0 à la force statique $P_d = \lambda_d P_0$ induisant le même déplacement
$\lambda_{d,i}$	Multiplicateur de la charge P_0 donnant la force statique amplifiée $P_{d,i} = \lambda_{d,i} P_0$ ($> P_i = \lambda_i P_0$, force instantanée induisant le même déplacement maximal)
τ_e	Travail virtuel développé par les forces extérieures
τ_i	Travail virtuel absorbé par les forces intérieures
ϕ	Déformée d'un système associée à un mode propre
ψ_1	Coefficient définissant la valeur fréquente d'une action variable
ψ_2	Coefficient définissant la valeur quasi-permanente d'une action variable
ω	Pulsation propre

Introduction générale

1. CONTEXTE GLOBAL

En 1968, l'effondrement partiel de la tour à appartements de Ronan Point, à Londres, marque le point de départ de la prise de conscience de la nécessité d'intégrer les événements exceptionnels au processus de dimensionnement, afin d'éviter de telles ruines en chaîne. Il s'agit en effet d'un exemple très caractéristique de ruine disproportionnée vis-à-vis de l'événement déclencheur, une explosion de gaz au 17^{ème} étage étant à l'origine de l'effondrement d'un coin du bâtiment sur toute sa hauteur. A la suite de cela, les codes de dimensionnement de plusieurs pays d'Europe de l'Ouest et d'Amérique du Nord intègrent des prescriptions en matière de robustesse des structures, et en particulier des bâtiments, visant à minimiser le risque de ruine progressive. Une telle ruine consiste en une destruction en cascade, initiée par la perte de l'un ou l'autre éléments porteurs puis se propageant de proche en proche jusqu'à affecter une part considérable de la structure.



[apps.newham.gov.uk]



[www.jamd.com]

Fig. 1 : Effondrement partiel du Ronan Point engendré par une ruine progressive

Depuis 1968, plusieurs catastrophes engendrées par des phénomènes naturels ou des actes humains, volontaires ou non, continuèrent d'alimenter le débat lancé par l'effondrement du Ronan Point sur la nécessité de disposer de règles de dimensionnement faisant en sorte que les bâtiments puissent, en majeure partie, survivre à des événements tels qu'une explosion, un impact, un incendie,... de façon à sauver la vie de leurs occupants. Ce débat fut encore intensifié de façon remarquable suite aux événements du 11 septembre 2001, qui amplifièrent la conscience collective du risque de sollicitations extrêmes dont les bâtiments peuvent être la cible, et notamment du danger d'attentats terroristes.

Des recherches ont donc été entreprises dans le domaine de la robustesse, durant les dernières décennies, afin d'étudier le comportement de structures dans des conditions de chargement exceptionnelles et les mécanismes susceptibles de propager la ruine initiale. Ces derniers ont trait à trois insuffisances principales :

- un manque de ductilité, de sorte que les éléments structuraux sont incapables de supporter les grandes déformations induites par la ruine initiale ;
- un manque de continuité, qui empêche les redistributions d'efforts vers des éléments porteurs sains pouvant continuer à assurer la descente de charges ;
- un manque de résistance, engendrant la ruine d'éléments structuraux sollicités selon un mode de fonctionnement et/ou des intensités d'efforts pour lesquels ils n'ont pas été prévus.

Ces recherches ont pour but, à terme, de fournir aux ingénieurs des méthodes de dimensionnement applicables en pratique. Néanmoins, elles n'ont pas encore concrètement abouti et il

n'existe dans aucune norme, à l'heure actuelle, de méthode pratique, mais toutefois suffisamment précise, permettant la prise en compte des aspects de robustesse dans les cas de dimensionnement courants. Bien que les codes proposent des stratégies de dimensionnement visant à garantir l'intégrité structurale globale des bâtiments par suite d'actions exceptionnelles, ces méthodes sont soit très complexes à mettre en œuvre, soit prescriptives et forfaitaires, soit encore basées sur des simplifications trop grossières. Ainsi, si des règles de dimensionnement existent, leur rationalité et leur efficacité sont discutables. En particulier, les effets dynamiques engendrés par les sollicitations accidentelles sont rarement pris en compte de façon adéquate.

La complexité inhérente au problème n'est pas étrangère à la difficulté de définir des méthodes de dimensionnement relativement simples d'application. Tout d'abord, les événements exceptionnels, accidentels ou volontaires, sont légion. Il est donc bien entendu impossible de se prémunir de toute ruine vis-à-vis de l'ensemble des actions imaginables. Il conviendrait toutefois, par une conception et un dimensionnement adaptés des structures de bâtiments, de minimiser le risque d'effondrement généralisé suite à un événement exceptionnel quel qu'il soit, en confinant la ruine initiale à une zone restreinte. De plus, le calcul des structures dans de telles situations extrêmes devra intégrer divers aspects assez particuliers. La prise en compte des non-linéarités, à la fois matérielles et géométriques, s'avèrera indispensable. En effet, le matériau sera sollicité en dehors de son domaine élastique, et l'importance des déplacements impliquera des effets de second ordre prédominants. Les aspects dynamiques devront en outre souvent être pris en compte.

Parmi les recherches récentes dans le domaine de la robustesse, des études menées à l'Université de Liège et à l'*Imperial College* de Londres constitueront le point de départ du présent travail. Ces recherches, complémentaires, concernent le comportement de structures en portiques suite à la ruine accidentelle d'une colonne portante. Tandis que les études liégeoises se sont, jusqu'à présent, concentrées sur la réponse statique de l'ossature, celles menées à l'*Imperial College* se sont préoccupées de la prise en compte des aspects dynamiques. Les recherches de l'ULg ont abouti au développement de méthodes analytiques simplifiées permettant d'appréhender le comportement de structures en portiques bidimensionnelles suite à la perte de capacité portante d'une colonne, dans des conditions statiques. Pour leur part, les études menées à Londres ont, entre autres, mis au point une procédure permettant d'obtenir la flèche maximale engendrée par la ruine instantanée d'un poteau, compte tenu des effets d'amplification dynamique, sur base de la seule connaissance de la réponse statique.

2. ORGANISATION DU PRESENT TRAVAIL

Le présent travail est divisé en cinq chapitres, de la façon suivante :

- I : Etat de la question
- II : Réponse d'une sous-structure soumise à une charge concentrée P en son centre
- III : Réponse d'une sous-structure sollicitée par une charge répartie lors de la suppression de l'appui central
- IV : Réponse d'un portique lors de la perte de l'une de ses colonnes
- V : Expression de la réponse d'une sous-structure en fonction de grandeurs adimensionnelles et quantification des effets dynamiques

Le premier chapitre décrit le cadre général dans lequel s'inscrit le présent travail. A cette fin, les notions de robustesse et de ruine progressive sont d'abord rappelées. Ensuite, les stratégies disponibles dans divers code de dimensionnement visant à se prémunir de l'effondrement généralisé des bâtiments suite à un événement exceptionnel sont décrites. Les insuffisances inhérentes aux règles

pratiques proposées sont ainsi mises en évidence. Quelques aspects liés aux chargements d'explosion et d'impact sont également abordés. Pour finir, les résultats principaux des recherches menées à l'Université de Liège et à l'*Imperial College*, qui seront utiles au présent travail, sont résumés. Cette mise en situation dans le contexte global aboutit à la définition des objectifs de ce travail.

Au deuxième chapitre, le comportement d'une sous-structure élémentaire, constituée de deux poutres successives et d'un ressort horizontal à une extrémité traduisant une restreinte latérale, est analysé en détail, sous l'action d'une charge concentrée appliquée en son milieu. Le rôle de différents paramètres caractéristiques du système et du chargement est alors mis en évidence. En particulier, l'influence de la vitesse de mise en charge sur la réponse structurelle est étudiée, à la fois en termes d'amplification dynamique et d'évolution temporelle du déplacement, de la plastification et des efforts internes.

L'étude du comportement de la sous-structure est approfondie au chapitre III, où l'on s'intéresse à une situation de chargement plus réaliste. Le système est en effet désormais sollicité par une charge répartie et son support central est initialement présent, avant que la réaction d'appui reprise par ce dernier s'annule progressivement.

Au chapitre IV, on envisage la réponse d'un portique bidimensionnel dans son ensemble. Les similitudes et différences de comportement par rapport à la sous-structure sont clairement identifiées. Enfin, une sous-structure élémentaire est extraite d'un portique et son aptitude à représenter la réponse de l'ossature complète sous chargement dynamique est évaluée.

Pour terminer, le dernier chapitre s'intéresse, d'une part, à l'expression de la réponse d'une sous-structure en fonction de grandeurs adimensionnelles caractéristiques du système et, d'autre part, à la quantification des effets dynamiques. Tout d'abord, des paramètres adimensionnels dépendant des propriétés mécaniques et géométriques du système sont définis à l'aide de l'étude de la réponse statique d'une sous-structure. Diverses conclusions peuvent ainsi être tirées quant à la représentation des courbes de comportement statique selon ces axes adimensionnels. Finalement, le développement d'une méthode simplifiée visant à fournir la flèche dynamique maximale d'une sous-structure engendrée par l'application d'une force concentrée P en son centre, à une vitesse donnée, est entrepris.

I. Etat de la question

1. INTRODUCTION

Ce premier chapitre a pour but de décrire le cadre général dans lequel s'inscrit le présent travail. Il s'articule autour de six points :

- la définition des notions de robustesse et de ruine en chaîne (section 2),
- les méthodes disponibles pour aborder le problème dans le cadre d'un dimensionnement (3),
- les prescriptions de différents codes relatives à ce sujet (4),
- la description de certains aspects de la réponse dynamique d'une structure et les caractéristiques principales liées aux chargements d'impact et d'explosion (5),
- les résultats de recherches concernant l'étude du comportement d'une structure suite à la ruine d'une colonne portante (6),
- les conclusions de ce premier chapitre et les objectifs du présent travail (7).

Dans la première partie, la notion de ruine progressive engendrée par un dommage initial localisé est définie, ainsi que l'exigence de robustesse y associée. Cette dernière est alors comparée au cas d'un dimensionnement traditionnel, en termes de situation de chargement et d'exigences structurelles. L'aspect règlementation est également brièvement abordé. Finalement, diverses particularités du problème sont présentées, mettant en avant sa complexité.

Dans un deuxième temps, les diverses stratégies proposées dans les normes pour assurer la robustesse d'une structure et éviter sa ruine en chaîne sont décrites. Les prescriptions de différents codes, basées sur ces stratégies, sont ensuite résumées, montrant leurs insuffisances. On s'intéresse principalement au scénario « perte d'un élément porteur vertical ».

A la section 5, on aborde certains aspects du comportement dynamique d'un système. On décrit également les principales caractéristiques du chargement engendré par un impact ou une explosion, et la manière d'y répondre d'une structure.

Le point 6 fixe plus précisément le contexte du présent travail, en s'intéressant particulièrement au comportement d'une structure en portiques suite à un scénario de ruine initiale correspondant à la perte d'une colonne. Ce scénario est intrinsèquement indépendant de la cause spécifique ayant entraîné la perte de capacité portante de l'élément, puisque les caractéristiques propres du chargement exceptionnel en question sont ignorées. A ce stade, on suppose simplement que la colonne perd sa capacité portante très lentement dans le cas où la situation peut être considérée comme statique et, à l'autre extrême, que la colonne est retirée instantanément dans le cas de situations dynamiques. A ce sujet, les résultats de diverses recherches, qui servent de point de départ au présent travail, sont présentés. Il s'agit de recherches menées à l'Université de Liège (approche statique) et à l'*Imperial College* de Londres (approche dynamique).

Pour terminer, les conclusions de ce premier chapitre sont présentées, permettant de définir les objectifs délimitant le cadre du présent travail.

2. NOTIONS DE ROBUSTESSE ET DE RUINE PROGRESSIVE

2.1. Définition

On peut définir la robustesse d'une structure comme sa capacité à conserver son intégrité structurelle globale par suite d'événements exceptionnels imprévus, c'est-à-dire non pris en compte au travers d'un dimensionnement classique. Ces événements exceptionnels peuvent être divers (impact, explosion, incendie,...) et résulter soit d'erreurs humaines ou accidents (mauvais dimensionnement au flambement d'une colonne, explosion de gaz,...), soit d'actes volontaires (attentats terroristes).

L'effondrement partiel du Ronan Point, à Londres, en 1968, est reconnu comme étant l'événement initiateur de la prise de conscience de la nécessité d'intégrer au dimensionnement des structures, et en particulier des bâtiments, cette exigence de robustesse. Cette dernière vise en effet à éviter qu'une ruine en cascade ne fasse suite à un endommagement local, de telle sorte que la structure ne soit pas détruite dans une mesure disproportionnée vis-à-vis de la cause.

Le Ronan Point était une tour à appartements de 22 étages. Suite à une explosion de gaz survenue au 17^{ème} étage et les pressions qui en résultèrent sur les murs, ces derniers furent poussés vers l'extérieur, ce qui engendra une perte de support pour la dalle de plancher et les murs des étages supérieurs. N'existant aucun cheminement alternatif des efforts permettant de redistribuer les charges gravitaires vers d'autres éléments porteurs, il s'ensuivit leur effondrement, entraînant à leur suite les étages supérieurs et propageant ainsi la ruine jusqu'au dernier étage du bâtiment. Par ailleurs, l'impact induit par la chute des débris provenant des étages supérieurs sur les niveaux inférieurs provoqua les effondrements successifs des planchers, propageant la ruine jusqu'à la base. Finalement, le coin du bâtiment fut détruit de haut en bas. Bien que ne figurant pas parmi les catastrophes les plus désastreuses, cet exemple est toutefois très représentatif d'une ruine tout à fait disproportionnée vis-à-vis de l'événement déclencheur.

2.2. Exigence de robustesse versus dimensionnement traditionnel

Le dimensionnement d'une structure visant à lui assurer une robustesse suffisante se distingue des exigences classiques d'états limites ultime et de service par de nombreux aspects, qui contribuent également à sa complexité.

2.2.1. Situations de chargement

Dans le cas d'un dimensionnement traditionnel, les charges à considérer pour effectuer les vérifications aux états limites (ELU et ELS) sont connues, qu'elles soient directement calculables (p. ex. le poids propre) ou prévues par les normes (p. ex. les charges d'exploitation). Cela permet donc un dimensionnement explicite de la structure sous ces actions, vérifiant qu'elles ne mènent pas à l'atteinte d'un état limite.

Pour ce qui est par contre de l'exigence de robustesse dans le cas d'événements exceptionnels, on désire se prémunir de l'effondrement global de la structure par suite d'actions imprévues, et donc a priori inconnues, qui peuvent être de natures très diverses. Ces événements ont une probabilité d'occurrence trop faible pour faire l'objet d'un dimensionnement traditionnel et ne sont donc pas pris en compte dans la vérification des états limites. On ne peut en effet, pour des raisons technico-économiques évidentes, concevoir les structures pour résister à toutes les actions possibles et imaginables. Néanmoins, les conséquences d'un effondrement résultant de tels événements peuvent

être considérables. Pour cette raison, il est souhaitable qu'une structure subissant la perte d'un ou plusieurs de ses éléments sous l'action d'un événement exceptionnel puisse se comporter de manière satisfaisante, c'est-à-dire qu'elle puisse conserver sa stabilité globale en dépit d'une ruine localisée. C'est donc dans ce contexte que se situe l'exigence de robustesse.

En toute généralité, les charges exceptionnelles peuvent être de nombreuses natures : neige, vent, séisme, incendie, impact, explosion,... Elles peuvent en outre être statiques ou dynamiques. A ce niveau, il est utile de distinguer les notions de charge accidentelle et exceptionnelle, en rappelant la définition des actions exceptionnelles comme trop peu probables pour être intégrées au dimensionnement aux états limites. En effet, bien qu'un événement puisse être à la fois accidentel et exceptionnel, ce n'est pas toujours le cas. Tout d'abord, il existe des situations accidentelles prises en compte par un dimensionnement explicite aux états limites, et donc sortant du cadre des actions exceptionnelles telles que définies plus tôt. A l'inverse, il peut se produire des situations exceptionnelles résultant d'actions qui ne sont pas en elles-mêmes généralement considérées comme accidentelles ; c'est par exemple le cas d'une charge de neige dépassant celle prise en compte dans le dimensionnement.

2.2.2. Exigences structurelles

Les cadres dans lesquels s'inscrivent respectivement l'exigence de robustesse et le dimensionnement traditionnel sont tout à fait distincts. Il est par ailleurs évident que l'on ne peut avoir les mêmes exigences concernant le comportement de la structure vis-à-vis des actions « normales » et des chargements exceptionnels.

Le but d'un dimensionnement classique consiste à vérifier que les charges de dimensionnement ne mènent pas à l'atteinte d'un état limite, et donc à assurer la résistance, la stabilité, la raideur et la ductilité des éléments structurels et de la structure dans son ensemble sous des charges explicites, avec un niveau de sécurité défini. Il s'agit donc, à l'ELU, de garantir que la structure ne subisse pas de dommages : résistance et stabilité sous charges pondérées ; et, à l'ELS, de veiller au bon fonctionnement de la structure, permettant son exploitation normale : limitation des déplacements et des vibrations sous charges de service.

L'objectif d'un dimensionnement « robuste » des structures est tout autre. Il convient de garantir l'intégrité structurelle de la majeure partie de l'ossature et donc de faire en sorte qu'elle puisse demeurer globalement stable malgré une destruction partielle, qui doit rester très localisée. L'atteinte d'un nouvel état déformé stable de la structure sera bien entendu conditionnée par le respect de diverses conditions, notamment de ductilité, de résistance et de redondance, permettant une redistribution des charges vers les éléments non endommagés de la structure. Le but est de conserver une résistance résiduelle et un temps de stabilité suffisants pour permettre l'évacuation des occupants. Il s'agit donc de réduire les risques des services d'intervention et de sauver des vies. On ne cherche en aucun cas à conserver la structure dans un état permettant la poursuite de son exploitation normale.

Cela étant, aucune restriction absolue des déplacements n'est requise. Au contraire, des déplacements importants seront souvent nécessaires au développement d'effets de second ordre stabilisateurs, comme c'est par exemple le cas de l'effet câble dans les poutres de portiques subissant la ruine d'une colonne portante. Bien entendu, il faut pour cela que la structure soit capable de subir de tels déplacements sans qu'ils n'engendrent de ruine prématûre, et donc qu'elle présente un niveau de ductilité suffisant. Le nouveau cheminement des efforts permettant la descente des charges vers les fondations dans la structure endommagée implique également de solliciter divers éléments structurels d'une manière différente du mode de fonctionnement pour lequel ils ont été prévus au départ (p. ex. interaction moment de flexion – effort de traction dans les assemblages d'extrémité des poutres lors du développement de l'effet câble). Il convient donc qu'ils puissent y résister afin d'éviter la propagation de la ruine, d'élément en élément, jusqu'à son extension à une partie considérable de la structure, voire

l'effondrement complet de celle-ci. Finalement, il est clair que l'hyperstaticité de la structure est une condition sine qua non à la possibilité d'un cheminement alternatif des efforts dans la structure. En effet, il va de soi que la rupture d'une section dans une structure isostatique ne peut que mener à sa ruine.

2.2.3. Réglementation

Dans le cas d'un dimensionnement classique aux états limites, aussi bien les combinaisons de charges à prendre en considération que les vérifications à effectuer aux ELU et ELS sont, pour la plupart des cas, clairement définies par des règles de dimensionnement adéquates.

En ce qui concerne les événements exceptionnels et le risque d'effondrement en chaîne initié par la rupture localisée d'un ou quelques éléments structurels, plusieurs codes normatifs intègrent la notion de robustesse et l'exigence d'intégrité structurelle globale. Ils imposent que les structures soient conçues, dimensionnées et exécutées de telle sorte que, suite à une ruine localisée engendrée par un événement exceptionnel quel qu'il soit (impact, explosion, incendie,...), elles ne soient pas endommagées dans une mesure disproportionnée par rapport à la cause. Il convient donc d'éviter la propagation de la ruine initiale, menant à l'effondrement d'une part considérable ou de l'entièreté de la structure.

Dans cette optique, ces codes préconisent des méthodes visant à garantir l'intégrité structurelle de l'ossature en évitant une ruine progressive. Les différentes stratégies possibles et les prescriptions de différentes normes en la matière sont présentées aux points 3 et 4. Il peut s'agir soit d'approches de dimensionnement prescriptives (méthode indirecte), soit de méthodes basées sur une analyse structurale (méthodes directes). Néanmoins, plusieurs lacunes persistent. Tout d'abord, les méthodes prescriptives reposent sur des aspects qualitatifs du comportement structural et des quantifications forfaitaires des actions et non sur des bases scientifiques rationnelles. De plus, cette approche indirecte est basée sur des considérations de résistance mais aucunement de ductilité. Les méthodes directes, si elles sont basées sur une analyse dynamique non linéaire complète de la structure, donnent des résultats précis mais sont complexes à mettre en œuvre. Les simplifications proposées par différents codes pour rendre le calcul plus abordable, comme par exemple la manière simpliste, suggérée par plusieurs codes, de prendre en compte les effets dynamiques résultant des actions exceptionnelles par l'introduction d'un facteur multiplicateur des charges de 2, sont parfois très discutables. A l'heure actuelle, on ne trouve pas dans ces codes de méthode pratique permettant de déterminer la réponse de la structure de manière simplifiée, mais toutefois suffisamment précise. Il serait pourtant très intéressant de disposer de telles méthodes, ce qui justifie les recherches entreprises dans ce domaine.

2.3. Particularités du problème

2.3.1. Événements exceptionnels variés et a priori inconnus

Comme cela fut déjà évoqué plus haut, les événements exceptionnels susceptibles de se produire, bien qu'avec une probabilité d'occurrence extrêmement faible, peuvent être de types, natures et intensités très variés. De plus, ces événements, non pris en compte dans le dimensionnement classique aux ELU et ELS, sont a priori inconnus.

Or, il est évident que le comportement d'une structure suite à une ruine localisée dépendra fortement du ou des éléments initialement endommagés, du type de ruine et de l'événement ayant

provoqué celle-ci. Par conséquent, si l'on veut pouvoir étudier le comportement de la structure dans une telle situation exceptionnelle, il faut en premier lieu définir la ruine initiale à laquelle elle va devoir faire face. Le scénario le plus souvent envisagé, et qui sera également considéré dans ce travail, consiste en la perte de capacité portante d'une colonne. Ce scénario ne considère pas explicitement la cause spécifique ayant engendré la ruine de la colonne.

2.3.2. Aspects variés à considérer dans l'étude du comportement de la structure

Une fois le scénario déclencheur de la ruine clairement défini, il est possible d'étudier l'évolution du comportement de la structure faisant suite à la ruine localisée initiale. Cela permet d'évaluer sa capacité à rediriger les efforts vers les éléments non endommagés afin, grâce au développement d'un nouveau mode de fonctionnement, d'atteindre une stabilisation évitant la propagation de la ruine. La manière dont les efforts vont, ou non, pouvoir se redistribuer dans la structure de façon à conserver sa stabilité globale dépendra de ses caractéristiques propres : système structural, ductilité, résistance, redondance, continuité. Ce type d'étude donne la possibilité de définir les conditions de résistance et de ductilité que doivent présenter les divers éléments structurels de manière à permettre l'atteinte de cet état déformé stabilisé. Cette analyse est toutefois complexe en raison des divers aspects et paramètres à considérer.

Il va de soi que l'étude du comportement structural doit, notamment, intégrer la prise en compte des non-linéarités. Celles-ci sont à la fois géométriques, via les effets de second ordre liés aux grands déplacements rencontrés, et matérielles, puisque les matériaux seront, dans ces cas de chargement extrême, sollicités bien au-delà de leur domaine élastique. Il convient également de considérer les effets dynamiques, dans le cas où la perte de capacité portante de l'élément initialement détruit par l'événement exceptionnel est relativement rapide.

Les effets de second ordre sont souvent primordiaux pour permettre un nouveau mode de fonctionnement de la structure localement endommagée, selon une nouvelle descente de charges, lui permettant de redistribuer les efforts vers ses éléments sains pour atteindre un état final stable. Ce dernier implique des déplacements et déformations importants, de même que des sollicitations différentes de celles que les éléments subissent dans le mode de fonctionnement normal de la structure.

En prenant pour exemple le cas d'une structure de portique subissant la ruine d'une colonne, ces différents effets peuvent être mis en avant. Par suite de la perte d'un support, la poutre surmontant la colonne en question va se retrouver dans une situation où elle va devoir franchir une portée double. Un mécanisme plastique va se former et la poutre va prendre une flèche importante, qui va induire le développement d'un effet câble dans cette poutre, pour autant qu'elle puisse bénéficier d'une restréinte suffisante à ses extrémités. Ce comportement, qui sera décrit plus en détail ultérieurement, peut, sous certaines conditions, mener à l'atteinte d'un état déformé stable dans lequel la poutre directement affectée par la perte de la colonne peut supporter les charges qui lui sont appliquées grâce à cet effet câble, pour les reporter vers les parties adjacentes de l'ossature. Cette situation ne pourra être atteinte que si la ductilité des éléments est suffisante au niveau des rotules plastiques et si le nouveau cheminement des efforts peut se faire sans engendrer de ruine prématuée. Par exemple, les assemblages aux extrémités des poutres devront pouvoir supporter une combinaison de moment de flexion et d'effort de traction, pour laquelle ils n'ont pas été dimensionnés initialement.

Par ailleurs, la ruine d'une colonne (ou d'un autre élément structurel) peut être quasi-statique ou dynamique. Une situation statique signifie que la perte de capacité portante de l'élément est suffisamment lente pour ne pas provoquer d'accélération significative dans la structure, les effets d'inertie et l'amplification dynamique restant donc négligeables. Ce pourrait être le cas, par exemple,

d'une colonne dont les caractéristiques mécaniques se dégradent progressivement sous l'effet d'un feu localisé, ou encore d'un poteau en situation de flambement. A l'inverse, dans le second cas, la ruine est rapide et les effets d'amplification dynamique doivent être pris en compte. Un impact ou une explosion peuvent être à l'origine d'une telle ruine. Outre l'amplification des efforts et déplacements de la structure liée aux effets dynamiques, ceux-ci engendrent également une variation des caractéristiques mécaniques des matériaux. En effet, les lois de comportement des matériaux dépendent de leur vitesse de déformation.

3. STRATEGIES DE DIMENSIONNEMENT

3.1. Introduction

Il existe deux grands types d'approches visant à minimiser le risque de ruine progressive. Il s'agit des méthodes indirecte et directes. Parmi ces dernières, on trouve la méthode de cheminement alternatif des efforts, ou « *alternative load path method* », et la méthode de résistance locale spécifique, ou « *specific local resistance method* ».

Ces trois options principales (méthode indirecte, cheminement alternatif et résistance spécifique) furent initialement introduites dans les *British Standards* qui, par suite de la catastrophe survenue au Ronan Point en 1968, furent les premiers codes à intégrer la notion de robustesse et de ruine progressive. Il y est fait référence à ces trois méthodes respectivement sous les noms de « *tying method* », « *bridging method* » et « *key element method* ». Les autres codes relatifs à ces notions ont été définis ensuite en s'inspirant largement des principes introduits dans les *British Standards*. On y retrouve, sous d'autres noms et avec quelques adaptations d'un code à l'autre, ces méthodes principales. Elles sont brièvement décrites ci-dessous.

3.2. Méthode indirecte

Dans cette méthode, la résistance d'une structure vis-à-vis d'une ruine progressive potentiellement initiée par une rupture locale est prise en compte de manière implicite, via une série de règles prescriptives destinées à augmenter la robustesse globale de la structure. Au lieu de s'intéresser explicitement au comportement de la structure sous l'effet d'une action exceptionnelle (comme c'est le cas des méthodes directes), cette approche de dimensionnement implicite inclut une série de mesures visant à conférer à la structure un niveau suffisant de résistance et de continuité. Ces mesures ont pour effet de faciliter la redistribution des efforts, en cas de ruine localisée engendrée par une situation de chargement exceptionnel, de sorte qu'ils puissent être supportés par les éléments non endommagés. La robustesse générale de la structure en est accrue, mais dans une mesure qui n'est toutefois pas quantifiable. L'avantage principal de cette méthode réside dans sa simplicité, puisqu'elle est directement et simplement applicable à toute structure, indépendamment des événements exceptionnels susceptibles de survenir, et ne requiert pas d'analyse structurale supplémentaire.

Un aspect essentiel de cette méthode indirecte, qu'il semble intéressant de préciser, est relatif aux éléments de liaison requis pour assurer une solidarisation globale des éléments de la structure. L'idée sous-tendant ce principe est que, si l'ensemble des poutres et colonnes de la structure sont reliées mécaniquement par des éléments et assemblages capables de transférer des efforts suffisants

(forfaiteurs), alors la structure présentera une meilleure résistance vis-à-vis d'un effondrement progressif initié par une ruine locale. En effet, la solidarisation des éléments structurels a pour effet d'augmenter la continuité et la redondance de la structure, et donc les possibilités de cheminements alternatifs permettant d'assurer la descente de charges en cas de rupture de l'un ou l'autre élément.

Des éléments de liaison aussi bien horizontaux que verticaux sont requis. Ces liens sont généralement constitués par les profilés métalliques ou par des barres d'armature dans les éléments en béton. Les liens horizontaux sont de plusieurs types : périphériques, internes, de même que des liens solidarisant les colonnes de bords, de coins, ou encore les murs au reste de la structure. Les liens périphériques doivent être continus tout le long du périmètre de chaque niveau. De même, les éléments de liaison internes doivent être continus d'un bord à l'autre. Des forces de liaison verticales doivent également pouvoir se développer dans les colonnes et murs porteurs. Ces liens doivent être continus du premier au dernier niveau de la structure. La figure suivante montre les différents types d'éléments de liaison dont il est question ici.

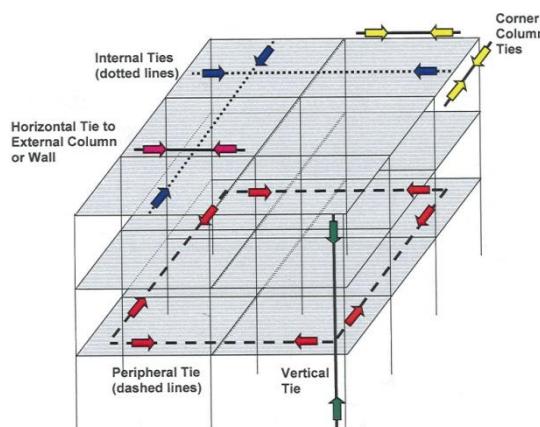


Fig. I.1 : Schéma des liens requis dans la méthode indirecte pour assurer la résistante à une ruine progressive [1]

3.3. Méthodes directes

Contrairement à la méthode indirecte, les méthodes directes évaluent explicitement la résistance de la structure sous l'action de chargements exceptionnels particuliers, susceptibles de provoquer une ruine locale, pouvant elle-même entraîner un effondrement d'une partie considérable de la structure. Pour étudier ces comportements, il est donc nécessaire, avant tout, de définir les différents scénarios à considérer. Les méthodes directes reposent idéalement sur une analyse structurale tridimensionnelle, intégrant le comportement géométriquement et matériellement non linéaire de la structure ainsi que les effets dynamiques éventuels.

3.3.1. Cheminement alternatif des efforts

Cette méthode constitue l'approche de dimensionnement directe la plus souvent utilisée pour évaluer la capacité d'une structure à résister à une ruine progressive. Dans cette méthode, un élément porteur particulier de la structure est supprimé (p. ex. une colonne) et celle-ci est analysée de manière à évaluer son aptitude à rester stable malgré la perte de cet élément structural, la ruine demeurant localisée. Afin de pouvoir « franchir », en restant stable, la zone endommagée par l'élément manquant, la structure doit être capable de redistribuer les charges après la ruine de l'élément porteur en question. Cela implique la nécessité qu'il puisse se développer dans la structure un cheminement alternatif des efforts. Bien qu'il s'agisse d'une méthode directe, cette approche est, en un sens, indépendante de la

cause initiant la ruine, puisqu'elle ne nécessite pas une caractérisation de l'événement exceptionnel ayant engendré la perte de la colonne ou du mur porteur.

Dans cette approche, plusieurs analyses doivent être effectuées car différentes situations de perte d'une colonne (ou d'un mur) doivent être envisagées. A chaque fois, une seule colonne (ou un seul morceau de mur), à un seul étage, est supposée perdre complètement sa capacité portante. Les divers cas à considérer sont définis dans les codes. De manière générale, il convient de considérer la perte d'une colonne externe située à proximité du milieu du grand côté du bâtiment, du petit, et dans un coin. Il faut aussi envisager la suppression d'une colonne aux endroits où la géométrie en plan du bâtiment présente une discontinuité. Dans certains cas, la perte de capacité portante d'une colonne interne doit être prise en compte. Selon les prescriptions de la « *United States General Services Administration* » (GSA), seules les analyses relatives à la suppression d'un élément porteur du rez-de-chaussée doivent être réalisées tandis que, selon les « *Unified Facilities Criteria of the United States Department of Defense* » (UFC), tous les étages doivent être considérés indépendamment, à moins qu'il ne soit clairement justifié que la réponse structurale est identique à celle d'un autre cas étudié en détail.

Cette méthode de cheminement alternatif des efforts a pour défaut de ne pas représenter correctement les effets d'un événement exceptionnel particulier sur la structure. En effet, elle suppose qu'un seul élément porteur est supprimé à la fois, alors que la réalité peut être tout autre. Par exemple, plusieurs colonnes pourraient être détruites ou fortement endommagées simultanément par un impact ou une explosion. En outre, on admet ici que la colonne est enlevée sans que les assemblages ou éléments adjacents ne subissent aucune détérioration, ce qui est également une idéalisation. Néanmoins, l'utilisation de cette méthode mène à concevoir des structures présentant de bonnes propriétés de ductilité, d'absorption d'énergie, de résistance, de redondance et de continuité ; permettant de réduire le risque de voir un effondrement progressif faire suite à une ruine initiale localisée. Il faut donc considérer cette méthode comme un outil permettant de garantir la bonne robustesse d'une structure, plutôt que comme une simulation correcte de la réponse réelle de la structure suite à un dommage initial.

En toute généralité, plusieurs types d'analyse peuvent être mis en œuvre pour étudier le comportement d'une structure suite à la perte d'une colonne, dans le cadre de cette méthode de cheminement alternatif des efforts :

- Analyse statique linéaire :

Lorsque ce type d'analyse est utilisé, l'ensemble des charges est appliqué en une fois à la structure dont un élément porteur vertical a été enlevé. Certains codes suggèrent de prendre en compte implicitement les effets dynamiques en supposant des charges statiques équivalentes définies sur base d'un coefficient multiplicateur de 2, et le comportement matériel non linéaire par l'introduction de rotules plastiques discrètes. Cette méthode ne peut fournir qu'une approximation très grossière de la réponse structurelle en raison des insuffisances liées à l'estimation des effets dynamiques et l'impossibilité de prendre en compte correctement les non-linéarités, à la fois géométriques et matérielles. Or, ces deux effets non linéaires, par le développement d'effets du second ordre, d'une part, et par la sollicitation du matériau dans le domaine plastique, d'autre part, ont une influence considérable sur le comportement de la structure suite à la suppression d'une colonne et la redistribution des efforts qui y est associée. Cette méthode n'est donc qu'un moyen grossier d'évaluer le niveau de ductilité et de continuité d'une structure. Sa fiabilité n'est pas nécessairement meilleure que celle de l'approche indirecte prescriptive.

- Analyse statique non linéaire :

Ce type d'analyse permet de prendre en compte les non-linéarités liées à la redistribution des efforts dans la structure. Il s'agit tout d'abord des non-linéarités géométriques, et en particulier de l'effet câble se développant dans les poutres pour atteindre un nouvel état d'équilibre. Le comportement non-linéaire du matériau peut également être considéré. Cette approche utilisant une analyse statique non linéaire est adéquate si la perte de capacité portante de la colonne revêt un

caractère quasi-statique. Si les effets dynamiques doivent être envisagés, ils peuvent de nouveau être simulés, de manière très peu précise toutefois, en amplifiant les charges d'un facteur 2.

- Analyse dynamique linéaire :

Cette analyse prend en compte explicitement les effets dynamiques induits par la suppression de l'élément porteur mais ne peut intégrer ni les effets de second ordre ni la réponse inélastique du matériau.

- Analyse dynamique non linéaire :

Il s'agit bien entendu de l'approche la plus rigoureuse pour l'évaluation de la réponse de la structure lors de la suppression d'une colonne, intégrant à la fois les effets dynamiques et non-linéaires. Cette précision accrue va évidemment de pair avec une augmentation des difficultés de calcul. Toutefois, des logiciels de calcul numérique par éléments finis permettent actuellement d'aborder ce type d'analyse.

3.3.2. Résistance locale spécifique

Cette méthode consiste à dimensionner certains composants de la structure de manière à ce qu'ils présentent une résistance suffisante pour supporter une action exceptionnelle spécifique, comme par exemple un impact ou une explosion. Cette approche, contrairement à la méthode de cheminement alternatif des efforts, est intrinsèquement dépendante de l'événement extrême considéré, puisque l'élément est dimensionné vis-à-vis de cette action particulière, qui doit donc être caractérisée. Par contre, cette méthode de résistance spécifique ne garantit pas que la structure puisse se comporter convenablement sous d'autres événements accidentels que ceux explicitement considérés. En termes de procédure, cette approche se rapproche davantage d'un dimensionnement classique puisqu'il s'agit de vérifier la résistance d'un élément vis-à-vis d'une sollicitation clairement définie.

Les éléments faisant l'objet d'un tel dimensionnement sont essentiellement de deux types. Il s'agit soit d'éléments particulièrement sujets à des charges accidentelles, comme c'est le cas des colonnes extérieures d'une structure à proximité d'une voie de circulation vis-à-vis d'un impact de véhicule ; soit d'éléments-clés. Les éléments-clés sont des éléments indispensables à la stabilité globale de la structure, et dont la ruine se solderait inévitablement par un effondrement progressif affectant une portion disproportionnée de la structure. Ces éléments doivent absolument rester intacts pour permettre la redistribution des charges et maintenir la stabilité.

4. PRESCRIPTIONS NORMATIVES

4.1. Introduction

L'effondrement partiel du Ronan Point en 1968 engendra une prise de conscience accrue de la menace que constituent certains événements exceptionnels vis-à-vis de l'intégrité des structures et du risque de ruine progressive provoquée par un dommage initial localisé. Depuis, plusieurs pays d'Europe de l'Ouest et d'Amérique du Nord, à commencer par le Royaume-Uni et le Canada, ont inclus dans leur codes de dimensionnement des règles relatives ce risque. Ces prescriptions visent à éviter qu'un dommage local associé à une situation de chargement extrême se solde par un effondrement général du bâtiment ou d'une grande partie de celui-ci.

Bien que ces différents codes aient tous leurs particularités, on y retrouve, de manière générale, les procédures de base présentées ci-dessus, initialement inspirées des *British Standards*. Une brève description des recommandations contenues dans quelques uns de ces codes est reprise ci-dessous. L'objectif n'est évidemment pas ici de reprendre en détail l'ensemble des règles présentes dans les diverses normes mais plutôt de donner un aperçu des procédures préconisées. Si nécessaire, l'on pourra toujours se référer aux codes en question pour de plus amples informations.

4.2. *British Design Standards*

Le Royaume-Uni fut le premier pays, suite à la catastrophe du Ronan Point, à intégrer dans ses normes de dimensionnement la notion de ruine en chaîne, proposant des moyens de se prémunir vis-à-vis de ce risque. Trois approches de dimensionnement sont décrites : « *the tying method* », « *the bridging method* » et « *the key element method* ».

La première procédure correspond à la méthode indirecte présentée précédemment. Elle consiste à rendre le bâtiment suffisamment robuste pour supporter, sans s'effondrer, une ruine limitée ; c'est-à-dire à faire en sorte que cette dernière ne puisse se propager et engendrer un effondrement progressif. Pour atteindre ce but, la continuité et la redondance de la structure sont renforcées grâce à des liens effectifs, horizontaux et verticaux, entre les éléments structurels. Ces éléments de liaisons doivent être capables de transférer un effort suffisant pour assurer la redistribution des charges dans la structure en cas de ruine locale, permettant le développement d'un nouveau mode de fonctionnement, via une descente des charges utilisant un cheminement alternatif des efforts. Les éléments de liaison, de même que leurs assemblages, doivent pouvoir supporter une force de liaison minimale recommandée de 75 kN.

La seconde méthode constitue une méthode directe de cheminement alternatif des efforts. Elle doit être mise en œuvre lorsqu'il est impossible de fournir une solidarisation suffisante de l'ensemble des éléments de la structure par des liens effectifs. Dans ce cas, chaque élément structurel qui n'est pas efficacement solidarisé au reste de l'ossature par des liens convenables, que ce soit un élément porteur vertical ou une poutre supportant une ou plusieurs colonnes, doit être fictivement supprimé, un à la fois et à un étage, puis la structure analysée dans cette configuration pour vérifier que la ruine reste localisée. Il convient de s'assurer que cette ruine ne concerne que l'étage directement supporté par l'élément enlevé et que l'étendue des dégâts ne dépasse pas la plus faible des valeurs suivantes : 15% de la surface du plancher de cet étage ou 70m². La combinaison de charges à considérer dans cette analyse comprend la totalité des charges de poids mort ainsi qu'un tiers des sollicitations de vent et des charges d'exploitation, à moins que ces dernières soient de nature permanente (stockage), auquel cas leur valeur totale doit être considérée.

La troisième approche est une méthode directe consistant à s'assurer de la résistance spécifique d'éléments-clés, dimensionnés explicitement vis-à-vis d'une action donnée. Si la méthode précédente (« *bridging method* ») montre que la structure ne peut supporter la perte d'un élément sans que la ruine se propage sur une zone dépassant la limite mentionnée ci-dessus, alors l'élément en question doit être considéré comme un élément-clé. De tels éléments doivent être dimensionnés de sorte qu'ils soient capables de supporter les sollicitations associées à une pression statique de 34 kN/m². Cette valeur de référence constitue une estimation de la pression supposée s'être développée lors de l'explosion de gaz au Ronan Point. Il s'agit donc d'une pression forfaitaire destinée, en pratique, à simuler les sollicitations engendrées par un événement accidentel fictif et non celles issues d'une charge exceptionnelle spécifique. Les sollicitations accidentelles de dimensionnement sont supposées agir simultanément avec un tiers de toutes les charges caractéristiques normales.

Le respect de l'ensemble de ces prescriptions doit donc fournir des structures plus robustes et mieux aptes à supporter un dommage local sans qu'il n'engendre d'effondrement généralisé. Les bases des approches décrites ici, issues des *British Standards*, ont inspiré les codes de dimensionnement d'autres pays.

4.3. Eurocodes

L'Eurocode 1 stipule qu'une structure doit être conçue et exécutée de telle sorte qu'elle ne soit pas endommagée par des événements tels qu'une explosion, un choc et les conséquences d'erreurs humaines de façon disproportionnée par rapport à la cause initiale. La partie 1-7 de l'Eurocode 1 traite des actions accidentelles (*Eurocode 1 : Actions on structures – Part 1-7 : General actions - Accidental actions*). Elle fournit des stratégies et des règles visant à assurer la sécurité des bâtiments et autres structures vis-à-vis des actions accidentelles, aussi bien identifiables que non identifiables. Les différentes stratégies pouvant être adoptées sont résumées à la figure 2 ci-dessous.

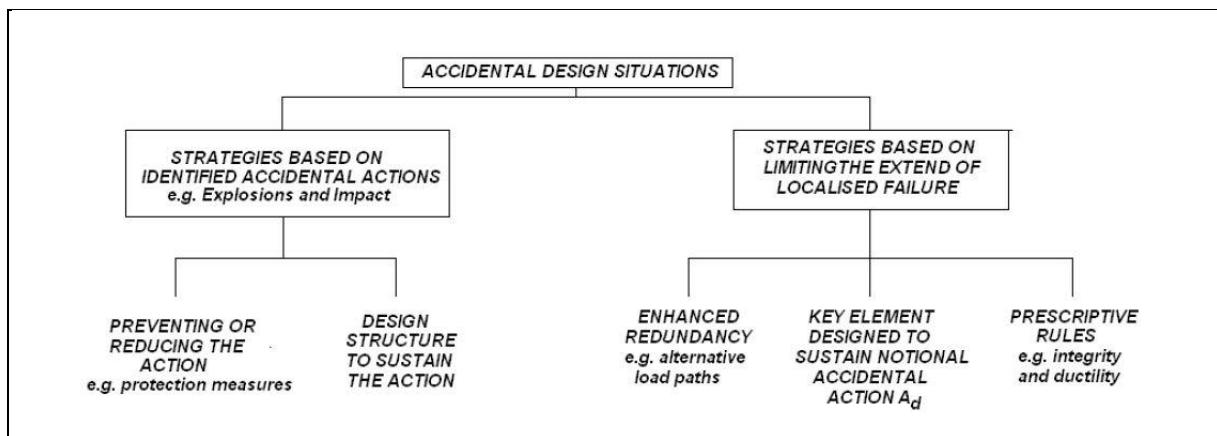


Fig. I.2 : Stratégies pour les situations de dimensionnement accidentnelles [4]

Ce sont essentiellement les actions non identifiées dont on se préoccupe ici, vis-à-vis desquelles la structure doit présenter des propriétés de robustesse suffisantes pour limiter l'étendue d'une ruine initiale localisée. On remarque que les stratégies proposées par l'Eurocode dans ce cas sont largement inspirées des trois approches définies dans les *British Standards*. Pour réduire l'étendue des dommages suite à un événement accidentel non spécifié, il s'agit en effet d'adopter une ou plusieurs des stratégies suivantes :

- Accroître la redondance de sorte que ni l'entièreté de la structure ni une partie significative de celle-ci ne s'écroule si une ruine locale se produit. Cette approche vise à faciliter le transfert des charges via des cheminements alternatifs des efforts suite à l'événement exceptionnel.
- Dimensionner des éléments-clés, desquels dépend particulièrement la stabilité de la structure, afin qu'ils puissent supporter une action accidentelle forfaitaire A_d . Cette action est à combiner avec les autres sollicitations permanentes et variables de la structure selon la combinaison définie dans EN 1990, 6.4.3.3, pour les situations de projet accidentelles. Cette combinaison est la suivante :

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ou } \psi_{2,1}) \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

où il convient de choisir entre $\psi_{1,1} \cdot Q_{k,1}$ ou $\psi_{2,1} \cdot Q_{k,1}$ en fonction de la situation accidentelle considérée. Dans ces expressions :

- Σ signifie "l'effet combiné de",
- "+" signifie "doit être combiné à",
- E_d est la valeur de calcul de l'effet des actions,

- $G_{k,j}$ est la valeur caractéristique de l'action permanente j ,
 - P est la valeur représentative appropriée d'une action de précontrainte,
 - A_d est la valeur de calcul d'une action accidentelle,
 - $Q_{k,1}$ est la valeur caractéristique de l'action 1 variable dominante,
 - $Q_{k,i}$ est la valeur caractéristique de l'action i variable d'accompagnement,
 - ψ_1 est le coefficient définissant la valeur fréquente d'une action variable,
 - ψ_2 est le coefficient définissant la valeur quasi-permanente d'une action variable.
- Appliquer des règles de dimensionnement prescriptives qui fournissent à la structure un niveau de robustesse acceptable, par exemple via des éléments de liaisons effectifs dans les trois directions principales ou un niveau de ductilité minimal des éléments structurels leur permettant d'absorber une quantité d'énergie de déformation importante sans rupture.

L'Eurocode définit également trois classes de conséquences CC1, CC2 et CC3, respectivement pour des niveaux de conséquences faible, moyen et élevé. Les recommandations à suivre sont d'autant plus sévères que la classe de conséquences est élevée. Concernant les structures de bâtiments, l'annexe A du document dont il est question ici, informative, fournit des indications sur les procédures à adopter pour les différentes classes de conséquences (*« Design for Consequences of localised Failure in a building Structure from an Unspecified Cause »*). Les trois classes de conséquences sont d'abord définies en fonction du type et de l'importance des bâtiments considérés. La classe 2 est encore divisée en deux groupes de risques. Ensuite, les stratégies recommandées dans les différents cas sont décrites.

Pour les bâtiments de la CC1, aucune considération spécifique n'est nécessaire concernant les actions accidentelles provenant de causes non identifiées. Pour les bâtiments du groupe inférieur de la CC2, il convient de prévoir des éléments de liaison horizontaux. Les différents liens à assurer de même que l'effort de traction qu'ils doivent pouvoir supporter sont définis dans la suite de la même annexe. Pour le groupe supérieur de cette CC2, il existe deux possibilités. La première consiste à réaliser des liens effectifs, à la fois horizontaux et verticaux, respectant les prescriptions mentionnées dans ce document. La seconde est une méthode de cheminement alternatif des efforts. Il s'agit de vérifier que le bâtiment reste stable et que l'étendue de la ruine n'excède pas une certaine limite lorsque l'on enlève un élément porteur (colonne ou longueur forfaitaire de mur – un à la fois et pour chaque étage). La valeur recommandée pour l'étendue maximale de la ruine acceptable est de 15% de la surface du plancher ou de 200m², en considérant la valeur la plus grande, dans chacun des deux niveaux adjacents. Si la suppression d'un élément porteur entraîne une ruine dépassant cette limite, l'élément en question doit être dimensionné comme un élément-clé. La valeur recommandée de A_d est de 34 kN/m², valeur identique à celle préconisée dans les *British Standards*. Dans le cas de la CC3, une étude de risques doit systématiquement être réalisée, prenant en compte l'ensemble des événements exceptionnels susceptibles de se produire.

4.4. American Society of Civil Engineering (ASCE) Standards

Dans le *ASCE Standard 7-05*, on impose que les structures soient conçues de façon telle que la descente de charges puisse rester correctement assurée si un élément porteur est localement endommagé, grâce à un transfert des efforts vers d'autres éléments. Trois approches relatives à l'évitement d'une ruine progressive sont proposées : la méthode de dimensionnement indirecte, la méthode de cheminement alternatif des efforts et la méthode de résistance locale spécifique. Ces trois méthodes s'apparentent à celles décrites au départ dans les *British Standards*.

Les combinaisons de charges dans le cas de situations de chargement extrême à utiliser respectivement pour la méthode de cheminement alternatif des efforts et de résistance locale

spécifique sont définies. Dans le premier cas, après la suppression d'un élément porteur, la stabilité de la structure restante doit être vérifiée sous la combinaison suivante :

$$(0,9 \text{ ou } 1,2).D + 0,5.L + 0,2.S + 0,2.W$$

où D, L, S et W représentent respectivement les charges permanentes, d'exploitation, de neige et de vent. D'autre part, si des éléments-clés doivent être dimensionnés pour supporter les effets d'un chargement accidentel spécifique, la combinaison suivante est utilisée :

$$(0,9 \text{ ou } 1,2).D + A + 0,5.L + 0,2.W$$

où A est la sollicitation induite par l'action accidentelle en question.

4.5. United Facilities Criteria (UFC) of the U. S. Department of Defence (DoD)

Les UFC fournissent des règles de dimensionnement visant à réduire le risque de ruine progressive dans les bâtiments nouveaux ou existant du DoD subissant un dommage structurel localisé par suite d'un événement imprévisible. Une combinaison d'exigences relatives à la présence d'éléments de liaison horizontaux et verticaux, à la méthode de cheminement alternatif des efforts et à la ductilité nécessaire est recommandée. Les prescriptions à suivre dépendent du niveau de protection requis, fonction du type de bâtiment et de son utilisation. Il en existe quatre : VLLOP (« *very low level of protection* »), LLOP (« *low level of protection* »), MLOP (« *medium LOP* ») et HLOP (« *high LOP* »).

Les structures VLLOP doivent comporter des liens horizontaux adéquats. L'intensité des forces de liaison à reprendre est définie en fonction du type de construction et de la localisation de l'élément en question dans la structure. Si un élément ne possède pas une capacité suffisante vis-à-vis de cet effort, il doit être redimensionné. Les bâtiments LLOP doivent présenter des éléments de liaison à la fois horizontaux et verticaux. Néanmoins, si un élément vertical ne peut reprendre la force de liaison requise, la méthode de cheminement alternatif des efforts peut être utilisée pour prouver que la structure est capable de rester stable malgré la perte de l'élément déficient. Par contre, un élément horizontal insuffisant doit être redimensionné ; la méthode de cheminement alternatif ne peut être utilisée dans ce cas.

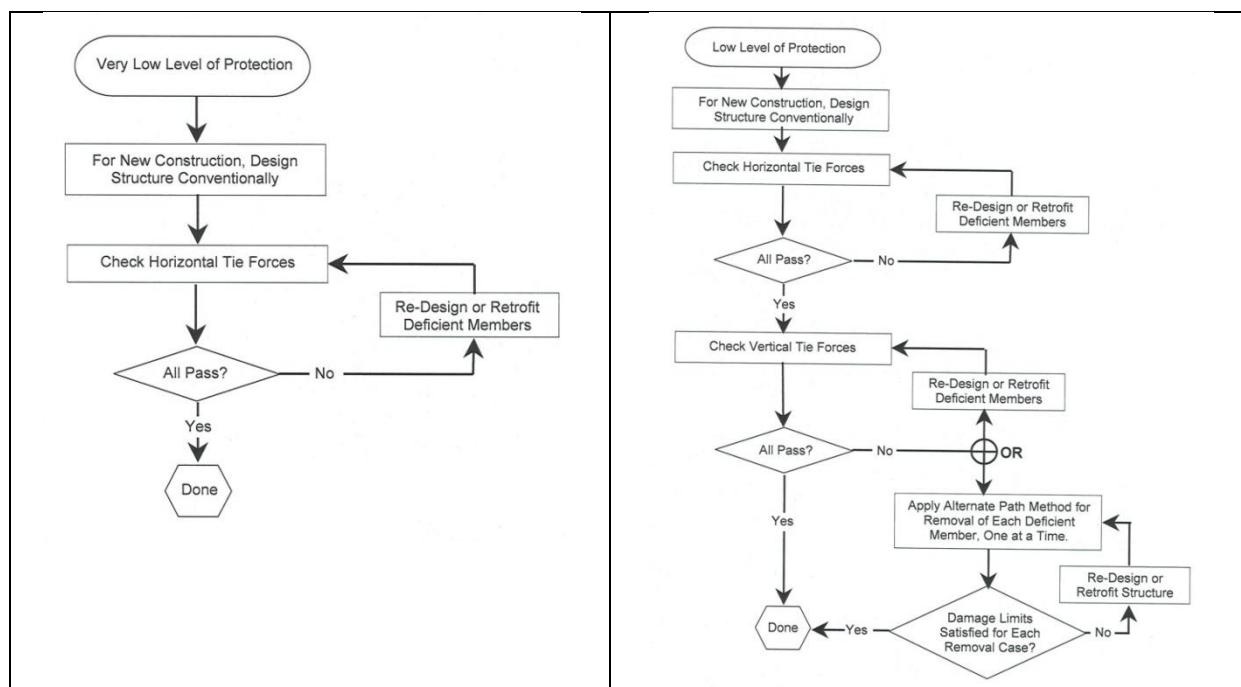


Fig. I.3 : Procédure à suivre dans le cas de structures VLLOP et LLOP [1]

Les structures MLOP ou HLOP doivent satisfaire trois types d'exigences : forces de liaison, cheminement alternatif et exigences de ductilité additionnelles. En ce qui concerne les éléments de liaison, le principe est identique à celui présenté pour les structures LLOP. Notons que la vérification de la capacité des éléments et de leurs assemblages à transférer les forces de liaison requises se fait indépendamment de toute autre charge permanente ou variable sollicitant ceux-ci. Pour ce qui est du cheminement alternatif des efforts, la localisation en plan des différents éléments porteurs dont la perte doit être envisagée est précisée. Cela nécessite autant d'analyses structurales qu'il y a de cas à considérer, en supprimant à chaque fois un seul élément, étage par étage. Les exigences de ductilité additionnelles concernent les éléments porteurs périphériques du rez-de-chaussée.

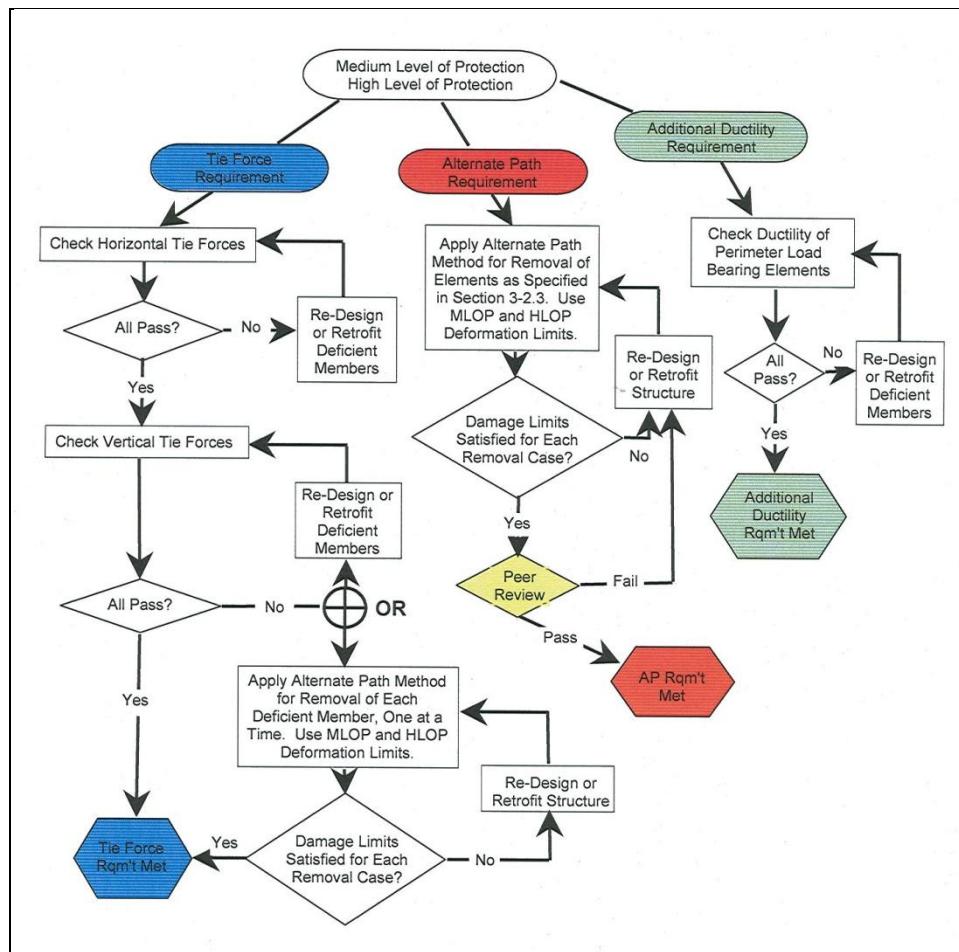


Fig. I.4 : Procédure à suivre dans le cas de structures MLOP ou HLOP [1]

L'application de la méthode de cheminement alternatif mérite encore quelques précisions. Pour rappel, cette méthode est utilisée dans deux cas distincts, soit en cas d'insuffisance d'un élément vertical à reprendre la force de liaison nécessaire, soit pour les structures requérant un niveau de protection moyen à élevé.

En ce qui concerne l'analyse de la structure, il est recommandé d'utiliser des modèles tridimensionnels. Des modèles 2D peuvent toutefois être utilisés sous certaines conditions. Trois types d'analyse sont permis : analyse statique linéaire, statique non linéaire et dynamique non linéaire. Si une analyse dynamique non linéaire est mise en œuvre, la combinaison de charges suivante est appliquée à l'ensemble de la structure :

$$(0,9 \text{ ou } 1,2).D + (0,5.L \text{ ou } 0,2.S) + 0,2.W$$

Par ailleurs, pour prendre en compte l'impact des éléments qui sont ruinés durant l'analyse dynamique non linéaire, ceux-ci doivent être enlevés du modèle et leurs charges doublées puis appliquées aux

éléments directement en-dessous avant de poursuivre l'analyse. D'autre part, dans les cas où une analyse statique est réalisée, un facteur amplificateur de 2 est appliqué à la combinaison de charges précédente pour les travées directement adjacentes à l'élément porteur supprimé, et ce à tous les niveaux supérieurs, comme indiqué à la figure 5. Pour le reste de la structure, on considère la même combinaison que dans le cas de l'analyse dynamique. Une approche similaire à celle décrite ci-dessus est employée pour prendre en compte l'effet des impacts des éléments ruinés.

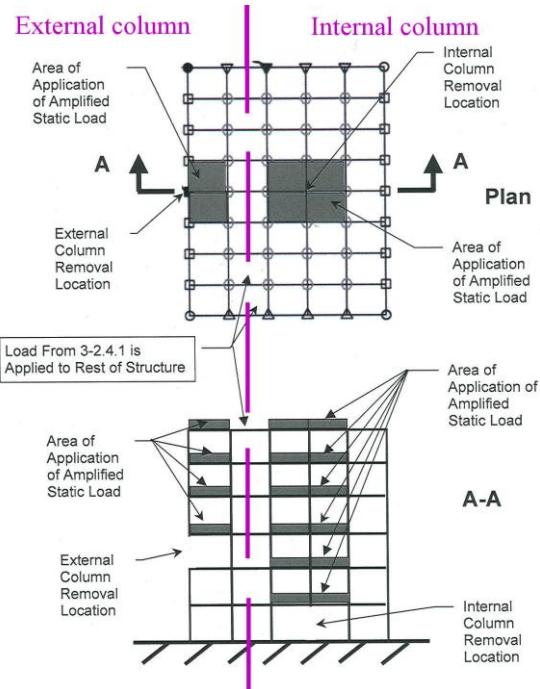


Fig. I.5 : Zone d'application des charges amplifiées [3]

Au terme de l'analyse, différentes vérifications doivent être effectuées. Tout d'abord, l'étendue de la ruine initiée par la perte d'un élément porteur périphérique ne doit pas excéder $70m^2$ ($1500 ft^2$) ou 15% de la superficie totale du plancher de l'étage directement supporté par l'élément en question ; et le double suite à la suppression d'une colonne (ou un tronçon de mur) intérieure. En outre, il convient de s'assurer que les capacités de résistance et de déformation des divers éléments et assemblages ne sont pas dépassées. La résistance des éléments et assemblages aux efforts de flexion, axiaux, de cisaillement ou encore de torsion est définie par le produit d'un facteur de réduction et d'une résistance nominale, elle même déterminée tenant compte des propriétés du matériau et d'un facteur de sur-résistance éventuel. Elle doit être au moins égale à la résistance requise, définie sur base des sollicitations issues de l'analyse. Les flèches et rotations calculées doivent être comparées aux limites acceptables, dépendant de l'élément et du matériau.

4.6. U. S. General Services Administration (GSA) guidelines

Ces prescriptions, relatives au dimensionnement des bâtiments fédéraux, furent développées dans le but de minimiser le risque d'effondrement induit par une situation de chargement accidentel. La méthode fournie est indépendante de l'action en question et se base sur une approche de cheminement alternatif des efforts. La procédure mise en œuvre suit le schéma suivant.

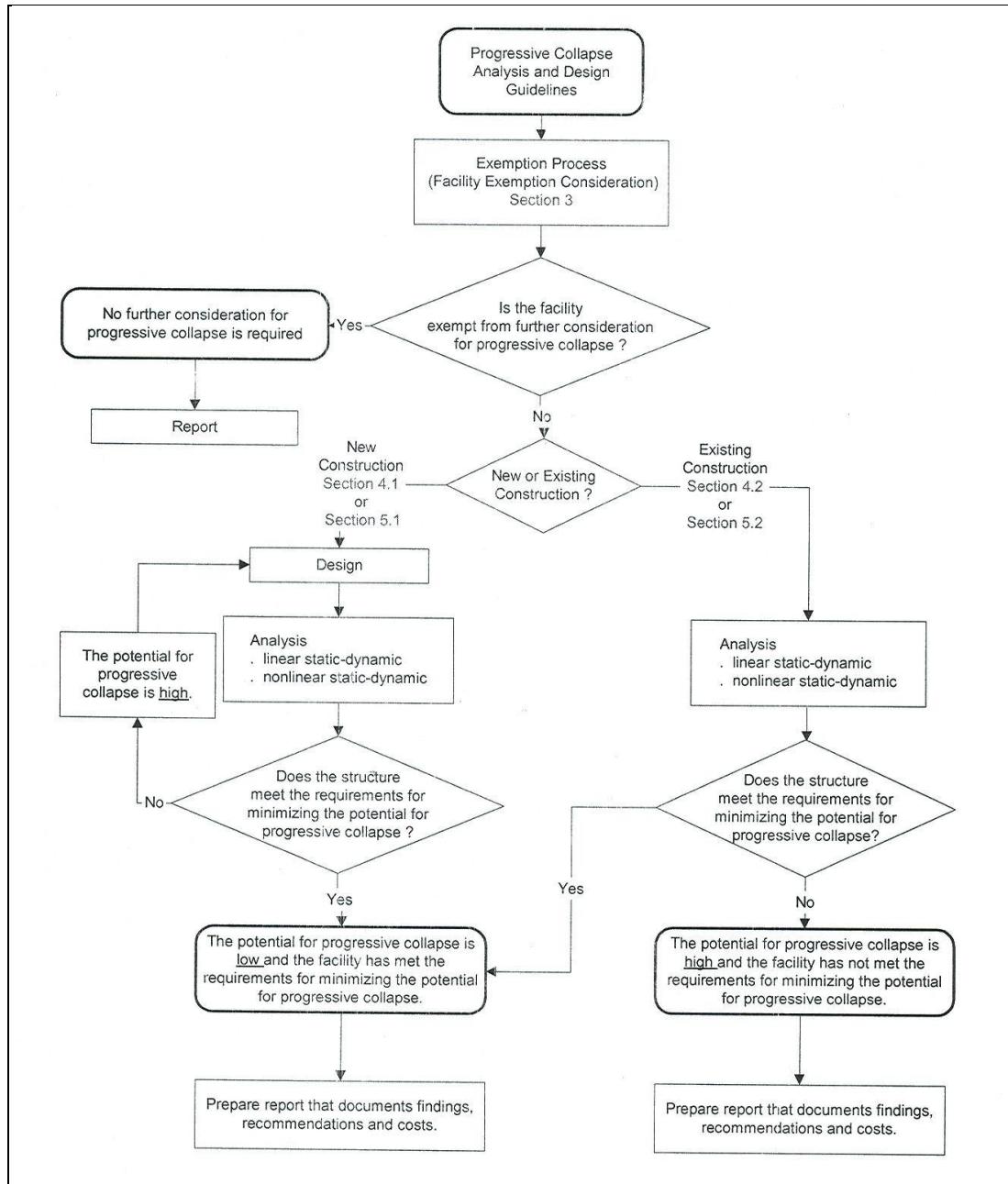


Fig. I.6 : Procédure de dimensionnement préconisée par la GSA pour éviter les ruines progressives [2]

Dans un premier temps, un processus d'exemption vise à déterminer si la structure considérée peut être exemptée de plus amples considérations relatives au risque d'effondrement progressif sous une situation de chargement anormale. En d'autres mots, cela consiste à répondre à une série de questions permettant d'identifier si la structure nécessite ou non une étude plus approfondie sur le sujet. Si la structure présente un risque de ruine en chaîne extrêmement faible et que son taux d'occupation humaine est également extrêmement bas, elle peut être exemptée de considérations plus approfondies concernant l'effondrement progressif. Si ce n'est pas le cas, une analyse détaillée est requise.

L'approche suivie, par l'analyse de la structure suite à la suppression d'un élément porteur, ne cherche pas à reproduire de manière exacte une action anormale particulière. Il s'agit simplement d'un moyen d'initier une ruine locale dans la structure et d'assurer un comportement correct de celle-ci, de manière à lui garantir un niveau de robustesse suffisant. Cela passe par une redondance, une ductilité

et une résistance suffisantes pour éviter la propagation de la ruine locale et donc l'effondrement d'une partie disproportionnée du bâtiment.

Dans cette méthode, il est préconisé d'utiliser une procédure simplifiée basée sur une analyse linéaire statique, qui est bien entendu incapable de prédire de manière convenable la réponse de la structure suite à la suppression soudaine d'un élément porteur. Pour tenir compte approximativement des effets dynamiques, un facteur multiplicateur des charges de 2 est introduit. La combinaison de charges à considérer est donc la suivante :

$$2,0 \cdot (DL + 0,25 \cdot LL)$$

où DL représente les charges permanentes et LL les charges variables. Si une analyse dynamique est réalisée, le coefficient 2,0 doit être supprimé.

Par ailleurs, on tient compte, de manière arbitraire, de la capacité plastique des éléments en acceptant des rapports exigence/capacité (« *Demand-Capacity Ratios* » DCR) supérieur à l'unité. On définit :

$$DCR = \frac{Q_{UD}}{Q_{CE}}$$

où

- Q_{UD} correspond à la sollicitation déterminée par l'analyse élastique linéaire dans l'élément ou l'assemblage (« *Demand* »). Ce peut être un moment de flexion, une force axiale, un effort de cisaillement ou une combinaison de ces effets.
- Q_{CE} est la résistance ultime, non pondérée, de cet élément ou assemblage (« *Capacity* »), pour le type d'action considéré.

La valeur maximale admissible de ce DCR (≥ 1) est fixée en fonction du type d'élément structural ou assemblage envisagé et de la sollicitation considérée. Il est admis que les éléments et assemblages qui atteignent un DCR excédant cette valeur sont ruinés ou sérieusement endommagés. Ils doivent être supprimés du modèle analysé et leurs sollicitations redistribuées.

Il est recommandé de réaliser l'analyse sur base d'un modèle 3D. Le nombre de scénarios envisagés doit être suffisant pour intégrer toutes les particularités de la structure pouvant influencer son comportement lorsqu'une colonne ou un morceau de mur porteur est enlevé. La localisation des éléments à enlever, au minimum, est précisée. Toute discontinuité dans la structure impliquera des scénarios supplémentaires. Dans chaque analyse, un seul élément est supprimé.

Au terme de l'analyse, il convient de vérifier que la zone effondrée de la structure par suite de la suppression d'un élément porteur reste limitée, c'est-à-dire qu'elle ne dépasse pas la superficie maximale prescrite. Celle-ci est donnée par le minimum des deux aires suivantes :

- Dans le cas d'une colonne ou d'un mur périphérique :
 - la travée directement affectée par la perte du support, au niveau immédiatement supporté par celui-ci
 - 1800 ft² du plancher au niveau juste au-dessus de l'élément supprimé
- Dans le cas d'une colonne ou d'un mur intérieur :
 - les travées directement affectées par la perte du support, au niveau directement supporté par celui-ci
 - 3600 ft² du plancher au niveau juste au-dessus de l'élément supprimé

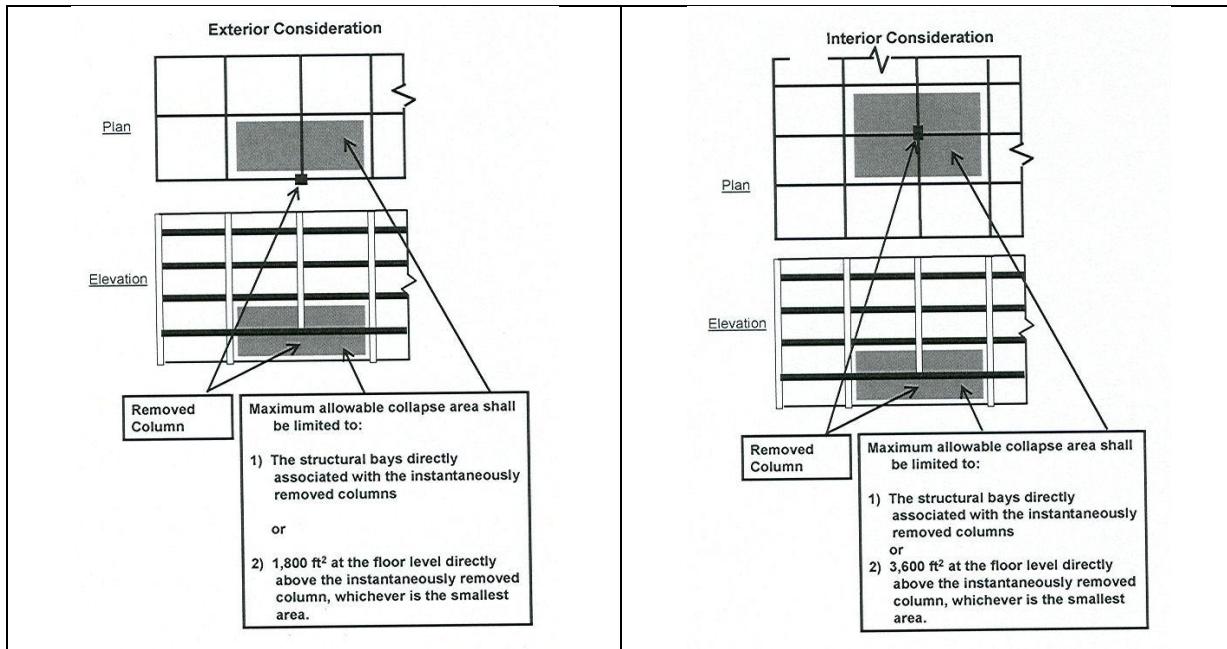


Fig. I.7 : Etendue maximale acceptable de la ruine initiée par la perte d'une colonne [3]

Comme alternative à la méthode simplifiée basée sur une analyse linéaire, il est également permis d'utiliser une procédure non linéaire, permettant de considérer les non-linéarités à la fois matérielles et géométriques, à condition toutefois qu'elle soit mise en œuvre par des ingénieurs jouissant d'une expérience suffisante dans ce domaine.

4.7. National Building Code of Canada (NBCC)

Tout comme les *British Standards* au Royaume-Uni, le code canadien intégra des prescriptions de dimensionnement visant à garantir la robustesse des structures dès 1970, à la suite de l'effondrement du Ronan Point. Le NBCC définit l'intégrité structurale comme la capacité de la structure à supporter une rupture locale sans propagation de l'effondrement et conseille de prendre en compte, dans un tel dimensionnement visant à garantir cette intégrité structurale, toutes les actions extrêmes ayant une probabilité d'occurrence atteignant ou dépassant $10^{-4}/\text{an}$. Plusieurs approches générales sont suggérées, comme le fait d'assurer résistance locale et redondance, de même que des exigences relatives à des forces de liaison minimales. Néanmoins, le code canadien ne définit pas de combinaison d'action spécifique à considérer en cas de situation accidentelle.

5. SOLICITATIONS DYNAMIQUES : IMPACTS ET EXPLOSIONS

5.1. Introduction

Les charges appliquées à une structure par suite d'un impact ou d'une explosion sont d'une très courte durée et d'une intensité nettement supérieure aux autres charges que la structure supporte en situation normale.

Le fait que ces charges soient appliquées rapidement implique une vitesse de déformation relativement importante, qui influence les propriétés mécaniques des matériaux. Les lois de comportement de ceux-ci ne correspondent plus à celles établies sous un chargement quasi-statique. En outre, ces situations de chargement transitoires induisent une réponse dynamique de la structure, qui se traduit par des effets différents de ceux induits par une charge statique de la même amplitude maximale. Cette réponse est régie par l'interaction entre les propriétés du chargement et celles de la structure. Les paramètres principaux de charges telles qu'un impact ou une explosion sont la pression maximale appliquée, les fonctions de montée et de diminution de la pression et la durée totale. La structure est quant à elle caractérisée essentiellement par ses propriétés de masse et de raideur, qui définissent sa(ses) période(s) propre(s), et d'amortissement.

Avant de résumer les principales caractéristiques de chargement associées aux explosions et impacts, ce paragraphe rappelle quelques aspects de la réponse d'un système sous sollicitation dynamique.

5.2. Eléments du comportement d'une structure sous chargement dynamique

La plupart des charges agissant sur une structure sont dépendantes du temps. Néanmoins, dans la majorité des cas, les variations temporelles sont suffisamment lentes vis-à-vis de la période propre de la structure pour que des conditions statiques soient admises. Il existe pourtant des cas où il est nécessaire d'étudier le comportement de la structure au cours du temps sous l'action d'un chargement dynamique, c'est-à-dire variant relativement rapidement par rapport à la période propre de la structure.

5.2.1. Réponse d'un oscillateur élastique linéaire à 1DDL

Le système le plus simple consiste en un oscillateur parfaitement élastique linéaire à un seul degré de liberté, dont l'équation du mouvement peut s'écrire :

$$\begin{aligned} M \cdot \ddot{y}(t) + C \cdot \dot{y}(t) + K \cdot y(t) &= F(t) \\ \Leftrightarrow \ddot{y}(t) + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \dot{y}(t) + \omega^2 \cdot y(t) &= \frac{\omega^2 \cdot F(t)}{K} \end{aligned}$$

Dans ces équations, M est la masse du système, C son amortissement, K la raideur du ressort élastique linéaire, y le déplacement de la masse et F la force qui lui est appliquée ; tandis que $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$ est la pulsation propre du système et que $\xi = \frac{C}{2 \cdot M \cdot \omega}$ représente son taux d'amortissement.

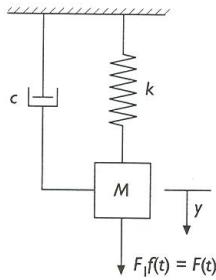


Fig. I.8 : Oscillateur à IDDL [9]

Cette équation permet de déterminer le comportement du système en question sous une force variant de manière quelconque au cours du temps. Diverses méthodes existent pour effectuer cette résolution, en domaine temporel ou fréquentiel. Des cas particuliers consistent à étudier la réponse du système en vibrations libres, sous une charge harmonique ou encore sous l'effet d'une impulsion. Le but de cette section n'est certes pas de rappeler ces méthodes et les caractéristiques de la réponse de l'oscillateur sous différents types de chargements, mais seulement de mentionner certains résultats intéressants ici.

On commence par rappeler la définition du facteur d'amplification dynamique (« *Dynamic Load Factor* » DLF), qui est le rapport entre le déplacement dynamique et le déplacement statique. Le comportement de l'oscillateur peut être caractérisé par ce facteur. En particulier, la réponse du système suite à l'application instantanée, en $t = 0$ et au départ du repos, d'une force constante F_1 , est donnée par :

$$y(t) = \frac{F_1}{K} \cdot (1 - \cos(\omega t))$$

D'où :

$$DLF(t) = \frac{y_{dyn}(t)}{y_{stat}(t)} = \frac{y_{dyn}(t)}{\frac{F(t)}{K}} = \frac{y_{dyn}(t)}{\frac{F_1}{K}}$$

Dans ce cas, le facteur d'amplification maximal est de 2. Par ailleurs, l'introduction d'un amortissement dans le système ne modifie que très peu la valeur du premier maximum de la réponse, et par conséquent la valeur de $DLF_{max} = 2$. Ce résultat explique le facteur multiplicateur des charges de 2 suggéré dans divers codes de dimensionnement pour prendre en compte, de manière approximative, les effets dynamiques associés à la perte instantanée d'une colonne portante.

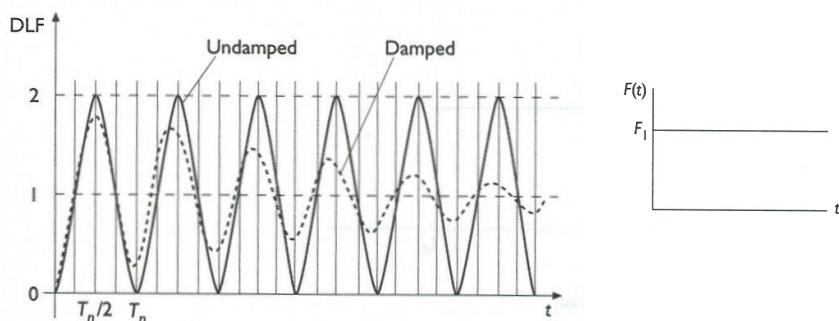


Fig. I.9 : DLF pour un oscillateur simple amorti et non amorti sous $F(t) = F_1$ appliquée en $t = 0$ [9]

Si on considère maintenant la réponse du même système lorsque l'application de la force constante nécessite un certain temps de mise en charge t_r , on remarque l'influence du rapport t_r/T , T étant la période propre de l'oscillateur. Comme indiqué sur le graphique de la figure 11 ci-dessous, DLF_{max} tend évidemment vers 2 si ce rapport tend vers 0.

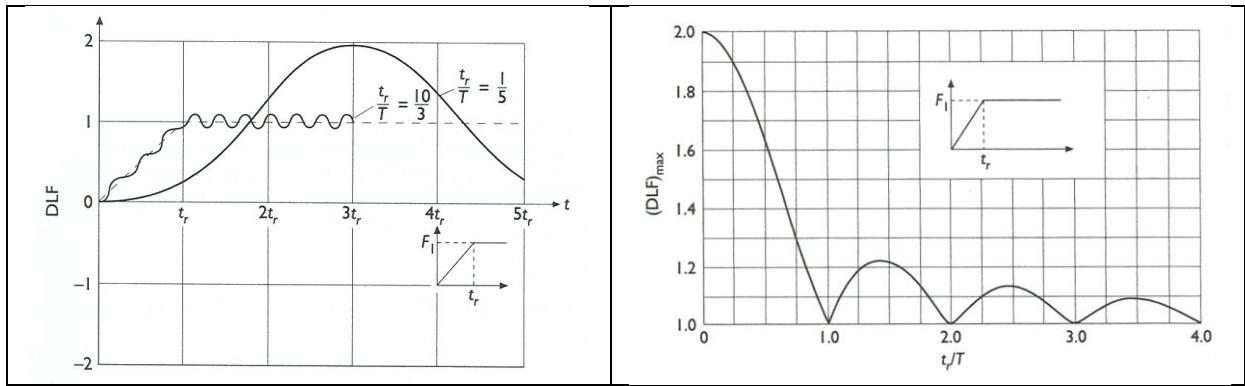


Fig. I.10 : DLF sous une charge constante après un temps de montée t_r [9]

Fig. I.11 : $(DLF)_{\max}$ en fonction du rapport t_r/T [9]

5.2.2. Réponse d'un oscillateur élasto-plastique à 1DDL

Le système considéré ici est un oscillateur à 1DDL non amorti, dont la loi de comportement du ressort, $R(y)$, est élastique parfaitement plastique. Il est supposé chargé par une force constante appliquée de manière instantanée.

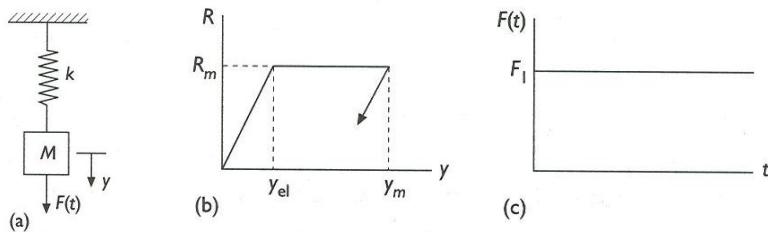


Fig. I.12 : Oscillateur simple non amorti (a), loi de comportement du ressort (b) et force appliquée (c) [9]

Avant l'atteinte du déplacement maximal élastique y_{el} , la réponse du système est identique à celle de l'oscillateur élastique. Au-delà, l'équation du mouvement devient :

$$M \cdot \ddot{y}(t) + R_m = F_1,$$

R_m étant la charge plastique du ressort, définie à la figure 12(b). Le déplacement maximal obtenu suite à l'application de la force considérée vaut y_m . La valeur du rapport y_{el}/y_m est donnée par l'abaque suivant, en fonction de t_d/T et R_m/F_1 , t_d étant la durée d'application de la force F_1 . Puisque le déplacement dynamique maximal atteint par un oscillateur simple élastique linéaire sous le même chargement vaut le double du déplacement statique sous F_1 , si l'on veut que l'oscillateur élastoplastique considéré ici réponde entièrement dans son domaine élastique, il faut que R_m/F_1 soit supérieur à 2. En outre, le déplacement maximal est d'autant plus grand que R_m est faible vis-à-vis de F_1 , c'est-à-dire que le système travaille davantage dans le domaine plastique.

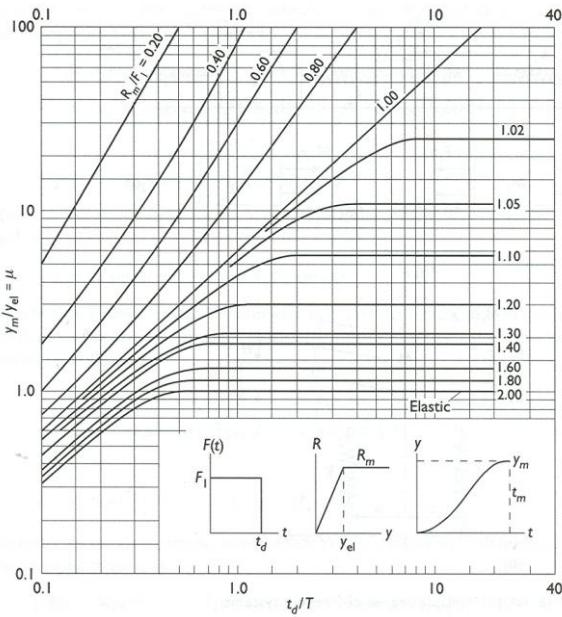


Fig. I.13 : Comportement d'un oscillateur élasto-plastique [9]

5.2.3. Réponse d'un système à NDDL

Dans le cas d'un système à plusieurs degrés de liberté, on peut établir une équation de mouvement pour chacun d'eux. Finalement, on peut donc écrire le système d'équations régissant le comportement de la structure à NDDL sous la forme matricielle suivante :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\}$$

Les méthodes permettant la résolution de ce système pour établir la réponse de la structure ne sont pas rappelées ici. Il existe plusieurs logiciels de calcul numérique par éléments finis permettant l'analyse dynamique des structures.

5.3. Explosions

Dans cette section, on se contente de résumer les caractéristiques principales du chargement induit par une explosion. Pour plus d'information, l'on pourra se reporter à la littérature spécifique sur ce sujet, comme par exemple [8] et [10].

5.3.1. Généralités

Une explosion est une réaction chimique rapide qui résulte en de hautes pressions et températures. Différents produits sont susceptibles de provoquer des explosions : gaz de chauffage ou gaz propulseur (LPG) ; vapeur gazeuses issues d'un liquide combustible comme l'essence ou le méthanol ; poussières en suspension dans l'air à de fortes concentrations (poussière de blé, charbon, sucre, soja,...) ; liquides ou solides sensibles aux chocs (nitroglycérine) ; explosifs utilisés en carrière ; explosifs utilisés à des fins militaires... On peut exprimer une quantité donnée d'un explosif quelconque en une masse équivalente de TNT. Le facteur de conversion correspond généralement au rapport des énergies spécifiques, mais peut aussi être basé sur une équivalence de pic de pression ou encore d'impulsion.

On distingue les explosifs à haute et à basse énergie. Les produits à haute énergie convertissent leur potentiel d'énergie chimique dans une *détonation* induisant une augmentation très rapide de la pression et un souffle dynamique destructeur (« *blast* »). L'onde de choc se propage à une vitesse supersonique pouvant atteindre 10 km/s. Elle est caractérisée par une montée en pression quasiment instantanée suivie d'une phase de décroissance exponentielle terminée par une phase de pression négative, moins intense mais plus longue. Les produits explosifs à basse énergie libèrent leur énergie dans un processus de combustion rapide, appelé *déflagration*, moins destructif qu'une détonation. La montée en pression est plus lente, et la pression atteinte généralement de plus faible amplitude et de plus longue durée que pour les explosifs à haute énergie ; l'onde de choc se propage à des vitesses subsoniques.

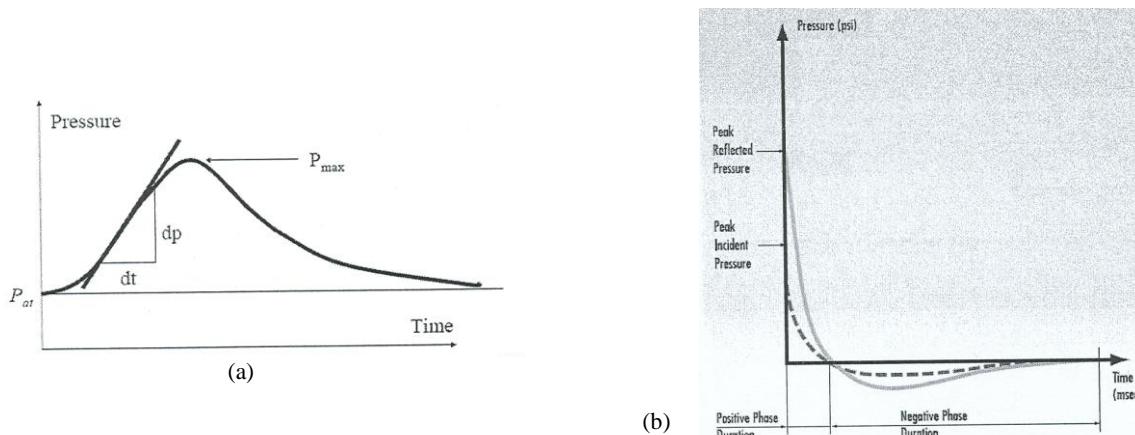


Fig. I.14 : Pression en un point en fonction du temps – cas d'une déflagration (a) et d'une détonation (b)

L'onde de pression se propage en intéressant des volumes sphériques (explosion en l'air) ou hémisphériques (explosion au sol) de plus en plus grands. Pour un type et une quantité d'explosif donnés, la pression appliquée par le souffle de l'explosion est fonction de la distance et de l'orientation des ondes de choc par rapport à la construction affectée. La pression maximale décroît avec la distance, cependant que sa durée d'application augmente. L'onde de choc est réfléchie et diffractée sur les surfaces rencontrées, ce qui entraîne des amplifications locales de pression. Le schéma de mise en charge est complexe pour l'ensemble d'un bâtiment.

5.3.2. Caractérisation des effets du souffle d'une détonation

Pour définir le pic de pression en un point, on utilise le paramètre d'échelle suivant :

$$Z = \frac{R}{W^{\frac{1}{3}}}$$

où R représente la distance de l'explosion au point considéré et W la masse de la charge explosive, exprimée en kg de TNT. La littérature fournit des relations permettant de déterminer la valeur du pic de pression p_s en fonction de Z. Deux autres paramètres importants pour caractériser l'évolution temporelle de la pression sont :

- la durée de la phase positive : T_s ,
- l'impulsion spécifique : $i_s = \int_{t_a}^{t_a+T_s} p(t) dt$, t_a étant l'instant où se produit l'explosion.

L'intérêt du paramètre Z provient du fait que certaines lois de similitude ont pu être démontrées, menant à la définition de fonctions de la forme :

$$p_s = f(Z) \quad , \quad \frac{i_s}{W^{\frac{1}{3}}} = F(Z) \quad , \quad \frac{T_s}{W^{\frac{1}{3}}} = \phi(Z)$$

où p_s , i_s et T_s sont respectivement le pic de pression, l'impulsion positive et la durée de la phase positive. On peut encore définir : la pression négative extrême Δp_{min} et l'impulsion spécifique négative associée i^- , la pression dynamique maximale q_s , la vitesse de propagation du front d'onde U_s et le paramètre de forme b.

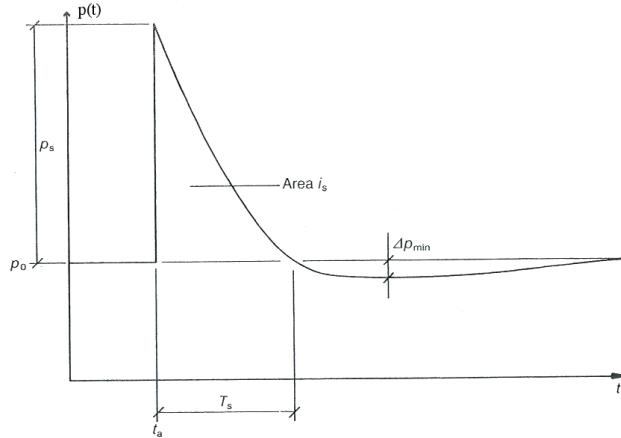


Fig. I.15 : Profil pression-temps typique pour une détonation [8]

Les paramètres définis ci-dessus sont donnés dans des abaques en fonction de Z et $W^{\frac{1}{3}}$. Ces valeurs correspondent au cas d'une explosion dans l'air. Pour obtenir les surpressions engendrées par une explosion en contact avec le sol, il convient de multiplier la charge explosive par 1,8 (en fait, si le sol était parfaitement rigide et qu'il n'y avait aucune dissipation d'énergie, ce facteur serait de 2).

L'évolution temporelle de la pression est souvent décrite par la fonction exponentielle suivante :

$$p(t) = p_s \cdot \left(1 - \frac{t}{T_s}\right) \cdot e^{-\frac{bt}{T_s}}$$

Cependant, des approximations linéaires peuvent aussi être utilisées pour simplification.

Lorsque l'onde de choc rencontre une surface solide, elle subit des réflexions qui font en sorte que la pression résultante appliquée p_r est supérieure à la pression p_s en champ libre. Le facteur d'amplification, qui dépend de l'amplitude de l'onde incidente et de l'angle d'incidence, peut atteindre 18. En outre, lorsque l'onde rencontre une construction de dimensions finies, des effets de diffraction et de traînée interviennent. La construction est alors soumise à une force de translation tendant à provoquer son déplacement. Les effets induits par une explosion extérieure sur une structure dépendent des dimensions relatives du souffle et de la construction considérée. Si l'explosion a lieu à l'intérieur d'une construction, les effets sont amplifiés par de multiples réflexions successives, l'amplitude des ondes réfléchies décroissant progressivement. Le chargement de la structure est encore plus complexe à déterminer.

5.3.3. Réponse d'une structure à un chargement d'explosion

Si on peut idéaliser une structure ou un de ses éléments par un système à 1DDL élastique et que la sollicitation induite par l'explosion peut être modélisée par une pression décroissant linéairement au cours du temps, on peut établir ce qui suit. Puisqu'on recherche le déplacement dynamique maximal induit par l'explosion, l'amortissement du système peut être négligé.

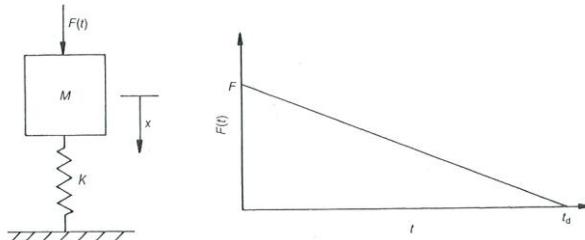


Fig. I.16 : Système à IDDL élastique soumis à un chargement d'explosion idéalisé [8]

L'onde de choc qui applique une pression p_r sur une surface A fournit une pointe de force $F = p_r \cdot A$. La durée de la phase de pression positive est t_d et la force agissant sur le système est supposée varier linéairement :

$$F(t) = F \cdot \left(1 - \frac{t}{t_d}\right)$$

L'impulsion totale vaut donc :

$$I = \frac{1}{2} F \cdot t_d$$

Et l'équation du mouvement est donnée par :

$$M \cdot \ddot{x}(t) + K \cdot x(t) = F \cdot \left(1 - \frac{t}{t_d}\right)$$

La résolution de cette équation permet de trouver l'évolution temporelle du déplacement $x(t)$, d'où le déplacement maximal x_{max} (lorsque la vitesse s'annule) et l'instant correspondant t_m . Deux cas extrêmes peuvent en outre être mis en évidence :

- **Asymptote quasi-statique : $t_d \gg T$**

Lorsque la durée d'application de la pression positive est beaucoup plus grande que la période propre du système, on parle de chargement quasi-statique. En effet, dans ce cas, la force $F(t)$ reste quasiment constante jusqu'à ce que le déplacement maximal soit atteint. Cette situation est représentée à la figure suivante, où $F(t)$ est la force appliquée et $R(t)$ l'effort résistant développé dans le ressort ($R(t) = K \cdot x(t)$). Le déplacement maximal est obtenu lorsque le travail W réalisé par la force extérieure, admise constante et égale à F durant la durée t_d , est égal à l'énergie de déformation interne U . On a :

$$\begin{aligned} W &= U \\ \Leftrightarrow F \cdot x_{max} &= \frac{1}{2} K \cdot x_{max}^2 \end{aligned}$$

D'où :

$$DLF_{max} = \frac{x_{max}}{x_{stat}} = 2$$

- **Asymptote impulsive : $t_d \ll T$**

Dans ce cas où la force extérieure agit durant un temps très court vis-à-vis de la période propre du système, on parle de chargement impulsif. La majeure partie de la déformation se produit après l'annulation de la charge appliquée. Cette situation est représentée ci-dessous. L'application presque instantanée d'une impulsion I au système revient à lui fournir une vitesse initiale $\dot{x}_0 = I/M$, et donc une énergie cinétique :

$$KE = \frac{1}{2} M \cdot \dot{x}_0^2 = \frac{I^2}{2M}$$

Le déplacement maximal est atteint lorsque l'énergie de déformation interne est égale à l'énergie cinétique initiale. D'où :

$$\begin{aligned} U &= KE \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} K \cdot x_{max} &= \frac{\left(\frac{1}{2} F \cdot t_d\right)^2}{2M} \end{aligned}$$

Et :

$$DLF_{max} = \frac{x_{max}}{x_{stat}} = \frac{1}{2} \omega t_d$$

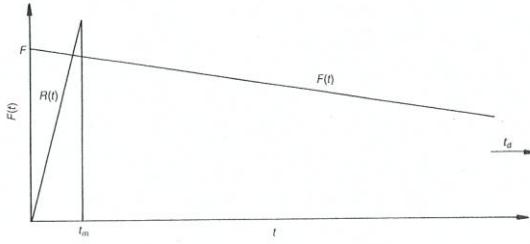


Fig. I.17 : Chargement quasi-statique [8]

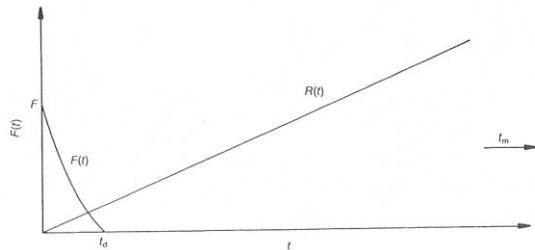


Fig. I.18 : Chargement impulsif [8]

La réponse de la structure sur l'ensemble du domaine de t_d est représentée ci-dessous, caractérisée par DLF_{max} .

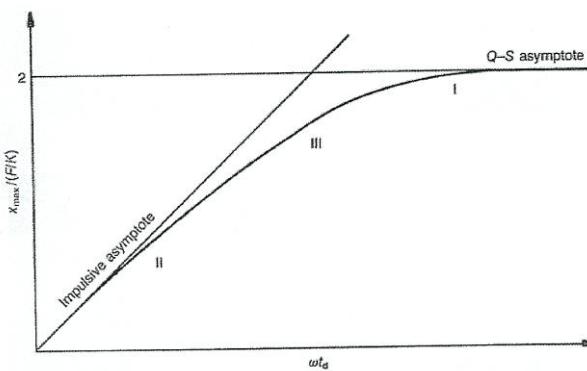


Fig. I.19 : Réponse de la structure – DLF_{max} en fonction de ωt_d [8]

Il est désormais possible de convertir le graphe précédent en un diagramme pression-impulsion, dont les axes sont :

- en ordonnée :

$$\frac{2 \cdot F}{K \cdot x_{max}}$$

- en abscisse :

$$\frac{I}{x_{max} \cdot \sqrt{\frac{K}{M}}}$$

Les asymptotes sont donc définies par les équations suivantes :

- asymptote quasi-statique : $\frac{2 \cdot F}{K \cdot x_{max}} = 1$
- asymptote impulsive : $\frac{I}{x_{max} \cdot \sqrt{\frac{K}{M}}} = 1$

On obtient donc le diagramme pression-impulsion représenté à la figure ci-dessous. Son utilisation pratique est la suivante. Pour un élément structurel donné, on connaît K et M. On peut également déterminer le déplacement maximal admissible x_{max} , qui correspond à une limite de résistance. A partir de là, le diagramme indique si, pour des valeurs données de résultante de pression F et d'impulsion I, l'élément est adéquat (*No damage*) ou non (*Damage*).

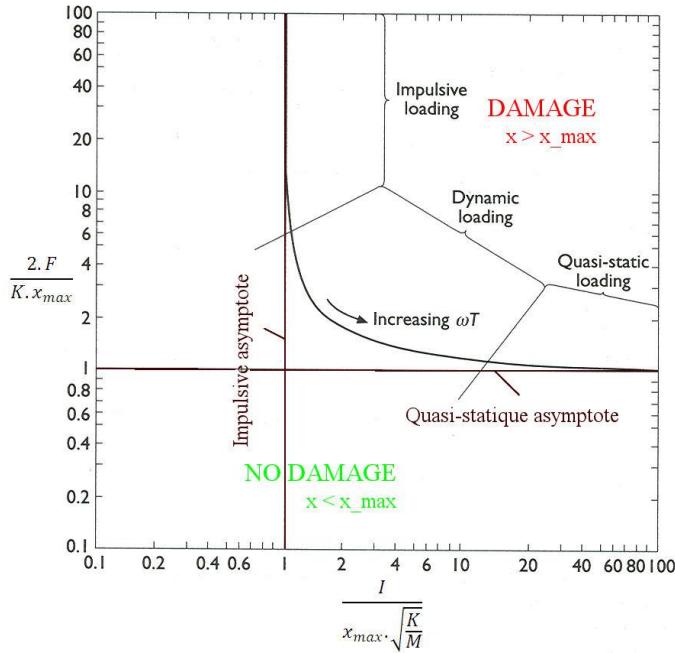


Fig. I.20 : Diagramme pression-impulsion [9]

On a montré ci-dessus que l'on pouvait quantifier certains aspects de la réponse du système élastique à 1DDL, et notamment le déplacement maximal atteint, sur base de considérations énergétique, pour un chargement soit impulsif, soit quasi-statique. Pour ce faire, on égale l'énergie de déformation interne respectivement à l'énergie cinétique initiale induite par l'impulsion ou le travail de la force extérieure. Ce type d'approche peut être étendu à des cas plus généraux, impliquant des structures à plusieurs degrés de liberté et un comportement élastoplastique. Néanmoins, sa mise en œuvre peut vite devenir compliquée. Pour cette raison, il est intéressant de pouvoir définir un oscillateur simple équivalent permettant d'évaluer de manière approchée la réponse d'une structure plus complexe. Bien entendu, il est pour cela nécessaire de faire certaines hypothèses et, notamment, de pouvoir caractériser la réponse du système à degrés de liberté multiples en termes d'un seul déplacement caractéristique. On peut trouver dans la littérature le moyen de définir l'oscillateur équivalent, grâce à une approche basée sur l'égalité du travail extérieur, de l'énergie de déformation interne et de l'énergie cinétique dans la structure réelle et le système simplifié. L'expression de ces égalités permet alors de définir la raideur, la masse et le chargement du système équivalent en fonction des propriétés correspondantes de la structure réelle. Cette méthode peut être basée sur la définition d'un oscillateur simple élastique linéaire ou élastoplastique.

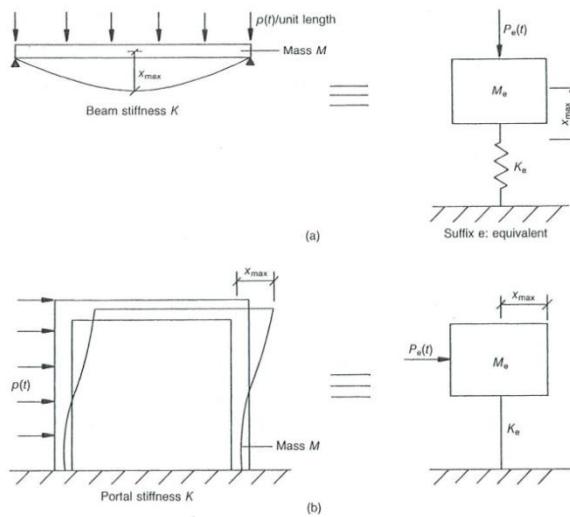


Fig. I.21 : Systèmes structurels réels et oscillateurs simples équivalents [9]

5.4. Impacts

5.4.1. Généralités

Un impact est un phénomène d'interaction entre un objet mobile et une structure, dans lequel l'énergie cinétique de l'objet impactant est transformée soudainement en énergie de déformation. Les propriétés à la fois de l'objet et de la structure sont à prendre en compte pour trouver les forces d'interaction dynamiques. Les paramètres essentiels influençant les sollicitations dues à un impact et la réponse du système sont les suivants :

- la vitesse et la masse de l'objet impactant ;
- les caractéristiques de déformation de l'objet impactant et de l'objet impacté : raideur, limite élastique, amortissement ;
- la surface et l'angle d'impact.

La combinaison de la vitesse et de la masse de l'objet impactant fixe sa quantité de mouvement et l'énergie cinétique introduite dans le système. Cet objet peut être de faible masse et de vitesse très élevée (balles à des vitesses atteignant 1000m/s) ou au contraire de masse importante et de vitesse beaucoup plus faible (véhicules à des vitesses de l'ordre de 10m/s). La vitesse de l'impact détermine également la vitesse de déformation (influençant les propriétés mécaniques des matériaux), le mode de réponse et le type de dommage observé. L'aire de contact détermine la distribution des pressions à la surface, les déplacements globaux de la structure et les déformations locales.

Plus l'impulsion est importante, plus la quantité d'énergie à absorber dans le système est grande. L'impulsion sur la structure est donnée par l'aire sous la courbe force-temps et est égale à la variation de quantité de mouvement de l'objet impactant :

$$I = \int_0^t f(t) \cdot dt = \Delta(m \cdot v)$$

L'énergie cinétique de l'objet impactant $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ doit être dissipée en énergie de déformation. Cette dissipation peut avoir lieu essentiellement dans l'objet impactant, on parle alors d'*impact dur*, ou dans la structure impactée, dimensionnée pour absorber l'énergie de l'impact, auquel cas on parle d'*impact mou*. L'énergie en question peut être absorbée dans des déformations élastiques ou plastiques.

L'analyse de la réponse d'un système à 1DDL masse-ressort non amorti (masse m_2 , raideur K) lorsqu'on laisse tomber dessus une masse m_1 avec une vitesse v_1 , met en évidence différents types de comportements et montre notamment que le rapport m_1/m_2 influence significativement la réponse. Si la masse de l'objet impactant est faible vis-à-vis de celle de la cible et que les deux matériaux ont un comportement élastique, alors la masse impactante va rebondir directement après l'impact. Si m_1 est relativement grande, alors les deux masses vont se déplacer de concert après l'impact. Les deux masses peuvent aussi se déplacer ensemble, indépendamment de leurs grandeurs relatives, si les corps sont inélastiques.

5.4.2. Cas particuliers

Dans le cas d'un impact dur, la force dynamique appliquée par l'objet impactant sur la structure peut être estimée de manière conservative en admettant que l'objet impactant absorbe toute l'énergie. Cette évaluation de la force se fait alors en admettant que le corps impacté reste immobile et indéformable. Si l'objet impactant se déforme de façon élastique linéaire et prend lors de l'impact une déformation correspondant à un raccourcissement δ , la transformation de l'énergie cinétique en énergie de déformation élastique s'écrit :

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} F \delta = \frac{1}{2} \frac{F^2}{K}$$

On peut en déduire l'intensité de la force dynamique maximale appliquée à la surface du solide impacté : $F = v \sqrt{K m}$. Si on admet que cette force est constante durant l'impact (en réalité, un certain temps de montée est nécessaire), alors l'impulsion vaut $I = F \cdot \Delta t$ et la durée d'application de la force F est donnée par :

$$\Delta t = \frac{I}{F} = \frac{m \cdot v}{v \sqrt{K m}} = \sqrt{\frac{m}{K}}$$

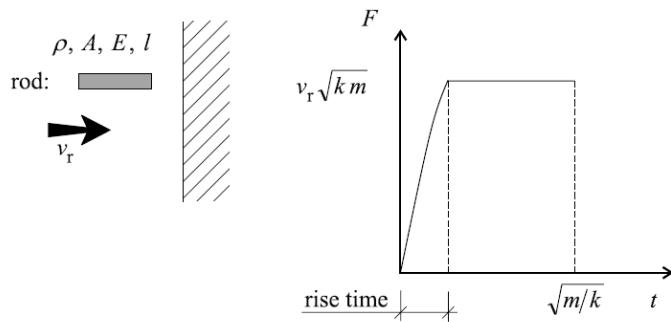


Fig. I.22 : Modélisation d'un impact dur idéal [4]

Une fois la force appliquée à la structure définie de cette façon, il est possible d'étudier la réponse de celle-ci grâce à une analyse dynamique. Dans le cadre d'un dimensionnement, les actions dues à un impact peuvent être représentées par une force statique équivalente, définie par un coefficient d'amplification dynamique. L'Eurocode 1 (partie 1-7), notamment, fournit des valeurs de forces statiques équivalentes à considérer pour différents cas d'impacts de véhicule.

Dans le cas d'un impact mou où la structure se déforme plastiquement tandis que l'objet impactant est parfaitement raide, il convient que la structure en question présente une résistance plastique et une ductilité suffisantes pour absorber l'énergie cinétique. Si on peut simplifier le comportement de la structure comme étant de type rigide-plastique, il faut donc que :

$$\frac{1}{2} m v^2 \leq F_y \delta_{max}$$

où F_y correspond à la résistance plastique de la structure et δ_{max} à sa capacité de déformation.

6. ETUDE DU COMPORTEMENT D'UNE STRUCTURE SUITE A LA RUINE D'UNE COLONNE PORTANTE

6.1. Introduction

Plusieurs études ont été réalisées ou sont actuellement en cours concernant le comportement des structures dans une situation de chargement exceptionnel induisant une ruine initiale localisée. Un scénario classiquement considéré à cette fin est celui de la perte de capacité portante d'une colonne. Ce scénario particulier est indépendant de l'événement accidentel ayant provoqué la perte de la colonne. En effet, les caractéristiques propres de cet événement n'interviennent pas explicitement et l'on considère simplement la suppression d'une colonne, sans se préoccuper spécifiquement de la cause.

Des recherches ont notamment été entreprises dans ce domaine à l'Université de Liège, où est étudié le comportement de portiques à plusieurs travées et plusieurs niveaux dont la capacité portante de l'une des colonnes est supposée s'annuler suite à un événement accidentel non précisé ; l'objectif principal étant de développer une procédure analytique simplifiée permettant d'appréhender la réponse de la structure dans cette situation. Ce sujet fit d'ailleurs l'objet de deux thèses de doctorat récemment présentées. Il s'agit de celle de Luu Nguyen Nam Hai, intitulée « *Structural response of steel and composite building frame further to an impact leading to the loss of a column* » [6] et de celle de Jean-François Demonceau, intitulée « *Steel and composite building frames : sway response under conventional loading and development of membrane effects in beams further to an exceptional action* » [5].

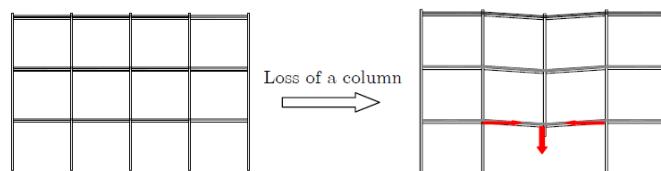


Fig. I.23 : Perte d'une colonne d'un portique [5]

Jusqu'ici, ces études, brièvement récapitulées dans la suite, se basent sur une approche statique, ce qui signifie que la colonne est supposée perdre sa capacité portante extrêmement lentement et donc que cette ruine n'engendre aucun effet dynamique. Si cette hypothèse peut être justifiée dans certaines situations, comme par exemple lorsque la ruine correspond à la dégradation progressive des caractéristiques mécaniques du matériau sous l'effet d'un incendie localisé, il est par contre des cas où la prise en compte des effets dynamiques s'avère indispensable. De fait, si la ruine de la colonne est rapide, suite à un impact ou une explosion par exemple, la suppression de ce support va engendrer des accélérations significatives dans la structure, d'où des effets d'inertie non négligeables. Il convient dès lors de prendre en compte ces sollicitations dynamiques, qui résultent en une amplification des efforts et déplacements maximaux atteints par rapport au cas statique. C'est dans ce cadre que s'inscrira le présent travail.

Parallèlement aux recherches menées à l'ULg, une thèse de doctorat fut également développée dans un domaine apparenté, à l'*Imperial College*, par Anastasios Vlassis (« *Progressive collapse assessment of tall buildings* » [7]). Dans cette thèse, il s'intéresse aux aspects dynamiques associés à la ruine d'une colonne portante d'une structure et propose notamment une méthode permettant de déterminer, de manière simplifiée, la flèche dynamique maximale engendrée par la perte instantanée du poteau. Cette approche est décrite au point 6.5.2.

6.2. Description du comportement général d'une structure suite à la perte accidentelle d'une colonne

Lorsque la capacité portante d'une colonne s'annule, les poutres qu'elle supportait perdent leur appui et se trouvent surchargées du fait de la suppression de la réaction en question. Il s'ensuit un accroissement des efforts flexionnels dans les poutres de la partie directement affectée surmontant la colonne ruinée (qui franchissent désormais une portée double) et la formation d'un mécanisme plastique, ainsi qu'une augmentation de la flèche et le développement d'efforts membranaires de traction significatifs dans la poutre inférieure et ses assemblages. Cette situation peut, sous réserve du respect de certaines conditions, mener à un état final stable dans lequel l'effet câble de la poutre lui permet de supporter les charges. Ces conditions sont relatives à la non-apparition de différents modes de ruine susceptibles de se produire prématurément, engendrant un effondrement de la structure avant

qu'elle ait pu atteindre cet état déformé stable. Dans ce dernier, la descente de charges reste assurée grâce à un mode de fonctionnement alternatif de la structure, impliquant une distribution d'efforts pour laquelle elle n'a pas été initialement conçue.

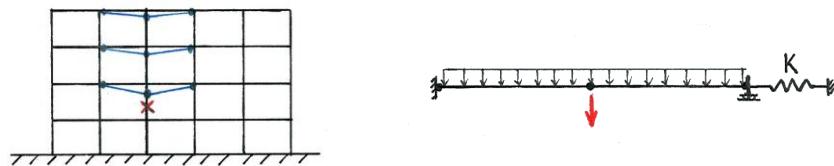


Fig. I.24 : Réponse d'une structure en portiques suite à la perte d'une colonne

Les différents modes de ruine possibles sont les suivants :

- Dans la poutre directement supportée par la colonne ruinée, franchissant désormais deux travées :
 - Manque de résistance en traction des poutres ou de leurs assemblages :

L'atteinte d'un état déformé stable nécessite en effet que la poutre puisse supporter un effort de traction suffisant pour soutenir, par effet câble, les charges qui lui sont appliquées. L'intensité de cet effort sera notamment fonction de la restreinte fournie aux extrémités de la poutre considérée par le reste de la structure. Si la raideur K caractérisant celle-ci est importante, la poutre va présenter une flèche relativement faible mais devra supporter un effort de traction élevé. Dans le cas contraire, la poutre prendra une flèche plus grande, ce qui se traduira également par des rotations supérieures, qui permettront d'équilibrer les charges avec un effort de traction plus faible dans la poutre.

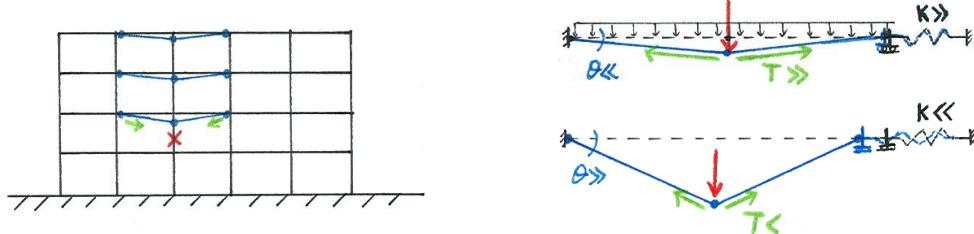


Fig. I.25 : Développement d'un effet câble dans la poutre et influence de la raideur K sur les exigences de résistance et de ductilité

- Manque de ductilité au niveau des rotules plastiques, qu'elles se forment dans les poutres ou dans leurs assemblages :

Il faut que chaque rotule plastique soit capable de subir la rotation associée à l'atteinte de l'état d'équilibre. L'exigence de ductilité dépendra, elle aussi, de la restreinte dont la poutre dispose à ses extrémités. En effet, si celle-ci est très importante, la poutre est fortement soutenue et la flèche qu'elle prend est relativement faible. Par conséquent, la rotation au niveau des rotules plastiques est limitée et il n'est pas nécessaire qu'elles présentent une forte ductilité. À l'inverse, si la poutre est peu soutenue, la flèche subie sera plus élevée et il faudra que les rotules fassent preuve d'une capacité de rotation supérieure.

- Dans le reste de la structure :

- Flambement des poteaux surchargés :

La capacité portante d'une colonne s'étant annulée, il va de soi que les charges qu'elle supportait doivent désormais transiter par les poteaux voisins pour descendre jusqu'aux fondations. Ceux-ci subissent donc une charge additionnelle vis-à-vis de laquelle ils doivent pouvoir rester stable.

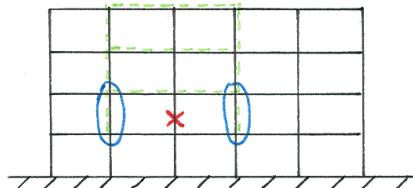


Fig. I.26 : Poteaux surchargés suite à la perte d'une colonne

- Formation d'un mécanisme plastique dans le reste de la structure, en raison des efforts « anormaux » qui lui sont transmis par la poutre directement affectée par la perte de la colonne :

On peut voir apparaître différents mécanismes de ruine dans la structure, risquant d'entraîner l'effondrement de celle-ci. Par exemple, un manque de résistance en flexion des poteaux peut se solder par un mécanisme plastique à trois rotules. Un mécanisme de panneau peut aussi se produire. À la suite de cela, la poutre ne jouit plus de la restreinte indispensable au développement de l'effet câble. L'effondrement de la structure devient inévitable.



Fig. I.27 : Formation d'un mécanisme plastique dans la partie indirectement affectée – mécanisme de « poutre » à trois rotules (a) et mécanisme de panneau (b)

- Flambement de la poutre supérieure comprimée :

Lorsqu'une colonne se ruine et que les niveaux qu'elle soutient sont amenés à prendre une flèche importante et à développer des efforts membranaires, les parties de la structure de part et d'autre de la colonne en question ont tendance à basculer l'une vers l'autre, ce qui provoque de la compression dans la poutre supérieure. Celle-ci n'étant pas prévue pour dans le fonctionnement normal de la structure, elle risque de flamber.

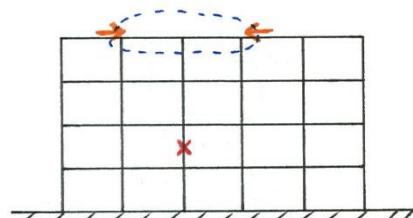


Fig. I.28 : Poutre supérieure comprimée

Si tous ces divers modes de ruine sont empêchés par un dimensionnement approprié, la ruine initiée par la perte d'une colonne restera localisée et ne se propagera pas au reste de la structure. Cette dernière demeurera globalement stable grâce, notamment, au développement d'efforts de traction de second ordre dans les poutres, leur permettant de soutenir les charges par effet câble.

6.3. Procédure générale adoptée dans les études réalisées à l'ULg

6.3.1. Bases de l'approche suivie, hypothèses principales et objectifs

Tout d'abord, les études réalisées à l'ULg jusqu'à présent sont basées sur une approche statique, ce qui signifie que la colonne est supposée perdre sa capacité portante extrêmement lentement. Cela revient donc à analyser le comportement de la structure lorsque l'effort normal dans le poteau considéré passe très progressivement de sa valeur initiale sous chargement normal à zéro. Par ailleurs, les recherches en question portent sur la réponse de structures en portiques bidimensionnelles en acier ou mixtes acier-béton. Bien que les effets 3D, liés par exemple à la présence de poutres transversales ou d'une dalle, puissent influencer notablement le comportement, ils ne sont pas pris en compte.

L'approche suivie pour étudier une structure suite à la perte de l'un de ses poteaux est basée sur une décomposition de celle-ci en deux parties : une partie directement affectée par la ruine de la colonne, qui surplombe cette dernière, et une partie indirectement affectée, qui correspond au reste de la structure. Bien entendu, ces deux parties s'influencent mutuellement et ne peuvent s'étudier tout à fait indépendamment.

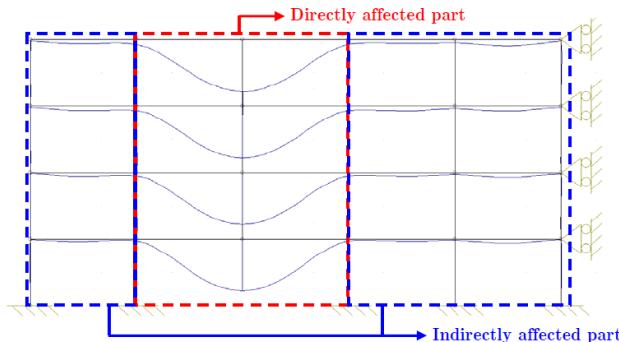


Fig. I.29 : Décomposition de la structure en parties directement et indirectement affectées [5]

L'étude de la partie indirectement affectée, à savoir notamment la définition de la restreinte qu'elle apporte à la partie directement affectée et la résistance qu'elle présente vis-à-vis des charges qui lui sont appliquées en provenance de cette dernière, fait l'objet de la thèse de Luu Nguyen Nam Hai ; de même que l'étude de la réponse de la structure jusqu'à la formation complète du mécanisme plastique. Par ailleurs, le comportement de la partie directement affectée, une fois le mécanisme formé, est étudié dans la thèse de Jean-François Demonceau.

L'objectif principal poursuivi conjointement par ces deux thèses est de fournir des méthodes simplifiées permettant de :

- Prédire l'évolution du déplacement vertical du point A, Δ_A , en fonction de l'effort décroissant dans la colonne portante en situation de ruine, N_{lo} . Le déplacement maximal, obtenu lorsque N_{lo} s'annule, permet de déterminer la ductilité minimale que doivent présenter les différents éléments structurels afin de permettre l'atteinte de cet état d'équilibre final.

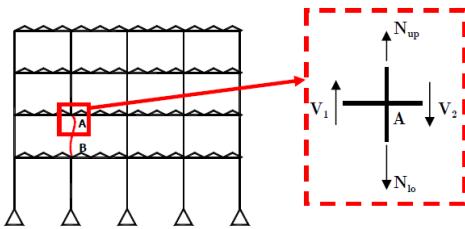


Fig. I.30 : Colonne d'un portique en situation de ruine et efforts verticaux au nœud A [5]

- Prédire les efforts se développant dans la partie directement concernée par la perte de la colonne, et donc s'appliquant en réaction à la partie indirectement affectée, de manière à vérifier si la structure possède la résistance requise pour éviter l'effondrement.

6.3.2. Sous-structure élémentaire

La stratégie adoptée pour étudier de manière simplifiée le comportement d'une structure suite à la ruine d'une colonne est, comme expliqué ci-dessus, basée sur la décomposition de la structure en sa partie directement affectée par la perte du poteau et celle constituée du reste de l'ossature. La simplification va même plus loin, puisque la sous-structure finalement étudiée pour appréhender le comportement de la partie directement affectée après la formation complète du mécanisme plastique, lors du développement d'efforts membranaires significatifs, se résume aux deux poutres immédiatement concernées par la perte de la colonne, ainsi que leurs assemblages. L'influence de la partie indirectement affectée est caractérisée par un ressort horizontal de raideur K et de résistance F_{Rd} .

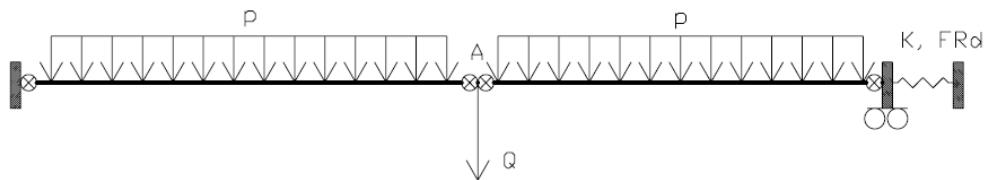


Fig. I.31 : Sous-structure élémentaire [5]

L'approche basée sur cette sous-structure fut validée grâce à des simulations numériques, qui permirent de prouver son aptitude à représenter avec suffisamment de précision le comportement de la structure globale une fois le mécanisme plastique entièrement formé. En effet, la courbe (Q, Δ_A) obtenue en modélisant uniquement la sous-structure (après avoir établi les valeurs de K et F_{Rd} à prendre en compte), qui relie la force concentrée appliquée au centre du système au déplacement vertical de ce point, est très proche de la courbe issue de l'analyse de l'ossature complète, dans la dernière phase du comportement (au-delà du palier plastique).

Afin d'être capable d'isoler cette sous-structure élémentaire, il convient de définir les paramètres suivants :

- la raideur K du ressort horizontal, qui représente la restreinte latérale fournie par la partie indirectement affectée de la structure aux poutres inférieures de la partie directement concernée, lorsque des efforts membranaires se développent dans ces dernières ;
- la résistance F_{Rd} de la partie indirectement affectée, qui correspond à la force horizontale maximale qui peut lui être transmise sans provoquer un mécanisme de ruine quelconque dans celle-ci ;

- les charges p et Q supportées par le système. La charge répartie p est celle appliquée à l'étage immédiatement soutenu par la colonne considérée juste avant la perte de celle-ci et est admise constante. La force Q, donnée par $Q = N_{lo} - N_{up}$, varie progressivement au fur et à mesure de la diminution de N_{lo} .

- La ruine du système survient par manque de ductilité ou de résistance lorsque :
- la capacité de déformation d'une rotule plastique est atteinte ;
 - la résistance F_{Rd} du ressort est atteinte, ce qui correspond l'initiation d'une ruine dans la partie indirectement affectée ;
 - la résistance en traction des poutres directement concernées ou de leurs assemblages est atteinte.

6.4. Approche statique

6.4.1. Description qualitative de la réponse statique d'une structure suite à la ruine d'une colonne

La relation liant le déplacement vertical Δ_A en tête de la colonne AB lorsque celle-ci perd progressivement sa capacité portante à l'effort de compression N_{lo} qu'elle supporte présente l'allure suivante.

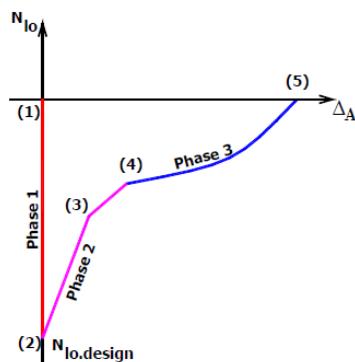
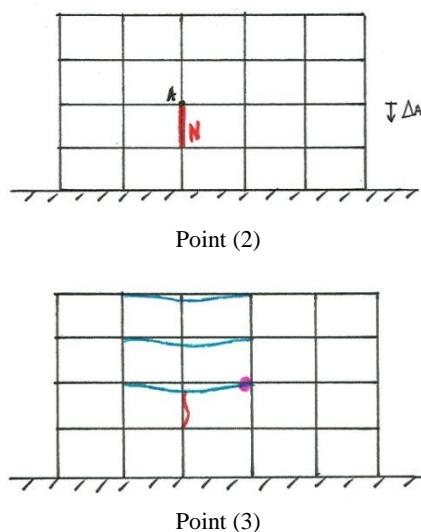


Fig. I.32 : Evolution du déplacement en tête de la colonne défaillante avec l'effort qu'elle supporte [5]

Le comportement peut être divisé en trois phases principales. La première phase correspond à l'application des charges sur la structure en situation normale. Elle passe donc du point (1), où elle n'est pas chargée et où le déplacement Δ_A est nul, au point (2), où elle subit un effort de compression « normal ». Le déplacement Δ_A atteint en (2) est négligeable. On suppose que la structure reste pleinement élastique durant cette phase.

La phase 2 correspond au développement progressif de déformations plastiques dans la partie directement affectée, qui passe d'un comportement complètement élastique à la formation d'un mécanisme plastique. La première rotule plastique apparaît au point (3), tandis que le point (4) correspond à l'atteinte du



mécanisme complet.

Une fois le plein mécanisme plastique formé, le déplacement Δ_A augmente rapidement et les effets de second ordre commencent à jouer un rôle prépondérant. Les efforts de traction significatifs se développent dans les poutres inférieures leur permettant de résister par effet câble, ce qui réduit la vitesse de déplacement du point A au fur et à mesure que cet effet s'amplifie. Finalement, un état d'équilibre peut éventuellement être atteint au point (5), où l'effort dans la colonne devient nul (ruine complète). Il peut être montré que, tout au long de cette dernière phase (phase 3), l'effort N_{up} peut être considéré constant et égal à sa valeur au terme de la phase 2, soit $N_{up(4)}$.

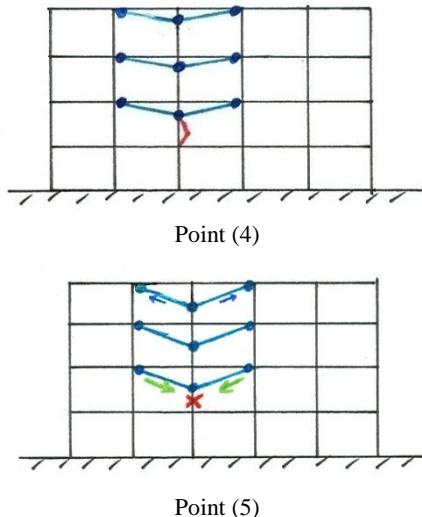


Fig. I.33 : Evolution de la réponse structurelle

Il ne sera bien entendu possible d'atteindre un état final stable, qui correspond au point (5), que si aucune ruine ne se produit prématurément, que ce soit dans la partie directement affectée ou le reste de la structure. C'est-à-dire qu'il faut :

- que les efforts transmis à la partie indirectement affectée de la structure n'induisent pas la ruine d'éléments de cette dernière (flambement de poteaux ou mécanisme plastique par exemple) ;
- que la compression associée à l'effet arc subie par les poutres supérieures de la partie directement affectée ne conduise pas à leur instabilité par flambement ;
- que les éléments de la partie directement affectée présentent une résistance et une ductilité suffisante pour atteindre le déplacement $\Delta_{A(5)}$ correspondant à l'état d'équilibre.

En conclusion, on considérera la structure comme suffisamment robuste si ses propriétés de résistance et de ductilité lui permettent d'atteindre le point (5) sans que les efforts et déformations induits dans ses éléments ne dépassent leur capacité respective.

Il est également possible que la colonne AB puisse être totalement retirée sans que la phase 3 ne soit atteinte. Cela signifie qu'un état stable sous $N_{lo} = 0$ est trouvé sans qu'un mécanisme plastique complet ne se soit développé. Cet état d'équilibre ne nécessite donc pas l'activation d'effets câble impliquant des efforts membranaires importants dans les poutres. Par ailleurs, si l'on considère la perte d'une colonne de coin, il est impossible de développer un effet câble dans les poutres de la partie directement affectée. Par conséquent, un équilibre devra être atteint avant la formation du mécanisme plastique (point (4)) si l'on veut éviter l'effondrement.

L'étude du comportement de la partie indirectement affectée de la structure, et en particulier l'évaluation des propriétés de raideur K et de résistance F_{Rd} caractérisant l'influence qu'elle a sur la réponse de la partie directement concernée, de même que l'étude de la réponse de la structure durant les phases 1 et 2, font l'objet de la thèse de H. N. N. Luu. Le comportement de la structure durant la phase 3, associé au développement d'efforts membranaires dans les poutres de la partie directement concernée par la ruine de la colonne, est quant à lui étudié dans la thèse de J.F. Demonceau, sur base de la sous-structure définie en 6.3.2.

6.4.2. Extraction de la sous-structure

Durant la phase 3, lorsque le mécanisme plastique complet est formé dans la partie directement affectée, le déplacement vertical du point A s'accroît rapidement et les effets du second ordre deviennent significatifs. En particulier, les poutres inférieures de cette partie de la structure développent des efforts membranaires de traction tandis que les poutres supérieures sont sollicitées par des forces de compression en raison de l'effet d'arc. Il fut montré que l'effort de traction développé par effet câble dans la double-poutre juste au-dessus de la colonne ruinée est nettement plus important que celui développé dans les autres poutres. Cette observation induit l'idée d'étudier le comportement de la partie directement affectée sur base de cette seule double-poutre, définissant la sous-structure évoquée plus haut et reprise à la figure 34 ci-dessous. La capacité de cette dernière à représenter le comportement statique de l'ossature en phase 3 fut effectivement validée par des essais numériques.

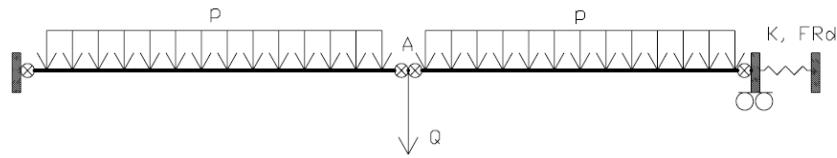


Fig. I.34 : Modélisation de la sous-structure étudiée [5]

Bien entendu, avant de pouvoir utiliser ce système simplifié, il faut encore déterminer les paramètres K et F_{Rd} à lui attribuer. Des méthodes analytiques ayant pour but de prédire la valeur de ces derniers ont été développées dans la thèse de Luu Nguyen Nam Hai. Ces méthodes permettent donc de définir une loi bilinéaire (élastique parfaitement plastique) caractérisant le comportement du ressort introduit dans le système simplifié. Elles sont très brièvement récapitulées ici.

➤ Estimation de K :

La procédure développée pour estimer la valeur de K est basée sur un modèle associant différents ressorts, en parallèle et en série, tel qu'illustré à la figure 35 ci-dessous. Ces ressorts permettent de prendre en compte les raideurs des colonnes et poutres de la structure, participant à la raideur globale K . La raideur des colonnes, soumises à la fois à un effort normal et à des moments de flexion induits par la force horizontale provenant de la partie directement affectée de la structure, doit prendre en compte le taux de restreinte qu'elles subissent à leurs extrémités. Il fut en outre montré que la raideur extensionnelle des poutres peut, dans la plupart des cas, être négligée dans l'évaluation de K .

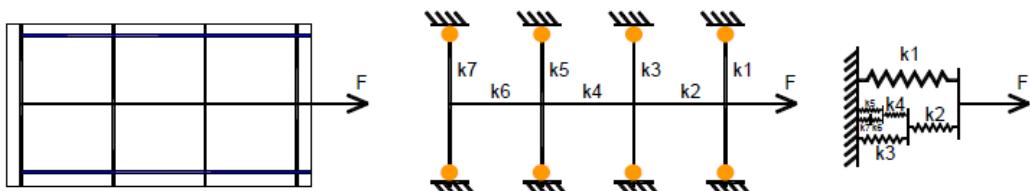


Fig. I.35 : Modèle à ressorts utilisé pour l'estimation de K [5]

Des comparaisons de valeurs de K obtenues par la méthode présentée dans [6] avec les raideurs correspondantes issues d'analyses non-linéaires complètes de la structure ont permis de valider la procédure simplifiée établie. Cette méthode permet donc d'obtenir des valeurs correctes de K , qui peuvent dès lors être introduites dans le système simplifié utilisé pour étudier le développement des efforts membranaires dans la sous-structure durant la phase 3.

➤ Estimation de F_{Rd} :

F_{Rd} est la valeur maximale de l'effort horizontal qui peut être appliqué à la partie indirectement affectée de la structure par celle directement concernée. Il y correspond l'apparition d'un mode de ruine dans la partie indirectement affectée. Celui-ci peut être de différents types :

- développement d'un mécanisme plastique ;
- flambement des colonnes voisines à celle ruinée, soumises à des efforts axiaux additionnels et à des moments de flexion associés au développement d'un effet câble dans les poutres directement affectées.

Des méthodes visant à prédire la valeur de la force horizontale F associée aux différents modes de ruine possibles, basées sur des modèles analytiques, sont présentées et validées dans [6]. F_{Rd} est définie comme la valeur minimale des forces trouvées pour les différents modes de ruine.

6.4.3. Méthode analytique simplifiée prédisant la réponse de la structure durant la phase 3

L'étude de la réponse de la structure durant la phase 3, intégrant le développement des efforts membranaires dans les poutres directement affectées par la perte de la colonne une fois le mécanisme plastique formé, fait l'objet de la thèse de J.F. Demonceau. Il y développe, entre autres, une méthode simplifiée permettant de prédire cette réponse, sur base de la sous-structure définie plus tôt. Cette méthode est ensuite validée par comparaison avec les résultats issus d'un essai expérimental réalisé à l'ULg sur une sous-structure.

Cette procédure analytique permet donc de déterminer l'évolution du déplacement vertical au centre du système en fonction de la charge concentrée y agissant. Puisque l'objectif est d'étudier le comportement de la structure dans le domaine post-plastique, c'est-à-dire après formation du mécanisme plastique, et alors que les déplacements sont significatifs et influencent considérablement la réponse de la structure, la méthode est développée sur base d'une analyse rigide-plastique au second ordre.

La sous-structure étudiée est rappelée à la figure 36 ci-dessous, où :

- p correspond à la charge uniformément répartie constante appliquée sur le niveau modélisé par la sous-structure ;
- $Q = N_{up} - N_{lo}$ est la charge concentrée agissant au centre de la double-poutre, traduisant la perte de la colonne. Elle varie avec la diminution de N_{lo} ;
- L est la longueur totale initiale de la sous-structure ;
- Δ_A est le déplacement vertical du point d'application de la charge Q ;
- δ_K est l'allongement du ressort horizontal simulant la restreinte latérale fournie par la partie indirectement affectée ;
- δ_{N1} et δ_{N2} sont les allongements plastiques associés aux rotules plastiques ;
- θ est la rotation des rotules plastiques.

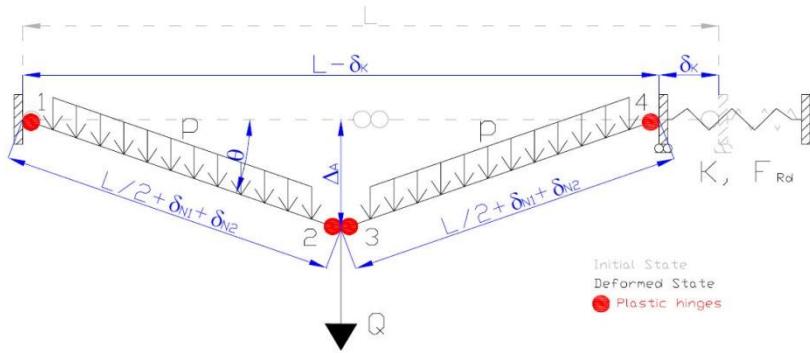


Fig. I.36 : Sous-structure étudiée [5]

En outre, les développements analytiques ont été effectués en supposant une sous-structure symétrique :

- portée identique des poutres de part et d'autre de la colonne ruinée ;
- loi d'interaction (N_{Rd} , M_{Rd}) identique au niveau des rotules plastiques 1 et 4, d'une part, et 2 et 3, d'autre part.

Néanmoins, la méthode pourrait être étendue à un cas plus général.

Ainsi, en développant :

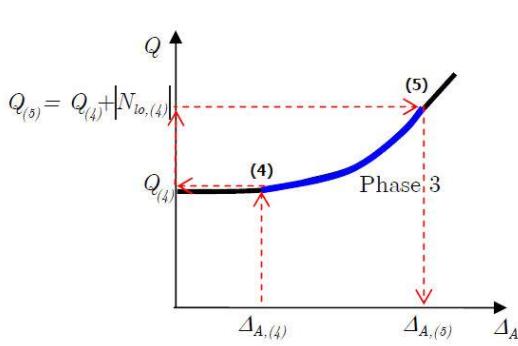
- les équations d'équilibre des nœuds,
- les équations de compatibilité des déplacements,
- l'équation de plasticité traduisant l'égalité entre le travail intérieur et le travail extérieur,

il est possible d'établir la relation liant l'évolution de la charge Q à celle de l'angle θ , ainsi que l'effort de traction N_{Rd} agissant dans la poutre qui y correspond. Les paramètres intervenant dans ces relations sont : la longueur initiale L de la sous-structure, la raideur K du ressort, les raideurs extensionnelles au niveau des rotules plastiques et le couple de sollicitations (N_{Rd} , M_{Rd}) y agissant, corrélées par la courbe de résistance sous interaction M-N de la poutre ou de l'assemblage (selon l'endroit où se forme la rotule plastique). Cette analyse permet également de montrer que la charge répartie p peut être négligée, ce qui simplifie nettement l'expression des relations établies.

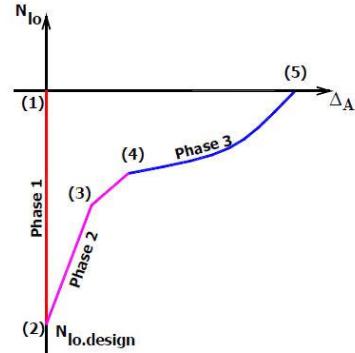
A partir de la relation (Q, θ) déterminée peut être dérivée la courbe (N_{lo}, Δ_A) , qui correspond à la réponse recherchée traduisant le comportement de la structure pendant la phase 3, puisque :

- $\Delta_A = \left(\frac{L}{2} + 2 \cdot \delta_N\right) \cdot \sin(\theta)$
- $Q = N_{lo} - N_{up} = N_{lo} - N_{up(4)}$

Il faut à ce sujet remarquer que seule la partie de la courbe située entre les points (4) et (5) a une signification puisque l'analyse réalisée s'intéresse à la réponse du système une fois le mécanisme plastique formé (cf. fig. 37). La réponse de la structure durant les phases 1 et 2 peut être établie grâce aux développements présentés dans [6]. De cette manière, les valeurs de N_{lo} , N_{up} et Δ_A au point (4), soit à la fin de la phase 2 et début de la phase 3, peuvent être déterminés. La suite de la réponse du système, durant la troisième phase, est établie grâce à la procédure développée dans [5], résumée ci-dessus. Le point (5), qui correspond à l'état d'équilibre final, est atteint lorsque $N_{lo(5)} = 0$.



Méthode analytique simplifiée (phase 3)



Concept général

Fig. I.37 : Intégration de la méthode simplifiée dans le contexte général [5]

6.5. Prise en compte des effets dynamiques

6.5.1. Position du problème

L’approche statique développée à l’ULg et résumée ci-dessus permet de cerner la réponse d’une structure suite à la ruine de l’une de ses colonnes, dans le cas où celle-ci est supposée perdre sa capacité portante suffisamment lentement pour ne pas engendrer d’effets dynamiques. Si cette hypothèse peut être réaliste dans certains cas, la rupture d’une colonne suite à un événement exceptionnel tel qu’un impact ou une explosion est par contre un phénomène intrinsèquement dynamique. Il est donc indispensable de prendre en compte cet aspect.

Ainsi, plutôt que de considérer une réduction très lente de l’effort normal dans la colonne en situation de ruine, un scénario de dimensionnement plus approprié pourrait être de supposer une ruine soudaine de celle-ci. Bien que ce scénario ne puisse pas représenter exactement la réalité correspondant à la ruine d’une colonne par suite d’un impact ou d’une explosion, il permet néanmoins d’appréhender les effets dynamiques associés à des situations de chargement extrêmes et d’estimer les conséquences de la rupture d’une colonne se produisant sur une durée courte vis-à-vis de la période propre de la structure. Il s’agit en outre d’un scénario qui reste indépendant de la cause spécifique susceptible de provoquer la ruine de la colonne, et qui pourrait être considéré comme un test dynamique standard de la robustesse d’une structure.

D’ailleurs, deux codes relativement récents, publiés aux USA, visant à minimiser le risque de ruine progressive (GSA 2003 [2], DoD 2005 [1]) recommandent de considérer comme scénario principal de dimensionnement la perte instantanée d’une colonne. Pourtant, ces deux codes proposent une procédure très grossière pour considérer les effets dynamiques induits par la ruine instantanée d’un élément porteur, utilisant simplement une charge statique équivalente basée sur un coefficient multiplicateur de 2,0. Les prescriptions de la GSA préconisent d’appliquer cette amplification uniformément à toutes les charges gravitaires tandis que seules les charges de la partie directement affectée par la perte de la colonne sont à majorer selon les critères du DoD. Bien que la seconde approche soit préférable à la première, toutes deux restent fort imprécises, puisque l’utilisation d’un facteur amplificateur de 2,0 ne peut convenir correctement que dans le cas d’une réponse élastique linéaire. Une alternative permise à cette méthode consiste à réaliser une analyse dynamique non linéaire complète de la structure endommagée, à l’aide notamment de logiciels de calculs par éléments finis. Néanmoins, cette approche est jugée trop compliquée pour être mise en œuvre en pratique dans les applications de dimensionnement courantes.

6.5.2. Méthode simplifiée développée à l'*Imperial College*

Dans sa thèse de doctorat présentée à l'*Imperial College* en 2007 et intitulée « *Progressive collapse assessment of tall buildings* » [7], Anastasios Vlassis expose, entre autres, une méthode simplifiée permettant l'évaluation de la réponse dynamique maximale d'une structure suite à la perte instantanée d'une colonne. Bien que la représentation la plus réaliste du comportement de la structure dans cette situation puisse être établie grâce à l'utilisation de logiciels numériques permettant la réalisation d'analyses dynamiques non linéaires par éléments finis, la méthode approchée proposée par A. Vlassis présente l'avantage de la simplicité. En effet, cette approche ne nécessite qu'une analyse structurelle statique, afin de déterminer la réponse statique non linéaire, tandis que les effets d'amplification dynamique sont pris en compte de manière simplifiée, mais toutefois suffisamment précise.

L'approche proposée comporte en tout trois étapes principales :

- la détermination de la réponse statique non linéaire de la structure, tenant compte des non-linéarités à la fois géométriques et matérielles ;
- l'évaluation simplifiée des effets dynamiques, qui utilise les principes de conservation d'énergie pour estimer la réponse dynamique maximale à partir de la connaissance de la réponse statique ;
- l'évaluation de la ductilité requise, qui consiste à déterminer la demande de ductilité au niveau des assemblages pour atteindre le déplacement dynamique maximal, afin de la comparer avec la capacité de déformation disponible pour estimer le risque d'effondrement en chaîne de la structure.

➤ Utilité et détermination de la réponse statique non linéaire :

La rupture soudaine d'une colonne d'une structure a un effet similaire à l'application instantanée, sur l'ossature endommagée (dont la colonne a été retirée), de la charge gravitaire P_0 agissant sur la structure, particulièrement lorsqu'il en résulte des déformations significatives de celle-ci. Des effets dynamiques sont associés à l'application instantanée de cette charge ; et la ductilité requise pour éviter la ruine est indiquée par l'état de déformation correspondant à la réponse dynamique maximale.

Une simplification essentielle consiste à admettre que la réponse dynamique maximale peut être estimée avec suffisamment de précision en considérant la réponse statique non linéaire, sous une charge amplifiée $\lambda_d P_0$. Cela permet d'éviter une analyse dynamique non linéaire détaillée, en estimant donc l'état de la structure associé au déplacement dynamique extrême à partir du comportement structural statique. Est donc requise la réponse statique non linéaire de la structure endommagée sous une charge gravitaire exprimée sous la forme $P = \lambda P_0$. Le facteur d'amplification λ_d correspondant à la flèche dynamique maximale peut être directement déduit du déplacement dynamique maximal et de la courbe charge-déplacement statique (cf. fig. 39). Il reste donc à pouvoir estimer la flèche dynamique extrême induite par l'application instantanée de la charge P_0 . Cela se fait aisément via la méthode simplifiée exposée dans la thèse de Vlassis et décrite ci-dessous. La base de cette approche réside dans la connaissance de la courbe statique (P, u_s).

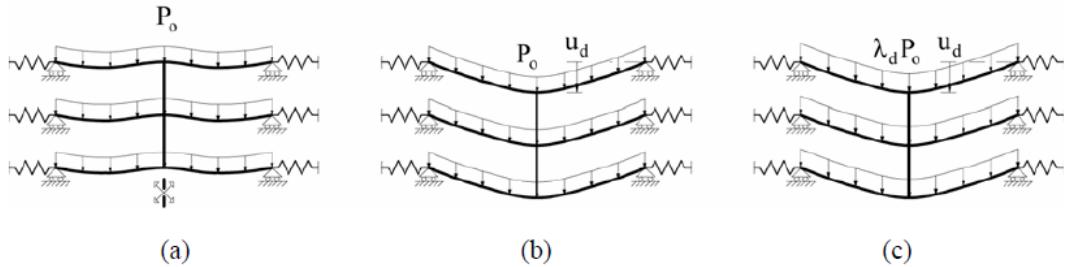


Fig. I.38 : Perte soudaine d'une colonne modélisée par un chargement statique amplifié
– Perte soudaine de la colonne (a), Réponse dynamique maximale (b), Charge statique équivalente (c) [7]

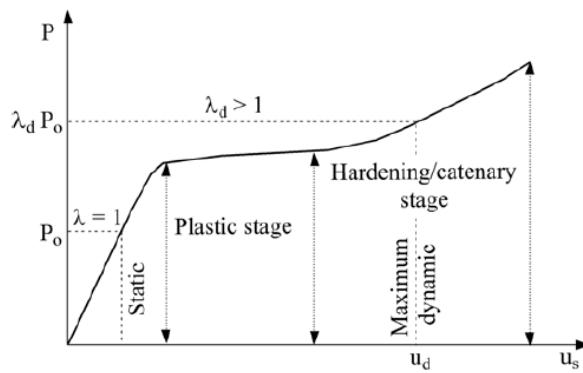


Fig. I.39 : Réponse statique non linéaire typique sous une charge proportionnelle $P = \lambda P_0$ [7]

Il est bien entendu possible de définir la réponse statique non linéaire de la structure de manière détaillée à l'aide d'une analyse numérique par éléments finis. Mais l'objectif étant de fournir une procédure simple d'application, Vlassis propose dans sa thèse l'utilisation de modèles simplifiés. Néanmoins, ceux-ci sont basés sur des hypothèses assez grossières et sont donc peu précis. Par contre, comme expliqué précédemment, les recherches menées à l'ULg ont permis de développer et de valider des méthodes analytiques simplifiées permettant de rencontrer ce premier objectif, à savoir la détermination précise de la réponse statique non linéaire. De telles méthodes pourraient donc avantageusement être utilisées dans ce cadre.

➤ Evaluation de la réponse dynamique maximale :

La nouvelle approche développée à l'*Imperial College* pour évaluer simplement la réponse dynamique maximale à partir de la connaissance de la réponse statique est, quant à elle, particulièrement intéressante. Cette méthode repose sur deux hypothèses principales. La première consiste à admettre que la perte soudaine d'une colonne a un effet similaire à l'application instantanée, sur la structure endommagée, de la charge gravitaire P_0 supportée par l'élément supprimé, particulièrement lorsqu'il en résulte des déformations significatives. La seconde revient à considérer que l'énergie de déformation absorbée par une structure pour arriver à un déplacement donné est identique que celui-ci soit atteint de manière statique ou dynamique.

L'application instantanée d'une charge P sur la structure provoque, dans un premier temps, une accélération de celle-ci. En effet, suite à l'application de la force, le système ne se met en mouvement que progressivement en raison de son inertie et sa flèche reste donc, au début, plus faible que celle associée à l'application statique de P . Par conséquent, l'énergie de déformation dissipée à l'intérieur du système est inférieure au travail de la force extérieure. L'excédent est donc transformé en énergie cinétique, d'où un accroissement de la vitesse. La déformée continuant à s'accroître, le déplacement devient à un moment supérieur à la flèche statique. A partir de cet instant, l'effort résistant statique dépasse la force appliquée, ce qui implique une réduction de l'énergie cinétique. La

vitesse du système décroît alors progressivement avec l'augmentation des déformations. A condition que la réponse de la structure soit dominée par un seul mode de déformation, ce qui est probable dans le cas du scénario considéré (perte d'une colonne), le déplacement dynamique maximal est atteint lorsque l'énergie cinétique redévient nulle (annulation de la vitesse). A ce moment, le travail réalisé par la charge appliquée instantanément est identique à l'énergie de déformation dissipée à l'intérieur de la structure. Ainsi, une approche énergétique basée sur l'égalité entre le travail extérieur et l'énergie de déformation interne peut fournir une estimation réaliste du déplacement maximal associé à la réponse dynamique, sans nécessiter une analyse dynamique non linéaire complète.

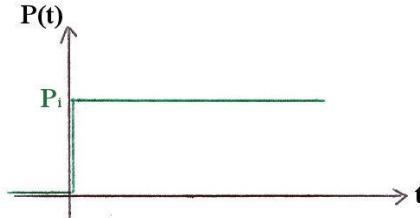


Fig. I.40 : Force constante appliquée instantanément

Considérons une charge $P_i = \lambda_i P_0$ appliquée instantanément (ce qui signifie que $P(t)$ a une allure en marche d'escalier – fig. 40) et induisant un déplacement dynamique maximal $u_{d,i}$. Le travail extérieur associé est donné par :

$$W_i = \alpha P_i u_{d,i} = \alpha \lambda_i P_0 u_{d,i},$$

α étant un facteur dépendant de la distribution de la charge P_i ($\alpha = 1$ pour une force concentrée). Par ailleurs, au vu de la seconde hypothèse énoncée plus haut, l'énergie de déformation peut être calculée à partir de la réponse charge-déplacement statique non linéaire :

$$U_i = \int_0^{u_{d,i}} \alpha P \, du_s$$

Egalant W_i à U_i , on obtient :

$$P_i = \lambda_i P_0 = \frac{1}{u_{d,i}} \int_0^{u_{d,i}} P \, du_s$$

où l'intégrale représente l'aire A_i située sous la courbe statique (P, u_s) pour des déplacements allant jusqu'à $u_{d,i}$ (lequel correspond à l'application d'une charge statique amplifiée $P_{d,i} = \lambda_{d,i} P_0 > P_i = \lambda_i P_0$). Cette équation relie donc la force appliquée instantanément (P_i) au déplacement dynamique maximal atteint ($u_{d,i}$), grâce à la connaissance de la courbe caractérisant la réponse statique non linéaire (P, u_s) . A partir de là, on peut, pour chaque $u_{d,i}$, déterminer le P_i correspondant. Les graphes (a) et (b) de la figure 41 ci-dessous en montrent deux exemples. Pour $u_{d,i}$ donné, P_i est tel que les deux aires hachurées soit égales.

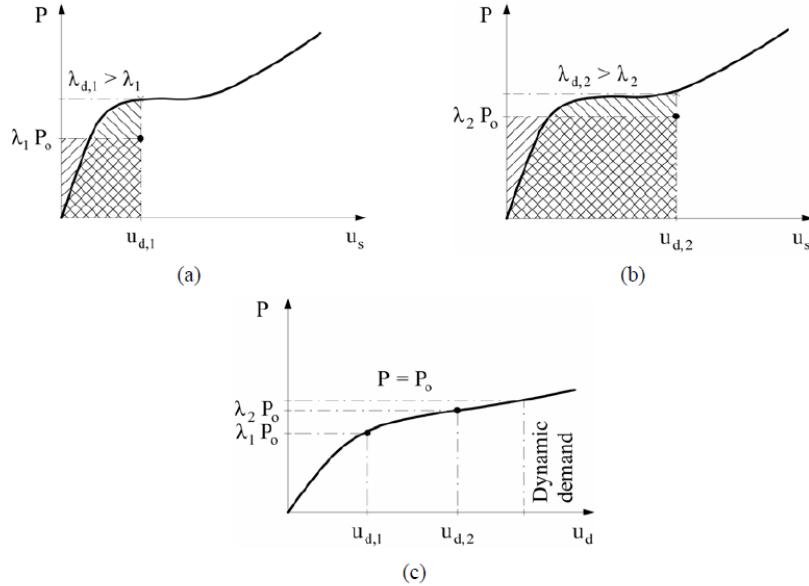


Fig. I.41 : Définition de la courbe de réponse pseudo-statique pour l'évaluation simplifiée des effets dynamiques – Evaluation de l'énergie de déformation puis de la charge dynamique $P = \lambda P_0$ correspondant au déplacement maximal u_d grâce à la réponse statique ((a) et (b)), Réponse pseudo-statique (c) [7]

L'ensemble des couples $(u_{d,i}, P_i)$ forme la courbe (P, u_d) représentant la réponse dynamique non linéaire maximale sous charge instantanée (graphe (c) de la figure 41). Elle est appelée *réponse pseudo-statique* et exprime la flèche dynamique maximale due à une charge appliquée instantanément. Si cette charge en question vaut P_0 , le déplacement maximal u_d est directement donné par la courbe de réponse pseudo-statique en $P = P_0$. La ductilité requise pour atteindre une rotation suffisante aux extrémités des poutres peut alors en être déduite.

Connaissant la réponse statique non linéaire (P, u_s) , la procédure à suivre pour établir la réponse pseudo-statique (P, u_d) et déterminer le déplacement dynamique maximal engendré par l'application instantanée d'une force $P = P_0$ peut être récapitulée par l'algorithme suivant. Dans ce celui-ci, P_i représente la charge instantanée $\lambda_i P_0$ et $P_{d,i}$ la charge statique amplifiée $\lambda_{d,i} P_0$ correspondant au même déplacement $u_{d,i}$ ($\lambda_{d,i} > \lambda_i$).

- Initialisation : $P_{d,i} = P_i = 0$, $u_{d,i} = 0$, $A_i = 0$;
Choix d'un incrément de déplacement Δu_d
- Poser $u_{d,i+1} = u_{d,i} + \Delta u_d$
- Déterminer $P_{d,i+1}$ correspondant à $u_{d,i+1}$ à partir de la réponse statique (P, u_s) ;
Calculer l'aire sous la courbe : $A_{i+1} = A_i + (P_{d,i} + P_{d,i+1}) \cdot \frac{\Delta u_d}{2}$
- Déterminer la valeur de la charge pseudo-statique correspondante :
 $P_{i+1} = A_{i+1}/u_{d,i+1}$;
Etablir un nouveau point de la courbe de réponse pseudo-statique (P, u_d) :
 $(P_{i+1}, u_{d,i+1})$
- Si $P_i < P_0 \leq P_{i+1}$, on peut calculer le déplacement dynamique maximal correspondant à P_0 :
 $u_d = u_{d,i} + (u_{d,i+1} - u_{d,i}) \cdot \frac{P_0 - P_i}{P_{i+1} - P_i}$
- Sinon, il est encore nécessaire de déterminer un ou des points supplémentaires de la courbe de réponse pseudo-statique → Poursuivre à partir du point 2

7. CONCLUSIONS ET OBJECTIFS DU TFE

7.1. Conclusions

Ce premier chapitre décrivant le contexte général dans lequel va s'inscrire le présent travail débute logiquement par un rappel des notions de robustesse, définie comme la capacité d'une structure à conserver son intégrité structurale globale par suite d'événements exceptionnels, et de ruine progressive engendrée par la propagation d'un dommage initial localisé, menant à la destruction d'une partie considérable de la structure. Les exigences associées aux aspects de robustesse furent comparées à celles d'un dimensionnement traditionnel, et les particularités liées aux situations de chargement exceptionnelles et au comportement d'une structure dans de telles circonstances furent mises en évidence.

Ensuite, les différentes stratégies de dimensionnement visant à minimiser le risque de ruine progressive furent définies, de même que leur mise en application selon différents codes. Cela permit de mettre en avant diverses insuffisances de ces prescriptions normatives. Tout d'abord, la méthode indirecte, prescriptive, repose essentiellement sur la prévision de liens horizontaux et verticaux destinés à assurer une solidarisation globale des éléments de la structure, ces liens étant généralement constitués par les profilés métalliques ou des barres d'armature dans le béton. Cela permet d'accroître la continuité de l'ossature, ce qui favorise le développement de cheminements alternatifs des efforts pouvant assurer la descente des charges dans la structure endommagée. Par contre, les efforts de tractions que doivent être aptes à reprendre les éléments constituant les liens sont définis de manière forfaitaire.

Les méthodes directes, quant à elles, reposent sur une analyse structurale. Parmi elles, la méthode de résistance spécifique consiste à dimensionner certains éléments particuliers vis-à-vis d'une action définie. La seconde approche, qui est la plus fréquemment employée, est celle du cheminement alternatif des efforts. Elle consiste à étudier le comportement de la structure suite à une ruine localisée afin d'évaluer sa capacité à demeurer globalement stable. Le scénario de ruine initiale généralement considéré est celui de la perte d'un élément porteur vertical, en particulier d'une colonne dans le cas des ossatures en portiques. Il s'agit d'un scénario conventionnel indépendant des caractéristiques propres d'un événement exceptionnel mais qui permet toutefois d'évaluer le niveau de robustesse d'une structure. Dans de telles situations, la réalisation d'analyses dynamiques non linéaires complètes permet d'appréhender la réponse de la structure de façon correcte. Néanmoins, il s'agit d'une approche relativement complexe à mettre en œuvre et il serait intéressant de disposer de méthodes simplifiées utilisables dans le cadre de dimensionnements courants. Or, les approximations suggérées par divers codes pour rendre le calcul structural plus abordable sont plus que discutables. C'est le cas notamment de la proposition d'effectuer simplement une analyse statique en utilisant un facteur multiplicateur des charges de 2 pour tenir compte de l'amplification dynamique associée à la perte soudaine d'une colonne. Par ailleurs, le scénario préconisé lorsque les aspects dynamiques sont à prendre en compte consiste en la perte instantanée d'une colonne. Or, il existe une infinité de cas intermédiaires entre les situations où une perte de capacité portante quasi-statique peut être admise et la suppression instantanée d'un élément porteur. Dans de tels cas, les effets dynamiques peuvent être non négligeables sans pour autant atteindre l'amplification liée à une ruine instantanée. Il serait donc intéressant de prendre en considération la durée sur laquelle s'étend la perte de capacité portante de la colonne pour estimer de façon plus précise l'importance des effets dynamiques.

A la section 5, quelques éléments de la réponse d'un système sous chargement dynamique furent abordés, ainsi que les caractéristiques principales des sollicitations d'impact et d'explosion. De telles actions exceptionnelles peuvent être à l'origine d'une ruine localisée au sein d'une structure, suite à laquelle il convient d'éviter un effondrement disproportionné. Dans le cadre de ce travail, on considérera toujours un scénario de ruine conventionnel consistant en la perte de capacité portante d'une colonne, sans se préoccuper explicitement des caractéristiques de l'événement exceptionnel

pouvant entraîner sa ruine. Néanmoins, il parut intéressant d'évoquer brièvement le type de chargement induit par une explosion ou un impact.

Pour terminer, l'on s'intéressa plus particulièrement au comportement d'une structure en portiques dans le scénario conventionnel de la ruine d'une colonne. C'est en effet dans ce contexte précis que se situera le présent travail. Dans un premier temps, le comportement statique fut décrit, sur base des résultats de recherches menées à l'Université de Liège ; et les méthodes simplifiées établies pour déterminer la réponse statique furent rappelées. Finalement, une méthode développée à l'*Imperial College* de Londres permettant de déterminer la flèche dynamique maximale en tête de la colonne ruinée suite à la suppression instantanée de celle-ci fut exposée. Cette approche simplifiée nécessite uniquement la connaissance de la réponse statique.

7.2. Objectifs et limites du présent travail

Comme ce fut déjà évoqué à plusieurs reprises, le but de ce travail réside en la prise en compte des effets dynamiques induits par la perte de capacité portante d'une colonne dans une structure en portiques. On se limitera ici à l'étude d'ossatures en acier.

Pour aborder le problème de façon relativement simple au départ, la première approche consistera à étudier le comportement dynamique d'une sous-structure telle que définie au point 6.3.2. La loi de comportement de l'acier, bien qu'en réalité dépendante de sa vitesse de déformation, sera en toutes circonstances considérée identique à la loi quasi-statique. On admettra en outre un matériau élastique parfaitement plastique. La raideur K du ressort horizontal de la sous-structure sera également considérée constante. De plus, les assemblages des poutres seront parfaitement rigides et pleinement résistants. En réalité, le comportement des assemblages influence pourtant fortement la réponse de la structure. Mais la modélisation correcte de la réponse des assemblages sous l'action combinée d'un moment de flexion et d'un effort de traction est encore délicate à l'heure actuelle. Ainsi, pour simplifier le problème et se concentrer sur la prise en compte des effets dynamiques, les assemblages seront ici considérés parfaitement rigides et pleinement résistants.

On s'intéressera tout d'abord à la réponse de la sous-structure suite à la suppression instantanée de son support central. La méthode énergétique proposée par Vlassis (cf. 6.5.2) pourra alors être appliquée et sa validité vérifiée sur base d'analyses numériques dynamiques. Il s'agira ensuite d'analyser la réponse du système de manière plus générale, lorsque la perte de capacité portante de l'appui peut prendre une certaine durée t_r variable, non seulement en termes d'amplification dynamique mais également en ce qui concerne l'évolution temporelle de la flèche, de la plastification et des efforts internes. L'influence des différents paramètres à la fois du système (masse, amortissement,...) et du chargement (vitesse de suppression du support et niveau de charge) devra être mise en évidence. Il faudra enfin tenter de quantifier le taux d'amplification dynamique en fonction des divers paramètres susceptibles de l'influencer, chose indispensable en vue d'un dimensionnement. De cette manière, on pourra notamment distinguer les situations dans lesquelles les effets dynamiques peuvent être négligés.

Le comportement d'une structure en portiques bidimensionnelle complète sera également abordé et les observations faites concernant le comportement d'une sous-structure étendues à ce cas.

II. Réponse d'une sous-structure soumise à une charge concentrée P en son centre

1. INTRODUCTION

Dans un premier temps, on va s'intéresser au comportement d'une sous-structure telle que définie précédemment. Celle-ci est constituée de deux poutres successives dont l'appui central est supposé perdre sa capacité portante. Les assemblages sont considérés parfaitement rigides et pleinement résistants. La restreinte latérale prend la forme d'un ressort horizontal au comportement élastique linéaire.

Dans ce chapitre, ce système sera considéré soumis uniquement à une charge concentrée au centre, à l'emplacement de l'appui défaillant. Il est bien entendu que, pour représenter la situation de ruine d'une colonne de façon plus réaliste, il conviendrait de considérer une charge répartie agissant sur les poutres, tandis que l'effort vertical repris par l'appui central diminuerait de sa valeur initiale jusqu'à zéro. Une telle situation sera étudiée ultérieurement (chapitre III). Pour l'instant, on se place dans un cas plus simple permettant d'observer le comportement dynamique du système et de relever l'influence individuelle des différents paramètres.

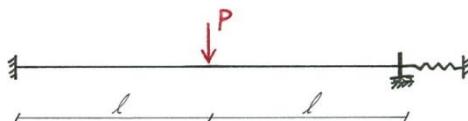


Fig. II.1 : Système considéré

Les résultats présentés dans la suite sont relatifs au système suivant :

- poutres : longueur $l = 6,5 \text{ m}$ (longueur totale du système : $L = 2 \cdot l = 13\text{m}$), IPE 450, S235
- ressort : raideur $K = 10000 \text{ kN/m}$

On considérera une loi de comportement de l'acier élastique parfaitement plastique. En outre, les variations des propriétés mécaniques du matériau avec la vitesse de déformation (calculs dynamiques) seront négligées et la ductilité sera considérée infinie dans les calculs.

En premier lieu, la courbe statique représentant l'évolution de la flèche du système en fonction de la charge appliquée sera établie numériquement, puis comparée à la courbe obtenue par une approche analytique. La connaissance de la courbe statique permettra alors la mise en application de la méthode de Vlassis, qui vise à déterminer la courbe pseudo-statique donnant le déplacement dynamique maximal atteint sous une charge P instantanée. L'analyse dynamique du système sous différents niveaux de charge instantanée servira ensuite à vérifier la validité de cette approche. Au point 4, on analysera le comportement dynamique de la structure au cours du temps, afin de mettre en évidence l'influence individuelle des différents paramètres que sont la grandeur de la charge, sa vitesse d'application, la masse du système ainsi que son taux d'amortissement. On ne considérera plus dès lors uniquement le cas d'une charge instantanée mais plutôt celui d'une charge $P(t)$ croissant linéairement depuis zéro jusqu'à sa valeur finale P , qui est atteinte après un temps de montée t_r puis maintenue constante. Finalement, l'importance des effets d'amplification dynamique en fonction du chargement considéré (P, t_r) et des caractéristiques propres du système (notamment sa période propre) sera discutée plus en détail à la cinquième section.

2. ETABLISSEMENT DE LA COURBE STATIQUE

2.1. Approche numérique

La courbe statique liant le déplacement u du centre du système (positif vers le haut) à la charge P appliquée fut d'abord déterminée numériquement par une analyse non linéaire réalisée à l'aide du logiciel de calcul par éléments finis Finelg. La courbe obtenue est représentée à la figure suivante.

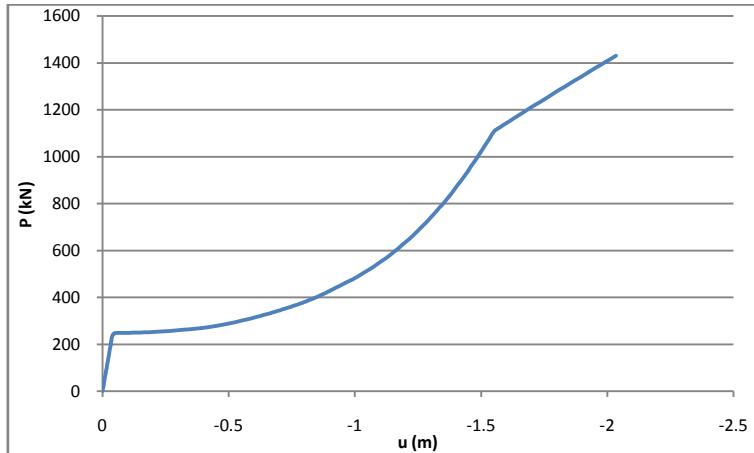


Fig. II.2 : Courbe statique établie numériquement

Cette courbe présente une première partie élastique linéaire, suivie d'un palier associé à la formation simultanée des trois rotules formant le mécanisme plastique. On remarque que la courbe commence à s'incurver un peu avant le palier plastique, en raison du développement progressif de la plastification, qui débute aux fibres extrêmes puis s'étend à l'entièreté de la section au niveau des rotules plastiques. Cette incurvation débute dès que le moment de flexion au centre et aux extrémités dépasse le moment élastique, soit pour une charge P d'environ 220 kN ; elle s'accentue ensuite jusqu'à l'atteinte du palier, qui débute pour $P \approx 248$ kN. La flèche s'accroît fortement quand se forme le mécanisme plastique, en raison de la perte de raideur qui y est liée. Lorsque le déplacement devient suffisant, un effort normal de traction se développe dans les poutres, ce qui permet à la charge appliquée de continuer à augmenter. La plastification s'étend alors progressivement le long des poutres avec l'augmentation de l'effort de traction. A cette dernière doit bien entendu correspondre une réduction du moment de flexion dans les zones plastifiées, de manière à satisfaire la loi d'interaction plastique M-N. Finalement, les poutres plastifient complètement en traction et la courbe $u(P)$ prend une allure linéaire.

2.2. Approche analytique

Dans un second temps, cette même courbe fut établie analytiquement.

2.2.1. Droite élastique 1^{er} ordre

Avant la formation du mécanisme plastique, la flèche est très limitée et les effets de second ordre également. En particulier, l'effort de traction dans la poutre est faible. On peut donc approcher la

première partie de la courbe statique par une droite établie à partir d'une analyse élastique au premier ordre. Celle-ci a pour équation :

$$u = \frac{P \cdot L^3}{192 \cdot E \cdot I} = \frac{P \cdot l^3}{24 \cdot E \cdot I}$$

où

- P est la charge concentrée appliquée au centre du système,
- $L = 2 \cdot l$ est la longueur totale du système (l est la longueur d'une des deux poutres),
- E est le module de Young du matériau, soit $E = 2,10^{11} N/m^2$,
- I est le module d'inertie flexionnelle du profilé.

La valeur de la raideur K n'a aucune influence sur la réponse élastique au 1^{er} ordre.

Le mécanisme plastique se forme pour une charge P_{pl} , qui correspond à l'apparition simultanée des trois rotules. D'après la théorie du calcul plastique, on peut l'évaluer comme suit :

$$\begin{aligned} \tau_e &= \tau_i \\ \Leftrightarrow P_{pl} \cdot \delta &= M_p^- \cdot \theta + M_p^+ \cdot 2\theta + M_p^- \cdot \theta \\ \Leftrightarrow P_{pl} \cdot \theta \cdot l &= 4 \cdot M_p \cdot \theta \end{aligned}$$

D'où

$$P_{pl} = \frac{4 \cdot M_p}{l}$$

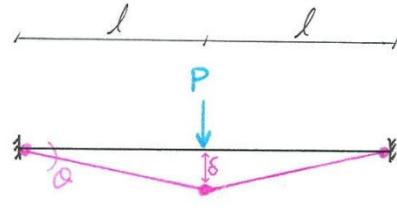


Fig. II.3 : Mécanisme plastique à trois rotules

2.2.2. Courbe rigide-plastique 2nd ordre

➤ Equations :

La seconde partie de la courbe, après formation du mécanisme plastique, peut être établie à l'aide des développements analytiques présentés dans la thèse de J.F. Demonceau [5]. Ceux-ci sont basés sur une analyse rigide-plastique au second ordre. Ils permettent d'obtenir, dans le cas considéré ici, les résultats suivants concernant l'évolution de l'effort de traction, de la charge concentrée appliquée ($Q \equiv P$) et de la flèche ($\Delta_A \equiv u$):

- Effort de traction :

$$N_{Rd} = \frac{K_N \cdot (\sec(\theta) \cdot (2 \cdot K \cdot L + Q \cdot \tan(\theta)) - 2 \cdot K \cdot L)}{8 \cdot K + 2 \cdot K_N \cdot \sec^2(\theta)}$$

- Charge concentrée :

$$Q = \cos^2(\theta) \cdot [N_{Rd} \cdot \cosec(\theta) - K \cdot L \cdot \cot(\theta)]$$

$$+ \frac{\cot(\theta) \cdot \sqrt{\sec^4(\theta) \cdot (2 \cdot K^2 \cdot L^2 + N_{Rd}^2 - 4 \cdot K \cdot L \cdot N_{Rd} \cdot \cos(\theta) + N_{Rd}^2 \cdot \cos(2\theta) + 16 \cdot K \cdot M_{Rd} \cdot \sin(2\theta)}}{\sqrt{2}} \\ - K \cdot L \cdot \tan(\theta) + 2 \cdot N_{Rd} \cdot \sec(\theta) \cdot \tan(\theta)]$$

- Flèche :

$$\Delta_A = \left(\frac{L}{2} + 2 \cdot \delta_N \right) \cdot \sin(\theta) = \left(\frac{L}{2} + 2 \cdot \frac{N_{Rd}}{K_N} \right) \cdot \sin(\theta)$$

Dans ces expressions,

- Q est la charge concentrée agissant au centre du système ;
- $L = 2 \cdot l$ est la longueur totale initiale de la sous-structure ;
- Δ_A est le déplacement vertical du point d'application de la charge Q ;
- δ_K est l'allongement du ressort horizontal ;
- K_N est la raideur extensionnelle associée à une demi-poutre lors de la propagation de la plastification liée au développement d'un effort de traction après la formation du mécanisme plastique
- δ_N est l'allongement élasto-plastique d'une demi-poutre ;
- θ est la rotation des rotules plastiques ;
- l'effort de traction N_{Rd} et le moment résistant M_{Rd} sont corrélés par la courbe de résistance plastique de la poutre sous interaction M-N.

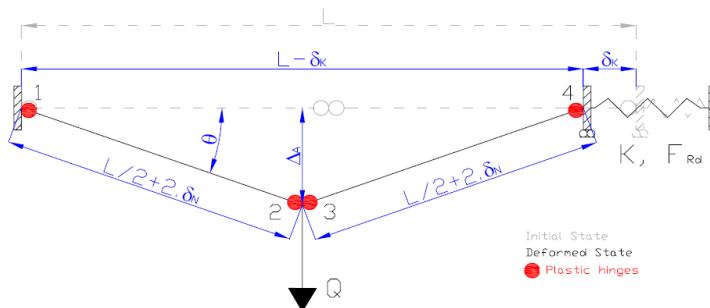


Fig. II.4 : Système étudié après formation du mécanisme plastique [5]

➤ Courbe d'interaction MN-Rd :

Afin de pouvoir résoudre les équations rappelées ci-dessus, il est nécessaire de connaître la courbe d'interaction liant l'effort normal et le moment résistant au niveau des rotules plastiques. Le système considéré possédant des assemblages supposés parfaitement rigides et pleinement résistants, ces rotules seront situées dans les poutres. Il est possible d'établir analytiquement la courbe de résistance plastique du profilé sous interaction M-N. Dans les cas extrêmes pour lesquels N ou M est nul, on retrouve bien entendu respectivement $M_{Rd} = M_{pl} = 400 \text{ kN.m}$ et $N_{Rd} = N_{pl} = 2322 \text{ kN}$. A titre de vérification, on compare la courbe ainsi obtenue avec l'évolution des efforts internes M-N au centre de la poutre, issus de l'analyse numérique, au fur et à mesure que la charge P (ou Q) croît. On remarque que la courbe analytique approche assez bien les résultats numériques.

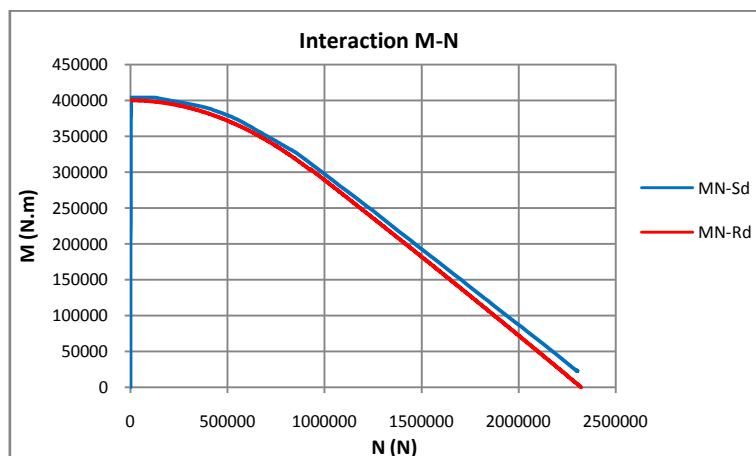


Fig. II.5 : Loi d'interaction plastique M-N

➤ Raideur extensionnelle K_N :

Il reste encore à déterminer la valeur de la raideur extensionnelle K_N associée à une demi-poutre lors de l'extension de la plastification. Puisqu'il n'existe pas, à l'heure actuelle, de méthode analytique permettant de la calculer, il est nécessaire d'utiliser pour cela des résultats de l'analyse numérique. La méthode n'est donc pas à 100% analytique. Pour estimer K_N , il convient d'établir la variation de la longueur d'une demi-poutre en fonction de l'effort normal qu'elle supporte, après formation du mécanisme plastique.

La longueur d'une poutre sous une charge statique P est donnée par :

$$l(P) = l_0 + 2 \cdot \delta_N(P) = \frac{L}{2} + 2 \cdot \delta_N(P)$$

Ainsi, l'allongement d'une demi-poutre vaut :

$$\delta_N(P) = \frac{l(P) - l_0}{2}$$

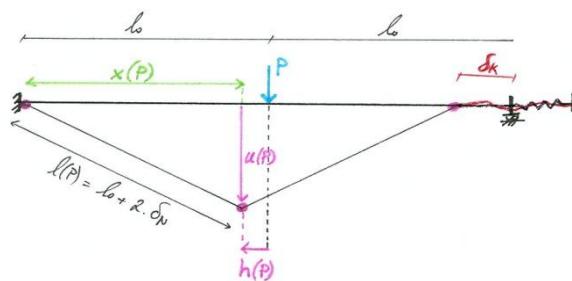


Fig. II.6 : Déformation du système

Connaissant les déplacements horizontal $h(P)$ et vertical $u(P)$ du point central du système, on peut en outre établir :

$$l(P) = \sqrt{x(P)^2 + u(P)^2} = \sqrt{(l_0 - h(P))^2 + u(P)^2}$$

On peut aussi obtenir l'évolution de l'effort normal $N(P)$ à grâce à l'analyse numérique. Il est donc aisément de tracer la courbe (δ_N, N) et d'en déduire la valeur de K_N :

$$K_N \approx 56200 \text{ kN/m}$$

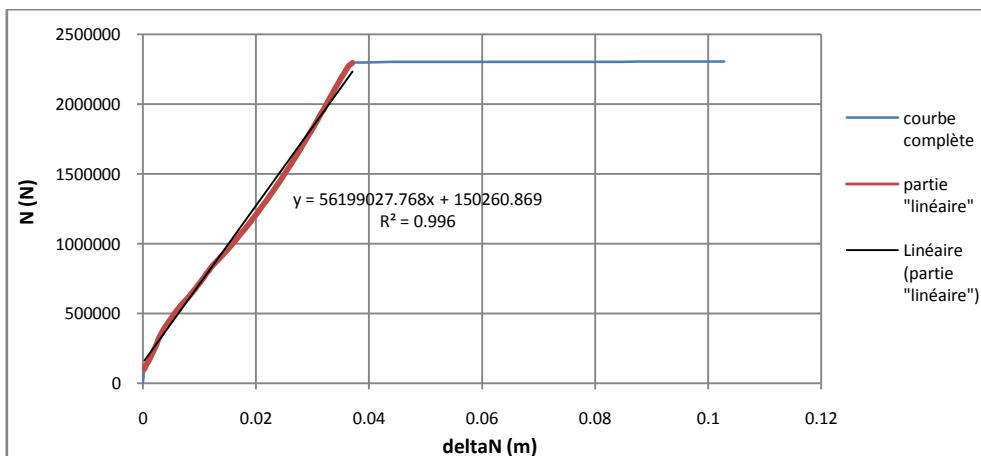


Fig. II.7 : Relation entre l'allongement élasto-plastique d'une demi-poutre et l'effort de traction qu'elle supporte

➤ Courbe rigide-plastique :

Une fois tous les éléments nécessaires à la résolution des équations connus, celle-ci est effectuée à l'aide du logiciel Mathématica, ce qui permet de déterminer la courbe rigide-plastique (Q, Δ_A) ou (P, u).

2.2.3. Courbe statique analytique complète

On peut approcher la courbe statique réelle par :

- 1^{ère} partie = droite élastique 1^{er} ordre,
- 2^{ème} partie = courbe rigide-plastique 2nd ordre.

Le graphe suivant compare la courbe analytique complète ainsi obtenue à la courbe statique numérique. La concordance est bonne.

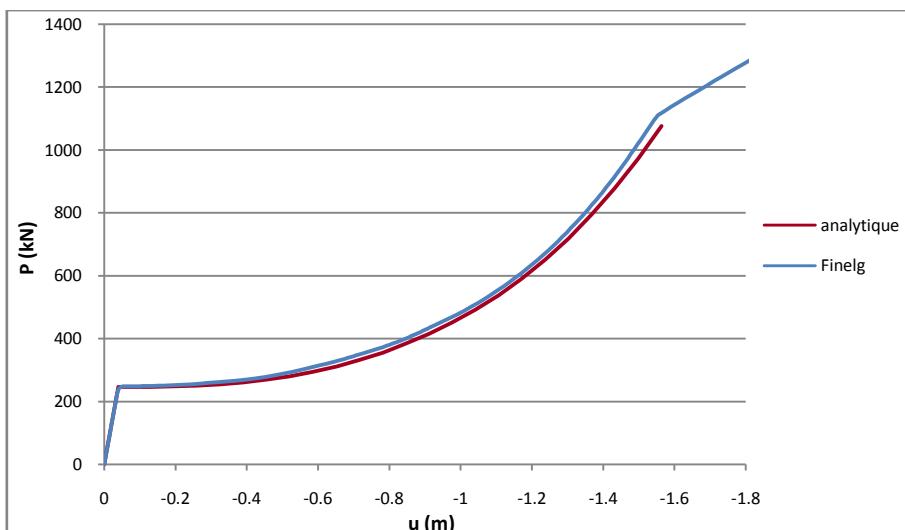


Fig. II.8 : Comparaison entre les courbes statiques numérique et analytique

3. CHARGE INSTANTANÉE

3.1. Courbe pseudo-statique de Vlassis

La méthode développée dans la thèse de Vlassis permet de déterminer une courbe, dite pseudo-statique, fournissant le déplacement dynamique maximal induit par une charge P constante appliquée instantanément sur une structure (cf. fig. I.40). Cette approche consiste à calculer le déplacement dynamique maximal en égalant le travail réalisé par la force extérieure à l'énergie de déformation interne correspondant à l'atteinte de cette flèche maximale. La simplicité de la méthode de Vlassis repose sur l'hypothèse selon laquelle cette énergie de déformation peut être calculée à partir de la courbe statique $u(P)$. Seule la courbe statique non linéaire suffit dès lors pour établir la courbe pseudo-statique, ce qui évite d'avoir recours à une analyse dynamique non linéaire pour déterminer la réponse extrême du système sous charge instantanée.

Dans les conditions de chargement considérées ici, soit l'application d'une charge concentrée P au centre du système, le travail extérieur est donné par $W = P \cdot u_{max}$; tandis que l'énergie de déformation interne correspond à l'aire sous la courbe statique $u(P)$ jusqu'à la valeur du déplacement maximal u_{max} , soit $U = A = \int_0^{u_{max}} P(u) du$. Ainsi, pour un déplacement quelconque donné, on peut déterminer l'aire sous la courbe statique associée, puis la valeur de la charge P instantanée correspondant à cette énergie de déformation : $P = A/u_{max}$. On établit donc la courbe pseudo-statique sur cette base, en suivant la procédure décrite en I.6.5.2. Cette courbe est représentée sur le graphique de la figure 9, où sa validité est confirmée par les résultats d'analyses dynamiques.

3.2. Vérification de la méthode de Vlassis par des analyses dynamiques

Pour vérifier la validité de l'approche décrite ci-dessus, plusieurs analyses dynamiques furent réalisées, sous des charges instantanées P de diverses grandeurs. Pour chacune d'elles, on obtint donc l'évolution temporelle de la flèche $u(t)$. Le déplacement maximal fut alors retenu et reporté sur le graphique. L'ensemble des points $(P_{inst,i}, u_{max,i})$ ainsi obtenus forme la courbe dynamique (P_{inst}, u) . On observe qu'elle se superpose parfaitement à la courbe pseudo-statique de Vlassis. Il est à noter que l'on n'a pas considéré ici de situations qui mèneraient à un déplacement supérieur à celui engendrant la plastification des poutres en traction (environ 1,55m pour le système étudié).

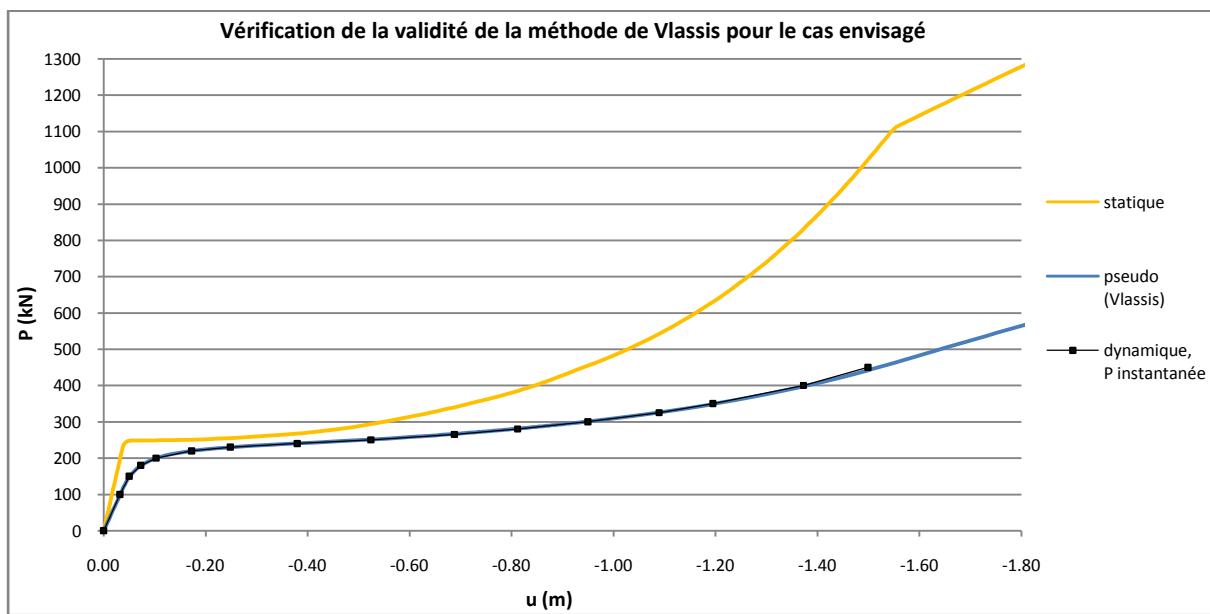


Fig. II.9 : Comparaison de la courbe pseudo-statique de Vlassis avec les résultats d'analyses dynamiques

Pour effectuer ces analyses dynamiques, il fallut d'abord définir la masse du système. Néanmoins, on a pu remarquer que, dans le cas d'une charge instantanée, la valeur de la masse n'influe pas sur la grandeur du déplacement dynamique extrême, mais seulement sur la fréquence d'oscillation. Ce ne sera plus le cas pour une charge appliquée plus lentement, où la masse aura alors une influence sur le déplacement maximal. Ce point sera discuté ultérieurement (4.4). Par ailleurs, on considère ici un système non amorti. En effet, l'approche de Vlassis suppose qu'il n'y a pas d'amortissement puisqu'elle se base sur une approche énergétique selon laquelle le travail de la force appliquée est intégralement transformé en énergie de déformation. Si une partie de l'énergie fournie était dissipée dans l'amortissement du système, il en resterait moins pour déformer la structure. Par conséquent, le déplacement atteint serait plus faible, ce qui est confirmé par des analyses dynamiques réalisées avec amortissement. L'influence de l'amortissement sera également traitée plus loin (4.5).

3.3. Réponse structurelle sous charge instantanée

L'approche ci-dessus ne se préoccupe que de la détermination du déplacement maximal atteint. Si l'on s'intéresse brièvement à l'évolution de la réponse de la structure au cours du temps, on remarque qu'il y a deux grands types de comportement possibles. Si la structure reste élastique lors de l'application de la charge instantanée, on voit que la flèche oscille autour du déplacement statique associé à la force P , entre une valeur nulle et une valeur égale à deux fois le déplacement statique. Cela met bien en évidence le facteur multiplicateur de 2 associé aux effets dynamiques engendrés par l'application d'une force instantanée sur un système parfaitement élastique. On se trouvera dans cette situation à condition que la force P soit au maximum égale à la moitié de la charge pour laquelle débute la plastification en statique. Si le système plastifie, on observe des déformations rémanentes, qui font en sorte que le déplacement oscille autour d'une valeur supérieure à la flèche statique. L'allure de l'évolution temporelle de la flèche dans quelques cas est présentée ci-dessous. Sur ces graphiques, on a porté le temps en abscisse (en secondes) et le déplacement en ordonnée (en mètres).

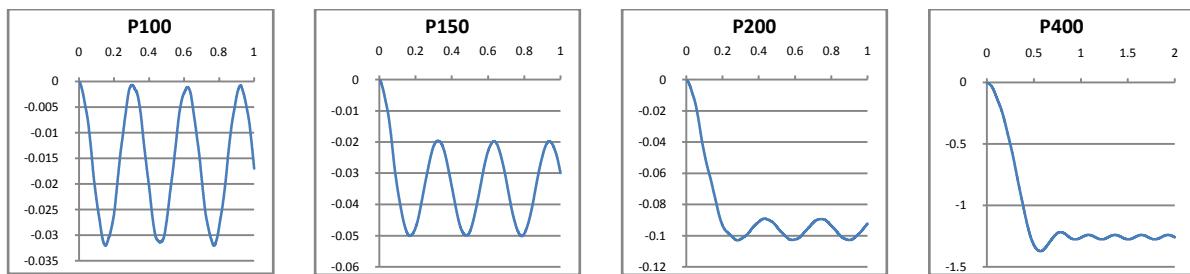


Fig. II.10 : Evolution temporelle de la flèche sous différents niveaux de charge instantanée

On a pu voir précédemment que la méthode de Vlassis permettait de trouver le déplacement dynamique maximal associé à l'application d'une charge concentrée P instantanée. Cette approche est relativement simple à mettre en œuvre car elle ne nécessite que la connaissance de la courbe statique non linéaire et non la réalisation d'analyses dynamiques. Dans le cadre d'un dimensionnement, c'est ce déplacement extrême qui est important puisqu'il dicte la ductilité et la résistance nécessaires afin que la structure soit capable d'atteindre ce déplacement en question et donc de rester globalement stable malgré la perte de la colonne. La connaissance de l'évolution temporelle a peu d'intérêt à ce point de vue.

La courbe pseudo-statique donne donc le déplacement maximal dont on se préoccupe, et permet d'en déduire l'importance des effets dynamiques. Lorsque le système reste parfaitement élastique sous charge instantanée, le déplacement dynamique maximal vaut deux fois le déplacement statique. L'amplification dynamique est donc de 100%. On remarque en outre que l'amplification dynamique est très importante pour des charges proches de celle associée à la formation du mécanisme plastique en statique. On a par exemple une amplification de 220% pour une force P de 200 kN (sous laquelle le système reste élastique en statique mais plastifie si elle est appliquée instantanément). Pour $P = 250 \text{ kN}$, soit une charge à peine supérieure à celle correspondant au début du palier plastique en statique, on observe une amplification de 250%, ce qui signifie que la flèche dynamique atteint 3,5 fois la valeur de la flèche statique. Et ce n'est pas tout. L'amplification est maximale lorsque la charge P est à peine inférieure à P_{pl} : on note une amplification de 915% pour $P = 245 \text{ kN}$! En effet, sous une charge de cette grandeur appliquée statiquement, le mécanisme est sur le point de se former mais la flèche statique reste limitée puisque l'on n'a pas encore atteint le palier plastique proprement dit. Le déplacement central est ainsi de 4,5 cm, tandis qu'il vaut 15 cm sous une force de 250 kN. Sous une charge instantanée, la flèche maximale est relativement proche sous ces deux valeurs de la force : respectivement 45 et 52 cm. Ainsi, l'amplification dynamique, qui est déjà très grande sous $P = 250 \text{ kN}$, est énorme sous une charge de 245 kN, le déplacement dynamique extrême valant dans ce cas 10 fois la flèche statique ! Des comportements particuliers se rencontreront souvent pour des

valeurs de P proches de P_{pl} . Cela est dû au fait que, dans cette zone, une augmentation minime d'effort mène directement à un accroissement important de la flèche (palier). Pour des charges au-delà du palier plastique, le pourcentage d'amplification décroît progressivement quand elles sont plus grandes, mais reste toujours loin d'être négligeable dans ce cas d'une force appliquée instantanément. L'amplification dynamique est inférieure à 100% dès que la charge dépasse 265 kN.

Une remarque s'impose dès lors concernant l'approche simpliste proposée dans certains codes et consistant à estimer les effets dynamiques engendrées par la perte instantanée d'une colonne en utilisant simplement un facteur multiplicateur des charges de 2 et en se limitant à une analyse statique. Cette méthode s'avère en effet plus que discutable au vu des observations ci-dessus. Elle n'est correcte que dans des situations où le système reste en domaine élastique suite à la perte instantanée de la colonne, ce qui est très peu probable en pratique et signifierait que la structure ait été largement surdimensionnée. Dans des cas où la plastification se développe, on remarque par contre que cette hypothèse ne convient absolument pas. En effet, elle est non seulement trop sécuritaire pour des charges dépassant suffisamment la charge plastique, mais aussi, ce qui est pire, très insécuritaire si P est proche de P_{pl} , valeur de la charge correspondant au palier plastique de la courbe statique.

4. ETUDE DE LA REONSE STRUCTURALE ET INFLUENCE DE DIFFERENTS PARAMETRES

4.1. Introduction

Dans cette section, on va analyser l'évolution du comportement du système au cours du temps, sous une charge concentrée appliquée de manière dynamique. On considérera pour cela une force $P(t)$ croissant linéairement, au départ de zéro, pendant un temps de montée t_r avant de se stabiliser à une valeur constante P . La charge $P(t)$ évolue donc de la manière suivante :

$$\begin{cases} P(t) = P \cdot \frac{t}{t_r} & \text{pour } t < t_r \\ P(t) = P & \text{pour } t \geq t_r \end{cases}$$

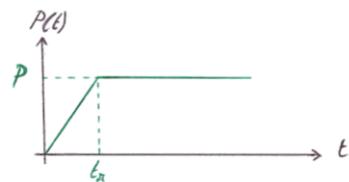


Fig. II.11 : Evolution temporelle de la force $P(t)$

On commencera par considérer un système de masse et amortissement fixés, afin de déceler l'influence de la valeur de t_r et de P sur le type de comportement observé. On analysera d'abord l'évolution temporelle de la flèche dans différentes situations ; avant de discuter plus en détail de quelques cas particuliers représentatifs des divers types de réponses observés, en mettant en relation l'évolution des efforts internes et de la plastification avec celle du déplacement au centre du système. Ensuite, on fera varier la masse et le taux d'amortissement de la structure, afin d'étudier l'influence de ceux-ci sur la réponse structurale, et en particulier sur le déplacement dynamique maximal atteint, qui constitue l'intérêt principal.

4.2. Analyse de la réponse $u_{dyn}(t)$ et de l'influence de t_r et P sur celle-ci

4.2.1. Système considéré

Le système étudié est toujours le même, à savoir une sous-structure constituée de deux poutres IPE450 de 6,5 m de long en acier S235 et d'un ressort horizontal élastique de raideur $K = 10000 \text{ kN/m}$. Pour les analyses dynamiques, il convient de définir la masse et l'amortissement du système. Ceux-ci seront ici fixés à une valeur demeurant constante, pour ces premières études relatives à l'influence du temps de montée t_r et de la grandeur de la charge P . Dans la suite, ils seront modifiés de manière à observer leur influence sur la réponse structurelle.

On va donc définir une masse répartie pour les poutres. Dans un premier temps, celle-ci est fixée à $m_1 \approx 3000 \text{ kg/m}$. La fréquence propre du premier mode transversal du système ainsi défini vaut $f_1 = 3,25 \text{ Hz}$ (en domaine élastique). Il y correspond donc une période propre principale de $T_1 = 0,31 \text{ sec}$. La structure répondra essentiellement selon ce mode lors de l'application de la charge concentrée centrale. On considère pour l'instant un amortissement nul.

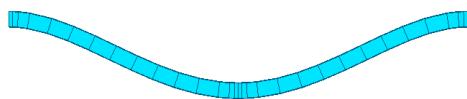


Fig. II.12 : Premier mode propre

4.2.2. Déplacement dynamique maximal en fonction de P et t_r

En réalisant toute une série d'analyses dynamiques sur le système défini ci-dessus, en faisant varier la valeur de la charge appliquée et du temps de montée, on a pu établir les courbes ci-dessous donnant la valeur du déplacement dynamique maximal atteint u en fonction de la charge appliquée P , et ce pour différentes valeurs de t_r . On se contente à nouveau ici d'étudier la réponse du système dans des situations telles que le déplacement maximal ne dépasse pas celui engendrant la plastification des poutres en traction.

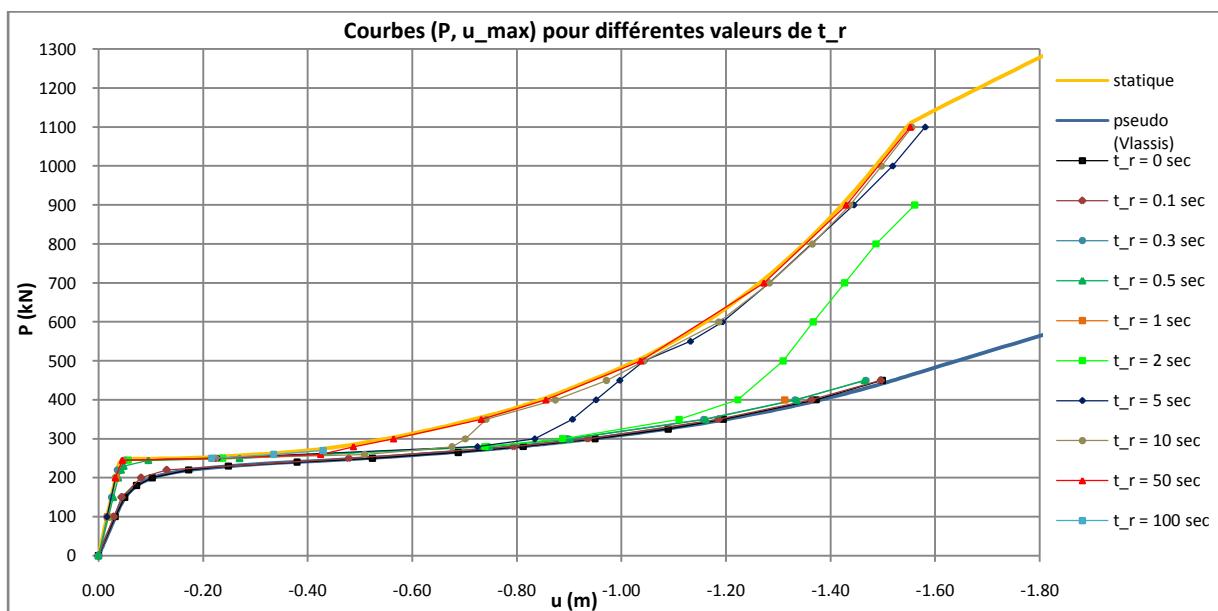


Fig. II.13 : Déplacement dynamique maximal en fonction de la grandeur de la charge et du temps de montée

On voit que, de manière générale, à charge P donnée, l'amplification dynamique décroît si la force est appliquée plus lentement. On peut également déjà remarquer quatre situations différentes :

- 1 : on reste en domaine élastique et le déplacement dynamique maximal est très proche du déplacement statique : le point caractéristique de la situation dynamique se superpose quasiment à la courbe statique ;
- 2 : on reste en domaine élastique mais le déplacement dynamique est de façon non négligeable supérieur au déplacement statique : le facteur d'amplification est au maximum de 2, cas qui correspond à une charge instantanée ($t_r = 0 \text{ sec}$) ;
- 3 : on entre en domaine plastique et le déplacement dynamique dépasse le déplacement statique : la courbe dynamique s'écarte de la courbe statique, d'autant plus que t_r est faible. Elle est à nouveau comprise entre les bornes caractérisées par la courbe pseudo-statique de Vlassis et la courbe statique. L'amplification peut dépasser 100% pour des forces P proches de la charge correspondant au palier plastique de la courbe statique et des mises en charge rapides ou, au contraire, être relativement faible ;
- 4 : le système plastifie mais le déplacement dynamique maximal finalement atteint est très proche du déplacement statique : la courbe dynamique rejoint la courbe statique.

Ces quatre situations sont caractérisées par une évolution temporelle de la flèche présentant une allure différente. Ce point est discuté au paragraphe 4.2.3 suivant. Ainsi, à partir de la position du point caractéristique d'un chargement donné sur le graphe (P, u_{max}) de la figure 13, il est possible de prédire le type de comportement auquel on a affaire.

4.2.3. Evolution temporelle de la flèche

Des exemples des quatre types de comportement rencontrés sont présentés ci-dessous. À chaque fois, la réponse dynamique est comparée à la réponse statique. Cette dernière représente l'évolution du déplacement $u(t)$ si l'on néglige tout effet dynamique. Connaissant l'évolution temporelle de $P(t)$, la réponse statique correspondante est facilement établie à partir de la courbe statique $u_{stat}(P)$. La mise en charge étant la suivante :

$$\begin{cases} P(t) = P \cdot \frac{t}{t_r} & \text{pour } t < t_r \\ P(t) = P & \text{pour } t \geq t_r \end{cases},$$

la réponse statique $u_{stat}(t)$ est directement déduite des relations ci-dessous :

- un couple $(P(t), u_{stat}(t))$ correspond à un temps :

$$t = \frac{P(t) \cdot t_r}{P} \quad \text{si } P(t) < P \text{ càd } t < t_r$$

- pour $t \geq t_r$, $P(t) = cst = P$ et $u_{stat}(t) = cst = u_{stat}(t_r)$

➤ Comportement de type 1 :

Ce type de réponse est associé à un système demeurant dans le domaine élastique lors de l'application de la charge P(t) et pour lequel l'amplification dynamique est négligeable. Deux exemples de ce premier cas sont représentés ci-dessous. Il s'agit de la réponse du système sous des charges de 100 et 200 kN appliquées avec un temps de montée de 5 secondes.

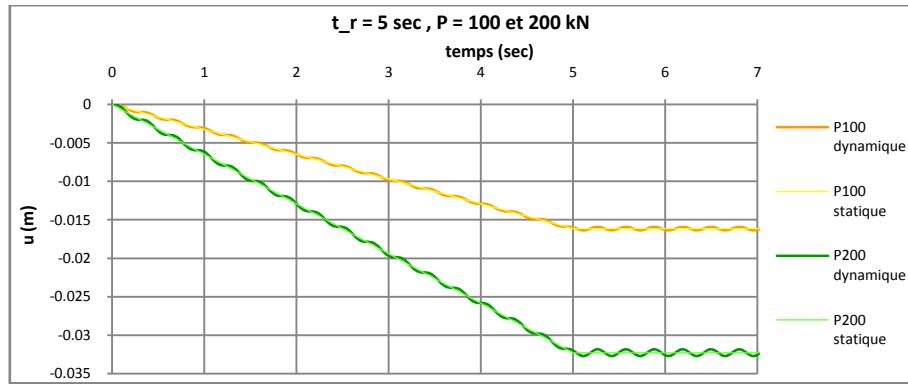


Fig. II.14 : Exemples de l'évolution temporelle de la flèche pour un comportement de type I

Le système restant élastique, la courbe dynamique oscille autour de la courbe statique. Ici, la mise en charge est suffisamment lente pour que l'amplitude des oscillations soit très limitée et donc que le déplacement dynamique maximal excède à peine le déplacement statique associé à la charge P . Dans de tels cas, l'amplification dynamique peut être négligée et la courbe dynamique ($P, u_{dyn,max}$) se superpose quasiment à la courbe statique (P, u_{stat}).

➤ Comportement de type 2 :

On peut aussi avoir un comportement demeurant parfaitement élastique mais où l'amplitude des oscillations est telle que l'amplification dynamique est importante. Dans le domaine élastique, celle-ci est au maximum d'un facteur 2, cas rencontré pour une charge instantanée. On montre ci-dessous la réponse du système sous des charges de 100 et 200 kN, avec t_r valant 0,5 puis 0,1 seconde. Il est à noter que, dans le cas ($P = 200 \text{ kN}, t_r = 0,1 \text{ sec}$), l'amplification dynamique est suffisante pour faire plastifier le système. Il ne s'agit donc plus d'un comportement de type 2 mais bien de type 3. Par contre, pour $t_r = 0,5 \text{ sec}$, l'amplification dynamique est assez faible pour que le système reste en domaine élastique.

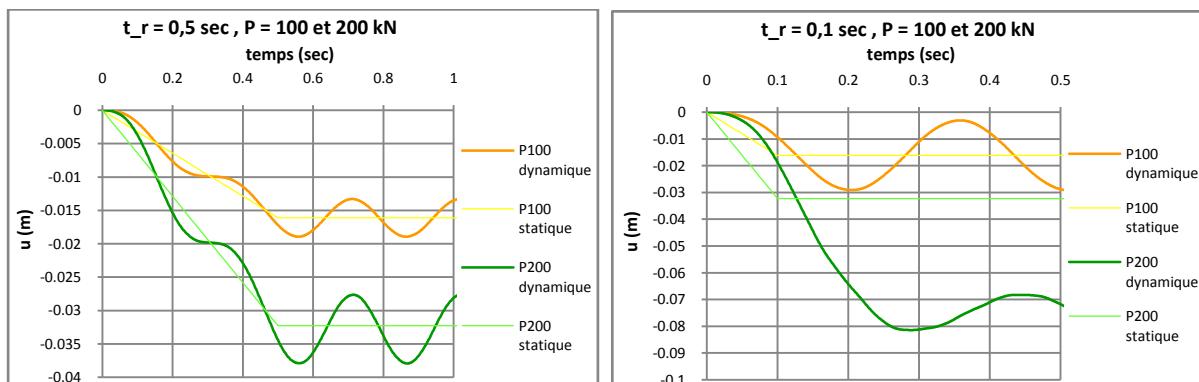


Fig. II.15 : Evolution temporelle de la flèche sous $P = 100$ et 200 kN avec $t_r = 0,5$ et $0,1 \text{ seconde}$

Outre le fait que le système soumis à une charge de 200 kN plastifie pour $t_r = 0,1 \text{ sec}$ et pas pour $t_r = 0,5 \text{ sec}$, on note une autre différence, liée au fait que $t_r = 0,1 \text{ sec}$ est inférieur à la période propre du système, qui est de $T = 0,31 \text{ sec}$, et que $t_r = 0,5 \text{ sec}$ lui est supérieur. En effet, pour le temps de montée le plus long, on voit que la courbe dynamique oscille au début autour de la droite statique liée à la mise en charge du système. Dans l'autre cas, la force P est appliquée trop rapidement vis-à-vis de la période du système pour observer cela. On a alors un comportement qui se rapproche plus du cas d'une charge instantanée, si ce n'est que l'amplification dynamique est réduite.

➤ Comportement de type 3 :

On rencontre ce troisième type de réponse lorsque le système plastifie et est entraîné au-delà du déplacement statique associé à la charge finale P. Il oscille alors à terme autour d'une valeur du déplacement supérieure à ce déplacement statique. Cela peut se produire dans diverses situations. Tout d'abord, il se peut qu'une charge n'engendrant aucune plastification en statique provoque la plastification du système si elle est appliquée assez rapidement. C'est le cas du chargement ($P = 200 \text{ kN}$, $t_r = 0,1 \text{ sec}$), dont la réponse est représentée plus haut (fig. 15). La force P peut aussi être comprise, sur la courbe statique, entre la fin de la droite élastique et le début du palier plastique. Cela signifie qu'elle produit, en statique, un début de plastification sans aller jusqu'à la formation complète des trois rotules. Avec les effets dynamiques, la plastification va alors plus loin.

Finalement, la force P peut être suffisante pour engendrer la formation du mécanisme plastique même si elle est appliquée statiquement. La figure 16 ci-dessous montre quelques réponses associées à de tels chargements. On remarque que la première oscillation est parfois plus importante que les suivantes, qui conservent alors une amplitude constante (pas d'amortissement). Cela se produit pour des temps de montée suffisamment faibles et des charges P assez grandes. C'est par exemple le cas pour les chargements ($P = 400 \text{ kN}$, $t_r = 0,1 \text{ sec}$) et ($P = 400 \text{ kN}$, $t_r = 0,5 \text{ sec}$), dont les réponses sont représentées sur les deux premiers graphiques de la figure. Dans les cas où $P > P_{pl}$, on voit également que la « stabilisation » peut se produire avant (3^{ème} et 4^{ème} graphes) ou après (1^{er} et 2^{ème}) que la charge P(t) devienne constante. Si elle se produit avant, on observe que le déplacement moyen autour duquel oscille la flèche tend encore à augmenter légèrement tant que P(t) continue à croître ; et que l'amplitude des oscillations diminue progressivement durant cette période. Une fois P atteinte ($t \geq t_r$), les oscillations conservent une amplitude fixe et se font autour d'une valeur constante du déplacement. On observe notamment cela sur le troisième graphique de la figure suivante (peu marqué sur le 4^{ème}), ou pour un chargement ($P = 400 \text{ kN}$, $t_r = 5 \text{ sec}$), dont la réponse est représentée à la figure 19.

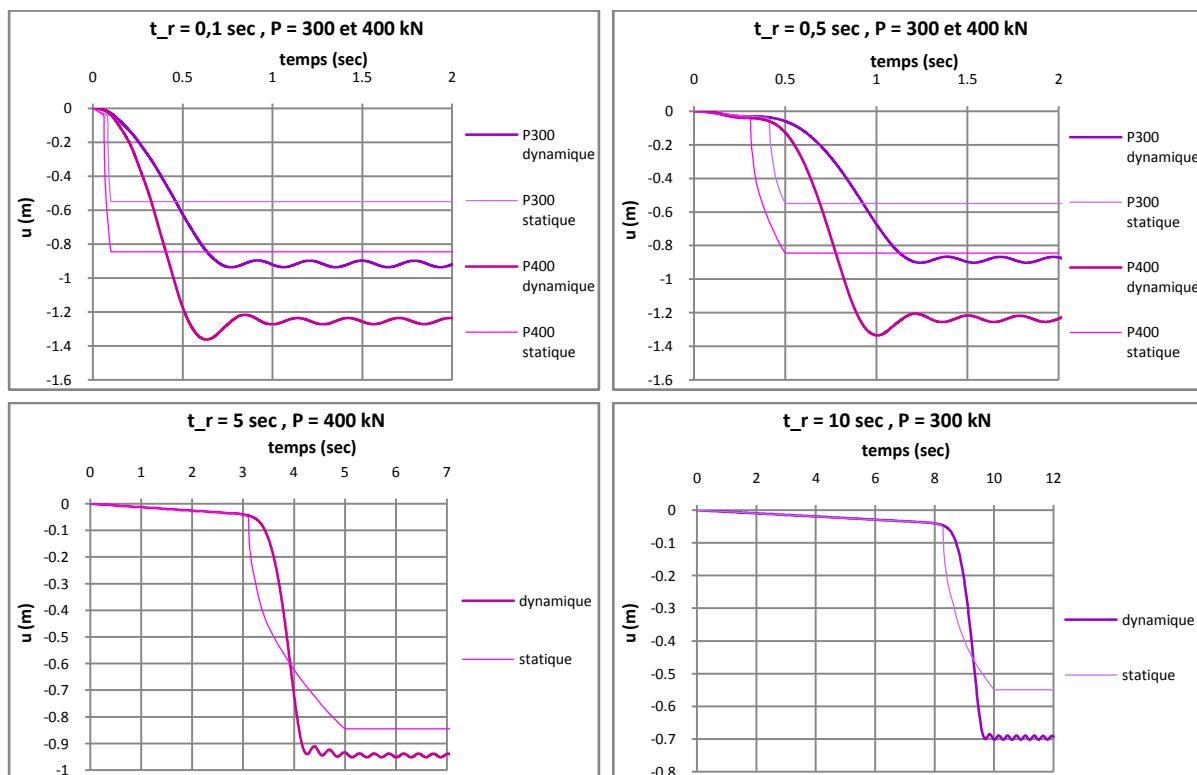


Fig. II.16 : Exemples de l'évolution temporelle de la flèche pour un comportement de type 3 où $P > P_{pl}$

➤ Comportement de type 4 :

Ce type de réponse ne se rencontre que pour des charges P supérieures à celle correspondant au palier plastique de la courbe statique et des temps de montée relativement longs. Il se peut alors que, lorsque le mécanisme plastique se forme et que la flèche s'accroît brutalement, celle-ci reste néanmoins inférieure au déplacement statique correspondant à la charge finale P . Dans de tels cas, la courbe dynamique croise toujours la courbe statique au moment de l'augmentation rapide du déplacement, et celui-ci dépasse donc la flèche statique associée à la charge $P(t)$ appliquée à cet instant-là. Mais, contrairement aux cas précédents, elle tend ensuite à se stabiliser pour une valeur du déplacement inférieure au déplacement statique correspondant à P . Cela se produit lorsque le temps de montée est suffisamment long, et donc les effets dynamiques assez faibles ; ou lorsque la charge finale P est tellement grande que le mécanisme plastique se forme tôt dans la mise en charge, pour une force nettement inférieure à P , et donc que le déplacement pris à ce moment reste, malgré les effets dynamiques, inférieur à la flèche statique correspondant à la force maximale P .

La courbe dynamique se met alors à osciller autour d'une valeur du déplacement à peu près constante, cependant que la charge appliquée continue à augmenter. On observe une sorte de palier le long duquel le comportement est similaire à celui décrit ci-dessus pour un comportement de type 3 où la « stabilisation » se produit avant que la charge $P(t)$ soit devenue constante, c'est-à-dire que les oscillations se font autour d'un déplacement moyen tendant à croître légèrement, tandis que leur amplitude diminue progressivement. La différence est qu'ici, la flèche correspondante est inférieure à celle associée à la force finale P . Ainsi, il arrive un moment où la charge $P(t)$ a suffisamment augmenté pour que le déplacement statique y associé rattrape le déplacement dynamique. A partir de ce moment, le déplacement dynamique se remet à croître, en oscillant autour de la courbe statique. Au final, le déplacement dynamique maximal est proche de la flèche statique sous P . L'amplification dynamique est donc faible dans ces cas, dont on montre quelques exemples ci-dessous.

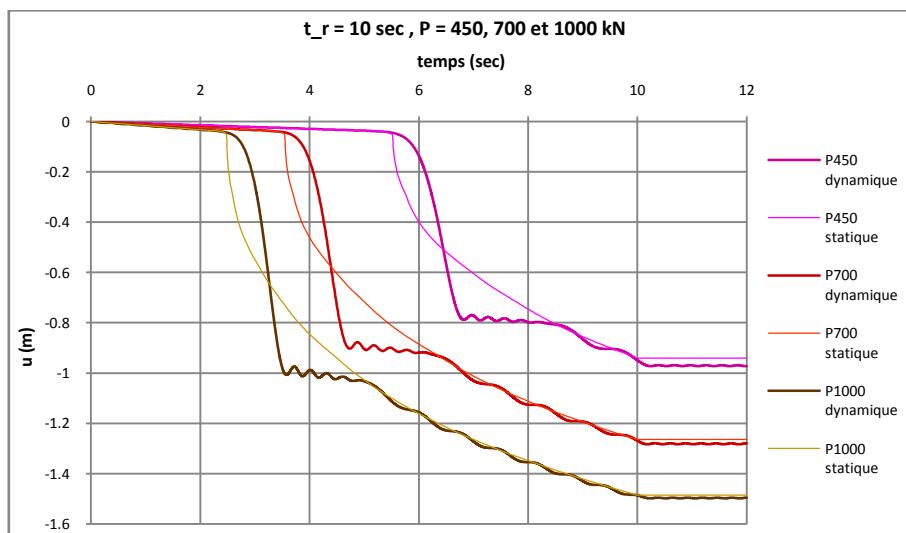


Fig. II.17 : Exemples de l'évolution temporelle de la flèche pour un comportement de type 4

➤ Interprétation de la réponse dynamique :

La réponse du système en domaine élastique, où la courbe dynamique oscille autour de la courbe statique, ne mérite pas plus d'explication. Il s'agit en effet d'un comportement bien connu. Par ailleurs, il est très peu probable qu'une structure subissant la perte d'une de ses colonnes portantes réponde en restant parfaitement élastique. Par contre, il n'est pas inutile de s'intéresser d'un peu plus près à la réponse du système lorsque l'application de la charge dynamique le fait entrer en plasticité, et notamment de distinguer les deux types de comportements possibles dans ce cas, à savoir les réponses de types 3 et 4.

On commence par envisager les cas où le temps de montée est supérieur à la période propre du système. Dans ces situations, on observe au début du chargement, tant que le système est en domaine élastique, que la courbe dynamique $u_{dyn}(t)$ oscille autour de la droite statique. La pente de cette dernière est d'autant plus grande que la vitesse de chargement est élevée (on l'observe notamment sur les graphes des figures 18 et 19, où l'on fait varier P pour un même t_r et inversement).

Si P est suffisamment faible pour qu'aucune plastification ne se produise lors de l'application de la charge dynamique, alors le déplacement finit par osciller autour d'une valeur constante égale au déplacement statique sous P , une fois $P(t)$ stabilisée à sa valeur finale.

Si ce n'est pas le cas et que le mécanisme plastique se forme, le déplacement augmente rapidement à ce moment et l'on observe un net changement de pente dans la courbe $u_{dyn}(t)$. Néanmoins, en raison de l'inertie du système, sa mise en mouvement se fait progressivement et le déplacement reste dans les premiers instants en deçà du déplacement statique $u_{stat}(t)$ correspondant à la charge appliquée $P(t)$. Le système se met alors à accélérer et le déplacement dynamique se rapproche du déplacement statique. Entraîné par son mouvement, il dépasse alors celui-ci et les deux courbes se croisent. La flèche du système devenant supérieure au déplacement statique, on observe que la vitesse se met à décroître. Ce changement de signe de l'accélération se traduit par un changement de courbure de la courbe de déplacement dynamique. L'intersection entre les courbes $u_{dyn}(t)$ et $u_{stat}(t)$ se fait en effet au point d'inflexion de la courbe dynamique. Cette décélération est liée au fait que, le déplacement étant plus grand que la flèche statique, l'effort de traction dans les poutres est supérieur à celui qui permettrait d'équilibrer statiquement $P(t)$. Cet effet de « rappel » tend donc à ralentir le système, jusqu'à ce que la vitesse s'annule, change de signe puis oscille autour de zéro.

A partir de là, deux situations peuvent se présenter, qui correspondent aux deux types de réponses plastiques (3 et 4). Tout d'abord, le déplacement peut, lors de son accroissement rapide associé à la formation du mécanisme plastique, dépasser le déplacement statique correspondant à la charge finale P . Dans ce cas, lorsque la vitesse vient à s'annuler puis à osciller autour de zéro, elle le continue indéfiniment et la flèche du système oscille autour d'une valeur constante supérieure au déplacement statique. On a ainsi un comportement de type 3.

Dans le second cas, l'annulation de la vitesse après l'accroissement brutal de la flèche correspond à un déplacement inférieur au déplacement statique final, tout en étant bien entendu supérieur au déplacement statique associé à la force $P(t)$ appliquée à cet instant. Le système se met alors à osciller autour de cette valeur du déplacement et on observe une sorte de palier dans la courbe dynamique. Ce palier est dû au fait qu'à ce moment, la force appliquée agit en quelque sorte « dans le vide », puisque la structure possède déjà un déplacement supérieur à celui qu'engendrerait statiquement la charge en question. Par conséquent, le palier se poursuit jusqu'à ce que la force $P(t)$ ait suffisamment augmenté pour que le déplacement statique qui lui correspond rattrape la flèche dynamique. A ce moment, le déplacement reprend son augmentation et la courbe dynamique se met à osciller autour de la courbe statique. Finalement, la flèche se stabilise autour d'un déplacement proche du déplacement statique lorsque P devient constante. On a dans ce cas un comportement de type 4, pour lequel l'amplification dynamique est faible.

On considère désormais les cas où le temps de montée est plus court que la période propre de la structure. Dans ces situations, le déplacement statique correspondant à la force appliquée croissante augmente alors trop rapidement pour que la courbe dynamique puisse suivre le mouvement et osciller autour de la droite élastique statique au début du chargement. Ainsi, l'allure de la courbe dynamique au début de la mise en charge s'approche plutôt de la réponse observée sous une charge instantanée. A moins que le système demeure en domaine élastique, on observe toujours un comportement de type 3 lorsque $t_r < T$. Il y correspond en outre une amplification dynamique importante.

Au vu des observations décrites ci-dessus, on voit bien que la distinction entre les comportements de type 4 et de type 3 est intrinsèquement liée à la valeur du déplacement pour lequel la vitesse s'annule pour la première fois après l'accroissement rapide de la flèche associé à la formation du mécanisme plastique, c'est-à-dire le déplacement pour lequel on observe un palier dans la courbe dynamique (palier qui est infini pour les réponses de type 3). La valeur de ce déplacement est d'autant plus grande que la vitesse de chargement est importante, puisque cela a pour conséquence d'amplifier les effets dynamiques. On l'observe clairement sur les graphes ci-dessous, où l'on fait varier respectivement t_r pour une même valeur de P et P pour une même valeur de t_r . On a un comportement de type 3 si le déplacement associé au palier est supérieur au déplacement statique correspondant à la force finale P et de type 4 dans le cas contraire.

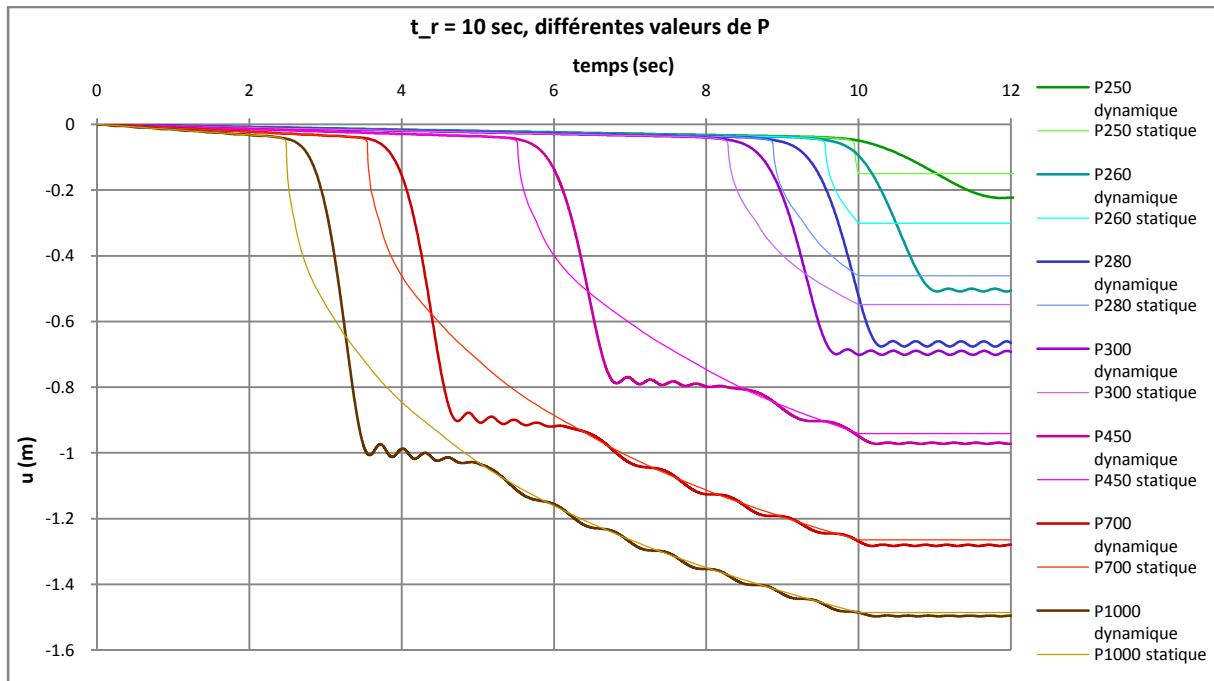


Fig. II.18 : Evolution de la réponse du système en fonction de la valeur de P , pour une même valeur de t_r (10 sec)

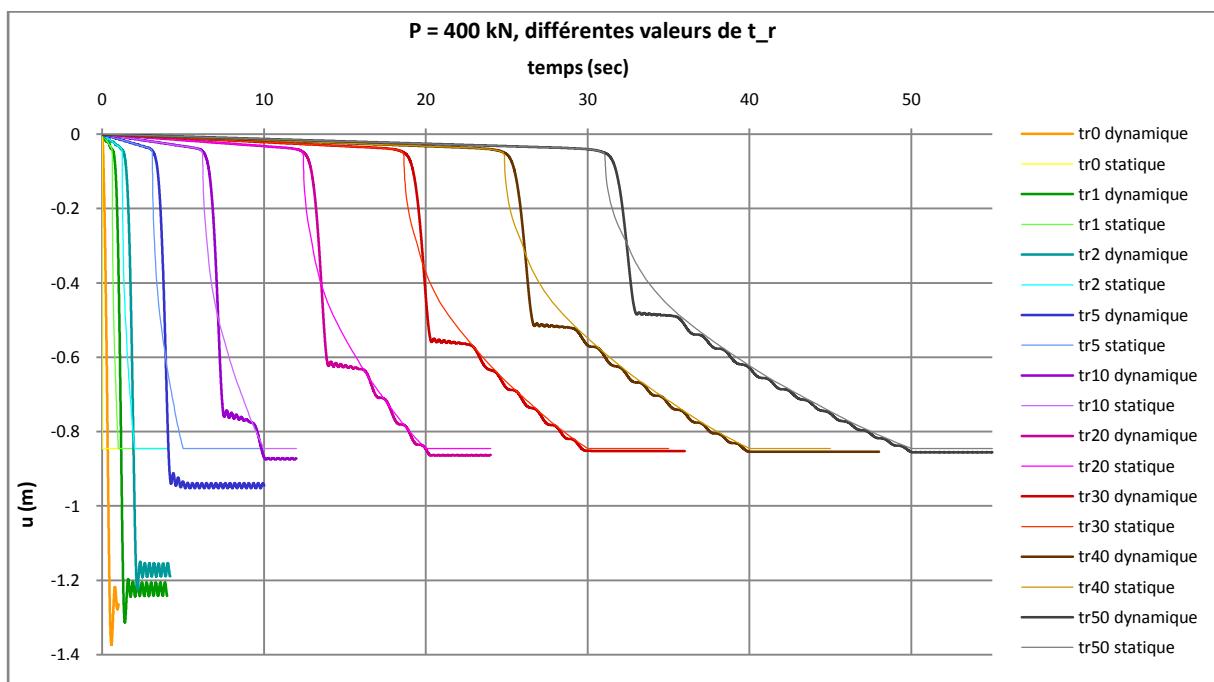


Fig. II.19 : Evolution de la réponse du système en fonction de t_r , pour une même valeur de P (400 kN)

4.2.4. Evolution des efforts internes

L'évolution des efforts internes sera discutée plus en détails au point 4.3, où elle sera décrite précisément pour quelques exemples types caractéristiques des différents comportements. On peut néanmoins déjà en relever les tendances principales.

Si le système demeure parfaitement élastique, l'effort normal reste négligeable. On observe, lors des oscillations de la flèche autour de la flèche statique associée à P , que le moment oscille lui aussi autour de sa valeur statique : il augmente quand la flèche augmente et inversement (en valeur positive au centre et négative aux extrémités). Il reste toujours inférieur à M_{pl} .

Dans les cas où le mécanisme plastique se forme, on observe un comportement différent. Avant l'apparition des trois rotules plastiques, le moment au centre et aux extrémités augmente, en valeur absolue, tandis que l'effort normal reste très faible. Quand le moment atteint la valeur de M_{pl} , il se stabilise un instant à cette valeur et l'on a un palier plastique dans la courbe $M(t)$. Mais rapidement, la flèche prend une valeur importante suite à la formation du mécanisme plastique, ce qui provoque le développement d'un effort membranaire de traction dans les poutres. Ce faisant, le moment est obligé de diminuer pour respecter la relation d'interaction plastique $M-N$. A terme, on observe des oscillations de M et N pendant que la flèche oscille autour d'une valeur constante. L'amplitude des oscillations de l'effort de traction est limitée, puisque l'amplitude des variations de déplacement l'est aussi. Par contre, le moment varie de façon plus importante, en phase avec les oscillations de u . Il y correspond une succession de « déchargements-rechargements » élastiques. En effet, on remarque lors des diminutions de M associées aux remontées du centre de la poutre (quand la flèche diminue durant les oscillations) que l'interaction $M-N$ quitte la courbe plastique en suivant une droite de déchargement élastique. Ensuite, quand la flèche se remet à croître, on observe un rechargement selon cette droite et ainsi de suite. Finalement, on a donc une succession d'allers-retours le long d'une droite élastique, qui peut être observée aussi bien sur le diagramme d'interaction $M-N$ que sur les courbes $M-u$ et $N-u$.

4.3. Analyse plus détaillée de la réponse structurale dans quelques cas particuliers types

Ne seront présentés ici que les résultats correspondant à certains cas particuliers, associés aux deux types de réponses structurales plastiques 3 et 4. Bien entendu, tous les cas intermédiaires peuvent exister. Néanmoins, les quelques situations envisagées ici permettent d'appréhender le comportement structurel. On ne montre dans cette section que les graphiques principaux nécessaires à l'explication des phénomènes observés. L'évolution temporelle des efforts internes, de la plastification et de la déformée du système peut néanmoins être observée plus précisément grâce aux diagrammes et schémas supplémentaires fournis à l'annexe 1.

La réponse du système lorsqu'il demeure parfaitement élastique ne sera pas décrite plus en détails, car ne présentant rien de très particulier. L'effort normal reste négligeable et les moments de flexions oscillent simplement autour de leur valeur statique comme le fait la flèche, en phase avec celle-ci.

4.3.1. $P = 300 \text{ kN}$, $t_r = 0,1 \text{ sec}$

Comme montré au point 4.2.3, il s'agit d'un comportement de type 3 dans lequel la première oscillation n'est pas caractérisée par un déplacement plus grand que les suivantes. On montre ci-

dessous l'évolution temporelle de la flèche ainsi que de l'effort normal et du moment de flexion relevés au centre et à l'extrémité droite (du côté du ressort) du système.

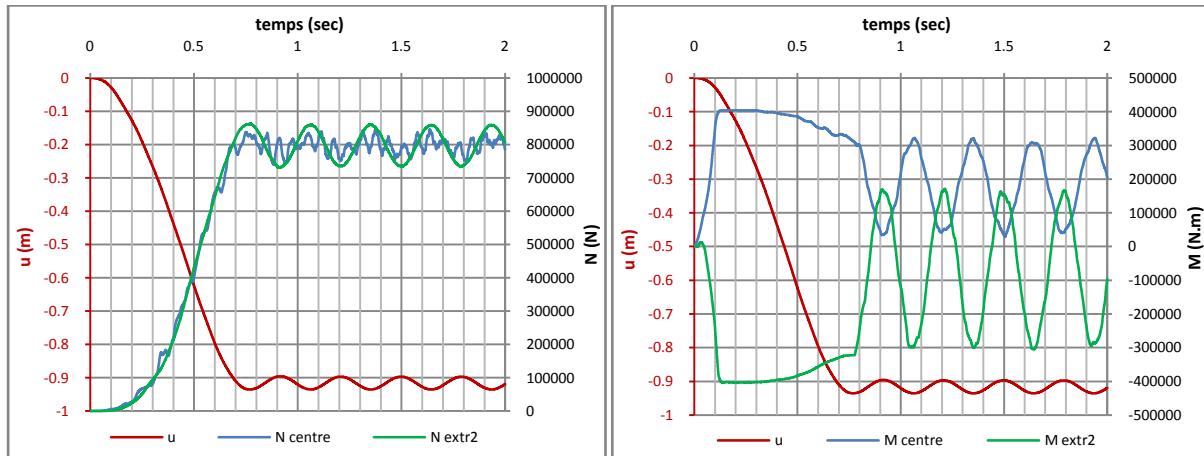


Fig. II.20 : Evolution de la flèche et des efforts internes N et M au cours du temps (cas $P = 300kN$, $t_r = 0,1sec$)

La réponse observée à l'extrémité gauche du système est similaire à celle observée à l'extrémité droite, si ce n'est qu'on remarque des oscillations « parasites » de plus hautes fréquences dans l'évolution de l'effort normal, de la même manière qu'au centre, qui rendent la réponse un peu moins lisible. C'est pourquoi on a choisi de ne pas représenter les graphiques correspondant à l'extrémité gauche. Ceux-ci n'apportent en effet pas d'information supplémentaire et les phénomènes rencontrés sont tout à fait semblables à ceux mis en évidence à l'autre extrémité. A l'extrémité droite, l'évolution de l'effort normal suit parfaitement celle de la flèche et oscille en phase avec celle-ci. Cela est lié à la présence du ressort, qui impose une relation directe entre le déplacement horizontal (lui-même corrélé à la flèche) et l'effort dans le ressort (lui-même en relation avec l'effort normal dans la poutre à cet endroit). Au centre et à l'extrémité gauche, l'évolution de l'effort normal présente des oscillations « parasites » liées à la propagation des variations de l'effort normal le long de la poutre lorsque la flèche varie. L'effort normal n'est donc pas rigoureusement identique sur toute la longueur du système en tout instant, mais ce n'en est pas loin.

On observe sur les graphiques précédents une partie des phénomènes déjà évoqués en 4.2.4. Quand le moment au centre et aux extrémités atteint la valeur de M_{pl} , les trois rotules se forment. La perte de raideur induite par l'apparition de ce mécanisme plastique provoque une augmentation importante de la flèche, à laquelle est associé le développement progressif d'un effort de traction. On remarque que, au cours de l'accroissement de la flèche et de l'effort de traction induit, le moment de flexion diminue peu à peu, afin de respecter l'interaction plastique $M-N$, ce qui est confirmé par les graphes ci-dessous.

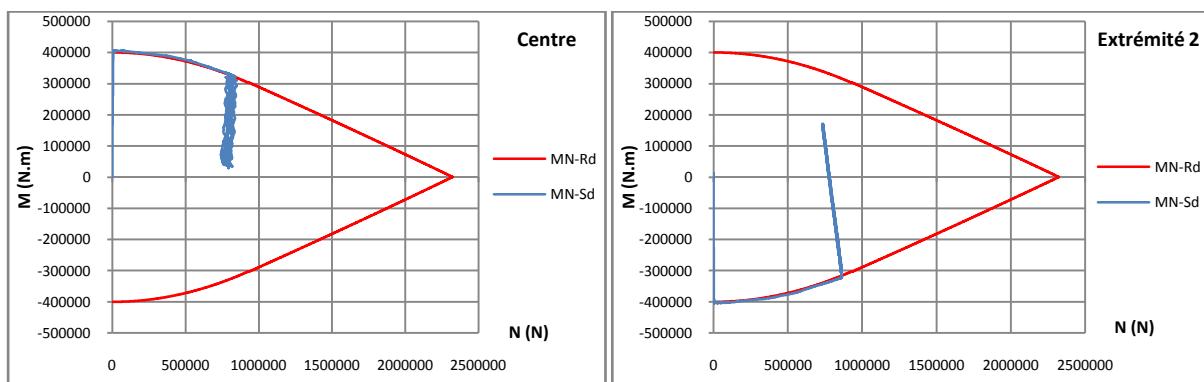


Fig. II.21 : Interaction $M-N$ au centre et à l'extrémité droite du système (cas $P = 300kN$, $t_r = 0,1sec$)

Lors des oscillations finales de la flèche, on observe des oscillations, en phase, du moment de flexion au centre et aux extrémités du système. L'effort normal à l'extrémité voisine du ressort varie également en phase avec le déplacement u (aux autres endroits, on observe des oscillations « parasites » déjà évoquées). L'amplitude des oscillations de la flèche étant faible, les variations de l'effort normal sont également limitées. L'amplitude des variations de M est, quant à elle, importante.

Lorsque le centre du système se met à remonter après avoir atteint le premier maximum de déplacement, on observe une assez brusque diminution du moment de flexion au niveau des rotules plastiques (diminution « en positif » au centre et diminution « en négatif » aux extrémités). A cet instant, la courbe d'interaction $M-N$ au niveau des trois rotules plastiques quitte la courbe plastique et revient en domaine élastique, en suivant une droite. Une fois le minimum dépassé, la flèche se remet à augmenter, et on suit alors la droite élastique dans l'autre sens jusqu'à atteindre à nouveau la courbe plastique. Ce phénomène se poursuit ainsi de suite durant les oscillations suivantes. Il est donc associé aux variations d'efforts internes induites par les variations de flèche une succession de déchargements et rechargements élastiques, le système ne replastifiant au niveau des rotules que lors des maxima du déplacement.

Connaissant l'évolution temporelle de l'effort normal, il est aisé, à partir de la loi d'interaction plastique $M-N$, de définir l'évolution du moment résistant plastique, qui varie en fonction de l'effort de traction. Les graphiques ci-dessous, comparant l'évolution du moment de flexion à celle du moment résistant plastique compte tenu de la présence de l'effort normal, confirment les observations décrites précédemment, à savoir que le moment est bien égal au moment plastique $M_{pl}(N)$ lors de la première phase d'augmentation de la flèche suivant la formation du mécanisme plastique, puis que le système ne replastifie au niveau des rotules que lors des maxima de la flèche durant les oscillations finales.

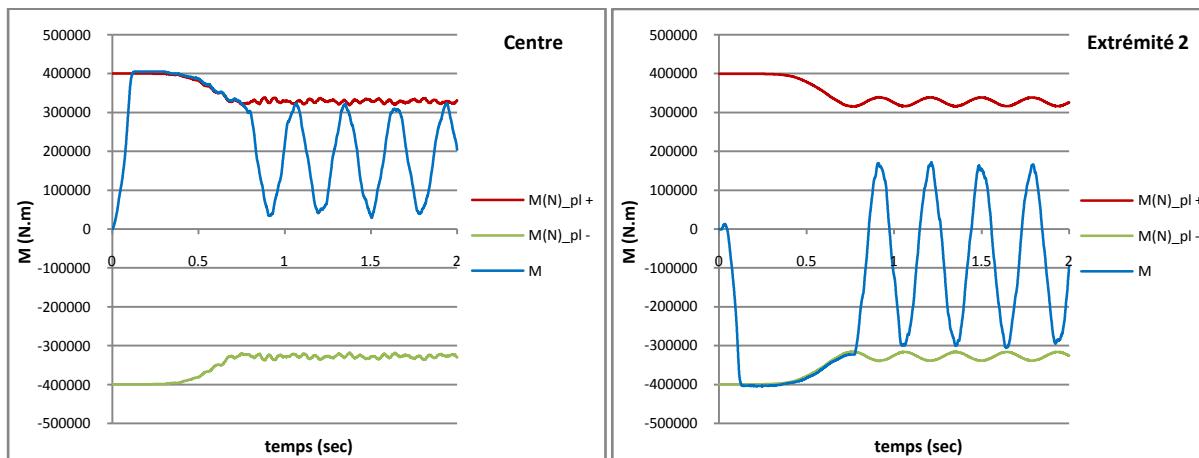


Fig. II.22 : Evolution des moments sollicitants et résistants au cours du temps (cas $P = 300\text{kN}$, $t_r = 0,1\text{sec}$)

On remarque par ailleurs que le moment aux extrémités subit des inversions de signe durant ces oscillations, tandis que le moment central reste toujours positif. En raison des déformations plastiques rémanentes importantes, ces inversions de signe n'impliquent pas de changement du sens de la courbure. Dans d'autres situations de chargement, on peut observer une inversion du signe du moment à la fois au centre et aux extrémités, ou au contraire à aucun de ces endroits.

Il est également intéressant de tracer l'évolution des moments sollicitant et résistant, non plus en fonction du temps, mais en fonction de la flèche u (l'évolution de ces moments en fonction de la rotation θ des rotules plastiques présente une allure tout à fait semblable). Cela permet de mettre très clairement en évidence la droite élastique de décharge-recharge.

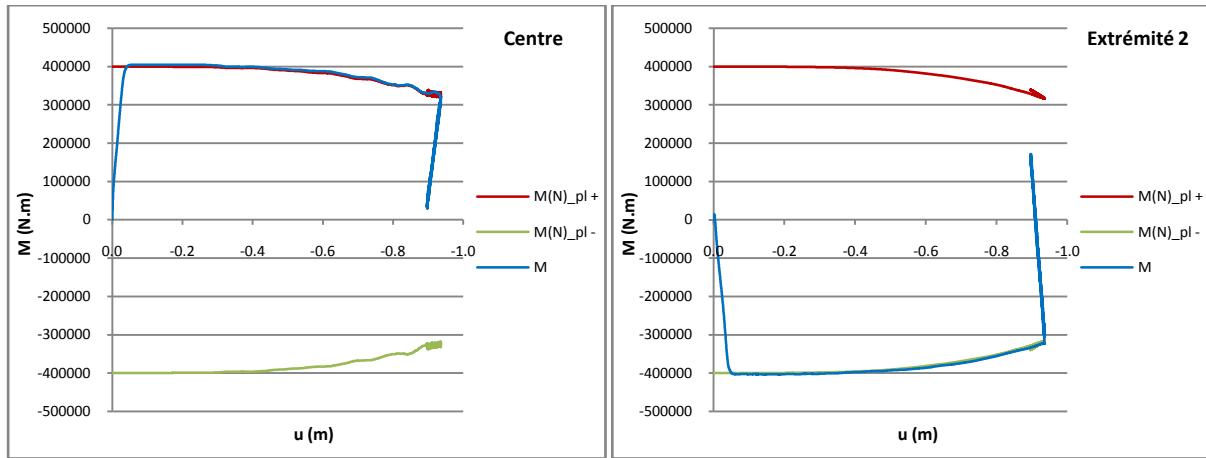


Fig. II.23 : Evolution des moments sollicitants et résistants en fonction de la flèche (cas $P = 300\text{kN}$, $t_r = 0,1\text{sec}$)

Pour terminer, le dernier graphe compare la relation existante entre l'effort normal (extrémité droite) et la flèche u en statique et dans le cas de chargement dynamique considéré ici. On remarque que, jusqu'à l'atteinte du déplacement maximal, ces deux relations sont similaires. Ensuite, on réalise des allers-retours le long d'une droite élastique lors des oscillations finales. Le fait que la relation $N-u$ soit identique en dynamique et en statique jusqu'à l'atteinte de u_{max} permet donc, si l'on connaît le déplacement dynamique maximal, d'en déduire l'effort normal correspondant à partir de la réponse statique.

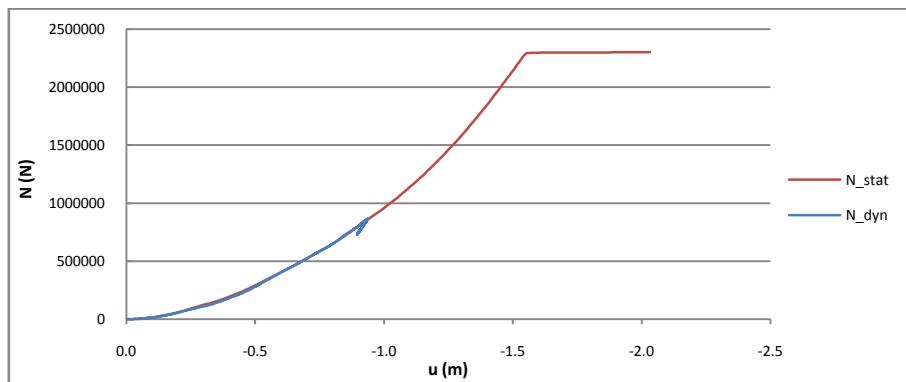


Fig. II.24 : Relation entre l'effort normal et la flèche (cas $P=300\text{kN}$, $t_r=0,1\text{sec}$) et comparaison au cas statique

Pour plus d'information, l'évolution des diagrammes d'efforts internes M et N ainsi que de la plastification peut être consultée à l'annexe 1.1. Il est toutefois utile de préciser ici que les extrema du diagramme de moment restent toujours situés aux extrémités et au centre du système, tandis que l'effort normal reste à peu près constant sur la longueur de la poutre lorsqu'un effort membranaire de traction se développe.

4.3.2. $P = 400 \text{ kN}$, $t_r = 0,1 \text{ sec}$

Ce chargement mène à nouveau à une réponse de type 3. Mais, comme observé au premier graphe de la figure 16 du paragraphe 4.2.3, la première oscillation atteint des déplacements extrêmes dépassant les suivants (aussi bien le premier maximum que le premier minimum dépassent les autres). Le comportement observé dans ce cas présente plusieurs similitudes avec celui étudié au paragraphe précédent, mais aussi plusieurs différences notables. On insistera ici essentiellement sur ces différences sans revenir longuement sur les aspects déjà expliqués plus tôt. Pour cela, on se basera sur le même type de graphes que ceux utilisés ci-dessus. De nouveau, on trouvera le détail de l'évolution

des diagrammes de moments et d'effort normal, ainsi que de la déformée et de l'étendue de la plastification en annexe (1.2).

Les évolutions temporelles de la flèche et des efforts internes N et M sont représentées ci-dessous. La distinction essentielle vis-à-vis du cas précédent est liée aux premiers extrema de la flèche, qui dépassent les suivants, ainsi qu'aux extrema des efforts internes associés, à la fois M et N , qui sont également supérieurs à ceux qui suivent. On observe en effet que l'effort de traction atteint une valeur relativement importante avant de décroître pour finir par osciller autour d'une valeur plus faible. Cette diminution de N est liée à la réduction de la flèche, qui passe elle aussi par un maximum avant d'osciller autour d'une valeur plus petite. En ce qui concerne l'évolution du moment, on remarque que la première remontée du centre du système, allant jusqu'à un niveau plus haut que les suivantes, induit également une pointe de moment plus grande. On voit de plus que, lorsque le moment se met à osciller en phase avec les oscillations de la flèche, son signe s'inverse aussi bien aux extrémités du système qu'au centre.

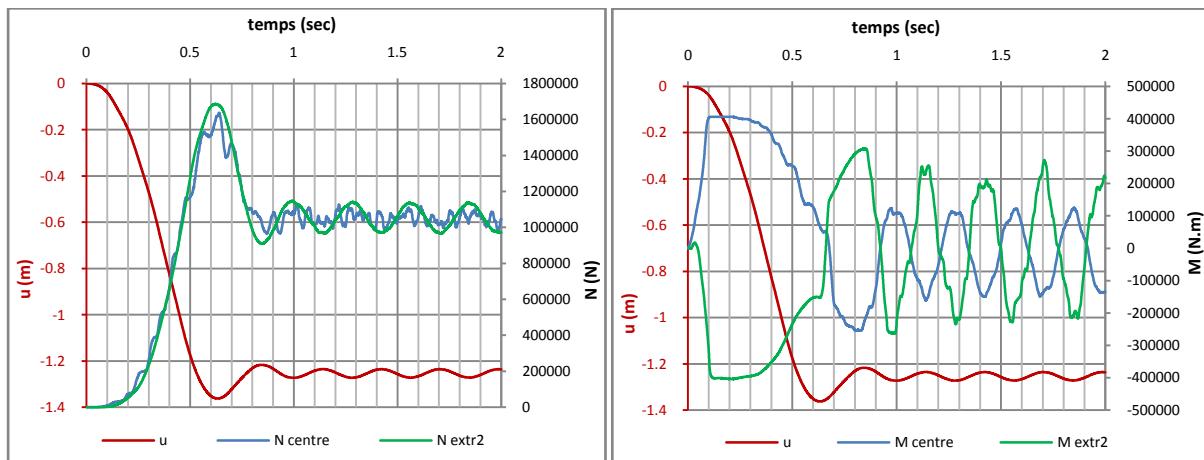


Fig. II.25 : Evolution de la flèche et des efforts internes N et M au cours du temps (cas $P = 400\text{kN}$, $t_r = 0,1\text{sec}$)

Si on regarde maintenant les diagrammes d'interaction $M-N$, on remarque plusieurs différences par rapport au cas ($P = 300 \text{ kN}, t_r = 0,1 \text{ sec}$).

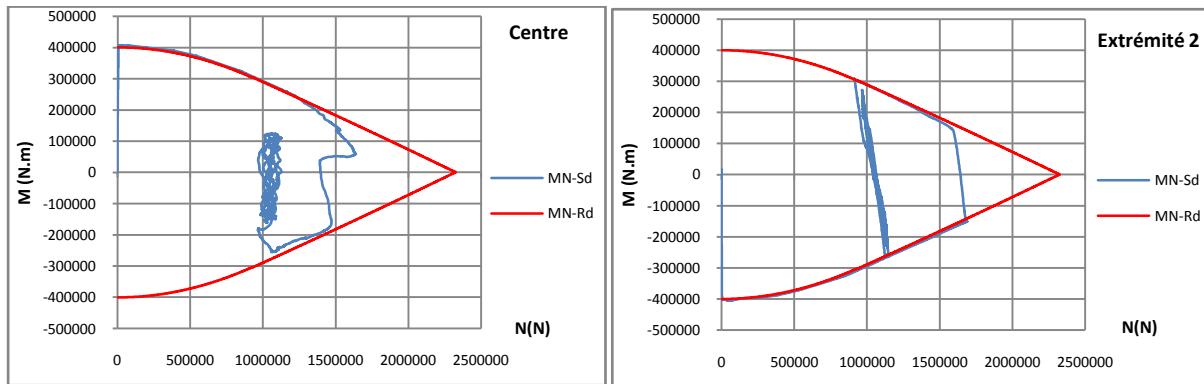
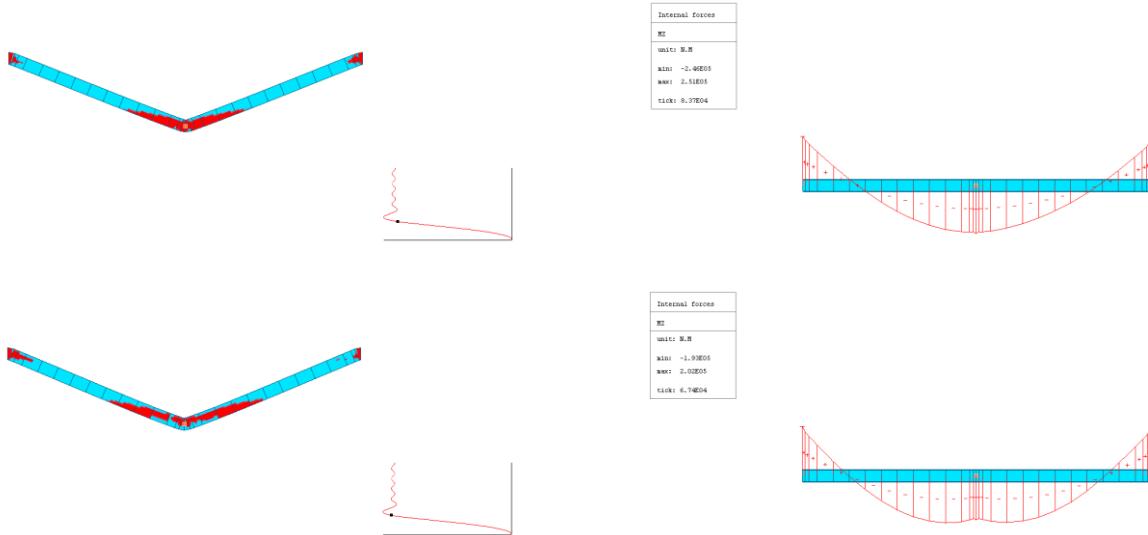


Fig. II.26 : Interaction $M-N$ au centre et à l'extrémité droite du système (cas $P = 400\text{kN}$, $t_r = 0,1\text{sec}$)

Pour ce qui est du centre du système, on observe tout d'abord que, après avoir formé la rotule plastique puis suivi un moment la courbe plastique d'interaction $M-N$ lors du développement de l'effort membranaire, on quitte celle-ci avant l'atteinte de la flèche maximale (associée à l'effort de traction maximal). Cela est dû à une modification de la forme du diagramme de moment, qui commence à se creuser en son centre, de sorte que le moment maximal ne s'y situe plus, mais que l'on a dès lors deux maxima qui tendent à s'écartier du milieu au fur et à mesure que le moment à cet endroit diminue. Ainsi, ce sont les sections des poutres où se situent les maxima de M qui voient leur

courbe d'interaction M-N atteindre la courbe plastique, alors qu'elle était jusque là restée en domaine élastique. Le moment central étant plus faible tandis que l'effort normal est à peu près constant tout le long des poutres, il est évident que l'interaction M-N au milieu du système ne peut plus correspondre à un point de la courbe plastique. On voit donc les zones plastifiées s'écartez du centre du système. Durant tout ce temps, les rotules d'extrémités, une fois formées, restent situées aux extrémités du système, puisque les maxima de moment négatif ne se déplacent pas. On y suit donc la courbe d'interaction plastique, de façon similaire à ce qui fut observé dans le cas de chargement précédent.



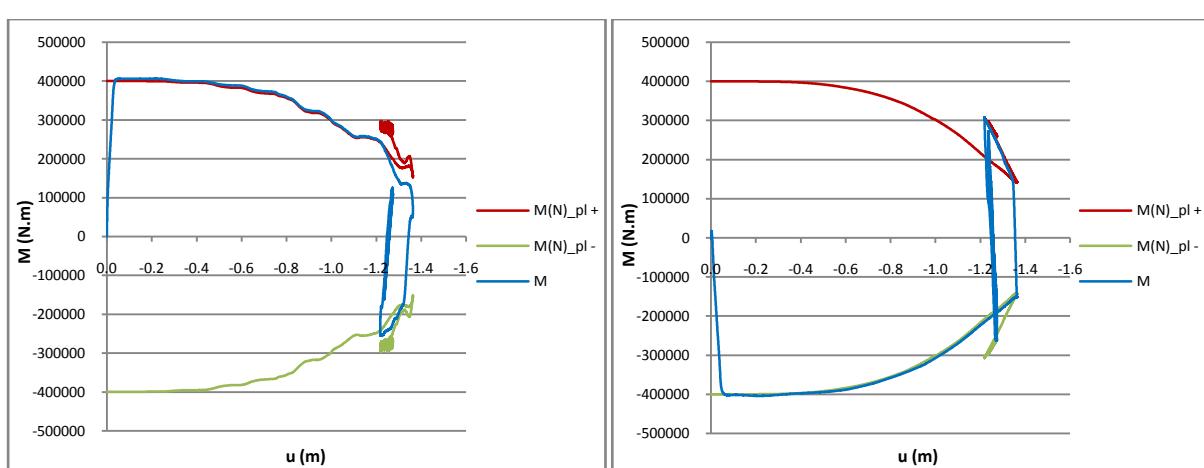
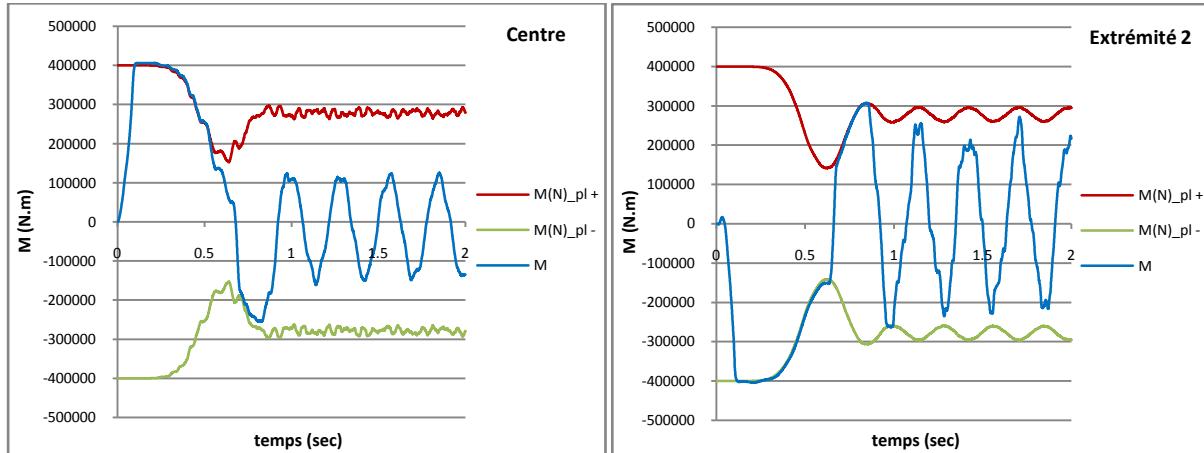
*Fig. II.27 : Modification du diagramme M et de la plastification entre les temps $t = 0,515$ sec et $t = 0,54$ sec
(REM : le signe des M issus des calculs avec Finelg et donc représenté sur les diagrammes est opposé à la convention RDM)*

Lors de la première réduction de la flèche, une fois le déplacement maximal passé, on observe, comme dans le cas ($P = 300 \text{ kN}$, $t_r = 0,1 \text{ sec}$), un déchargement faisant rentrer la courbe d'interaction M-N à l'intérieur du domaine élastique. Une différence essentielle est qu'ici, le déchargement est suffisamment important pour que le moment change de signe à la fois au centre et aux extrémités, et aille même jusqu'à faire plastifier les sections en sens inverse puis suivre un instant la courbe plastique M-N sous moment opposé. Pour que l'interaction M-N puisse suivre la courbe plastique et donc le moment continuer à augmenter aux extrémités et diminuer au centre (en valeur algébrique) une fois celle-ci atteinte, il est nécessaire que l'effort normal se mette à décroître. Cela explique la diminution relativement importante de l'effort de traction au-delà du premier maximum.

Le moment au niveau des rotules plastiques ayant changé de signe et engendré la plastification en sens inverse lors de la première remontée du centre de la poutre, on remarque que, lorsque la flèche se remet à augmenter et donc le moment au centre à augmenter et celui aux extrémités à diminuer (en valeur algébrique toujours), il y correspond un nouveau déchargement. Par conséquent, on observe que la courbe d'interaction M-N quitte une nouvelle fois la courbe plastique en suivant une droite élastique.

A terme, lors des oscillations finales d'amplitude constante, on observe une succession de décharges et de recharges, qui se font selon la même droite élastique. Le centre de la poutre reste toujours bien à l'intérieur du domaine élastique et ne replastifie donc plus lors de ces oscillations, même sous les extrema de déplacement y associés. Par contre, aux extrémités, on atteint de nouveau $M(N)_{pl}^-$ lors du deuxième maximum de la flèche et l'on s'en rapproche d'ailleurs fortement lors des suivants. On atteint également une valeur très proche de $M(N)_{pl}^+$ lors des minima du déplacement central.

Tous les phénomènes décrits ci-dessus peuvent aussi être déduits des graphes suivants. Notamment, sur les diagrammes représentant l'évolution des moments en fonction de la flèche, on observe clairement la droite élastique correspondant au premier déchargement, la plastification en sens inverse puis les déchargements-rechargements élastiques successifs. On voit également que, l'effort de traction ayant diminué lors de la première réduction de la flèche, le moment résistant plastique s'est accru et est, durant les oscillations finales, supérieur au moment plastique associé à l'atteinte de la flèche maximale. On remarque aussi, sur le premier graphique de chacune des figures 28 et 29, l'instant où le centre de la poutre quitte la courbe plastique tandis que l'effort de traction continue à augmenter, lorsque la forme du diagramme de moment change et que ses maxima s'écartent du milieu du système.



Pour terminer, on montre ci-dessous les relations liant l'effort normal à la flèche, respectivement en statique et pour le cas dynamique considéré ici. De nouveau, les deux courbes sont quasiment superposées jusqu'à l'atteinte du déplacement dynamique maximal. On peut donc déduire l'effort normal associé au déplacement dynamique à partir de la relation $N-u$ statique. On observe ensuite le premier déchargement, suivi d'une succession de déchargements-rechargements d'amplitude constante. La flèche moyenne autour de laquelle se font les oscillations à terme est supérieure à celle qui correspondrait, en statique, à la valeur de l'effort de traction que l'on a à ce moment. Cela est dû aux déformations plastiques permanentes.

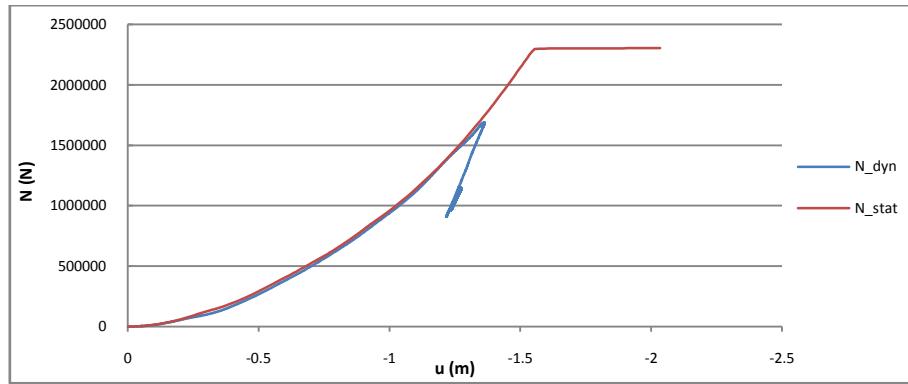


Fig. II.30 : Relation entre l'effort normal et la flèche (cas $P=400\text{kN}$, $t_r=0,1\text{sec}$) et comparaison au cas statique

4.3.3. $P = 400 \text{kN}$, $t_r = 20 \text{ sec}$

Il s'agit ici d'un comportement de type 4. Les évolutions de la flèche ainsi que de l'effort de traction et du moment de flexion au centre et à l'extrémité droite du système sont représentées sur les graphiques ci-dessous. On les y compare également respectivement à l'évolution du déplacement statique et des efforts statiques associés à la charge $P(t)$.

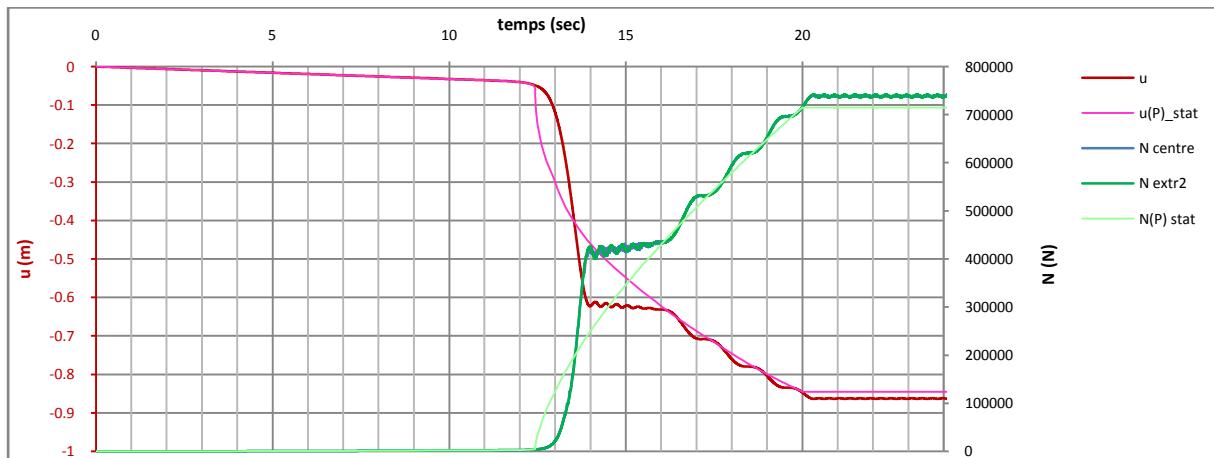


Fig. II.31 : Evolution de la flèche u et de l'effort normal N au cours du temps (cas $P = 400\text{kN}$, $t_r = 20 \text{ sec}$)

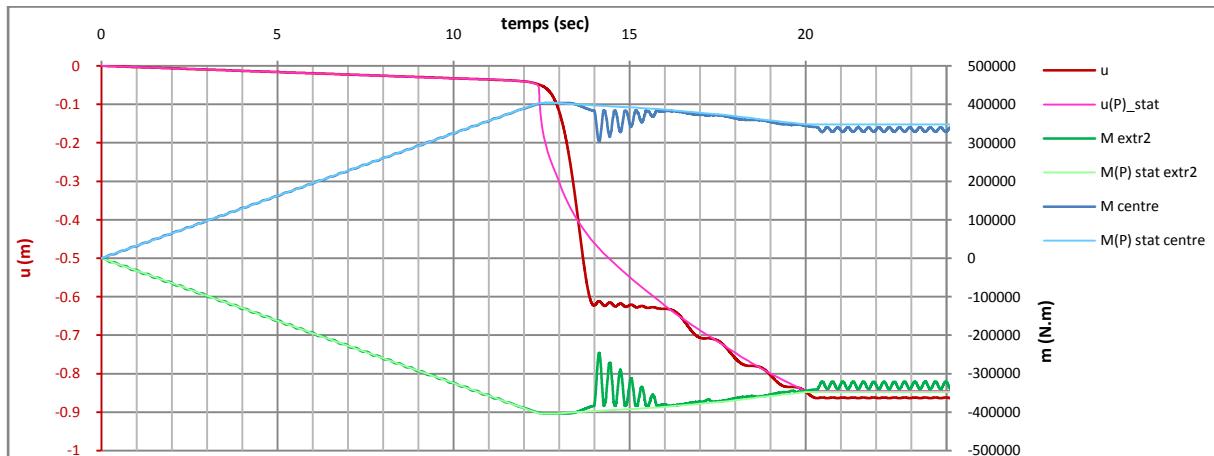


Fig. II.32 : Evolution de la flèche u et des moments de flexion M au cours du temps (cas $P = 400\text{kN}$, $t_r = 20 \text{ sec}$)

On remarque tout d'abord que l'effort normal suit, comme attendu, une évolution similaire à celle de la flèche. En effet, l'effort de traction augmente toujours quand le déplacement s'accroît et inversement. Au début du chargement, tant que l'on est encore en domaine élastique, la flèche oscille autour de la droite élastique statique avec une amplitude faible. Durant ce temps, l'effort de traction reste négligeable et les moments augmentent en oscillant eux aussi autour de la droite statique. Quand les moments aux extrémités et au centre atteignent la valeur de M_{pl} , on observe la formation du mécanisme plastique. Il y correspond un court palier dans les graphiques de M puis la flèche augmente rapidement, de même que l'effort normal. Les moments se mettent alors à diminuer (en valeur absolue) et quittent d'ailleurs la courbe statique dès que l'effort normal devient supérieur à la valeur statique associée à $P(t)$, puisque l'interaction plastique $M-N$ ne peut alors être respectée qu'au prix d'un moment plus faible.

Lorsque le déplacement tend à se stabiliser au niveau du « palier » et oscille autour d'une flèche à peu près constante inférieure à la flèche statique associée à la force maximale P , l'effort de traction en fait de même. Les moments, quant à eux, se mettent également à osciller avec une amplitude décroissante, mais en conservant la valeur de leurs maxima (en valeur absolue) constante. En effet, ces maxima correspondent à une interaction plastique $M-N$, avec N à peu près constant. Les oscillations sont ici aussi associées à une succession de déchargements et recharge ment élastiques, le système replastifiant à chaque fois aux extrémités et au centre lors des maxima de la flèche. On peut, notamment, le voir clairement sur les graphes d'interaction $M-N$ de la figure 33.

Une fois le déplacement statique lié à $P(t)$ ayant rattrapé la flèche dynamique, cette dernière se remet à croître en oscillant autour de la courbe statique. Les efforts internes en font de même. A terme, le déplacement oscille avec une faible amplitude autour d'une valeur légèrement supérieure à la flèche statique sous P ; il en est à nouveau de même pour l'effort de traction et les moments de flexion. Il y correspond une succession de déchargements et recharge ments (de très faible amplitude ici, vu l'amplitude très limitée des variations de flèche), le système replastifiant aux extrémités et au centre lors de chaque maximum de la flèche.

Toutes ces observations sont confirmées par les graphes qui suivent. On présente également, en annexe (1.3), les diagrammes d'efforts internes, la déformée et l'étendue de la plastification à certains instants, permettant de mieux visualiser l'évolution de la réponse structurale. Il est notamment intéressant de remarquer que le diagramme de M conserve toujours une allure similaire à celle qu'il possède en statique, si ce n'est que, au niveau du palier, les variations de moment sont plus grandes aux extrémités qu'au centre, et que, par conséquent, M ne conserve pas la même valeur absolue au centre et aux extrémités, ce qui est par contre le cas lorsque la courbe dynamique oscille autour de la courbe statique. L'effort de traction est à peu près constant sur toute la longueur du système une fois qu'il devient significatif.

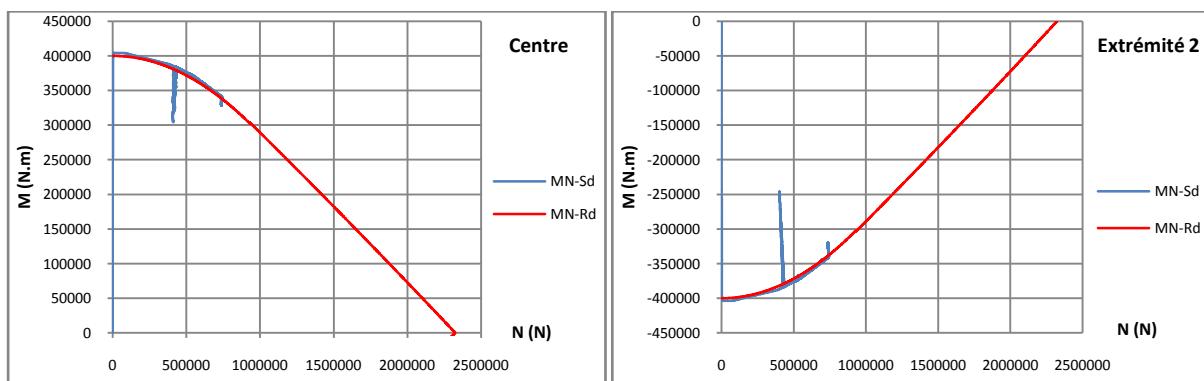


Fig. II.33 : Interaction $M-N$ au centre et à l'extrémité droite du système (cas $P = 400kN$, $t_r = 0,1sec$)

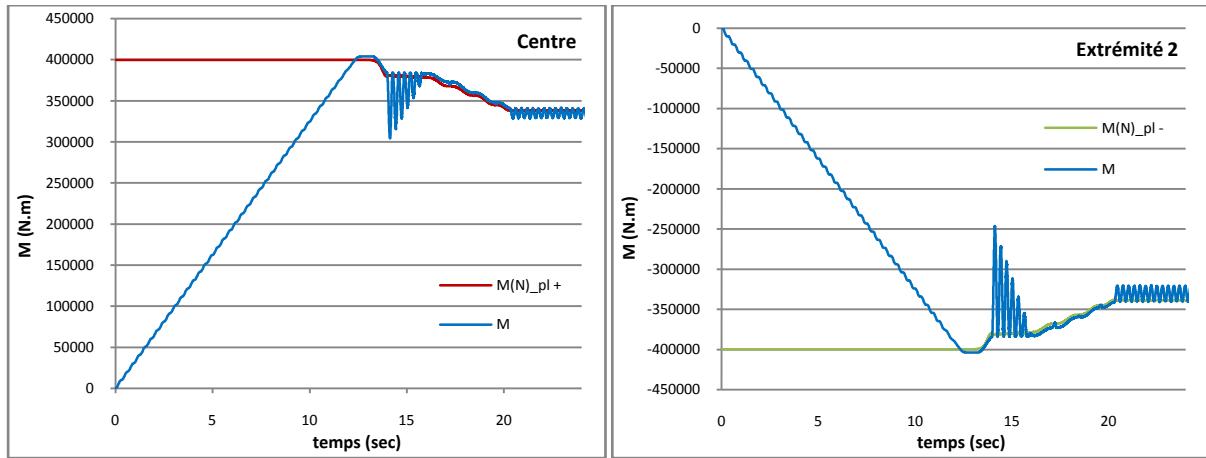


Fig. II.34 : Evolution des moments sollicitants et résistants au cours du temps (cas $P = 400\text{kN}$, $t_r = 20 \text{ sec}$)

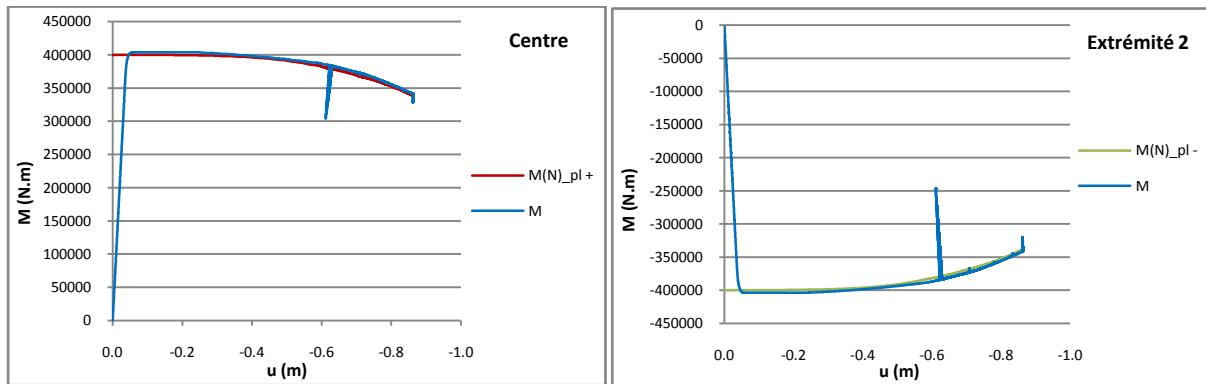


Fig. II.35 : Evolution des moments sollicitants et résistants en fonction de la flèche (cas $P = 400\text{kN}$, $t_r = 20 \text{ sec}$)

Pour terminer, on compare ci-dessous la relation entre la flèche et l'effort normal de traction en statique et dans le cas dynamique envisagé ici. Jusqu'au palier observé dans la courbe de l'évolution temporelle de la flèche, on voit que les deux courbes sont, comme dans les cas précédents, très proches l'une de l'autre. Lors des oscillations associées au palier en question, on remarque alors une série d'allers-retours le long d'une droite de déchargement-rechargement élastique. Dès la fin du palier, alors que la flèche se remet à osciller autour du déplacement statique, on voit que la relation $N-u$ dynamique redevient presqu'identique à la relation statique équivalente. Connaissant le déplacement dynamique maximal et la réponse statique du système, on peut donc directement déduire l'effort normal correspondant à $u_{dyn,max}$, ce dernier étant d'ailleurs proche de $u_{stat}(P)$ dans le cas d'un tel comportement de type 4.

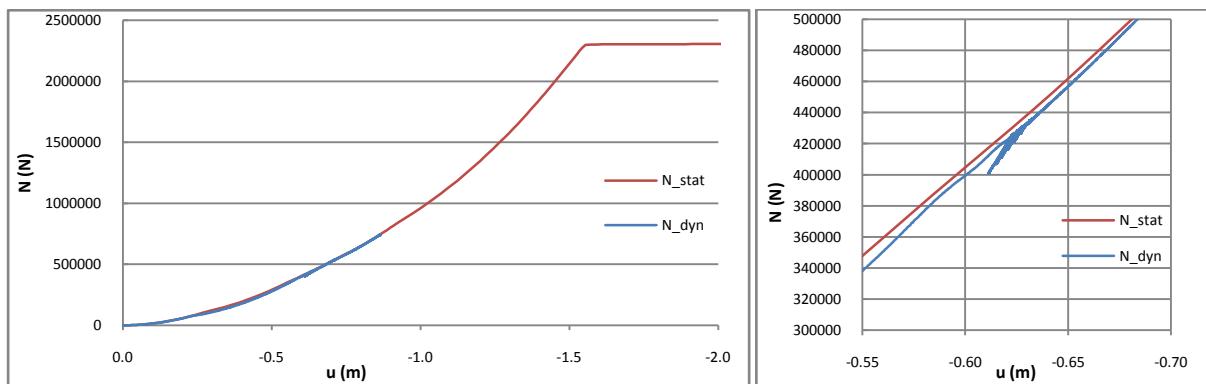


Fig. II.36 : Relation entre l'effort normal et la flèche (cas $P=400\text{kN}$, $t_r=20 \text{ sec}$) et comparaison au cas statique

4.3.4. Conclusions

L'observation de l'évolution temporelle de la réponse du système (en termes de flèche, d'efforts internes et de plastification) dans de nombreuses situations de chargement, dont celles présentées ci-dessus, permet de mettre en évidence les différents types de comportements. Suite à ces analyses, on peut désormais prédirer, au vu de l'allure de l'évolution temporelle de la flèche, comment évoluent qualitativement les efforts internes et la plastification. De plus, on a pu monter précédemment que l'allure de l'évolution de la flèche au cours du temps, liée au type de comportement, était corrélée à la position du point représentatif de la situation de chargement dans le graphique ($P, u_{dyn,max}$) (cf. 4.2.2.). La seule connaissance du déplacement dynamique maximal peut donc, par comparaison avec la réponse statique et la flèche maximale sous charge instantanée, donnée par la courbe de Vlassis, apporter déjà un certain nombre d'informations quant à l'évolution du comportement structurel suite à l'application de la charge dynamique considérée. Les cas décrits plus en détail dans les paragraphes qui précèdent sont assez représentatifs des diverses situations rencontrées, même si des cas intermédiaires peuvent évidemment se produire.

Une autre conclusion intéressante que l'on peut tirer de l'analyse de l'évolution des efforts dans les différents cas est relative aux exigences de résistance nécessaire à l'atteinte du déplacement dynamique maximal. En effet, on a pu remarquer que la relation liant l'effort normal dans les poutres à la flèche est similaire en statique et en dynamique, jusqu'à l'atteinte du premier maximum du déplacement. Ainsi, la connaissance de la flèche maximale permet non seulement de déterminer la ductilité requise, ce qui est direct, mais aussi la résistance indispensable, à condition de connaître la réponse statique. En effet, l'effort de traction maximal que la poutre doit pouvoir supporter pour atteindre la flèche $u_{dyn,max}$ peut être trouvé à partir de la relation N-u statique. Les rotules plastiques seront sollicitées successivement par l'ensemble des couples (M,N) correspondant à la courbe d'interaction plastique entre ($N = 0 ; M = M_{pl}$) et ($N = N_{max} = N(u_{max}) ; M(N_{max})_{pl}$).

Il faut rappeler pour finir que l'on considère ici uniquement le cas d'une section de profilé symétrique, pour laquelle la courbe de résistance plastique sous interaction M-N est identique sous moment positif et sous moment négatif.

4.4. Influence de la masse du système

4.4.1. Introduction

Après avoir analysé la réponse de la structure sous une charge dynamique et montré l'influence que pouvaient avoir la grandeur P de la force appliquée et le temps de montée t_r , sur le type de comportement rencontré, on va maintenant s'intéresser à l'influence de la masse répartie attribuée aux poutres. On envisagera pour cela trois niveaux de masse différents, dont celui considéré jusqu'ici, et l'on comparera les réponses obtenues.

La variation de la masse a bien entendu pour effet principal de modifier la période propre du système. On discutera plus en détail, à la section 5, de l'influence de cette période propre, et plus précisément du rapport t_r/T , sur l'importance des effets dynamiques. Pour l'heure, on se contente d'observer les modifications de comportement induites par le changement de la masse (ou de la période).

On donne ci-dessous les trois masses réparties considérées, ainsi que la période propre qui est associée à chacune d'elles pour le premier mode propre transversal, en domaine élastique :

- $m_1 \approx 3000 \text{ kg/m} \rightarrow T_{1,1} = 0,307 \text{ sec}$
- $m_2 \approx 500 \text{ kg/m} \rightarrow T_{1,2} = 0,125 \text{ sec}$
- $m_3 = pp_{profilé} \approx 78 \text{ kg/m} \rightarrow T_{1,3} = 0,050 \text{ sec}$

→ On a donc $\mathbf{m}_1 > \mathbf{m}_2 > \mathbf{m}_3$ et $\mathbf{T}_1 > \mathbf{T}_2 > \mathbf{T}_3$

4.4.2. Charge instantanée : $t_r = 0 \text{ sec}$

Sont présentés ci-dessous les graphiques comparant l'évolution temporelle de la flèche pour les trois masses réparties, sous différents niveaux de charge P instantanée. Plus la masse est importante, plus l'inertie du système est grande et donc sa mise en mouvement plus lente lors de l'application instantanée de la force P ; la période d'oscillation est plus longue. On remarque que, si la charge P est instantanée, la réponse de la structure est similaire pour les différentes valeurs de la masse, mis à part le changement de pulsation. Le déplacement dynamique maximal est donc identique quelle que soit la masse, et correspond au déplacement donné par la méthode pseudo-statique de Vlassis.

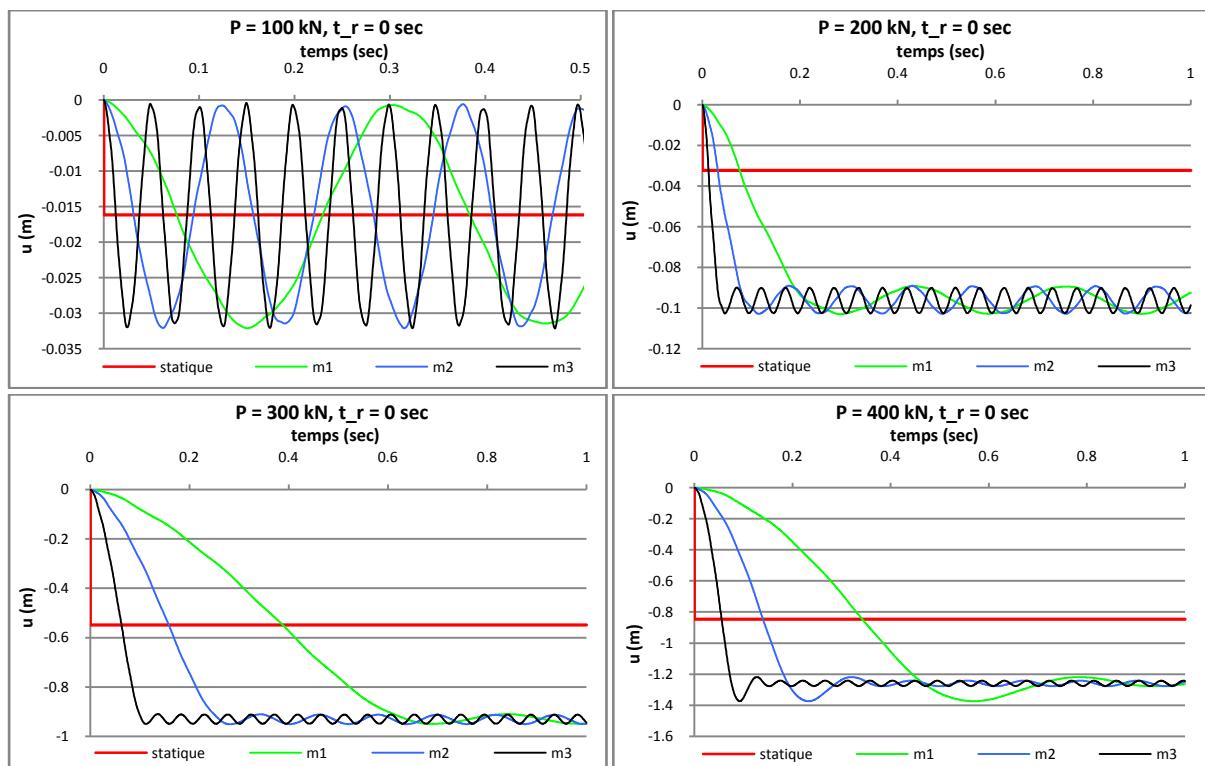


Fig. II.37 : Influence de la masse pour une charge instantanée

4.4.3. $t_r = 0,1 \text{ sec}$

Lorsque le système reste parfaitement élastique, on observe à terme des oscillations autour de la valeur statique de la flèche, dont l'amplitude est d'autant plus petite que la masse est faible. On note que $t_r = 0,1 \text{ sec}$ vaut à peu près le double de T_3 , est un peu inférieur à T_2 et est à peu près égal au tiers de T_1 . C'est pourquoi on observe que la courbe dynamique présente environ deux oscillations autour de la droite élastique statique dans le cas de la masse m_3 , se contente de la croiser une seule fois pour m_2 et n'intersecte la courbe statique qu'au-delà de la droite élastique pour m_1 .

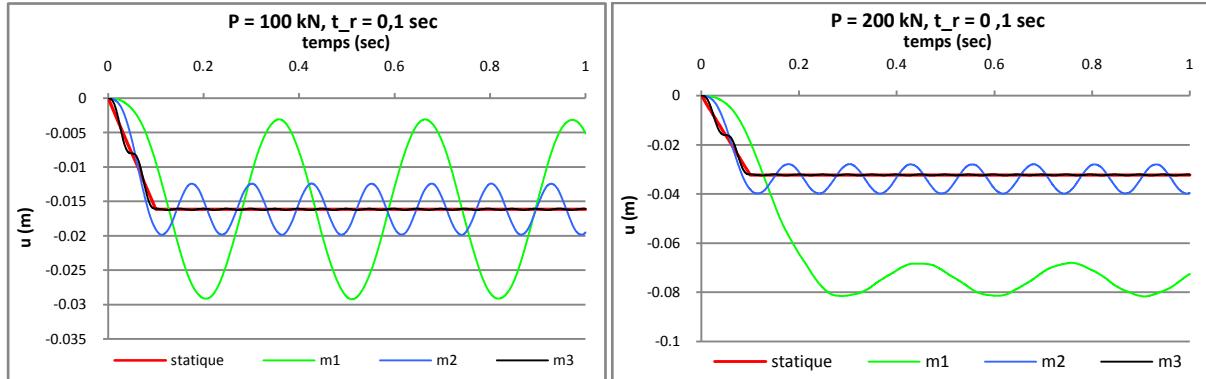


Fig. II.38 : Influence de la masse pour $t_r = 0,1$ sec

Pour $P = 200\text{ kN}$, il n'y aurait aucune plastification si la force était statique. Sous l'action dynamique considérée ici, on remarque que le système ne reste parfaitement élastique que pour m_3 . Pour la deuxième valeur de la masse, la plastification commence à se développer mais n'est toutefois pas suffisante pour former complètement le mécanisme plastique. Ainsi, pour m_2 , la flèche oscille autour d'une valeur légèrement supérieure à la valeur statique, et le déplacement maximal atteint est de 0,04m. En voit en effet sur la courbe statique $u(P)$ que la droite élastique se termine pour un déplacement de 0,037m, tandis que le début du palier plastique horizontal correspond à une flèche de près de 0,05m. Pour la masse m_1 , par contre, le mécanisme plastique se forme et l'on obtient un déplacement nettement plus grand. On voit donc que, dans ce cas précis, la valeur de la masse a une importance considérable sur les effets dynamiques. On a en effet une amplification par rapport au cas statique de respectivement 153%, 24% et moins de 1% pour les masses 1, 2 et 3.

Pour les forces de 300 et 400 kN, on observe que l'amplification dynamique est d'autant plus grande que la masse est élevée, mais les différences sont faibles. Après formation du mécanisme plastique, le comportement est assez semblable à celui rencontré pour une charge instantanée.

4.4.4. $t_r = 0,3$ sec

On remarque dans ce cas que, lorsque le système reste élastique, l'amplitude des oscillations, une fois P constante, est plus faible pour la masse m_1 que pour la masse m_2 , alors que l'on observait ci-dessus une amplitude croissant avec la masse. Ce phénomène est lié au fait que le temps de montée est ici très proche de la période propre T_1 . Si ces deux durées étaient tout à fait égales, on aurait tout juste une seule oscillation de la courbe dynamique autour de la droite élastique statique, ce qui signifie que la courbe dynamique rencontrerait la courbe statique, avec une tangente horizontale (vitesse nulle), exactement à la fin de la droite élastique, où la flèche statique devient constante. Dans une telle situation, on remarque que l'amplification dynamique est quasiment nulle. Il en est de même lorsque le temps de montée est un multiple exact de la période propre. Le cas considéré ici pour la masse m_1 est assez proche de cette situation. Par contre, durant la phase de mise en charge où P augmente linéairement, l'amplitude des oscillations autour de la droite statique est toujours d'autant plus grande que la masse (et donc la période propre) est élevée.

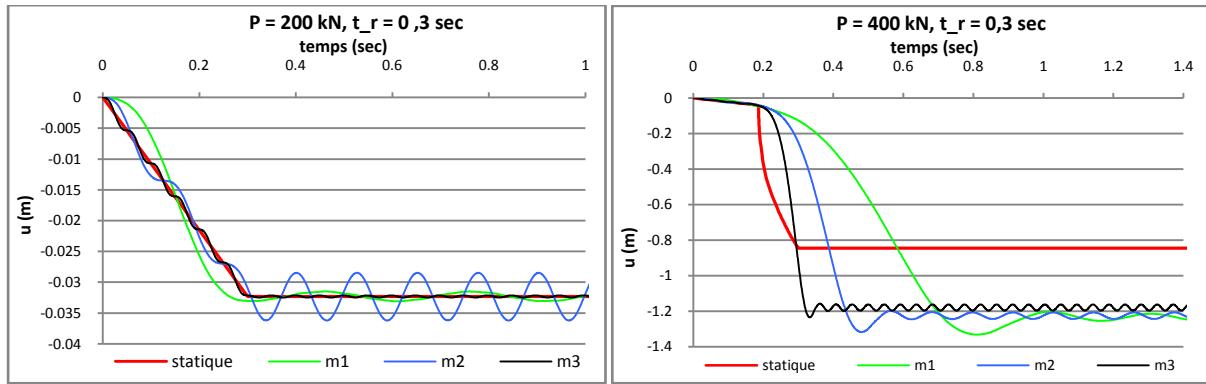


Fig. II.39 : Influence de la masse pour $t_r = 0,3 \text{ sec}$

Sous $P = 300 \text{ kN}$ et 400 kN , les courbes dynamiques présentent à nouveau, une fois le mécanisme plastique formé, une allure similaire à celle observée sous charge instantanée (avant apparition du mécanisme, on observe des oscillations autour de la droite statique élastique). Pour $P = 300 \text{ kN}$, on remarque que l'amplification dynamique est à peu près identique pour les trois masses. Pour $P = 400 \text{ kN}$, elle est presque la même pour m_1 et m_2 , mais est plus faible pour m_3 . Cela est lié au fait que, dans ce dernier cas, la flèche dynamique dépasse le déplacement statique avant que la force P devienne constante. Par conséquent, le système commence à ralentir à partir d'un déplacement plus faible que dans les autres cas (la vitesse se met à diminuer une fois la flèche supérieure à la flèche statique associée à $P(t)$). Finalement, il se stabilise également pour un déplacement plus faible (on observe ce même phénomène de façon plus marquée dans la suite).

4.4.5. $t_r = 0,5 \text{ sec}$

Pour ce temps de montée, on remarque que l'amplitude des oscillations dans les cas où le système reste parfaitement élastique devient très faible pour m_2 et m_3 après que la force P fut devenue constante. C'est dû au fait que t_r est très proche d'un multiple à la fois de T_2 et de T_3 . En effet, on a $t_r = 0,5 \text{ sec} \approx 4.T_2 \approx 10.T_3$. Par contre, au début, tant que P augmente linéairement, l'amplitude des oscillations autour de la droite statique est bien d'autant plus grande que la masse (et donc la période propre) est élevée.

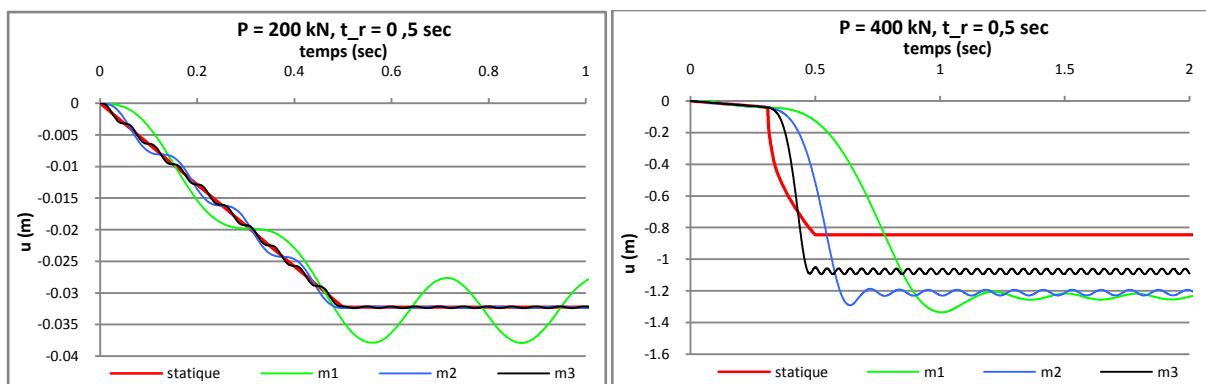


Fig. II.40 : Influence de la masse pour $t_r = 0,5 \text{ sec}$

Pour $P = 400 \text{ kN}$, on observe, comme pour $t_r = 0,3 \text{ sec}$, que l'amplification dynamique est nettement plus faible pour m_3 que pour les deux autres masses (respectivement une amplification de 58%, 53% et 30% par rapport au déplacement statique pour m_1 , m_2 et m_3). C'est à nouveau lié au fait que, pour m_3 , la courbe dynamique croise la courbe statique avant la stabilisation de $P(t)$.

4.4.6. $t_r = 10 \text{ sec}$

Pour $t_r = 10 \text{ sec}$, on a, lorsque le système reste parfaitement élastique, des oscillations d'amplitude très limitée autour de la courbe statique, et une amplification dynamique négligeable. Pour des charges plus importantes menant à la plastification de la structure, on voit que la « stabilisation » de la flèche après la formation du mécanisme se fait pour une flèche d'autant plus petite que la masse est faible (et donc que la flèche dynamique dépasse le déplacement statique pour une valeur plus faible, ce qui implique que la vitesse de déplacement commence à diminuer à partir d'une flèche plus petite). Le type de comportement, 3 ou 4, étant dicté par la valeur de la flèche lors de cette stabilisation, selon que celle-ci est inférieure ou supérieure au déplacement statique associé à P , il peut varier avec la masse. Par exemple, on voit que, pour $P = 300 \text{ kN}$, on passe d'une réponse de type 3 pour m_1 à une réponse de type 4 lorsque la masse diminue.

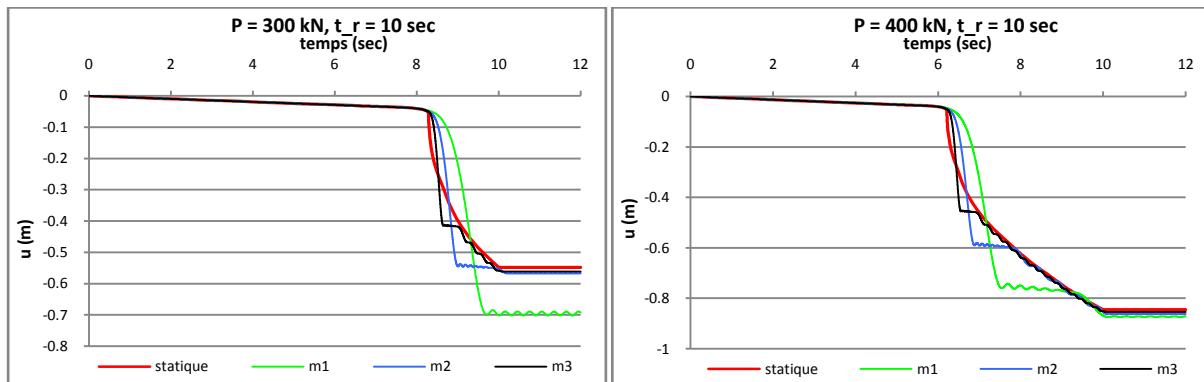


Fig. II.41 : Influence de la masse pour $t_r = 10 \text{ sec}$

4.4.7. Conclusions

L'accroissement de la masse du système a pour première conséquence d'accroître son inertie et sa période propre. On rediscutera au point 5 de l'influence de la période propre du système sur l'amplification dynamique, et plus précisément du rapport t_r/T . Néanmoins, les premiers résultats obtenus ici permettent déjà de se faire une idée.

Lorsque le système reste parfaitement élastique, on remarque que les oscillations autour de la droite statique liée à l'augmentation linéaire de P ont une amplitude d'autant plus grande que la masse du système est importante. Par contre, une fois P devenue constante, cette observation ne se généralise pas. En effet, c'est l'état du système, et notamment sa vitesse, au moment où $P(t)$ atteint sa valeur finale P qui dicte l'amplitude des oscillations à terme. En particulier, ces oscillations seront d'amplitude négligeable si le temps de montée est un multiple de la période propre du système.

Si la force P est légèrement inférieure à la charge provoquant, en statique, la formation du mécanisme, le système peut ou non plastifier, pour un même t_r , selon sa masse. L'amplification dynamique peut, dans ces cas, varier de façon très importante avec la masse du système.

Dans les situations où le mécanisme plastique se forme, le système se stabilise, après apparition du mécanisme et augmentation brutale de la flèche, autour d'un déplacement à peu près constant, qui est plus faible si la courbe dynamique recoupe la courbe statique en un point correspondant à une flèche plus petite, car il commence alors à ralentir « plus tôt ». Or, la courbe dynamique a tendance à croiser la courbe statique plus tôt, et donc pour un déplacement plus faible, si la masse du système est plus petite. En effet, son inertie est alors plus faible, ce qui lui permet de se

mettre en mouvement plus rapidement et donc de rattraper plus vite le retard qu'il prend par rapport à la courbe statique au début du chargement. Selon la valeur du déplacement correspondant à la stabilisation qui suit la formation du mécanisme, on peut voir un changement de comportement en fonction de la masse. On a un comportement de type 3 si cette stabilisation se produit pour un déplacement supérieur au déplacement statique associé à P et de type 4 dans le cas contraire. On aura donc tendance à passer d'un comportement de type 4 à une réponse de type 3 avec l'augmentation de la masse. Si, pour différentes valeur de la masse, les courbes dynamiques recoupent toutes le déplacement statique quand P(t) est déjà constante, alors la masse a assez peu d'influence sur la flèche dynamique maximale atteinte (on a dans une telle situation automatiquement une réponse de type 3).

4.5. Influence du taux d'amortissement du système

Jusqu'à présent, le système considéré ne possédait aucun amortissement. Dans cette section, on va y introduire un amortissement de Rayleigh, afin d'étudier son influence sur la réponse structurale, et essentiellement sur le déplacement dynamique maximal atteint. La matrice d'amortissement de Rayleigh est définie par l'expression suivante :

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K],$$

dont il convient de fixer les coefficients α et β , $[M]$ et $[K]$ étant respectivement les matrices de masse et de raideur. On calibre ces coefficients de manière à obtenir un taux d'amortissement donné ξ pour deux modes propres particuliers. Pour un mode propre de pulsation ω_i , on a :

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}$$

Après avoir déterminé les pulsations propres associées aux deux modes considérés, on obtient finalement un système de deux équations à deux inconnues, α et β .

Dans la situation considérée, à savoir la perte d'une colonne, ou plus précisément ici l'application d'une force concentrée P au centre du système, la réponse de ce dernier est essentiellement dominée par le premier mode propre. On choisit de calibrer l'amortissement sur base des premier et troisième modes propres transversaux. Pour l'acier, on rencontre des taux d'amortissement ξ de l'ordre de 0,5% à 2%.

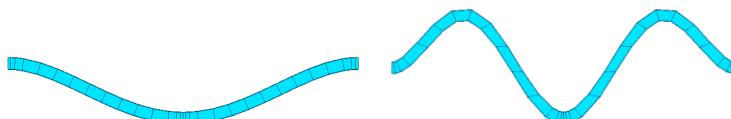


Fig. II.42 : Premier et troisième modes propres transversaux

Une série d'analyses dynamiques ont donc été réalisées sous différents chargements, pour les différentes valeurs de la masse, et les réponses structurales correspondant à un taux d'amortissement de $\xi = 0,5\%$ et $\xi = 2\%$ ont été comparées avec le comportement du système non amorti. Les conclusions suivantes ont pu être tirées.

Outre le fait d'atténuer l'amplitude des oscillations au cours du temps, l'amortissement a pour effet de diminuer, dans une mesure différente selon les cas, le déplacement dynamique maximal atteint. Lorsque le système reste parfaitement élastique, la flèche maximale est très peu réduite par l'introduction d'un amortissement dans le système. Pour les cas analysés ici, on a observé une diminution de $u_{dyn,max}$ de seulement moins de 1% pour $\xi = 0,005$ et moins de 3% pour $\xi = 0,02$ (en pourcentage du déplacement du système non amorti). Si le chargement est tel que le système plastifie et que l'on a un comportement de type 4, c'est-à-dire que la première stabilisation après formation du mécanisme plastique se fait pour une valeur du déplacement inférieure au déplacement statique associé à la charge finale P puis que l'augmentation de la flèche reprend pour, à terme, se stabiliser

autour d'une valeur proche du déplacement statique sous P, alors l'influence de l'amortissement sur $u_{dyn,max}$ ($\approx u_{stat}(P)$) est négligeable également (moins de 2% pour les différents cas étudiés).

Si, par contre, on a un comportement de type 3, c'est-à-dire que la stabilisation après plastification se produit pour un déplacement déjà supérieur à $u_{stat}(P)$, alors la réduction du déplacement dynamique maximal due à l'amortissement se fait davantage sentir. Pour des charges supérieures à 300 kN, cette réduction reste assez faible, avec moins de respectivement 4% et 10% pour des taux d'amortissement ξ de 0,5% et 2%. Elle est d'ailleurs toujours inférieure à 10% pour $\xi = 0,5\%$. Par contre, pour $\xi = 2\%$, elle devient loin d'être négligeable pour des forces proches de celle associée au palier plastique en statique et appliquées relativement rapidement. Comme on le montrera à la section 5 suivante, c'est donc en fait pour les chargements auxquels sont associés les taux d'amplification dynamique les plus grands que l'amortissement a l'influence la plus importante. Ainsi, Pour une charge instantanée, on obtient les réductions de déplacement données ci-dessous pour différentes charges assez proches de P_{pl} :

Charge P (kN)	220	245	250	260	300
Diminution u_{max} (%)	15	20	17	14	10

Lorsque la mise en charge est plus lente et que le temps de montée t_r atteint 3-4 fois la période propre du système, l'introduction d'un amortissement de $\xi = 2\%$ ne provoque plus de diminution de la flèche extrême supérieure à une dizaine de pourcents pour les charges inférieures à 245 kN ou supérieures à 270 kN (compris). Par contre, elle reste de l'ordre de 20% pour $P = 250 \text{ kN}$ et de 13% pour $P = 260 \text{ kN}$. D'ailleurs, même pour des temps de montée très lents ($t_r/T \approx 325$), on conserve une réduction d'environ 17% sous $P = 250 \text{ kN}$. Elle s'atténue par contre pour $P = 260 \text{ kN}$ puisque le comportement devient alors de type 4.

En conclusion, l'erreur commise en négligeant l'amortissement reste limitée dans la plupart des cas (moins de 10%). De plus, il s'agit d'une approche sécuritaire. On peut donc en déduire que, dans de nombreuses situations de chargement, il n'est pas indispensable de prendre en compte l'amortissement du système pour trouver une valeur approchée de la flèche maximale, sécuritaire sans l'être trop. L'erreur sera ainsi toujours négligeable si le comportement est élastique ou plastique de type 4. Par contre, s'il est de type 3, on voit que la réduction de la flèche maximale due à l'amortissement peut être relativement importante si la force appliquée est proche de P_{pl} et la mise en charge relativement rapide. Dans de tels cas, négliger l'amortissement est donc fort pénalisant, d'autant plus qu'il s'agit des situations pour lesquelles l'amplification dynamique est la plus grande. Néanmoins, ces situations correspondent à une zone de valeurs de P restreinte, pour laquelle on relève plusieurs particularités liées au fait qu'un accroissement très faible d'effort engendre une augmentation significative des déplacements (palier plastique).

On présente ci-dessous quelques graphiques illustrant l'influence de l'amortissement sur le système de masse m_1 .

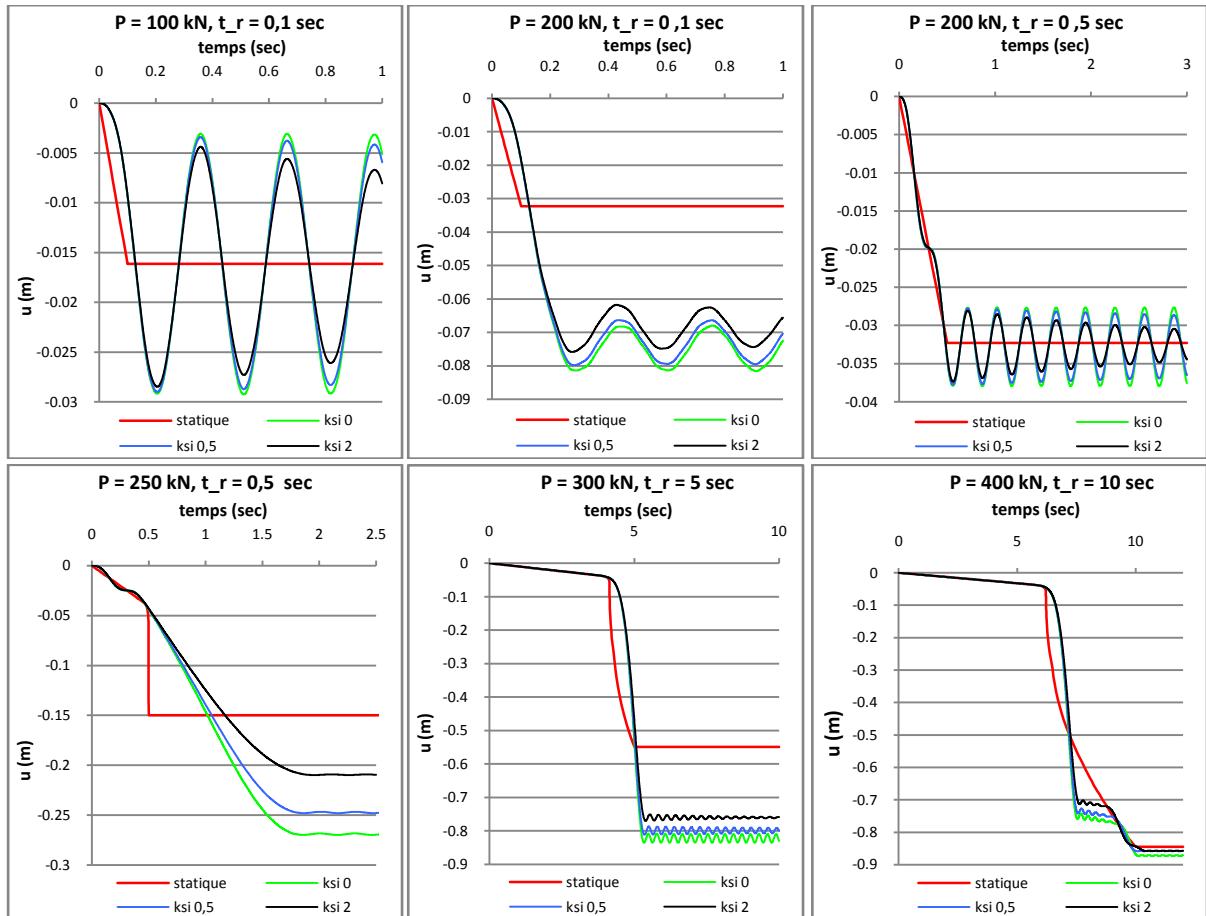


Fig. II.43 : Influence de l'amortissement (système de masse m_1)

5. IMPORTANCE DES EFFETS D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE

5.1. Introduction

Dans la section 4 précédent, on a analysé la réponse dynamique du système sous l'action d'une charge concentrée croissant linéairement avant de se stabiliser à une grandeur constante P . L'influence individuelle de différents paramètres liés au chargement (t_r et P) et à la structure elle-même (masse, amortissement) a été mise en évidence. L'impact des ces différents facteurs sur le type de comportement du système, et plus précisément sur le déplacement dynamique maximal atteint, a été observé.

On a d'abord pu remarquer que la situation de chargement possède évidemment un rôle prédominant quant au taux d'amplification dynamique atteint, aussi bien en ce qui concerne la valeur de la force finale P que son temps de montée t_r . Dans des situations où le mécanisme plastique se forme, ce qui sera très probablement le cas suite à la ruine accidentelle d'une colonne, il apparut clairement que, pour une charge P donnée, l'amplification dynamique est, de manière générale, d'autant plus grande que la mise en charge est rapide (t_r faible). Ce n'est par contre pas nécessairement le cas en domaine élastique, où l'amplitude des oscillations autour de la flèche statique associée à P ne croît pas de façon monotone avec la diminution de t_r (par exemple, pour le système de

masse m_1 sous une force de 200 kN, on a obtenu en 4.4 une amplification de 2% pour $t_r = 0,3 \text{ sec}$ et de 17% pour $t_r = 0,5 \text{ sec}$).

On a également pu tirer de diverses observations que, dans la plupart des cas, l'amortissement du système n'influence pas notablement $u_{dyn,max}$, pour autant que la charge ne soit pas trop proche de P_{pl} . Pour cette raison, on continue à considérer un système non amorti dans ce qui suit. Sa masse, dictant sa période propre, peut avoir un impact considérable. On va tenter dans cette section d'aller un peu plus loin afin de voir en quelle mesure les effets dynamiques sont influencés par la valeur des différents paramètres de chargement et de masse, et notamment de la période propre du système.

Bien entendu, les observations relatées ici concernant l'importance des effets d'amplification dynamique restent d'ordre qualitatif, puisque les grandeurs données ne se rapportent qu'au système particulier étudié jusqu'ici. Néanmoins, il est intéressant de pouvoir mettre en évidence, pour un système donné, les paramètres dictant la réponse structurale. On peut déjà également observer certains ordres de grandeur. Evidemment, il faudrait dans un second temps pouvoir quantifier ces amplifications en fonctions de paramètres adaptés, quel que soit le système. Pour cela, il serait nécessaire de pouvoir exprimer les résultats obtenus en fonction de grandeurs adimensionnelles intégrant les caractéristiques géométriques et mécaniques de la sous-structure, plutôt qu'en termes de force P et de déplacement u . Cela fera l'objet du chapitre V. Pour l'heure, l'on se borne à l'étude qualitative du comportement d'une sous-structure.

5.2. Influence de la période propre du système sur l'amplification dynamique

Le système considéré est toujours le même que précédemment, constitué de deux poutres IPE450 de 6,5m de long et d'un ressort horizontal de raideur $K = 10000 \text{ kN/m}$ à l'extrémité droite. Son amortissement est nul. On va lui attribuer successivement trois masses réparties différentes, afin de modifier sa période propre et d'étudier l'impact de celle-ci sur le déplacement dynamique maximal sous diverses conditions de chargement. Les masses considérées sont les mêmes que celles déjà envisagées en 4.4. Elles sont rappelées ci-dessous, de même que la période propre qui correspond à chacune d'elles (période du premier mode propre transversal, en domaine élastique) :

- $m_1 \approx 3000 \text{ kg/m} \rightarrow T_1 = 0,307 \text{ sec}$
- $m_2 \approx 500 \text{ kg/m} \rightarrow T_2 = 0,125 \text{ sec}$
- $m_3 \approx 78 \text{ kg/m} \rightarrow T_3 = 0,050 \text{ sec}$

Diverses analyses dynamiques ont été réalisées sur ces trois systèmes, qui permirent de tracer, point par point, des courbes $(P, u_{dyn,max})$ pour différentes valeurs de t_r , et ce pour chacune des trois masses réparties envisagées. Ces courbes sont reprises aux graphiques suivants. On donne également, à l'annexe 2, un tableau reprenant, pour un certain nombre de points de ces courbes dynamiques, le pourcentage d'amplification par rapport à la flèche statique correspondante.

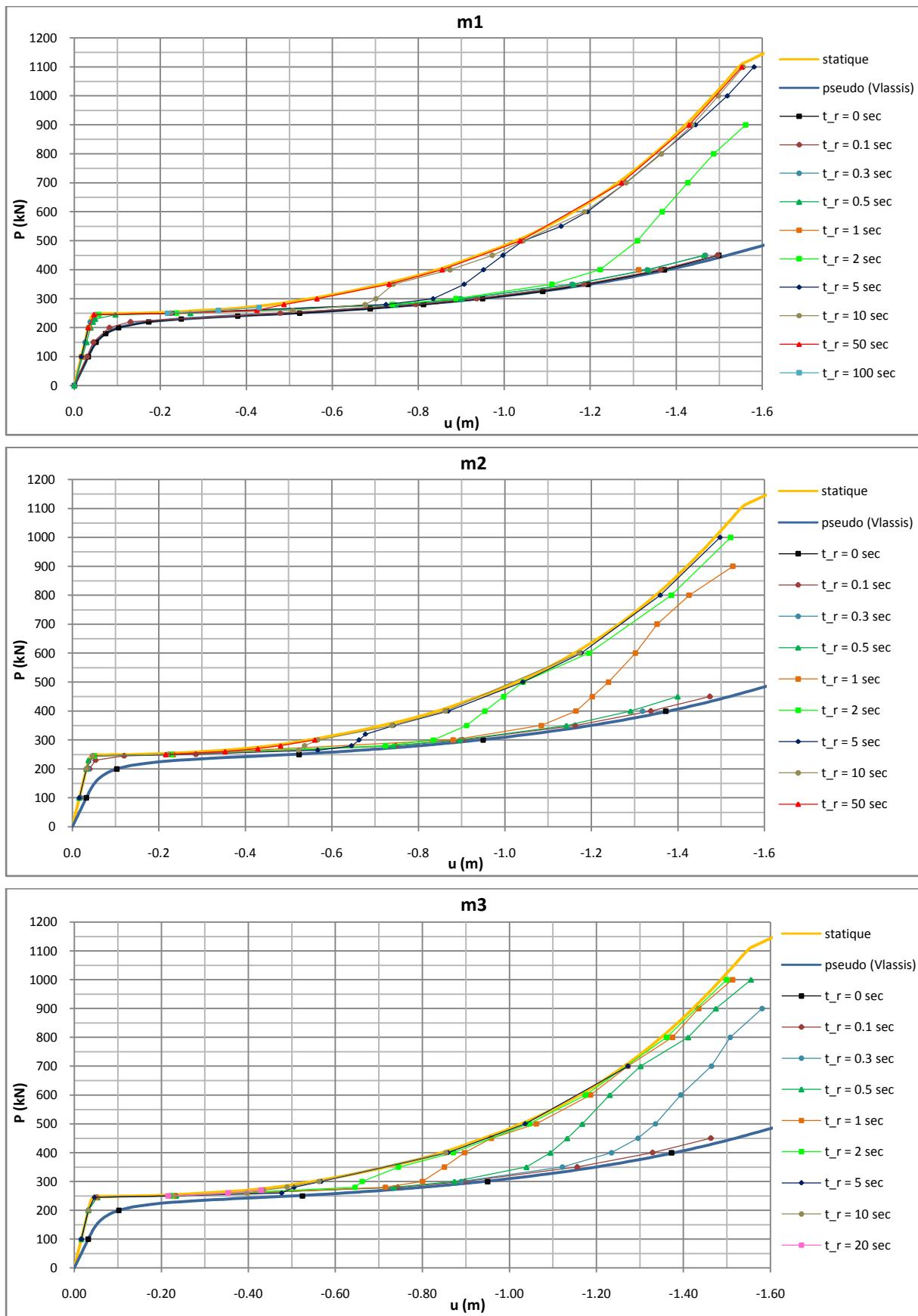


Fig. II.44 : Déplacement dynamique maximal en fonction de P et t_r pour différentes valeurs de la masse

Pour une charge instantanée, la valeur de la masse (période propre) n'influence pas la grandeur du déplacement dynamique maximal atteint, qui est d'ailleurs donné par la courbe pseudo-statique de Vlassis. Ainsi, les observations décrites en 3 restent valables quelle que soit la valeur de la masse de la structure. Si la force P n'est plus appliquée instantanément mais via une croissance linéaire d'une durée t_r , l'amplification dynamique est plus faible, dans une mesure qui dépend de t_r et de la période propre du système.

Lorsque le système reste en domaine élastique, le pourcentage d'amplification pour un couple de valeurs (m, t_r) est identique quelle que soit la valeur de la charge P . Par contre, comme remarqué au point 4.4 et rappelé dans l'introduction, le déplacement dynamique maximal ne diminue pas forcément lorsque la mise en charge est plus lente. Si l'on observe par exemple l'amplification dynamique pour différentes valeurs de t_r dans le cas d'une charge de 100 kN, on obtient les résultats indiqués au tableau de la figure 45 ci-dessous, pour le système de masse m_1 . Il est également intéressant de comparer les deux graphes qui suivent, correspondant à des temps de montée de respectivement 0,3 et 0,5 seconde. Dans le premier cas, l'amplitude des oscillations autour de la droite statique durant l'accroissement de $P(t)$ est plus grande que dans le second. Malgré cela, l'amplitude des oscillations finales une fois $P(t)$ constante est beaucoup plus faible dans le premier cas que dans le second, grâce au fait que t_r est très proche d'un multiple de T (1 en l'occurrence). Ainsi, la charge P se stabilise au moment où le centre du système possède une vitesse presque nulle dans le premier cas, tandis qu'il possède une vitesse importante dans le second (cf. pente de la courbe $u(t)$). Comme expliqué en 4.4, le temps de montée dicte l'amplitude des oscillations autour de la droite statique avant la stabilisation de $P(t)$ mais c'est l'état du système au moment où $P(t)$ arrête d'augmenter, en particulier sa vitesse, qui influence l'amplitude des oscillations à terme. Cet état est lui-même dépendant de t_r/T .

t_r (sec)	0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,8	0,9824	1	1,0745	1,1666	2	5
t_r/T	0	0,33	0,65	0,98	1,63	2,61	3,2	3,26	3,5	3,8	6,51	16,29
Amplif (%)	98,8	81,1	42,3	2,5	17,5	11,3	5,3	6,8	8,8	5,1	4,7	1,4

Fig. II.45 : Amplification dynamique pour différentes valeurs de t_r/T , en domaine élastique

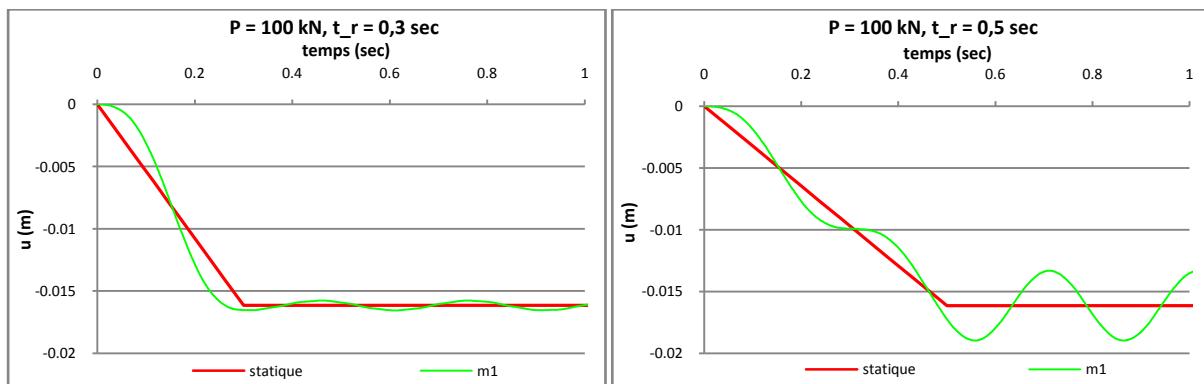


Fig. II.46 : Amplitude des oscillations de la flèche avant et après stabilisation de $P(t)$, pour deux valeurs de t_r/T

D'une manière générale, on peut toutefois noter que l'amplification dynamique est toujours importante tant que t_r n'est pas au moins de l'ordre de T . Pour des valeurs de t_r supérieures à T , la courbe représentant la flèche dynamique au cours du temps oscille autour de la droite statique élastique pendant l'augmentation de P , avant d'osciller autour d'une valeur constante correspondant au déplacement statique final. L'amplitude des oscillations avant que $P(t)$ devienne constante, elle, diminue toujours quand t_r augmente. Ainsi, pour des valeurs de t_r suffisantes, cette amplitude sera faible et, par conséquent, la flèche continuera à osciller avec une amplitude faible autour du déplacement statique final, même si t_r n'est pas proche d'un multiple de T . On remarque à ce propos que, lorsque t_r/T dépasse une valeur de 3 environ, le pourcentage d'amplification dynamique reste inférieur à 10%. En fait, le comportement du système lorsqu'il reste parfaitement élastique est très

similaire à celui d'un oscillateur élastique à un degré de liberté, qui a été décrit au point 5.2.1 du chapitre I et est représenté aux figures I.10 et I.11.

Lorsque le système plastifie, on sait déjà que l'amplification dynamique est, globalement, d'autant plus faible que t_r est grand. Mais on remarque désormais que, tout comme en domaine élastique, plus que t_r , c'est le rapport t_r/T qui semble à première vue jouer un rôle capital. On voit notamment que, pour atteindre un niveau d'amplification dynamique donné de x % sous l'application d'une force P, il faut un temps de montée d'autant plus grand que la période propre du système est élevée. Suite à ces diverses observations, il apparaît utile d'étudier plus en profondeur le rôle du rapport t_r/T . Cela fait l'objet du paragraphe suivant.

5.3. Rôle du rapport t_r/T

La comparaison des taux d'amplification dynamique associés aux différents chargements (P, t_r) pour les trois systèmes de période différente ainsi que l'observation de l'allure des courbes (P, $u_{dyn,max}$) pour les diverses valeurs de t_r dans les trois cas envisagés semblent indiquer que le déplacement dynamique maximal atteint sous une charge P est dicté par la valeur de t_r/T . En effet, les courbes (P, $u_{dyn,max}$) correspondant à une valeur similaire de ce rapport ont, à première vue, l'air de coïncider. Pour confirmer cette hypothèse, à savoir que le rapport t_r/T dicterait à lui seul le déplacement dynamique maximal du système suite à l'application d'une force P donnée, des courbes correspondant exactement à un même rapport t_r/T ont été établies dans les trois cas de masse répartie envisagés. Les résultats obtenus sont concluants, comme le montrent les courbes tracées sur le graphique ci-dessous, correspondant à des rapports t_r/T de respectivement 6 et 40.

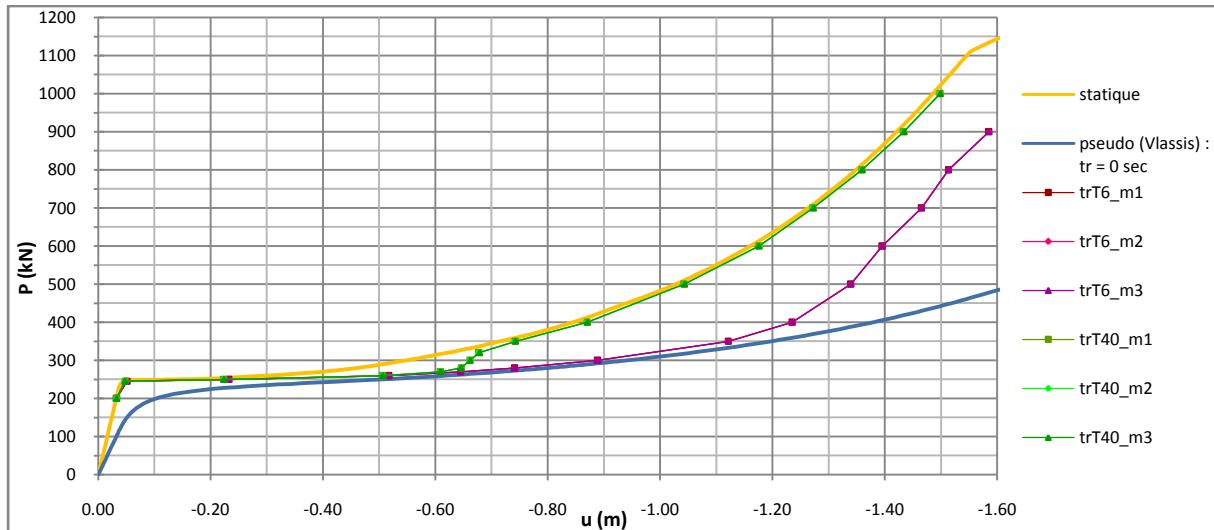


Fig. II.47 : Comparaison des courbes (P, u_{max}) correspondant au même t_r/T , pour différentes valeurs de T

On remarque donc que les courbes associées à une valeur t_r/T identique se superposent parfaitement, quelle que soit la masse du système. C'est donc bien, comme pressenti, la valeur de ce rapport qui détermine l'amplification dynamique liée à l'application d'une force P. Outre le déplacement maximal atteint, ce rapport fixe également l'évolution de la flèche. En effet, si l'on « met à l'échelle » les graphes $u(t)$ correspondant à différentes périodes propres mais à un même rapport t_r/T , en définissant un temps adimensionnel $t^* = t/t_r$ (ou t/T), on remarque que les graphes $u(t^*)$ se superposent parfaitement pour les trois valeurs de masse, et donc de période propre, considérées. On montre trois exemples ci-dessous, mais cette remarque est tout à fait générale.

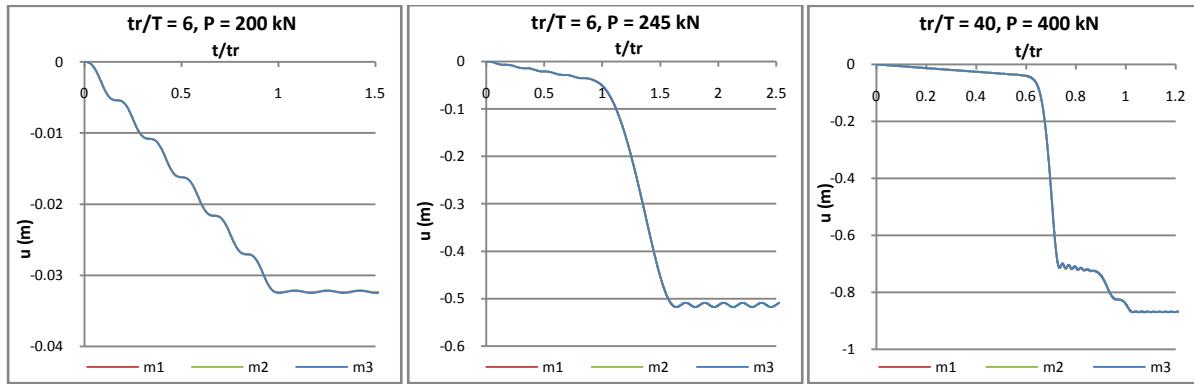


Fig. II.48 : Evolution de la flèche en fonction d'un temps adimensionnel t/t_r pour les trois valeurs de m (donc T)

Au terme de ce paragraphe, on peut donc conclure que l'importance des effets dynamiques pour une sous-structure donnée est dictée par deux paramètres : la grandeur de la charge P et le rapport t_r/T . Ceux-ci déterminent à la fois l'amplification dynamique et l'évolution temporelle de la réponse du système.

5.4. Taux d'amplification dynamique en fonction de P et t_r/T

Lorsque le système reste en domaine parfaitement élastique lors de l'application de la charge $P(t)$, on a déjà remarqué, au paragraphe 5.2, que l'amplification dynamique ne dépassait pas 10% si le rapport t_r/T était supérieur à 3.

Si le système plastifie, l'amplification dynamique est, de manière générale, d'autant plus faible que le rapport t_r/T est élevé. Il existe toutefois quelques dérogations à cette règle. On montre ci-dessous la façon dont le taux d'amplification dynamique varie en fonction du rapport t_r/T pour $P = 245 \text{ kN}$, soit une charge à peine inférieure au palier plastique statique. L'amplification dynamique sous chargement instantané atteint dans ce cas 915% puis diminue rapidement pour rester inférieure à 150% lorsque $t_r > T$.

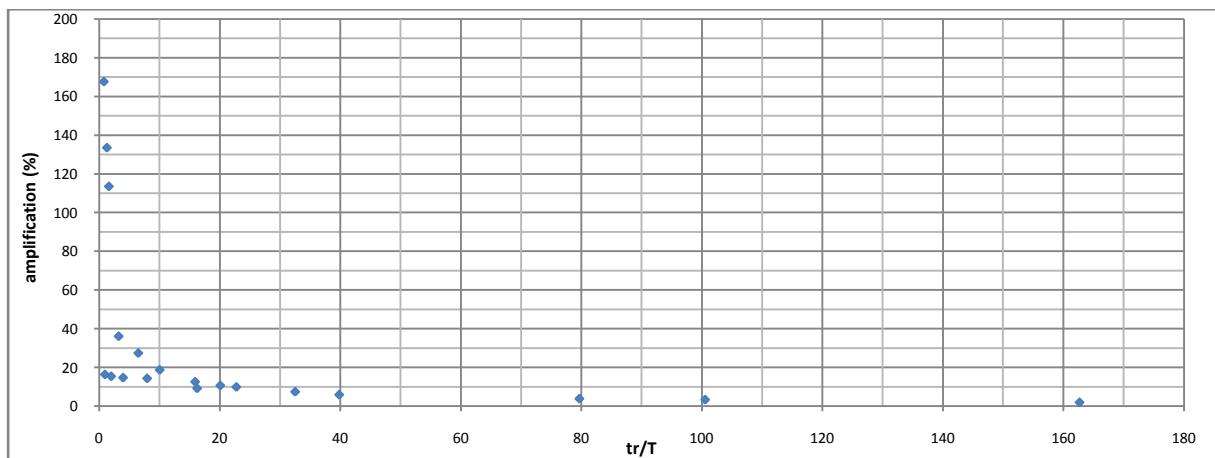


Fig. II.49 : Amplification dynamique en fonction du rapport t_r/T pour $P = 245 \text{ kN}$

On voit que la tendance globale est bien une diminution de l'amplification dynamique quand t_r/T augmente. Toutefois, pour des valeurs de t_r/T assez faibles, il y a quelques exceptions où l'amplification est inférieure à la tendance moyenne. De la même manière qu'en domaine parfaitement élastique, ces situations se présentent lorsque le temps de montée est très proche d'un multiple de la

période propre. En effet, l'état du système à l'instant où $P(t)$ devient constante, et notamment sa vitesse (pente de la courbe $u(t)$), influence la suite du comportement. On en montre un exemple à la figure 50 suivante. Pour $t_r/T > \sim 20-25$, l'amplification reste inférieure à 10%.

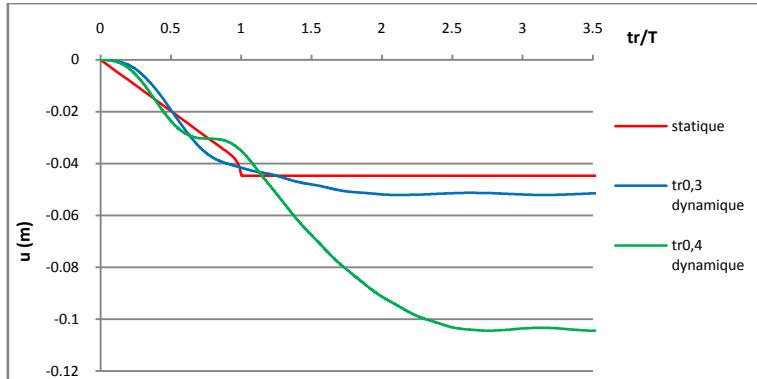


Fig. II.50 : Réponse du système de masse m_1 sous $P = 245 \text{ kN}$, avec $t_r = 0,3$ et $0,4 \text{ sec}$ (soit $t_r/T \approx 1$ et $1,3$)

Sous $P = 250 \text{ kN}$, c'est-à-dire une force à peine au-dessus du palier plastique statique, on observe un peu le même genre d'évolution. Néanmoins, dans ce cas le mécanisme complet se forme toujours. De plus, il faudrait une mise en charge extrêmement lente pour pouvoir négliger les effets dynamiques. En effet, l'amplification est encore de 44% pour un rapport t_r/T de 400, et de 43% pour $t_r/T = 500$. D'ailleurs, elle est déjà de 49% pour $t_r/T = 40$. L'amplification dynamique diminue donc très lentement avec l'augmentation de t_r/T quand on a une charge à peu près égale à la charge plastique statique. On conserve un comportement de type 3 pour toutes ces valeurs de t_r/T .

Pour des charges plus grandes, qui dépassent suffisamment le palier plastique, la variation de l'amplification dynamique avec t_r/T présente une allure similaire à celle montrée ci-dessous pour $P = 270 \text{ kN}$. On note en outre d'autres circonstances dans lesquelles l'augmentation de t_r/T n'est pas liée à une réduction de u_{max} , pour des valeurs de ce rapport relativement grandes. Cela a cependant peu d'importance ici, puisque cela se produit lorsque le comportement est de type 4 ou à la limite entre les types 3 et 4, cas pour lesquels l'amplification dynamique est de toute façon faible.

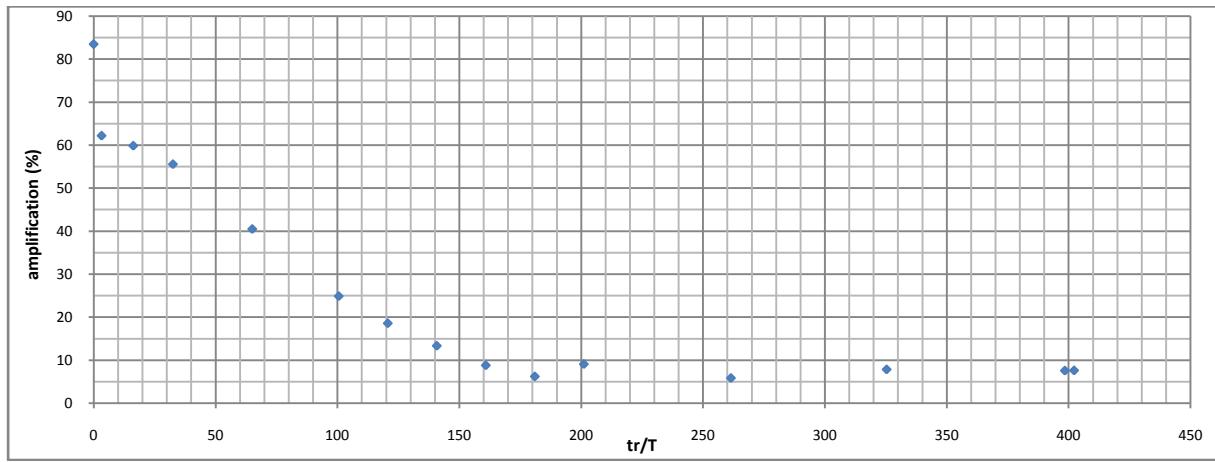


Fig. II.51 : Amplification dynamique en fonction du rapport t_r/T pour $P = 270 \text{ kN}$

Tout d'abord, lorsque le comportement est de type 4, les oscillations finales de la flèche se font autour d'une valeur moyenne proche de $u_{stat}(P)$, qui ne diminue pas nécessairement toujours quand t_r/T augmente. En effet, bien que le déplacement correspondant à la première stabilisation (« palier ») soit, lui, toujours plus faible si t_r/T est plus grand, la stabilisation finale après que le système se fut remis à osciller plus ou moins longtemps autour de la courbe statique se fait au niveau correspondant à la première annulation de la vitesse après la stabilisation de P , c'est-à-dire à la « fin »

de l'oscillation en cours lorsque P devient constante. Un exemple d'une telle situation est présenté sur chacun des graphiques de la figure 52 ci-dessous. On y voit sur le premier que, pour une charge de 400 kN, l'amplification dynamique associée à un rapport t_r/T de 48,8 est plus faible que celle correspondant à $t_r/T = 55,3$. Sur le second, on compare l'amplification dynamique associée à des rapports t_r/T respectivement de 15,9 et 20,1 pour $P = 500 \text{ kN}$. Dans ce dernier cas, la réponse correspondant à $t_r/T = 15,9$ est en fait à l'intermédiaire entre les types 3 et 4. Peuvent également exister des cas où le comportement est de type 3, mais est tel que la stabilisation se fait pour une flèche à peine supérieure au déplacement statique associé à P . L'amplification dynamique peut alors être un peu plus faible que celle obtenue pour des comportements de type 4 associés à des rapports t_r/T un peu plus grands (cf. fig. 53).

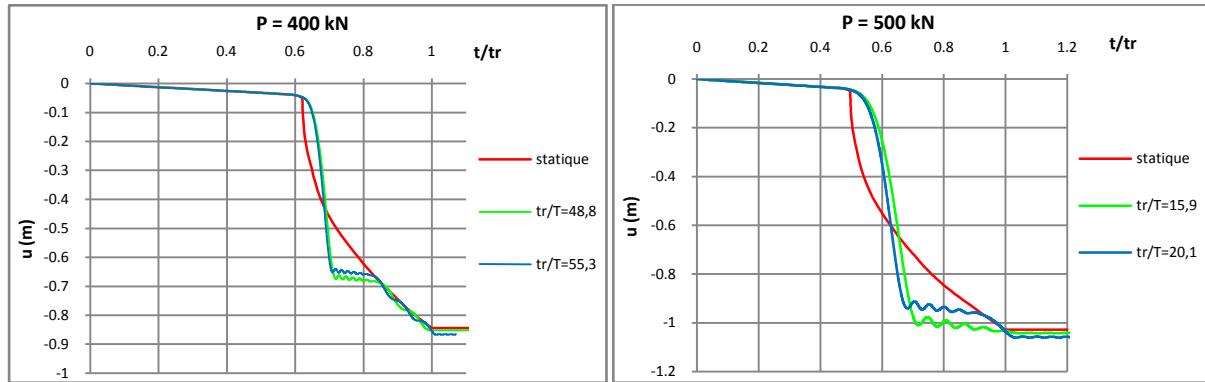


Fig. II.52 : Exemples de situations dans lesquelles une augmentation de t_r/T est liée à un accroissement de u_{max}

Bien que l'amplification dynamique soit normalement faible lorsque l'on a un comportement de type 4, il y a une exception à cela. En effet, si la charge P est peu supérieure à P_{pl} , l'amplification reste non négligeable même lorsque l'on atteint un comportement de type 4. Ainsi, pour une force de 260 kN, on conserve une amplification de l'ordre de 15 à 20% même pour des temps de montée très longs vis-à-vis de la période propre du système. On a par exemple toujours une amplification de 17% pour $t_r/T \approx 400$ et de 14% pour $t_r/T \approx 500$. Le graphique ci-dessous en témoigne. Il montre également que l'amplification associée à $t_r/T = 325$ est plus faible que celle associée à $t_r/T = 488$; et ce bien que l'on ait un comportement de type 3 dans le premier cas et de type 4 dans le second, phénomène évoqué plus haut.

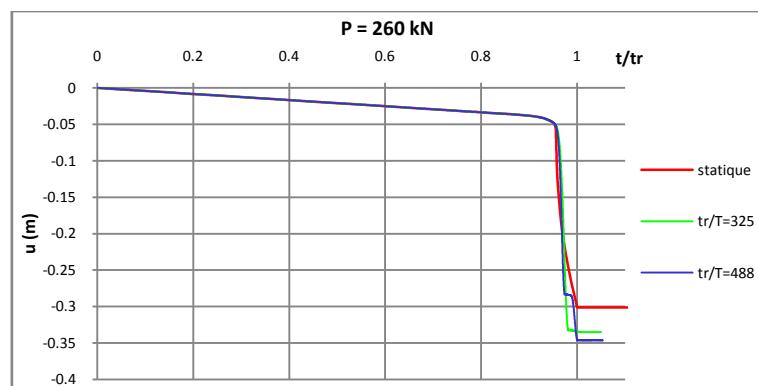


Fig. II.53 : Réponse du système sous $P = 260 \text{ kN}$, avec $t_r/T \approx 325$ et 488

Pour des charges plus élevées, comme on l'a déjà remarqué, la courbe $(P, u_{dyn,max})$ rejoint la courbe statique pour des valeurs de t_r/T d'autant plus faibles que P est grande. Le graphe ci-dessous donne la valeur minimale que doit avoir le rapport t_r/T pour que l'amplification dynamique soit inférieure à 10%, pour différentes valeurs de la charge P (pour $P \geq 265 \text{ kN}$).

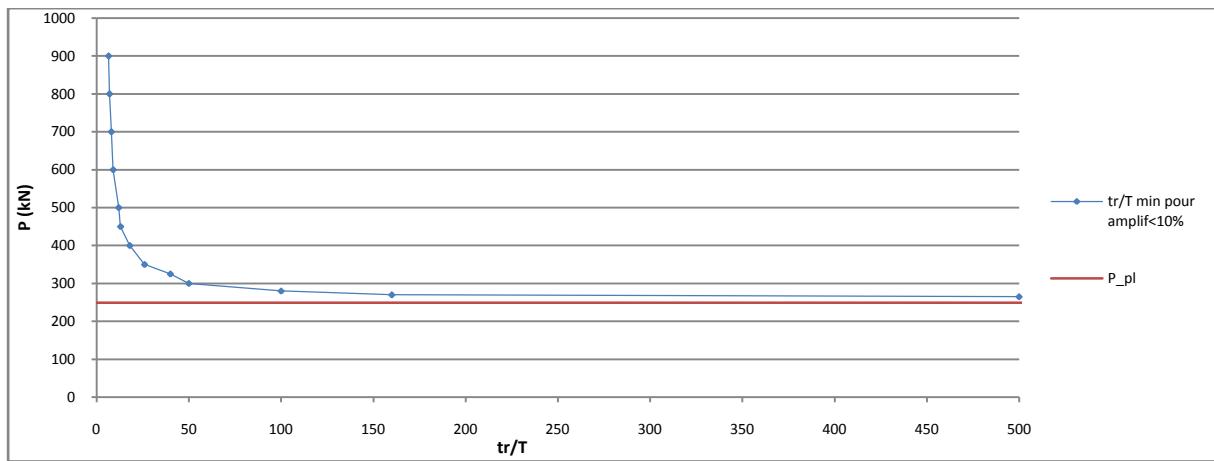


Fig. II.54 : Valeur minimale du rapport t_r/T pour que l'amplification soit inférieure à 10%, en fonction de P

6. CONCLUSION

Ce deuxième chapitre était destiné à l'étude du comportement dynamique d'une sous-structure lors de l'application plus ou moins rapide d'une force concentrée P en son milieu. L'analyse de la réponse du système dans cette situation de chargement simplifiée permit de cerner divers aspects de son comportement dynamique ainsi que l'influence individuelle de différents paramètres. De nombreuses observations réalisées ici pourront être étendues au cas de chargement simulant de façon plus réaliste la perte du support central, ce qui sera confirmé au chapitre suivant.

Dans un premier temps, la courbe statique (P, u) traduisant l'évolution de la flèche de la sous-structure en fonction de la force appliquée fut établie. On put alors appliquer la méthode développée à l'*Imperial College* permettant de déterminer la flèche maximale atteinte suite à l'application instantanée de la force P , à partir uniquement de la connaissance de la courbe statique. La validité de cette approche fut vérifiée par la réalisation d'analyses dynamiques non-linéaires.

Ensuite, l'on s'intéressa à l'étude de la réponse du système en fonction du chargement considéré, caractérisé par la durée de la croissance linéaire de la force $P(t)$ avant l'atteinte de sa valeur finale et la grandeur P de cette dernière. Différents types de comportements furent mis en évidence et analysés non seulement en termes de déplacement maximal, mais aussi de l'évolution temporelle à la fois de la flèche, des efforts internes et de la plastification. L'influence de la masse et de l'amortissement du système fut également discutée.

Finalement, l'importance des effets dynamiques fut abordée plus en détail. Le rôle capital du rapport t_r/T fut d'abord mis en évidence, en démontrant que la réponse d'une sous-structure non amortie donnée est entièrement dictée par le couple de paramètres t_r/T et P . La manière dont varie l'amplification dynamique en fonction de ces deux grandeurs fut enfin décrite.

**III. Réponse d'une sous-structure sollicitée par
une charge répartie lors de la suppression de
l'appui central**

1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, le système étudié est toujours le même que précédemment ; mais la situation de chargement diffère. Alors que l'on considérait jusqu'alors la sous-structure sollicitée par une force concentrée unique appliquée en son centre, on va désormais envisager une situation plus proche de la réalité. Ainsi, le système sera, à l'état initial, sollicité par une charge répartie p ainsi qu'à une force verticale N_0 appliquée vers le haut au milieu, traduisant la présence de l'appui central. Cette force vaudra, en l'occurrence, $N_0 = p.l$. Ensuite, la diminution de la réaction d'appui sera simulée par l'introduction d'une force concentrée P agissant vers le bas, à l'emplacement de celui-ci. La suppression totale du support en question correspondra à l'atteinte de $P = N_0$.

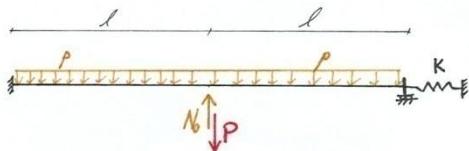


Fig. III.1 : Système et situation de chargement considérés

Dans un premier temps, la réponse statique du système sera étudiée pour différentes valeurs de la charge répartie p , et comparée au comportement de la sous-structure lorsque l'on y applique seulement une force concentrée P au centre. On s'intéressera ensuite au comportement dynamique du système, à commencer par sa réponse suite à la perte instantanée de l'appui central. Ensuite, une suppression progressive du support sera envisagée, et l'influence du temps nécessaire à l'annulation complète de la réaction d'appui sera mise en évidence. Les résultats obtenus seront enfin comparés à ceux correspondant à l'application d'une force P unique sur la sous-structure.

2. COMPORTEMENT STATIQUE

2.1. Courbes statiques

Pour établir numériquement la courbe statique associée à une situation de chargement telle que celle décrite dans l'introduction, on commence par définir une première séquence de chargement correspondant à l'application de la charge répartie p et de la réaction centrale N_0 . On simule ainsi la situation initiale où les poutres sont chargées et l'appui intermédiaire pas encore retiré. Ensuite, on applique une force gravitaire P croissante au niveau de l'appui, ce qui permet d'établir la courbe statique reliant la flèche u au centre du système à cette force P y agissant. Le point de cette courbe associé à $P = N_0 = p.l$ donne le déplacement correspondant au retrait statique de l'appui. Différentes valeurs de la charge répartie p sont considérées (20, 30, 40, 50 et 70 kN/m). Les courbes obtenues sont représentées au graphique ci-dessous et comparées à la courbe associée à l'application d'une force P unique à partir d'une situation initiale non chargée (cas envisagé au chapitre II : $p = 0 \text{ kN/m}$).

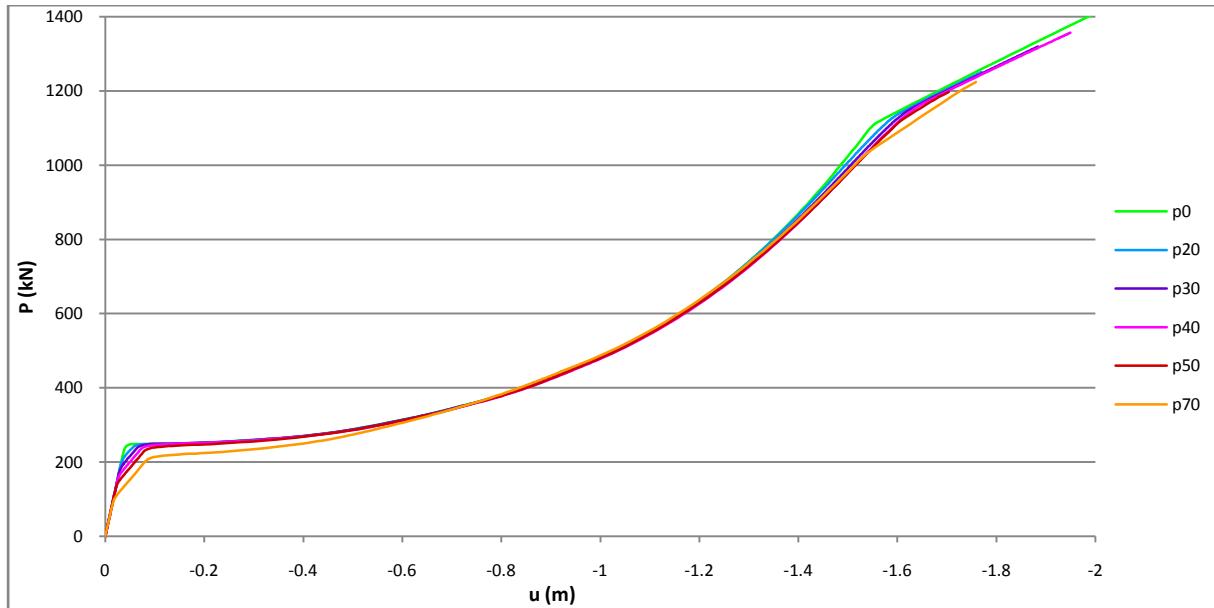


Fig. III.2 : Comparaison des courbes statiques pour différentes valeurs de p (kN/m)

Le fait d'avoir une charge répartie implique une situation de départ dans laquelle les efforts internes sont non nuls. Il en résulte que les rotules plastiques nécessaires à la formation d'un mécanisme ne se forment plus toutes en même temps, comme c'était le cas lorsque l'on considérait simplement une charge P appliquée seule au centre du système. La partie de la courbe avant la formation du mécanisme plastique n'est donc plus constituée simplement d'une droite. On observe une première partie linéaire tant que le système est parfaitement élastique (durant laquelle toutes les courbes sont confondues), puis un changement de pente lorsque les deux rotules d'extrémités se forment, suivis de la formation du mécanisme caractérisée par un palier plastique. Avec l'augmentation de la flèche, un effort de traction de second ordre se développe alors progressivement dans les poutres, ce qui a pour effet d'accroître la raideur du système. Dans cette seconde partie du comportement, les courbes se superposent, quelle que soit la valeur de p . Vers la fin, lorsque l'effort de traction approche N_{pl} , on voit que les différentes courbes s'écartent légèrement. A terme, on atteint une plastification complète des poutres en traction.

2.2. Evolution des efforts internes et de la plastification

La situation initiale est caractérisée par le diagramme de moment suivant :

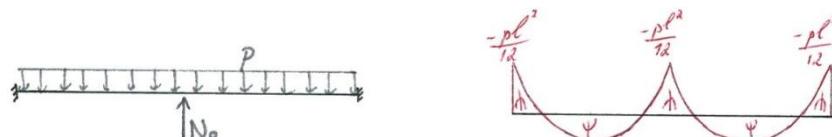


Fig. III.3 : Situation initiale

On applique ensuite une charge concentrée P vers le bas au centre. Elle a pour effet de réduire les moments d'extrémité (en valeur algébrique, soit les augmenter en valeur absolue), et d'accroître le moment central (en valeur algébrique toujours). Dans un premier temps, le comportement du système est élastique linéaire et le moment aux extrémités vaut :

$$M_{extr,1} = -\frac{p \cdot l^2}{12} - \frac{P \cdot (2 \cdot l)}{8}$$

Les rotules s'y forment donc quand :

$$M_{extr,1} = -\frac{p \cdot l^2}{12} - \frac{P \cdot l}{4} = -M_{pl}$$

D'où :

$$P_1 = \frac{4}{l} \cdot \left(M_{pl} - \frac{p \cdot l^2}{12} \right)$$

ce qu'on peut aisément vérifier sur le graphique de la figure 2 pour les différentes valeurs de p.

Ensuite, les moments d'extrémités restent constants, à la valeur de $-M_{pl}$, et les moments en travée continuent à croître. Avant qu'une rotule suivante se forme, le moment au centre est alors donné par :

$$M_{centre,2} = -M_{pl} + \frac{p \cdot (2 \cdot l)^2}{8} + \frac{P \cdot (2 \cdot l)}{4} - \frac{N_0 \cdot (2 \cdot l)}{4} = -M_{pl} + \frac{P \cdot l}{2}$$

puisque $N_0 = p \cdot l$.

En ce qui concerne la formation du mécanisme plastique, on remarque deux comportements différents. Pour des charges p suffisamment faibles, on observe une troisième rotule se former au centre du système pour une charge P_{pl} identique à celle obtenue lorsque $p = 0 \text{ kN/m}$. En effet, le moment au centre atteint dans ce cas la valeur de M_{pl} quand :

$$\begin{aligned} M_{centre,2} &= -M_{pl} + \frac{P \cdot l}{2} = M_{pl} \\ \Rightarrow P_{pl} &= \frac{4 \cdot M_{pl}}{l} \end{aligned}$$

On peut également le démontrer à l'aide de la théorie de la plasticité, si le mécanisme plastique à trois rotules se forme :

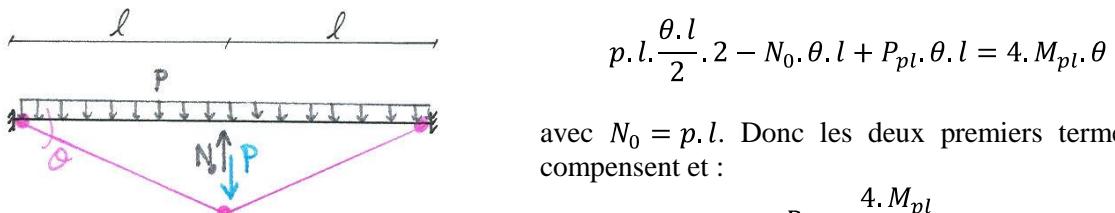


Fig. III.4 : Mécanisme plastique à trois rotules

Par contre, pour des charges réparties p plus grandes, on remarque que le mécanisme plastique se produit pour une force P_{pl} plus faible. La raison en est la suivante. Avant que P atteigne la valeur de N_0 , la résultante de N_0 et P agit vers le haut, ce qui a pour conséquence un diagramme de moment n'ayant pas un maximum positif au centre du système (à la jonction des deux poutres) mais deux maxima décalés de part et d'autre. Ces maxima se rapprochent du centre au fur et à mesure que P augmente, et se rejoignent au milieu quand $P = N_0$ en valeur absolue. Si la charge répartie est faible, il ne se produit aucune plastification en travée avant que P atteigne $N_0 = p \cdot l$. Par la suite, le maximum de moment positif est dès lors situé au centre, où se produira donc la rotule suivante. A l'inverse, pour des charges réparties plus élevées, les deux maxima distincts de moment positif atteignent la valeur de M_{pl} pour une charge P inférieure à N_0 . Il n'y correspond donc pas cette fois un mécanisme à trois rotules, mais à quatre, associé à une charge plastique $P_{pl} < 4 \cdot M_{pl}/l$.

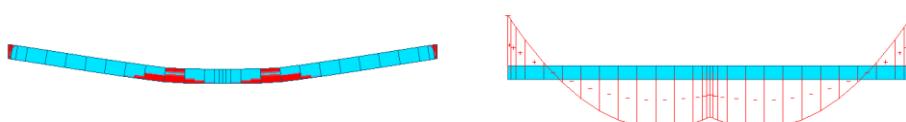


Fig. III.5 : Mécanisme plastique à quatre rotules (cas $p = 70 \text{ kN/m}$)

On peut facilement établir la valeur de la charge répartie p constituant la limite entre ces deux comportements. En effet, pour avoir un mécanisme à trois rotules et $P_{pl} = 4 \cdot M_{pl}/l$, il faut et il suffit que la charge P atteigne la valeur de $N_0 = p \cdot l$ avant qu'une rotule ne se forme en travée. Ce sera le cas si et seulement si :

$$\frac{4 \cdot M_{pl}}{l} > p \cdot l$$

C'est-à-dire si :

$$p < \frac{4 \cdot M_{pl}}{l^2}$$

En cas contraire, la charge plastique sera inférieure à celle associée à un mécanisme à trois rotules.

Lors de la formation du mécanisme, la flèche augmente rapidement. De la traction se développe alors dans les poutres et provoque une extension progressive de la plastification au départ des rotules initiales. Contrairement au cas d'une charge concentrée unique, le fait d'avoir une charge répartie implique un effort de traction non constant le long des poutres. Il est en effet un peu plus faible au centre qu'aux extrémités puisque la charge répartie verticale p possède une composante parallèle à l'axe de la poutre la supportant, qui se fait sentir dès que la flèche devient significative. Les moments de flexion maximaux diminuent quant à eux de manière à respecter l'interaction plastique $M-N$ lorsque l'effort normal augmente. Le moment positif est à peu près constant sur l'étendue de la zone plastifiée en travée, comme on le voit à la figure ci-dessous. A terme, les poutres plastifient en traction et les moments de flexion sont quasiment nuls.

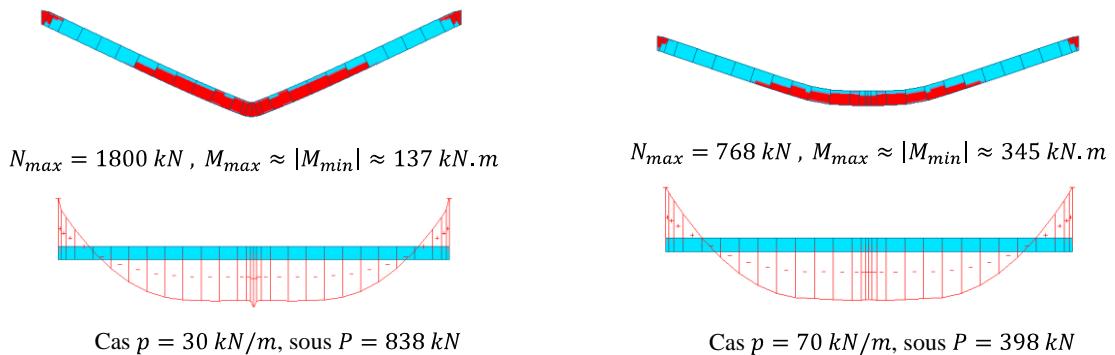


Fig. III.6 : Extension de la plastification

3. COMPORTEMENT DYNAMIQUE

3.1. Introduction

Dans cette section, le comportement dynamique de la sous-structure va être examiné. La situation initiale est toujours la même que précédemment, avec une charge répartie p appliquée sur les poutres et une force verticale vers le haut, $N_0 = p \cdot l$, équivalant à la réaction de l'appui central. A partir de cette situation, une force gravitaire $P = N_0$ va être appliquée, plus ou moins rapidement selon les cas, et la réponse dynamique de la sous-structure étudiée. Cette force P croîtra linéairement au cours du temps pendant une durée t_r , au terme de laquelle elle atteindra sa valeur finale $P = N_0$, qui demeurera dès lors constante, état correspondant à l'annulation complète de la réaction d'appui initialement présente.

Contrairement au système soumis à une unique force concentrée P , étudié au chapitre II, pour lequel on pouvait envisager n'importe quelle valeur de P et donc tracer des courbes (P, u_{max}) pour diverses valeurs de t_r ; ici, à chaque système sollicité par une charge répartie p donnée (et donc une réaction d'appui $N_0 = p \cdot l$) correspond une seule force P ayant une signification réelle : $P = N_0 = p \cdot l$. Les niveaux de charge envisagés dans la suite seront les suivants :

- $p = 20 \text{ kN/m}$, à laquelle correspond $N_0 = 130 \text{ kN}$
- $p = 30 \text{ kN/m}$ ($N_0 = 195 \text{ kN}$)
- $p = 40 \text{ kN/m}$ ($N_0 = 260 \text{ kN}$)
- $p = 50 \text{ kN/m}$ ($N_0 = 325 \text{ kN}$)
- $p = 70 \text{ kN/m}$ ($N_0 = 455 \text{ kN}$)

Pour les analyses dynamiques, il conviendra de définir la masse et l'amortissement de la structure. Le système sera non amorti tandis que sa masse équivaudra à la charge répartie p , ce qui signifie qu'elle sera égale à $m = p/9,81 \text{ kg/m}$, la charge p étant exprimée en N/m. Il est à noter que la valeur de la masse répartie n'a pas en elle-même une importance capitale mais seulement par le fait qu'elle détermine la période propre T de la structure (correspondant au premier mode propre en domaine élastique). En effet, on a pu montrer que, comme dans le cas où la structure était soumise uniquement à une force P , c'est le rapport t_r/T qui dicte la réponse temporelle de la structure et le déplacement dynamique maximal atteint. Ainsi, pour autant que l'on ait défini la période propre associée à la masse choisie et que l'on étudie le comportement en exprimant la vitesse de mise en charge par le rapport t_r/T et l'évolution temporelle de la réponse en fonction du temps adimensionnel t/t_r (ou t/T), la masse que l'on attribue aux poutres peut être quelconque.

Dans un premier temps, on s'intéressera au déplacement dynamique maximal du système sous un chargement instantané, de manière à vérifier la validité de la méthode énergétique proposée par Vlassis. Ensuite, on étudiera la réponse temporelle de la sous-structure sous différents niveaux de charge et pour diverses valeurs du temps de montée t_r . On examinera d'abord l'évolution de la flèche au cours du temps et le déplacement maximal atteint avant de s'inquiéter de l'évolution des efforts internes et de la plastification. On pourra ainsi comparer les résultats obtenus aux observations déjà réalisées sous une force concentrée agissant seule.

3.2. Chargement instantané

3.2.1. Courbes pseudo-statiques

La méthode de Vlassis n'est pas tout à fait applicable telle quelle ici, puisque l'on ne se place pas dans une situation de chargement similaire. En effet, Vlassis considère la structure endommagée, c'est-à-dire dont l'élément en situation de ruine a été supprimé, et lui applique instantanément la charge qu'elle est supposée supporter. Il admet que la réponse de la structure dans cette situation de chargement, et en particulier le déplacement dynamique maximal atteint, est une bonne approximation du comportement de la structure lors de la perte soudaine d'une colonne (ou de l'appui), essentiellement lorsqu'il en résulte de grands déplacements. Pour la sous-structure envisagée ici, cela reviendrait à retirer l'appui central puis à appliquer instantanément la charge répartie sur les poutres. Cette charge serait donc la seule à agir sur le système. La courbe statique la reliant au déplacement induit pourrait être établie, puis la courbe pseudo-statique déduite, permettant de déterminer la flèche maximale engendrée par l'application instantanée de la charge.

Mais, dans les cas étudiés ici, on représente par contre la perte d'un support de façon plus réaliste, en partant d'un état initial où la structure est chargée, puis en annulant la réaction reprise par l'appui central. Par conséquent, plusieurs charges agissent sur le système (et plus seulement la force P

comme c'était le cas au chapitre II, où on pouvait alors appliquer directement la méthode de Vlassis). Les forces p et N_0 sollicitent la sous-structure avant l'application instantanée de P , égale et opposée à N_0 , et demeurent constantes. Toutes ces charges fournissent un travail lors de la déformation du système ; et toutes apportent une contribution à l'énergie de déformation interne. Néanmoins, il n'est pas difficile d'étendre la méthode énergétique proposée par Vlassis au cas envisagé ici. En effet, il suffit d'écrire à nouveau que le travail des forces extérieures est intégralement transformé en énergie de déformation lors de l'atteinte de la flèche maximale.

Comme précédemment, on admet que l'énergie de déformation interne associée à l'atteinte d'un certain déplacement u est identique que ce déplacement soit atteint statiquement ou dynamiquement. C'est pourquoi l'énergie de déformation associée à la flèche dynamique maximale prise suite à l'application instantanée de P est estimée à partir du comportement statique. Or, l'énergie de déformation sous une mise en charge statique est égale au travail des forces extérieures ; et on la calculait donc précédemment par l'intégrale sous la courbe $u_{stat}(P)$, lorsque P était la seule charge agissant sur le système.

Ici, les charges p et N_0 fournissent un travail lors la déformation du système engendrée par l'application statique de P . Il faut donc prendre en compte leur contribution. Or, les charges p et N_0 , aussi bien pour le chargement statique que pour le chargement instantané, restent constantes tout au long de la déformation du système ($p(u) = \text{cste}$ et $N_0(u) = \text{cste}$). Ainsi, en admettant que les allures des déformées statique et dynamique soient similaires, le travail effectué respectivement par ces deux forces est semblable dans les situations de chargement dynamique et statique. Par contre, le travail de la charge P diffère bien entendu. Dans le cas statique, P augmente linéairement et la relation (P, u) présente l'allure donnée par la courbe statique $u_{stat}(P)$; par conséquent, le travail qu'elle fournit correspond à l'aire sous cette courbe jusqu'au déplacement considéré. Pour la mise en charge instantanée, $P(t)$ a une forme en marche d'escalier et est donc constante à partir de l'instant t_0 , soit durant toute la déformation du système, ce qui implique une relation $P(u) = \text{cste}$, d'où un travail égal à $P \cdot u_{max}$.

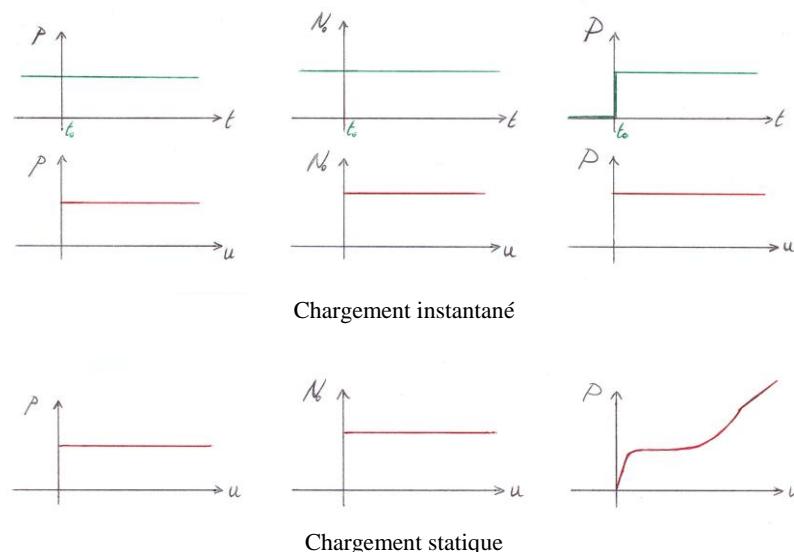


Fig. III.7 : Relations entre les forces agissant sur le système et la flèche de celui-ci, dans les situations de chargement instantané et statique

Finalement, en égalant l'énergie de déformation interne et le travail extérieur dans la situation de chargement instantané, les termes associés aux charges p et N_0 seront respectivement identiques dans les deux membres ; et l'équation se résumera à l'égalité du travail extérieur de la force P dans la situation dynamique et dans la situation statique, soit :

$$P \cdot u_{max} = \int_0^{u_{max}} P(u) du_s$$

On en revient donc à une expression rigoureusement identique à celle utilisée précédemment pour définir la courbe pseudo-statique.

Par conséquent, il est possible de tracer une courbe pseudo-statique de façon tout à fait semblable à ce qui a été fait précédemment. Il faut noter toutefois que la courbe statique permettant d'établir la courbe pseudo-statique diffère selon la valeur de la charge répartie p . Ainsi, une courbe pseudo-statique différente sera obtenue pour chaque niveau de chargement et seul le point correspondant à une force $P = N_0 = p \cdot l$ aura une signification dans chaque cas particulier. Des analyses dynamiques réalisées dans les situations de chargement associées aux différentes charges réparties précisées en 3.1 ont permis de valider la capacité de cette approche à fournir le déplacement dynamique maximal engendré par la suppression instantanée de la réaction d'appui N_0 . Cela apparaîtra clairement sur les graphiques du point 3.3 donnant la flèche maximale suite à l'application de $P = N_0$, en fonction de la durée t_r .

Il faut remarquer que, lorsque la force P est appliquée soudainement, le mécanisme plastique formé sera toujours à trois rotules et jamais quatre, même pour les charges réparties p les plus grandes. En effet, si la suppression de l'appui central est instantanée, alors le diagramme de moment possèdera dès le début un maximum positif au centre du système. C'est donc là que se formera la rotule en travée. De ce fait, la déformée du système n'évoluera pas de façon identique jusqu'à l'atteinte du déplacement u_{max} sous sollicitation statique et instantanée, et elle ne présentera pas une allure tout à fait similaire sous u_{max} . Malgré cela, l'approche pseudo-statique définie ci-dessus pour estimer le déplacement dynamique maximal est tout à fait acceptable. On a en effet pu montrer, par comparaison avec les résultats d'analyses dynamiques, qu'on obtenait ainsi une valeur très précise de la flèche maximale, l'erreur commise étant de l'ordre de 1 à 2% seulement.

3.2.2. Comparaison des déplacements maximaux sous « P » et « pNP »

En situation statique, Demonceau [5] avait déjà montré, dans le cas d'une sous-structure, que l'influence de la charge répartie était négligeable durant la phase 3 du comportement, associée au développement d'efforts membranaires de traction lorsque la flèche devient importante. Cette affirmation a d'ailleurs été confirmée par les graphiques de la figure 2 dans le cas du système étudié ici. Ainsi, pour des charges réparties telles que la réaction d'appui initiale $N_0 = p \cdot l$ est supérieure au palier plastique, la flèche induite par la perte statique de l'appui est identique au déplacement statique obtenu sous l'action d'une force concentrée P de grandeur N_0 agissant seule, à l'emplacement du support supprimé.

Afin de voir si cette observation peut être étendue lorsque la suppression de l'appui n'est plus quasi-statique mais instantanée, on va comparer les déplacements maximaux obtenus sous une charge instantanée dans le cas d'une force concentrée $P = N_0$ agissant seule au milieu du système (cas « P ») et dans le cas où l'on applique P à partir d'une situation initiale où les poutres sont chargées et la réaction d'appui N_0 appliquée (cas « pNP »). Ces déplacements sont donnés par les courbes pseudo-statiques établies respectivement sur base des courbes statiques sous « P » et « pNP », au point correspondant à $P = N_0$. En guise d'exemple, on représente ci-dessous les courbes statiques et pseudo-statiques associées aux situations de chargement « P » et « pNP » dans les cas d'une charge répartie $p = 40 \text{ kN/m}$ ($P = 260 \text{ kN}$) et $p = 70 \text{ kN/m}$ ($P = 455 \text{ kN}$) respectivement.

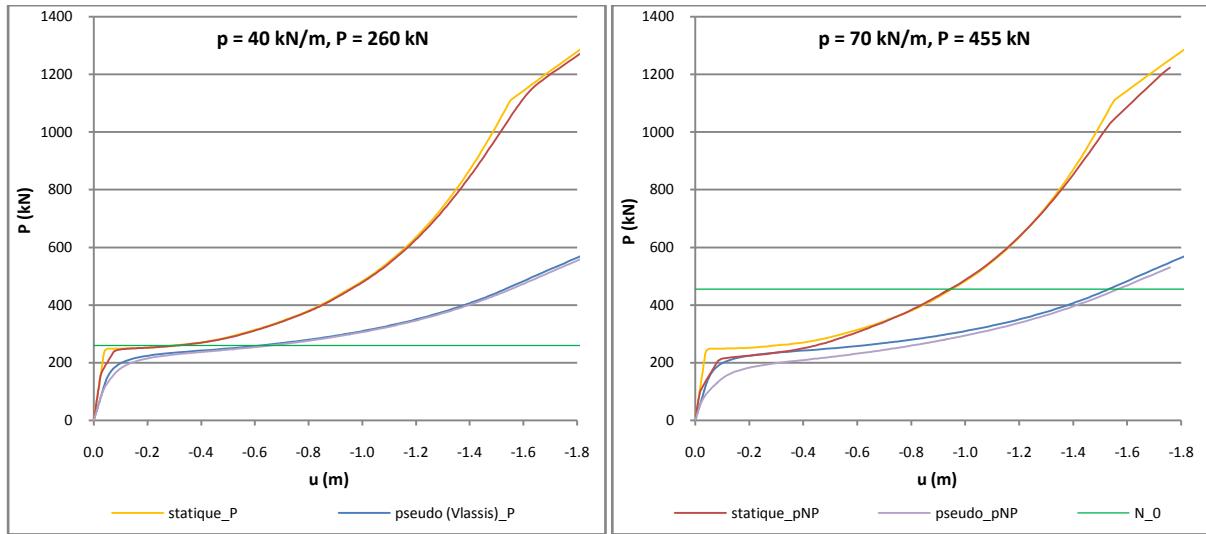


Fig. III.8 : Comparaison des situations « P » et « pNP » dans le cas d'une force P instantanée

Comme rappelé ci-dessus, les courbes statiques « P » et « pNP » se superposent au-delà du palier plastique. Ainsi, les points de chacune des courbes pseudo-statiques étant déterminés à partir de l'aire sous la courbe statique associée, jusqu'au déplacement u correspondant, il est logique que les courbes pseudo-statiques « P » et « pNP » s'écartent quand les courbes statiques en font de même. Cet écart se marque d'ailleurs d'autant plus que la charge répartie p est élevée. Lorsque les courbes statiques se rejoignent, les courbes pseudo-statiques ont tendance à se rapprocher. En effet, la différence d'aire sous les courbes statiques, liée à leur écart dans leur première partie, n'augmente plus, tandis que l'aire totale s'accroît. Par conséquent, la différence relative diminue progressivement quand u augmente, et les courbes pseudo-statiques finissent par être très proches l'une de l'autre. Leur écart devient faible pour des valeurs de la flèche d'autant plus grandes que l'écart entre les courbes statiques est important au début du chargement, et donc que p est élevée. Néanmoins, la force $P = N_0$ étant elle aussi plus grande dans un tel cas, on remarque que les courbes se sont tout de même suffisamment rapprochées avant leur intersection avec l'horizontale $P = N_0$ pour que la différence entre les déplacements donnés respectivement par les courbes « P » et « pNP » soit négligeable.

En effet, on note une différence de seulement 2% environ pour les charges réparties de 50 et 70 kN ($P = 325$ et 455 kN respectivement). Pour $p = 40$ kN/m ($P = 260$ kN), l'erreur est un peu plus grande, mais reste assez faible : de l'ordre de 6%. Cela semble donc confirmer l'hypothèse selon laquelle il est acceptable de considérer une force concentrée unique de grandeur N_0 appliquée instantanément sur la sous-structure endommagée, au lieu de partir d'un état initial chargé puis d'annuler instantanément la réaction d'appui, si la force P est supérieure à celle correspondant au palier plastique en statique. Par contre, pour une charge répartie p de 30 kN, à laquelle correspond une réaction $N_0 = P = 195$ kN (inférieure au palier plastique en statique), on observe une différence plus importante, atteignant près de 20%. Pour $p = 20$ kN/m ($P = 130$ kN), la différence est de près de 5%. Les courbes pseudo-statiques « P » et « pNP » s'écartent peu dans ce dernier cas puisque p est faible. De plus, $P = 130$ kN correspond au niveau où les courbes commencent à peine à s'éloigner l'une de l'autre.

3.3. Déplacement maximal et évolution temporelle de la flèche en fonction de t_r

On va dans cette section analyser le comportement du système en termes de flèche lors de la suppression de l'appui central, reprenant initialement un effort N_0 . Cette situation sera simulée en appliquant une force P en sens inverse au même endroit. Celle-ci augmentera linéairement depuis zéro

jusqu'à sa valeur finale $P = N_0$, atteinte après une durée t_r , qui correspond à l'annulation complète de la réaction d'appui centrale. Différents temps de montée t_r seront considérés de manière à mettre en évidence l'influence de ce paramètre. Plus précisément, comme dans le cas où seule une force concentrée P était appliquée, c'est en fait le rapport t_r/T qu'il convient plutôt de prendre en compte. En effet, si l'on modifie la masse du système, sa période propre T change, mais la réponse du système reste semblable si l'on adapte le temps de montée t_r de façon à conserver le même rapport t_r/T et que l'on trace l'évolution de la flèche en fonction du temps adimensionnel t/t_r (ou t/T).

3.3.1. $p = 20 \text{ kN/m}$

A une charge répartie de 20 kN/m correspond une réaction d'appui initiale au milieu de $N_0 = p \cdot l = 130 \text{ kN}$. Si l'on attribue aux poutres une masse répartie de $m = 20000/9,81 \text{ kg/m}$, la période propre du système pour le premier mode, en domaine élastique, vaut $T = 0,255 \text{ sec}$ (soit une fréquence propre de $3,92 \text{ Hz}$). Le déplacement maximal obtenu pour différents temps de montée t_r ainsi que l'évolution temporelle de la flèche y correspondant sont représentés aux graphiques des figures 9 et 10 ci-dessous.

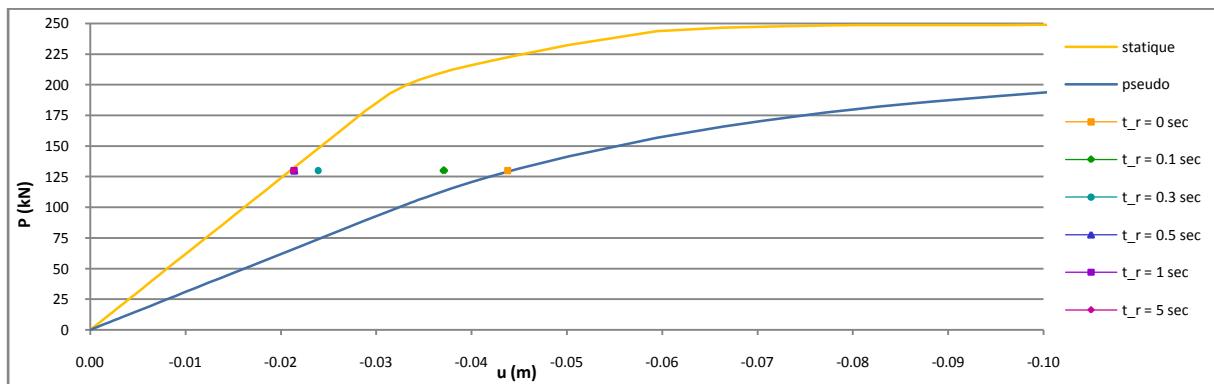


Fig. III.9 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 20 \text{ kN/m} - P = 130 \text{ kN}$)

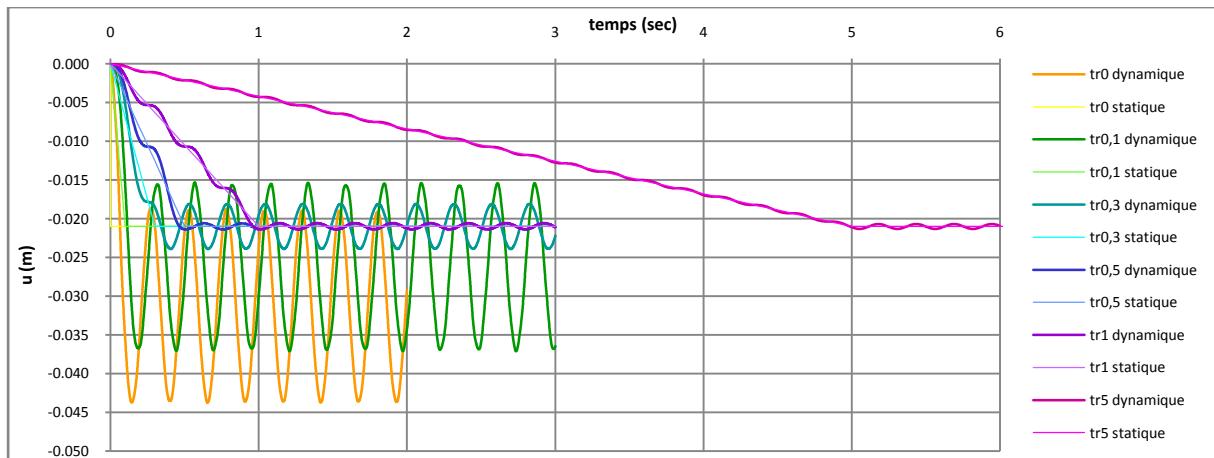


Fig. III.10 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 20 \text{ kN/m} - P = 130 \text{ kN}$)

Si l'on considérait l'application statique de la force $P = N_0$, le système ne subirait aucune plastification dans le cas considéré ici ($p = 20 \text{ kN/m}$). Mais, $P = 130 \text{ kN}$ étant supérieure à la moitié de la force provoquant le début de la plastification en statique, le système ne reste pas en domaine parfaitement élastique sous l'action d'une charge instantanée ($t_r = 0 \text{ sec}$). Ainsi, pour les deux mises en charge les plus rapides envisagées ici, c'est-à-dire $t_r = 0 \text{ sec}$ et $t_r = 0,1 \text{ sec}$, le système plastifie et oscille à terme autour d'une valeur de la flèche supérieure au déplacement statique. L'amplification

dynamique est supérieure à 100% pour la perte instantanée de l'appui (109%). Pour les mises en charges plus lentes, on observe des oscillations de la courbe dynamique autour de la droite statique au début du chargement, puisque $t_r > T$, puis la poursuite de ces oscillations autour du déplacement statique lorsque $P(t)$ devient constante. Aucune plastification ne se produit. Toutes ces réponses sont tout à fait similaires à celles rencontrées sous une charge concentrée agissant seule.

3.3.2. $p = 30 \text{ kN/m}$

Sous $p = 30 \text{ kN/m}$ et la masse m associée, on a $N_0 = 195 \text{ kN} = P$ et $T = 0,312 \text{ sec}$. L'influence du temps nécessaire à l'annulation complète de la réaction d'appui, t_r , sur le déplacement dynamique maximal et l'évolution temporelle de la flèche, est présentée aux figures suivantes.

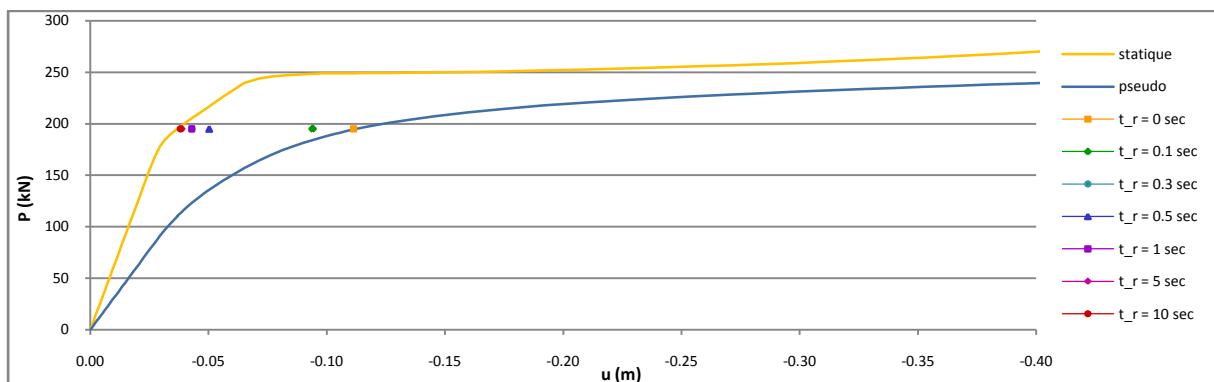


Fig. III.11 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 30 \text{ kN/m}$ - $P = 195 \text{ kN}$)

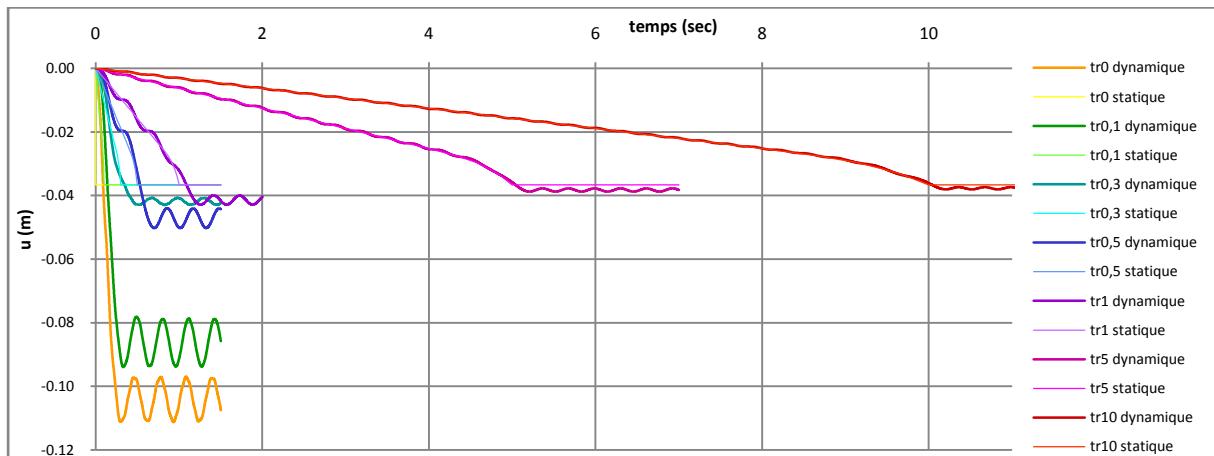


Fig. III.12 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 30 \text{ kN/m}$ - $P = 195 \text{ kN}$)

Sous ce niveau de charge appliqué statiquement, on observe un début de plastification, sans toutefois que le mécanisme plastique soit complètement formé. C'est pourquoi la courbe représentant le déplacement statique s'incurve avant que P devienne constante, mais sans aller jusqu'au palier plastique. Une situation semblable pouvait être rencontrée sous P seule si cette dernière était comprise entre la fin de la droite élastique et le début du palier plastique (par exemple $P = 245 \text{ kN}$). L'évolution temporelle de la flèche était d'ailleurs tout à fait similaire dans de tels cas.

Pour des temps de montée très courts ($t_r = 0$ et $0,1 \text{ sec}$), les effets d'amplification dynamique sont suffisants pour engendrer la formation complète du mécanisme plastique. On observe en effet un déplacement maximal correspondant au début du palier plastique de la courbe statique. Pour les mises en charge plus lentes, seules les rotules d'extrémité se forment (comme c'est d'ailleurs le cas en

statique). Dans tous les cas, des déformations plastiques se produisent, ce qui implique que les oscillations à termes se font autour d'une valeur de la flèche supérieure au déplacement statique. L'amplification devient toutefois très faible pour des temps de montée t_r assez longs.

On note également que le déplacement maximal atteint pour $t_r = 0,3 \text{ sec}$ est plus faible que celui associé à $t_r = 0,5 \text{ sec}$, malgré la mise en charge plus rapide. Cela est dû au fait que $t_r = 0,3 \text{ sec}$ est proche d'un multiple de T (1 en l'occurrence). On avait déjà observé exactement ce même phénomène sous une charge concentrée unique $P = 245 \text{ kN}$, en comparant l'évolution du déplacement du système de masse m_1 pour $t_r = 0,3$ et $0,4 \text{ sec}$ (cf. fig. II.50).

3.3.3. $p = 40 \text{ kN/m}$

Il correspond à ce niveau de charge une réaction à l'appui central avant sa suppression de $N_0 = 260 \text{ kN}$. Pour le système d'une masse équivalant à cette force répartie, $T = 0,360 \text{ sec}$. On montre ci-dessous l'influence de t_r grâce aux mêmes types de graphes que précédemment.

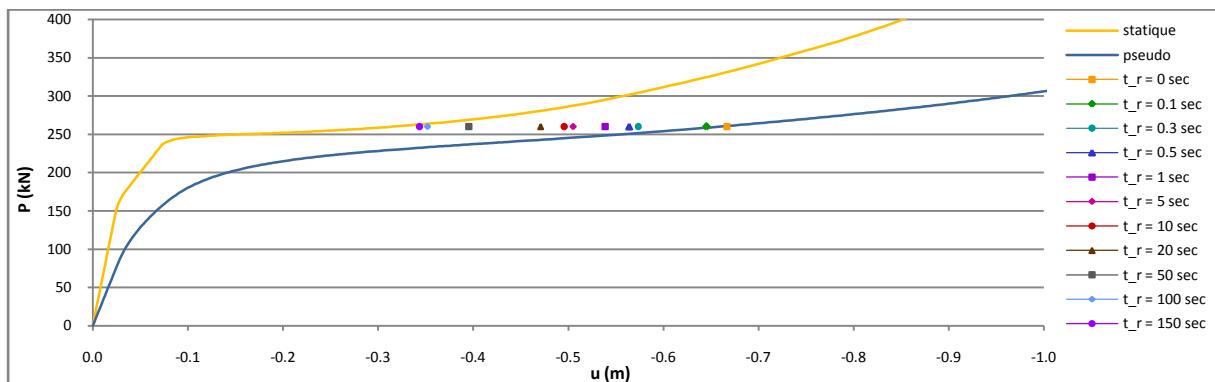


Fig. III.13 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 40 \text{ kN/m} - P = 260 \text{ kN}$)

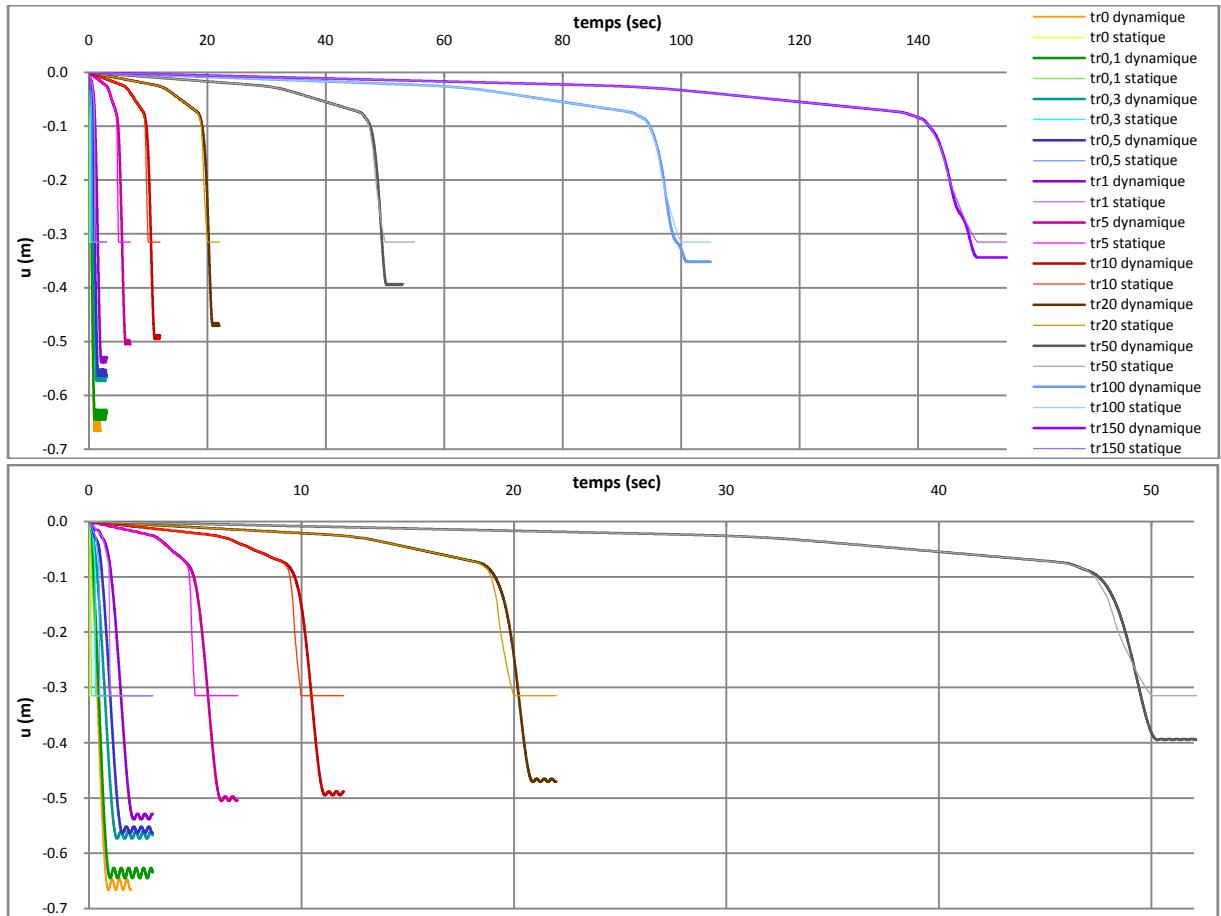


Fig. III.14 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 50\text{kN/m}$ - $P = 260 \text{ kN}$)

On observe à nouveau des réponses similaires à celles obtenues sous une force concentrée $P = 260 \text{ kN}$ agissant seule sur le système. En particulier, cette force étant peu supérieure à celle associée au palier plastique statique, une mise en charge très lente est nécessaire pour que l'amplification dynamique devienne assez faible. On note également un autre point commun : on conserve une amplification dynamique relativement grande lorsque l'on passe à un comportement de type 4 (comparativement aux cas de charges P plus grandes) ; on a en effet une amplification de 12% pour $t_r = 100 \text{ sec}$.

3.3.4. $p = 50 \text{ kN/m}$

On a dans la situation envisagée ici $N_0 = 325 \text{ kN}$ et $T = 0,403 \text{ sec}$. L'influence de t_r peut s'observer ci-dessous.

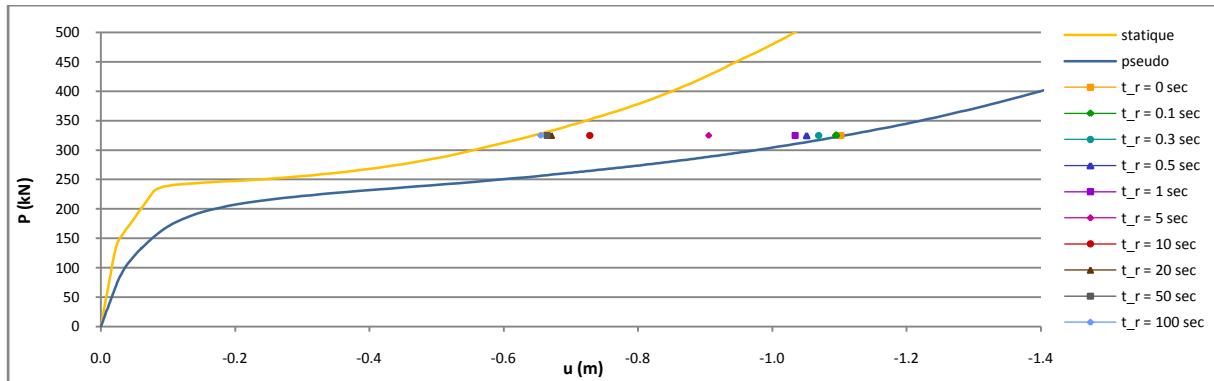


Fig. III.15 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 50\text{kN/m}$ - $P = 325\text{kN}$)

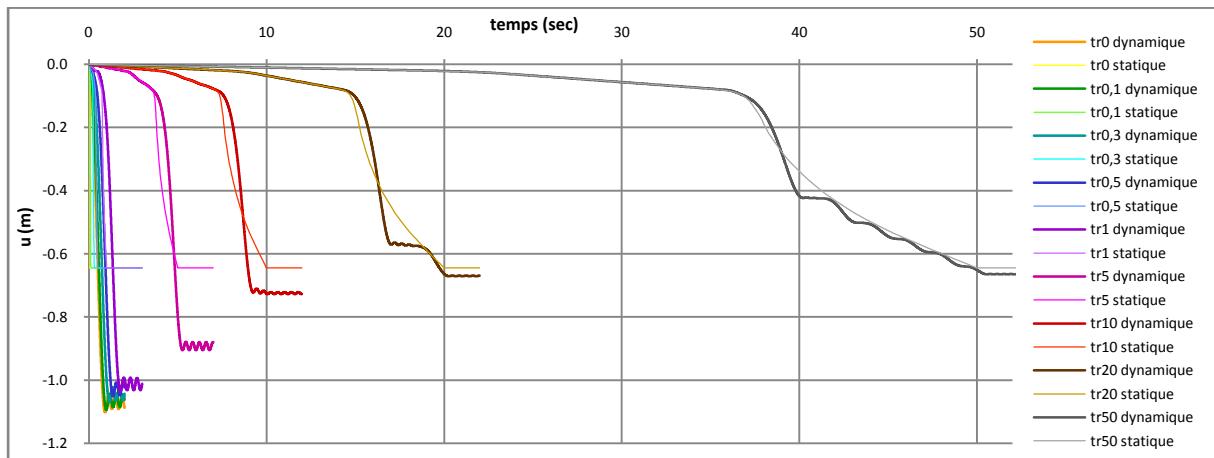


Fig. III.16 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 50\text{kN/m}$ - $P = 325\text{kN}$)

Ici encore, le comportement est qualitativement identique à celui rencontré suite à l’application d’une charge concentrée unique au centre du système, si ce n’est le développement plus progressif de la plastification. Cela se traduit dans la courbe statique par un changement de pente associé à la formation des deux premières rotules, aux extrémités, avant la formation complète du mécanisme lorsque l’on atteint la plastification en travée. Cela mis à part, les réponses présentent la même allure et l’on passe d’un comportement de type 3 à un comportement de type 4 lorsque t_r devient suffisant.

3.3.5. $p = 70\text{kN/m}$

On a ici $N_0 = 455\text{kN}$ et $T = 0,477\text{sec}$. On peut à nouveau tirer des graphes qui suivent les mêmes conclusions que précédemment quant à l’influence du temps de montée t_r et la comparaison des comportements associés respectivement aux cas « P » et « pNP ».

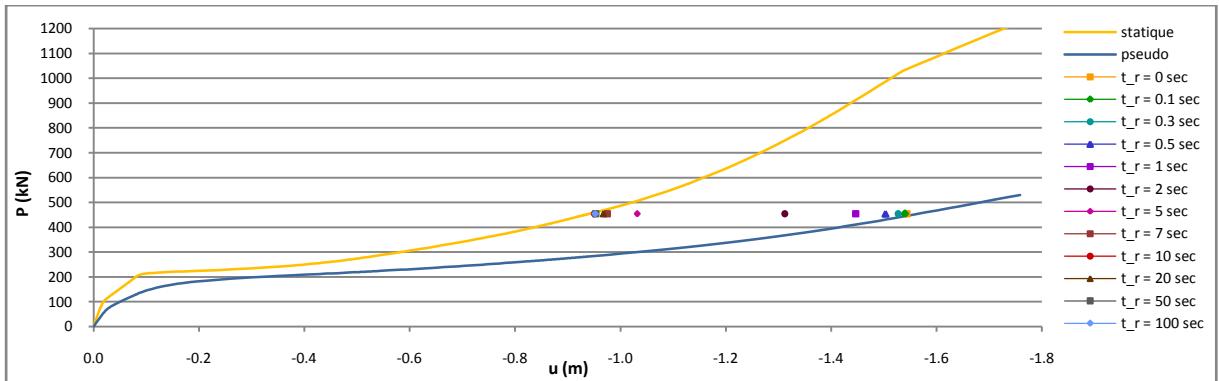


Fig. III.17 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 70\text{kN/m}$ - $P = 455\text{kN}$)

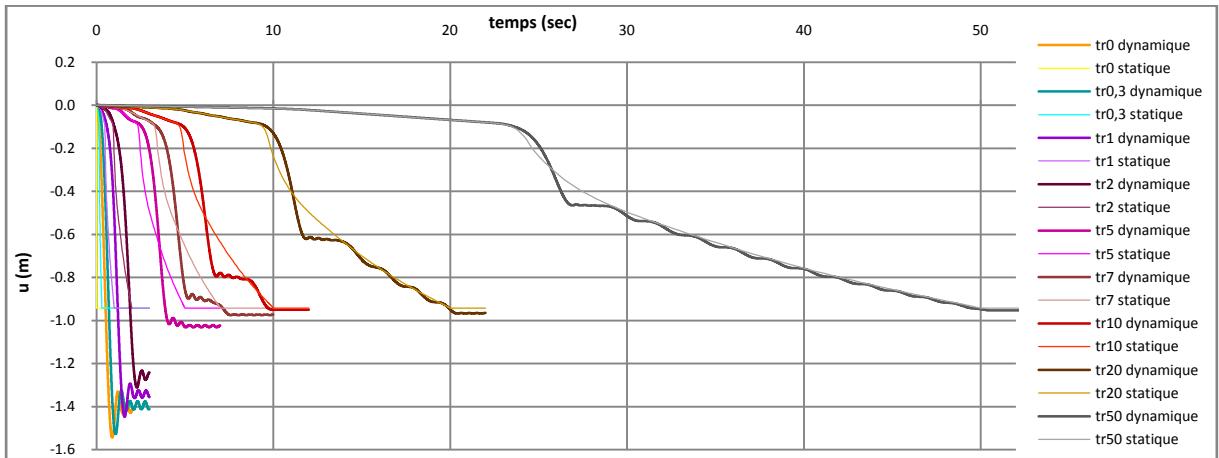


Fig. III.18 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 70\text{kN/m}$ - $P = 455\text{kN}$)

3.3.6. Conclusions

En toute généralité, on remarque que la réponse de la structure suite à la perte plus ou moins rapide de l'appui central, en termes de flèche, est tout à fait similaire au comportement observé lors de l'application d'une charge concentrée P unique à l'emplacement de l'appui supprimé. On observe les mêmes types de réponses et la même évolution de l'un à l'autre lorsque t_r et P (ou plutôt ici p , d'où N_0 puis P) varient. Il semble également, à première vue, que le rapport t_r/T minimal nécessaire pour que l'amplification dynamique devienne faible (<10%) soit du même ordre de grandeur dans les deux cas (« P » et « pNP »). Ce sujet sera discuté plus en détails au point 4. L'évolution du comportement en termes d'efforts internes et de plastification est, quant à elle, analysée au point 3.4 ci-dessous.

3.4. Evolution des efforts internes et de la plastification

Au chapitre II précédent, on a déjà décrit en détail l'évolution des efforts internes et de la plastification lorsqu'une charge P unique était appliquée au centre du système, pour divers couples de valeurs (P, t_r) caractérisant le chargement. Dans ce but, on s'était attardé plus particulièrement sur quelques cas de chargement types engendrant des modes de réponse différents (cf. II.4.3). On avait ainsi analysé essentiellement l'évolution des efforts internes et de la plastification au centre et aux extrémités du système et pu l'expliquer en parallèle avec l'évolution de la flèche et grâce à la loi d'interaction plastique M-N.

Ici, la situation de chargement envisagée diffère, puisque l'on part d'un état initial où la structure est sollicitée par une charge répartie et soutenue par son appui central, avant de considérer l'annulation plus ou moins rapide de la réaction d'appui en question, simulée par l'application d'une force gravitaire $P = N_0$. Cela a évidemment un impact sur les efforts internes et, en premier lieu, sur le diagramme de moment. C'est essentiellement au début du chargement que cela se fait sentir. Après la formation du mécanisme plastique, lors du développement d'un effort membranaire de traction significatif et de l'extension de la plastification, les différences de comportement s'estompent. En outre, si l'on analyse l'évolution des efforts internes et de la plastification en différents points du système, et en particulier aux extrémités et au centre, on remarque de nombreuses similitudes avec les cas où l'on applique seulement une force P . Dans l'ensemble, les phénomènes observés sont similaires et l'évolution des moments de flexion et efforts de traction ainsi que de la plastification peut s'expliquer sur base de considérations semblables à celles décrites au point 4.3 du chapitre II, en relation avec l'évolution de la flèche et l'interaction plastique M-N. Il reste toutefois quelques particularités liées à la présence de la charge répartie et l'influence qu'elle a sur l'allure des diagrammes de moment et d'effort normal.

Puisque la réponse du système, dont en particulier l'évolution des efforts internes et de la plastification, peut être aisément comprise grâce aux explications déjà fournies précédemment, on ne va pas ici passer en revue le détail du comportement du système au cours du temps, graphiques et diagrammes d'efforts internes à l'appui. On se contente donc de rappeler les aspects essentiels du comportement et de noter quelques particularités liées à la situation de chargement considérée ici.

De manière générale, on peut résumer la réponse du système comme suit, si la charge P et sa vitesse d'application sont suffisantes pour provoquer la formation du mécanisme plastique. Si le temps de montée t_r est relativement long vis-à-vis de la période propre du système, on remarque que la courbe traduisant le déplacement dynamique oscille dans les premiers temps autour de la droite élastique statique, les moments de flexion en faisant de même. Ce n'est pas le cas dans le cas contraire, où la mise en charge est trop rapide pour que la structure puisse se mettre en mouvement suffisamment vite pour suivre le déplacement associé à la droite statique au début du chargement. Quoi qu'il en soit, une fois que le déplacement atteint une valeur suffisante, on voit apparaître les rotules plastiques aux extrémités, le moment y valant $-M_{pl}$. On observe alors un palier dans la courbe de moment aux extrémités, tandis que le moment en travée continue à croître, avec une pente moyenne plus forte qu'avant la plastification des extrémités. La flèche aussi se met à augmenter plus rapidement, la raideur du système étant réduite. Lorsque le moment maximal en travée atteint M_{pl} , une nouvelle rotule s'y forme (ou deux rotules décalées selon les cas), ce qui implique la formation d'un mécanisme plastique. Il s'ensuit l'accroissement de la flèche, accompagné du développement d'un effort de traction et de l'extension de la plastification. L'effort normal augmentant, le moment au niveau des zones plastifiées est obligé de diminuer pour respecter l'interaction plastique M-N. Durant les oscillations qui subit le déplacement au centre du système lorsqu'il se « stabilise » (que ce soit lors des oscillations à terme ou celles associées au « palier » dans le cas d'un comportement de type 4), on observe des oscillations des moments, en phase avec celles de la flèche. En effet, le moment au centre du système augmente lors de chaque accroissement de la flèche et diminue à chaque réduction, et inversement pour les moments aux extrémités (en valeur algébrique). Il correspond à ces oscillations une succession de déchargements-rechargements élastiques. On peut observer des inversions du signe des moments durant ces oscillations, voire une replastification « en sens inverse » après un premier décharge, et tout ce qu'il s'ensuit (cf. II.4.3).

Si le système reste élastique, à la fois la flèche et les efforts internes oscillent autour de leur valeur statique, avec une amplitude plus ou moins grande selon la valeur de t_r . L'effort normal reste très faible. Une différence essentielle par rapport au cas « P » est évidemment liée à l'allure du diagramme de moment. Il en résulte que, une fois l'appui central complètement retiré, le moment aux extrémités oscille autour d'une valeur deux fois plus grande, en valeur absolue, que le moment central.

Comme déjà évoqué, la différence majeure entre les cas « P » et « pNP » réside en le développement beaucoup plus progressif de la plastification dans le second cas, corrélé à la modification de la forme du diagramme de moment. Ainsi, toutes les rotules nécessaires à la formation d'un mécanisme plastique ne se forment plus simultanément. On voit d'abord apparaître les rotules d'extrémité, puis seulement plus tard la plastification en travée. Il est donc possible, sous certains chargements, de ne former que les rotules d'extrémité, sans aller jusqu'à la formation complète du mécanisme. Tant que ce dernier n'est pas totalement constitué, la flèche reste limitée et l'effort de traction très faible.

Une autre distinction entre les deux types de chargement, associée à nouveau à l'évolution de la forme du diagramme de M, est qu'il est possible, dans le cas « pNP », de former un mécanisme plastique à quatre rotules plutôt qu'à trois, faisant intervenir deux rotules en travée, décalées de part et d'autre du centre. Bien entendu, on ne peut rencontrer cela que dans les cas où une telle situation se produisait en statique. Néanmoins, ce n'est pas parce qu'on observe un mécanisme à quatre rotules en statique qu'il en sera forcément de même en dynamique. En effet, si l'application de la force P, qui revient à simuler le retrait de l'appui, est suffisamment rapide, la plastification en travée débutera au centre, même si ce n'était pas le cas en statique. Cela est dû au fait que, au début, le système ne se met en mouvement que progressivement en raison de son inertie. Ainsi, si la force P est déjà totalement appliquée lorsque le déplacement devient suffisant pour induire la plastification en travée, alors le maximum de M est situé au centre du système et la rotule se forme là. Une telle situation sera toujours associée à un comportement de type 3. En effet, on ne peut observer une réponse de type 4 que lorsque t_r est assez grand, ce qui signifie que, au début du chargement, jusqu'à la formation du mécanisme, le déplacement et les efforts internes oscillent autour de la courbe statique correspondante. Ainsi, le développement de la plastification suivra la même progression qu'en statique jusqu'à la formation complète du mécanisme. Par contre, on peut aussi observer un mécanisme à quatre rotules avec un comportement de type 3, si la mise en charge est suffisamment lente pour que la force P n'ait pas encore atteint sa valeur finale N_0 quand le déplacement devient suffisant pour engendrer la plastification en travée. Dans ce cas, le diagramme de M possède encore deux maxima décalés de part et d'autre du milieu, et c'est à ces endroits que se forment les rotules en travée.

Si le mécanisme plastique comporte deux rotules décalées en travée, le centre n'est pas plastifié lors de la formation du mécanisme et la courbe d'interaction M-N au centre ne rejoint donc la courbe plastique que plus tard. Ainsi, on n'observe pas de palier plastique dans la courbe M(t) au centre lors de la formation du mécanisme. Au contraire, le moment continue à y augmenter, jusqu'à ce que l'effort de traction soit suffisant pour provoquer l'extension de la plastification jusqu'au milieu du système. Par exemple, on peut notamment observer des comportements de type 4 dans lesquels le centre du système n'est pas encore plastifié lors de l'atteinte du premier « palier » dans la courbe du déplacement dynamique, suivant la formation du mécanisme. Le moment continue alors à y augmenter au-delà de ce palier, et la plastification ne rejoint le centre que plus tard. Une fois la zone centrale plastifiée, le moment doit bien entendu y diminuer au fur et à mesure que N s'accroît, pour respecter l'interaction plastique M-N.

Par contre, le mécanisme comprendra toujours une rotule à chaque extrémité. Dès la formation de celles-ci, on observe un palier dans la courbe de l'évolution temporelle du moment, à la valeur $-M_{pl}$. Ce palier se poursuit jusqu'à la formation complète du mécanisme. Au-delà, l'accroissement important de la flèche implique le développement d'un effort membranaire de traction, d'où la diminution du moment plastique $M(N)_{pl}$, compte tenu de la présence de cet effort normal significatif.

Que le mécanisme initialement formé comporte trois ou quatre rotules, on peut observer dans certains cas, après extension de la plastification sur une certaine zone au centre du système, le diagramme de moment se creuser au milieu, selon un phénomène similaire à celui que l'on a parfois rencontré lorsqu'une force P agissait seule sur la sous-structure (cf. II.4.3.2, fig. II.27). On voit alors que l'interaction M-N au centre du système quitte la courbe plastique avant l'atteinte de la flèche, et donc de l'effort de traction, maximaux. La plastification a tendance à se décaler de part et d'autre du

centre en deux zones distinctes, et des sections des poutres de plus en plus éloignées du milieu rejoignent la courbe d'interaction plastique M-N au fur et à mesure que le diagramme de M se creuse, et donc que ses maxima se déportent progressivement du centre vers les extrémités.

Outre son influence sur l'évolution du diagramme de moment et de la plastification, la présence de la charge répartie dans la situation de chargement considérée ici a aussi un impact sur le diagramme d'effort normal, bien que plus limité. On remarque en effet que, comme en statique, l'effort normal est un peu plus élevé aux extrémités qu'au centre, en raison de la composante de p agissant parallèlement à l'axe des poutres lorsque la flèche devient significative.

Si l'on s'intéresse particulièrement, comme précédemment, à l'effort normal à l'extrémité droite du système (du côté du ressort) et que l'on trace son évolution en fonction de l'accroissement de la flèche, on remarque que la relation N-u pour les diverses situations de chargement dynamique est dans tous les cas proche de la relation équivalente en statique, jusqu'à l'atteinte du déplacement maximal. Ainsi, connaissant la flèche maximale obtenue, on peut déduire l'effort de traction maximal correspondant à l'aide de la relation N-u statique. L'erreur commise en procédant de cette façon reste de l'ordre de quelques pourcents (inférieure à 5% dans tous les cas analysés en détails, et de façon sécuritaire dans la majorité des cas).

Finalement, la présence de la charge répartie a aussi une influence sur l'allure de la déformée du système qui, pour des charges p relativement grandes, n'est plus constituée de deux tronçons quasiment rectilignes mais est plus incurvée.

4. IMPORTANCE DES EFFETS D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE ET COMPARAISON AU CAS « P »

Pour terminer, cette section va s'intéresser au déplacement dynamique maximal atteint dans les diverses situations de chargement, dans le but essentiellement de le comparer à la réponse maximale obtenue dans le cas où la sous-structure est soumise uniquement à une force concentrée P équivalente. Pour cette raison, l'on va se concentrer sur les cas où la charge P est supérieure au palier plastique en statique (ce qui est probable en réalité). En effet, dans ces circonstances, on a déjà remarqué qu'à la fois le déplacement statique et la flèche dynamique extrême sous chargement instantané étaient très proches pour les situations de chargement « P » et « pNP ». On va ici déterminer si cette observation peut être étendue aux différentes vitesses de mise en charge, caractérisées par le rapport t_r/T .

Pour ce faire, des graphiques comparant le déplacement dynamique maximal en fonction du rapport t_r/t dans les cas « P » et « pNP » ont été établis pour les trois situations de chargements suivantes :

- $p = 40 \text{ kN/m}$ et $P = 260 \text{ kN}$
- $p = 50 \text{ kN/m}$ et $P = 325 \text{ kN}$
- $p = 70 \text{ kN/m}$ et $P = 455 \text{ kN}$

Le graphe associé au deuxième chargement est donné ci-dessous en exemple.

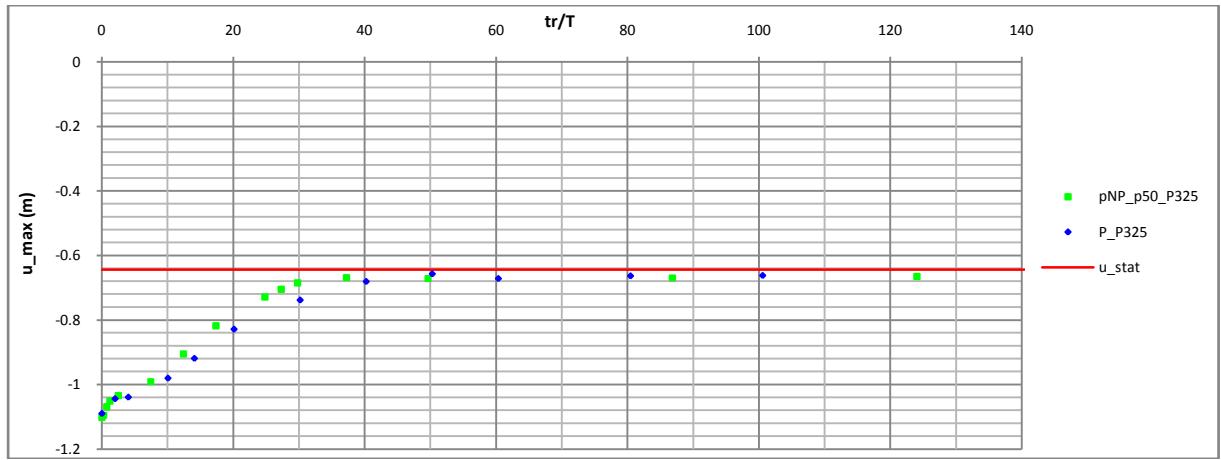


Fig. III.19 : Comparaison du déplacement maximal dans les cas « pNP » et « P » ($p = 50 \text{ kN}$, $P = 325 \text{ kN}$)

Le déplacement dynamique maximal atteint est le plus souvent supérieur dans le cas « P » par rapport au cas « pNP », sans que les différences soient toutefois très importantes. Ainsi, il serait la plupart du temps sécuritaire de considérer une sous-structure simplement sollicitée par une force P au lieu d'envisager la situation plus réaliste où les poutres sont initialement chargées et soutenues par un appui central, avant que ce support soit supprimé. De plus, l'erreur commise en procédant de la sorte reste assez faible ; elle l'est d'ailleurs encore plus dans les rares cas où cette approche est insécuritaire. Pour les chargements ($p = 50 \text{ kN}/m$, $P = 325 \text{ kN}$) et ($p = 70 \text{ kN}/m$, $P = 455 \text{ kN}$), on note une différence de moins de 10% (en % du déplacement « pNP ») entre les cas « P » et « pNP » du côté sécuritaire, et de moins de 2% du côté insécuritaire. Lorsque la force P est peu supérieure au palier plastique, les différences se marquent davantage. C'est le cas de la situation de chargement ($p = 40 \text{ kN}/m$, $P = 260 \text{ kN}$), pour laquelle les erreurs maximales sont respectivement de l'ordre de 15% du côté sécuritaire et 5-6% du côté insécuritaire. Il n'est d'ailleurs pas étonnant d'observer, encore une fois, des effets plus marqués dans cette zone de valeurs de P . En effet, lorsque P est proche de P_{pl} , des variations d'efforts minimes sont associées à des variations de déplacement significatives.

On peut donc conclure de ce qui précède que considérer simplement l'application d'une charge concentrée $P = N_0$ au centre du système au lieu d'envisager la situation de chargement plus réaliste « pNP » permet d'obtenir une assez bonne approximation du déplacement dynamique maximal atteint, qu'elle que soit la vitesse de mise en charge, pour autant que P soit supérieure à P_{pl} . Pour être complet, il faut encore s'assurer que cette approche permet également de déterminer de façon correcte l'effort de traction maximal associé. On a déjà pu remarquer précédemment que, à la fois dans les cas « pNP » et « P », l'effort normal maximal correspondant à l'atteinte de u_{max} pouvait en bonne approximation être déterminé à partir de la relation N-u statique. Par ailleurs, en traçant les courbes N-u statiques dans les différents cas « pNP » (où N est l'effort normal maximal, à l'extrémité) et celle obtenue sous une force P agissant seule, on voit que les écarts sont limités. En outre, la comparaison du N_{max} issu de diverses analyses dynamiques sous différentes situations de chargement « pNP » avec l'effort normal donné par la courbe N-u statique dans le cas « P » a confirmé des différences faibles.

En conclusion, des valeurs approchées suffisantes à la fois de la flèche maximale atteinte dans une situation de chargement « pNP » et de l'effort de traction associé peuvent être obtenues à partir de l'étude de la sous-structure sollicitée plus simplement par une force P concentrée unique, de grandeur égale à N_0 .

5. CONCLUSION

Ce chapitre était consacré à l'étude d'une sous-structure sollicitée par une charge répartie lors de la perte de son appui central. Dans un premier temps, sa réponse statique fut brièvement abordée, mettant en évidence les différences et similitudes qu'elle comporte vis-à-vis de son comportement sous une force concentrée P agissant seule, cas envisagé au chapitre II.

On s'intéressa ensuite au comportement dynamique. La réponse de la sous-structure suite au retrait instantané de son appui central fut d'abord considérée ; et la méthode énergétique proposée par Vlassis pour déterminer la flèche maximale fut étendue à la situation de chargement envisagée ici. Des analyses dynamiques permirent de valider cette approche menant à l'établissement d'une courbe pseudo-statique à partir de la courbe statique. La comparaison des déplacements extrêmes obtenus dans la situation de chargement « pNP » considérée dans ce chapitre avec ceux induits par l'application instantanée d'une force P unique montra de faibles différences pour des niveaux de charges tels que $P = N_0 > P_{pl}$.

L'évolution temporelle de la flèche ainsi que sa valeur maximale furent ensuite étudiées en fonction de la vitesse de ruine du support, caractérisée par le rapport t_r/T . Des réponses qualitativement tout à fait semblables à celles observées suite à l'application d'une charge P seule furent mises en évidence. L'évolution des efforts internes et de la plastification fut également décrite et comparée aux phénomènes rencontrés dans le cas « P ».

Finalement, l'importance des effets dynamiques en fonction du niveau de charge et du rapport t_r/T fut discutée. Les résultats obtenus ici furent à cette occasion mis en parallèles avec ceux issus des analyses réalisées au chapitre II concernant le système soumis à une unique force concentrée P . Il put ainsi être montré que les différences en termes de flèche et d'effort de traction maximaux étaient faibles entre les cas « pNP » et « P », et ce non seulement pour les situations limites d'une charge statique et d'une charge instantanée, mais aussi pour des valeurs de t_r/T quelconques.

**IV. Réponse d'un portique lors de la perte de
l'une de ses colonnes**

1. INTRODUCTION

Ce chapitre va s'intéresser au comportement d'un portique bidimensionnel suite à la ruine de l'une de ses colonnes portantes, en l'illustrant notamment par quelques exemples. Dans cette optique, on comparera également la réponse de la structure lors de l'annulation de l'effort N_0 repris initialement par une colonne à celle obtenue dans le cas où la structure serait simplement sollicitée par une force concentrée $P = N_0$ agissant seule, à l'emplacement de la colonne supprimée. On a en effet pu remarquer que, dans le cas d'une sous-structure, le déplacement donné par cette approche était une assez bonne estimation de la flèche réelle, pour autant que la force P soit supérieure au palier plastique. Il serait donc intéressant de voir si ce constat peut être étendu au cas d'un portique complet.

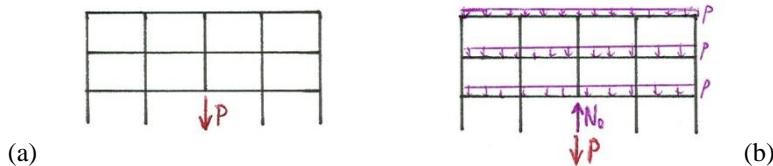


Fig. IV.1 : Situations de chargement considérées – « P » (a) et « pNP » (b)

Certains aspects du comportement seront d'abord mis en évidence sur base d'un premier portique. Deux autres portiques seront ensuite analysés un peu plus en détail. Il s'agira en fait d'une même structure où deux colonnes différentes se trouvent en situation de ruine. Les systèmes seront toujours considérés non amortis. Finalement, on isolera une sous-structure afin d'examiner son aptitude à représenter la réponse dynamique du portique.

2. COMPORTEMENT DE PORTIQUES

2.1. Portique 1

2.1.1. Description du portique

Le portique étudié ici est un portique à trois niveaux et quatre travées. Pour éviter d'avoir à réaliser le dimensionnement d'une ossature de bâtiment en acier mais avoir toutefois des éléments structuraux de dimensions plausibles, on s'inspire d'un exemple de dimensionnement présenté dans [15]. Le portique considéré possède finalement les caractéristiques suivantes :

- 4 travées de 6,5m de longueur,
- 3 niveaux de 3,5m de hauteur,
- Colonnes extérieures : HEB 220,
- Colonnes intérieures : HEB 260,
- Poutres de toiture : IPE 360,
- Poutres de planchers : IPE 450,
- Acier S235 (Rem : loi de comportement considérée élastique parfaitement plastique),
- Assemblages parfaitement rigides et pleinement résistants,
- Pieds de poteaux articulés,
- Non contreventé.

Les valeurs caractéristiques des actions agissant sur les poutres sont :

- Toiture : actions variables de 6 kN/m, actions permanentes de 20 kN/m,
- Planchers : actions variables de 18 kN/m, actions permanentes de 30 kN/m.

La combinaison d'actions à considérer dans le cas d'une situation de projet accidentelle est définie dans EN 1990, 6.4.3.3 :

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ou } \psi_{2,1}) \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

Les valeurs de $\psi_{1,1}$ et $\psi_{2,1}$ sont définies dans l'annexe A de EN 1990. Finalement, les actions de calcul valent :

- Poutres de toiture : $E_d = 20 + 0,5 \cdot 6 = 23 \text{ kN/m}$
- Poutres de planchers : $E_d = 30 + 0,5 \cdot 18 = 39 \text{ kN/m}$

On envisagera la perte de la colonne centrale du niveau inférieur. Dans la situation initiale, avant la ruine de cette colonne, la structure est en domaine parfaitement élastique sous les charges ainsi définies et l'effort de compression supporté par le poteau critique est de $N_0 = 649,9 \text{ kN}$.

2.1.2. Réponse du portique sous chargement statique et comparaison des cas « P » et « pNP »

Les courbes statiques (P, u) associées aux deux situations de chargement ont été établies numériquement. Dans le cas « pNP », au lieu d'appliquer simplement une force P croissante unique à l'emplacement de la colonne ruinée, il s'agit de simuler la perte statique de la colonne de façon plus réaliste en partant d'une situation initiale où les poutres sont chargées et en réduisant progressivement l'effort normal supporté par la colonne défaillante de sa valeur initiale jusqu'à zéro. Pour cela, on procède de façon similaire à ce qui a été fait précédemment pour la sous-structure. On enlève le poteau en question de l'ossature et on définit une première séquence de chargement permettant d'appliquer les charges réparties sur les poutres ainsi qu'une force concentrée verticale vers le haut en tête de la colonne supprimée, ayant la valeur de l'effort normal N_0 dans la situation de départ. On reproduit ainsi l'état initial où la colonne est présente. Ensuite, la perte du poteau est simulée en appliquant au même endroit une charge verticale P croissante vers le bas. On peut ainsi établir la relation entre cette force P et le déplacement vertical de son point d'application, et tracer la courbe statique (P, u) . Lorsque P atteint N_0 , la colonne ruinée ne supporte plus aucun effort. La flèche u correspondante est donnée par l'intersection de la courbe (P, u) avec l'horizontale $P = N_0$.

Les courbes statiques associées aux cas « P » et « pNP » sont représentées sur le graphique de la figure 3. On remarque que le fait de considérer une structure chargée a tout d'abord pour effet de modifier la valeur de la charge associée au palier plastique. Celle-ci est ici en effet légèrement plus faible dans le cas « pNP ». On peut l'expliquer en calculant la valeur de cette charge plastique analytiquement à l'aide de la théorie du calcul plastique. D'après celle-ci, si le mécanisme plastique ci-dessous se forme, on peut exprimer l'égalité qui suit.

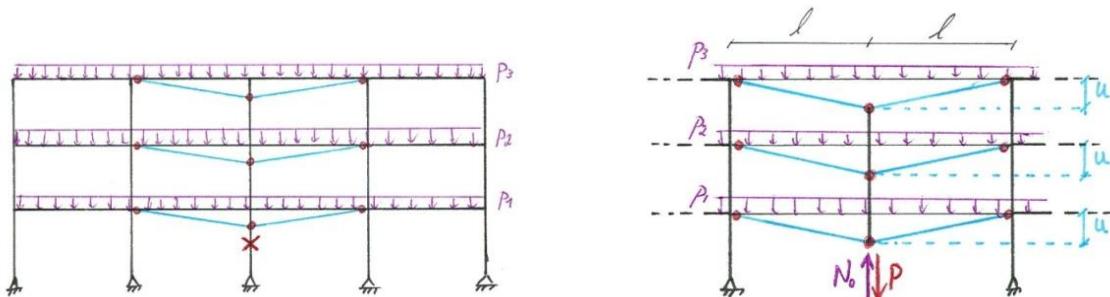


Fig. IV.2 : Mécanisme plastique

$$\tau_i = \tau_e$$

$$\Leftrightarrow \sum_{rotules k} (M_{p_k} \cdot \theta_k) = P.u - N_0.u + \sum_{poutres i} (p_i.l.u)$$

Avec $u = \theta.l$

$$\Rightarrow P_{pl} = \frac{1}{l} \cdot \sum_k M_{p_k} + N_0 - \sum_i (p_i.l)$$

Dans le cas « P », il suffit de poser $p = 0$ et $N_0 = 0$ dans l'expression du travail des forces extérieures ; le travail de déformation interne au niveau des rotules est inchangé. Pour la structure considérée ici, on a $\sum_i (p_i.l) = (23 + 2.39).6,5 = 656,5 \text{ kN}$ et $N_0 = 649,9 \text{ kN}$. Puisque $\sum_i (p_i.l) > N_0$, l'expression de P_{pl} ci-dessus montre bien que cette charge plastique doit être légèrement plus grande pour la situation de chargement « P » que dans le cas « pNP ». En outre, les valeurs de P_{pl} obtenues de la sorte confirment bien celles issues du calcul numérique effectué avec Finelg. On peut déjà noter ici que P_{pl} ne sera pas toujours inférieure dans le cas « pNP ». En effet, on verra plus loin, pour le portique 2a, qu'on aura alors $\sum_i (p_i.l) < N_0$ et donc $P_{pl}(\text{« pNP }}) > P_{pl}(\text{« P }})$.

Il est également important de remarquer que la formule établie ci-dessus donnant la valeur de P_{pl} n'est valable que si le mécanisme plastique correspondant est tel que représenté à la figure 2, c'est-à-dire si les rotules en « travée » se forment au centre de la partie directement affectée. Ce sera le cas des trois portiques étudiés dans cette section (1, 2a et 2b). Mais, tout comme ce fut mis en évidence dans le cas d'une sous-structure, des situations menant à la formation d'un mécanisme différent furent également rencontrées. Il se peut en effet que, pour des charges réparties suffisamment grandes, les maxima du diagramme de M soient décalés de part et d'autre du centre au moment où la plastification se produit en « travée », et donc que les rotules apparaissent à ces endroits. Il s'ensuit alors la formation d'un mécanisme tel que les doubles-poutres de la partie directement affectée possèdent deux rotules décalées de part et d'autre du centre ; et la valeur de P_{pl} y correspondant est inférieure à celle donnée par la formule établie ci-dessus.

Outre la différence de niveau du palier plastique entre les courbes statiques « P » et « pNP », on voit de plus, à la figure 3 (de même qu'aux figures 7 et 11 pour les portiques 2a et 2b), que ces courbes n'ont pas tendance à se rejoindre au-delà du palier plastique, contrairement à ce qu'il se passait pour la sous-structure. C'est à nouveau lié à l'état de chargement du portique, et notamment de sa partie indirectement affectée. En effet, le fait que les poutres soient sollicitées par des charges réparties induit des différences importantes des efforts internes N et M , à la fois dans les poutres et dans les colonnes. Or, la restreinte qu'apporte la partie indirectement affectée de la structure à la partie directement affectée, de même que la valeur de l'effort horizontal qu'elle peut supporter avant qu'un mode de ruine ne s'y produise, dépend de son état de contraintes. On a en effet remarqué (essentiellement grâce aux exemples suivants car la courbe statique « pNP » n'a pas su être tracée très loin ici) que, si l'on établissait la relation liant l'effort horizontal appliqué à la partie indirectement affectée au déplacement horizontal qu'elle subit au même endroit, les valeurs de la raideur K qu'il conviendrait de donner au ressort de la sous-structure équivalente ne seraient pas les mêmes dans les situations « P » et « pNP ». Par ailleurs, la force horizontale initiant un mode de ruine dans la partie indirectement affectée n'est pas identique non plus. A l'inverse, pour la sous-structure, la valeur de la raideur K était fixée et identique pour les deux modes de chargement ; et le ressort était supposé avoir une résistance F_{Rd} infinie. Dans ce système simplifié où seul l'état de sollicitation de la double-poutre principale pouvait influencer la réponse, les comportements sous « P » et « pNP » se rejoignaient lors du développement d'un effort de traction significatif dans les poutres.

Le portique considéré ici ne possédant qu'une travée, et donc deux colonnes, de part et d'autre de la double-travée directement concernée par la perte du poteau central, la raideur et la résistance des

parties indirectement affectées sont assez faibles. Dans le cas « P », on voit qu'un mécanisme de panneau se forme au premier niveau de chaque côté pour une force peu supérieure au palier plastique, et une flèche de l'ordre d'un mètre (il y correspond un changement de courbure dans la courbe). L'effet câble reste donc très limité et l'effort de traction dans les poutres inférieures assez faible. Pour le cas « pNP », la courbe statique n'a pas su être tracée assez loin pour observer la formation de ce mécanisme.

2.1.3. Réponse du portique sous chargement instantané et comparaison des cas « P » et « pNP »

Connaissant les courbes statiques (P, u), il est possible de déterminer la courbe pseudo-statique associée à chacune d'elles. La méthode énergétique proposée par Vlassis s'applique de manière directe au cas « P », puisque la force P est la seule agissant sur la structure. Pour le cas « pNP », il convient, comme pour la sous-structure (cf. III.3.2.1), de tenir compte de l'ensemble des forces appliquées pour calculer le travail extérieur et l'énergie de déformation interne liés à l'application instantanée de la force P au départ de la situation initiale où la structure est sollicitée par la réaction N_0 et les charges réparties p . On va néanmoins pouvoir procéder de façon similaire à ce qui a été fait plus tôt, en s'inspirant toujours de la méthode énergétique de Vlassis. On écrira donc que le travail des forces extérieures est intégralement transformé en énergie de déformation lorsque le déplacement maximal est atteint, mais on prendra en considération le chargement particulier envisagé ici.

L'énergie de déformation associée à l'atteinte d'un certain déplacement est supposée identique que cette flèche soit obtenue statiquement ou suite à une mise en charge dynamique. Elle est donc estimée à partir de la réponse statique, qui est connue. Or, le travail statique intérieur est égal au travail statique extérieur, fourni par l'ensemble des charges p , N_0 et P . Comme expliqué en III.3.2.1 dans le cas de la sous-structure, les charges p et N_0 restant constantes tout au long de la déformation du système aussi bien en statique qu'en dynamique, et admettant que l'allure de la déformée du portique soit similaire dans les deux cas, elles effectuent le même travail lors d'une mise en charge statique que dynamique (pour un déplacement identique). Lorsque l'on considère le retrait instantané de la colonne, leur contribution respective à l'énergie de déformation interne et au travail des forces extérieures est donc identique. Par conséquent, il suffit d'exprimer l'égalité entre le travail extérieur de la force P et sa contribution à l'énergie de déformation interne pour obtenir la flèche dynamique maximale :

$$P \cdot u_{max} = \int_0^{u_{max}} P(u) du_s$$

Le second terme correspond à l'aire sous la courbe statique liant la flèche du système à la force proportionnelle $P = \lambda P_0$, jusqu'au déplacement u_{max} ; c'est-à-dire au travail fourni par la force P lors d'une mise en charge statique (égal à l'énergie de déformation associée).

A nouveau, cette expression permettant la détermination de la flèche maximale atteinte sous chargement instantané est la même que précédemment. Par conséquent, une courbe pseudo-statique peut être établie suivant une procédure exactement identique. Son intersection avec l'horizontale $P = N_0$ donne le déplacement correspondant à la suppression instantanée de la colonne. Cette courbe est représentée sur le graphe de la figure 3 (« pseudo_pNP »). On montre également, sur le même graphique, les courbes statique et pseudo-statique associées au cas « P ». Les résultats d'analyses dynamiques du portique sous l'application instantanée de forces P de grandeur variable, en termes de flèche extrême, sont aussi exprimés pour les deux situations de chargement (« dyn_P » et « dyn_pNP »). Bien entendu, dans le cas « pNP », seule la valeur de $P = N_0$ peut signifier la perte complète de la colonne; des valeurs inférieures supposeraient que seule une fraction de la capacité portante de celle-ci est supprimée. L'intérêt de ces analyses réside néanmoins dans la validation de l'approche énergétique pseudo-statique. Bien que la courbe « pseudo_pNP » n'ait pas su être tracée très loin, de même que la courbe statique « pNP », car déterminée à partir de cette dernière, les essais

dynamiques semblent montrer que cette courbe pseudo-statique permet bien de fournir avec précision la flèche maximale atteinte en tête de la colonne défaillante lorsque sa ruine est instantanée. Cela sera confirmé par les analyses effectuées sur les portiques suivants. La courbe pseudo-statique associée au cas « P » est également validée.

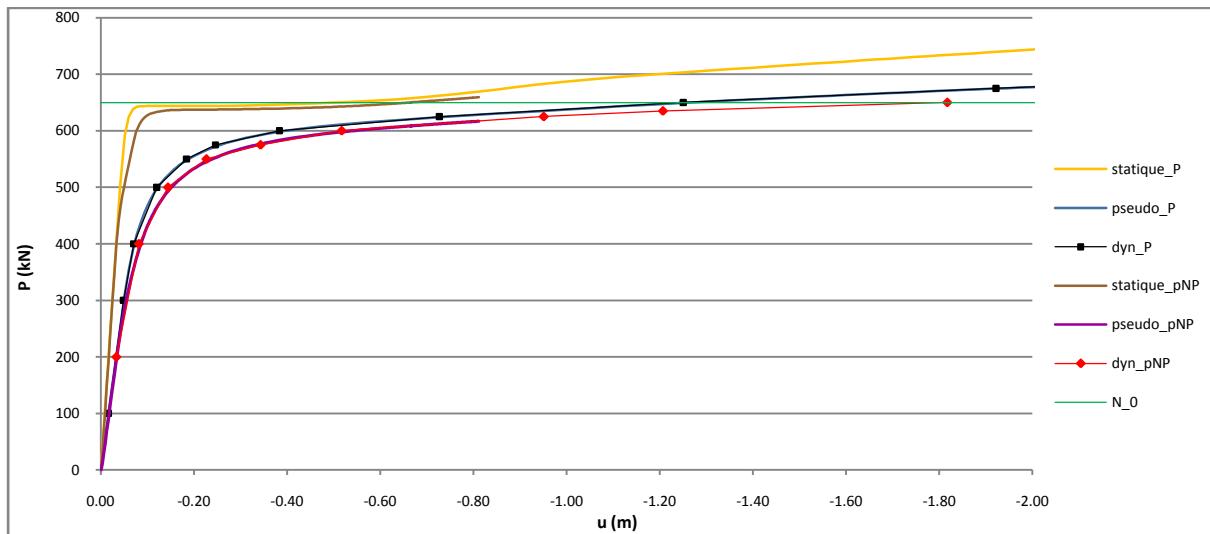


Fig. IV.3 : Comparaison des réponses du portique 1 dans les cas « P » et « pNP » respectivement et validation des courbes pseudo-statiques

Outre le fait que la courbe pseudo-statique permet de déterminer précisément le déplacement maximal atteint dans le cas d'un chargement instantané, aussi bien sous « P » que sous « pNP », on note sur le diagramme précédent des différences notables entre les réponses du portique dans les deux situations de mise en charge. Ainsi, considérer le portique sollicité par une force P unique au lieu d'envisager la situation de chargement plus réaliste mènerait ici à sous-estimer nettement la flèche atteinte : on obtient en effet respectivement des déplacements maximaux d'environ 1,25 m et 1,80m sous chargement instantané (pour $P = N_0$).

2.1.4. Influence du rapport t_r/T (cas « P »)

Dans ce paragraphe, on va désormais examiner l'influence de la vitesse de mise en charge, caractérisée par le rapport t_r/T , sur l'évolution temporelle de la flèche et le déplacement maximal atteint, et ce en fonction de la valeur de la charge P (t_r est toujours le temps de montée de la force $P(t)$ et T la période propre principale du portique). Pour ce faire, on va considérer des situations de chargement dans lesquelles seule une force P est appliquée au portique, à l'emplacement du poteau manquant, bien que ce ne soit pas une mise en charge réaliste. En effet, si l'on veut considérer des situations où les poutres sont sollicitées par des charges réparties, c'est-à-dire que l'on part d'un portique soumis aux forces p et N_0 avant d'appliquer P , un seul niveau de charge, $P = N_0$, possède une signification dans chaque cas. Il est donc impossible de définir des courbes (P, u_{max}) pour différentes valeurs de t_r , et il est en outre nécessaire de définir une nouvelle courbe statique à chaque fois. Puisque l'on cherche surtout ici, dans un premier temps, à cerner le comportement du système de façon qualitative, on envisage le portique soumis seulement à une force P . Par la suite, pour les deux exemples du portique 2 (a et b), on observera l'évolution de la réponse en fonction de t_r dans la situation réaliste « pNP », à chaque fois alors pour la valeur unique de P correspondant à l'effort initial dans la colonne. On notera que, malgré les différences d'efforts internes liées à la présence des charges réparties sur les poutres et l'état de contrainte initial, les évolutions de la flèche et des efforts internes suivent tout de même des allures similaires.

De la même manière que pour une sous-structure, le comportement du portique est fortement influencé par sa masse. Dans le cas du système simplifié, on a pu montrer que le paramètre déterminant était le rapport t_r/T . Ainsi, si l'on modifiait la masse répartie attribuée aux poutres, cela provoquait un changement de la période propre T ; mais si le temps de montée de la charge P était adapté de manière à conserver le même rapport t_r/T , alors la flèche maximale restait identique, de même que l'évolution temporelle du déplacement, à condition de l'exprimer en fonction d'un temps adimensionnel $t^* = t/t_r$ ou t/T . La première chose à faire ici fut de voir si cette observation pouvait être confirmée dans le cas d'un portique. Différentes analyses dynamiques ont donc été réalisées, avec diverses valeurs des masses attribuées aux poutres (la masse des poteaux équivalant simplement au poids propre des profilés). On a pu remarquer que les courbes $u(t^*)$ correspondant à une même valeur de t_r/T étaient à nouveau très proches, quelles que soient les masses considérées (on a envisagé à la fois des cas où la masse répartie était la même pour toutes les poutres et des situations où elle était plus faible pour les poutres de toiture).

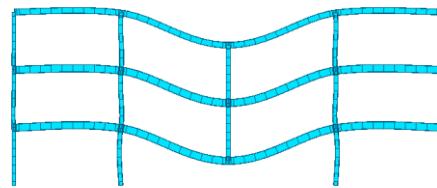


Fig. IV.4 : Portique 1, mode propre « principal »

Finalement, les graphiques de la figure 5 ci-dessous montrent l'évolution temporelle de la flèche dans quelques cas particuliers. Les types de comportements observés, de même que l'évolution de l'amplification dynamique avec la variation de t_r , en fonction de P , sont qualitativement tout à fait similaires à ce qui fut observé pour une sous-structure. Les résultats présentés ici ont été obtenus en attribuant aux poutres une masse répartie $m = 20000/9,81 \text{ kg/m}$ pour les poutres de toiture et $m = 30000/9,81 \text{ kg/m}$ pour les poutres de planchers. Dans ce cas, la période du mode propre influençant majoritairement la réponse dynamique de la structure suite à la perte de la colonne (cf. fig. 4) vaut $T = 0,366 \text{ sec}$ (en domaine élastique).

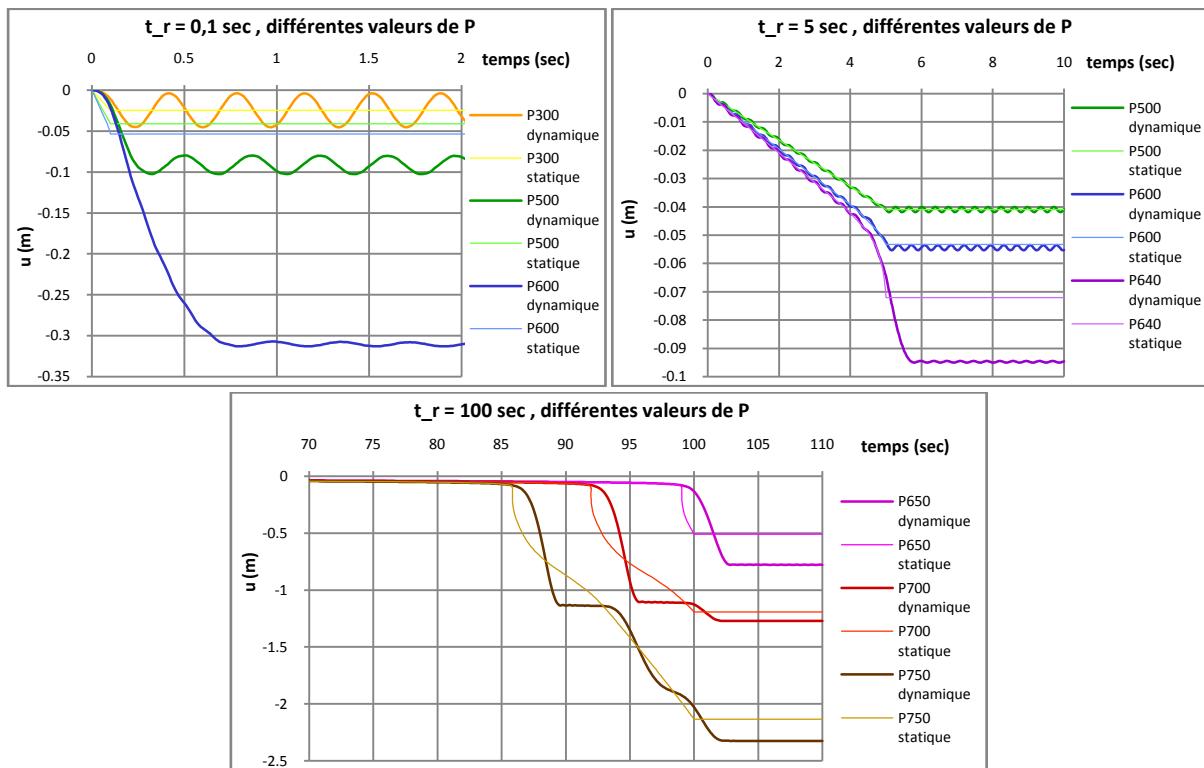


Fig. IV.5 : Evolution temporelle de la flèche dans quelques cas particuliers (t_r, P)

2.2. Portique 2a

2.2.1. Introduction

Dans le cas du portique précédent, un mécanisme plastique de panneau se formait très rapidement dans la partie indirectement affectée. Pour accroître la raideur et la résistance de cette dernière, on va ici envisager un portique similaire, mais avec cinq travées au lieu de quatre, et contreventé à son extrémité gauche. De plus, la colonne défaillante est la deuxième à partir de l'extrémité gauche, au premier niveau toujours.

Ayant remarqué que considérer le portique soumis à une unique force concentrée $P = N_0$ à l'emplacement de la colonne supprimée ne permettait pas d'approcher de façon correcte la réponse de la structure en situation réelle (ni en statique, ni en dynamique), on s'intéressera essentiellement ici à la description du comportement dans le cas « pNP ». Avant sa ruine, la colonne supporte un effort de compression $N_0 = 691,0 \text{ kN}$. N'étant pas située au centre du portique, elle supporte également un moment de flexion en tête. Néanmoins, celui-ci est très faible et simuler la présence de la colonne par seulement une réaction verticale pour reproduire la situation initiale dans le cas « pNP » n'engendre que des différences négligeables d'efforts internes. Les diagrammes de moment et d'effort normal dans la situation de départ sont représentés ci-dessous.

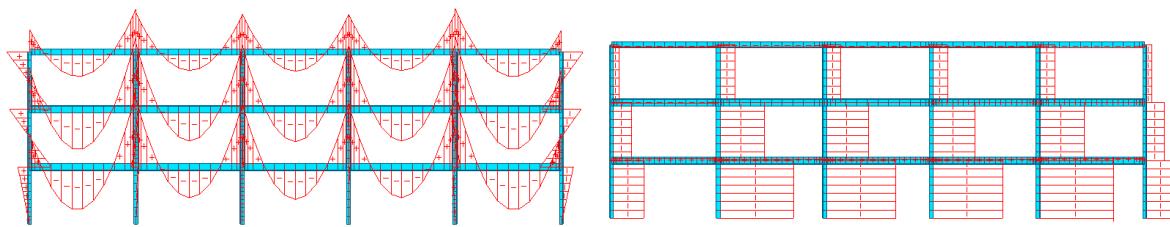


Fig. IV.6 : Diagrammes de moment (gauche) et d'effort normal (droite) dans la situation initiale

2.2.2. Comportement statique

Les courbes statiques associées aux cas « P » et « pNP » sont représentées à la figure 7 ci-dessous. On remarque que les deux courbes sont à nouveau assez différentes. Contrairement au cas précédent et à celui du portique 2b étudié au point 2.3, le palier plastique de la courbe « pNP » est ici supérieur à celui de la courbe « P » (il est à noter que le palier des courbes « P » est quasiment au même niveau pour les trois portiques 1, 2a et 2b). Tout cela s'explique sur base de la théorie du calcul plastique, comme décrit en 2.1.2. On a en effet :

$$P_{pl} = \frac{1}{l} \cdot \sum_k M_{p_k} + N_0 - \sum_i (p_i \cdot l)$$

Or, ici, contrairement aux deux autres cas, N_0 est supérieur à $\sum_i (p_i \cdot l)$. La valeur de P_{pl} est ainsi plus grande dans le cas « pNP ». Par contre, le niveau du palier plastique dans le cas « P » est simplement donné par $P_{pl} = \frac{1}{l} \cdot \sum_k M_{p_k}$, et est donc identique dans les trois portiques envisagés, puisque ceux-ci ne se distinguent que par leur nombre de travée, leur contreventement et la position de la colonne enlevée, ce qui n'a aucune influence sur la valeur de cette expression.

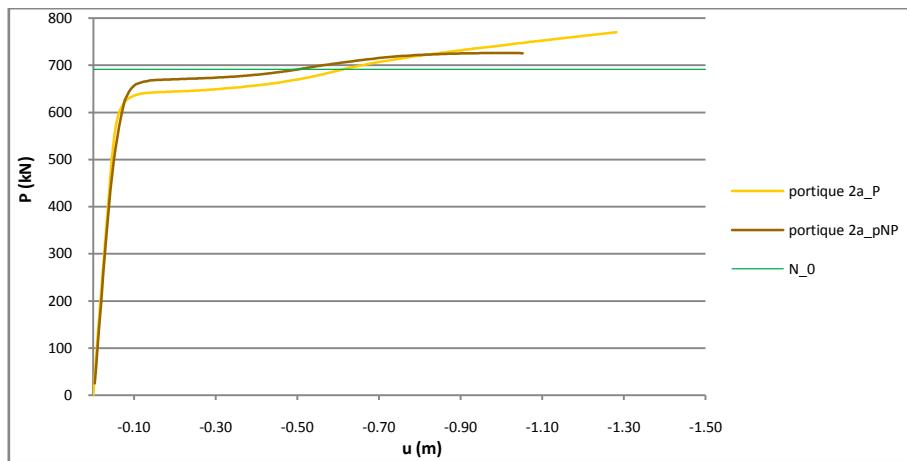
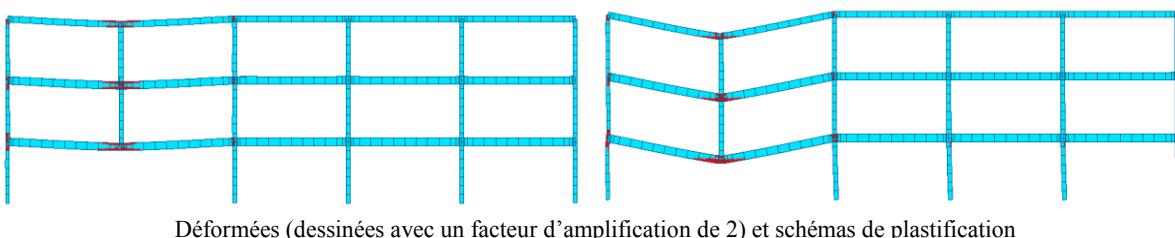


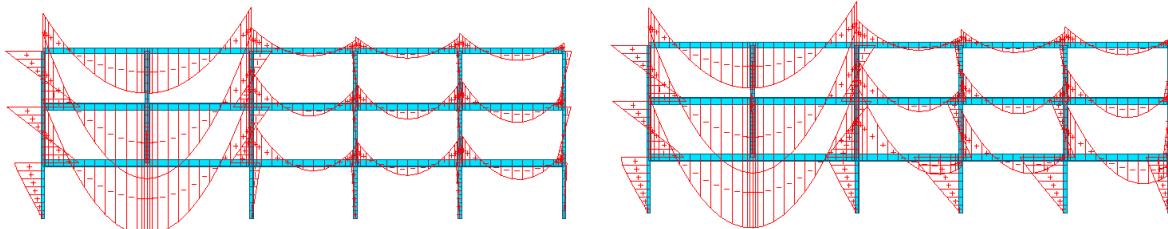
Fig. IV.7 : Courbes statiques pour le portique 2a dans les cas « P » et « pNP »

On va désormais s'intéresser brièvement à l'évolution de la plastification et des efforts internes. Lors de la perte progressive de capacité portante de la colonne, les moments aux extrémités des doubles-poutres de la partie directement affectée diminuent (en valeur algébrique), tandis que ceux en travée augmentent. Les rotules plastiques apparaissent progressivement. Avant la formation complète du mécanisme, les moments de flexion dans la partie indirectement affectée varient relativement peu. L'effort de traction dans la poutre inférieure de la partie directement affectée reste limité durant cette première phase. On voit également se développer de la compression dans la poutre supérieure. En ce qui concerne les efforts normaux dans les colonnes, les deux poteaux situés juste à côté de la colonne ruinée voient leur compression augmenter fortement, tandis que les variations sont beaucoup plus faibles dans les colonnes de la partie indirectement affectée. Pour ce qui est des colonnes surmontant le poteau ruiné, on observe une réduction progressive de leur compression au fur et à mesure que P augmente.

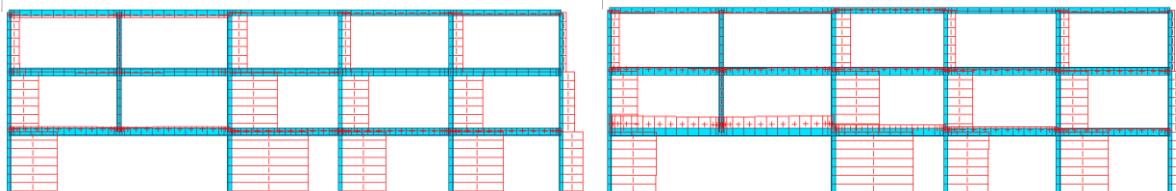
Une fois le mécanisme plastique complètement formé, l'augmentation brutale de la flèche s'accompagne du développement d'un effort de traction dans les poutres inférieures de la partie directement affectée. Néanmoins, celui-ci restant assez faible relativement à l'effort plastique des profilés (parce que le mécanisme plastique se forme assez rapidement dans la partie indirectement affectée, ce qui empêche le développement d'efforts membranaires significatifs), les moments de flexion diminuent très peu pour suivre la courbe d'interaction plastique M-N. Par contre, cet effort de traction implique l'application d'une force horizontale sur la partie indirectement affectée, ce qui a pour conséquence de modifier de façon importante les moments qu'elle subit. En particulier, les moments en tête des colonnes du premier niveau augmentent fortement (et changent de signe pour certains). Lorsque la force P atteint la valeur de N_0 , c'est-à-dire que la colonne est totalement supprimée, le mécanisme de panneau dans la partie indirectement affectée ne s'est pas encore formé. Si l'on continue toutefois à augmenter la force P de façon à observer la suite du comportement, on note que, lorsque ce mécanisme se forme, l'effort de traction dans les poutres diminue brutalement, puisque la restreinte offerte par la partie indirectement affectée chute. On présente ci-dessous l'état de plastification du portique ainsi que les diagrammes de moment et d'effort normal lorsque le mécanisme plastique se forme dans la partie directement affectée, et juste avant la formation du mécanisme de panneau dans la partie indirectement affectée.



Déformées (dessinées avec un facteur d'amplification de 2) et schémas de plastification



Diagrammes de moment (signes opposés à la convention RDM)



Diagrammes d'effort normal

Fig. IV.8 : Plastification et efforts internes pour $P = 668 \text{ kN}$ (gauche) et $P = 706 \text{ kN}$ (droite) (cas « pNP »)

2.2.3. Comportement dynamique

On ne s'intéresse ici qu'à la situation de mise en charge réaliste « pNP ». Dans un premier temps, la courbe pseudo-statique fut établie à partir de la courbe statique, comme précédemment. Des analyses dynamiques furent alors réalisées dans le cas de l'application instantanée d'une force P , afin de valider l'aptitude de la courbe pseudo-statique à fournir le déplacement maximal. Pour effectuer cette vérification, différents niveaux de charge P ont été envisagés, et pas seulement $P = N_0 = 691 \text{ kN}$. Cela signifie que, pour $P < N_0$, on considère en fait que seule une portion de l'effort normal dans la colonne s'annule et qu'elle conserve donc une certaine capacité portante. Cela n'a d'autre but que de valider l'approche en question. Comme montré au graphique de la figure 9, on put de la sorte confirmer la capacité de la courbe pseudo-statique à donner la flèche extrême sous chargement instantané. On note en outre que, lorsque la colonne est retirée instantanément, il est impossible d'atteindre un état déformé stable, et la flèche tend à croître indéfiniment. La courbe pseudo-statique tend en fait vers une asymptote horizontale correspondant à une valeur de P légèrement supérieure à 685 kN.

Ensuite, différentes analyses dynamiques ont été effectuées pour mettre en évidence l'influence de la durée t_r durant laquelle la force P croît linéairement avant d'atteindre N_0 , qui correspond donc au temps nécessaire à la perte complète de capacité portante de la colonne. Pour réaliser ces analyses, on a attribué aux poutres du portique une masse répartie équivalant à la charge permanente qu'elles supportent respectivement, soit $m = 20000/9,81 \text{ kg/m}$ pour les poutres de toiture et $m = 30000/9,81 \text{ kg/m}$ pour les poutres de planchers. La période propre du mode principal vaut alors $T = 0,390 \text{ sec}$. La manière dont varient l'évolution temporelle de la flèche et l'amplification dynamique avec t_r est tout à fait semblable à ce qu'on a observé dans le cas d'une sous-structure, pour une force P peu supérieure au palier plastique (si ce n'est que, pour $t_r = 0$ et $0,1 \text{ sec}$, aucun état stabilisé n'a ici pu être atteint). Il faut ici un rapport t_r/T au moins de l'ordre de 350 pour que l'amplification dynamique soit inférieure à 10%.

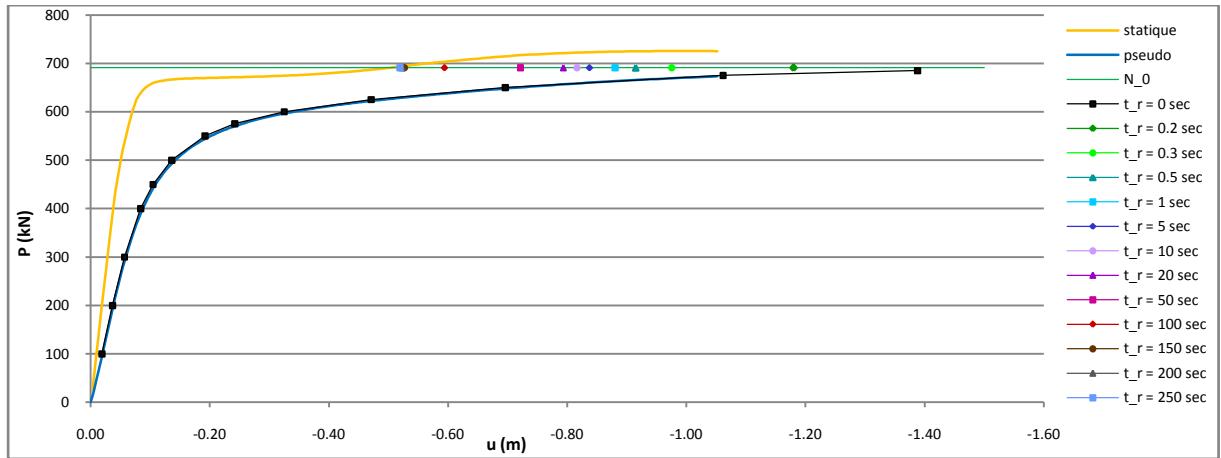


Fig. IV.9 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r ($P = N_0 = 691 \text{ kN}$) et validation de la courbe pseudo-statique ($t_r = 0, P$ variable)

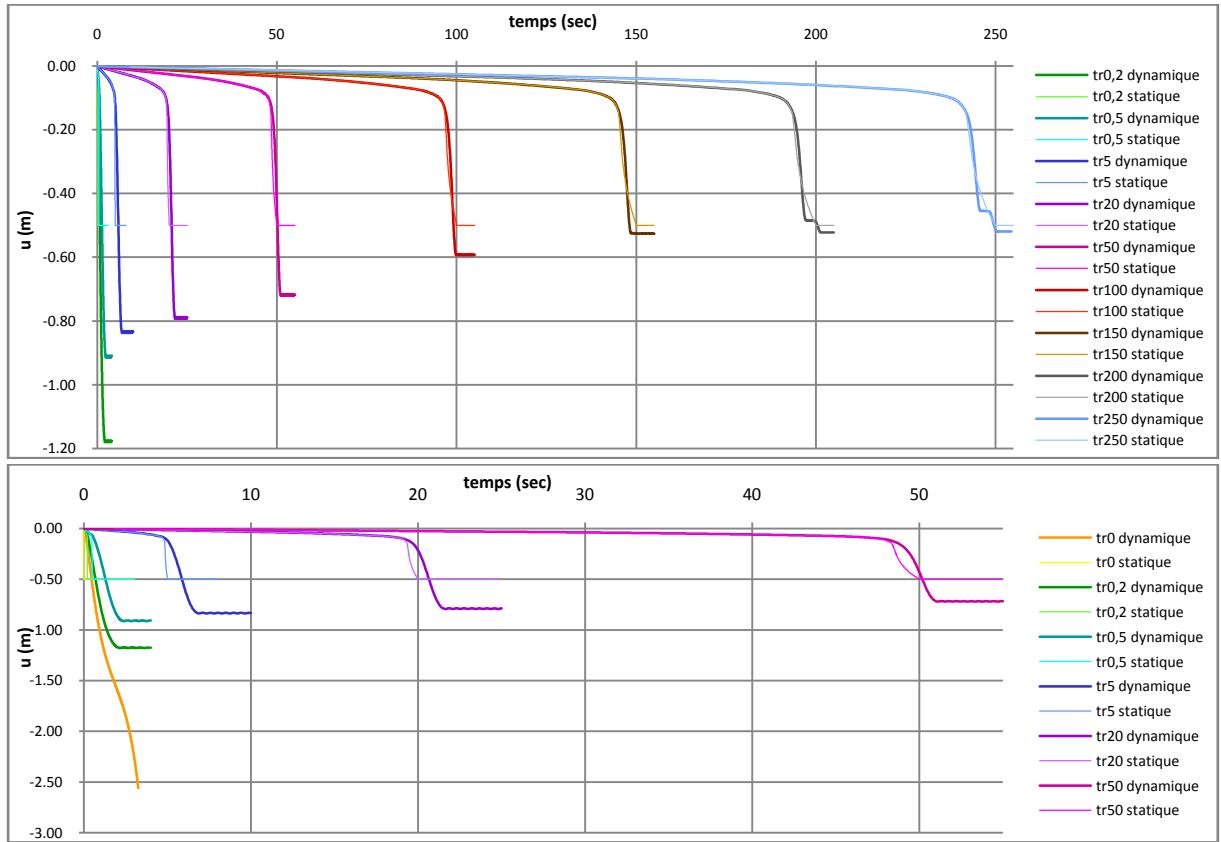


Fig. IV.10 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r ($P = N_0 = 691 \text{ kN}$)

2.3. Portique 2b

Le portique étudié dans cette section est le même que ci-dessus (portique 2a), mais l'on considère la ruine de la troisième colonne du premier niveau, à partir de la gauche, et plus de la deuxième. Ce poteau supporte initialement une compression de $N_0 = 653,7 \text{ kN}$. Les courbes statiques associées aux cas « P » et « pNP » sont tracées ci-dessous. On remarque qu'elles présentent ici une allure proche de celle obtenue pour le portique 1, avec le palier de la courbe « pNP » légèrement inférieur à celui de la courbe « P ». La raison en a déjà été expliquée.

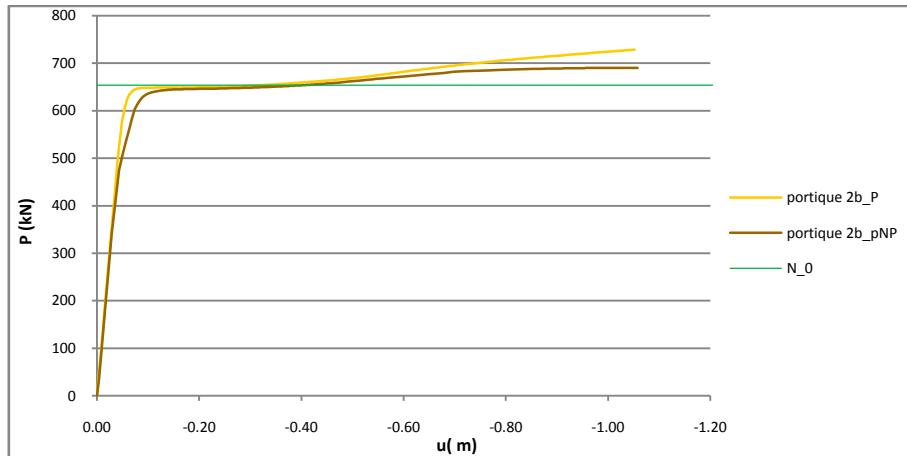


Fig. IV.11 : Courbes statiques pour le portique 2b dans les cas « P » et « pNP »

Concernant la réponse dynamique, la courbe pseudo-statique est tracée et validée sur le graphe suivant (cas « pNP »). On y montre aussi les déplacements dynamiques maximaux obtenus pour différentes valeurs de t_r . La période propre du portique considéré pour son mode principal est de $T = 0,366 \text{ sec}$, les masses étant définies comme précédemment. Pour les différentes valeurs de t_r considérées, le comportement n'est de type 4 que pour $t_r = 600 \text{ sec}$. En outre, il faut que la colonne perde sa capacité portante extrêmement lentement pour que les effets dynamiques deviennent faibles. En effet, l'amplification ne devient inférieure à 10% que lorsque le rapport t_r/T dépasse 1100 environ ! Cela est dû au fait que la charge $P = N_0$ est à peine supérieure au palier plastique.

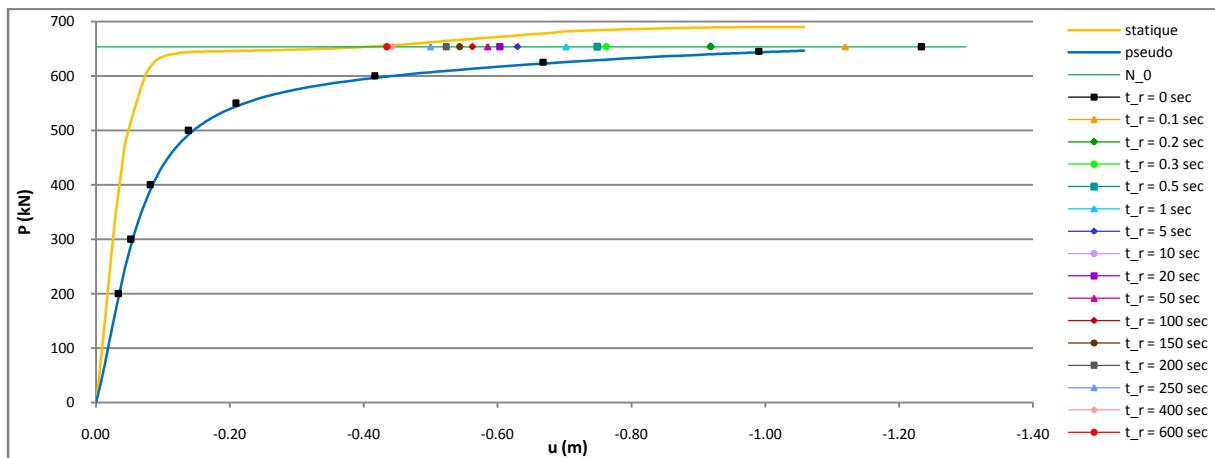


Fig. IV.12 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r ($P = N_0 = 653,7 \text{ kN}$) et validation de la courbe pseudo-statique ($t_r = 0$, P variable)

Des analyses similaires ont été effectuées dans la situation de chargement « P ». Cela confirme à nouveau que, pour un portique, les résultats obtenus dans le cas « P » n'approchent pas ceux issus de l'analyse sous « pNP ». On ne s'attardera pas davantage sur la réponse de cette structure 2b, car son comportement présente de nombreuses similitudes avec celui décrit précédemment pour le portique 2a.

3. REPRESENTATION DE LA REPONSE DYNAMIQUE D'UN PORTIQUE A L'AIDE D'UNE SOUS-STRUCTURE

3.1. Introduction

Comme déjà évoqué à plusieurs reprises, les études menées dans [5] concernant la réponse statique d'un portique ont montré qu'il était possible de déterminer la courbe statique (P, u) au-delà du palier plastique (phase 3 du comportement) à partir de l'analyse d'une sous-structure constituée simplement de la double-poutre inférieure de la partie directement affectée du portique. Dans ce modèle, la restriction latérale apportée par les parties indirectement affectées de part et d'autre est idéalisée par un ressort horizontal de raideur K . En outre, il fut admis de considérer comme la ruine globale de la structure l'apparition d'un mode de ruine dans sa partie indirectement affectée, comme par exemple la formation d'un mécanisme de panneau. Il y équivaut l'atteinte d'un effort horizontal F_{Rd} dans le ressort du modèle simplifié. On va dans cette section extraire la sous-structure ainsi définie d'un portique, de manière à tester son aptitude à représenter la réponse de l'ensemble du système, non seulement dans le domaine statique, mais aussi lors de mises en charges dynamiques, pour autant que la valeur de la charge P soit supérieure à celle associée au palier plastique statique. On envisagera essentiellement le cas du portique 2b décrit ci-dessus.

3.2. Extraction de la sous-structure du portique 2b

Afin de pouvoir isoler la sous-structure, il convient de déterminer la valeur de la raideur K à attribuer au ressort latéral, de même que l'effort maximal qu'il peut supporter F_{Rd} . Pour ce faire, on va se baser sur les résultats de l'analyse numérique statique de la structure, dans la situation réaliste où les poutres du portique supportent une charge répartie et une réaction d'appui initiale N_0 à l'emplacement de la colonne, avant que la perte de celle-ci soit simulée par l'application de la force P (cas « pNP »). On peut tirer de cette analyse :

- l'évolution des déplacements horizontal h et vertical u des nœuds d'extrémité et central de la double-poutre surplombant directement la colonne ruinée : nœud 6 à gauche, 9 au centre et 13 à droite.
- l'effort normal dans les poutres juste à droite du nœud 6 et à gauche du nœud 13.

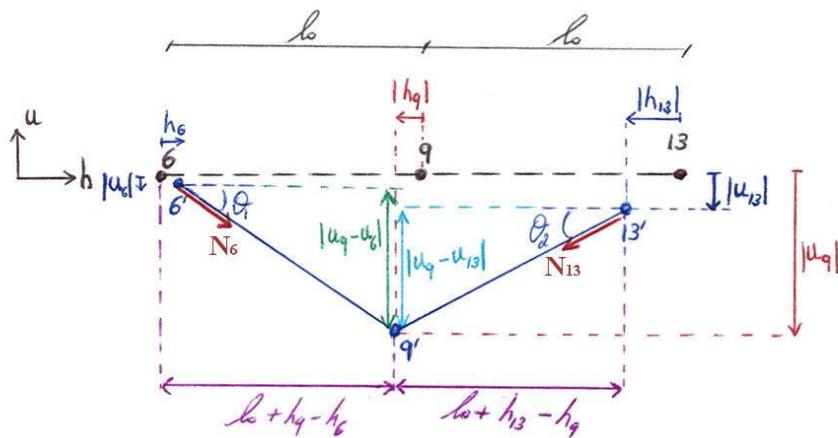


Fig. IV.13 : Déformée de la double-poutre principale et déplacement des nœuds

Connaissant les déplacements des trois nœuds et admettant la double-poutre constituée de deux tronçons rectilignes, on peut aisément déterminer les angles de rotation aux deux extrémités (θ_1 en 6 et θ_2 en 13). La projection horizontale des efforts de traction dans les poutres au niveau de ces

nœuds peut alors être calculée : $F_1 = N_6 \cdot \cos\theta_1$ et $F_2 = N_{13} \cdot \cos\theta_2$. On peut ainsi tracer les graphes reliant respectivement chacune de ces forces F au déplacement horizontal du nœud associé. On en déduit directement la valeur des raideurs K_1 et K_2 qu'il faudrait donner aux ressorts de part et d'autre si l'on en plaçait un à chaque extrémité de la sous-structure :

- Nœud 6 : $K_1 \approx 368007 \text{ kN/m}$. Cette raideur est très élevée car le portique est contreventé à son extrémité gauche.
- Nœud 13 : $K_2 \approx 2968 \text{ kN/m}$

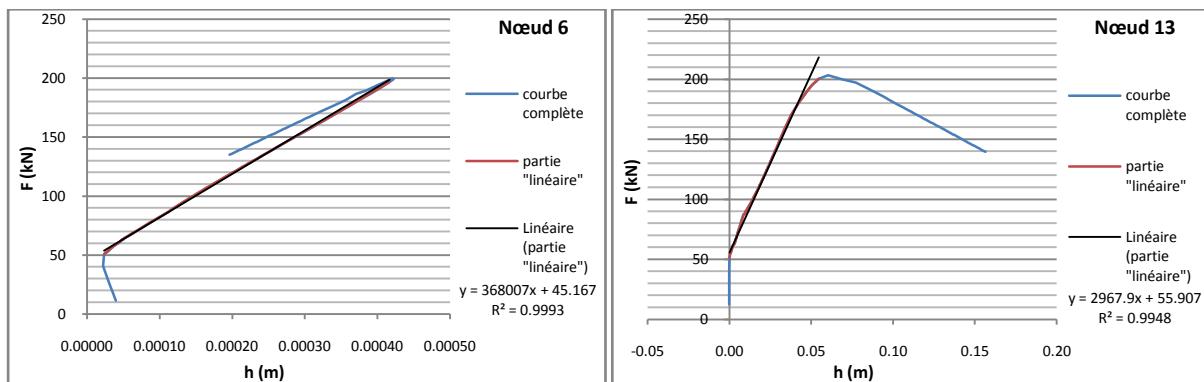


Fig. IV.14 : Relation entre l'effort appliqué aux parties indirectement affectées et leur déplacement horizontal

Puisque le modèle simplifié ne comporte qu'un seul ressort, à l'une de ses extrémités, sa raideur équivalente K est donnée par :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2} = 2944 \text{ kN/m}$$

On note aussi très clairement qu'une force F_{Rd} de l'ordre de 200 kN engendre la formation d'un mécanisme de panneau au premier niveau de la partie indirectement affectée de droite. Cela correspond en statique à $P = 682 \text{ kN}$, ainsi qu'à une flèche $u_9 = 70 \text{ cm}$.

Connaissant désormais la valeur de la raideur K à attribuer au ressort élastique linéaire de la sous-structure, la courbe statique y correspondant est établie et comparée à la courbe statique du portique. La courbe statique de la sous-structure est déterminée sous l'action d'une force P unique puisque les courbes sous « P » et « pNP » se rejoignent au-delà du palier plastique dans le cas d'une sous-structure. Son palier plastique correspond à $P_{pl} = 249 \text{ kN}$, tandis que celui de la courbe associée au portique 2b se produit pour $P_{pl} = 645 \text{ kN}$. Ainsi, pour comparer les courbes et s'assurer que le modèle défini permet bien de décrire correctement le comportement statique de la structure complète en phase 3, il faut replacer les paliers au même niveau, soit ajouter 396 kN à toutes les ordonnées P de la courbe associée à la sous-structure. De cette façon, on observe que les courbes se superposent parfaitement au-delà du palier plastique, jusqu'à la formation du mécanisme indirect dans le portique. Cela valide donc la sous-structure définie, qui est bien apte à représenter la réponse statique du portique en phase 3.

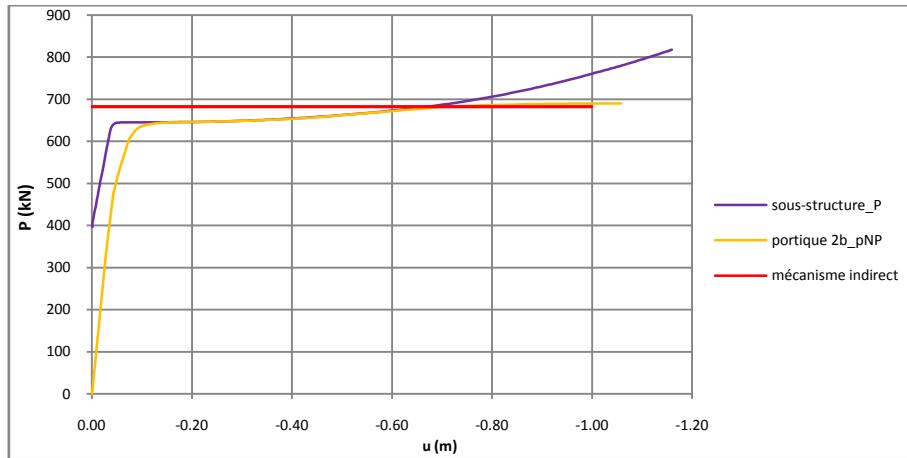


Fig. IV.15 : Comparaison des courbes statiques du portique 2b et de la sous-structure correspondante

3.3. Comparaison de la flèche dynamique maximale du portique 2b et de la sous-structure qui en est extraite

Après avoir confirmé que la sous-structure définie permet bien de fournir le déplacement statique du portique sous des charges supérieures à P_{pl} , il convient de voir si elle est également apte à donner le déplacement dynamique maximal que subirait l'ossature complète suite à la perte de la colonne (pour autant que $N_0 > P_{pl}$). On envisagera d'abord la perte instantanée de la colonne, avant de considérer différentes valeurs de la durée t_r sur laquelle s'étend la perte de capacité portante du poteau en question. Bien entendu, la sous-structure et le portique ne seront pas soumis à des charges identiques, mais à des forces équivalentes, c'est-à-dire d'une même quantité supérieures à leur palier plastique statique respectif, soit : $P_{sous-structure} = P_{portique} - 396 \text{ kN}$.

3.3.1. Ruine instantanée de la colonne

Aussi bien pour la sous-structure que pour le portique, il fut montré précédemment que le déplacement dynamique extrême atteint sous chargement instantané était estimé de manière précise par la courbe pseudo-statique. Afin de comparer les résultats issus de l'analyse du portique et de la sous-structure, les courbes pseudo-statiques sont donc tracées. Elles sont représentées sur le graphe ci-dessous.

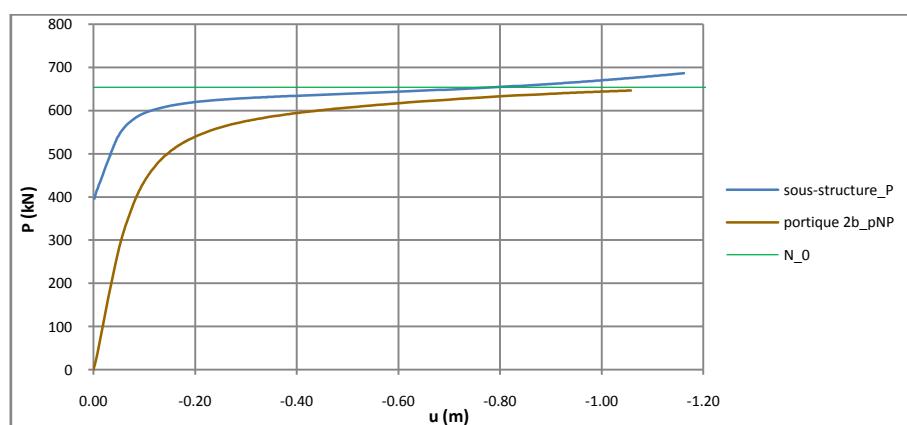


Fig. IV.16 : Comparaison des courbes pseudo-statiques du portique et de la sous-structure correspondante

On remarque ainsi que les deux courbes ne correspondent pas pour $P = N_0$; et que le déplacement maximal donné par le modèle simplifié sous chargement instantané sous-estime nettement celui de l'ossature complète. Cela est certainement dû, au moins en partie, à la formation du mécanisme plastique indirect pour $u \approx 70 \text{ cm}$. En effet, cela fait en sorte que les courbes statiques s'éloignent l'une de l'autre, et par conséquent également les courbes pseudo-statiques établies à partir de celles-ci. Afin d'observer s'il s'agit de l'unique raison pour laquelle les résultats calculés sur la sous-structure diffèrent de ceux du portique, on va supposer que le mécanisme plastique ne se forme pas dans la partie indirectement affectée de l'ossature, et comparer les courbes ainsi obtenues. Pour ce faire, on va donc remplacer la fin de la courbe statique associée au portique (au-delà de $P = 682 \text{ kN}$) par une courbe superposée à celle du modèle. La courbe pseudo-statique statique déduite est alors comparée à celle de la sous-structure (cf. fig. 17). Bien entendu, les courbes statiques se rejoignent au-delà du palier plastique, les courbes pseudo-statiques ont tendance à se rapprocher progressivement. Néanmoins, pour $P = N_0$, qui correspond à la perte de la colonne, elles sont encore relativement éloignées l'une de l'autre et l'utilisation du modèle simplifié mène toujours à sous-estimer la flèche maximale (différence de 21% du déplacement du portique, ce qui équivaut à 27% de celui de la sous-structure). Il est pourtant assez probable que cela soit dû au fait que N_0 est ici à peine supérieure à P_{pl} (respectivement 653,7 et 645 kN). En effet, on a déjà noté à plusieurs reprises ce genre de particularités dans la zone de valeurs de P à proximité du palier plastique, puisqu'une très faible variation d'effort engendre alors une différence considérable de déplacement (la courbe (P, u) est proche de l'horizontale). Si l'on observe les courbes pseudo-statiques pour des charges P plus élevées, on voit qu'elles deviennent assez proches. Par exemple, pour $P = 700 \text{ kN}$, l'écart n'est déjà plus que de 6-7%.

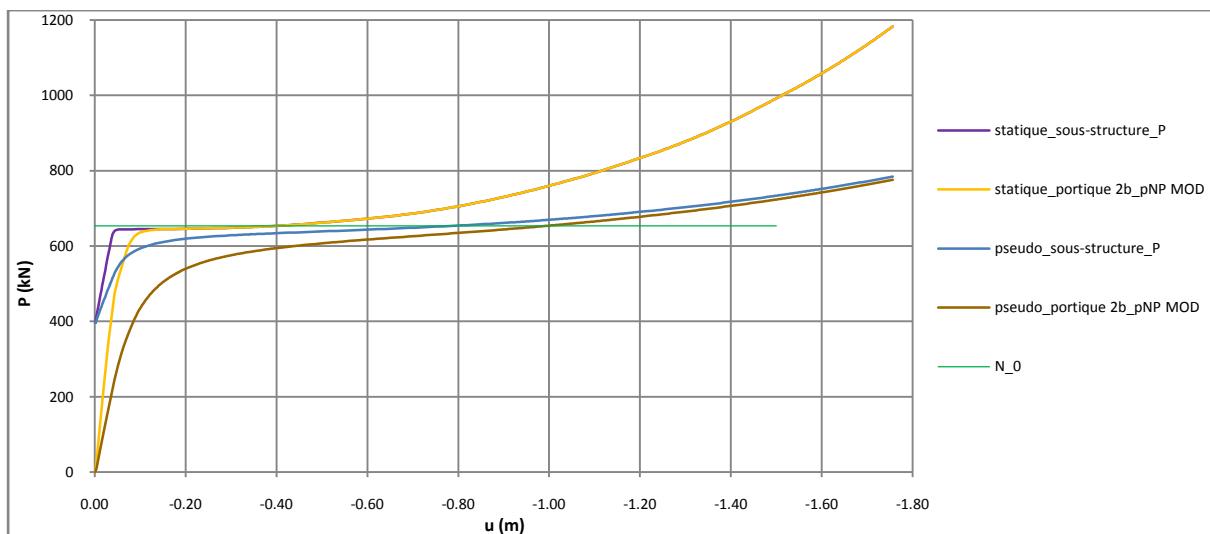


Fig. IV.17 : Comparaison des courbes statiques et pseudo-statiques de la sous-structure et du portique, supposant qu'aucun mécanisme de ruine indirect ne se forme dans ce dernier

3.3.2. t_r/T variable

Des analyses dynamiques ont ensuite été réalisées sur la sous-structure, lorsque la perte de capacité portante du support central est associée à des rapports t_r/T identiques à ceux pour lesquels le portique complet fut analysé en 2.3, et ce pour une valeur équivalente de la charge (soit $P_{sous-structure} = P_{portique} - 396 \text{ kN} = 257,7 \text{ kN}$). Les résultats sont repris sur le graphe suivant. Il faut remarquer que seules des durées t_r menant à des valeurs de déplacement maximal inférieur à celui pour lequel le mécanisme indirect de panneau se forme (70 cm) ont été prises en compte. En effet, ce phénomène est considéré comme la ruine globale du système. De plus, cela n'aurait guère de

sens de comparer la réponse de la sous-structure à celle du portique dans de telles situations puisque, comme rappelé en 3.2 (fig. 15), le modèle simplifié ne permet pas, même en statique, de représenter la réponse de l'ossature dans son ensemble au-delà de l'apparition d'un mode de ruine dans la partie indirectement affectée de la structure.

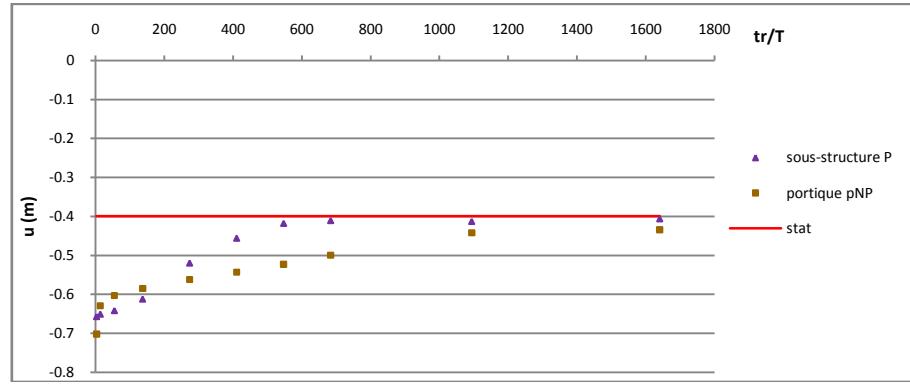


Fig. IV.18 : Comparaison des flèches maximales du portique et de la sous-structure pour diverse valeurs de t_r/T

On remarque sur le graphique précédent que les calculs réalisés sur la sous-structure ne fournissent pas de bons résultats. En effet, la différence entre le déplacement maximal de celle-ci et du portique peut atteindre 25% de la flèche extrême de la sous-structure (soit 20% de celle du portique), et de façon insécuritaire de surcroît. Néanmoins, comme exprimé précédemment, on peut penser que la raison à cela réside dans le fait que la charge considérée soit à peine supérieure au palier plastique statique, zone dans laquelle une différence minime d'effort mène directement à des écarts significatifs de flèche. Pour pouvoir confirmer (ou infirmer) cette hypothèse, il faudrait réaliser une étude similaire à celle menée ci-dessus sur d'autres portiques, pour lesquels on aurait N_0 suffisamment supérieure à P_{pl} . Il conviendrait de plus que la résistance de la partie indirectement affectée soit suffisante pour qu'un mécanisme indirect ne se forme pas trop tôt, afin de permettre la comparaison.

3.4. Conclusions

Le point ci-dessus a montré la nécessité d'approfondir l'étude de la capacité d'une sous-structure à reproduire le comportement dynamique d'un portique. A cette fin, les résultats d'analyses dynamiques réalisées sur deux autres portiques ont été mis en relation avec ceux issus de calculs équivalents sur la sous-structure extraite respectivement de chacun d'eux, et apte à représenter leur réponse statique en phase 3.

On commença par s'intéresser au portique 2a. Mais le problème est que, pour celui-ci, la comparaison entre la flèche maximale du portique et de la sous-structure ne put se faire que pour des rapports $t_r/T > 250$, le mécanisme indirect se formant pour des mises en charges plus rapides. Ainsi, il fut impossible d'en tirer des résultats intéressants. Aux chargements lents pour lesquels la comparaison put être effectuée, les différences restent assez limitées, de la même manière qu'elles l'étaient déjà dans le cas du portique 2b (cf. fig. 18).

On chercha donc à définir un portique dont la partie indirectement affectée possède une plus grande résistance. Pour cela, on repartit du portique 2 en lui ajoutant deux travées à sa droite. Cela s'avérant insuffisant et augmenter davantage le nombre de travées allongeant excessivement les temps de calcul, on remplaça alors les profilés constituant les poteaux par des plus importants. La colonne supposée défaillante est la même que celle considérée pour le portique 2b (soit la troisième à partir de la gauche). Finalement, pour que l'effort initial dans le poteau critique soit un peu plus grand (pour que $P = N_0$ soit davantage au-dessus du palier plastique statique), on dut accroître légèrement les

charges réparties supportées par les poutres. Néanmoins, celles-ci ne purent être que faiblement augmentées car, autrement, N_0 aurait été trop proche de la force pour laquelle on voit apparaître le mécanisme indirect. Pour des valeurs de p trop grandes, celui-ci se forme même avant le retrait statique complet de la colonne. Ainsi, pour ce portique et la sous-structure qui lui est équivalente en statique, des analyses dynamiques ont permis d'établir un graphe du type de celui de la figure 18. Les allures obtenues de l'évolution de l'amplification dynamique avec t_r/T sont d'ailleurs tout à fait semblables. De plus, on relève à nouveau une erreur maximale de l'ordre de 25% en utilisant la sous-structure, celle-ci étant insécuritaire. Il est à noter que la force $P = N_0$ est ici encore assez proche de P_{pl} (respectivement 695,5 et 645 kN), pour la raison qui vient d'être évoquée.

Malheureusement, de plus amples études n'ont pu être menées à ce sujet dans le cadre de ce travail. Il serait néanmoins indispensable de poursuivre dans cette voie afin de voir en quelle mesure il serait possible d'approcher la réponse d'un portique avec une sous-structure telle qu'on l'a définie. En effet, ce n'est qu'à cette condition que la méthode proposée au chapitre suivant (V.3) pour évaluer l'amplification dynamique induite par un chargement ($P, t_r/T$) sur une telle sous-structure prendrait alors tout son sens.

4. CONCLUSION

Ce chapitre permit dans un premier temps de mettre en évidence, de manière qualitative, le comportement d'une structure bidimensionnelle en portiques suite à la ruine de l'une de ses colonnes. Pour cela, trois ossatures ont été étudiées.

Tout d'abord, les réponses statiques dans les situations de chargement « P » et « pNP » ont été comparées, ce qui montra des différences notables, aussi bien en ce qui concerne le niveau du palier plastique que le comportement en phase 3. Les réponses sous chargement instantané ont également été analysées. Dans ce but, la méthode énergétique proposée par Vlassis fut d'abord appliquée de manière à établir la courbe pseudo-statique associée aux cas « P », puis étendue aux situations de chargement plus réalistes. Cette approche fut alors validée par des analyses dynamiques réalisées à l'aide du logiciel de calcul par éléments finis Finelg.

Ensuite, l'influence du temps associé à la perte de capacité portante de la colonne défaillante fut étudiée. Il fut en premier lieu montré que, tout comme pour une sous-structure, la réponse d'un portique donné sous un niveau de charge fixé est dictée par le rapport t_r/T . De nombreuses similitudes entre la réponse d'un portique et celle d'une sous-structure ont en outre été remarquées. Ces analogies portent d'abord sur l'évolution temporelle de la flèche du système en tête de la colonne ruinée, mais également sur l'évolution des efforts internes et de la plastification de la double-poutre « principale », surmontant directement le poteau supprimé. On notera toutefois l'influence de la partie indirectement affectée sur le comportement, via la raideur qu'elle fournit à la partie directement concernée. En particulier, l'apparition d'un mécanisme plastique indirect de panneau provoque une chute brutale de cette raideur, et empêche le développement d'un effort de traction significatif dans les poutres « principales ». Pour rappel, la formation d'un mécanisme de ruine dans la partie indirectement affectée est considérée comme la ruine globale du système.

Pour terminer, la capacité d'une sous-structure à reproduire la réponse d'une ossature en portiques complète fut évaluée sur l'un ou l'autre exemples. Ainsi, la sous-structure permettant de représenter le comportement statique du portique en phase 3 fut extraite et analysée sous divers chargements dynamiques. Les résultats obtenus en termes de flèche extrême furent comparés à ceux issus de l'analyse du portique, à rapport t_r/T identique et charge P équivalente (c'est-à-dire d'une

même quantité supérieure au palier plastique respectif). Le portique entier fut toujours analysé dans la situation de mise en charge réaliste « pNP » tandis que la sous-structure était soumise uniquement à une force concentrée P équivalente en son centre, puisque l'on a pu montrer au chapitre III (section III. 4) que la réponse d'un tel système sous une charge concentrée unique P approchait de façon suffisante celle correspondant au cas « pNP », et de façon sécuritaire la plupart du temps. Les résultats obtenus ici n'ont pas permis de conclure quant à la validité de cette approche. En effet, on a noté des différences maximales de l'ordre de 25% entre le déplacement extrême fourni par l'analyse du portique et celui de la sous-structure. Comme évoqué plus tôt, ce pourrait être lié au fait que, dans les cas étudiés ici, l'effort N_0 était proche de la force P_{pl} associée au palier plastique statique. Toujours est-il que des essais supplémentaires mériteraient d'être faits pour voir en quelle mesure la sous-structure est apte, ou non, à représenter la réponse extrême du portique sous chargement dynamique. En effet, il serait très intéressant, dans le cadre d'un dimensionnement notamment, de pouvoir se ramener à l'étude d'une sous-structure élémentaire. Auquel cas, la procédure développée aux points V.3.3 et V.3.4 du chapitre suivant pourrait alors être appliquée.

V. Expression de la réponse d'une sous-structure
en fonction de grandeurs adimensionnelles et
quantification des effets dynamiques

1. INTRODUCTION

Aux chapitres II et III, le comportement dynamique d'une sous-structure suite à la perte de son appui central fut analysé, sur base de l'étude d'un système particulier. Il fut montré que la réponse d'une sous-structure donnée était régie par le couple de paramètres $(P, t_r/T)$, P étant la force appliquée au centre de la sous-structure pour simuler la perte du support, t_r le temps de montée de la charge $P(t)$, c'est-à-dire la durée nécessaire à l'atteinte de sa valeur finale P , et T la période propre du système relative à son premier mode propre transversal. Il fut en outre observé que considérer la sous-structure simplement soumise à une force P en son centre au lieu d'envisager une situation initiale où les poutres sont chargées et la réaction d'appui N_0 présente avant l'application de P simulant la suppression du support, permettait d'approcher la réponse du système de façon suffisamment précise, et le plus souvent sécuritaire. Au chapitre IV précédent, l'étude d'un portique complet suite à la ruine d'une colonne enfin fut envisagée. Toutefois, l'analyse du comportement dynamique de ces différents systèmes n'a jusqu'à présent été abordée que de façon essentiellement qualitative.

Dans ce chapitre, la quantification des effets dynamiques va enfin être considérée. Dans cette optique, on s'intéressera exclusivement au cas d'une sous-structure élémentaire soumise à une unique force concentrée P en son milieu. Bien entendu, cette approche ne pourrait être complètement justifiée que par la démonstration de l'aptitude d'une telle sous-structure à reproduire le comportement d'une ossature complète. En effet, l'étude d'un tel système simplifié n'est pas un but en soi, si ce n'est en ce qui concerne la mise en évidence des aspects qualitatifs essentiels de la réponse dynamique (ce qui fit l'objet des chapitres II et III). Ainsi, la détermination de l'amplification dynamique engendrée par la perte de l'appui central d'un tel système élémentaire ne peut avoir d'intérêt pratique qu'à condition que l'on puisse s'y référer pour l'étude d'une structure réelle.

Jusqu'à présent, la réponse dynamique d'une sous-structure fut décrite principalement de manière qualitative et ne put être exprimée qu'en termes de la grandeur de la force P et du déplacement u , de tels résultats ne pouvant par conséquent être interprétés que relativement à la sous-structure particulière envisagée. Afin de tenter de quantifier les effets dynamiques de manière plus générale, applicable qu'elle que soit la sous-structure considérée, il serait intéressant de pouvoir exprimer les résultats obtenus en fonction de paramètres adimensionnels. En particulier, il conviendrait de transposer les courbes de comportement (P, u) dans un système d'axes sans dimension, tels que les paramètres portés en abscisse et en ordonnée intègrent les caractéristiques géométriques et mécaniques propres au système ; de sorte que l'on puisse ainsi mieux mettre en évidence l'influence de la vitesse de mise en charge, caractérisée par le rapport t_r/T .

On a pu remarquer, au chapitre II, que la courbe statique associée à une sous-structure changeait brutalement de pente une fois l'effort de traction plastique N_{pl} atteint dans les poutres, pour alors suivre une courbe limite semblant, à première vue, s'apparenter à une droite (cf. fig. II.2). Dans un premier temps, l'équation de cette courbe limite va être établie, puis linéarisée. Ensuite, des paramètres adimensionnels vont être définis, tels que les courbes statiques correspondant à des sous-structures différentes possèdent, dans ces nouveaux axes, une droite limite identique ; et qu'elles la rejoignent en un même point. Finalement, on s'intéressera au comportement dynamique de la sous-structure, et l'on tentera de définir une méthode simplifiée permettant d'estimer le déplacement dynamique maximal associé à un chargement donné. A cette fin, on cherchera à définir une courbe approchée donnant la flèche extrême en fonction de la force P , selon la valeur de t_r/T .

2. EXPRESSION DE LA REPONSE STATIQUE EN FONCTION DE PARAMETRES ADIMENSIONNELS

2.1. Droite limite

2.1.1. Détermination de la courbe limite

On a remarqué au chapitre II que la courbe (P, u) caractérisant le comportement statique d'une sous-structure change brusquement de pente lorsque l'effort de traction dans les poutres atteint la valeur de l'effort normal plastique N_{pl} . Elle suit ensuite une courbe limite dont nous allons ici déterminer l'équation.

Lorsque l'effort de traction dans les poutres a atteint N_{pl} , il reste alors constant à cette valeur tandis que les poutres peuvent s'allonger indéfiniment plastiquement. On peut écrire les équations d'équilibre suivantes pour les nœuds A et B :

- $P = 2 \cdot N_{pl} \cdot \sin \theta$
- $N_{pl} \cdot \cos \theta = K \cdot \delta_K$

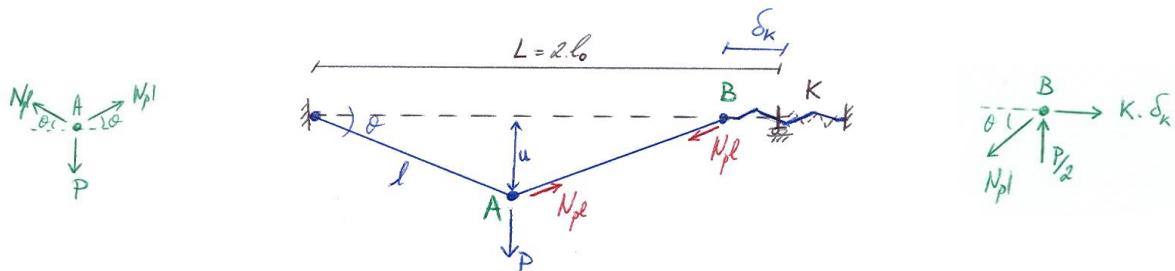


Fig. V.1 : Déformée du système et équilibre des nœuds

Au fur et à mesure que la flèche u augmente, l'angle θ en fait de même et donc la projection horizontale de l'effort de traction dans les poutres, $N_{pl} \cdot \cos \theta$, diminue. Par conséquent, l'allongement du ressort, δ_K , décroît également. La longueur l des poutres doit quant à elle augmenter de façon à satisfaire la relation géométrique suivante :

$$2 \cdot l \cdot \cos \theta = 2 \cdot l_0 - \delta_K \Rightarrow l = \frac{2 \cdot l_0 - \delta_K}{2 \cdot \cos \theta}$$

La flèche u s'obtient finalement par : $u = \sqrt{l^2 - \left(l_0 - \frac{\delta_K}{2}\right)^2}$.

Ainsi, pour chaque valeur de θ , on peut déterminer successivement P , δ_K , l et u ; puis tracer la courbe (P, u) . En rassemblant les différentes équations, on peut aussi obtenir la relation directe $u(P)$:

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{\left(\frac{2 \cdot l_0 - \frac{N_{pl}}{K} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{2 \cdot N_{pl}}\right)^2}}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{P}{2 \cdot N_{pl}}\right)^2}} \right)^2 - \left(l_0 - \frac{N_{pl}}{2 \cdot K} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{2 \cdot N_{pl}}\right)^2} \right)^2} \\ &\Rightarrow u = P \cdot \left(\frac{l_0}{2 \cdot N_{pl} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{P}{2 \cdot N_{pl}}\right)^2}} - \frac{1}{4 \cdot K} \right) \end{aligned}$$

On peut vérifier que la courbe limite ainsi définie approche bien la fin de la courbe statique obtenue numériquement. Le graphe suivant le montre dans le cas de la sous-structure étudiée en détail au chapitre II.

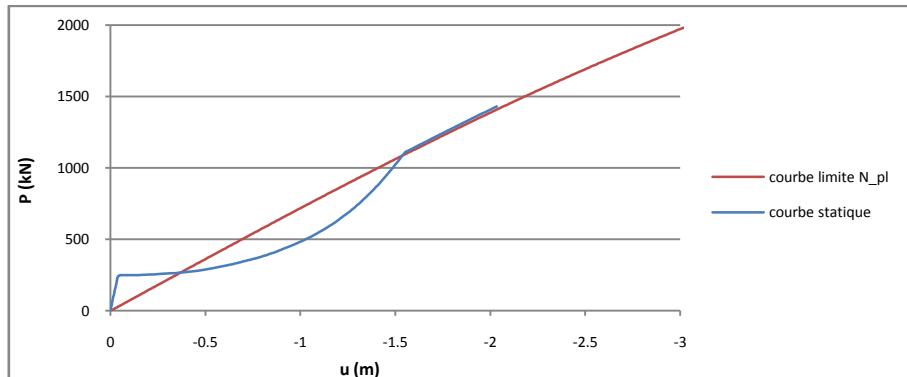


Fig. V.2 : Courbe limite

2.1.2. Approximation linéaire de la courbe limite

Une façon de linéariser la courbe limite de façon assez précise, essentiellement dans la partie qui suit de près le point où la courbe statique atteint la courbe limite, serait de joindre ce point en question à l'origine des axes. Les coordonnées (P^*, u^*) du point recherché peuvent être aisément déterminées. En effet, à l'instant où la courbe statique rejoint la courbe limite, la longueur des poutres vaut :

$$l = l_0 + 2 \cdot \delta_N = l_0 + 2 \cdot \delta_N^* = l^*$$

où la valeur de δ_N^* peut être déduite de la relation (N, δ_N) traduisant l'allongement de la poutre (ou plutôt d'une demi-poutre) après la formation du mécanisme plastique, lors de la propagation de la plastification (valeur de δ_N correspondant au début du palier plastique). En pratique, $N_{méca}$ est faible (juste avant la formation du mécanisme) et $\delta_N^* \approx N_{pl}/K_N$.

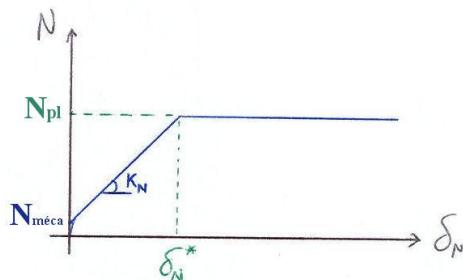


Fig. V.3 : Relation (N, δ_N)

On a toujours les équations d'équilibre :

- $P = 2 \cdot N_{pl} \cdot \sin \theta$
- $\delta_K = \frac{N_{pl} \cdot \cos \theta}{K}$

Et la relation géométrique : $l_0 - \frac{\delta_K}{2} = l \cdot \cos \theta$

On en déduit :

$$\frac{l_0}{\cos \theta} - \frac{N_{pl}}{2 \cdot K} = l \quad \Leftrightarrow \quad \cos \theta = \frac{l_0}{l + \frac{N_{pl}}{2 \cdot K}}$$

Or, on a également :

$$\sin\theta = \frac{u}{l} \quad \text{donc} \quad \cos\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{u}{l}\right)^2}$$

En intégrant l'expression de $\cos\theta$ dans la relation plus haut et en l'exprimant au point où la courbe statique rejoint la courbe limite, on trouve finalement :

$$\sqrt{1 - \left(\frac{u^*}{l^*}\right)^2} = \frac{l_0}{l^* + \frac{N_{pl}}{2.K}} \quad \Rightarrow \quad u^* = l^* \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_0}{l^* + \frac{N_{pl}}{2.K}}\right)^2}$$

On peut en déduire la valeur de P correspondante :

$$P^* = 2.N_{pl} \cdot \frac{u^*}{l^*} = 2.N_{pl} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_0}{l^* + \frac{N_{pl}}{2.K}}\right)^2}$$

Ayant les coordonnées (P^*, u^*) de ce point, il est très aisément de définir l'équation de la droite le reliant à l'origine des axes :

$$P = \frac{2.N_{pl}}{l^*} \cdot u = \frac{2.N_{pl}}{l_0 + 2.\delta_N^*} \cdot u$$

Le graphique ci-dessous montre les courbes statiques correspondant à trois sous-structures de géométrie et profilés identiques, dont seule la valeur de K change ; ainsi que l'approximation linéaire de la courbe limite telle que définie ci-dessus. On notera que cette droite n'est pas la même pour les trois systèmes car la valeur de K_N , et donc de δ_N^* , n'est pas identique pour les trois cas (elle n'est donc pas indépendante de K). Néanmoins, les droites limites diffèrent très peu.

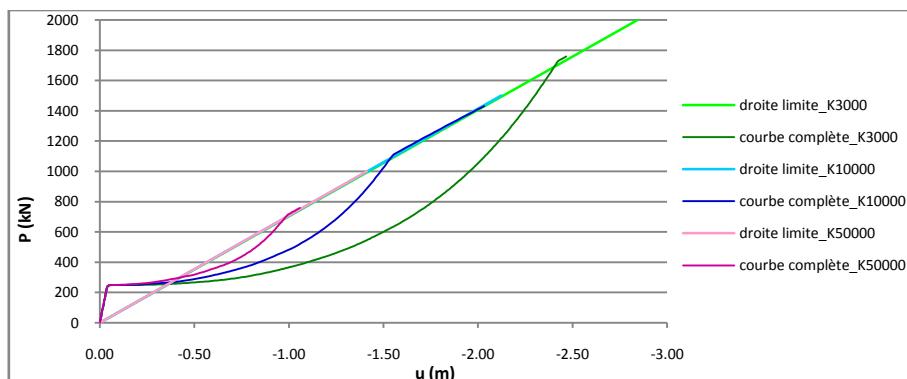


Fig. V.4 : Courbes statiques et droites limites respectives

2.2. Courbe statique adimensionnelle

2.2.1. Définitions

Sur base des résultats obtenus ci-dessus, on peut désormais définir des paramètres adimensionnels \bar{u} et \bar{P} , qui intègrent les propriétés de la sous-structure et sont tels que la courbe statique exprimée en fonction de ces grandeurs rejoigne la droite limite en (1,1) :

$$\bar{u} = \frac{u}{l^* \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_0}{l^* + \frac{N_{pl}}{2 \cdot K}} \right)^2}}$$

et

$$\bar{P} = \frac{P}{2 \cdot N_{pl} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_0}{l^* + \frac{N_{pl}}{2 \cdot K}} \right)^2}}$$

Le graphique ci-dessous montre les trois courbes statiques établies précédemment transposées dans les axes (\bar{u}, \bar{P}) . Dans ce système d'axes adimensionnels, la droite limite est désormais unique ; elle a simplement pour équation : $\bar{u} = \bar{P}$.

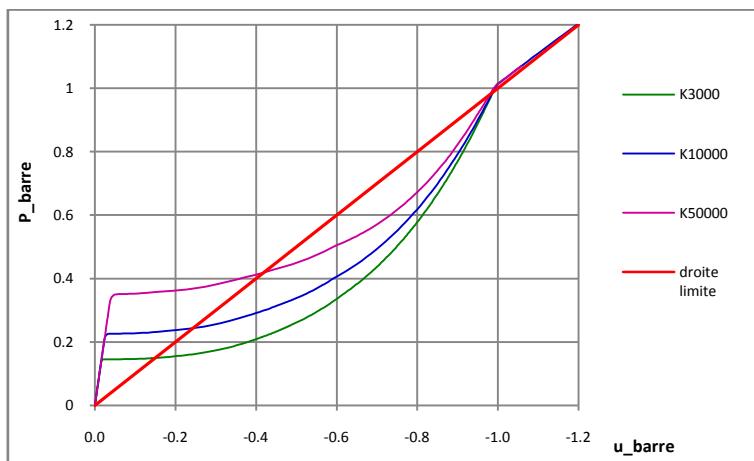


Fig. V.5 : Graphe adimensionnel

2.2.2. Exemples et conclusions

Dans ce paragraphe, les courbes statiques associées respectivement à diverses sous-structures vont être établies puis transposées dans le système d'axes adimensionnels défini ci-dessus afin de permettre la comparaison. Quelques conclusions pourront ainsi être tirées quant à la réponse statique exprimée en fonctions des grandeurs adimensionnelles établies au point 2.2.1.

Les sous-structures considérées ont été définies en faisant varier différents paramètres géométriques et mécaniques les caractérisant : type de profilés, limite élastique, longueur des poutres et raideur du ressort latéral K . Elles sont décrites ci-dessous. Les courbes présentées précédemment, aux figures 4 et 5, correspondent aux trois sous-structures appelées « systèmes 2 ».

- Systèmes 2 : profilés IPE 450, S235, $l = 6,5 \text{ m}$; K variable (3000, 10000 et 50000 kN/m)
- Systèmes 3 : profilés IPE 330, S355, $l = 4,64 \text{ m}$; K variable (3000, 10000 et 50000 kN/m)
- Systèmes 4 : profilés IPE 400, S355 ;
 - 4a : $l = 9,76 \text{ m}$, $K = 15000 \text{ kN/m}$
 - 4b : $l = 8 \text{ m}$, $K = 5000 \text{ kN/m}$
 - 4c : $l = 10,5 \text{ m}$, $K = 40000 \text{ kN/m}$

Les graphiques des figures suivantes présentent les courbes statiques associées aux systèmes décrits ci-dessus, respectivement dans les axes (P, u) et transposées dans le système adimensionnel (\bar{P}, \bar{u}) .

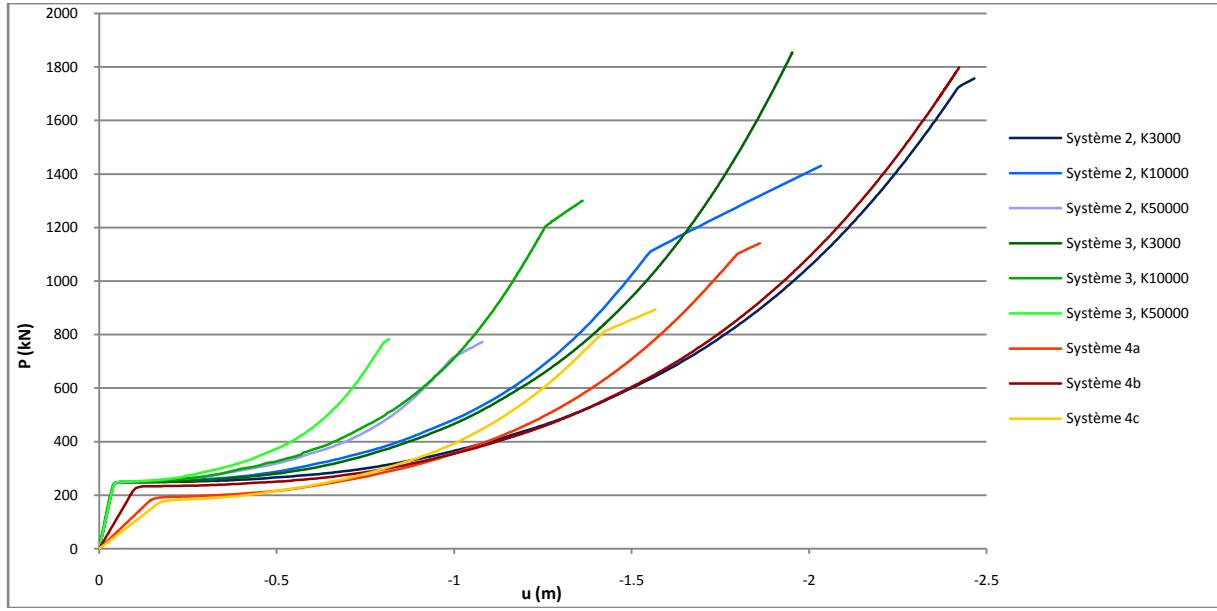


Fig. V.6 : Courbes statiques (P, u)

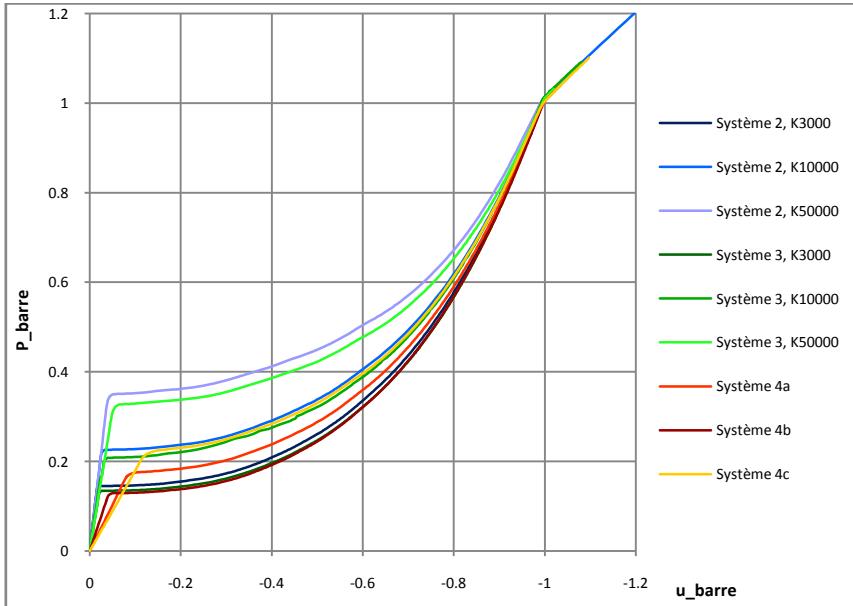


Fig. V.7 : Courbes statiques adimensionnelles (\bar{P}, \bar{u})

On peut voir à la figure 6 que, bien qu'ayant des propriétés géométriques et mécaniques différentes, les systèmes 2 et 3 ont été définis de sorte que leur droite élastique et leur palier plastique coïncident quasiment (dans les axes (P, u)) ; avant d'avoir un comportement propre en phase 3. Les systèmes 4 s'en distinguent. Une fois transposées dans le système d'axes adimensionnels (fig. 7), les positions relatives des paliers plastiques des différentes courbes changent, de même que celles des droites élastiques.

Une observation intéressante pouvant être tirée des graphes de la figure 7 est que des courbes statiques associées à des sous-structures totalement différentes (profilé, longueur, limite élastique, K) mais ayant leur palier plastique au même niveau dans les axes adimensionnels, se superposent au-delà

de ce palier (phase 3). C'est notamment à peu près le cas, d'une part, des courbes correspondant aux systèmes 2-K3000, 3-K3000 et 4b ainsi que, d'autre part, de celles associées aux sous-structures 2-K10000, 3-K10000 et 4c. On peut ainsi en conclure que la courbe statique est entièrement dictée par le niveau de son palier plastique, dans les axes adimensionnels (\bar{P}, \bar{u}) , eux-mêmes dépendant des caractéristiques géométriques et mécaniques de la sous-structure considérée. On remarque de plus que les courbes ne se croisent pas au-delà du palier plastique, comme elles pouvaient le faire dans les axes (P, u) . Ainsi, une courbe ayant un palier plastique au-dessus de celui d'une autre dans les axes (\bar{P}, \bar{u}) lui restera supérieure jusqu'à l'atteinte du point (1,1) où les poutres plastifient en traction.

3. DEPLACEMENT DYNAMIQUE MAXIMAL

3.1. Introduction

Au chapitre II, le comportement dynamique d'une sous-structure sollicitée par une force concentrée en son centre fut étudié en détail sur base d'un système particulier. Il fut montré que, pour un système donné, la réponse dynamique, et en particulier le déplacement maximal, était dictée par les deux paramètres P et t_r/T . Des courbes (P, u_{max}) ont été établies pour différentes valeurs de t_r/T et leur allure expliquée. De plus, les différents types de comportements rencontrés ont été analysés en termes d'évolution temporelle de la flèche, des efforts internes et de la plastification.

Si l'on s'intéresse exclusivement aux valeurs de la charge P supérieures au palier plastique statique, c'est-à-dire aux forces suffisantes pour provoquer la formation du mécanisme plastique même si elles sont appliquées statiquement (ce qui sera probablement le cas lors de la simulation de la perte d'une colonne d'un portique), on distingue trois parties successives dans la courbe (P, u_{max}) , à valeur de t_r/T fixée (cf. fig. 8). Pour des valeurs de P peu supérieures à P_{pl} , la courbe en question est proche de la courbe pseudo-statique. Ensuite, elle prend une pente plus grande et monte jusqu'à rejoindre la courbe statique ; pour finalement suivre cette dernière. Le point où la courbe (P, u_{max}) rejoint la courbe statique correspond à peu près à la transition entre une réponse de type 3 pour les charges P plus faibles et une réponse de type 4 pour les plus élevées (en se référant toujours aux différents types de comportement définis en II.4.2). Pour des valeurs de t_r/T relativement faibles, c'est-à-dire des mises en charge relativement rapides, la courbe (P, u_{max}) ne va pas jusqu'à rejoindre la courbe statique. Pour des valeurs très petites de ce rapport, elle s'écarte d'ailleurs peu de la courbe pseudo-statique, associée à l'application instantanée de P ($t_r = 0$ sec). Des exemples de telles courbes sont présentés à la figure 8 ci-dessous pour le système étudié au chapitre II, qui correspond en fait à la sous-structure 2 avec $K = 10000$ kN/m, et des valeurs de t_r/T de 6, 20 et 40. Pour rappel, des chargements menant à une flèche extrême supérieure à celle engendrant la plastification des poutres en traction n'ont pas été envisagés.

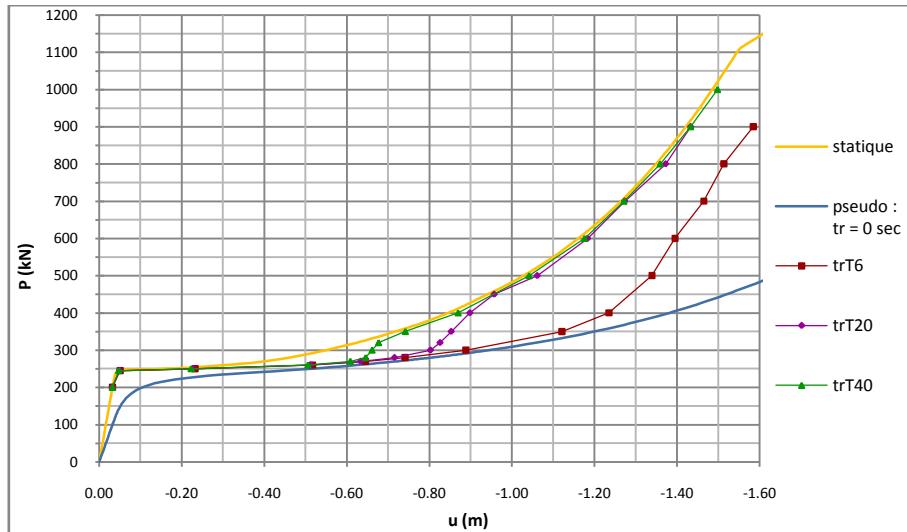


Fig. V.8 : Courbes liant la flèche maximale à la force P pour différentes valeurs de t_r/T (système 2-K10000)

On va dans cette section commencer par exprimer ces résultats dans les axes adimensionnels (\bar{P}, \bar{u}) pour les neuf systèmes envisagés en 2.2.2 afin de voir si des conclusions intéressantes peuvent en être tirées quant à l'allure des courbes (\bar{P}, \bar{u}_{max}) et notamment l'abscisse à laquelle elles rejoignent la courbe statique. Ensuite, on tentera de définir une méthode simplifiée permettant d'estimer la valeur de la flèche dynamique maximale d'une sous-structure sous un chargement donné, caractérisé par le couple de paramètres $(P, t_r/T)$.

3.2. Courbes dynamiques exprimées dans les axes (\bar{P}, \bar{u})

Des analyses dynamiques ont été effectuées sur les neuf systèmes déjà traités en statique (cf. 2.2.2), pour des valeurs du rapport t_r/T de 6, 20 et 40 ; et les courbes (P, u_{max}) établies puis transposées dans le système d'axes adimensionnels (\bar{P}, \bar{u}) . Ces derniers graphiques sont fournis à l'annexe 3. On peut en tirer les observations suivantes.

Tout d'abord, on remarque que, si les courbes statiques de deux systèmes sont très proches l'une de l'autre dans les axes adimensionnels (\bar{P}, \bar{u}) , alors non seulement les courbes pseudo-statiques associées le sont aussi (ce qui est direct en raison de la manière dont la courbe pseudo-statique est établie à partir de la courbe statique), mais également les courbes dynamiques correspondant à une même valeur de t_r/T . On l'observe par exemple en comparant les résultats obtenus pour les systèmes 2 et 3 avec une même valeur de K. On n'a pas pu déterminer deux sous-structures différentes ayant exactement la même courbe statique dans les axes (\bar{P}, \bar{u}) , afin de voir si les courbes dynamiques associées à des valeurs de t_r/T identiques se superposeraient également parfaitement (on peut par contre affirmer que ce sera bien le cas des courbes pseudo-statiques). Néanmoins, la comparaison des résultats obtenus pour des courbes proches l'une de l'autre le laisse penser ; de même que le fait que des courbes pseudo-statiques ($t_r/T = 0$) déterminées à partir de courbes statiques qui sont distinctes dans les axes (P, u) mais superposées dans les axes adimensionnels sont forcément identiques elles aussi dans les axes (\bar{P}, \bar{u}) .

On peut donc raisonnablement supposer que correspondent à des sous-structures caractérisées par des courbes (\bar{P}, \bar{u}) identiques des courbes dynamiques (\bar{P}, \bar{u}_{max}) également similaires, à rapport t_r/T fixé. Par contre, on voit bien qu'il faut pour cela que les courbes statiques soient superposées tout du long, et pas seulement en phase 3. En effet, les courbes dynamiques associées aux systèmes 3-K10000 et 4b sont, par exemple, très différentes, et ce alors que les courbes statiques sont très proches

l'une de l'autre au-delà du palier plastique (dans les axes adimensionnels toujours). La pente de la partie élastique linéaire de la courbe statique (\bar{P}, \bar{u}) a donc une influence importante.

Pour des courbes statiques ayant leur palier plastique à peu près au même niveau (toujours dans les axes adimensionnels) mais dont la partie élastique présente une pente différente, on note que la courbe dynamique (\bar{P}, \bar{u}_{max}) correspondant à une valeur donnée de t_r/T tend à se déplacer vers la droite du diagramme lorsque la pente de la droite élastique se fait plus raide, ce qui signifie que les effets dynamiques ont tendance à s'amplifier (\bar{u} plus grand pour une même valeur de \bar{P}). On le voit clairement en comparant, par exemple, les résultats issus des systèmes 4c et 3-K10000 (ou 2-K10000) ; ou encore des sous-structures 4b et 3-K3000 (ou 2-K3000). On note finalement que, à pente élastique constante, les courbes dynamiques ont tendance à se déplacer vers la droite lorsque le niveau du palier plastique s'accroît. On l'observe en considérant les systèmes 2 (ou 3) dont on fait varier seulement la valeur de K.

On s'est contenté ici de citer une série d'observations qualitatives tirées des courbes dynamiques exprimées dans le système d'axes adimensionnels, dont les graphes sont fournis à l'annexe 3. On va tenter dans la suite de quantifier ces effets dynamiques.

3.3. Définition d'une courbe dynamique (P, u_{max}) approchée

Au vu de l'allure que présentent les courbes (P, u_{max}), qui fut rappelée dans l'introduction (3.1 – fig. 8), l'idée fut d'approcher ces dernières, au-delà du palier plastique, par des courbes approximatives établies de la manière suivante :

- Tronçon 1 : horizontale au niveau de P_{pl} ;
- Tronçon 2 : courbe pseudo-statique ;
- Tronçon 3 : verticale joignant la courbe de Vlassis à la courbe statique, à l'abscisse $u = u_{trans}$ à laquelle la courbe (P, u_{max}) rejoint la courbe statique ;
- Tronçon 4 : courbe statique.

Des exemples de telles courbes approchées sont représentés à la figure 9. Pour des valeurs de t_r/T trop faibles, la courbe dynamique ne rejoint pas la courbe statique et les tronçons 3 et 4 ne peuvent être définis. Il est également possible qu'il n'existe pas de tronçon 2, et donc que l'on passe directement du tronçon 1 au tronçon 3, comme on le montre par exemple sur le graphique (b) de la figure suivante. Bien entendu, ces courbes peuvent être définies de façon tout à fait similaire dans les axes (\bar{P}, \bar{u}).

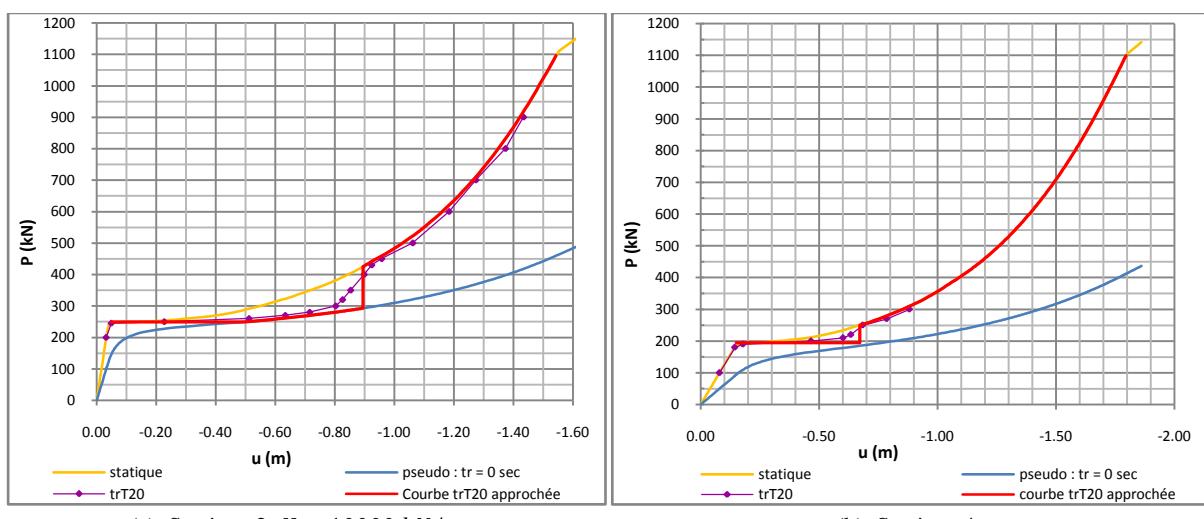


Fig. V.9 : Exemples de courbes dynamiques (P, u_{max}) approchées

Pour pouvoir établir ces courbes approchées, il reste encore à pouvoir déterminer la valeur de l'abscisse u_{trans} (ou \bar{u}_{trans}) correspondant à la partie verticale, c'est-à-dire celle pour laquelle la courbe dynamique (P, u_{max}) rejoint la courbe statique. Or, comme montré au chapitre II, ce point correspond en fait à un changement de comportement : pour une valeur de t_r/T donnée, la courbe dynamique rejoint la courbe statique lorsque la force P est suffisante pour que l'on passe d'une réponse de type 3 à une réponse de type 4. On montre cette transition à la figure 10 ci-dessous pour le système 2-K10000- m_1 et $t_r/T = 20$: on a une réponse de type 3 pour $P = 400 \text{ kN}$ et de type 4 pour $P = 450 \text{ kN}$.

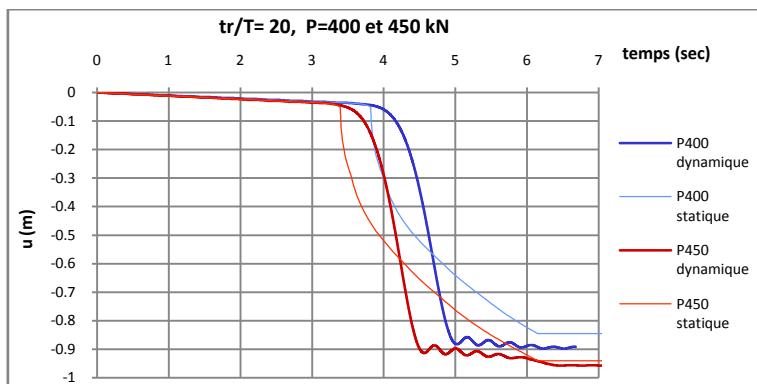


Fig. V.10 : Transition entre des réponses de type 3 et 4 pour le système 2-K10000- m_1 , et $t_r/T = 20$

Comme expliqué au chapitre II, c'est la valeur de la flèche lorsqu'elle tend à se stabiliser après la formation du mécanisme plastique, c'est-à-dire lors de la première annulation de la vitesse après la formation du mécanisme (premier maximum), qui dicte si l'on a une réponse de type 3 ou 4. En effet, si le déplacement atteint à cet instant est inférieur à la flèche statique associée à la force finale P , on a un comportement de type 4. La première « stabilisation » implique un « palier » dans la courbe $u(t)$ puis le déplacement se remet à augmenter en oscillant autour de la courbe statique, avant de se stabiliser à terme autour d'une valeur proche de la flèche statique. Dans le cas contraire, on a un comportement de type 3 et le « palier » se prolonge infiniment, au niveau d'un déplacement supérieur à la flèche statique.

Ainsi, pour pouvoir déterminer la courbe simplifiée approchant une courbe dynamique (P, u_{max}) associée à une valeur fixée du rapport t_r/T , il faudrait pouvoir déterminer la valeur du déplacement correspondant au « palier » d'une courbe $u_{dyn}(t)$ (palier qui est infini si la réponse est de type 3). On pourrait alors, par comparaison avec la flèche statique finale, déterminer si le comportement est de type 3 ou 4 pour une valeur de P donnée ; et, par suite, trouver la valeur de $P = P_{trans}$ associée au changement de comportement. La partie verticale de la courbe approchée (P, u_{max}) appr correspondrait ainsi au déplacement statique u_{trans} atteint sous cette force P_{trans} pour laquelle on observe la transition entre une réponse de type 3 et une réponse de type 4. Dans cette optique, le paragraphe suivant vise d'abord à déterminer la valeur de la flèche atteinte au niveau du premier maximum suivant la formation du mécanisme plastique, en s'intéressant aux situations de chargement pour lesquelles on est proche de la transition entre les réponses de types 3 et 4. A partir de là, les valeurs de P_{trans} , puis de u_{trans} , pourraient être déduites.

3.4. Détermination de u_{trans} puis de la courbe approchée $(P, u_{max})_{app}$

3.4.1. Introduction

Soit une courbe dynamique approchée $(P, u_{max})_{app}$ telle que définie ci-dessus (cf. fig. 9), associée à une sous-structure donnée et à une valeur fixée de t_r/T . Pour déterminer la valeur u_{trans} du déplacement correspondant à l'abscisse à laquelle la courbe approchée saute de la courbe pseudo-statique à la courbe statique, il conviendrait de connaître la valeur P_{trans} de la force pour laquelle se produit la transition entre une réponse de type 3 et une réponse de type 4 (pour le rapport t_r/T considéré). Afin de savoir si, dans une situation de chargement donnée, le comportement est de type 3 ou 4, il faudrait déterminer si la flèche atteinte lorsque la vitesse du système s'annule pour la première fois après que le mécanisme se fut formé est inférieure ou supérieure au déplacement statique associé à la valeur finale P de la charge concentrée appliquée. Si l'on pouvait atteindre cet objectif, il serait alors possible de déterminer le type de comportement pour différentes valeurs de P, et ainsi d'identifier P_{trans} , pour laquelle la réponse est juste à l'intermédiaire. Cela constitue le but de cette section 3.4.

A cette fin, un modèle sera développé, permettant d'évaluer la réponse du système jusqu'à l'atteinte du premier maximum de la flèche suivant la formation du mécanisme plastique. Puisque l'objectif est au final de déterminer la valeur de P pour laquelle se produit la transition entre un comportement de type 3 et un comportement de type 4 (P_{trans}), on s'intéressera essentiellement aux chargements induisant des réponses $u_{dyn}(t)$ dont le « palier » est relativement proche de la flèche statique finale. Cela sera nécessaire pour assurer la validité de certaines hypothèses posées dans le développement du modèle, ce qui sera précisé en temps utile. Le premier modèle simplifié décrit en 3.4.2 fut proposé par V. Denoël et H. Degée. Des développements supplémentaires ont ensuite permis de l'affiner quelque peu en intégrant certains aspects initialement négligés.

3.4.2. Modèle simplifié de base

Le modèle initial a été développé sur base des hypothèses suivantes. Il s'agit d'un modèle rigide-plastique, dans lequel les poutres sont considérées infiniment rigides et ayant donc une longueur constante $l = l_0$. Les rotules plastiques se développant à leurs extrémités sont en outre soumises à un moment $M = M_{pl}$ supposé constant, l'interaction avec l'effort normal n'étant pas prise en compte. Finalement, on considère les déplacements modérés, ce qui signifie que l'on admet :

- $\theta \approx \frac{u}{l} (\approx \sin \theta \approx \operatorname{tg} \theta)$
- $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \approx 1 - \frac{u^2}{2l^2}$

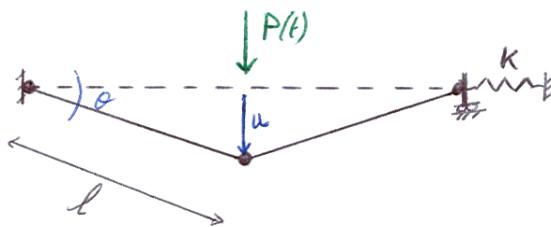


Fig. V.11 : Système considéré

Le principe de base réside en l'écriture d'une équation de conservation d'énergie. Elle consiste à exprimer que le travail réalisé par la force extérieure P(t) est égal à la somme de l'énergie cinétique, du travail des rotules plastiques et de l'énergie stockée dans le ressort latéral. Il faut noter dès à présent que l'équation que l'on va développer ci-dessous ne sera valable que jusqu'à l'atteinte du premier maximum de la flèche. En effet, une fois celui-ci dépassé, le centre du système se met à remonter. Par

conséquent, les rotules et le ressort horizontal travaillent en sens inverse et l'on observe un certain déchargement élastique, auquel est associée une restitution d'énergie élastique, ce dont il faudrait tenir compte dans l'équation d'énergie. On ne le fera pas ici. Néanmoins, cette restriction ne pose pas de problème car on ne se préoccupe guère de ce qu'il se passe après le premier maximum du déplacement, qui est ce que l'on recherche. Il n'est donc d'aucune utilité ici de chercher à modéliser analytiquement la suite du comportement.

On a donc l'équation suivante :

$$E_{\text{cinétique}} + E_{\text{rotules}} + E_{\text{ressort}} = W_e$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}M_g \cdot \dot{u}^2 + 4 \cdot \int M(\theta) \cdot d\theta + \int F_K(\delta_K) \cdot d\delta_K = \int P(u) \cdot du$$

Dans cette expression :

- M_g est la masse généralisée du système. Elle est définie par : $M_g = \int m(x) \cdot \phi(x)^2 \cdot dx$, $m(x)$ étant la masse répartie et $\phi(x)$ la déformée correspondant au mode considéré (cf. fig. 12). On obtient donc $M_g = \frac{1}{3}m \cdot 2l = \frac{1}{3}M_{\text{tot}}$.

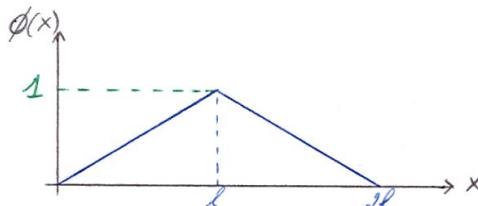


Fig. V.12 : Mode de déformation

- $\int M(\theta) \cdot d\theta = M_{pl} \cdot \int d\theta = M_{pl} \cdot \theta = M_{pl} \cdot \frac{u}{l}$
- $\int F_K(\delta_K) \cdot d\delta_K = \int K \cdot \delta_K \cdot d\delta_K$, avec :
 - $\delta_K = 2l \cdot (1 - \cos \theta) = 2l \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{u^2}{2l^2}\right)\right) = \frac{u^2}{l}$
 - $d\delta_K = \frac{2u}{l} du$

D'où :

$$E_{\text{ressort}} = \int F_K(\delta_K) \cdot d\delta_K = \int K \cdot \frac{u^2}{l} \cdot \frac{2u}{l} \cdot du = \frac{2K}{l^2} \int u^3 \cdot \dot{u} \cdot dt$$

- $\int P(u) \cdot du = \int P(t) \cdot \dot{u} \cdot dt$

En remplaçant dans l'équation, obtient donc :

$$\frac{1}{2}M_g \cdot \dot{u}^2 + 4 \cdot M_{pl} \cdot \frac{u}{l} + \frac{2K}{l^2} \int u^3 \cdot \dot{u} \cdot dt = \int P(t) \cdot \dot{u} \cdot dt$$

En dérivant ensuite par rapport au temps puis en divisant par la vitesse \dot{u} , il vient :

$$M_g \cdot \ddot{u}(t) + \frac{2K}{l^2} \cdot u(t)^3 = P(t) - \frac{4 \cdot M_{pl}}{l}$$

Pour autant que l'on ait $t < t_r$, la force $P(t)$ est donnée par $P(t) = P \cdot t / t_r$. Par ailleurs, le mécanisme plastique se forme lorsque $P(t) = P_{pl} = 4 \cdot M_{pl} / l$, c'est-à-dire à l'instant $t_{pl} = P_{pl} \cdot t_r / P$. Ainsi, l'équation précédente peut finalement s'écrire :

$$M_g \cdot \ddot{u}(t) + \frac{2K}{l^2} \cdot u(t)^3 = \frac{P}{t_r} \cdot (t - t_{pl}) \quad (*)$$

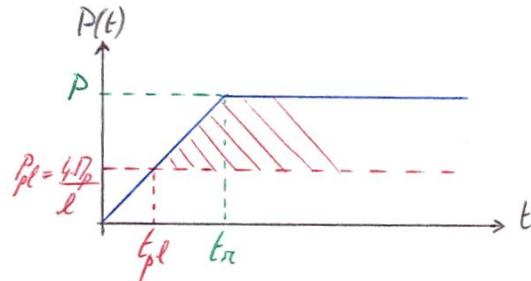


Fig. V.13 : Définition de la mise en charge

Il n'est pas inutile de rappeler le domaine de validité de cette équation. Tout d'abord, elle n'est valable que jusqu'à l'atteinte du premier maximum de la flèche, que l'on va appeler u_{palier} et qui constitue l'inconnue principale. En outre, il est nécessaire que celui-ci se produise avant le temps t_r pour que la force $P(t)$ s'exprime comme considéré ci-dessus. C'est ici qu'il est important de se souvenir des cas dont on se préoccupe. En effet, puisque le but ultime est de pouvoir déterminer la valeur de la charge P pour laquelle on observe un changement de comportement (P_{trans}), seules les réponses relativement proches de la situation intermédiaire entre les types 3 et 4 sont intéressantes ici. Or, dans de tels cas, le palier débutera toujours à un instant $t_{palier} < t_r$. En effet, il est impossible d'obtenir une réponse de type 4 sans qu'il en soit ainsi et, pour t_r donné, t_{palier} diminue progressivement avec l'accroissement de P , comme on peut par exemple l'observer à la figure II.18. Ces restrictions quant à la validité de l'équation sont donc sans conséquence, et cette dernière est adaptée à ce que l'on recherche.

Pour pouvoir résoudre l'équation (*) établie plus haut, il faut encore définir les conditions initiales. Dans le système rigide-plastique considéré, la flèche reste nulle jusqu'à la formation du mécanisme plastique, de même que la vitesse. On résout donc l'équation à partir de t_{pl} , avec pour conditions initiales :

- $u_0 = u(t_{pl}) = 0$
- $\dot{u}_0 = \dot{u}(t_{pl}) = 0$

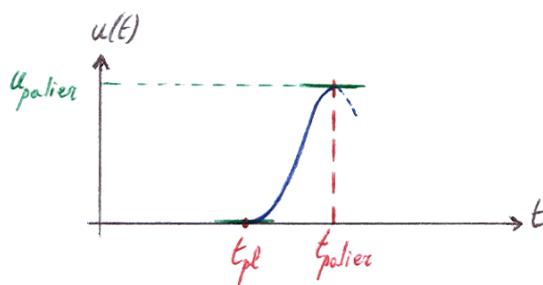


Fig. V.14 : Réponse-type du système définie sur base du modèle

Malheureusement, cette équation ne possède pas de solution analytique. On la résout donc numériquement, à l'aide du logiciel Mathématica. La figure 15 ci-dessous montre un exemple de courbe obtenue. Elle correspond à la sous-structure de masse m_1 étudiée en détail au chapitre II (cf. II.4.2.1 – soit le système 2-K10000, cf. 2.2.2), soumise à une force P de 450 kN appliquée avec un temps de montée t_r de 10 secondes. Pour rappel, seul le début de la courbe, jusqu'au premier maximum, possède une signification. Au-delà, on devrait observer une sorte de palier, jusqu'à rejoindre la courbe statique puis osciller autour de cette dernière (cf. fig. II.18). Dans le cas d'une réponse de type 3, ce palier se prolongerait indéfiniment.

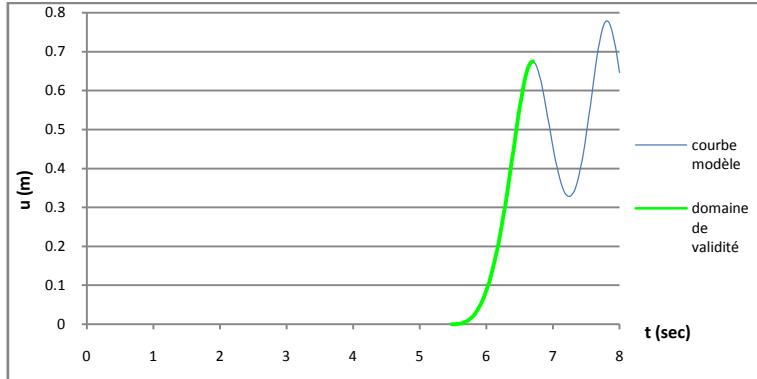


Fig. V.15 : Courbe déterminée avec le modèle pour le système 2-K10000- m_1 sous ($P = 450 \text{ kN}$, $t_r = 10 \text{ sec}$)

A partir d'une courbe obtenue par la résolution numérique de l'équation (*), telle que celle dessinée à la figure précédente, on peut déduire u_{palier} , mais aussi définir une courbe $u(t)$ approchée. Cette dernière suit la courbe issue du modèle jusqu'au premier maximum, puis l'on a un palier qui, soit se prolonge indéfiniment si $u_{palier} > u_{stat}(P)$, soit rejoint la courbe statique dans le cas contraire. Les courbes ainsi obtenues pour le système 2-K10000- m_1 et des chargements caractérisés par $t_r = 10 \text{ sec}$ et $P = 300, 450, 700$ et 1000 kN sont représentées à la figure 16, où elles sont comparées avec les solutions issues d'analyses dynamiques numériques réalisées avec Finelg (ces dernières avaient déjà été présentées à la figure II.18).

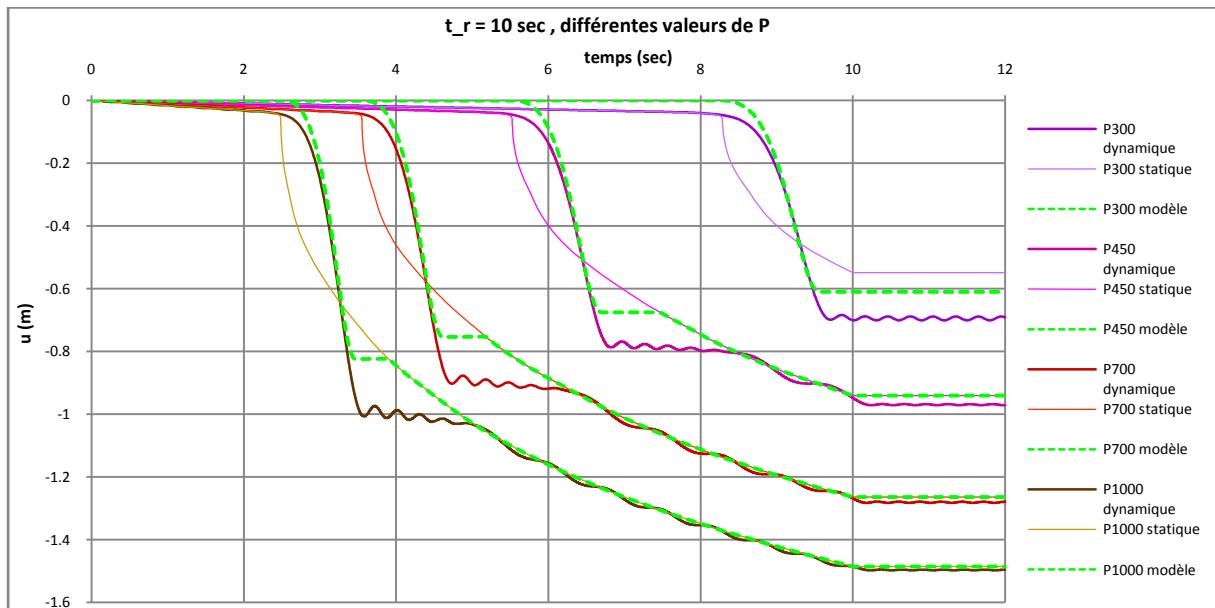


Fig. V.16 : Courbes approchées $u(t)$ déterminées à l'aide du modèle de base, pour le système 2-K10000- m_1 sous (P variable, $t_r = 10 \text{ sec}$)

On remarque que l'allure des courbes déterminées à l'aide du modèle est, jusqu'au premier maximum de la flèche, assez similaire à celle des courbes Finelg. Par contre, l'utilisation de ce modèle mène à sous-estimer u_{palier} , et ce parfois assez nettement. Dans les cas représentés ci-dessus, on observe entre la valeur du premier maximum donné par le modèle et celle issue de l'analyse dynamique avec Finelg des écarts de respectivement 13, 14, 16 et 18% sous $P = 300, 450, 700$ et 1000 kN (en % du déplacement donné par Finelg).

Cela s'explique par différents aspects qui ont été négligés dans le développement du modèle et dont la prise en considération irait dans le sens d'un accroissement de la flèche :

- L'interaction M-N au niveau des rotules plastiques a été négligée. Or, sa prise en compte engendrerait une réduction du moment agissant dans les rotules et de l'énergie qui y est dissipée ;
- L'allongement des poutres n'a pas été considéré : on a jusqu'ici admis qu'elles conservaient une longueur constante $l = l_0$;
- On a supposé des déplacements modérés, de sorte que $\theta \approx u/l$ et $\cos \theta \approx 1 - u^2/2l^2$

Aux paragraphes 3.4.3, 3.4.4 et 3.4.5 suivants, on intégrera ces aspects pour affiner le modèle.

Une observation intéressante qui avait été faite au chapitre II (cf. II.5.3) consistait à remarquer que la réponse d'un système donné était entièrement dictée par le couple de paramètres $(P, t_r/T)$. Ainsi, il avait pu être mis en évidence que la réponse d'une structure ne variait pas si l'on modifiait sa masse (et par suite sa période propre T) mais que l'on adaptait le temps de montée de la charge, t_r , de manière à conserver un rapport t_r/T identique. Les courbes obtenues se superposaient en effet, pour autant qu'elles soient tracées en fonction d'un temps adimensionnel $t^* = t/t_r$ ou t/T . Afin de voir si le modèle reproduit bien cet aspect du comportement, l'équation (*) a été résolue pour le système étudié en détail au chapitre II avec les trois masses considérées en II.4.4, sous des chargements équivalents (P et t_r/T identiques). Les résultats obtenus ont confirmé des réponses semblables. A titre d'exemple, on montre ci-dessous les courbes obtenues sur base du modèle pour une mise en charge ($P = 500 \text{ kN}$, $t_r/T = 40$), et ce pour les trois masses. Sur ces graphiques, le temps est porté en abscisse (en secondes) et la flèche en ordonnée (en mètres).

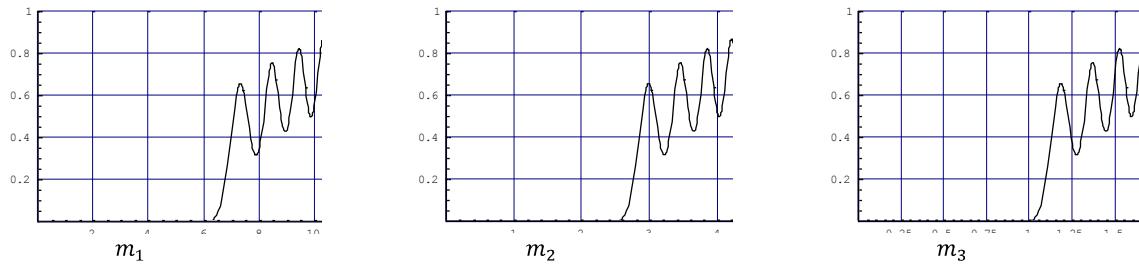


Fig. V.17 : Comparaison de courbes obtenues sur base du modèle pour différentes masses mais le même t_r/T

Comme évoqué plus haut, puisque l'on souhaite au final établir une courbe approchée $(P, u_{max})_{appr}$, l'objectif est d'arriver à déterminer P_{trans} , afin d'en déduire u_{trans} . A la figure 9(a), on a montré la manière dont on définit cette courbe approchée dans le cas particulier du système 2-K10000 et pour $t_r/T = 20$. Sur base du modèle décrit ici, la résolution de l'équation (*) pour ce cas fut effectuée sous différentes valeurs de P . En comparant à chaque fois le déplacement u_{palier} obtenu avec la valeur de la flèche statique associée à la force P respective, on put identifier $P_{trans,modèle} \approx 350 \text{ kN}$. Connaissant ce dernier, $u_{trans,modèle} = u_{stat}(P_{trans,modèle}) \approx 0,72 \text{ m}$ put être calculé à partir de la courbe statique. Finalement, la courbe approchée fut tracée, avec sa partie verticale à l'abscisse $u = u_{trans,modèle}$ (fig. 18). Bien entendu, le fait de sous-estimer la valeur de la flèche u_{palier} implique aussi une sous-estimation de la valeur de la force P_{trans} associée à la transition entre les réponses de types 3 et 4, et donc de u_{trans} . En effet, pour chaque P , le modèle fournit une valeur de u_{palier} trop faible, qui peut ainsi être inférieure à la flèche statique correspondant à P , et donc faire penser à un comportement de type 4, alors que la flèche u_{palier} réelle lui est en fait supérieure, de sorte que la réponse est en réalité de type 3. Finalement, la courbe approchée définie sur base du modèle simplifié peut par conséquent être fort insécuritaire, comme le montre le graphique ci-dessous, où elle est comparée à la courbe $(P, u_{max})_{appr}$ « correcte » qu'on souhaiterait obtenir (à laquelle correspond $P_{trans} \approx 425 \text{ kN} > P_{trans,modèle}$ et donc $u_{trans} \approx 0,89 \text{ m} > u_{trans,modèle}$ - cf. fig. 9(a) et 10). L'erreur maximale commise en considérant la courbe $(P, u_{max})_{appr,modèle}$ correspond à une force de 350 kN, pour laquelle la courbe approximative établie à l'aide du modèle rejette la courbe statique, tandis que le déplacement maximal réel (issu d'une analyse dynamique avec Finelg) lui est supérieur de 16% de ce dernier (soit 19% de la flèche approchée).

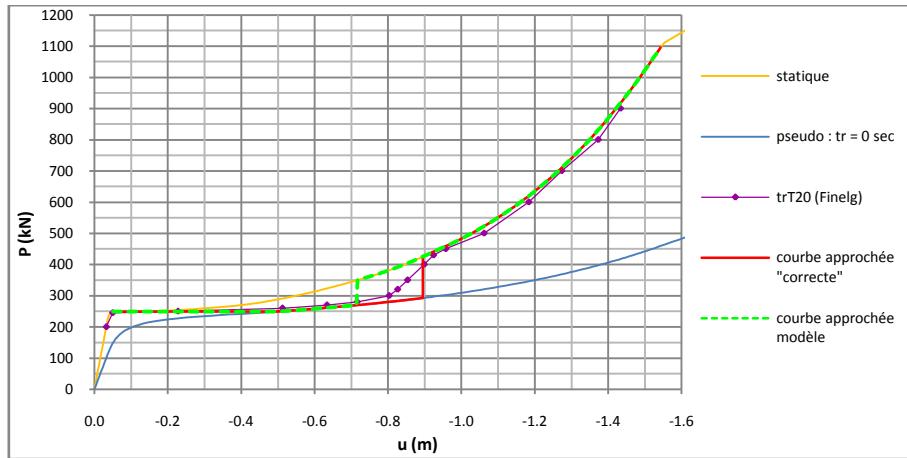


Fig. V.18 : Comparaison de la courbe approchée déduite du modèle avec celle souhaitée et la courbe réelle, pour le système 2-K10000-m₁ avec t_r/T = 20

En conclusion, ce premier modèle est déjà intéressant puisqu'il permet de mettre en avant divers aspects de la phénoménologie. Néanmoins, il est trop imprécis. Il conviendrait donc de l'améliorer afin de pouvoir évaluer u_{palier} de façon plus juste sous un chargement donné, et donc d'en déduire P_{trans} , puis u_{trans} et enfin la courbe dynamique approchée, plus correctement. Cela fait l'objet des paragraphes suivants, dans lesquels des aspects jusqu'ici négligés dans le développement du modèle seront intégrés.

3.4.3. Prise en compte des grands déplacements

Pour développer le modèle de base établi au point 3.4.2 précédent, on a admis des déplacements modérés, de sorte que $\theta \approx u/l$ et $\cos \theta \approx 1 - u^2/2l^2$. Ici, afin de prendre en compte les grands déplacements, cette approximation ne sera plus faite, de sorte que :

- $\theta = \arcsin(u/l)$
- $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - u^2/l^2}$

Pour le reste, les mêmes hypothèses sont posées.

L'équation de conservation d'énergie s'écrit donc :

$$\frac{1}{2}M_g \cdot \dot{u}^2 + 4 \cdot M_{pl} \cdot \arcsin\left(\frac{u}{l}\right) + \int K \cdot \delta_K \cdot d\delta_K = \int P(u) \cdot du$$

avec :

- $\delta_K = 2l \cdot (1 - \cos \theta) = 2l \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{l^2}}\right)$
- $d\delta_K = \frac{2 \cdot u}{l \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{l^2}}} du$

D'où :

$$\int K \cdot \delta_K \cdot d\delta_K = \int 4K \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{l^2}}\right) \cdot \frac{u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{l^2}}} \dot{u} dt$$

Ainsi, en intégrant cette expression dans l'équation plus haut puis dérivant cette dernière par rapport au temps avant de la diviser par \dot{u} , on obtient finalement l'équation ci-dessous, dont le domaine de validité est le même que précédemment.

$$M_g \cdot \ddot{u}(t) + \frac{4 \cdot M_{pl}}{l \cdot \sqrt{1 - \frac{u(t)^2}{l^2}}} + \frac{4 \cdot K}{\sqrt{1 - \frac{u(t)^2}{l^2}}} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u(t)^2}{l^2}} \right) \cdot u(t) = P(t) = \frac{P}{t_r} \cdot t$$

En résolvant cette équation numériquement à l'aide de Mathematica, pour le système 2-K10000-m₁ sous les mêmes chargements que précédemment (cf. fig. 16), on obtient des courbes quasiment identiques à celles issues du modèle de base considérant des déplacements modérés. Cela s'explique aisément. En effet, même pour $P = 1000 \text{ kN}$ et un déplacement u_{palier} d'environ un mètre, l'angle de rotation θ reste de l'ordre de 9 degrés à l'atteinte du premier maximum de la flèche. Ainsi, les approximations $\theta \approx u/l$ et $\cos \theta \approx 1 - u^2/2l^2$ sont tout à fait licites. Il faudrait des flèches très importantes à l'atteinte du palier pour que cette hypothèse de déplacements « modérés » doive être rejetée.

3.4.4. Prise en compte de l'interaction M-N au niveau des rotules plastiques

Dans ce paragraphe, l'influence de la présence d'un effort de traction dans les poutres sur la valeur du moment plastique au niveau des rotules va être prise en compte. Puisque l'on a vu ci-dessus que l'hypothèse de déplacements modérés était généralement justifiée, on continuera à l'admettre ici, de manière à ne pas trop compliquer l'équation. On continuera également, pour l'instant, à supposer la longueur des poutres constantes : $l = l_0$. La seule différence par rapport au modèle de base sera donc de ne plus considérer que les rotules sont sollicitées par un moment constant égal à M_{pl} , mais par un moment plastique $M_{pl}(N)$ réduit du fait de l'effort normal, et donc variable en fonction de la flèche.

Afin de définir $M_{pl}(N)$, on va admettre la relation d'interaction M-N simplifiée suivante :

$$M_{pl}(N) = M_{pl} \cdot \left(1 - \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \right)$$

où l'effort normal varie ici avec la flèche : $N = N(u)$.

Ainsi, le travail intérieur au niveau des rotules plastiques s'exprime désormais :

$$4 \int M(\theta) \cdot d\theta = 4 \int M(u) \cdot \frac{du}{l} = \frac{4 \cdot M_{pl}}{l} \int \left(1 - \frac{N(u)^2}{N_{pl}^2} \right) du$$

Et l'équation de conservation d'énergie s'écrit donc :

$$\frac{1}{2} M_g \cdot \dot{u}^2 + \frac{4 \cdot M_{pl}}{l} \int \left(1 - \frac{N(u)^2}{N_{pl}^2} \right) \dot{u} \cdot dt + \frac{2K}{l^2} \int u^3 \cdot \dot{u} \cdot dt = \int P(t) \cdot \dot{u} \cdot dt$$

Finalement, en dérivant de nouveau par rapport au temps puis en divisant par \dot{u} , il vient :

$$M_g \cdot \ddot{u}(t) + \frac{4 \cdot M_{pl}}{l} \cdot \left(1 - \frac{N(u)^2}{N_{pl}^2} \right) + \frac{2K}{l^2} \cdot u^3(t) = P(t) = \frac{P}{t_r} \cdot t$$

Il reste encore à déterminer la valeur de l'effort normal en fonction du déplacement. Par équilibre horizontal du nœud d'extrémité adjacent au ressort, on a :

$$N \cdot \cos \theta = F_K \iff N(u) = \frac{K \cdot \delta_K}{\cos \theta} \approx \frac{K \cdot \frac{u^2}{l}}{1 - \frac{u^2}{2 \cdot l^2}}$$

En pratique, l'angle θ reste assez limité et l'erreur sur la valeur de l'effort normal est faible si l'on admet :

$$N \approx K \cdot \frac{u^2}{l}$$

Il faut tout de même noter que, si l'erreur reste relativement faible en faisant cette approximation, elle va tout de même dans le sens d'une réduction de u_{palier} et est donc insécuritaire. En effet, elle mène à sous-estimer légèrement N, et donc à surestimer un peu le moment agissant dans les rotules plastiques, et par suite le travail intérieur associé à la rotation de celles-ci. Néanmoins, dans les cas considérés précédemment pour le modèle de base et représentés à cette occasion à la figure 16 (système 2-K10000-m₁, P300-450-700-1000, t_r 10), les différences de u_{palier} obtenues par les deux approches sont tout à fait négligeables.

Il est particulièrement intéressant de remarquer que, comme attendu, la prise en compte de la réduction du moment plastique engendrée par la présence de l'effort normal permet de réduire l'erreur entre la courbe $u(t)$ approchée définie à l'aide du modèle et celle issue d'une analyse numérique avec Finelg. Les écarts en termes de u_{palier} , qui étaient respectivement de 13, 14, 16 et 18% sous $P = 300$, 450, 700 et 1000 kN (en % du déplacement donné par Finelg – cf. 3.4.2 et fig. 16), sont en effet passé à 9, 10, 11 et 13%.

3.4.5. Prise en compte de l'allongement des poutres

On va ici repartir du modèle précédent, mais en considérant désormais l'allongement des poutres. Le modèle sera donc défini en admettant des déplacements modérés mais en prenant en compte l'influence de l'effort normal sur le moment plastique et, ce qui est nouveau, l'allongement des poutres sous l'effet de cet effort de traction. Par conséquent, la longueur l ne sera plus constante mais vaudra :

$$l = l(N) = l_0 + 2 \cdot \delta_N \approx l_0 + 2 \cdot \frac{N(u)}{K_N} = l(u)$$

L'effort normal est dès lors donné par :

$$N(u) \approx \frac{K \cdot \frac{u^2}{l(u)}}{1 - \frac{u^2}{2 \cdot l(u)^2}} \approx K \cdot \frac{u^2}{l(u)}$$

où la longueur $l(u)$ dépend de N lui-même. Pour simplifier les choses et puisqu'il s'agit d'une approche sécuritaire, on décide d'estimer cet effort normal en remplaçant l par l_0 dans l'expression ci-dessus. Cette façon de faire est sécuritaire car elle revient à surestimer légèrement l'effort normal. D'une part, le moment plastique et le travail des rotules sont ainsi sous-estimés ; d'où une surestimation de la flèche u_{palier} , ce qui va bien dans le sens de la sécurité. D'autre part, la valeur de l est ainsi directement évaluée par $l(u) = l_0 + 2 \cdot \frac{N(u, l_0)}{K_N}$, expression plus simple qui, de plus, mène à surestimer un peu la longueur de la poutre, ce qui est également sécuritaire. En outre, l'erreur commise de la sorte reste faible.

Par contre, dans les autres termes, il faut considérer l'allongement de la poutre pour se placer du côté de la sécurité. En effet, la longueur l intervient encore à deux endroits (outre dans l'expression de N) :

- dans l'expression de l'angle θ permettant le calcul du travail des rotules. Ici, sous-estimer la longueur de la poutre reviendrait à surestimer $\theta(u) \approx u/l$ et donc également le travail des rotules. Ce serait donc insécuritaire.
- dans le calcul du travail du ressort. Ici aussi, considérer une longueur de poutre plus faible qu'elle n'est réellement mènerait à surestimer le travail du ressort, ce qui serait insécuritaire.

Finalement, tenant compte des remarques ci-dessus et en procédant comme précédemment, on abouti à l'équation :

$$M_g \cdot \ddot{u}(t) + \frac{4 \cdot M_{pl}}{l(u)} \cdot \left(1 - \frac{N(u, l_0)^2}{N_{pl}^2} \right) + \frac{2K}{l(u)^2} \cdot u^3(t) = \frac{P}{t_r} \cdot t \quad (**)$$

où :

- $N(u, l_0) = \frac{K \cdot \frac{u^2}{l_0}}{1 - \frac{u^2}{2 \cdot l_0^2}}$ ou $N(u, l_0) = K \cdot \frac{u^2}{l_0}$ selon que l'on fait ou non l'approximation
- $l(u) = l_0 + 2 \cdot \frac{N(u, l_0)}{K_N}$

3.4.6. Modèle final

L'équation (**) établie ci-dessus constitue le modèle final auquel on a pu aboutir. Cette équation fut à nouveau résolue numériquement à l'aide de Mathematica pour les mêmes cas que précédemment (système 2-K10000-m₁, P300-450-700-1000, t_r10). Bien entendu, le fait de tenir compte de l'allongement des poutres mène à l'atteinte d'un déplacement u_{palier} plus grand que lorsque l'on admettait leur longueur constante. Néanmoins, les différences entre la valeur de u_{palier} obtenue en considérant la longueur des poutres égale à l₀ et en prenant en considération leur allongement sont très faibles dans les cas envisagés ici. De plus, comme déjà évoqué au paragraphe précédent, faire l'approximation N(u, l₀) = K · u²/l₀ ne mène qu'à des différences négligeables par rapport à la prise en compte de son expression plus complète. Par contre, comme mis en évidence en 3.4.4, la prise en considération de la réduction du moment plastique sous l'effet de l'effort normal s'avère importante. La figure ci-dessous montre les courbes approchées u(t) qui ont pu être établies grâce au modèle final. Elles y sont comparées avec les courbes déduites du modèle de base et les courbes obtenues par analyses dynamiques avec Finelg.

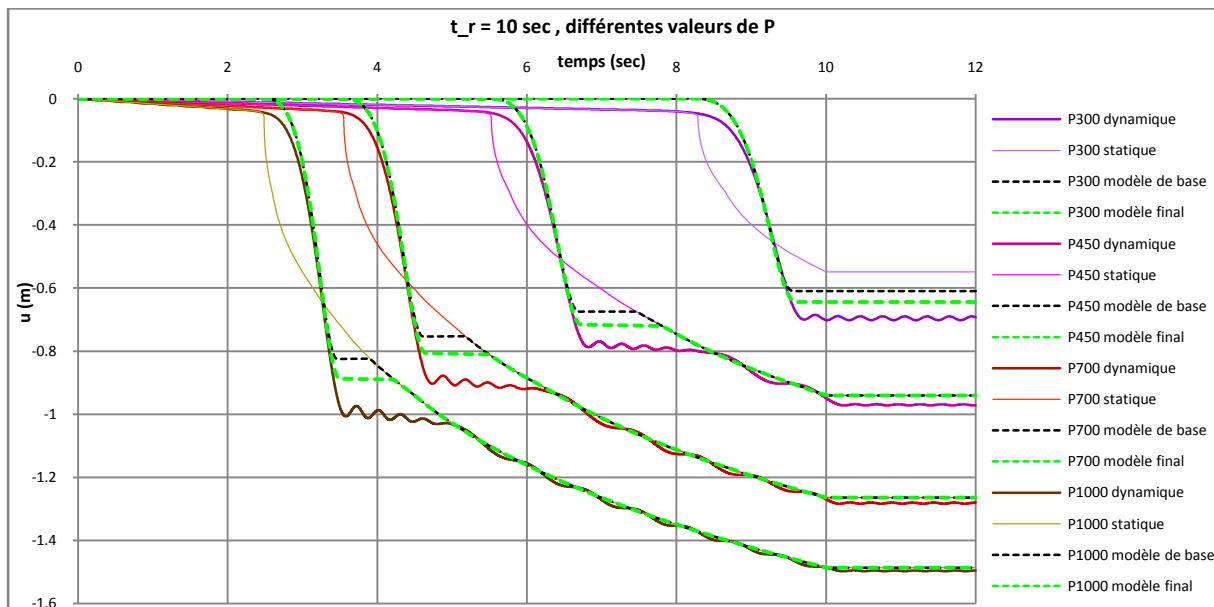


Fig. V.19 : Courbes approchées u(t) déterminées à l'aide du modèle de base et du modèle final, pour le système 2-K10000-m₁ sous (P variable, t_r = 10 sec)

Pour terminer, on présente à la figure 20 ci-dessous les courbes approchées $(P, u_{max})_{appr}$, dont la détermination constituait le but de la démarche entreprise ici, pour le cas étudié ci-dessus ((a) : système 2-K10000- $m_1-t_r, 10$ (soit $t_r/T \approx 32,6$) mais aussi pour celui déjà considéré également avec le modèle initial (cf. fig. 18 – (b) : système 2-K10000- $t_r/T = 20$ sec). Ces courbes ont été établies avec le modèle de base ainsi qu'à l'aide du modèle final, et sont aussi comparées à la courbe que l'on souhaitait au départ obtenir (c'est-à-dire rejoignant la courbe statique au même endroit que la « vraie » courbe (P, u_{max}) établie grâce aux résultats d'analyses dynamiques pour diverses valeurs de P).

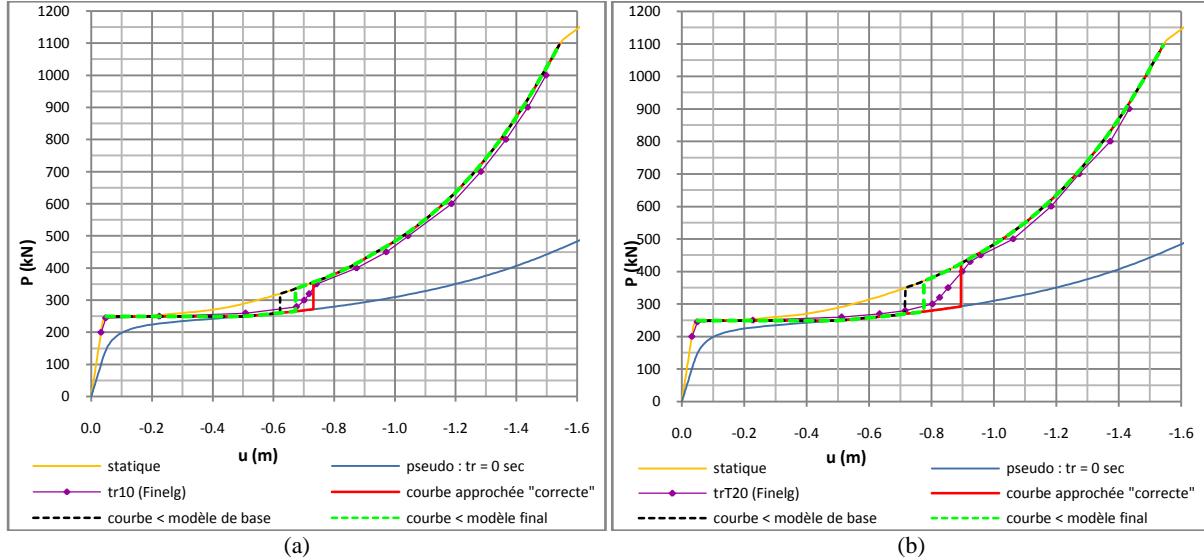


Fig. V.20 : Courbes approchées $(P, u_{max})_{appr}$ obtenues avec les différents modèles, dans deux cas particuliers : système 2-K10000- $m_1-t_r = 10$ sec (a) et système 2-K10000- $t_r/T = 20$ sec (b)

Le tableau de la figure 21 suivante donne, pour chacun des cas (a) et (b) définis ci-dessus, la valeur de la force pour laquelle chacune des trois courbes approchées $(P, u_{max})_{appr}$ rejoiгt la courbe statique, ainsi que la valeur de la flèche correspondante. Pour rappel, les trois courbes approchées dont il est question sont :

- la courbe que l'on aurait souhaité obtenir (« correcte »),
- la courbe établie à l'aide du modèle de base,
- la courbe établie à l'aide du modèle final.

Ensuite, le tableau de la figure 22, fournit la valeur de la flèche maximale donnée par ces trois courbes pour $P = 320$ et 335 kN dans le cas (a) et $P = 350$ et 370 kN dans le cas (b), ainsi que l'erreur relative qui y correspond, en % de la flèche maximale trouvée avec Finelg. Comme on l'observe sur les graphes de la figure 20 précédente, c'est en effet pour les forces proches de P_{trans} (où la courbe approchée issue du modèle rejoiгt la courbe statique) que les écarts relatifs entre cette courbe et la courbe réelle sont les plus grands. Dans le cas (a), l'erreur maximale commise en utilisant la courbe approchée $(P, u_{max})_{appr}$ établie à l'aide du modèle final est de 8%, tandis qu'elle est de 11% dans le cas (b), du côté insécuritaire à chaque fois. A l'inverse, la courbe approchée « correcte » mènerait à surestimer la flèche maximale et serait donc sécuritaire.

	cas (a)		cas (b)	
	P_{trans} (kN)	u_{trans} (cm)	P_{trans} (kN)	u_{trans} (cm)
courbe approchée "correcte"	355	73	425	89
courbe < modèle de base	320	62	350	72
courbe < modèle final	335	67	370	78

Fig. V.21 : Définition des courbes approchées $(P, u_{max})_{appr}$ en fonction du modèle utilisé

	cas (a)				cas (b)			
	P = 320 kN		P = 335 kN		P = 350 kN		P = 370 kN	
	u_{max} (cm)	erreur (%)	u_{max} (cm)	erreur (%)	u_{max} (cm)	erreur (%)	u_{max} (cm)	erreur (%)
Finelg	72	0	73	0	85	0	87	0
courbe approchée "correcte"	73	2	73	0	89	5	89	3
courbe < modèle de base	62	-13	67	-8	72	-16	78	-11
courbe < modèle final	67	-6	67	-8	78	-9	78	-11

Fig. V.22 : Erreur commise en utilisant les différentes courbes approchées $(P, u_{max})_{appr}$

3.4.7. Conclusions

Comme présenté dans l'introduction (3.4.1), l'objectif de cette section 3.4 résidait dans le développement d'un modèle permettant d'établir une courbe $(P, u_{max})_{appr}$ telle que définie au point 3.3, associée à une sous-structure donnée et à une mise en charge caractérisée par un rapport t_r/T fixé. Pour cela, il était nécessaire de pouvoir déterminer l'abscisse u_{trans} à laquelle placer le tronçon vertical de la courbe, cette valeur de la flèche étant reliée à la force P_{trans} par la courbe statique $u(P)_{stat}$. Or, cette charge P_{trans} pour laquelle la courbe dynamique (P, u_{max}) rejoint la courbe statique correspond au passage d'un comportement de type 3 à un comportement de type 4.

C'est sur base de cette observation que la procédure visant à déterminer u_{trans} , et de là la courbe dynamique approchée $(P, u_{max})_{appr}$ correspondant à un rapport t_r/T donné, fut établie. Elle peut être récapitulée comme suit :

- Détermination de la flèche u_{palier} correspondant au premier maximum du déplacement après formation du mécanisme plastique pour diverses valeurs de P, et comparaison à la flèche statique $u_{stat}(P)$;
- Identification de la valeur de la force pour laquelle $u_{palier} = u_{stat}(P)$ (intermédiaire entre les réponses de type 3 pour lesquelles $u_{palier} > u_{stat}(P)$ et de type 4 pour lesquelles $u_{palier} < u_{stat}(P)$) : cette charge est P_{trans} ;
- Calcul de $u_{trans} = u_{stat}(P_{trans})$ à partir de la courbe statique ;
- Etablissement de la courbe $(P, u_{max})_{appr}$ complète.

Un modèle fut donc développé visant à déterminer la valeur de u_{palier} pour une sous-structure donnée sous un chargement donné. En effet, cet objectif rempli, la suite de la procédure est très simple à appliquer. Le principe de base sous-tendant ce modèle revient à écrire une équation de conservation d'énergie, qui consiste en l'égalité du travail extérieur et de la somme de l'énergie cinétique et du travail intérieur développé dans les rotules et le ressort latéral. Au départ d'un modèle simplifié de base considérant des déplacements modérés, négligeant l'influence de l'effort normal sur la valeur du moment plastique et admettant la longueur des poutres constante, des développements supplémentaires permirent d'intégrer ces aspects pour aboutir au modèle final caractérisé par l'équation (**).

Il pu tout d'abord être montré que l'hypothèse de déplacements modérés peut généralement être admise. En effet, pour autant que l'angle de rotation aux extrémités des poutres reste de l'ordre de 10 degrés au maximum, cette hypothèse est tout à fait licite. Or, il s'agit déjà d'une rotation considérable (175mrad). En outre, c'est la rotation associée à l'atteinte de u_{palier} qu'il faut considérer (et non la rotation maximale si la réponse est de type 4), puisque le modèle n'est pas destiné à couvrir la suite du comportement. Si, toutefois, il était nécessaire de prendre en compte de plus grandes rotations, il suffirait de considérer les développements présentés en 3.4.3.

La prise en compte de la réduction du moment plastique sous l'effet de l'effort de la traction se développant dans les poutres avec l'accroissement de la flèche est, par contre, importante. On a en

effet pu noter une réduction non négligeable de l'erreur liée à l'utilisation du modèle lorsqu'il intégrait cet aspect. Pour les exemples considérés ici, il fut en outre observé que l'approximation $N \approx K.u^2/l$ n'engendrait que des différences négligeable de la valeur de u_{palier} . Pour terminer, on a remarqué que la prise en compte de l'allongement des poutres ne menait pas, quant à elle, à des augmentations significatives de u_{palier} , dans les cas envisagés ici. Néanmoins, le nombre d'essais réalisés est très limité et ne peut suffire à tirer de telles conclusions quant à la validité générale de ces simplifications. Notamment, on sait que le fait de négliger l'extension des poutres mène, en statique, à sous-estimer la flèche de façon significative lorsque l'effort de traction devient relativement grand vis-à-vis de N_{pl} . On peut donc s'attendre à ce qu'il en soit également ainsi en dynamique dans des situations où l'effort de traction atteindrait des valeurs supérieures à celles rencontrées ici.

Finalement, quelques résultats obtenus grâce à l'utilisation du modèle auquel on a abouti au terme de cette section furent présentés en 3.4.6. Bien que la courbe dynamique approchée $(P, u_{max})_{appr}$ établie à l'aide de ce modèle se révèle encore insécuritaire dans la zone de valeurs de P proches de son tronçon vertical, la méthode développée semble toutefois permettre de définir cette courbe de façon assez bonne. Pour les exemples présentés dans cette section (cf. fig. 20), l'erreur maximale revenait à sous-estimer le déplacement extrême réel de l'ordre de 10%, ce qui est encore raisonnable. Néanmoins, comme ce fut déjà évoqué, ce modèle ne put être mis en application pour de nombreux exemples. Le nombre restreint d'essais effectués ne pouvant suffire à valider cette approche, il conviendrait d'approfondir l'étude de ce modèle afin de déceler en quelle mesure celui-ci peut convenir ou doit encore être amélioré. Cela ne put être fait dans le cadre de ce travail.

Par ailleurs, il faut rappeler que l'équation du modèle ne possède pas de solution analytique et dut être résolue numériquement afin de trouver u_{palier} . Or, pour que ce modèle puisse vraiment être utilisable en pratique, il serait intéressant de pouvoir en déduire une formulation analytique approchée permettant d'évaluer la valeur de u_{palier} associée à une situation de chargement $(P, t_r/T)$ pour un système donné. On pourrait ensuite identifier la valeur de la force P_{trans} , à partir de laquelle serait enfin calculée la flèche u_{trans} grâce à la connaissance de la réponse statique. Il s'agit d'une autre perspective qui ne put être abordée ici.

4. CONCLUSION

Différents aspects furent abordés dans ce chapitre, que l'on peut diviser en deux grandes parties : la définition de paramètres adimensionnels et la représentation de la courbe statique d'une sous-structure en fonction de ceux-ci, d'une part, et, d'autre part, la quantification de l'amplification dynamique engendrée par un chargement $(P, t_r/T)$ sur une sous-structure donnée.

Ainsi, le premier objectif fut d'abord de définir des paramètres adimensionnels de façon à représenter la réponse statique d'une sous-structure dans des axes (\bar{P}, \bar{u}) qui soient tels que la droite limite (après l'atteinte d'un effort de traction N_{pl} dans les poutres) ait simplement pour équation $\bar{u} = \bar{P}$ et que la courbe statique la rejoigne au point (1,1). Le but de cela était d'exprimer la réponse du système en fonction de grandeurs adimensionnelles qui intègrent les propriétés mécaniques et géométriques du système, afin de pouvoir les comparer plus efficacement et d'en dégager des tendances qui ne pourraient l'être dans les axes (P, u) . Ainsi, il fut notamment très intéressant de remarquer que la réponse statique après formation du mécanisme plastique est, dans les axes adimensionnels (\bar{P}, \bar{u}) , entièrement dictée par le niveau du palier plastique \bar{P}_{pl} .

Grâce à cette observation, il pourrait être envisagé de définir, en fonction des paramètres adimensionnels, une équation de la réponse statique du système en phase 3 dépendant uniquement de \bar{P}_{pl} . Cela permettrait de simplifier la détermination analytique de la réponse d'une sous-structure après la formation du mécanisme plastique. En effet, actuellement, l'établissement de cette courbe est basé sur des équations relativement lourdes. Néanmoins, cela ne fait pas l'objet du présent travail.

La seconde partie fut destinée à la quantification des effets dynamiques induits par l'application plus ou moins rapide d'une force concentrée P au centre d'une sous-structure. Tout d'abord, des courbes dynamiques (P, u_{max}) correspondant à différentes valeurs du rapport t_r/T ont été établies pour divers systèmes et transposées dans les axes adimensionnels définis dans la première section. Certains aspects qualitatifs ont ainsi pu être dégagés. Notamment, il semble que des sous-structures possédant des courbes statiques adimensionnelles $\bar{u}_{stat}(\bar{P})$ identiques aient également des courbes dynamiques (\bar{P}, \bar{u}_{max}) semblables, à t_r/T donné.

Ensuite, l'essentiel de cette deuxième section fut dédié à la détermination d'une courbe simplifiée approchant la courbe dynamique (P, u_{max}) d'une sous-structure pour une valeur de t_r/T fixée. A cette fin, un modèle a été développé pour estimer la valeur de la flèche correspondant au premier maximum après la formation du mécanisme plastique. Ce modèle constitue la base de la méthode destinée à établir une courbe approchée $(P, u_{max})_{appr}$ puisque, pouvant évaluer la valeur de u_{palier} associée à différentes valeurs de P et connaissant la réponse statique, il est possible d'identifier P_{trans} puis u_{trans} , et donc finalement de tracer la courbe dynamique approchée dans son entièreté.

Le modèle final auquel on a abouti fut principalement appliqué à deux exemples, afin de déterminer la courbe approximative associée. L'erreur maximale y correspondant était dans les deux cas de l'ordre de 10% du déplacement obtenu par analyse dynamique avec Finelg, et ce de façon insécuritaire. Il conviendrait bien entendu d'approfondir l'étude de ce modèle, puisqu'il ne put ici être appliqué qu'à un nombre de cas trop limité pour pouvoir conclure de sa validité en toute généralité. Il serait également intéressant de pouvoir établir une formulation analytique permettant d'approcher la solution de l'équation du modèle. En effet, cette dernière ne possède pas de solution analytique rigoureuse et dû être résolue numériquement afin de trouver son premier maximum (u_{palier}). Pour finir, le modèle a été développé en fonction de la charge P et du déplacement u mais il pourrait être intéressant, à terme, de pouvoir exprimer ces résultats en fonction des paramètres adimensionnels. On pourrait ainsi voir si les observations qualitatives décrites en 3.2 peuvent être reproduites.

Conclusion générale

1. RECAPITULATIF DU TRAVAIL ET RESULTATS OBTENUS

Ce travail était destiné à l'étude des effets dynamiques induits par la ruine accidentelle d'une colonne portante dans les ossatures de bâtiments en acier. Il fait suite aux recherches déjà menées à l'Université de Liège dans le domaine de la robustesse, jusqu'à présent basées sur l'hypothèse d'un comportement statique. En effet, la ruine d'un poteau par suite d'un événement exceptionnel tel qu'un impact ou une explosion est un phénomène dynamique, et cet aspect doit être pris en considération pour évaluer l'amplitude des déformations et des efforts en résultant.

Le premier chapitre eut pour objet la description du contexte général dans lequel s'inscrit le présent travail, en définissant d'abord les notions de robustesse et de ruine progressive, mais surtout en résumant les stratégies et prescriptions normatives de même que les résultats principaux de recherches récentes constituant le fondement de ce TFE.

L'analyse des règles de dimensionnement disponibles dans les codes à l'heure actuelle mit en avant l'insuffisance de ces dernières qui, soit sont trop compliquées pour être mises en application de manière pratique dans les cas de dimensionnement courants, soit sont trop imprécises car basées sur des approximations très grossières ou sur des prescriptions forfaitaires. D'où l'intérêt des recherches entreprises dans ce domaine, visant à fournir à terme des méthodes simplifiées mais suffisamment précises permettant une prise en compte adéquate des aspects de robustesse dans le dimensionnement des structures, et en particulier des bâtiments. Pour rappel, les recherches constituant le point de départ de ce travail sont, en premier lieu, les études menées à l'ULg ces dernières années concernant le comportement de portiques bidimensionnels à plusieurs niveaux et plusieurs travées subissant la perte quasi-statique d'un poteau. En outre, une méthode développée à l'*Imperial College* de Londres et permettant la détermination de la flèche maximale engendrée par la perte instantanée d'une colonne se révéla également de grand intérêt.

Finalement, la prise de connaissance des règles normatives existantes et des résultats issus de recherches déjà effectuées mena à la définition des objectifs de ce travail. Fut également clairement identifié le scénario conventionnel de ruine généralement considéré, à savoir l'annulation de la capacité portante d'une colonne, sans que l'action exceptionnelle l'ayant provoquée soit spécifiquement prise en compte. C'est évidemment sur base de ce scénario que les études menées dans le cadre de ce travail ont été réalisées. Pour ces études concernant la réponse dynamique d'un portique suite à un tel événement, la perte de capacité portante fut supposée linéaire et s'étalant sur une durée t_r , au terme de laquelle le poteau défaillant ne supporte plus aucun effort.

Dans un premier temps, l'étude du comportement d'une sous-structure élémentaire suite à la perte de son appui central, essentiellement qualitative, permit déjà de mettre en évidence divers aspects du comportement dynamique. Cela fit l'objet des chapitres II et III.

Le chapitre II fut dédié à l'analyse d'une telle sous-structure soumise uniquement à une force concentrée en son milieu, à l'emplacement de l'appui supprimé. Bien que cela ne puisse se prévaloir de reproduire fidèlement la réalité, l'analyse de ce système très simple sous une mise en charge élémentaire également permit de déceler les caractéristiques principales de la réponse d'une structure sous un tel chargement et l'influence individuelle de différents paramètres sur ce comportement. Nombre d'observations établies sur base de l'étude de ce système purent en effet être étendues, non seulement à une sous-structure soumise à une mise en charge plus réaliste, mais aussi à un portique complet subissant la ruine d'une colonne.

Les résultats essentiels issus de ce chapitre sont les suivants. Tout d'abord, les divers types de comportement pouvant être rencontrés en fonction de la grandeur de la charge P et de son temps de montée t_r furent décrits et expliqués. Parmi ces derniers, ceux dont on se préoccupa plus particulièrement sont ceux associés à la formation du mécanisme plastique. En effet, il est très probable qu'une structure subissant la ruine d'une colonne voit un tel mécanisme se produire dans sa

partie directement affectée. Les deux modes de réponse plastique ont été nommés « type 3 » et « type 4 ». Ils se distinguent par le fait que, dans le cas d'une réponse de type 3, la flèche prise lors de la formation du mécanisme plastique dépasse celle correspondant à l'application statique de la force P ; tandis que, dans le cas d'un comportement de type 4, le premier maximum de la flèche après apparition du mécanisme reste inférieure à $u_{stat}(P)$. Dans une telle situation, le déplacement maximal à terme est proche du déplacement statique : l'amplification dynamique est faible. Le type de comportement observé put également être mis en relation avec la position du point caractéristique de la réponse induite par un chargement donné dans un diagramme (P, u_{max}) . Evidemment, ce point est toujours compris entre les deux bornes que constituent la courbe statique ($t_r \rightarrow \infty$), d'une part, et la courbe pseudo-statique ($t_r = 0$), d'autre part. Outre l'évolution de la flèche du système au cours du temps, celle de la plastification et des efforts internes fut aussi analysée, selon le type de comportement observé. Les types de réponses possibles mis en évidence grâce à l'étude de la sous-structure soumise seulement à une force concentrée P sont qualitativement similaires à ceux rencontrés lorsque la sous-structure est soumise à une force répartie avant que son appui central soit progressivement enlevé, mais également à ceux provoqués par la perte d'une colonne dans un portique.

Ensuite, l'influence de la masse du système fut étudiée, un changement de masse impliquant une modification de la période propre. On put ainsi remarquer que, plus que la masse, ou même la période propre, c'est en fait le rapport t_r/T qui dicte la réponse de la sous-structure, aussi bien en ce qui concerne le taux d'amplification dynamique que l'évolution temporelle. On put donc en conclure que le comportement d'une sous-structure non amortie donnée est entièrement déterminé par le couple de paramètres $(P, t_r/T)$. Cette observation fut étendue au cas de structures plus complexes par la suite. La façon dont varie, qualitativement, la réponse d'une sous-structure, et en particulier l'amplification dynamique, en fonction de ces deux facteurs fut finalement discutée. Par ailleurs, l'influence de l'amortissement fut brièvement abordée. Il fut mis en évidence que, dans la plupart des cas, celui-ci n'a pas un impact important sur la valeur de la flèche extrême atteinte et qu'il est donc sécuritaire, sans l'être trop, de le négliger.

Au chapitre III, le système étudié est toujours une sous-structure élémentaire, mais elle est cette fois sollicitée par une mise en charge plus réaliste. Celle-ci consiste à partir d'une situation initiale dans laquelle les poutres sont chargées et la réaction d'appui centrale présente, avant qu'une force concentrée P égale et opposée à cette dernière soit appliquée pour simuler la perte du support.

Tout d'abord, l'approche énergétique développée à l'*Imperial College* et permettant d'établir une courbe pseudo-statique qui donne la flèche maximale induite par l'application instantanée d'une charge fut étendue au cas de chargement envisagé alors. Ensuite, l'influence de la vitesse d'application de la force P , ou plus précisément du rapport t_r/T , fut étudiée. Cela mit en évidence des comportements semblables à ceux rencontrés suite à l'application d'une charge P unique. L'importance de l'amplification dynamique en fonction de la grandeur de la force P (corrélée à la charge répartie p) et de t_r/T fut finalement discutée. Il put à cette occasion être montré que les différences en termes de déplacement et d'effort de traction maximaux entre les cas « P » et « pNP » sont relativement faibles dans le cas d'une sous-structure, et ce quelle que soit la valeur du rapport t_r/T , pour autant que l'on ait $P > P_{pl}$. On put ainsi conclure qu'analyser un tel système sous l'action d'une force concentrée agissant seule au lieu de considérer une situation de chargement plus réaliste fournit des résultats suffisants en termes de flèche et d'effort de traction extrêmes, et est en outre le plus souvent sécuritaire.

Le comportement d'une structure en portiques bidimensionnelle dans son ensemble suite à la perte d'une colonne fut étudié au chapitre IV. On commença par s'intéresser à la réponse d'un point de vue qualitatif, en analysant à cette fin le comportement de trois portiques particuliers. On put en dégager les informations suivantes. Tout d'abord, on observa clairement que la réponse d'une ossature lors de la ruine d'un poteau ne peut pas être correctement approchée par l'application d'une force concentrée P unique sur la structure endommagée, à l'emplacement de la colonne supprimée, comme ce pouvait l'être dans le cas d'une sous-structure. Par ailleurs, concernant la réponse d'une structure

suite à la perte instantanée d'un poteau, la méthode consistant à déterminer la flèche maximale en tête de la colonne ruinée à partir de l'établissement d'une courbe pseudo-statique fut validée pour un portique dans la situation de chargement « pNP » considérée. Ensuite, des mises en charge correspondant à des pertes de capacité portante de la colonne de durée variable furent envisagées. Cela permit, en premier lieu, de confirmer, dans le cas d'une ossature complète, l'affirmation établie à partir de l'étude d'une sous-structure selon laquelle, à niveau de charge donné, la réponse est dictée par le rapport t_r/T . En outre, plusieurs similitudes ont été mises en évidence entre les types de comportements observés sur le portique et sur la sous-structure. En effet, des évolutions assez semblables de la flèche, de la plastification et des efforts internes furent relevées, si ce n'est qu'il faut ici compter avec l'influence de la partie indirectement affectée. Celle-ci se fait notamment sentir lors de la formation d'un mécanisme plastique indirect, qui engendre une chute de la restreinte latérale fournie à la partie directement affectée. Pour rappel, l'atteinte d'un mode de ruine dans la partie indirectement affectée de l'ossature est admise comme la ruine globale du système.

Pour terminer, on isola une sous-structure à partir de l'un ou l'autre portiques, afin de tester son aptitude à reproduire le comportement dynamique de l'ossature complète, comme elle le fait en statique. Malheureusement, trop peu d'études de ce type ont été réalisées pour permettre de valider cette approche. Dans les deux cas principalement envisagés, des différences notables furent rencontrées, qui mèneraient à sous-estimer la flèche extrême de l'ordre de 25% au maximum en utilisant le modèle simplifié au lieu d'analyser le portique complet. Néanmoins, le fait que l'on ait, dans ces deux cas, une valeur de N_0 assez peu supérieure à P_{pl} pourrait en être la cause. On a en effet souvent noté ce genre de particularités dans la zone de valeurs de P proches du palier plastique statique, où une variation d'effort minime engendre une différence considérable de déplacement. A ce stade, il est impossible de tirer une conclusion quant à la possibilité de représenter correctement la réponse d'un portique dans son ensemble à l'aide d'une sous-structure constituée simplement des deux poutres surmontant directement la colonne ruinée.

Finalement, le dernier chapitre fut davantage porté vers des aspects quantitatifs, visant essentiellement au développement d'une méthode permettant l'évaluation des effets dynamiques, le système considéré étant une sous-structure soumise à une force concentrée P en son milieu.

La première partie de ce chapitre fut dédiée à la détermination de paramètres adimensionnels permettant de caractériser de façon plus adéquate la réponse d'une sous-structure quelle qu'elle soit. Le but de cette démarche est de pouvoir représenter dans des axes identiques appropriés la réponse de différentes sous-structures. Il convenait pour cela de définir des variables adimensionnelles intégrant les propriétés géométriques et mécaniques du système. En effet, la représentation des courbes dans les axes dimensionnels (P, u) ne permet pas une comparaison efficace. La définition des paramètres adimensionnels (\bar{P}, \bar{u}) fut effectuée sur base de la réponse statique. Ayant remarqué que, une fois l'effort de traction plastique N_{pl} atteint dans les poutres, la courbe statique $u_{stat}(P)$ rejoignait une courbe limite proche d'une droite, les paramètres adimensionnels furent définis de sorte que, après transposition dans les axes (\bar{P}, \bar{u}) , cette droite limite soit identique pour toute sous-structure et que la courbe statique la rejoigne toujours en (1,1). La représentation des courbes de réponse statique associées respectivement à différentes sous-structures se distinguent à la fois par leur longueur, le type de profilé constitutif des poutres, la valeur de la raideur K du ressort latéral et la limite élastique de l'acier dans ce système d'axes (\bar{P}, \bar{u}) permit l'observation suivante. Dans ces axes adimensionnels, l'allure d'une courbe statique $\bar{u}_{stat}(\bar{P})$ est entièrement dictée par le niveau de son palier plastique \bar{P}_{pl} . Sur base de ce constat, une équation de comportement relativement simple, exprimée en fonction des variables \bar{P} et \bar{u} et dépendant uniquement de la valeur de \bar{P}_{pl} , pourrait éventuellement être établie. Cela permettrait de déterminer la réponse d'une sous-structure en phase 3 de façon directe, sans devoir passer par le système d'équations assez lourdes permettant actuellement d'aborder le problème. Ce point ne fit pas l'objet du présent travail.

La seconde partie du cinquième et dernier chapitre fut spécifiquement destinée à la quantification de la flèche dynamique maximale subie par une sous-structure sous un chargement

$(P, t_r/T)$ donné. Dans ce but, un moyen de définir une courbe approchée $(P, u_{max})_{appr}$ pour une valeur donnée de t_r/T fut proposé, grâce aux résultats d'analyses numériques réalisées au chapitre II ayant montré l'allure que présente réellement une telle courbe. Ainsi, la courbe approchée en question fut définie de la manière suivante, pour $P > P_{pl}$. Elle possède un premier tronçon horizontal au niveau du palier plastique, longe ensuite la courbe pseudo-statique un instant, avant de monter verticalement pour rejoindre la courbe statique et la suivre finalement pour les valeurs de P plus grandes. Pour établir une telle courbe, la seule inconnue restant alors à déterminer était l'abscisse u_{trans} correspondant au tronçon vertical. Ce dernier étant défini de sorte que la courbe approchée rejoigne la courbe statique au même point que la courbe (P, u_{max}) réelle, il est associé au couple (P_{trans}, u_{trans}) , où P_{trans} est la valeur de la force P pour laquelle on observe une transition entre une réponse de type 3 pour les forces plus faibles et une réponse de type 4 pour les plus élevées, pour le rapport t_r/T considéré.

Dans cette optique, un modèle fut développé, visant la détermination de la valeur de la flèche u_{palier} associée au premier maximum de la courbe de déplacement $u_{dyn}(t)$ après la formation du mécanisme plastique, sous chargement donné, et ce essentiellement dans les cas où la réponse est assez proche de la situation intermédiaire entre les type 3 et 4. A partir de là, à rapport t_r/T fixé, u_{palier} peut être estimé pour diverses valeur de P . Ainsi, il est possible d'identifier P_{trans} , qui correspond à la transition entre les deux types de comportement. En effet, cette valeur de la force est telle que $u_{palier} \approx u_{stat}(P)$, puisque l'on a $u_{palier} > u_{stat}(P)$ dans le cas d'une réponse de type 3 et $u_{palier} < u_{stat}(P)$ pour une réponse de type 4. Connaissant P_{trans} , le déplacement statique associé, u_{trans} , peut alors être trouvé grâce à la réponse statique, et finalement la courbe dynamique approchée $(P, u_{max})_{appr}$ entièrement définie.

Au terme de cette section, la procédure complète basée sur le modèle en question et visant à déterminer une courbe dynamique approchée $(P, u_{max})_{appr}$ fut mise en application sur deux exemples. Il fut montré que l'erreur maximale associée aux courbes ainsi définies par rapport à la valeur de la flèche extrême fournie par une analyse dynamique était dans les deux cas de l'ordre d'une dizaine de pourcents, de façon insécuritaire. Cela s'explique par le fait que le modèle développé pour l'évaluation de u_{palier} mène à sous-estimer cette flèche, et donc à sous-estimer également P_{trans} et u_{trans} .

2. PERSPECTIVES

Au cours de ce travail, différentes perspectives ont été identifiées, qui n'ont pu être abordées ici. Pour rappel, les prolongements qu'il serait utile de donner au présent travail portent essentiellement sur deux points :

- la représentation de la réponse dynamique d'un portique à l'aide d'une sous-structure équivalente ;
- le raffinement du modèle destiné à la détermination de u_{palier} et la déduction d'une méthode analytique simplifiée.

Le premier de ces deux objectifs viserait à ramener l'étude du comportement d'un portique suite à la perte de capacité portante d'un de ses poteaux s'étendant sur une durée t_r quelconque à l'analyse d'une sous-structure élémentaire. Cela permettrait en effet de simplifier notablement le problème dans le cadre d'un dimensionnement. De plus, ce n'est bien entendu qu'à cette condition que la méthode proposée au chapitre V pourrait être mise en application. En effet, cette dernière vise à déterminer une courbe dynamique approchée $(P, u_{max})_{appr}$ associée à une sous-structure soumise

uniquement à une force concentrée en son centre, pour une valeur de t_r/T donnée. En statique, une telle sous-structure est apte à reproduire fidèlement la réponse d'une ossature complète. Il serait très intéressant de pouvoir étendre ce constat au comportement dynamique.

Le second objectif concerne le raffinement de la méthode développée au chapitre V pour quantifier les effets dynamiques induits par un chargement donné sur une sous-structure. Tout d'abord, le modèle établi afin d'obtenir la valeur de u_{palier} associée à une mise en charge donnée est encore insécuritaire, puisqu'il mène à sous-estimer cette flèche. Toutefois, on a pu remarquer que, pour les deux exemples traités, la courbe approchée $(P, u_{max})_{app}$ déterminée sur base de ce modèle menait à des erreurs encore raisonnables sur la valeur de u_{max} , avec des maxima de l'ordre de 10%. Néanmoins, il conviendrait bien entendu de réaliser ce type d'étude pour un nombre de cas nettement plus important afin de tester la validité de cette approche et sa nécessité éventuelle d'être améliorée. En outre, le modèle développé est basé sur la résolution d'une équation ne possédant pas de solution analytique. Ainsi, celle-ci dut être effectuée numériquement. Puisque le but est à terme d'obtenir une méthode simplifiée analytique et aisément applicable, il serait judicieux de chercher à trouver une solution approchée de cette équation ayant une expression analytique. Si ce pouvait être le cas, on disposerait alors d'une méthode analytique permettant l'évaluation de u_{palier} pour divers niveaux de chargement P et une valeur de t_r/T donnée. Il serait ainsi possible d'en déduire P_{trans} , puis u_{trans} , et enfin la courbe approchée complète $(P, u_{max})_{app}$ correspondant au rapport t_r/T considéré. Finalement, l'expression de tous ces résultats en fonction de grandeurs adimensionnelles caractéristiques du système considéré pourrait également être intéressante.

Annexes

1. COMPLEMENTS RELATIFS A L'EVOLUTION DES EFFORTS INTERNES ET DE LA PLASTIFICATION DANS LES SITUATIONS ANALYSEES EN II.4.3.

Sont présentés ci-dessous l'allure de la déformée, l'étendue de la plastification, ainsi que les diagrammes de moment et d'effort normal en différents instants, pour le système étudié en II.4.3 dans les situations de chargement suivantes :

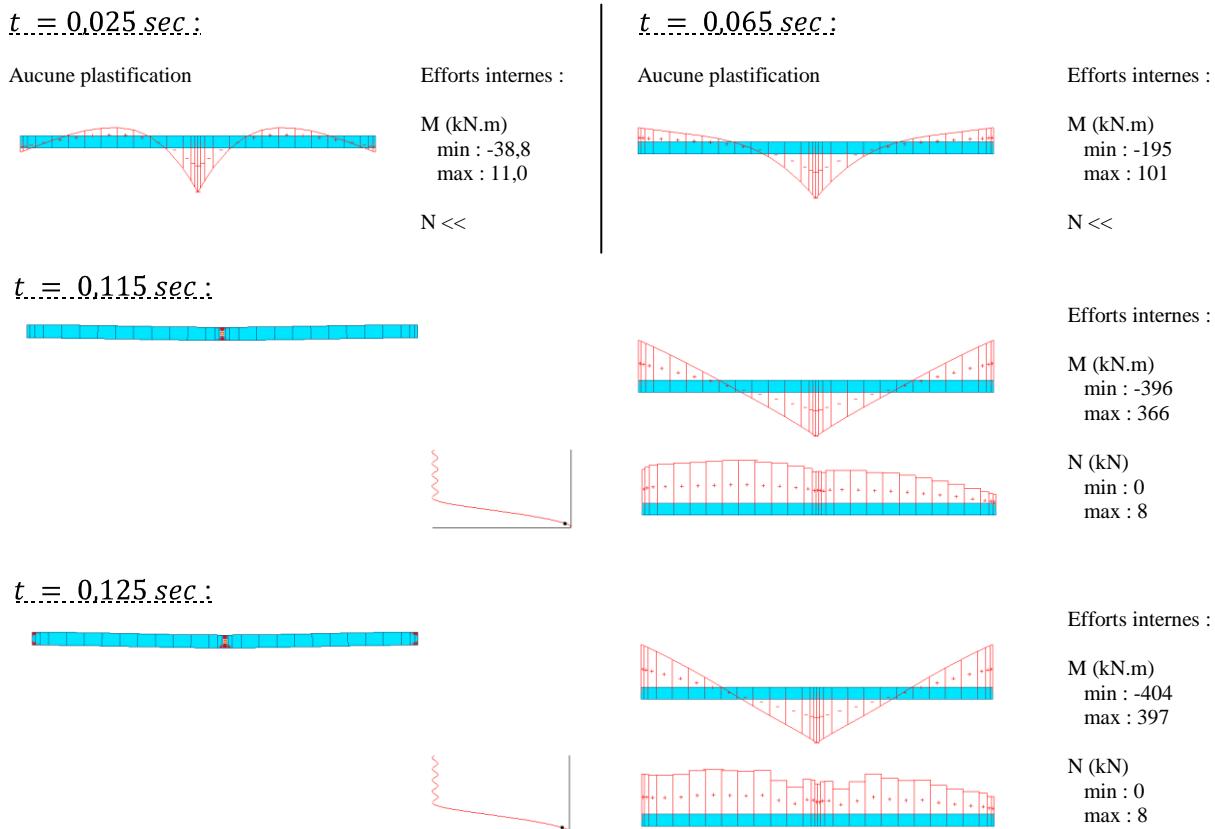
- $P = 300 \text{ kN}$, $t_r = 0,1 \text{ sec}$ (cf. II.4.3.1.)
- $P = 400 \text{ kN}$, $t_r = 0,1 \text{ sec}$ (cf. II.4.3.2.)
- $P = 400 \text{ kN}$, $t_r = 20 \text{ sec}$ (cf. II.4.3.3.)

Mis en parallèle avec les explications et graphiques fournis en II.4.3, ils permettent de mieux cerner l'évolution de la réponse du système.

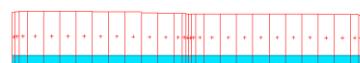
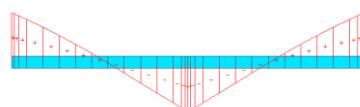
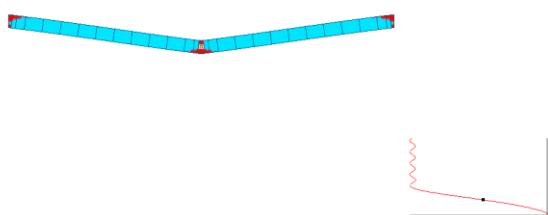
REM 1 : Les signes indiqués sur les diagrammes de M ne correspondent pas à la convention usuelle de Résistance des Matériaux, voulant que le moment soit positif lorsqu'il induit de la traction dans les fibres inférieures. Or, cette convention a été respectée pour tracer les graphiques présentés en II.4.3. Il en résulte une opposition de signe entre les deux types de graphes. Néanmoins, un moment positif (selon la convention RDM) est tout de même représenté ici, comme à l'habitude, en dessous de l'axe du diagramme (mais on y indique un signe "-"). Les valeurs de moment indiquées à côté des diagrammes ont un signe en adéquation avec ceux-ci, soit également opposé à la convention RDM.

REM 2 : Les déformées du système sont toujours dessinées avec un facteur d'amplification de 2.

1.1. $P = 300 \text{ kN}$, $t_r = 0,1 \text{ sec}$



$t = 0.4 \text{ sec.}$:

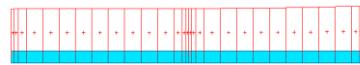
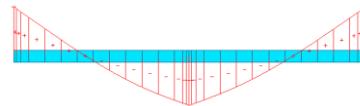
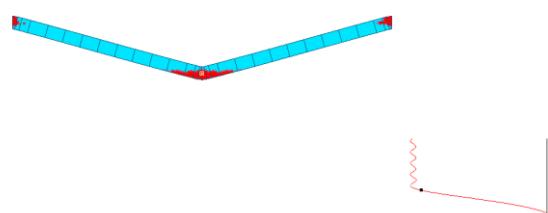


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -397
max : 396

N (kN)
min : 0
max : 233

$t = 0.65 \text{ sec.}$:

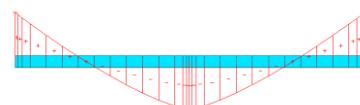
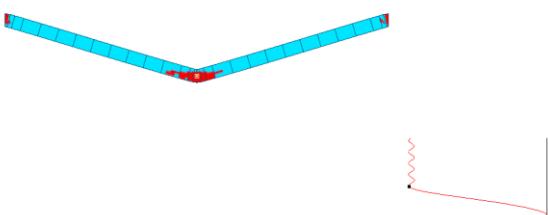


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -344
max : 347

N (kN)
min : 0
max : 749

$t = 0.745 \text{ sec.}$:

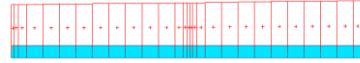
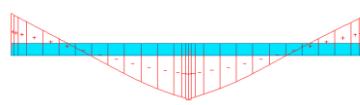
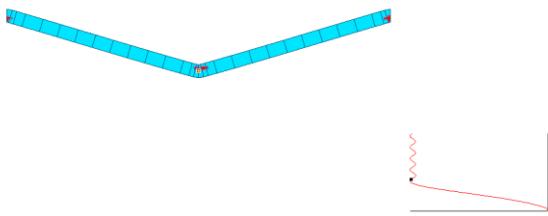


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -325
max : 329

N (kN)
min : 0
max : 864

$t = 0.815 \text{ sec.}$:

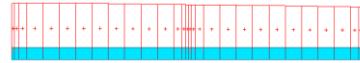
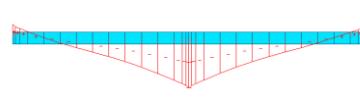
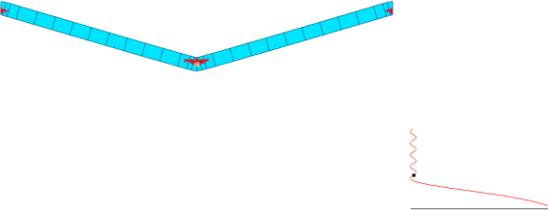


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -267
max : 193

N (kN)
min : 0
max : 837

$t = 0.85 \text{ sec.}$:

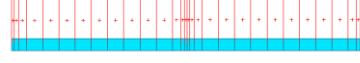
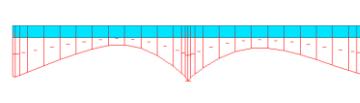
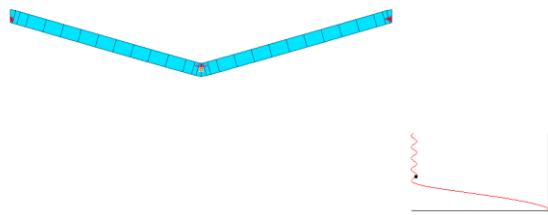


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -156
max : 43

N (kN)
min : 0
max : 855

$t = 0.875 \text{ sec.}$:

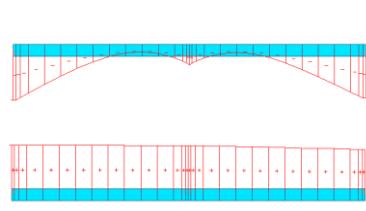
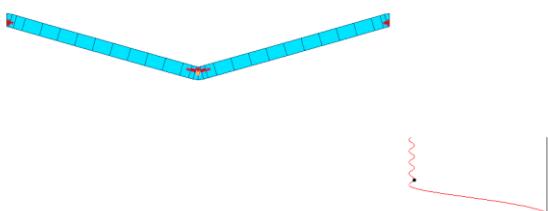


Efforts internes :

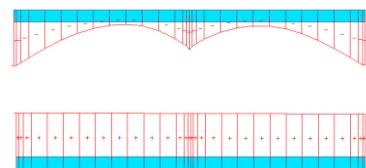
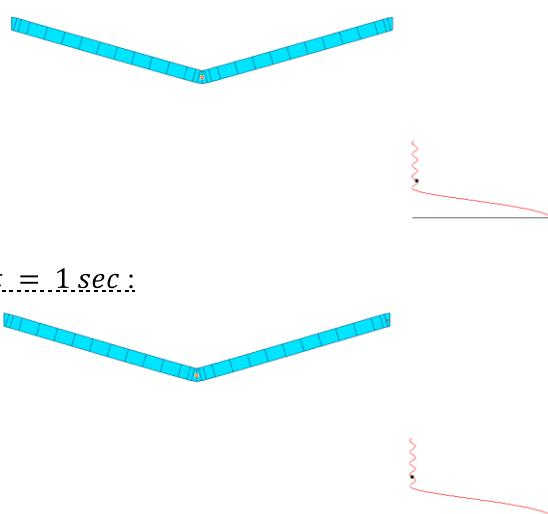
M (kN.m)
min : -99
max : 0

N (kN)
min : 0
max : 763

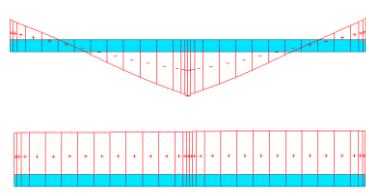
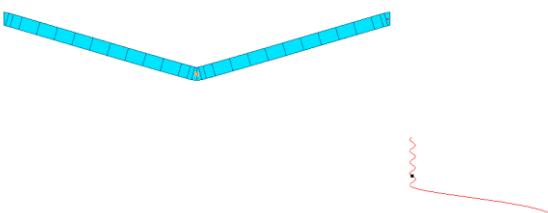
$t = 0,9 \text{ sec.}$



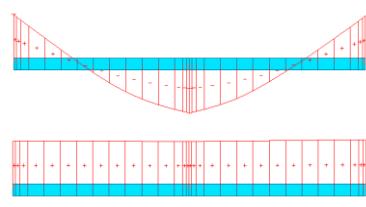
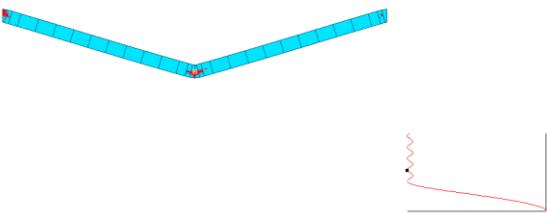
$t = 0,95 \text{ sec.}$



$t = 1 \text{ sec.}$



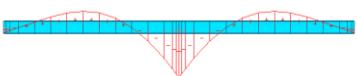
$t = 1,05 \text{ sec.}$



1.2. $P = 400 \text{ kN}, t_r = 0,1 \text{ sec}$

$t = 0,04 \text{ sec.}$

Aucune plastification



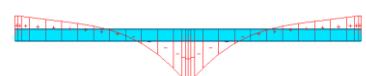
Efforts internes :

M (kN.m)
min : -109
max : 34,5

$N \ll$

$t = 0,065 \text{ sec.}$

Aucune plastification

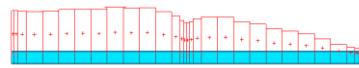
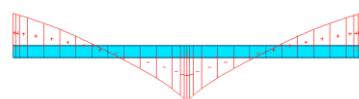


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -205
max : 82,0

$N \ll$

$t = 0.1 \text{ sec.}$:

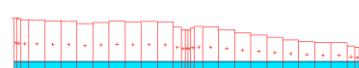
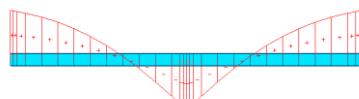


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -403
max : 313

N (kN)
min : 0
max : 11,4

$t = 0.15 \text{ sec.}$:

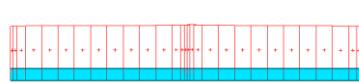
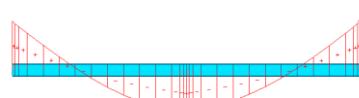


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -406
max : 401

N (kN)
min : 0
max : 39,3

$t = 0.45 \text{ sec.}$:

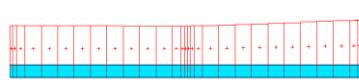
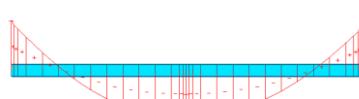


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -295
max : 305

N (kN)
min : 0
max : 992

$t = 0.52 \text{ sec.}$:

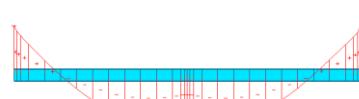


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -235
max : 243

N (kN)
min : 0
max : 1410

$t = 0.55 \text{ sec.}$:

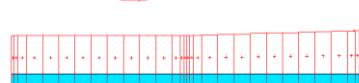
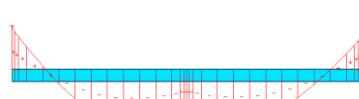


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -180
max : 189

N (kN)
min : 0
max : 1530

$t = 0.6 \text{ sec.}$:

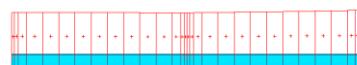
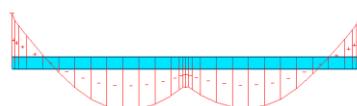
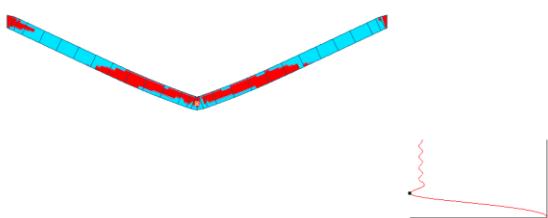


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -176
max : 189

N (kN)
min : 0
max : 1680

$t = 0.625 \text{ sec.}$:

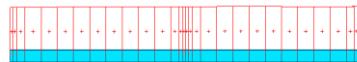
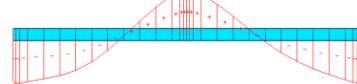
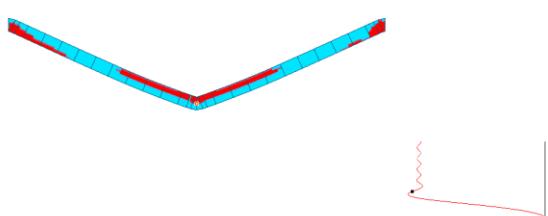


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -154
max : 165

N (kN)
min : 0
max : 1690

$t = 0.7 \text{ sec.}$:

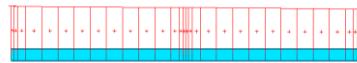
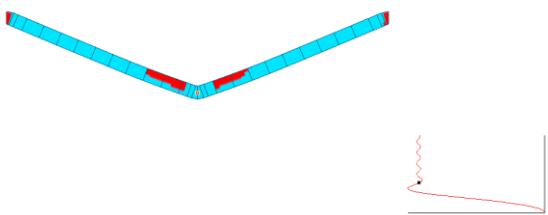


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -184
max : 173

N (kN)
min : 0
max : 1470

$t = 0.775 \text{ sec.}$:

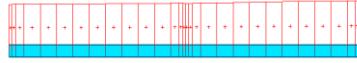
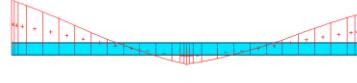
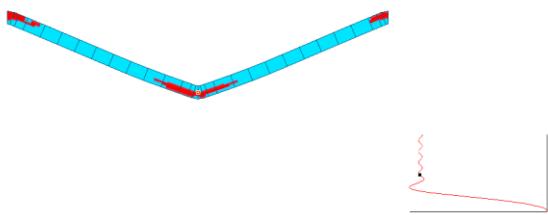


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -270
max : 252

N (kN)
min : 0
max : 1150

$t = 0.95 \text{ sec.}$:

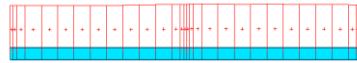
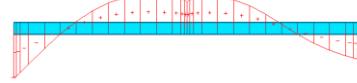
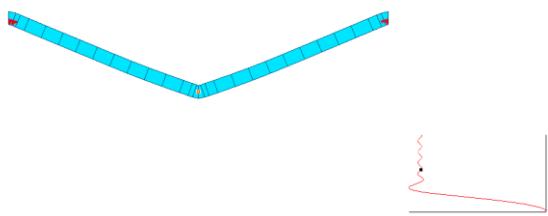


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -88,1
max : 275

N (kN)
min : 0
max : 1110

$t = 1.1 \text{ sec.}$:

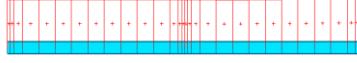
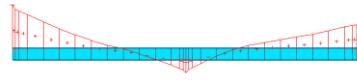
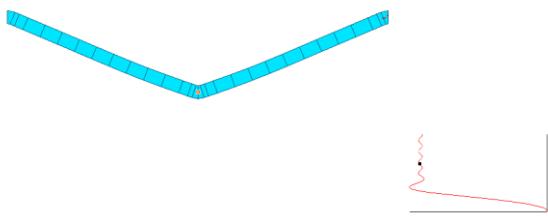


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -178
max : 120

N (kN)
min : 0
max : 1030

$t = 1.23 \text{ sec.}$:



Efforts internes :

M (kN.m)
min : -44,2
max : 115

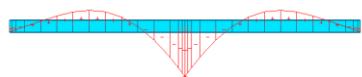
N (kN)
min : 0
max : 1090

1.3. $P = 400 \text{ kN}$, $t_r = 20 \text{ sec}$

REM : Les graphes de l'évolution du déplacement qui accompagnent l'état de plastification et de déformation du système sont tracés en fonction du numéro du pas de temps et non en fonction du temps. Les pas de temps étant plus grands au début, jusqu'à un temps de $t = 12,5$ secondes (oscillations autour de la droite élastique), la première partie de la courbe apparaît proportionnellement réduite. Pour avoir une meilleure représentation de la flèche au cours du temps, on peut se référer au paragraphe II.4.3.3.

$t = 0,04 \text{ sec.} :$

Aucune plastification

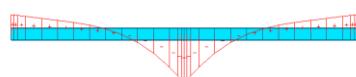


Efforts internes :

$M (\text{kN.m})$
min : -0,52
max : 0,14

$t = 0,08 \text{ sec.} :$

Aucune plastification



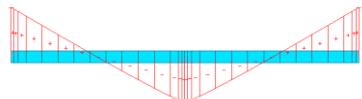
Efforts internes :

$M (\text{kN.m})$
min : -1,49
max : 0,82

$N \ll$

$t = 0,2 \text{ sec.} :$

Aucune plastification



Efforts internes :

$M (\text{kN.m})$
min : -7,39
max : 7,87

$N \ll$

$t = 12,5 \text{ sec.} :$



Efforts internes :

$M (\text{kN.m})$
min : -403
max : 403

$N (\text{kN})$
min : 0
max : 6,02

$t = 13,775 \text{ sec.} :$



Efforts internes :

$M (\text{kN.m})$
min : -389
max : 390

$N (\text{kN})$
min : 0
max : 357

$t = 14,125 \text{ sec.} :$

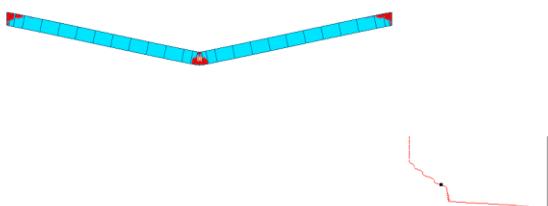


Efforts internes :

$M (\text{kN.m})$
min : -306
max : 248

$N (\text{kN})$
min : 0
max : 417

$t = 16,575 \text{ sec.}$:

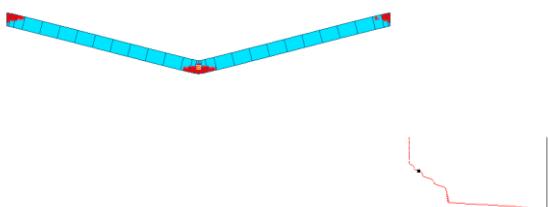


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -379
max : 379

N (kN)
min : 0
max : 482

$t = 18,975 \text{ sec.}$:

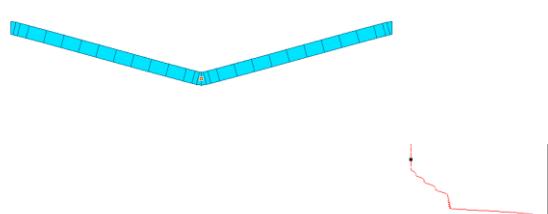


Efforts internes :

M (kN.m)
min : -355
max : 355

N (kN)
min : 0
max : 656

$t = 22 \text{ sec.}$:



Efforts internes :

M (kN.m)
min : -334
max : 330

N (kN)
min : 0
max : 745

2. TABLEAU RECAPITULATIF DE L'AMPLIFICATION DYNAMIQUE (cf. II.5.)

Le tableau suivant reprend l'amplification dynamique associée à différentes situations de chargement, caractérisées par P et t_r , et ce pour les trois masses attribuées successivement au système envisagé au chapitre II (non amorti).

Amplification du déplacement, en % du déplacement statique

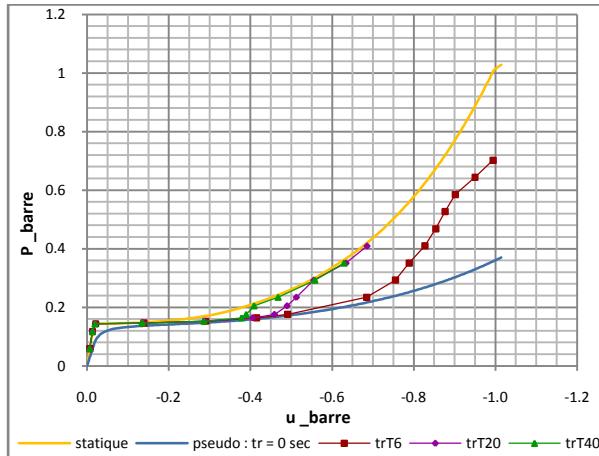
[--> déplacement dynamique maximal = (100 + x) % du déplacement statique]

		tr 0	tr 0,1	tr 0,3	tr 0,5	tr 1	tr 2	tr 5	tr 10	tr 20	tr 50	tr 100
P 100	m1	98.8	81.1	2.5	17.5	6.8	4.7	1.4				
	m2	98.8	23.1	12.2	0.4			0.7				
	m3	99.2	0.6	0.5	0.4			0.3				
P 200	m1	218.8	152.6	2.5	17.6	6.8		1.4	0.9		0.2	
	m2	218.4	23.6	12.2	0.4			0.7	0.1			
	m3	217.9	0.6	0.5	0.4			0.3	0.1			
P 245	m1	913.7	786.5	16.4	113.5	36.1	27.4	9.2	7.5		2.0	
	m2		167.6		14.7	14.3	12.6	5.9	3.9			
	m3		15.4		18.7	10.7		3.4				
P 250	m1	249.9	219.6	56.2	80.2		58.9	52.3	50.0		46.4	44.8
	m2	250.1	90.6		55.6	55.2	52.5	49.0	47.3		43.9	
	m3	250.0	55.9		56.1	52.5	48.9	46.8	45.9	43.9		

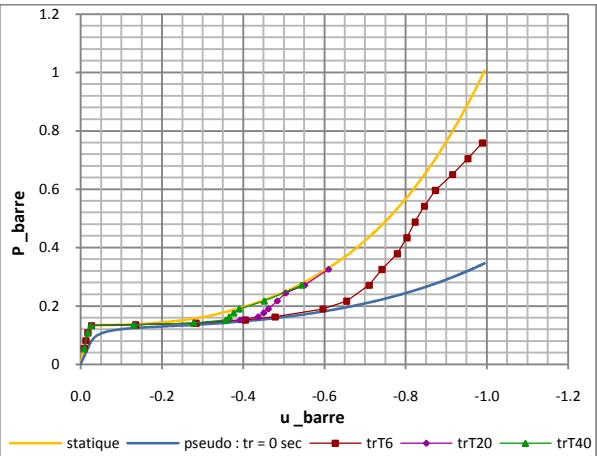
P 260	m1	112.2				72.2		70.6	68.9		41.0	11.3
	m2										17.2	
	m3						58.2	31.6	17.3			
P 265	m1	92.8										
	m2						59.0	46.7				
	m3							12.0	10.4			
P 270	m1				62.2		59.8	55.6	40.5		7.9	
	m2									7.6		
	m3	83.4					24.9	9.1	7.7			
P 280	m1	76.4	72.4	61.6	62.3		60.5	57.4	46.9		5.9	
	m2		62.4		61.3		57.3	40.2	16.7		4.5	
	m3		61.4		59.5	55.2	40.1	9.7	6.2			
P 300	m1	73.1	70.5	63.5	64.3		61.8	52.0	27.9		2.9	
	m2	73.1	64.5	63.7	63.2	60.5	52.2	20.8	3.5		2.2	
	m3	73.1	63.5	62.0	59.2	45.8	20.5	3.4	2.4			
P 350	m1	66.8	65.5	61.5	62.1		55.0	26.5	3.6		2.2	
	m2		62.3		59.5	51.4	27.3	3.7	3.2			
	m3		61.3	56.6	45.0	18.7	4.0					
P 400	m1	62.4	61.3	57.6	58.0	55.3	44.7	12.6	3.4		1.3	
	m2	62.4	58.3	56.1	52.7	37.8	12.9	2.9	2.1			
	m3	62.4	57.3	46.1	29.5	6.1	3.0	1.6	1.0			
P 450	m1	59.4	59.0	56.1	55.7			6.0	3.3			
	m2		56.7		48.8	27.8	6.1					
	m3		55.5	37.7	20.4	1.9						
P 500	m1					46.3	27.4	1.6	1.5		0.9	
	m2					20.6	1.4	1.4				
	m3			29.9	13.6	3.3	1.7	0.8				
P 600	m1						17.8	2.8	2.2			
	m2						12.2	2.9	1.4	1.0		
	m3			20.1	6.0	2.2	1.2					
P 700	m1						12.9	1.5	1.5		0.7	
	m2						7.0					
	m3			15.8	3.0	0.6		0.7				
P 800	m1						10.2		1.2			
	m2						5.7	2.7	0.8			
	m3			11.8	4.6	1.9	0.9					
P 900	m1						9.8	1.6	1.1		0.6	
	m2						7.5					
	m3			11.2	3.7	0.9						
P 1000	m1							2.2	0.8			
	m2							2.5	0.8			
	m3				4.7	1.8	0.9					

3. GRAPHES (\bar{P} , \bar{u}_{max}) ASSOCIES A DIFFERENTES VALEURS DE t_r/T POUR LES SOUS-STRUCTURES ANALYSEES EN V.3.2.

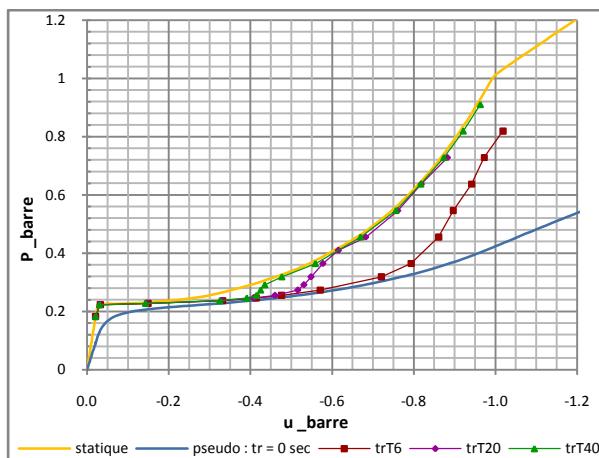
Système 2, $K = 3000 \text{ kN/m}$



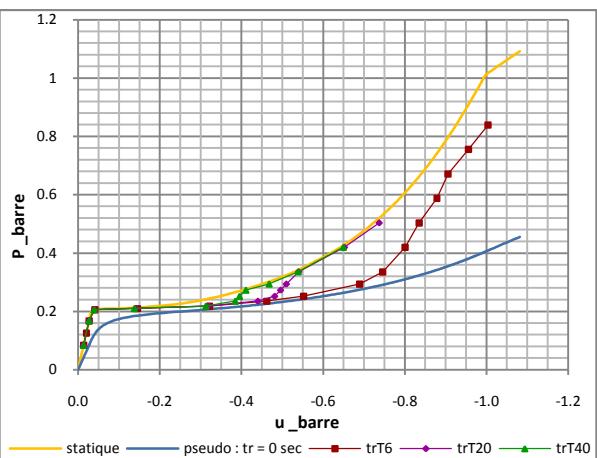
Système 3, $K = 3000 \text{ kN/m}$



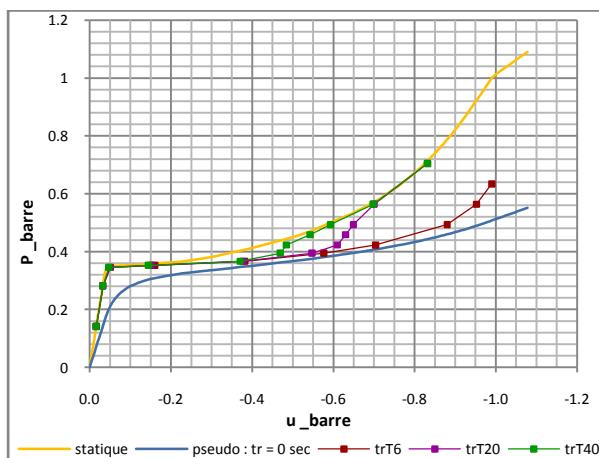
Système 2, $K = 10000 \text{ kN/m}$



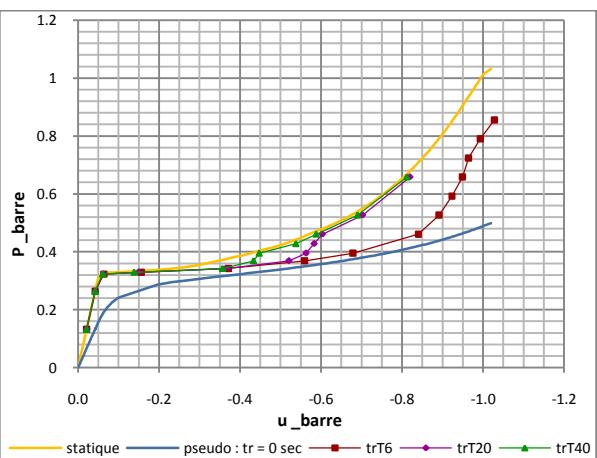
Système 3, $K = 10000 \text{ kN/m}$



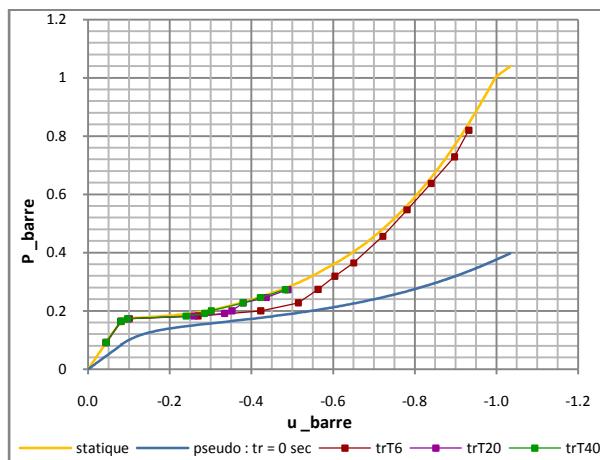
Système 2, $K = 50000 \text{ kN/m}$



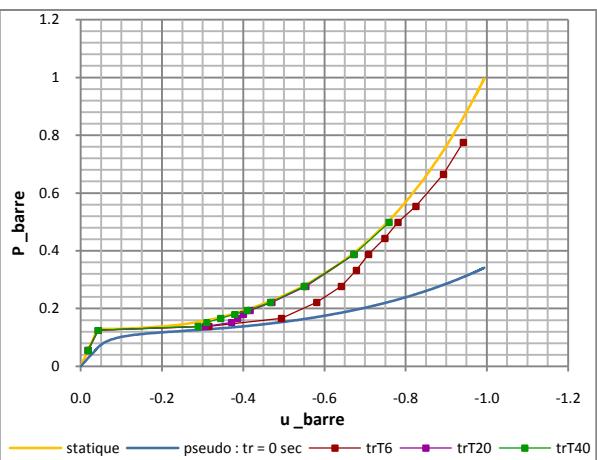
Système 3, $K = 50000 \text{ kN/m}$



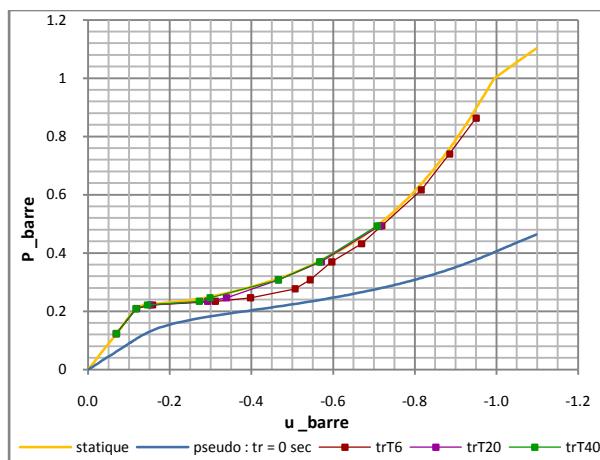
Système 4a



Système 4b



Système 4c



Liste des figures

Fig. 1 : Effondrement partiel du Ronan Point engendré par une ruine progressive	13
Fig. I.1 : Schéma des liens requis dans la méthode indirecte pour assurer la résistante à une ruine progressive [1]	23
Fig. I.2 : Stratégies pour les situations de dimensionnement accidentelles [4]	27
Fig. I.3 : Procédure à suivre dans le cas de structures VLLOP et LLOP [1].....	29
Fig. I.4 : Procédure à suivre dans le cas de structures MLOP ou HLOP [1].....	30
Fig. I.5 : Zone d'application des charges amplifiées [3]	31
Fig. I.6 : Procédure de dimensionnement préconisée par la GSA pour éviter les ruines progressives [2]	32
Fig. I.7 : Etendue maximale acceptable de la ruine initiée par la perte d'une colonne [3].....	34
Fig. I.8 : Oscillateur à 1DDL [9].....	36
Fig. I.9 : DLF pour un oscillateur simple amorti et non amorti sous $F(t) = F_1$ appliquée en $t = 0$ [9]	36
Fig. I.10 : DLF sous une charge constante après un temps de montée t_r [9].....	37
Fig. I.11 : DLF _{max} en fonction du rapport t_r/T [9].....	37
Fig. I.12 : Oscillateur simple non amorti (a), loi de comportement du ressort (b) et force appliquée (c) [9].....	37
Fig. I.13 : Comportement d'un oscillateur élasto-plastique [9].....	38
Fig. I.14 : Pression en un point en fonction du temps – cas d'une déflagration (a) et d'une détonation (b)	39
Fig. I.15 : Profil pression-temps typique pour une détonation [8]	40
Fig. I.16 : Système à 1DDL élastique soumis à un chargement d'explosion idéalisé [8]	41
Fig. I.17 : Chargement quasi-statique [8].....	42
Fig. I.18 : Chargement impulsif [8]	42
Fig. I.19 : Réponse de la structure – DLF _{max} en fonction de ωt_d [8]	42
Fig. I.20 : Diagramme pression-impulsion [9].....	43
Fig. I.21 : Systèmes structurels réels et oscillateurs simples équivalents [9]	43
Fig. I.22 : Modélisation d'un impact dur idéal [4]	45
Fig. I.23 : Perte d'une colonne d'un portique [5].....	46
Fig. I.24 : Réponse d'une structure en portiques suite à la perte d'une colonne	47
Fig. I.25 : Développement d'un effet câble dans la poutre et influence de la raideur K sur les exigences de résistance et de ductilité.....	47
Fig. I.26 : Poteaux surchargés suite à la perte d'une colonne	48
Fig. I.27 : Formation d'un mécanisme plastique dans la partie indirectement affectée – mécanisme de « poutre » à trois rotules (a) et mécanisme de panneau (b).....	48
Fig. I.28 : Poutre supérieure comprimée	48
Fig. I.29 : Décomposition de la structure en parties directement et indirectement affectées [5].....	49
Fig. I.30 : Colonne d'un portique en situation de ruine et efforts verticaux au nœud A [5].....	50
Fig. I.31 : Sous-structure élémentaire [5].....	50
Fig. I.32 : Evolution du déplacement en tête de la colonne défaillante avec l'effort qu'elle supporte [5]	51
Fig. I.33 : Evolution de la réponse structurelle	52
Fig. I.34 : Modélisation de la sous-structure étudiée [5].....	53
Fig. I.35 : Modèle à ressorts utilisé pour l'estimation de K [5].....	53
Fig. I.36 : Sous-structure étudiée [5].....	55
Fig. I.37 : Intégration de la méthode simplifiée dans le contexte général [5]	56
Fig. I.38 : Perte soudaine d'une colonne modélisée par un chargement statique amplifié – Perte soudaine de la colonne (a), Réponse dynamique maximale (b), Charge statique équivalente (c) [7]	58
Fig. I.39 : Réponse statique non linéaire typique sous une charge proportionnelle $P = \lambda P_0$ [7].....	58
Fig. I.40 : Force constante appliquée instantanément	59

Fig. I.41 : Définition de la courbe de réponse pseudo-statique pour l'évaluation simplifiée des effets dynamiques
 – Evaluation de l'énergie de déformation puis de la charge dynamique $P = \lambda P_0$ correspondant au déplacement maximal u_d grâce à la réponse statique ((a) et (b)), Réponse pseudo-statique (c) [7] 60

Fig. II.1 : Système considéré.....	64
Fig. II.2 : Courbe statique établie numériquement	65
Fig. II.3 : Mécanisme plastique à trois rotules	66
Fig. II.4 : Système étudié après formation du mécanisme plastique [5].....	67
Fig. II.5 : Loi d'interaction plastique M-N.....	67
Fig. II.6 : Déformation du système	68
Fig. II.7 : Relation entre l'allongement élasto-plastique d'une demi-poutre et l'effort de traction qu'elle supporte	68
Fig. II.8 : Comparaison entre les courbes statiques numérique et analytique	69
Fig. II.9 : Comparaison de la courbe pseudo-statique de Vlassis avec les résultats d'analyses dynamiques	70
Fig. II.10 : Evolution temporelle de la flèche sous différents niveaux de charge instantanée.....	71
Fig. II.11 : Evolution temporelle de la force $P(t)$	72
Fig. II.12 : Premier mode propre.....	73
Fig. II.13 : Déplacement dynamique maximal en fonction de la grandeur de la charge et du temps de montée ..	73
Fig. II.14 : Exemples de l'évolution temporelle de la flèche pour un comportement de type 1.....	75
Fig. II.15 : Evolution temporelle de la flèche sous $P = 100$ et 200 kN avec $t_r = 0,5$ et $0,1$ seconde	75
Fig. II.16 : Exemples de l'évolution temporelle de la flèche pour un comportement de type 3 où $P > P_{pl}$	76
Fig. II.17 : Exemples de l'évolution temporelle de la flèche pour un comportement de type 4.....	77
Fig. II.18 : Evolution de la réponse du système en fonction de la valeur de P , pour une même valeur de t_r (10 sec)	79
Fig. II.19 : Evolution de la réponse du système en fonction de t_r , pour une même valeur de P (400 kN)	79
Fig. II.20 : Evolution de la flèche et des efforts internes N et M au cours du temps (cas $P = 300$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	81
Fig. II.21 : Interaction M-N au centre et à l'extrémité droite du système (cas $P = 300$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	81
Fig. II.22 : Evolution des moments sollicitants et résistants au cours du temps (cas $P = 300$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	82
Fig. II.23 : Evolution des moments sollicitants et résistants en fonction de la flèche (cas $P = 300$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	83
Fig. II.24 : Relation entre l'effort normal et la flèche (cas $P=300$ kN, $t_r=0,1$ sec) et comparaison au cas statique ..	83
Fig. II.25 : Evolution de la flèche et des efforts internes N et M au cours du temps (cas $P = 400$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	84
Fig. II.26 : Interaction M-N au centre et à l'extrémité droite du système (cas $P = 400$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	84
Fig. II.27 : Modification du diagramme M et de la plastification entre les temps $t = 0,515$ sec et $t = 0,54$ sec	85
Fig. II.28 : Evolution des moments sollicitants et résistants au cours du temps (cas $P = 400$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	86
Fig. II.29 : Evolution des moments sollicitants et résistants en fonction de la flèche (cas $P = 400$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	86
Fig. II.30 : Relation entre l'effort normal et la flèche (cas $P=400$ kN, $t_r=0,1$ sec) et comparaison au cas statique ..	87
Fig. II.31 : Evolution de la flèche u et de l'effort normal N au cours du temps (cas $P = 400$ kN, $t_r = 20$ sec).....	87
Fig. II.32 : Evolution de la flèche u et des moments de flexion M au cours du temps (cas $P = 400$ kN, $t_r = 20$ sec)	87
Fig. II.33 : Interaction M-N au centre et à l'extrémité droite du système (cas $P = 400$ kN, $t_r = 0,1$ sec)	88
Fig. II.34 : Evolution des moments sollicitants et résistants au cours du temps (cas $P = 400$ kN, $t_r = 20$ sec)	89
Fig. II.35 : Evolution des moments sollicitants et résistants en fonction de la flèche (cas $P = 400$ kN, $t_r = 20$ sec)	89
Fig. II.36 : Relation entre l'effort normal et la flèche (cas $P=400$ kN, $t_r=20$ sec) et comparaison au cas statique ..	89
Fig. II.37 : Influence de la masse pour une charge instantanée	91
Fig. II.38 : Influence de la masse pour $t_r = 0,1$ sec	92
Fig. II.39 : Influence de la masse pour $t_r = 0,3$ sec	93

Fig. II.40 : Influence de la masse pour $t_r = 0,5$ sec	93
Fig. II.41 : Influence de la masse pour $t_r = 10$ sec	94
Fig. II.42 : Premier et troisième modes propres transversaux	95
Fig. II.43 : Influence de l'amortissement (système de masse m_1)	97
Fig. II.44 : Déplacement dynamique maximal en fonction de P et t_r pour différentes valeurs de la masse	99
Fig. II.45 : Amplification dynamique pour différentes valeurs de t_r/T , en domaine élastique	100
Fig. II.46 : Amplitude des oscillations de la flèche avant et après stabilisation de $P(t)$, pour deux valeurs de t_r/T	100
Fig. II.47 : Comparaison des courbes (P , u_{max}) correspondant au même t_r/T , pour différentes valeurs de T	101
Fig. II.48 : Evolution de la flèche en fonction d'un temps adimensionnel t/t_r pour les trois valeurs de m (donc T)	102
Fig. II.49 : Amplification dynamique en fonction du rapport t_r/T pour $P = 245$ kN	102
Fig. II.50 : Réponse du système de masse m_1 sous $P = 245$ kN, avec $t_r = 0,3$ et $0,4$ sec (soit $t_r/T \approx 1$ et $1,3$)	103
Fig. II.51 : Amplification dynamique en fonction du rapport t_r/T pour $P = 270$ kN	103
Fig. II.52 : Exemples de situations dans lesquelles une augmentation de t_r/T est liée à un accroissement de u_{max}	104
Fig. II.53 : Réponse du système sous $P = 260$ kN, avec $t_r/T \approx 325$ et 488	104
Fig. II.54 : Valeur minimale du rapport t_r/T pour que l'amplification soit inférieure à 10%, en fonction de P	105
 Fig. III.1 : Système et situation de chargement considérés	107
Fig. III.2 : Comparaison des courbes statiques pour différentes valeurs de p (kN/m)	108
Fig. III.3 : Situation initiale	108
Fig. III.4 : Mécanisme plastique à trois rotules	109
Fig. III.5 : Mécanisme plastique à quatre rotules (cas $p = 70$ kN/m)	109
Fig. III.6 : Extension de la plastification	110
Fig. III.7 : Relations entre les forces agissant sur le système et la flèche de celui-ci, dans les situations de chargement instantané et statique	112
Fig. III.8 : Comparaison des situations « P » et « pNP » dans le cas d'une force P instantanée	114
Fig. III.9 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 20$ kN/m - $P = 130$ kN)	115
Fig. III.10 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 20$ kN/m - $P = 130$ kN) ...	115
Fig. III.11 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 30$ kN/m - $P = 195$ kN) ...	116
Fig. III.12 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 30$ kN/m - $P = 195$ kN) ...	116
Fig. III.13 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 40$ kN/m - $P = 260$ kN) ..	117
Fig. III.14 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 50$ kN/m - $P = 260$ kN) ...	118
Fig. III.15 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 50$ kN/m - $P = 325$ kN) ..	119
Fig. III.16 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 50$ kN/m - $P = 325$ kN) ...	119
Fig. III.17 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 70$ kN/m - $P = 455$ kN) ..	120
Fig. III.18 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r , dans le cas ($p = 70$ kN/m - $P = 455$ kN) ...	120
Fig. III.19 : Comparaison du déplacement maximal dans les cas « pNP » et « P » ($p = 50$ kN, $P = 325$ kN). .	124
 Fig. IV.1 : Situations de chargement considérées – « P » (a) et « pNP » (b)	127
Fig. IV.2 : Mécanisme plastique	128
Fig. IV.3 : Comparaison des réponses du portique 1 dans les cas « P » et « pNP » respectivement et validation des courbes pseudo-statiques	131
Fig. IV.4 : Portique 1, mode propre « principal »	132
Fig. IV.5 : Evolution temporelle de la flèche dans quelques cas particuliers (t_r, P)	132
Fig. IV.6 : Diagrammes de moment (gauche) et d'effort normal (droite) dans la situation initiale	133
Fig. IV.7 : Courbes statiques pour le portique 2a dans les cas « P » et « pNP »	134
Fig. IV.8 : Plastification et efforts internes pour $P = 668$ kN (gauche) et $P = 706$ kN (droite) (cas « pNP ») .	135

Fig. IV.9 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r ($P = N_0 = 691$ kN) et validation de la courbe pseudo-statique ($t_r = 0$, P variable)	136
Fig. IV.10 : Evolution de la flèche pour différentes valeurs de t_r ($P = N_0 = 691$ kN)	136
Fig. IV.11 : Courbes statiques pour le portique 2b dans les cas « P » et « pNP ».....	137
Fig. IV.12 : Déplacement maximal pour différentes valeurs de t_r ($P = N_0 = 653,7$ kN) et validation de la courbe pseudo-statique ($t_r = 0$, P variable)	137
Fig. IV.13 : Déformée de la double-poutre principale et déplacement des nœuds.....	138
Fig. IV.14 : Relation entre l'effort appliqué aux parties indirectement affectées et leur déplacement horizontal	139
Fig. IV.15 : Comparaison des courbes statiques du portique 2b et de la sous-structure correspondante	140
Fig. IV.16 : Comparaison des courbes pseudo-statiques du portique et de la sous-structure correspondante....	140
Fig. IV.17 : Comparaison des courbes statiques et pseudo-statiques de la sous-structure et du portique, supposant qu'aucun mécanisme de ruine indirect ne se forme dans ce dernier.....	141
Fig. IV.18 : Comparaison des flèches maximales du portique et de la sous-structure pour diverse valeurs de t_r/T	142
Fig. V.1 : Déformée du système et équilibre des nœuds	147
Fig. V.2 : Courbe limite	148
Fig. V.3 : Relation (N, δ_N).....	148
Fig. V.4 : Courbes statiques et droites limites respectives	149
Fig. V.5 : Graphe adimensionnel	150
Fig. V.6 : Courbes statiques (P, u)	151
Fig. V.7 : Courbes statiques adimensionnelles (\bar{P}, \bar{u})	151
Fig. V.8 : Courbes liant la flèche maximale à la force P pour différentes valeurs de t_r/T (système 2-K10000) 153	
Fig. V.9 : Exemples de courbes dynamiques (P, u_{max}) approchées.....	154
Fig. V.10 : Transition entre des réponses de type 3 et 4 pour le système 2-K10000- m_1 , et $t_r/T = 20$	155
Fig. V.11 : Système considéré.....	156
Fig. V.12 : Mode de déformation.....	157
Fig. V.13 : Définition de la mise en charge	158
Fig. V.14 : Réponse-type du système définie sur base du modèle	158
Fig. V.15 : Courbe déterminée avec le modèle pour le système 2-K10000- m_1 sous ($P = 450$ kN, $t_r = 10$ sec)	
.....	159
Fig. V.16 : Courbes approchées $u(t)$ déterminées à l'aide du modèle de base, pour le système 2-K10000- m_1 sous (P variable, $t_r = 10$ sec)	159
Fig. V.17 : Comparaison de courbes obtenues sur base du modèle pour différentes masses mais le même t_r/T 160	
Fig. V.18 : Comparaison de la courbe approchée déduite du modèle avec celle souhaitée et la courbe réelle, pour le système 2-K10000- m_1 avec $t_r/T = 20$	161
Fig. V.19 : Courbes approchées $u(t)$ déterminées à l'aide du modèle de base et du modèle final, pour le système 2-K10000- m_1 sous (P variable, $t_r = 10$ sec)	164
Fig. V.20 : Courbes approchées (P, u_{max}) _{appr} obtenues avec les différents modèles, dans deux cas particuliers : système 2-K10000- m_1 - $t_r = 10$ sec (a) et système 2-K10000- $t_r/T = 20$ (b).....	165
Fig. V.21 : Définition des courbes approchées (P, u_{max}) _{appr} en fonction du modèle utilisé	165
Fig. V.22 : Erreur commise en utilisant les différentes courbes approchées (P, u_{max}) _{appr}	166

REFERENCES

- [1] Unified Facilities Criteria UFC 4-023-03 – « Design of buildings to resist progressive collapse ». Department of Defence. USA, January 2005.
- [2] General Services Administration (GSA). « Progressive collapse analysis and design guidelines ». USA, June 2003.
- [3] K.A. Marchand & F. Alfawakhiri. « Facts for steel buildings – Blast and progressive collapse ». American Institute of Steel Construction, Inc. USA, April 2005.
- [4] prEN 1991-1-7. Eurocode 1 : Actions on structure – Part 1-7 : General actions - Accidental actions. European Committee for Standardization. Final project team draft (stage 34). July 2004.
- [5] J.F. Demonceau. « Steel and composite building frames : sway response under conventional loading and development of membrane effects in beams further to an exceptional action ». PhD thesis presented at Liège University. Belgium, 2008.
- [6] H.N.N. Luu. « Structural response of steel and composite building frames further to an impact leading to the loss of a column ». PhD thesis presented at Liège University. Belgium, 2008.
- [7] A.G. Vlassis. « Progressive collapse assessment of tall buildings ». Thesis submitted in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy of the University of London and the Diploma of Imperial College London. UK, April 2007.
- [8] G.C. Mays & P.D. Smith. « Blast effects on buildings ». Thomas Telford, 1995.
- [9] A.J. Kappos. « Dynamic loading and design of structures ». Taylor & Francis Group, 2002.
- [10] P.S. Bulson. « Explosive Loading of Engineering Structures – A history of research and a review of recent developments ». Taylor & Francis Group, 1997
- [11] Research Programme of the Research Fund for Coal and Steel. « Composite column and wall systems for impact and blast resistance ». Final report. 2008
- [12] EN 1990. Eurocode – Basis of structural design. European Committee for Standardization. April 2002.
- [13] J.F. Demonceau & J.P. Jaspart. « Loss of a column in an office or residential building frame – First numerical investigations of the steel "two-beams" system ». Internal report for the RFCS project RFS-CR-04046 "Robust structures by joint ductility", Liege University, May 2006
- [14] FINELG user's manual. Nonlinear finite element analysis program. Version 9.0, January 2003.
- [15] Eurocode 3 EN 1993. « Exemples d'application au calcul des structures en acier ». Centre information acier. 2007.