



UNIVERSITE DE LIEGE

Place du 20-Août 7-9
4000 Liège
Belgique

Faculté des Sciences Appliquées

ANALYSE DES PORTES D'ECLUSE SOUS SOLlicitation SISMIQUE

*Mémoire de fin d'études réalisé en vue de l'obtention du grade d'Ingénieur
Civil des Constructions par*

LOIC BULDGEN

Année académique 2009 – 2010

Promoteurs : Pr. PHILIPPE RIGO
 Dr. HERVE DEGEE

Composition du jury : PHILIPPE RIGO, ALBERT BOLLE, HERVE DEGEE, ANDRE PLUMIER, CLEMENT COUNASSE

Remerciements

Je remercie vivement Monsieur le Professeur Philippe Rigo pour son accompagnement lors de la réalisation de ce travail de fin d'études ainsi que pour l'ensemble des conseils qu'il m'a prodigués tout au long de cette procédure.

Je tiens aussi à remercier le Docteur Hervé Degée pour toute l'aide qu'il m'a fournie dans l'utilisation du logiciel FINELG mais aussi pour l'attention qu'il a apportée à l'ensemble des questions que je lui ai posées.

Je salue également l'implication du Professeur Radu Sarghiuta et de son assistant, Catalin Popsecu, de l'Université Technique de la Construction de Bucarest qui m'ont permis de me familiariser avec le logiciel ANSYS.

Je remercie Monsieur Thomas Gernay pour m'avoir donné accès aux modèles qu'il a eu à réaliser pour son travail de fin d'études.

Enfin, j'exprime toute ma reconnaissance aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer mon travail.

LOIC BULDGEN
Mai 2010

Résumé - Abstract

Résumé

Le but de ce travail de fin d'études est d'établir des procédures d'analyse pour les structures hydrauliques mobiles soumises à un tremblement de terre. Le cas particulier de la porte aval d'une écluse est traité en détails. La première partie du travail s'attache au calcul analytique des pressions hydrodynamiques qui agissent sur la porte durant un séisme. Pour cela, les portes du sas sont idéalisées comme des structures parfaitement rigides, ce qui signifie que le calcul de la pression est fait sans tenir compte de l'interaction fluide-structure. En résolvant l'équation de Laplace avec les conditions limites appropriées, il est possible d'obtenir des expressions analytiques des pressions hydrodynamiques s'exerçant sur la structure. Il est important de remarquer que deux calculs ont été réalisés. Le premier représente l'action de l'eau présente dans le sas tandis que le second modélise les effets dynamiques dans le bief. Ces deux situations sont différentes à priori étant donné le ballottement qui peut s'installer dans le premier cas. Par la suite, la question de l'interaction fluide-structure est envisagée de façon analytique et numérique. Dans ce second cas, on procède alors par masses ajoutées.

Dans un deuxième temps, une fois que les sollicitations sont déterminées, celles-ci sont appliquées à un cas concret. Deux façons de procéder ont été envisagées : une analyse spectrale et une analyse temporelle. Celles-ci ont été réalisées au moyen des logiciels éléments finis FINELG et ANSYS. Elles ont permis de dégager des conclusions quant à la prise en compte des effets du ballottement, de l'interaction fluide-structure, de la présence d'eau dans les biefs,... afin de déduire finalement une procédure d'analyse adéquate.

Abstract

The aim of this final work is to establish analysis procedures for mobile hydraulic structures submitted to an earthquake. The particular case of the downstream gate of a given lock is treated in details. The first part of this master thesis exposes an analytic calculation of the hydrodynamic pressures acting on the gate during a seism. To achieve this goal, the gates are idealized as perfectly rigid structures, which means that the calculus of the pressure is done without taking account of the deformations of the gate. By solving the Laplace equation with the corresponding boundary conditions, it is possible to obtain analytical expressions of the hydrodynamic pressure acting on the structure. It is important to note that two different calculations are performed. The first one has to represent the action of the water contained in the lock chamber while the second one is used to model the dynamic action of the water present in the downstream reach. These two situations are different because sloshing may occur in the first case. The question of fluid-structure interaction is considered by both analytical and numerical procedures. In this last case, this is done by making used of the concept of added masses.

The second step is to realize a model of the chosen gate using the FINELG and ANSYS finite elements softwares. When these representations are available, the added masses are included in the model to represent the hydrodynamic actions of the surrounding water. Two kinds of

dynamic analysis are performed: a response spectrum analysis and a time history analysis. This finally leads to conclusions related to the effects of sloshing, the fluid-structure interaction, the importance of the water present in the reach,... in order to establish an appropriate analysis procedure.

Table des matières

Remerciements	2
Résumé – Abstract	3
Table des matières	5
Table des figures	8
Table des notations	10
 I. INTRODUCTION GENERALE	17
 II. CALCUL DES PRESSIONS EN PRESENCE D'UN SEISME.....	20
1. Développements préliminaires.....	21
1.1. Introduction	21
1.2. Hypothèses de base	22
1.3. Equations de base.....	23
2. Calcul de la pression hydrodynamique dans le sas	26
2.1. Solution en réponse libre.....	26
2.2. Solution en réponse forcée	31
2.3. Calcul de la pression	36
3. Calcul de la pression hydrodynamique dans les biefs.....	50
3.1. Solution de l'équation de Laplace	50
3.2. Calcul de la pression	53
4. Représentation équivalente de l'action sismique	56
4.1. Modélisation des effets dans le sas	56
4.2. Modélisation des effets dans les biefs	60
4.3. Modèle mécaniquement équivalent global.....	63
 III. ANALYSE SPECTRALE DE LA PORTE	65
1. Méthodologie pour l'approche spectrale.....	67
1.1. Principe de l'analyse spectrale	67
1.2. Description de la structure étudiée	71
1.3. Modélisation de la pression impulsive	74
1.4. Modélisation de la pression convective	77
2. Etude de l'importance des effets convectifs.....	79

2.1. Méthodes d'analyse.....	79
2.2. Effets de la pression convective.....	82
2.3. Conclusions	86
3. Etude de l'importance de l'interaction fluide-structure	87
3.1. Méthodologie	87
3.2. Résultats	91
3.3. Conclusions	94
4. Résultats de l'analyse spectrale de la porte	95
4.1. Composante perpendiculaire à la porte	95
4.2. Composante parallèle à la porte	98
4.3. Composante verticale	106
4.4. Combinaison des résultats.....	110
4.5. Conclusions de l'analyse spectrale.....	114
 IV. ANALYSE TEMPORELLE DE LA PORTE.....	116
1. Méthodologie pour l'analyse temporelle	117
1.1. Remarques préliminaires.....	117
1.2. Procédure d'analyse	120
2. Résultats de l'analyse temporelle de la porte	124
2.1. Résultats individuels	124
2.2. Combinaison des résultats.....	124
2.3. Conclusions de l'analyse temporelle.....	128
 V. CONCLUSION GENERALE.....	132
 VI. ANNEXES	136
1. Annexes à la partie II	137
1.1. Annexe II.1	137
1.2. Annexe II.2.....	138
1.3. Annexe II.3.....	139
1.4. Annexe II.4.....	141
2. Annexes à la partie III	143
2.1. Annexe III.1	143
2.2. Annexe III.2	144
2.3. Annexe III.3	145

2.4. Annexe III.4	148
2.5. Annexe III.5	152
2.6. Annexe III.6	155
3. Annexes à la partie IV	164
3.1. Annexe IV.1	164
3.2. Annexe IV.2	166
3.3. Annexe IV.3	167
Bibliographie	172

Table des figures

Figure I.1 – Problématique	17
Figure II.1 – Situation étudiée.....	21
Figure II.2 – Représentation du mouvement de l'écluse suite au séisme	22
Figure II.3 – Idéalisation de l'activité sismique	23
Figure II.4 – Système d'axes de référence.....	23
Figure II.5 – Evolution de ω_n en fonction de la hauteur d'eau dans le sas ($L = 120\text{ m}$).....	30
Figure II.6 – Evolution de ω_n en fonction de la longueur du sas ($h_s = 10\text{ m}$).....	30
Figure II.7 – Représentation du premier mode propre	32
Figure II.8 – Représentation du second mode propre	33
Figure II.9 – Représentation de la surface libre	34
Figure II.10 – Représentation des amplitudes modales	35
Figure II.11 – Evolution de la pression impulsive sur 10 m de profondeur ($L = 120\text{ m}$)	39
Figure II.12 – Evolution de l'écart relatif de pression impulsive avec y ($h_s = 10\text{ m}$)	40
Figure II.13 – Représentation de la pression impulsive sur la hauteur de la porte aval	41
Figure II.14 – Représentation de la pression impulsive à la porte aval pour $h_s/L = 1/12$	42
Figure II.15 – Représentation de la pression convective sur la hauteur de la porte aval	42
Figure II.16 – Représentation de la pression convective sur la hauteur de la porte aval	43
Figure II.17 – Représentation de la pression convective à la porte aval pour $h_s/L = 1/12$	44
Figure II.18 – Représentation de la pression convective à la porte aval pour $h_s/L = 1/12$	44
Figure II.19 – Représentation de la pression dynamique à la porte en aval	46
Figure II.20 – Représentation de la pression dynamique à la porte en amont	46
Figure II.21 – Evolution de l'écart relatif entre les deux méthodes avec la hauteur d'eau.....	48
Figure II.22 – Evolution de l'écart relatif entre les deux méthodes avec y ($h_s = 10\text{ m}$)	48
Figure II.23 – Système d'axes de référence.....	50
Figure II.24 – Diagramme des pressions pour un bief semi-indéfini.....	54
Figure II.25 – Evolution de Γ en fonction de L pour différentes valeurs de h_s	55
Figure II.26 – Résultantes de la pression impulsive.....	56
Figure II.27 – Représentation équivalente de la pression impulsive dans le sas	57
Figure II.28 – Résultantes de la pression convective	58
Figure II.29 – Représentation équivalente de la pression convective dans le sas	59
Figure II.30 – Représentation équivalente de la pression impulsive dans le bief.....	61
Figure II.31 – Rapport $F_0(t)/F(t)$ pour différentes valeurs de L et de h_s	62
Figure II.32 – Evolution de la longueur limite avec h_s	63
Figure II.33 – Modèle mécaniquement équivalent global	63
Figure III.1 – Vues en plan et en élévation de la porte aval	72
Figure III.2 – Représentation des deux modèles considérés	73
Figure III.3 – Principe du calcul des masses ajoutées	75
Figure III.4 – Masses impulsives ajoutées à la porte	76
Figure III.5 – Masses convectives ajoutées à la porte	77
Figure III.6 – Grillage additionnel à la porte	78
Figure III.7 – Spectres de l'Eurocode avec des amortissements différents	80
Figure III.8 – Principe d'un spectre combiné	81
Figure III.9 – Représentation du premier et du troisième mode propre	83
Figure III.10 – Représentation spatiale de la pression flexible sur une demi porte	88
Figure III.11 – Numérotation des cadres et des traverses	91
Figure III.12 – Influence de l'interaction fluide-structure	93
Figure III.13 – Axes de référence	95

Figure III.14 – Contraintes de comparaison (composante sismique selon x)	97
Figure III.15 – Diagramme de répartition de la masse impulsive (en kg/m^2)	100
Figure III.16 – Procédure de sélection des modes et du nombre de modes	103
Figure III.17 – Contraintes de comparaison (composante sismique selon z)	105
Figure III.18 – Résultante des forces perpendiculaires à la porte	108
Figure III.19 – Contraintes de comparaison (composante sismique selon y)	109
Figure III.20 – Récapitulatif des pressions agissant dans le sas et dans le bief	112
Figure IV.1 – Evolution du rapport des pressions selon x et z	118
Figure IV.2 – Evolution du rapport m_z/m_x en fonction de α_z	119
Figure IV.3 – Exemple d'accélérogramme généré par GOSCA	123
Figure IV.4 – Diagrammes enveloppes pour la traverse 4	125
Figure IV.5 – Contraintes de comparaison totales dans la porte	127
Figure IV.6 – Contraintes de comparaison totales dans le bordé (kPa)	130
Figure IV.7 – Contraintes de comparaison sous pression hydrostatique seule (kPa)	131
Figure VI.1 – Profil de surface libre	138
Figure VI.2 – Courbe de l'Eurocode 8	142
Figure VI.3 – Courbe de l'Eurocode 8	142
Figure VI.4 – Effets de l'interaction fluide-structure dans la traverse 4	147
Figure VI.5 – Comparaison des moments de flexion dans les cadres et les traverses	148
Figure VI.6 – Comparaison des moments de flexion dans les cadres et les traverses	149
Figure VI.7 – Comparaison des moments de flexion dans les cadres et les traverses	150
Figure VI.8 – Eléments de réduction dans la traverse 4 (chargement C1)	153
Figure VI.9 – Eléments de réduction dans le cadre 3 (chargement C1)	154
Figure VI.10 – Sollicitations	155
Figure VI.11 – Représentation de l'interaction fluide-structure	156
Figure VI.12 – Méthode de l'accélération constante et linéaire	165
Figure VI.13 – Section droite	166
Figure VI.14 – Détermination de la largeur collaborante	166

Table des notations

Lettres latines minuscules :

a	premier paramètre de Newmark ou de Rayleigh
a_g	accélération sismique de calcul
a_{gR}	accélération sismique au niveau du rocher
b	second paramètre de Newmark ou de Rayleigh
b_{eff}	largeur collaborante (ou efficace) du bordé
b_f	largeur de la semelle d'une traverse
$b_{0,g}$	demi-distance entre la troisième et la quatrième traverse
$b_{0,d}$	demi-distance entre la quatrième et la cinquième traverse
$\bar{b}_{0,g}$	valeur de $b_{0,g}$ corrigée pour prendre en compte la présence de raidisseurs
$\bar{b}_{0,d}$	valeur de $b_{0,d}$ corrigée pour prendre en compte la présence de raidisseurs
f_{mn}	fonction dépendant du temps intervenant dans le calcul de la pression flexible
f_n	fonction de x et de y intervenant dans la définition de ϕ_n
f_1, f_2	fréquences propres des deux modes prépondérants de la structure
g	accélération de la pesanteur
g_n	fonction de t intervenant dans la résolution de l'équation de Laplace
h	position de la masse impulsive dans le bief
h_b	hauteur d'eau dans les biefs
h_n	position de la masse convective n dans le sas
h_s	hauteur d'eau dans le sas
\bar{h}_s	nombre adimensionnel donné par h_s/L
h_w	hauteur de l'âme d'une traverse
h_0	position de la masse impulsive dans le sas
i	nombre naturel
k	nombre entier
k_n	raideur du ressort associé à la masse convective n dans le sas
l	largeur du sas
m	masse impulsive dans le bief
m	nombre naturel
m_0	masse impulsive dans le sas
m_n	masse convective n dans le sas
m_x	masse ajoutée totale pour tenir compte la composante sismique selon x
$m_{x,s}$	masse ajoutée localement dans le sas pour la composante sismique selon x
m_z	masse ajoutée totale pour tenir compte la composante sismique selon z

$m_{z,s}$	masse ajoutée localement dans le sas pour la composante sismique selon z
n	nombre naturel
p	pression au sein du fluide
p_b	pression résultante dans le bief
$p_{h,b}$	pression hydrostatique dans le bief
$p_{h,\text{rés}}$	pression hydrostatique nette totale sur la porte
$p_{h,s}$	pression hydrostatique dans le sas
p_i	pression évaluée aux coordonnées discrètes (y_i, z_i)
p_n	composante n de la pression impulsive
$p_{\text{rés}}$	pression nette totale sur la porte
p_s	pression résultante dans le sas
$p_{x,b}, p_{y,b}, p_{z,b}$	pression dans le bief sous l'action de la composante sismique selon x, y ou z
$p_{x,\text{rés}}$	pression nette totale sur la porte en sous l'action de la composante sismique x
$p_{y,\text{rés}}$	pression nette totale sur la porte en sous l'action de la composante sismique y
$p_{z,\text{rés}}$	pression nette totale sur la porte en sous l'action de la composante sismique z
$p_{x,s}, p_{y,s}, p_{z,s}$	pression dans le sas sous l'action de la composante sismique selon x, y ou z
q	coefficient de comportement de la structure
q_i	amplification modale corrigée donnée par $M_i^*/L_i \cdot \eta_i(t)$
q_n	fonction intervenant dans la pression convective (notation Eurocode 8)
q_0	fonction intervenant dans la pression impulsive (notation Eurocode 8)
\mathbf{r}	vecteur présentant des composantes unitaires dans la direction sismique
r_n	réponse en déplacement d'un oscillateur simple non amorti
\mathbf{r}_x	vecteur présentant des composantes unitaires selon x et nulles sinon
\mathbf{r}_y	vecteur présentant des composantes unitaires selon y et nulles sinon
\mathbf{r}_z	vecteur présentant des composantes unitaires selon z et nulles sinon
t	variable de temps
t	épaisseur du bordé de la porte
t_f	épaisseur de la semelle d'une traverse
t_n	valeur discrète du temps
t_w	épaisseur de l'âme d'une traverse
\mathbf{u}	mode propre
\mathbf{u}_i	mode propre i de la structure avec masses ajoutées
$\mathbf{u}_{0,i}$	mode propre i de la structure sans masses ajoutées
u, v, w	composantes de la vitesse des particules de fluide selon x, y, z
$v, \dot{\mathbf{v}}, \ddot{\mathbf{v}}$	déplacement, vitesse et accélération dans un système à un degré de liberté
$\mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}, \ddot{\mathbf{v}}$	vecteurs déplacement, vitesse et accélération
$\mathbf{v}_0, \dot{\mathbf{v}}_0, \ddot{\mathbf{v}}_0$	vecteurs déplacement, vitesse et accélération de la structure initiale

\ddot{v}_g	accélération du sol dans une direction quelconque (x , y ou z)
v_h	vecteur déplacement pour la pression hydrostatique
$\mathbf{v}_n, \dot{\mathbf{v}}_n, \ddot{\mathbf{v}}_n$	vecteurs déplacement, vitesse et accélération à l'instant discret t_n
$\mathbf{v}_x, \dot{\mathbf{v}}_x, \ddot{\mathbf{v}}_x$	vecteurs déplacement, vitesse et accélération pour la composante x
$\mathbf{v}_y, \dot{\mathbf{v}}_y, \ddot{\mathbf{v}}_y$	vecteurs déplacement, vitesse et accélération pour la composante y
$\mathbf{v}_z, \dot{\mathbf{v}}_z, \ddot{\mathbf{v}}_z$	vecteurs déplacement, vitesse et accélération pour la composante z
w_p	déplacements propres de la porte dans la direction x
(x, y, z)	système de coordonnées cartésiennes de l'espace
\bar{y}	coordonnée verticale adimensionnelle définie par y/h_s
(y_i, z_i)	coordonnées discrètes à la surface de la porte

Lettres latines majuscules :

A	aire de la section d'une traverse
A_n	constante d'intégration intervenant dans la définition de ϕ_n
A_n	paramètre défini par $4LX_0\Omega^3/n^2\pi^2(\omega_n^2 - \Omega^2)$
$A_{r,d}$	somme des aires des sections des raidisseurs situés entre les traverses 4 et 5
$A_{r,g}$	somme des aires des sections des raidisseurs situés entre les traverses 3 et 4
B_n	constante d'intégration intervenant dans la définition de ϕ_n
C	amortissement de la structure idéalisée comme un système à un degré de liberté
$[C]$	matrice d'amortissement d'un système à plusieurs degrés de liberté
C_i^*	amortissement généralisé associé au mode propre i
C_n	constante d'intégration intervenant dans la définition de ϕ_n
$C_{0,i}^*$	amortissement généralisé de la structure sans masses ajoutées
C_1	constante d'intégration
C_2	constante d'intégration
D_n	constante d'intégration intervenant dans la définition de ϕ_n
E	maximum temporel de $E(t)$
E	module d'élasticité de l'acier
E_h	effet produit par la pression hydrostatique
$E(t)$	enveloppe supérieure de $E_1(t), E_2(t), E_3(t)$
$E_i(t)$	évolution temporelle d'un effet pour un accélérogramme i donné ($i = 1,2,3$)
E_n	constante d'intégration intervenant dans la définition de ϕ_n
E_x, E_y, E_z	effet produit par la composante selon x , y ou z de l'action sismique
$E_{x,c}$	effet produit par la composante sismique selon x concomitamment à l'effet E_y
$E_{y,c}$	effet produit par la composante sismique selon y concomitamment à l'effet E_x
F	résultante horizontale impulsive dans le bief
\mathbf{F}	vecteur global des forces nodales

\mathbf{F}_i	vecteur des forces nodales pour le mode i
F_n	résultante horizontale convective n dans le sas
F_x, F_y, F_z	composantes des forces volumiques x, y, z en [$N kg^{-1} m^{-3}$]
F_0	résultante horizontale impulsive dans le sas
\mathbf{H}	vecteur des forces de pression hydrostatique
I	inertie d'axe fort d'une traverse
K	raideur de la structure idéalisée comme un système à un degré de liberté
$[K]$	matrice de raideur d'un système à plusieurs degrés de liberté
$[\tilde{K}]$	matrice de pseudo-raideur
K_i^*	raideur généralisée associée au mode propre i
K_{mn}	constante intervenant dans le calcul de la pression flexible
$K_{0,i}^*$	raideur généralisée associée au mode propre i de la structure initiale
L	longueur du sas
L_i	paramètre défini par $\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{r}$
$L_{a,i}$	paramètre défini par $\mathbf{u}_{0,i}^T [M_a] \mathbf{r}$
$L_{0,i}$	paramètre défini par $\mathbf{u}_{0,i}^T [M_t] \mathbf{r}$
M	moment résultant impulsif dans le bief
$[M]$	matrice de masse d'un système à plusieurs degrés de liberté
M_a	masse ajoutée à la structure idéalisée à un seul degré de liberté
$[M_a]$	matrice des masses ajoutées
M_c	moment de flexion concomitant à N_{min}
M_h	moment de flexion produit par la pression hydrostatique
M_i	masse collaborante selon le mode propre i
M_i^*	masse généralisée associée au mode propre i
M_{min}	minimum temporel de l'effort sollicitant de calcul $M_{Sd}(t)$
M_n	moment résultant convectif n dans le sas
M_{Sd}	moment de flexion sollicitant de calcul
$[M_t]$	matrice de masse totale, incluant les masses ajoutées
M_T	masse totale de la structure pouvant être sollicitée dans la direction \mathbf{r}
$[M_x]$	masse ajoutée en raison de la composante selon x de l'action sismique
M_x^-	enveloppe inférieure des moments produits par l'accélération sismique selon x
M_x^c	moment concomitant à M_y^- produit par l'accélération sismique selon x
$[M_y]$	masse ajoutée en raison de la composante selon y de l'action sismique
M_y^c	moment concomitant à M_x^- produit par l'accélération sismique selon y
M_y^-	enveloppe inférieure des moments produits par l'accélération sismique selon y
$[M_z]$	masse ajoutée en raison de la composante selon z de l'action sismique
M_0	moment résultant impulsif dans le bief

M_0	masse propre de la structure idéalisée comme un système à un degré de liberté
$[M_0]$	matrice de masse de la structure initiale, sans masses ajoutées
$M_{0,i}^*$	masse généralisée associée au mode propre i de la structure initiale
N	effort normal
N	nombre de degrés de libertés de la structure
N_c	effort normal concomitant à M_{min}
N_h	effort normal produit par la pression hydrostatique
N_i	nœud i du maillage
N_{min}	minimum temporel de l'effort normal sollicitant de calcul $N_{Sd}(t)$
N_{Sd}	effort normal sollicitant de calcul
N_x^c	effort normal concomitant produit par l'accélération sismique selon x
N_y^c	effort normal concomitant produit par l'accélération sismique selon y
N^*	nombre de modes pris en compte dans l'analyse de la structure ($N^* \leq N$)
\mathbf{P}	vecteur des charges extérieures
P_i	effort de pression résultant au nœud N_i du maillage
P_L	probabilité de dépassement
\mathbf{P}_n	vecteur \mathbf{P} évalué à l'instant discret t_n
$\tilde{\mathbf{P}}_n$	pseudo-vecteur des charges extérieures à l'instant t_n
S	surface libre du sas
S	paramètre de site intervenant dans la définition du spectre de l'Eurocode
S_a, S_d, S_v	spectre de réponse en accélération, déplacement ou vitesse
S_{pa}	pseudo-spectre de réponse en accélération
T	période ou durée de la sollicitation sismique
T_B, T_C, T_D	période intervenant dans la définition du spectre de l'Eurocode
T_L	durée à laquelle est associée une probabilité de dépassement P_L
T_R	période de retour
T_X	période où se fait la séparation des spectres à 2 % et à 0.5 %
$[U]$	matrice des modes propres
\vec{V}	vecteur vitesse des particules d'eau dont les composantes sont u , v et w
X, \dot{X}, \ddot{X}	déplacement, vitesse et accélération sismique selon x
X_0	amplitude des déplacements des portes de l'écluse selon x
Y, \dot{Y}, \ddot{Y}	amplitude des déplacements des portes de l'écluse selon y
Z, \dot{Z}, \ddot{Z}	amplitude des déplacements des portes de l'écluse selon z

Lettres grecques minuscules :

α_n	fonction de x intervenant dans le calcul de ϕ_n
α_n	paramètre défini par $(2n - 1)\pi/2h_s$

α_x	paramètre défini par le rapport h_s/L , identique à \bar{h}_s
αg	accélération maximale du séisme
α_z	paramètre défini par le rapport h_s/l
β_m	paramètre défini par $m\pi/l$
β_n	fonction de y intervenant dans le calcul de ϕ_n
γ	fonction de t intervenant dans le calcul de ϕ
γ_I	coefficient d'importance
γ_{mn}	paramètre défini par la relation $\gamma_{mn}^2 = \alpha_n^2 + \beta_m^2$
γ_n	fonction de t intervenant dans le calcul de ϕ_n
δ	coefficient de recombinaison valant 0.3 ou 0.5
δ_n	amplitude modale associée au mode propre n
ϵ_a	pourcentage de masse ajoutée collaborante
$\epsilon_{a,i}$	facteur de participation du mode i pour les forces de pression
$\epsilon_{x,i}$	facteur de participation du mode i pour les forces d'inertie selon l'axe x
$\epsilon_{y,i}$	facteur de participation du mode i pour les forces d'inertie selon l'axe y
$\epsilon_{z,i}$	facteur de participation du mode i pour les forces d'inertie selon l'axe z
$\boldsymbol{\eta}$	vecteur des amplitudes modales
η_i	amplitude modale i
η_0	déplacement à la surface libre défini par $\eta(x, 0, t)$
$\eta_{0,i}$	amplitude modale i pour la structure initiale
κ	variable réelle quelconque
λ_n	paramètre défini par $n\pi/L$ ou par $(2n - 1)\pi/L$
ξ	coefficent d'amortissement de la structure avec masses ajoutées
ξ, η, ζ	déplacements des particules de fluide selon x, y, z
ξ_i	coefficent d'amortissement du mode propre i
ξ_0	coefficent d'amortissement de la structure initiale, sans masses ajoutées
ξ_1, ξ_2	coefficients d'amortissement définis sur les deux modes prépondérants
ν	coefficent de Poisson
ν	viscosité cinématique de l'eau
ρ	masse volumique de l'eau
σ	contrainte normale dans la semelle d'une traverse
τ	variable muette d'intégration
ϕ	potentiel de vitesse pour la réponse forcée
φ_{mn}	fonctions génératrices intervenant dans le calcul de la pression flexible
ϕ_n	potentiel de vitesse pour la réponse libre
ψ	rapport de la largeur nette à la largeur collaborante
ψ^+, ψ^-	valeur de ψ pour la flexion en contre-arc ou en arc
ψ_n	mode propre n associé à ω_n

ω	pulsation propre de la structure idéalisée en un système à un degré de liberté
$\omega_{d,i}$	pulsation définie par $\omega_i(1 - \xi_i^2)^{1/2}$
ω_i	pulsation propre associée au mode propre i de la structure
ω_n	pulsation propre n de ballottement
ω_0	pulsation propre de la structure initiale idéalisée avec un seul degré de liberté
$\omega_{0,i}$	pulsation propre associée au mode propre i de la structure initiale

Lettres grecques majuscules :

Γ	erreur relative entre les résultats de deux méthodes de calcul
Δt	pas de temps entre les instants t_n et t_{n+1}
$\Delta \mathbf{P}_n$	accroissement du vecteur \mathbf{P}_n sur Δt
$\Delta y, \Delta z$	pas selon y ou selon z utilisés pour la réalisation du maillage
Δz	bras de levier de la fibre extrême de la semelle d'une traverse
Ω	pulsation associée à la sollicitation sismique

I. INTRODUCTION GENERALE

Problématique

Lorsqu'une écluse est soumise à l'action d'un séisme, on sait que cela produit l'apparition de pressions hydrodynamiques qui viennent s'ajouter à la composante de pression hydrostatique sollicitant déjà les portes du sas. Le cas de la pression hydrostatique est bien connu : on sait en effet que la distribution varie linéairement avec la profondeur et qu'elle agit toujours en direction de la porte. Cela est représenté par l'illustration (a) de la figure I.1, sur laquelle on voit par ailleurs que les pressions agissant dans le sas et dans le bief se compensent en partie.

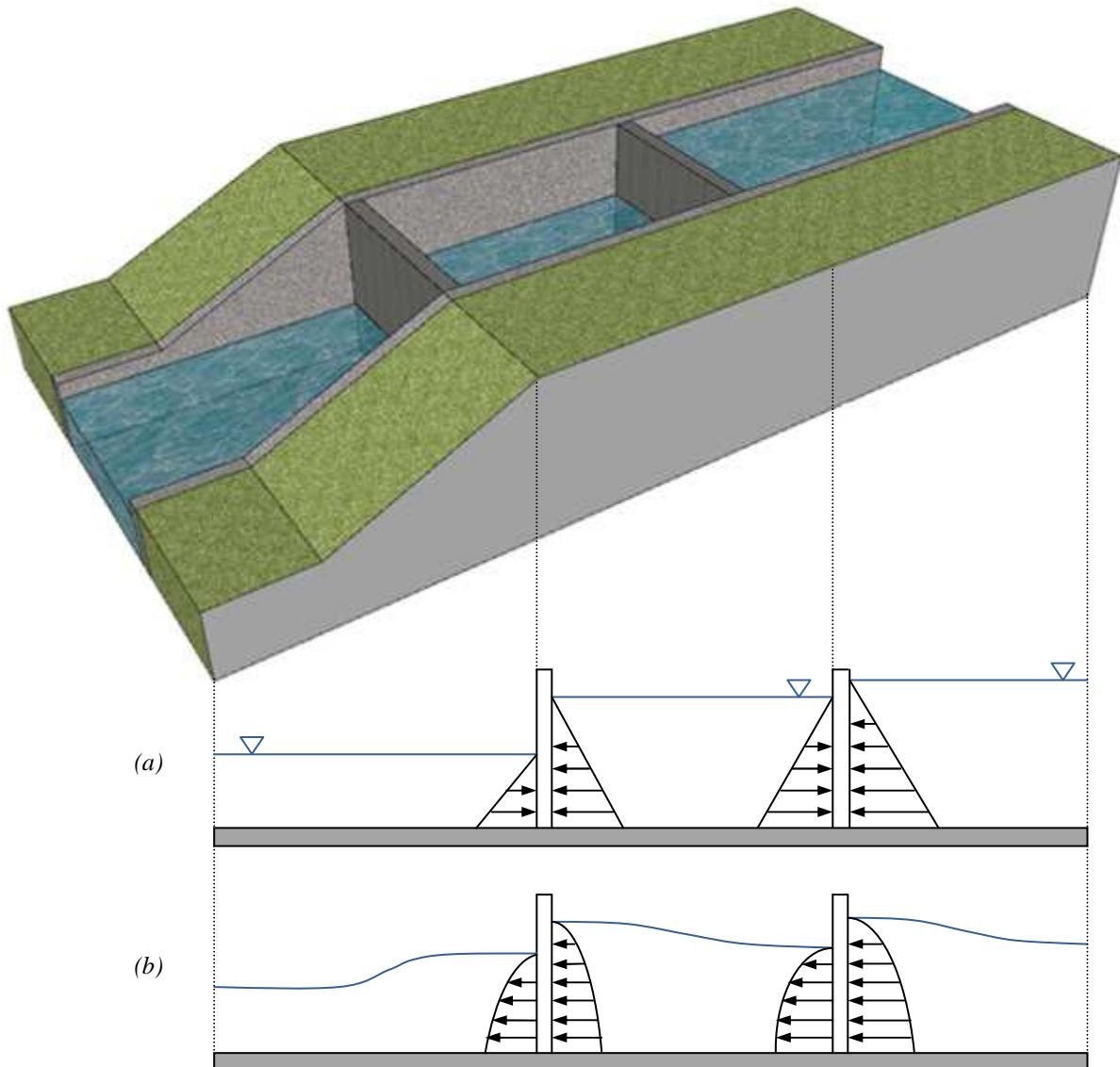


Figure I.1 – Problématique

Cependant, en cas de séisme, l'intuition physique laisse à penser que les choses ne se passent pas de la même manière. En effet, sous l'action d'une accélération sismique agissant perpendiculairement aux portes de l'écluse, il se crée des pressions hydrodynamiques induites

par la mise en mouvement des masses d'eau qui sont présentes non seulement dans le sas mais également dans les biefs. Contrairement à la pression hydrostatique, on conçoit bien intuitivement que dans ce cas il n'y ait pas d'effet compensatif : ces pressions s'ajoutent et risquent de produire finalement un effet bien plus défavorable.

Le but de ce travail est donc dans un premier temps d'établir quelles sont les pressions qui vont agir sur les structures hydrauliques en présence d'un séisme. Dans le cas présent, on s'intéresse à une écluse dont on cherche à étudier le comportement sous l'action d'un tremblement de terre. De façon plus large, ce travail de fin d'études essaie de dégager des résultats qui pourraient également être appliqués à d'autres constructions hydrauliques, comme par exemple des barrières marée-tempête, des portes de garde, des vannes de barrages mobiles,...

Méthodologie et structure du travail

Une première phase du travail consiste à établir des formules permettant de définir complètement le profil des pressions hydrodynamiques qui sont induites par les accélérations sismiques. Cela sera réalisé au moyen d'une approche théorique consistant en la résolution de l'équation de Laplace assortie de conditions limites adéquates. Cette démarche se basera sur des développements existant déjà dans la littérature tout en essayant de rester la plus générale possible. Les résultats obtenus au terme des développements analytiques seront ensuite étudiés afin de déduire quels sont les paramètres physiques (hauteur d'eau, dimensions du sas,...) qui sont susceptibles d'influencer le profil des pressions hydrodynamiques s'exerçant sur la porte.

Au cours de cette approche théorique, la situation d'une accélération sismique agissant perpendiculairement à la porte de l'écluse sera étudiée en profondeur mais les résultats seront étendus par la suite aux cas des deux autres composantes sismiques. L'ensemble des développements et des conclusions relatifs à cette démarche analytique sont repris dans la partie II du texte.

Afin de donner au travail une dimension appliquée, les formules établies dans la partie II seront utilisées afin de déterminer les efforts sur une porte concrète. Dans le cas présent, il a été décidé de repartir de la porte conçue par T.GERNAY dans le cadre de son travail de fin d'études personnel. On procèdera donc à une analyse de cette structure soumise à l'action d'un séisme. Pour cela, deux approches seront considérées :

- l'analyse spectrale, au cours de laquelle il sera fait usage des spectres normalisés de l'Eurocode 8. Les résultats obtenus par cette méthode d'analyse sont présentés dans la partie III de ce travail. En particulier, l'étude de l'interaction fluide-structure sera également considérée par une approche spectrale dans cette partie du texte. L'ensemble de la procédure numérique sera réalisée au moyen du logiciel éléments finis FINELG.
- l'analyse temporelle, qui se basera sur des accélérogrammes conformes aux spectres élastiques de l'Eurocode 8. Les résultats obtenus par cette méthode d'analyse sont présentés dans la partie IV de ce travail, en comparaison avec les efforts déduits d'une

analyse spectrale. Ici aussi, on essaiera de proposer une approche temporelle de l’interaction fluide-structure. Il sera fait usage également du logiciel FINELG.

Il est à noter par ailleurs qu’on s’intéresse essentiellement ici aux procédures et aux méthodes d’analyse. Les techniques de vérifications des divers éléments de la structure ne seront pas abordées dans les détails. Cependant, afin de présenter une utilisation concrète des résultats des analyses, on procèdera à une très brève vérification de l’élément le plus critique de la porte.

Il faut encore signaler que dans le but de corroborer les résultats déduits de FINELG, les analyses seront également effectuées au moyen d’un second logiciel éléments finis appelé ANSYS. Cela se fera dans le cadre d’un programme d’échange entre l’Université de Liège et l’Université Technique de la Construction de Bucarest. Les résultats fournis par ce second logiciel seront alors comparés avec ceux produits par FINELG.

II. CALCUL DES PRESSIONS EN PRÉSENCE D'UN SEISME

Plan de la partie II

1.	Développements préliminaires	21
1.1.	Introduction	21
1.2.	Hypothèses de base	22
1.3.	Equations de base	23
2.	Calcul de la pression hydrodynamique dans le sas	26
2.1.	Solution en réponse libre	26
2.1.1.	Conditions limites	26
2.1.2.	Calcul du potentiel de vitesse	28
2.2.	Solution en réponse forcée	31
2.2.1.	Calcul du potentiel de vitesse	31
2.2.2.	Profil de la surface libre	31
2.3.	Calcul de la pression	36
2.3.1.	Développements analytiques	36
2.3.2.	Comparaison des résultats	40
2.3.3.	Application des résultats	45
3.	Calcul de la pression hydrodynamique dans les biefs	50
3.1.	Solution de l'équation de Laplace	50
3.1.1.	Conditions limites	50
3.1.2.	Calcul du potentiel de vitesse	51
3.2.	Calcul de la pression	53
3.2.1.	Solution analytique	53
3.2.2.	Comparaison des pressions de fond	54
4.	Représentation équivalente de l'action sismique	56
4.1.	Modélisation des effets dans le sas	56
4.1.1.	Représentation de la pression impulsive	56
4.1.2.	Représentation de la pression convective	58
4.2.	Modélisation des effets dans les biefs	60
4.2.1.	Développement du modèle	60
4.2.2.	Comparaison des forces résultantes	61
4.3.	Modèle mécaniquement équivalent global	63

1. Développements préliminaires

Les développements préliminaires qui sont réalisés ici sont une description des hypothèses de base et des équations fondamentales. Celles-ci seront utilisées par la suite pour établir les pressions hydrodynamiques naissant sur les structures hydrauliques dans le sas et dans les biefs en cas de séisme.

1.1. Introduction

Dans le cadre d'une approche analytique, on propose d'étudier la situation illustrée à la figure II.1. On peut y voir le schéma d'une écluse en trois dimensions ainsi que la représentation en deux dimensions qui sera considérée ici. On suppose ensuite l'action d'un séisme qui produit une accélération agissant dans l'axe longitudinal de l'écluse. Sous l'action des mouvements du sol, il se produit un déplacement non seulement de l'eau emprisonnée dans le sas mais aussi de celle qui remplit les biefs. Le but de ce chapitre est donc de déterminer de manière analytique la distribution des pressions naissant sur toute la hauteur des portes de l'écluse, à la fois dans le sas mais aussi dans les biefs.

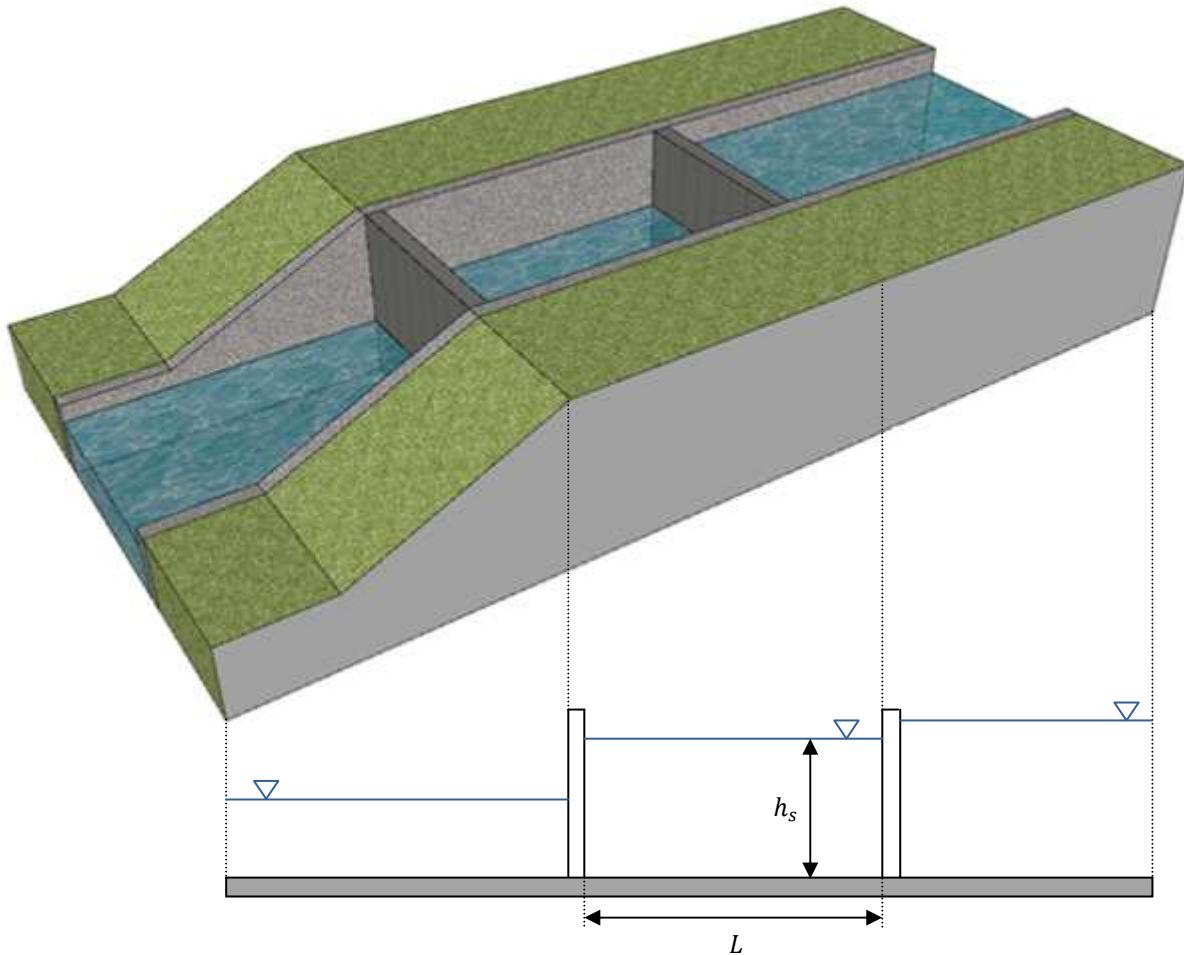


Figure II.1 – Situation étudiée

L'écluse est constituée d'un sas central de longueur L et on appellera h_s la hauteur d'eau qui y est présente au moment du séisme. Dans les biefs aval et amont, on supposera que les niveaux

de la surface libre sont également connus. A ce stade-ci, ces hauteurs sont quelconques et il conviendra par la suite de les fixer plus précisément, de manière à ce que les sollicitations agissant sur les portes de l'écluse soient les plus défavorables possibles. Cela ne pourra se faire qu'après avoir déterminé les profils de pression de part et d'autre des portes.

1.2. Hypothèses de base

Le problème consiste tout d'abord à déterminer la pression qui va s'exercer sur les parois amont et aval des portes constituant l'écluse. Ce calcul se fera en posant certaines hypothèses. On admettra que :

- Les parois ainsi que les portes de l'écluse sont supposées infiniment rigides, si bien qu'elles sont considérées comme indéformables. Cela revient à considérer que lors du séisme, l'ensemble de l'écluse se déplace comme un seul bloc. Ceci est illustré à la figure II.2, où l'on voit que la translation horizontale des portes amont et aval de l'écluse est assimilable à un mouvement de corps rigide : les deux déplacements sont identiques et n'occasionnent aucune déformation. Cette première hypothèse ne correspond pas à ce qui se présente dans la réalité mais elle est admise à ce stade-ci. Elle est d'ailleurs également formulée dans les codes provenant du Corps of Engineering aux Etats-Unis (USACE, 2003).

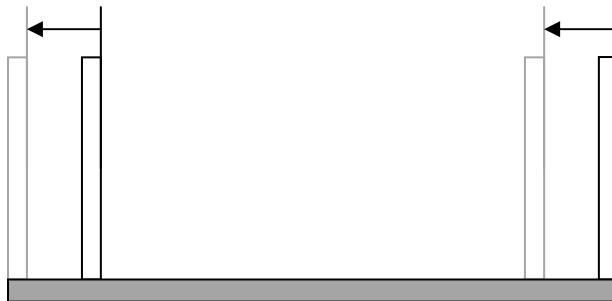


Figure II.2 – Représentation du mouvement de l'écluse suite au séisme

- La viscosité de l'eau qui se situe à l'intérieur du sas mais aussi dans les biefs amont et aval est négligée. Cela revient à supposer qu'il n'y ait pas de tension visqueuse au sein du fluide et donc que les mouvements de l'eau se font sans possibilité de mobiliser du frottement entre les particules. Cette hypothèse se justifie par la valeur généralement faible de la viscosité cinématique de l'eau :

$$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad (\text{II.1})$$

- On admettra que l'eau est également un fluide incompressible. Ceci permet de supposer que toute variation dans le temps ou dans l'espace de la masse volumique ρ du liquide est nulle, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.2})$$

Ces hypothèses, tout à fait acceptables, sont importantes dans la mesure où elles vont autoriser une résolution plus aisée du problème. En particulier, elles permettent de simplifier grandement les équations de Navier-Stokes pour lesquelles on arrive alors à développer des solutions analytiques sans trop de difficultés.

1.3. Equations de base

On suppose que sous l'action du séisme, les parois et les portes de l'écluse sont soumises à une accélération dirigée horizontalement selon l'axe de l'écluse. Son amplitude s'exprime souvent comme une fraction de l'accélération de la pesanteur et on la notera αg , où α ne dépasse pas 0.1 pour les applications en Belgique. De manière générale, on désignera par $X(t)$ les déplacements horizontaux qui peuvent affecter le sol en cas de séisme. Conformément aux notations précédentes, on doit donc avoir :

$$\max_{t \in [0, T]} \ddot{X}(t) = \alpha g \quad (II.3)$$

où T désigne la durée complète du séisme. Si on enregistre la variation de \ddot{X} au cours du temps, on obtient un accélérogramme. Celui-ci concerne uniquement le site sur lequel la mesure a été effectuée. Un exemple est représenté à la figure II.3. Pour un accélérogramme donné, il est possible de calculer l'évolution temporelle $X(t)$ correspondant aux déplacements des portes de l'écluse. Cela est illustré à la figure II.4 ci-dessous.

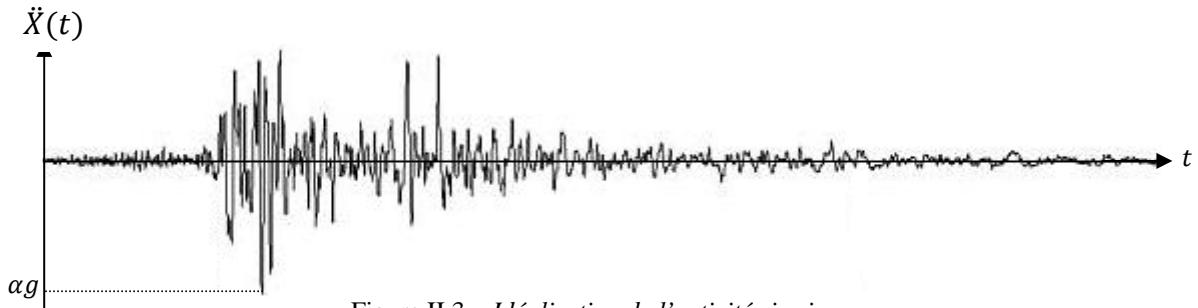


Figure II.3 – Idéalisation de l'activité sismique

Sous l'action des secousses sismiques, l'eau située dans le sas et dans les biefs va être mise en mouvement. Les équations qui permettent de déterminer la distribution de la pression p et le calcul des déplacements au sein du fluide sont celles de Navier-Stokes ainsi que l'équation de continuité.

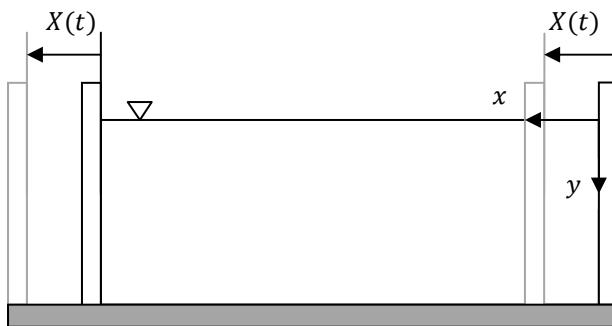


Figure II.4 – Système d'axes de référence

Les équations de Navier-Stokes traduisent la conservation de la quantité de mouvement. En toute généralité, elles sont écrites dans un système d'axes fixes (x, y, z) en trois dimensions. Dans le cadre de cette approche simplifiée, on se limitera à analyser la situation en deux dimensions. Le système (x, y) est placé de telle manière qu'il coïncide avec la position de la

surface libre avant le début des secousses sismiques. Dans les axes (x, y) décrits à la figure II.4, les équations de Navier-Stokes s'écrivent :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \operatorname{div}(u \cdot \vec{V}) = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u \quad (\text{II.4})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \operatorname{div}(v \cdot \vec{V}) = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta v \quad (\text{II.5})$$

L'équation (II.4) traduit la conservation de la quantité de mouvement selon x et l'équation (II.5) est l'analogue selon y . Les termes $\nu \Delta u$ et $\nu \Delta v$ correspondent à l'effet des tensions visqueuses. Comme annoncé précédemment, celles-ci seront négligées en vertu de l'équation (II.1) si bien que ces termes n'interviennent plus dans les deux équations précédentes. Il est à noter que le symbole Δ traduit l'opérateur laplacien. A deux dimensions, on a :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (\text{II.6})$$

Dans les équations (II.4) et (II.5), les notations u et v désignent respectivement les composantes de la vitesse du fluide selon x et y . Les termes F_x et F_y représentent quant à eux les composantes d'une force volumique agissant par unité de masse. Dans le cas présent, la seule force à considérer est la pesanteur. On écrit donc :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad \vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

L'équation de continuité traduit pour sa part la conservation de la masse. Dans les axes de la figure II.4, on a :

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \leftrightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Si on développe le terme de divergence dans les équations (II.4) et (II.5) et qu'on se sert de la relation (II.8), les équations de Navier-Stokes s'écrivent, en négligeant les termes de viscosité :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{II.10})$$

En supposant que l'écoulement est irrotationnel, on peut montrer (voir annexe II.1) que l'intégration de l'équation (II.10) débouche sur la formulation plus classique de Bernoulli :

$$p + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) - \rho gy = 0 \quad (\text{II.11})$$

L'équation (II.11) fournit alors une relation permettant de calculer directement la pression totale p compte tenu des effets dynamiques causés par le séisme. Cependant, pour que (II.10)

soit valable, il a fallu poser l'hypothèse d'un écoulement à potentiel, c'est-à-dire qu'on suppose que les vitesses u et v dérivent d'un potentiel ϕ tel que :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (II.12)$$

Si on reporte les hypothèses faites en (II.12) dans l'équation de continuité (II.8), on arrive à la conclusion que :

$$\Delta \phi = 0 \leftrightarrow \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (II.13)$$

Dès lors, on voit que le calcul de la pression p et des vitesses u et v se ramène à la détermination d'un potentiel ϕ qui satisfasse (II.13). Comme (II.13) est une équation aux dérivées partielles du second ordre, il faut fixer un certain nombre de conditions aux frontières du domaine où l'on cherche à déterminer ϕ , de manière à ce que ce potentiel soit univoquement déterminé. Ceci fait l'objet de la section suivante.

2. Calcul de la pression hydrodynamique dans le sas

Les développements qui suivent se basent partiellement sur les techniques analytiques établies par WESTERGAARD (1933) dans le cadre d'un barrage. Ils se fondent surtout sur les calculs réalisés par ABRAMSON (1966), GRAHAM et RODRIGUEZ (1952) ainsi qu'ISAACSON (1998) dans le cadre d'une action sismique variant de manière sinusoïdale dans le temps. La démarche proposée ici en est une généralisation dans la mesure où elle ne suppose à priori aucune variation temporelle de l'action sismique. En ce sens, elle se rapproche des développements de HOUSNER (1954) mais de façon plus formelle. Elle permet ainsi de mettre clairement en évidence les contributions impulsives et convective qui apparaissent dans le sas.

Le but est donc de résoudre l'équation de Laplace donnée par la relation (II.13). Il s'agit d'une équation aux dérivées partielles du second ordre dont la solution est donnée par la combinaison d'une solution en réponse libre et d'une solution en réponse forcée (KREYSZIG, 2006).

On s'intéresse d'abord aux pressions dynamiques qui naissent sur les portes de l'écluse en raison du mouvement de l'eau contenue dans le sas. On suppose que le sas présente une longueur L selon la direction x de la figure II.4 et que l'eau qui s'y trouve possède une profondeur h_s . On désignera également par ξ et η les déplacements des particules d'eau mesurés respectivement selon les axes x et y de la figure II.4.

2.1. Solution en réponse libre

2.1.1. Conditions limites

La réponse libre associée à l'équation aux dérivées partielles (II.13) correspond à celle qui est obtenue en envisageant des conditions limites particulières. Il s'agit en fait d'étudier la réponse du système qui se manifeste en dehors de toute sollicitation extérieure. Dans ces conditions, on suppose donc que l'écluse n'est soumise à aucune accélération de la part du sol, si bien que les portes amont et aval sont au repos. Le calcul du potentiel requiert alors la détermination de conditions aux limites sur l'ensemble de la frontière constituant le domaine étudié. Avant toute chose, dans le but de simplifier les calculs, il est nécessaire que les équations de base déterminées soient linéarisées. En particulier, l'équation (II.11), permettant le calcul de la pression, ne répond pas à cette exigence, car elle fait intervenir u et v au second degré. En supposant que les vitesses restent suffisamment faibles, on peut négliger les termes u^2 et v^2 de l'équation (II.11) et écrire :

$$p = \rho gy - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{II.14})$$

Une fois que cette linéarisation est acquise, on voit que les conditions limites qui doivent apparaître aux frontières du domaine constitué par le sas sont celles qui suivent.

- Au niveau des portes aval et amont, soit en $x = 0$ et en $x = L$, il faut que la vitesse de toute particule d'eau qui s'y trouve coïncide avec la vitesse de déplacement des portes.

Comme on se place ici dans le cadre de la réponse libre du système, on suppose que l'écluse est au repos, si bien qu'on doit avoir, en $x = 0$ et $x = L$:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (II.15)$$

- Sur le fond de l'écluse, c'est-à-dire lorsque $y = h_s$, on doit également avoir annulation de la composante verticale de la vitesse, car l'eau qui se trouve au fond de l'écluse ne peut en quelque sorte s'en détacher. En l'absence de composante verticale à l'action sismique (à ce stade-ci, on ne tient compte que d'une composante horizontale $X(t)$ du séisme), on aura donc, en $y = h_s$:

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (II.16)$$

- La dernière frontière qui délimite le domaine étudié est la surface libre de l'eau contenue dans le sas. La condition qui doit être y être imposée n'est pas simple à définir. On sait tout d'abord qu'il ne peut y avoir de composante verticale v de la vitesse au niveau de la surface libre qu'à condition que celle-ci coïncide exactement avec la vitesse de déplacement de cette surface. Il s'agit d'une relation cinématique qu'on peut formaliser de la sorte : si $\eta(x, y, t)$ désigne les déplacements mesurés selon la direction verticale, on doit avoir, le long de la surface libre :

$$[v]_{y=0} = \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y=0} = \frac{\partial \eta_0}{\partial t} \quad (II.17)$$

où $\eta_0 = \eta(x, 0, t)$ désigne les déplacements de la surface (en réalité, la formulation de la relation analytique est plus complexe et est détaillée dans l'annexe II.2). Une fois ce rappel établi, la condition à imposer le long de la frontière peut être à présent détaillée. Elle tient compte du fait que le long de la surface, l'eau qui s'y trouve est soumise à la pression atmosphérique. Puisque celle-ci est choisie comme pression de référence, c'est qu'il doit y avoir annulation de la pression. Cela peut s'écrire en ayant recours à l'équation linéarisée (II.11) :

$$p = \rho g \eta(x, 0, t) - \rho \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{y=\eta_0} = 0 \quad (II.18)$$

Cette dernière relation est complexe car les déplacements au niveau de la surface libre dépendent eux-mêmes du potentiel ϕ par la relation (II.12). L'équation (II.18) n'est donc pas linéaire. En dérivant une seconde fois l'équation (II.18) par rapport au temps, on obtient :

$$\rho g \frac{\partial \eta_0}{\partial t} - \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{y=\eta_0} \right) = 0 \quad (II.19)$$

Cependant, comme les déplacements au niveau de la surface libre dépendent également du temps, on doit en tenir compte et il faut donc :

$$\rho g \frac{\partial \eta_0}{\partial t} - \rho \frac{\partial}{\partial \eta_0} \left(\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{y=\eta_0} \right) \frac{\partial \eta_0}{\partial t} = 0 \quad (II.20)$$

Finalement, en rassemblant les deux relations (II.17) et (II.20) qui ont été développées précédemment, on en arrive à écrire l'équation (II.21) qui constitue une fonction implicite du potentiel ϕ . On a donc :

$$\rho g \frac{\partial \eta_0}{\partial t} - \rho \frac{\partial}{\partial \eta_0} \left(\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{y=\eta_0} \right) \frac{\partial \eta_0}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.21})$$

Dans le cadre d'une approche analytique linéaire, cette équation ne convient pas. Moyennant l'hypothèse que $\eta_0 \ll h_s$, il est possible de réécrire la condition (II.21) de la manière suivante ($\eta_0 \approx 0$) :

$$\rho g \frac{\partial \eta_0}{\partial t} - \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{y=0} \right) = 0 \quad (\text{II.22})$$

Après dérivation par rapport à t et prise en compte de l'équation (II.17), on arrive à la condition donnée ci-après :

$$\rho g \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y=0} - \rho \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right]_{y=0} = 0 \quad (\text{II.23})$$

En définitive, les équations (II.15), (II.16) et (II.23) constituent donc finalement les quatre conditions qui doivent être vérifiées aux frontières du domaine. Le problème est donc correctement défini aux limites.

2.1.2. Calcul du potentiel de vitesse

Les conditions précédentes ont été établies moyennant certaines hypothèses, parmi lesquelles il faut retenir l'indéformabilité des portes de l'écluse ainsi que les faibles déplacements observés au niveau de la surface libre. Celles-ci sont indispensables si on veut déterminer plus ou moins facilement une expression analytique du potentiel de vitesse.

Les conditions (II.15), (II.16) et (II.23) permettent de déterminer univoquement le potentiel ϕ correspondant à la réponse libre associée à l'équation de Laplace. Les détails des calculs permettant la détermination de cette fonction ne sont pas reproduits ici mais peuvent être consultés dans l'annexe II.3. Ils débouchent sur le résultat suivant :

$$\phi_n(x, y, t) = \left(\frac{4L}{(2n-1)^2 \pi^2} + \frac{g_n(t)}{\dot{X}(t)} \right) f_n(x, y) \cdot \dot{X}(t) \quad (\text{II.24})$$

où $n \in \mathbb{N}$. Le terme $f_n(x, y)$ est une fonction de mise en forme qui peut être calculée selon les détails donnés dans l'annexe II.3. On se contentera simplement ici d'en donner l'expression sans davantage préciser les détails :

$$f_n(x, y) = \frac{\cosh\left(\frac{(2n-1)\pi(y-h_s)}{L}\right)}{\cosh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{L}\right)} \cdot \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{L}\right) \quad (\text{II.25})$$

Pour sa part, la fonction $g_n(t)$ est uniquement une fonction du temps (elle ne peut en effet pas dépendre des variables de position x , y et z). En connaissant $X(t)$, c'est-à-dire l'évolution des déplacements des portes sous l'action du séisme, il est possible d'obtenir $g_n(t)$ par résolution de l'équation différentielle (II.26). Celle-ci doit en principe être résolue une infinité de fois puisque n n'est pas borné. On a donc :

$$\frac{\partial^2 g_n}{\partial t^2} + \omega_n^2 g_n = -\frac{4L\omega_n^2}{(2n-1)^2\pi^2} \dot{X}(t) \quad (\text{II.26})$$

Cependant, comme on le verra par la suite lors du calcul des pressions, la résolution de l'équation (II.26) n'est pas directement intéressante. Le paramètre ω_n qui y intervient est défini par :

$$\omega_n^2 = \frac{(2n-1)\pi g}{L} \cdot \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{L}\right) \quad (\text{II.27})$$

et porte le nom de pulsation propre. Il est important de remarquer qu'il ne s'agit là aucunement d'un paramètre utilisé pour caractériser les portes de l'écluse. Il s'agit en réalité d'une propriété caractérisant les fréquences auxquelles la surface libre va osciller au cours du temps. Ce sont elles qui définissent les situations de résonance qui sont susceptibles d'apparaître en réponse forcée. Il y a donc une certaine analogie avec le vocabulaire qui est utilisé pour caractériser la réponse d'une structure à l'action sismique (DEGEE, 2009) mais elle est purement formelle. Par ailleurs, pour que cette analogie soit complète, dans le cadre de la réponse libre, on parle également de modes propres de la surface libre. Ces modes propres sont définis (ABRAMSON, 1966) comme les formes de base qui permettront d'établir l'allure de la surface libre en réponse forcée. En effet, en vertu de l'équation (II.12) liant v et ϕ , on sait que ces déplacements sont à calculer par la relation suivante :

$$\eta_0 = \eta(x, 0, t) = \int \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y=0} dt = \int \left(\frac{4L}{(2n-1)^2\pi^2} + \frac{g_n(t)}{\dot{X}(t)} \right) f_n(x, 0) \cdot \dot{X}(t) dt \quad (\text{II.28})$$

En évaluant $f_n(x, y)$ en $y = 0$ au moyen de la relation (II.25), on constate que (II.28) peut s'écrire de la manière suivante :

$$\eta_0 = \left(\int \left(\frac{4L}{(2n-1)^2\pi^2} + \frac{g_n(t)}{\dot{X}(t)} \right) \cdot \dot{X}(t) dt \right) \cdot \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{L}\right) = \delta_n(t) \cdot \psi_n(x) \quad (\text{II.29})$$

Dans l'équation (II.29), $\delta_n(t)$ représente l'amplitude modale tandis que $\psi_n(x)$ est appelé le mode propre n associé à la pulsation propre ω_n (ABRAMSON, 1966). On remarque que ce qui conditionne l'évolution de η_0 selon la direction x est bien le terme en cosinus de x ainsi que le nombre naturel n . La définition des modes propres est importante car c'est elle qui permettra de savoir quelle sera en définitive la déformation prise par la surface libre sous l'action des secousses sismiques. Par ailleurs, il est à noter que l'équation (II.27) est également établie à peu de chose près par HOUSNER (1954) qui trouve des résultats proches.

A titre illustratif, la figure II.5 montre l'évolution de la pulsation propre en fonction de la hauteur d'eau h_s qu'on trouve dans le sas de l'écluse, lorsque la longueur vaut $L = 120\text{ m}$.

On voit que les pulsations propres de la surface libre deviennent de plus en plus grandes quand la profondeur de l'eau augmente. On constate également que ω_n est une fonction croissante de n , quelle que soit h_s .

La figure II.6 montre, quant à elle, la manière dont varie ω_n avec la longueur du sas L lorsque la profondeur est fixée à $h_s = 10 \text{ m}$. On y voit que, pour les faibles valeurs de L , la pulsation propre peut atteindre des valeurs élevées. Par contre, pour les longueurs traditionnelles qu'on retrouve dans une écluse, ω_n tend plutôt à prendre des valeurs beaucoup plus faibles et quasiment indépendantes de n .

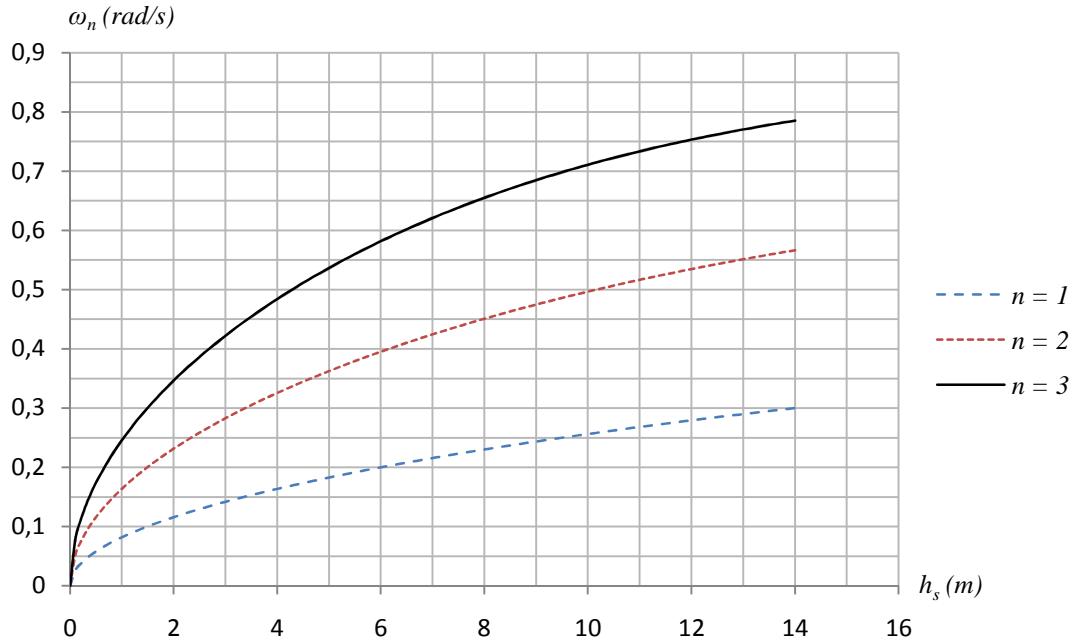


Figure II.5 – Evolution de ω_n en fonction de la hauteur d'eau dans le sas ($L = 120 \text{ m}$)

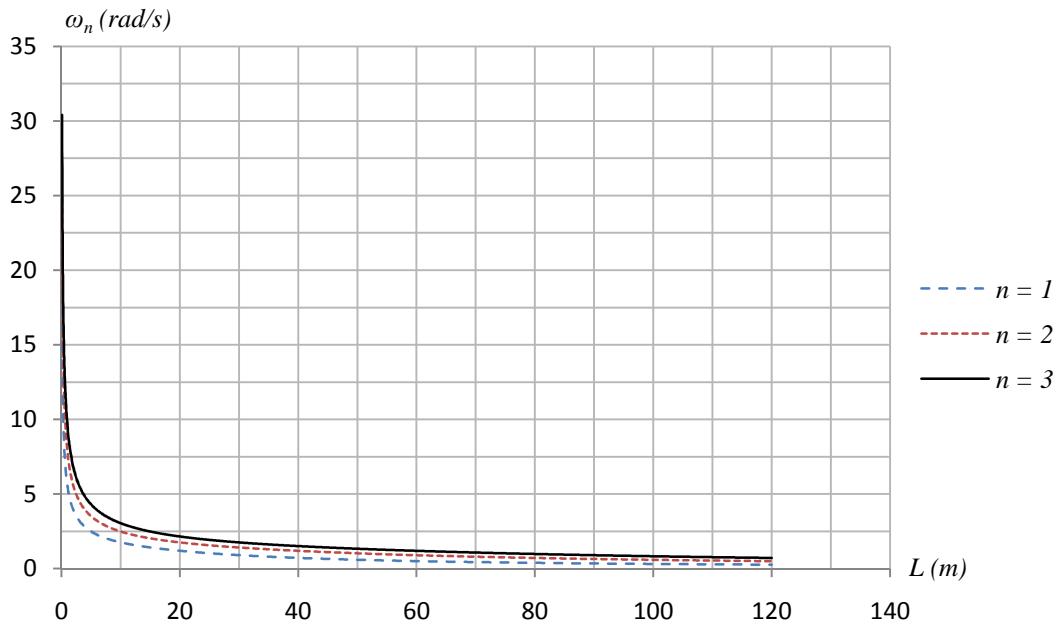


Figure II.6 – Evolution de ω_n en fonction de la longueur du sas ($h_s = 10 \text{ m}$)

2.2. Solution en réponse forcée

2.2.1. Calcul du potentiel de vitesse

En réalité, l'écluse est soumise à une sollicitation sismique impliquant un déplacement des portes de l'écluse, lequel est désigné par $X(t)$. Dans le paragraphe précédent, cet aspect n'avait pas été pris en compte. Dès lors, par rapport à la réponse libre, la solution particulière correspondant à la réponse forcée doit faire intervenir une correction de la condition limite (II.15) qui doit devenir :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \dot{X}(t) \quad (\text{II.30})$$

en $x = 0$ et $x = L$. Cela implique simplement que les déplacements de toute particule d'eau située le long des portes de l'écluse doivent coïncider avec les déplacements qui sont imprimés aux portes. Pour rappel, celles-ci étant supposées infiniment rigides, il n'y pas lieu, à ce stade-ci, d'éventuellement tenir compte des déformations qu'elles pourraient prendre. Comme le suggère ABRAMSON (1966), une expression du potentiel ϕ permettant de satisfaire les conditions (II.16), (II.23) et (II.30) est obtenue en réalisant une combinaison linéaire des potentiels ϕ_n en réponse libre puis en ajoutant l'expression particulière :

$$\left(x - \frac{L}{2} \right) \dot{X}(t) \quad (\text{II.31})$$

qui satisfait toujours à l'équation de Laplace puisqu'elle est linéaire en x . Le terme $L/2$ qui intervient dans cette solution est introduit pour rester cohérent par rapport au système d'axes choisi. En définitive, le potentiel ϕ satisfaisant les conditions limites (II.16), (II.23) et (II.30) correspondant aux véritables données du problème est obtenu en combinant (II.24) et (II.31). On trouve ainsi la définition du potentiel :

$$\phi(x, y, t) = \left[x - \frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{4L}{(2n-1)^2 \pi^2} + \frac{g_n(t)}{\dot{X}(t)} \right) f_n(x, y) \right] \dot{X}(t) \quad (\text{II.32})$$

Cette expression de ϕ est valable quel que soit le mouvement $X(t)$ qui est imposé par le séisme. En d'autres termes, en se servant de (II.31), il est possible de calculer le potentiel ϕ quel que soit l'accélérogramme de la figure II.3.

2.2.2. Profil de la surface libre

Afin de voir l'allure prise par la surface libre en raison de l'action d'un séisme, il est peut-être intéressant de procéder au calcul des déplacements verticaux $\eta(x, 0, t)$ dans le cas simplifié où l'on suppose que le mouvement des portes est sinusoïdal dans le temps. Cela correspond à l'hypothèse faite par WESTERGAARD (1933), lequel écrit que :

$$X(t) = X_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \quad (\text{II.33})$$

où T représente la période de la sollicitation sismique et X_0 désigne l'amplitude des déplacements.

De manière à ce que l'on ait bien une accélération maximale valant αg comme annoncé, on voit qu'il faut que X_0 vérifie :

$$X_0 = -\frac{\alpha g T^2}{4\pi^2} = -\frac{\alpha g}{\Omega^2} \quad (II.34)$$

Dans cette dernière équation, Ω représente la pulsation des sollicitations sismiques. De manière semblable à ce qui avait été réalisé pour la solution en réponse libre, les déplacements peuvent être facilement calculés en procédant à l'intégration temporelle de la composante verticale des vitesses. En reportant (I.33) dans les équations (II.26) et (II.29), on a :

$$\eta(x, 0, t) = \left[\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4X_0\Omega^2}{(2n-1)\pi(\omega_n^2 - \Omega^2)} \cos(\lambda_n x) \cdot \tanh(\lambda_n h) \right] \cos(\Omega t) \quad (II.35)$$

où $\lambda_n = (2n-1)\pi/L$. Comme l'expression (II.35) a uniquement un rôle illustratif, les détails de calcul qui ont permis de l'établir ne sont pas reportés ici. Comme précédemment, on voit que ces déplacements résultent d'une combinaison linéaire des modes propres $\psi_n(x)$, obtenus dans le cadre de la réponse libre du système, pondérés par des amplitudes modales $\delta_n(t)$:

$$\eta(x, 0, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \delta_n(t) \cdot \psi_n(x) \quad (II.36)$$

où :

$$\delta_n(t) = \frac{4X_0\Omega^2}{(2n-1)\pi(\omega_n^2 - \Omega^2)} \tanh(\lambda_n h) \cos(\Omega t) \quad (II.37)$$

Les représentations de quelques premiers modes sont données ci-après. L'analyse de ces figures montre que plus n devient grand, plus le nombre d'oscillations qu'on retrouve en surface est important. Les figures II.7 et II.8 ci-dessous montrent les deux premiers modes ($n = 1$ et $n = 2$).

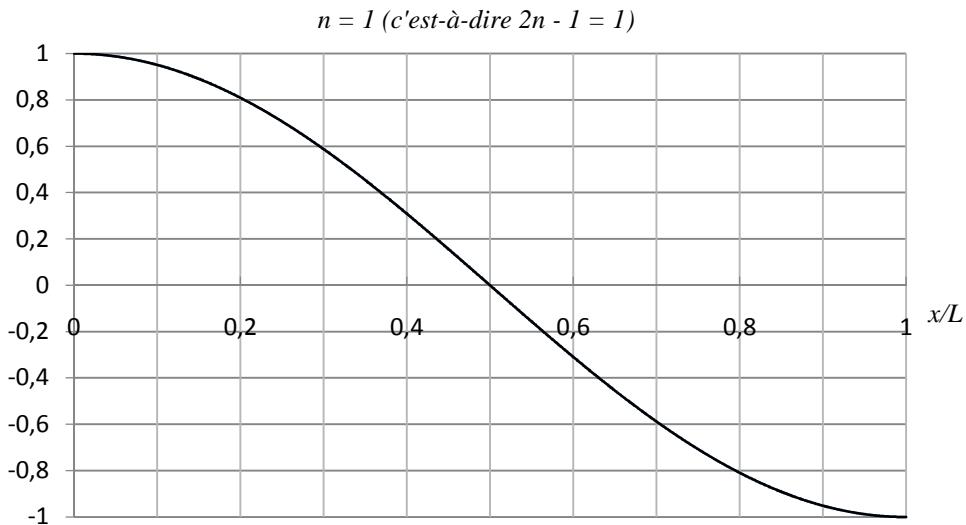


Figure II.7 – Représentation du premier mode propre

L'observation des modes impairs montre qu'on y retrouve systématiquement une opposition de signe entre le déplacement en $x = 0$ et celui en $x = L$. Cette dernière situation correspond

davantage à ce qui doit être observé en réalité. En effet, comme annoncé par IBRAHIM (2005), afin de représenter correctement le ballotement qui survient dans le sas en raison de l'action dynamique du séisme, il est logique de ne conserver dans la définition (II.32) du potentiel ϕ que les modes en $2n - 1$, c'est-à-dire ceux qui ne présentent que des valeurs impaires. Une interprétation physique de cette observation peut être la suivante : si on regarde le déplacement des portes tel qu'il est représenté à la figure II.4, on constate que la porte de droite provoque un refoulement de l'eau et donc une élévation du niveau. Au contraire, en s'éloignant vers la gauche, la porte aval est responsable en quelque sorte d'un affaissement de l'eau qui suit le mouvement, si bien que le niveau doit diminuer de ce côté. Cela explique bien pourquoi il doit y avoir une opposition de signe entre les modes en $x = 0$ et en $x = L$. Par ailleurs, le fait de ne retenir que les valeurs impaires $2n - 1$ se justifie également pour des raisons mathématiques qui surviennent dans le calcul de ϕ (voir annexe II.3).

$$n = 2 \text{ (c'est-à-dire } 2n - 1 = 3\text{)}$$

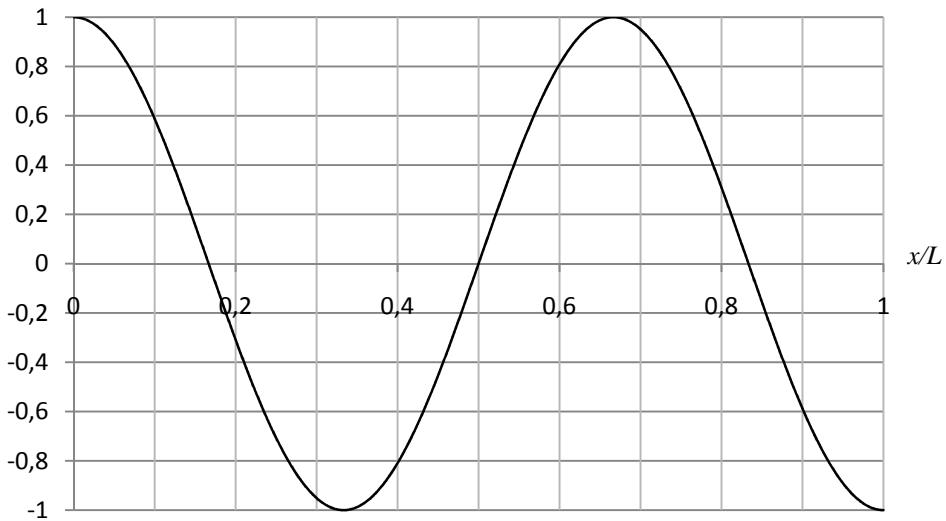


Figure II.8 – Représentation du second mode propre

Pour en revenir au profil de la surface libre dans le cadre d'un mouvement harmonique, en se plaçant en $t = kT$, on obtient :

$$\eta_0 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4X_0\Omega^2}{(2n-1)\pi(\omega_n^2 - \Omega^2)} \cos(\lambda_n x) \cdot \tanh(\lambda_n h) \quad (\text{II.38})$$

A titre d'exemple, on peut considérer les valeurs des paramètres repris dans le tableau II.1. Celles-ci sont identiques à celles utilisées par WESTERGAARD (1933), qui suggère notamment d'utiliser une période $T = 4/3 \text{ s}$ afin de représenter les mouvements du sol. En se servant de la formule précédente, on peut tracer le profil de la figure II.9 établi en $t = kT$, c'est-à-dire lorsque l'accélération sismique est maximale. Le profil de la surface libre y est à l'échelle par rapport aux dimensions du sas considéré dans le cas présent. Même si cela n'y est pas directement visible, les déplacements ne sont pas nuls au niveau des portes de l'écluse (la figure II.9 présente toutefois un agrandissement du profil de la surface libre au niveau de la porte aval du sas). On constate sur le zoom proposé un déplacement négatif en $x = L$ (ce qui signifie que le niveau d'eau s'élève par rapport à sa position au repos) ainsi qu'un déplacement positif en $x = 0$ (ce qui signifie que le niveau d'eau s'abaisse par rapport à sa

position au repos). Ces résultats correspondent à ceux qui sont attendus intuitivement. En effet, lorsque t est un multiple entier de la période T des sollicitations sismiques, on a, par l'équation (II.33) décrivant les déplacements des portes de l'écluse :

$$X(kT) = -\frac{\alpha g}{\Omega^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T} kT\right) = -\frac{\alpha g}{\Omega^2} \quad (II.39)$$

ce qui signifie qu'en $t = kT$, le déplacement des portes selon x est maximum. Comme la valeur du déplacement est négative, cela traduit le fait que le mouvement est opposé à celui représenté à la figure II.4.

Symbol	Valeur	Unités
L	120	m
ρ	1000	kg/m^3
αg	0.981	m/s^2
T	4/3	s
h_s	10	m

Tableau II.1 – Valeurs des paramètres pour le calcul des déplacements

En d'autres termes, cela revient à dire que sur la figure II.9, le bassin s'est déplacé de gauche à droite. On s'attend donc à ce qu'en $x = L$, lorsque la porte part vers la droite, elle produise un refoulement d'eau et, par conséquent, une augmentation de la hauteur d'eau avec $\eta_0 < 0$ dans le voisinage proche de $x = L$. Au contraire, en $x = 0$, la porte se déplaçant vers la droite, elle produit une pénurie d'eau avec, en conséquence, une diminution du niveau d'eau, puisque $\eta_0 > 0$.

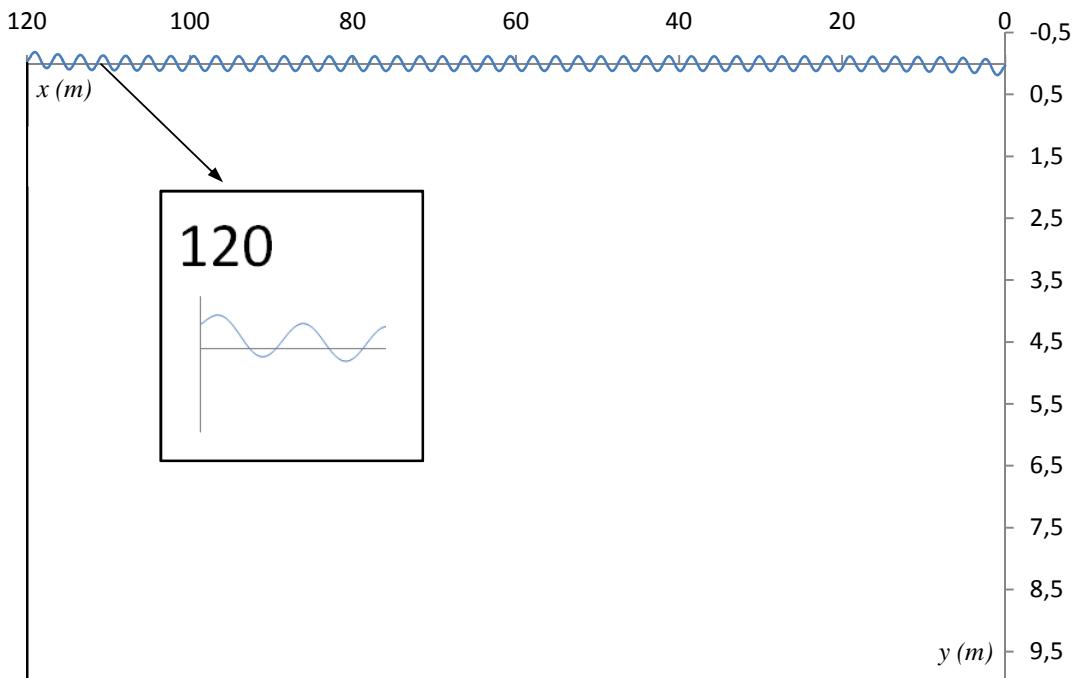


Figure II.9 – Représentation de la surface libre

Une dernière observation s'impose encore lorsqu'on considère la figure II.9 : si on demande à EXCEL de compter le nombre de passages par un maximum, on se rend compte qu'ils sont au

nombre de 43. Cela indique que la surface libre se déforme essentiellement selon le mode ψ_{44} , soit :

$$\psi_{44} = \cos\left(\frac{(2 \cdot 44 - 1)\pi x}{L}\right) = \cos\left(\frac{87\pi x}{L}\right) \quad (II.40)$$

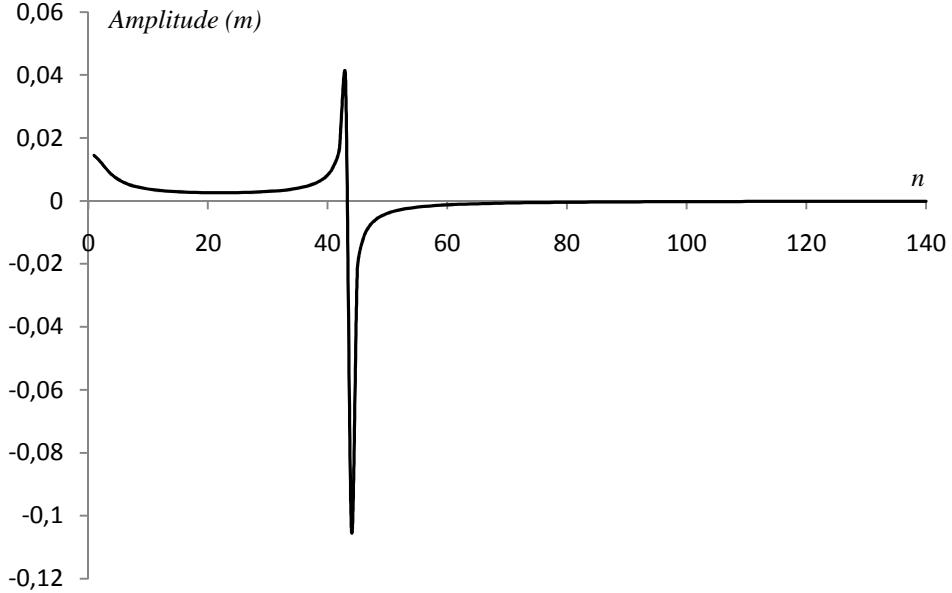


Figure II.10 – Représentation des amplitudes modales

La valeur $n = 44$ se déduit d'une égalité qui est presque réalisée entre la pulsation propre de ballottement obtenue et la pulsation sismique. Afin de trouver cette valeur particulière de n , il suffit d'égaler (II.27) avec le carré de la pulsation sismique, soit :

$$\frac{(2n - 1)\pi g}{L} \cdot \tanh\left(\frac{(2n - 1)\pi h_s}{L}\right) = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad (II.41)$$

Cette équation ne peut être résolue que par des itérations numériques car elle est implicite. On trouve alors une valeur de n qui n'est sans doute pas entière. Afin de trouver le mode de ballottement qui influencera le plus l'allure de la surface libre, il convient alors d'arrondir la valeur trouvée vers le haut ou vers le bas. Ainsi, si on calcule la pulsation propre ω_{44} correspondant au mode ψ_{44} , on trouve le résultat suivant :

$$\omega_{44}^2 = \frac{(2 \cdot 44 - 1)\pi g}{L} \cdot \tanh\left(\frac{(2 \cdot 44 - 1)\pi h_s}{L}\right) \Leftrightarrow \omega_{44} = 4.727 \text{ rad/s} \quad (II.42)$$

Cette valeur est à comparer avec la pulsation Ω de la sollicitation harmonique. Pour une période T de $4/3$ comme indiqué au tableau II.1, on trouve $\Omega = 4.713 \text{ rad/s}$. Cela explique pourquoi le mode $n = 44$ est prédominant : comme ω_{44} est proche de Ω , la condition de résonance est presque atteinte, si bien que l'amplification modale δ_{44} favorise essentiellement ce mode là. A titre indicatif, l'évolution de l'amplitude modale δ_{44} a été représentée à la figure II.10 pour les 140 premières valeurs de n . On y voit clairement le pic annoncé au voisinage de $n = 44$. La valeur de n pour laquelle les conditions de résonances sont rencontrées dépend de la pulsation de l'action sismique supposée sinusoïdale. Elle varie

également en fonction des pulsations propres de ballottement, c'est-à-dire du rapport h_s/L entre la hauteur d'eau présente dans le sas et la longueur du sas.

2.3. Calcul de la pression

2.3.1. Développements analytiques

Le calcul de la pression peut être réalisé au moyen de l'équation (II.14) mentionnée précédemment. En se servant de la définition du potentiel ϕ donnée en (II.32), on peut réaliser les calculs suivants :

$$p = \rho gy - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{II.43})$$

$$\Leftrightarrow p = \rho gy - \rho \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(x - \frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L f_n(x, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \dot{X}(t) \right] - \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial t} [g_n(t) f_n(x, y)] \quad (\text{II.44})$$

$$\Leftrightarrow p = \rho gy - \rho \left(x - \frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L f_n(x, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \ddot{X}(t) - \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \dot{g}_n(t) f_n(x, y) \quad (\text{II.45})$$

$$\Leftrightarrow p = \rho gy - \rho \left(x - \frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L f_n(x, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \ddot{X}(t) - \rho \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L \omega_n^2 f_n(x, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} r_n(t) \right) \quad (\text{II.46})$$

Dans l'expression (II.46), la fonction $r_n(t)$ qui y intervient est directement définie à partir de la fonction $g_n(t)$ au moyen de la relation suivante :

$$\frac{4L \omega_n^2}{(2n-1)^2 \pi^2} r_n(t) = \dot{g}_n(t) \quad (\text{II.47})$$

Etant donné l'équation (II.26), on peut constater que la fonction $r_n(t)$ doit vérifier la relation (II.48). Davantage de détails quant à la manière dont ces résultats ont été établis sont repris dans l'annexe II.3. Comme précédemment, cette équation devrait être résolue un nombre infini de fois :

$$\frac{\partial^2 r_n}{\partial t^2} + \omega_n^2 r_n(t) = -\ddot{X}(t) \quad (\text{II.48})$$

L'équation (II.48) montre que $r_n(t)$ peut être vue comme la réponse en déplacement d'un oscillateur simple de pulsation ω_n . Pour rappel, les pulsations propres correspondant aux différents modes de ballottement ont été définies au moyen de la relation (II.27). En observant la relation (II.46), on constate alors que la pression totale naissant en présence d'un séisme est la somme de trois termes :

- la *pression hydrostatique* : elle correspond à la partie de l'équation (II.46) qui ne varie pas au cours du temps ; elle est toujours présente, même en l'absence d'action sismique et est donnée par :

$$p = \rho gy \quad (\text{II.49})$$

- la *pression impulsive* : elle correspond à la partie de l'équation (II.46) qui varie selon $\ddot{X}(t)$ au cours du temps. Il s'agit en réalité de la pression exercée par l'eau qui se déplace en phase avec le mouvement imposé aux portes de l'écluse ; davantage de détails seront donnés par la suite à ce sujet et elle est donnée par :

$$p = \rho \left(x - \frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L f_n(x, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \ddot{X}(t) \quad (\text{II.50})$$

- la *pression convective* : elle correspond à la partie de l'équation (II.46) qui varie selon $r_n(t)$ au cours du temps. Il s'agit cette fois-ci de la pression exercée par l'eau qui ne se déplace pas en phase avec le mouvement imposé aux portes de l'écluse et qui y produit, de ce fait, un ballottement ; davantage de détails seront donnés par la suite à ce sujet et elle est donnée par la formule suivante :

$$p = \rho \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L \omega_n^2 f_n(x, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} r_n(t) \right) \quad (\text{II.51})$$

Par opposition avec la pression hydrostatique, on parlera de pression hydrodynamique pour désigner l'action simultanée des pressions convective et impulsive. Comme on s'intéresse uniquement à la pression qui naît au niveau des portes de l'écluse, il suffit d'évaluer l'expression (II.46) en $x = 0$ et $x = L$. On trouve alors :

- au niveau de la porte amont (c'est-à-dire en $x = 0$), compte tenu du calcul de $f_n(0, y)$ par (II.25), la pression totale est donnée par :

$$p = \rho gy - \rho \left(-\frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \ddot{X}(t) - \rho \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L \omega_n^2 f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} r_n(t) \right) \quad (\text{II.52})$$

- au niveau de la porte aval (c'est-à-dire en $x = L$), compte tenu du calcul de $f_n(L, y) = -f_n(0, y)$ par (II.25), la pression totale est donnée par :

$$p = \rho gy - \rho \left(\frac{L}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \ddot{X}(t) - \rho \left(- \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L \omega_n^2 f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} r_n(t) \right) \quad (\text{II.53})$$

En comparant (II.52) et (II.53), on observe que les pressions sont de signe opposé. Cela semble logique compte tenu des observations qui avaient déjà été faites concernant les modes propres au paragraphe 2.2.2. En effet, si on reprend par exemple le déplacement représenté à la figure II.4, on conçoit bien que lorsque la porte amont se déplace vers la gauche, elle provoque un refoulement de l'eau, si bien qu'il doit y avoir une augmentation de la pression qui s'exerce sur elle. Par contre, au niveau aval, lorsque la porte part vers la gauche, on doit y observer cette fois une diminution de la pression. Cela est bien reproduit par les équations (II.52) et (II.53).

Ces résultats sont importants car ils permettront par la suite de calibrer les sollicitations à appliquer sur les modèles numériques permettant de réaliser l'analyse de la porte d'écluse.

L'observation de (II.52) et de (II.53) montre que les paramètres h_s et L sont importants pour le calcul des pressions. On peut ainsi s'interroger sur les comportements limites. Tout d'abord, en ce qui concerne la partie convective des équations, on constate que :

- lorsque la profondeur h_s du sas devient de plus en grande, les effets de la pression convective ne se font plus que sentir tout près de la surface et décroissent rapidement avec la profondeur. A la limite, pour $h_s \rightarrow +\infty$, on peut montrer que la partie convective dans (II.53) est donnée par :

$$p = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4g\rho}{(2n-1)\pi} \cdot \left(\cosh\left(\frac{(2n-1)\pi y}{L}\right) - \sinh\left(\frac{(2n-1)\pi y}{L}\right) \right) \quad (\text{II.54})$$

Cette expression décroît rapidement avec la profondeur y en raison de la proximité des deux fonctions hyperboliques qui se compensent.

- lorsque la longueur L du sas augmente, la pression convective a tendance à diminuer. A la limite, pour $L \rightarrow +\infty$, cette contribution est nulle. Cela s'explique par le fait que toutes les pulsations propres de ballottement ω_n sont nulles pour un sas de longueur infinie. En effet, en faisant $L \rightarrow +\infty$ dans l'expression (II.51), on trouve d'ailleurs :

$$\lim_{L \rightarrow +\infty} p = \lim_{L \rightarrow +\infty} \left(\rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L\omega_n^2 f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} r_n(t) \right) \quad (\text{II.55})$$

$$\Leftrightarrow \lim_{L \rightarrow +\infty} p = \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4r_n(t)}{(2n-1)^2 \pi^2} \cdot \lim_{L \rightarrow +\infty} (L\omega_n^2 f_n(0, y)) = 0 \quad (\text{II.56})$$

L'équation (II.56) montre donc que dans un sas de longueur infinie, la pression convective qui s'exerce sur les portes de l'écluse doit être nulle. Cette dernière affirmation est justifiée par le fait que, vu les équations (II.25) et (II.27), on a :

$$\lim_{L \rightarrow +\infty} (L\omega_n^2) = 0 \quad \lim_{L \rightarrow +\infty} (f_n(0, y)) = 1 \quad (\text{II.57})$$

La même démarche peut être suivie en ce qui concerne la partie impulsrice de la pression. De ce point de vue, on constate que :

- lorsque la profondeur h_s du sas devient de plus en grande, les effets de la pression impulsrice ont tendance à augmenter. Dans la situation fort théorique où on serait en présence d'une hauteur d'eau infinie, on peut montrer que la partie impulsrice de (II.53) tend vers l'expression suivante :

$$p = -\rho \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L}{(2n-1)^2 \pi^2} \cdot \left(\cosh\left(\frac{(2n-1)\pi y}{L}\right) - \sinh\left(\frac{(2n-1)\pi y}{L}\right) \right) - \frac{L}{2} \right) \quad (\text{II.58})$$

La figure II.11 illustre l'évolution de la pression impulsrice sur les dix premiers mètres de profondeur d'un sas dont la hauteur d'eau h_s est différente selon les cas. Les valeurs

renseignées sur la figure sont données pour une longueur $L = 120 \text{ m}$. On constate bien que plus la profondeur du sas est importante, plus la pression impulsive l'est également.

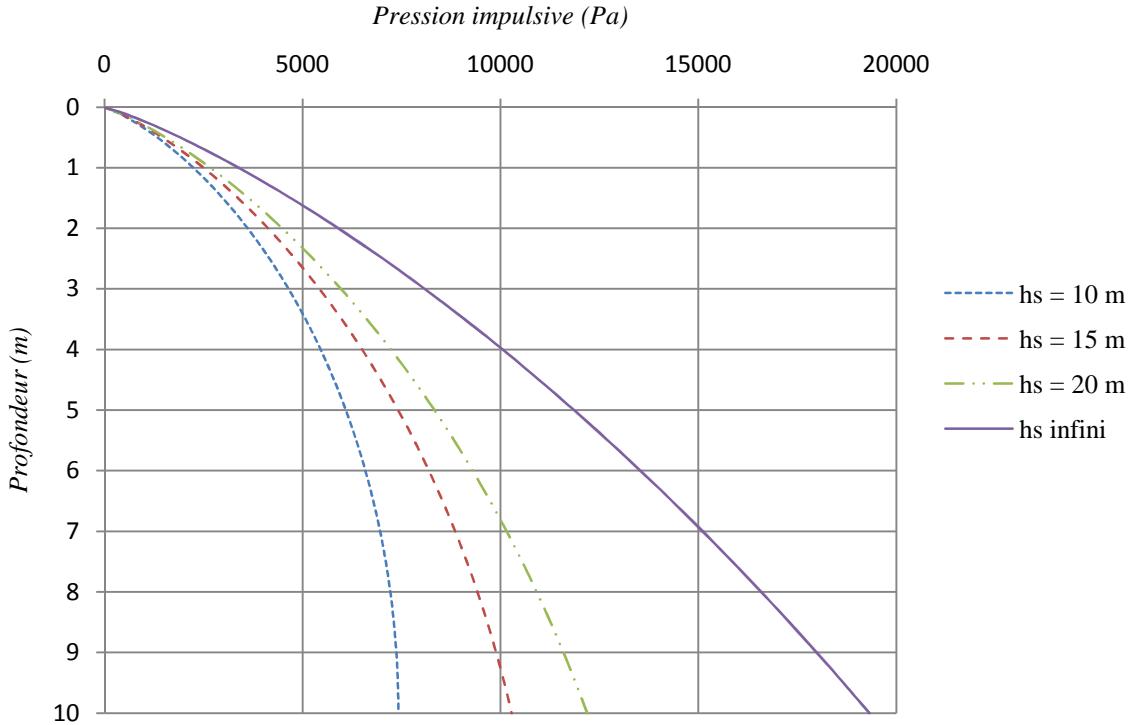


Figure II.11 – Evolution de la pression impulsive sur 10 m de profondeur ($L = 120 \text{ m}$)

- lorsque la longueur L du sas devient de plus en plus grande, il est difficile de conclure quant au résultat sur la pression impulsive car les deux termes intervenant dans (II.50) se compensent. Par ailleurs, le comportement à la limite lorsque $L \rightarrow +\infty$ résulte en une indétermination du type $\infty - \infty$ qui peut être levée par diverses méthodes analytiques. On peut ainsi démontrer que le comportement en $L \rightarrow +\infty$ de la partie impulsive de (II.53) est nul. Ce résultat est à prendre avec précaution et ne signifie pas qu'il n'y a pas de pression impulsive dans un bief semi-indéfini. En réalité, on ne peut pas extrapoler (II.53) à un bief dans la mesure où les conditions limites à associer à l'équation de Laplace ne sont pas les mêmes pour un sas et pour un bief. En réalité, il n'y a pas tellement de sens physique à calculer une limite de (II.53) pour un sas infiniment long car cela signifierait que la condition limite (II.30) est écrite en $x \rightarrow +\infty$, autrement dit, l'action du séisme est sensée se manifester sur une longueur infinie.

Afin de se placer dans des conditions plus réalistes, la figure II.12 ci-dessous représente l'évolution de l'écart relatif de la pression impulsive pour différentes longueurs du sas, la situation de référence étant $L = 120 \text{ m}$. Toutes ces courbes sont données pour $h_s = 10 \text{ m}$. On constate que l'allongement du sas n'a qu'un effet négligeable puisque les accroissements ne dépassent pas quelques dixièmes de pourcents. Il est à remarquer que l'accroissement de l'écart au voisinage de la surface libre n'a pas de justification physique. Il provient simplement d'un accroissement de l'erreur de troncature avec L qui est réalisé dans EXCEL lorsqu'on développe la série (II.50) pour un nombre limité de termes. Normalement, les quatre situations représentées à la figure II.12 devraient toutes présenter une valeur exactement nulle au niveau de la surface.

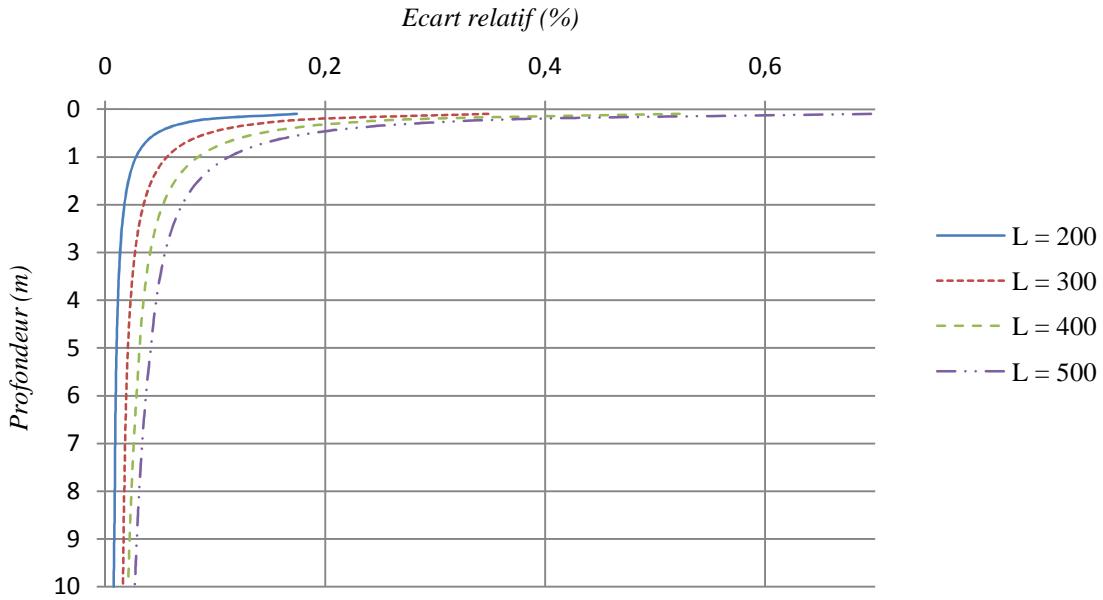


Figure II.12 – Evolution de l'écart relatif de pression impulsive avec y ($h_s = 10 \text{ m}$)

En conclusion, on peut retenir que la pression impulsive est davantage influencée par la profondeur de l'eau présente dans le sas et pratiquement pas par la longueur du sas. La pression convective semble pour sa part diminuer avec l'accroissement de L .

2.3.2. Comparaison des résultats

Afin de vérifier les expressions (II.52) et (II.53) qui ont été proposées au paragraphe précédent, on peut les comparer par exemple avec les solutions mentionnées par la partie 4 de l'Eurocode 8. Bien que cette partie traite du dimensionnement des réservoirs, le problème est identique dans le cas présent, puisque le sas de l'écluse peut être assimilé à un réservoir d'eau ouvert en partie supérieure et de grandes dimensions. Par exemple, si on s'intéresse aux pressions agissant sur la porte aval (c'est-à-dire pour $x = L$), la partie impulsive de l'expression (II.53) est donnée par :

$$p = \rho \left(\frac{L}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \ddot{x}(t) = \frac{\rho L}{2} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f_n(0, y)}{(2n-1)^2} \right) \ddot{x}(t) \quad (\text{II.59})$$

De manière similaire à la formule (A.44) renseignée dans la partie 4 de l'Eurocode 8¹, on peut introduire le terme $q_0(y)$ dont l'expression analytique est la suivante :

$$q_0(y) = \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f_n(0, y)}{(2n-1)^2} \right) \rightarrow p(y) = \frac{\rho L}{2} q_0(y) \ddot{x}(t) \quad (\text{II.60})$$

Il convient de remarquer que le symbole L utilisé dans la norme désigne seulement la demi-longueur du sas et non la longueur entière comme c'est le cas ici. L'équation (II.60) est donc bien semblable à l'expression (A.44) précédemment mentionnée. Malheureusement, l'Eurocode ne donne pas de formule analytique permettant de calculer $q_0(y)$ et se contente

¹ prEN 1998-4 : 2006, formule (A.44) page 60.

seulement d'un graphe adimensionnel². Par conséquent, la meilleure manière de s'assurer de la validité de (II.60) est de tracer ce graphe adimensionnel. Pour cela, on peut avoir recours aux grandeurs suivantes :

$$\bar{y} = \frac{y}{h_s} \quad \bar{h}_s = \frac{h_s}{L} \rightarrow f_n(0, \bar{y}) = \frac{\cosh((2n-1)\pi\bar{h}_s(\bar{y}-1))}{\cosh((2n-1)\pi(\bar{h}_s-1))} \quad (\text{II.61})$$

où \bar{y} et \bar{h}_s sont des grandeurs adimensionnelles et $f_n(0, \bar{y})$ est calculé à partir de (II.25). En se servant de l'équation (II.61), on peut alors tracer différentes courbes donnant l'évolution du rapport $q_0(y)/q_0(h_s)$.

Les résultats obtenus par cette formule ont été reportés à la figure II.13. Lorsqu'on compare ces courbes avec celles qui sont proposées dans l'Eurocode, on constate qu'il existe un assez bon degré de concordance entre les deux schémas. Cela valide à priori l'équation proposée en (II.61) ci-dessus.

Les valeurs de \bar{h}_s qui ont été utilisées à la figure II.13 ci-dessous sont relativement grandes et ne se justifient que lorsqu'on travaille avec des réservoirs. En pratique, dans le cas des écluses, ces valeurs sont plus faibles car $h_s \ll L$. Par exemple, en reprenant les valeurs proposées dans le tableau II.1, on obtient la courbe de la figure II.14.

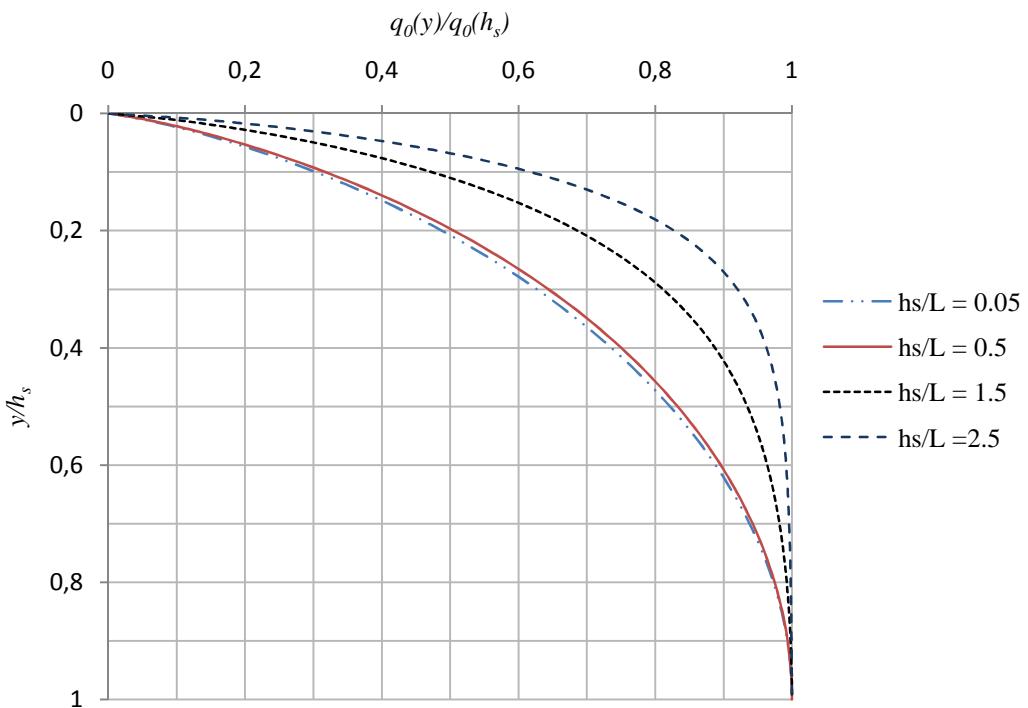


Figure II.13 – Représentation de la pression impulsive sur la hauteur de la porte aval

On observe sur les figures II.13 et II.14 que la pression impulsive est systématiquement nulle en surface (c'est-à-dire pour $y = 0$), pour toute valeur du rapport h_s/L . On note également qu'elle est maximale au fond du sas (c'est-à-dire en $y = h_s$).

² prEN 1998-4 : 2006, figure A.5 page 61. Cette figure est reproduite dans l'annexe II.4.

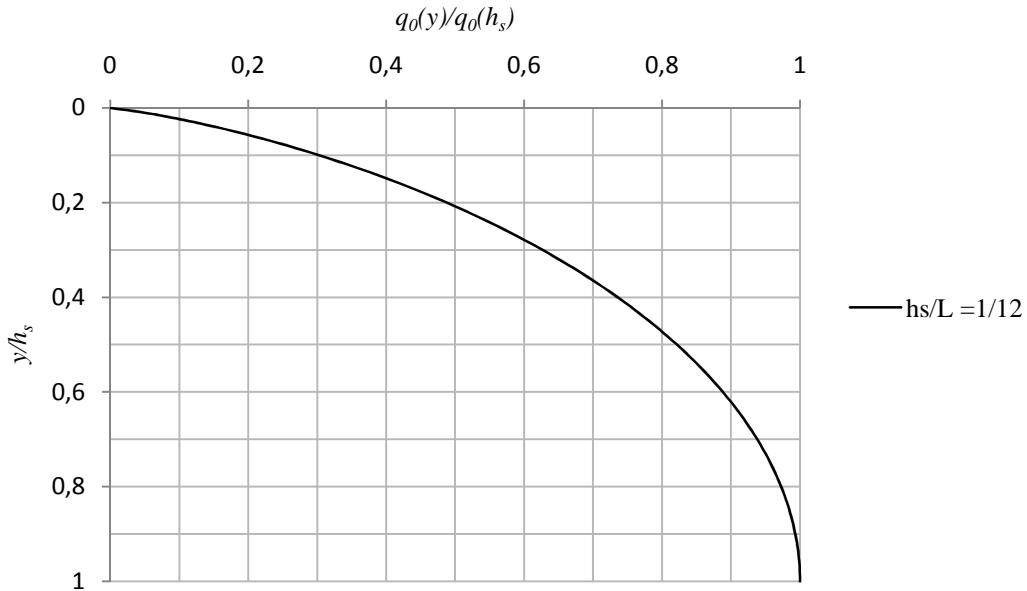


Figure II.14 – Représentation de la pression impulsive à la porte aval pour $h_s/L = 1/12$

Il reste à présent à considérer le cas de la pression convective. Si on envisage à nouveau la situation de la porte aval, la partie convective de l'expression (II.52) est donnée par :

$$p = \rho \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L\omega_n^2 f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} r_n(t) \right) \quad (\text{II.62})$$

Comme précédemment, de manière à se conformer aux notations de l'Eurocode 8, on peut reprendre (II.62) de façon plus compacte :

$$p = \frac{\rho L}{2} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8\omega_n^2 f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} r_n(t) \right) = \frac{\rho L}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} q_n(y) \omega_n^2 r_n(t) \quad (\text{II.63})$$

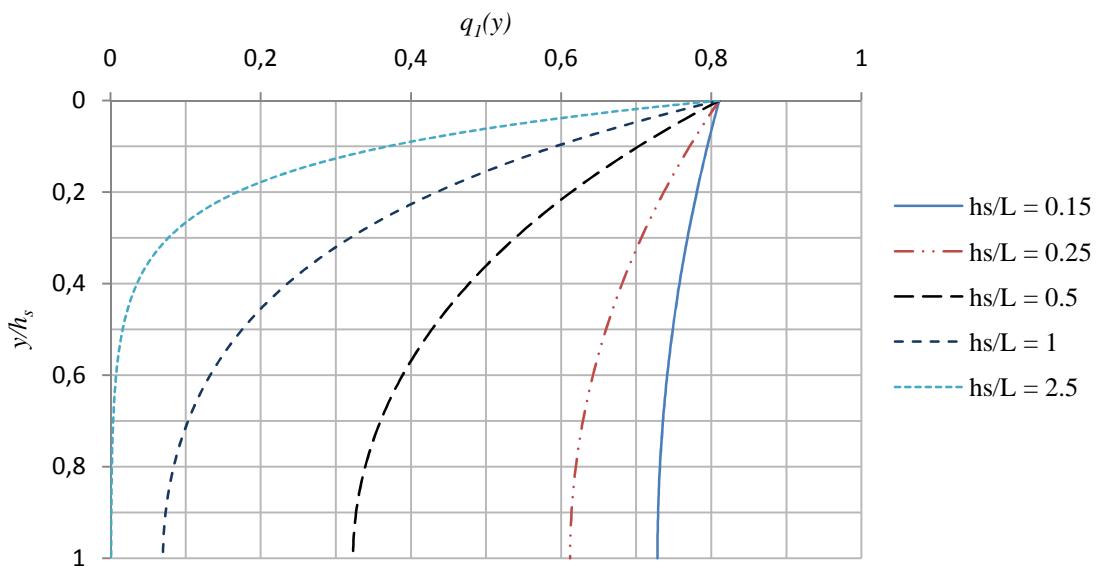


Figure II.15 – Représentation de la pression convective sur la hauteur de la porte aval

Afin de comparer les résultats avec ceux proposés dans l'Eurocode 8, on utilise à nouveau les mêmes variables adimensionnelles que celles introduites en (II.61). Cela permet alors de calculer les grandeurs $q_1(y)$ et $q_2(y)$, tout comme dans la partie 4 de l'Eurocode 8.

Dans l'équation (II.63), le terme ω_n^2 peut être calculé comme précédemment par la formule (II.27), laquelle correspond par ailleurs à l'expression (A.46) mentionnée dans l'Eurocode 8³. Toujours par comparaison avec la norme, on constate également que (II.63) est semblable à l'expression (A.45) donnant la pression convective⁴ dans le sas, à ceci près que l'on désigne ici la réponse en accélération d'un oscillateur simple par $\omega_n^2 r_n(t)$. Sur base de (II.63), on peut également tracer les courbes des figures II.15 et II.16. On constate que celles-ci sont bien semblables aux figures proposées dans l'Eurocode 8⁵.

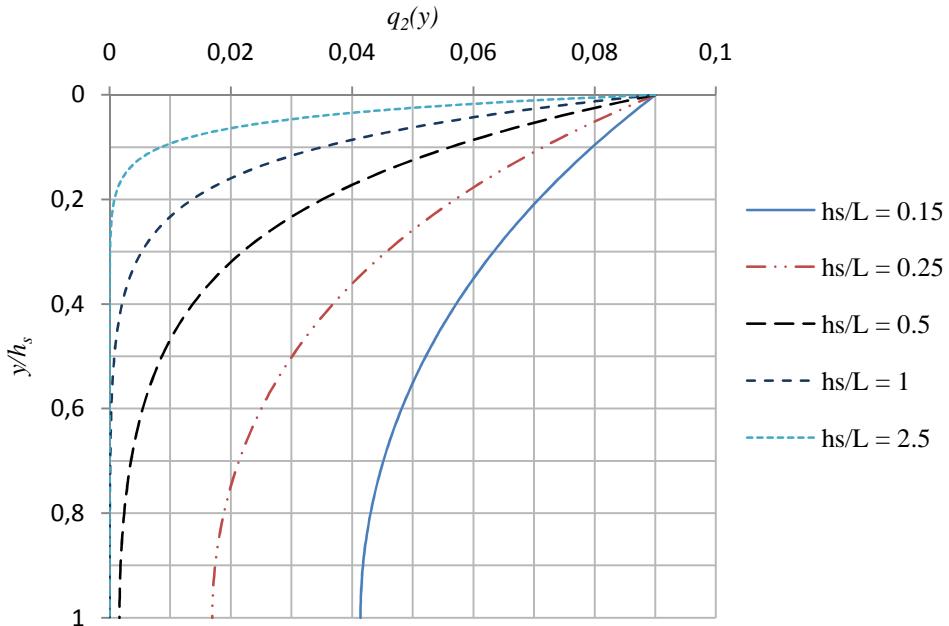


Figure II.16 – Représentation de la pression convective sur la hauteur de la porte aval

En observant les figures II.15 et II.16, on remarque que plus le rapport h_s/L devient faible (ce qui est le cas en pratique pour le sas des écluses), plus les effets de la pression convective se concentrent en surface. On conclut donc que la pression impulsive fait davantage sentir ses effets près du fond du sas (c'est-à-dire pour $y \rightarrow h_s$) tandis que la pression convective est plus importante à proximité de la surface libre (c'est-à-dire pour $y \rightarrow 0$). On notera également, en comparant les figures II.15 et II.16, que la contribution des termes d'ordre supérieur dans l'évaluation de la partie convective devient de plus en plus faible au fur et à mesure que n augmente. En effet, on constate que le terme $q_2(y)$ est déjà presque dix fois plus faible que $q_1(y)$ (cela est par exemple bien marqué sur la figure II.17 où les deux contributions ont été représentées simultanément. La figure II.18 permet une lecture plus précise). Par ailleurs, on a :

$$q_n(y) = \frac{8f_n(0,y)}{(2n-1)^2\pi^2} \quad (\text{II.64})$$

³ prEN 1998-4 : 2006, formule (A.46) page 60.

⁴ prEN 1998-4 : 2006, formule (A.45) page 60.

⁵ prEN 1998-4 : 2006, figures (A.7) page 62.

Comme le montre (II.64), $q_n(y)$ décroît rapidement en fonction de n , ce qui justifie à priori que l'on se limite à $n = 1$ lors de l'évaluation de la pression convective, comme cela est proposé dans l'Eurocode 8. On peut également regarder l'évolution des termes $q_1(y)$ et $q_2(y)$ pour un rapport h_s/L conforme aux grandeurs du tableau II.1. On obtient alors les figures II.17 et II.18. Comme on pouvait déjà l'observer sur la figure II.15, plus le rapport h_s/L devient faible, plus la pression convective tendance à devenir uniforme sur la hauteur.

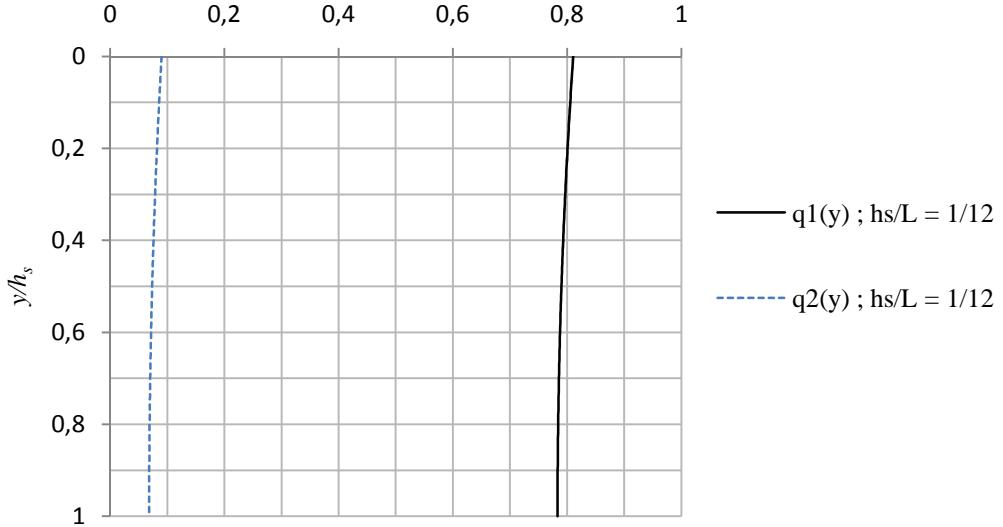


Figure II.17 – Représentation de la pression convective à la porte aval pour $h_s/L = 1/12$

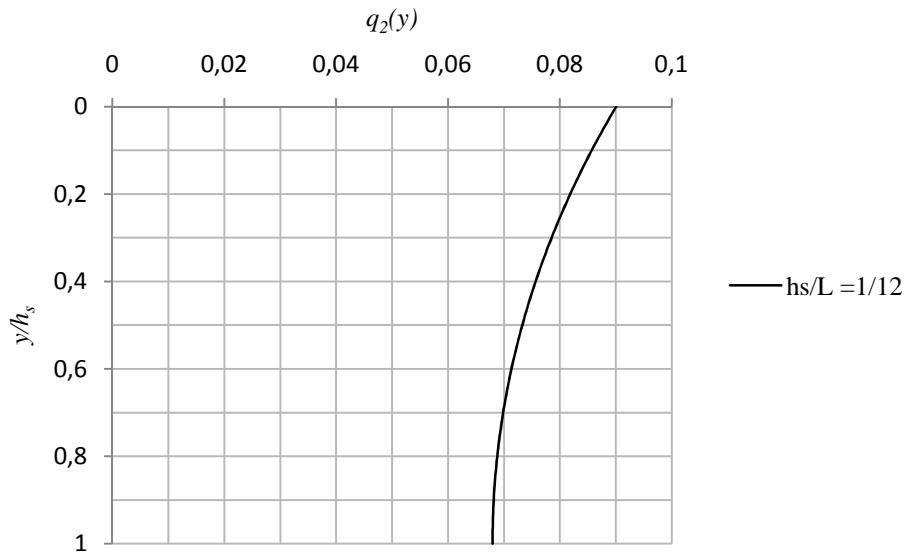


Figure II.18 – Représentation de la pression convective à la porte aval pour $h_s/L = 1/12$

Comme les sas des écluses sont souvent de grande longueur et caractérisés par des rapports h_s/L relativement peu élevés, on conçoit bien que la pression convective devienne de plus en plus faible au fur et à mesure que ce rapport diminue. A la limite, pour un sas de longueur infinie, il ne peut y avoir d'effet de ballottement et la pression convective doit s'annuler. Cette conclusion a déjà été établie précédemment. Par conséquent, vu que les sas des écluses sont relativement grands, on doit s'attendre à ce que la contribution de la pression convective y soit plutôt modeste. Cela est vrai pour les écluses importantes, par contre, pour des écluses

plus modestes, comme celles dédiées à la navigation de plaisance par exemple, cette affirmation peut être mise en défaut du fait qu'elles présentent des sas généralement plus courts.

2.3.3. Application des résultats

Afin de mettre en application les formules qui sont mentionnées en (II.52) et en (II.53), on peut, par exemple, se pencher à nouveau sur le cas particulier d'un mouvement sinusoïdal, comme cela avait été fait au paragraphe 2.2.2. On considère donc à nouveau que les déplacements des portes de l'écluse sont donnés par l'expression (II.33). Dans ce cas, en se basant sur les équations (II.52) et (II.53), on peut calculer les pressions sur les portes amont et aval du sas. Les détails de calcul ne sont pas reportés ici étant donné le caractère illustratif de la démarche. Pour $t = kT$ dans (II.33), après avoir effectué tous les calculs :

- en $x = 0$, on obtient l'évolution de la pression le long de la porte amont de l'écluse, donnée par la formule suivante :

$$p(0, y) = \rho gy - \rho\Omega \left[\frac{X_0\Omega L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \frac{\cosh(\lambda_n(y - h_s))}{\cosh(\lambda_n h_s)} \right] \quad (\text{II.65})$$

- en $x = L$, on obtient l'évolution de la pression le long de la porte aval de l'écluse, donnée par la formule suivante :

$$p(L, y) = \rho gy + \rho\Omega \left[\frac{X_0\Omega L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \frac{\cosh(\lambda_n(y - h_s))}{\cosh(\lambda_n h_s)} \right] \quad (\text{II.66})$$

Dans les deux équations ci-dessus, le coefficient λ_n est défini comme précédemment tandis que le paramètre A_n est donné par :

$$A_n = \frac{4LX_0\Omega^3}{(2n-1)^2\pi^2(\omega_n^2 - \Omega^2)} \quad (\text{II.67})$$

En utilisant les valeurs numériques renseignées dans le tableau II.1, en ayant recours au logiciel *Excel*, on peut représenter la partie hydrodynamique des pressions données par (II.65) et (II.66). Celle-ci est représentée par la courbe bleue de la figure II.19 pour la porte aval et par la courbe bleue de la figure II.18 pour la porte amont. La convention de signe sur la pression est celle qui est utilisée traditionnellement en hydraulique, c'est-à-dire $p > 0$ lorsqu'il s'agit d'une compression. Par conséquent, comme le montre la figure II.19, on constate qu'il s'établit une surpression à l'aval alors que la figure II.20 plaide pour une dépression en amont. Ceci correspond bien à ce que suggère une approche intuitive. En effet, les résultats étant envisagés lorsque $t = kT$, cela signifie que le déplacement des portes donnés par l'équation (II.33) est négatif. En se basant sur l'équation du mouvement des portes, on a en effet le déplacement suivant à l'instant $t = kT$:

$$X(kT) = -\frac{\alpha g}{\Omega^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T}kT\right) = -\frac{\alpha g}{\Omega^2} \quad (\text{II.68})$$

Comme précédemment, les portes bougent donc de la gauche vers la droite (c'est-à-dire en sens inverse de ce qui est représenté à la figure II.4). Par conséquent, la porte aval (en $x = L$) doit repousser l'eau et on obtient donc, en définitive, une augmentation de la pression totale par rapport à la pression hydrostatique qui règne avant séisme. On conclut donc :

- sur la porte amont de l'écluse, lorsque $x = 0$ et pour $t = kT$, il se produit une diminution de la pression totale par rapport à la pression hydrostatique qui règne avant séisme ; cela est bien confirmé par les valeurs négatives de la figure II.20.
- sur la porte aval de l'écluse, lorsque $x = L$ et pour $t = kT$, il se produit une augmentation de la pression totale par rapport à la pression hydrostatique qui règne avant séisme ; cela est aussi confirmé par les valeurs positives de la figure II.19.

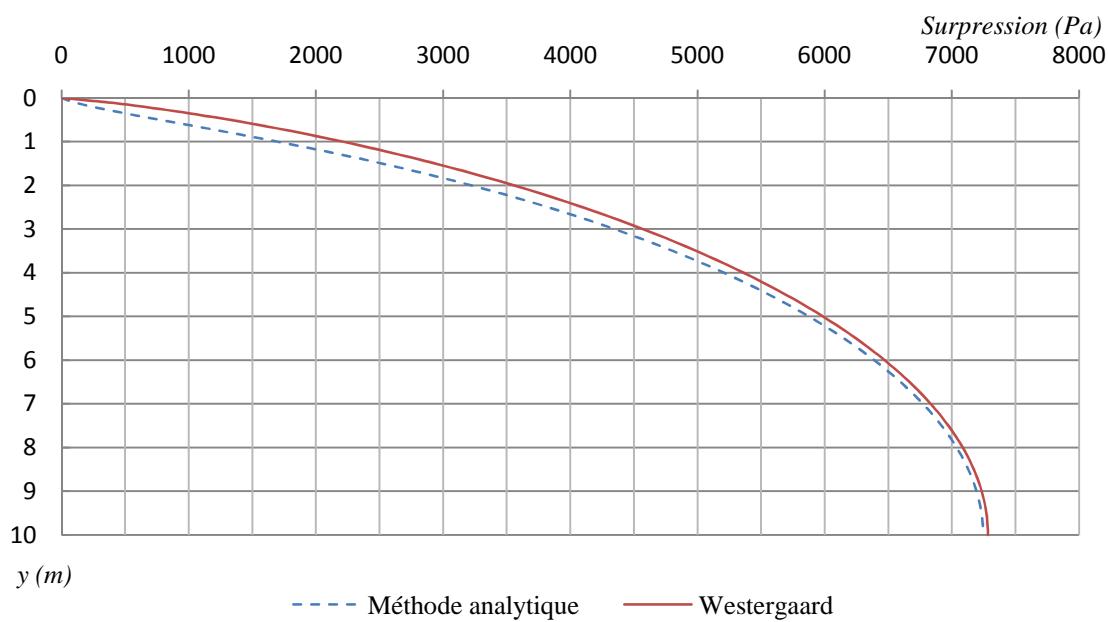


Figure II.19 – Représentation de la pression dynamique à la porte en aval

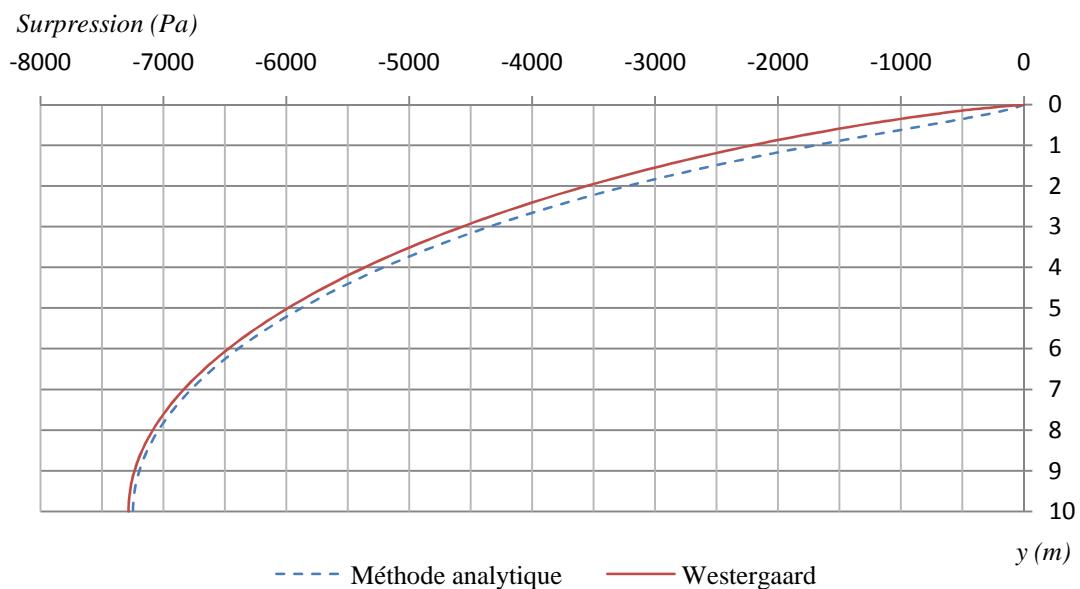


Figure II.20 – Représentation de la pression dynamique à la porte en amont

Par ailleurs, afin de comparer les résultats obtenus avec une autre équation théorique connue, les figures II.19 et II.20 montrent les profils de pression (courbes rouges) qui sont obtenus par une extension⁶ de l'équation proposée par WESTERGAARD (1933). On voit que les courbes bleues et rouges ne coïncident pas exactement, ce qui s'explique par une différence dans la manière dont les conditions limites sont posées. Dans le cas de la solution analytique donnée par les équations (II.65) et (I.66), on avait imposé les conditions limites (II.16), (II.23) et (II.30). La courbe rouge est pour sa part obtenue en supposant que les déplacements de la surface libre sont tellement négligeables que la condition (II.23) peut être réécrite en négligeant la contribution du terme $\rho g \eta_0$. Ceci revient donc à réécrire (II.23) selon :

$$\rho \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{y=0} = 0 \quad (\text{II.69})$$

En ayant recours à une technique de résolution identique à celle utilisée précédemment pour résoudre les équations aux dérivées partielles modélisant le phénomène, on trouve que la pression obtenue en considérant (II.69) au lieu de (II.23) est donné par :

$$p = \rho gy - \rho \alpha g \cdot \left(x - \frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4Lf_n(x, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (\text{II.70})$$

Cette équation est représentée par les courbes rouges des figures II.19 et II.20. Il convient toutefois de s'interroger sur l'acceptabilité de la condition (II.69). En effet, s'il est effectivement licite de négliger les déplacements de la surface libre, du fait que la profondeur h_s de l'eau est souvent suffisamment importante, les hauteurs d'eau atteintes dans le cas du sas d'une écluse ne permettent pas à priori de se contenter de (II.69). Bien que cette approche soit, de fait, sécuritaire, il n'est pas toujours économique de dimensionner les ouvrages en se basant systématiquement sur une surestimation des pressions. A titre indicatif, dans le cas des valeurs données au tableau II.1, on trouve des pressions hydrodynamiques au fond ($y = h_s$) ayant les valeurs renseignées dans le tableau II.2 ci-dessous. On constate que l'écart entre les deux valeurs n'est que de cinq pourcents.

<i>Méthode analytique</i>	<i>Extension de Westergaard</i>
6951 Pa	7283 Pa

Tableau II.2 – Pressions hydrodynamiques de fond à la porte amont

Un écart de cinq pourcents entre les deux méthodes semble négligeable et il pourrait apparaître inutile de rechercher des expressions aussi complexes que celles données par (II.52) et (II.53) pour une si faible différence. En effet, lorsqu'on regarde les pressions de fond, elles sont, en définitive, relativement peu influencées par le fait d'exprimer la condition de surface par (II.23) ou (II.69) et ceci semble d'autant plus vrai que la hauteur d'eau h_s qu'on retrouve dans le sas est importante. A ce sujet, la figure II.21 illustre l'évolution de l'écart relatif entre les deux pressions de fond avec h_s lorsque celui-ci varie entre 5 et 20 m.

⁶ La résolution qui est présentée ici à titre de comparaison diffère de la solution proposée par WESTERGAARD, dans la mesure où elle ne considère pas la présence d'un sas de dimension infinie. Au contraire, la formule initiale de WESTERGAARD est établie pour un barrage dont le bassin de retenue est supposé infiniment long. Cette hypothèse n'est pas formulée ici.

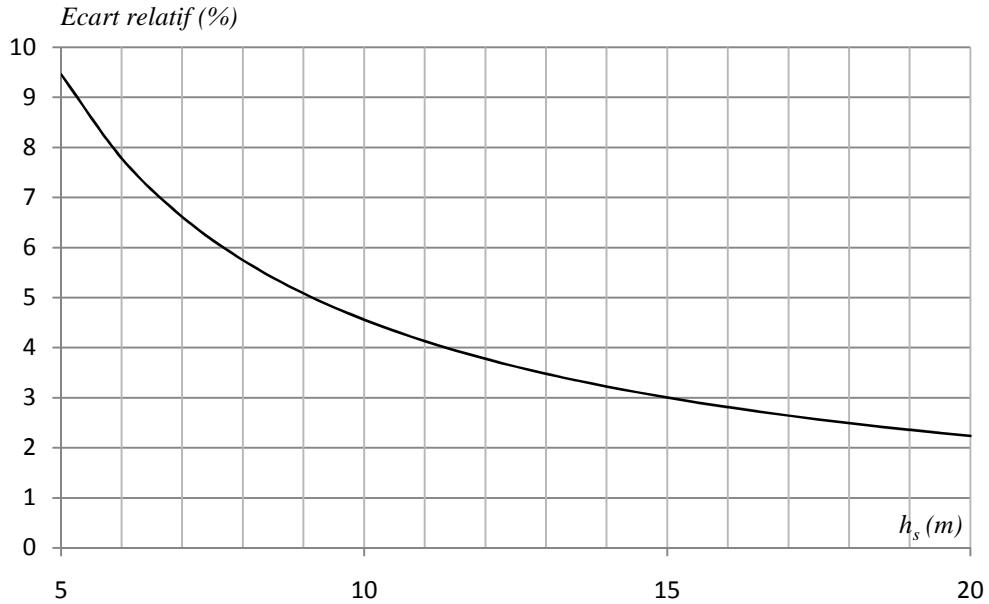


Figure II.21 – Evolution de l'écart relatif entre les deux méthodes avec la hauteur d'eau

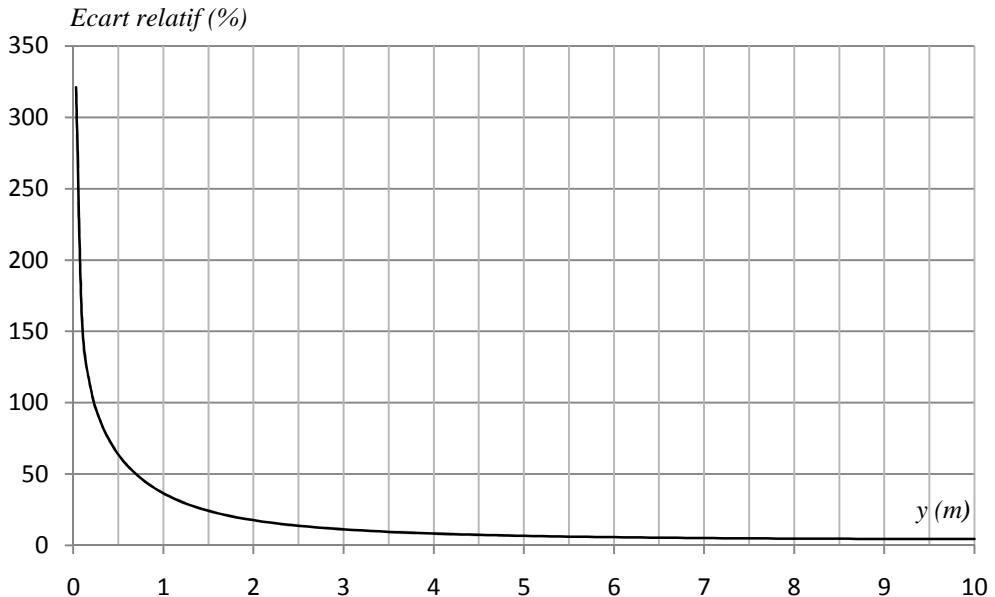


Figure II.22 – Evolution de l'écart relatif entre les deux méthodes avec y ($h_s = 10$ m)

Par contre, lorsqu'on se rapproche de la surface libre, ce n'est plus exactement le cas et on constate que les deux méthodes donnent des résultats complètement différents. Sur figure II.22 montrant l'évolution de l'écart relatif avec la profondeur y (pour les valeurs numériques données au tableau II.1), on constate des écarts croissants lorsqu'on se rapproche de la surface libre, atteignant même plus de 300 %. Cela illustre que le fait de choisir entre (II.23) et (II.69) a surtout un impact dans le voisinage proche de la surface libre. A ce sujet, on notera d'ailleurs que l'équation (II.70) mentionnée ci-dessus n'est que la particularisation du cas d'un mouvement harmonique de la formule générale (II.50), permettant le calcul de la pression impulsive dans le sas. Ceci semble logique, puisqu'en exprimant la condition limite en surface par (II.69), on suppose que les déplacements de la surface libre sont nuls. Cela revient à dire que l'eau contenue dans le sas ne fait que bouger en concordance de phase avec lui, ce qui correspond bien à la seule action de la pression impulsive. En d'autres termes,

écrire (*II.69*) au lieu de (*II.23*) revient à négliger le ballottement présent dans le sas. Cette démarche est admissible lorsqu'on s'intéresse au sas des écluses car ceux-ci sont de grande dimension. Par contre, dans le cas, par exemple, de porte d'écluses présentant des caissons partiellement remplis d'eau, le ballottement qui peut s'y présenter en cas de séisme risque pour sa part d'être bien plus élevé. Dès lors, les formules (*II.52*) et (*II.53*) ne sont pas complètement dénuées de fondement dès lors qu'on envisage le calcul sismique des portes d'écluse à double bordage.

3. Calcul de la pression hydrodynamique dans les biefs

Le but est une fois encore de résoudre l'équation de Laplace donnée par la relation (II.13). On s'intéresse ici aux pressions dynamiques qui naissent sur les portes de l'écluse en raison du mouvement de l'eau contenue dans le bief. Pour cela, on suppose que le bief présente une extension infinie selon la direction x de la figure II.4 et que l'eau qui s'y trouve possède une profondeur h_b . On désignera ici aussi par ξ et η les déplacements des particules d'eau, mesurés respectivement selon les axes x et y de la figure II.23. A quelques exceptions près, toutes les notations utilisées ici sont identiques à celles introduites dans la section 2 développée ci-dessus.

Afin de résoudre l'équation de Laplace, il est également possible de procéder par étape en distinguant, comme à la section 2, la réponse libre et la réponse forcée. Cependant on privilégiera ici une méthode de calcul directe.

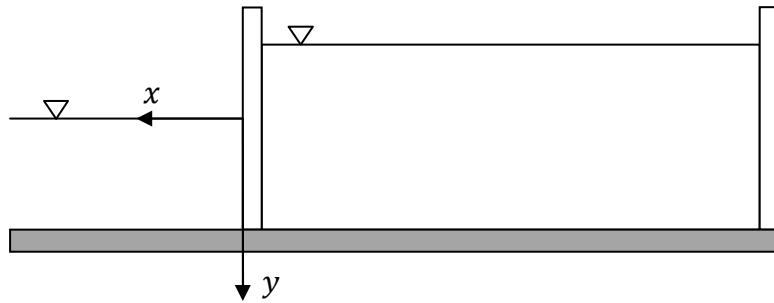


Figure II.23 – Système d'axes de référence

3.1. Solution de l'équation de Laplace

3.1.1. Conditions limites

Les conditions limites à appliquer pour le calcul de la pression dans le bief ne sont pas les mêmes que celles qui ont été utilisées précédemment pour la résolution de l'équation de Laplace dans le sas. Il est donc nécessaire de les repréciser pour les quatre frontières suivantes :

- le long de la porte de l'écluse, c'est-à-dire en $x = 0$ sur la figure II.23, on peut appliquer la même condition limite que celle qui a été utilisée dans le sas. Il faut en effet que la vitesse horizontale des particules d'eau soit identique à celle de la porte, ce qui implique que l'on ait :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \dot{X}(t) \quad (\text{II.71})$$

- sur le fond de l'écluse, c'est-à-dire pour $y = h_b$ sur la figure II.23, comme précédemment, il faut veiller à ce que la vitesse verticale des particules d'eau y soit nulle ; on doit donc avoir :

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.72})$$

- le long de la surface libre, c'est-à-dire pour $y = 0$ sur la figure II.23, il faut qu'il y ait annulation de la pression totale ; on imposera donc la condition limite suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (II.73)$$

- enfin, pour que l'équation de Laplace présente une solution univoque, il est nécessaire de lui adjoindre une quatrième condition. Il s'agit ici de la principale différence par rapport à ce qui avait été imposé dans le cas du sas. En effet, comme le bief est à priori illimité vers l'aval, on doit donc résoudre (II.13) sur un domaine semi-indéfini et imposer alors :

$$\phi \rightarrow 0 \quad \text{pour} \quad x \rightarrow +\infty \quad (II.74)$$

Cette condition traduit simplement le fait que les effets du séisme s'estompent de plus en plus au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'écluse.

Les conditions (II.71) à (II.74) permettent de résoudre univoquement l'équation de Laplace, afin de déduire le potentiel de vitesse ϕ à utiliser dans le cas du bief aval (la méthode s'étend sans aucun problème au cas du bief amont).

3.1.2. Calcul du potentiel de vitesse

Afin de calculer analytiquement ϕ dans le cas des biefs, on peut s'inspirer de ce qui avait été fait pour le sas. On envisage donc l'expression de départ suivante :

$$\phi(x, y, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \alpha_n(x) \beta_n(y) \gamma(t) \quad (II.75)$$

dans laquelle les fonctions $\alpha_n(x)$, $\beta_n(y)$ et $\gamma(t)$ sont à déterminer de manière à ce que les conditions (II.71) à (II.74) soient rencontrées. Si on reporte (II.75) dans l'équation de Laplace et qu'on divise celle-ci par $\alpha_n(x) \beta_n(y) \gamma(t)$, on a :

$$\frac{1}{\alpha_n(x)} \frac{\partial^2 \alpha_n}{\partial x^2} + \frac{1}{\beta_n(y)} \frac{\partial^2 \beta_n}{\partial y^2} = 0 \quad (II.76)$$

Comme les fonctions $\alpha_n(x)$ et $\beta_n(y)$ ne dépendent que d'une seule variable indépendante, il faut que chacun des termes de (II.76) soit égal à une constante de signe opposé λ_n , ce qui signifie que l'on doit avoir simultanément :

$$\frac{\partial^2 \alpha_n}{\partial x^2} - \lambda_n \alpha(x) = 0 \quad \frac{\partial^2 \beta_n}{\partial y^2} + \lambda_n \beta(y) = 0 \quad (II.77)$$

La résolution séparées de ces deux équations différentielles fourni les deux expressions suivantes, dans lesquelles A_n , B_n , C_n et D_n sont des constantes :

$$\alpha(x) = A_n e^{\lambda_n x} + B_n e^{-\lambda_n x} \quad \beta(y) = C_n \cos(\lambda_n y) + D_n \sin(\lambda_n y) \quad (II.78)$$

Afin de déterminer les constantes d'intégration A_n , B_n , C_n et D_n , il faut se servir des quatre conditions limites développées au paragraphe précédent. A ce stade-ci, on peut écrire :

$$\phi(x, y, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} (A_n e^{\lambda_n x} + B_n e^{-\lambda_n x}) \cdot (C_n \cos(\lambda_n y) + D_n \sin(\lambda_n y)) \cdot \gamma(t) \quad (II.79)$$

Dès lors, on voit immédiatement que pour satisfaire (II.74) pour toute valeur de t et de y , on doit avoir $A_n = 0$. De même, si on écrit la condition (II.73) en se servant de (II.79), on doit avoir :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} B_n e^{-\lambda_n x} \cdot (C_n \cos(\lambda_n y) + D_n \sin(\lambda_n y)) \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t} = 0 \quad (II.80)$$

lorsque $y = 0$, ce qui impose immédiatement $C_n = 0$. Par ailleurs, en cherchant à vérifier (II.72), on doit écrire :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} B_n e^{-\lambda_n x} \cdot \lambda_n D_n \cos(\lambda_n y) \cdot \gamma(t) = 0 \quad (II.81)$$

lorsque $y = h_b$. La vérification de cette dernière équation imposerait donc $D_n = 0$, ce qui n'est pas acceptable du fait que l'on aurait $\phi = 0$. Pour ne pas retomber sur cette solution trivialement nulle, il est préférable d'imposer :

$$\lambda_n = \frac{(2n - 1)\pi}{2h_b} \quad (II.82)$$

Enfin, la dernière condition à satisfaire est (II.71), qui exprime l'égalité de la vitesse horizontale de l'eau avec celle de la porte. On doit donc avoir :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = - \sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_n E_n e^{-\lambda_n x} \cdot \sin(\lambda_n y) \cdot \gamma(t) = \dot{X}(t) \quad (II.83)$$

lorsque $x = 0$. Dans cette dernière égalité, il est à noter qu'on a posé $B_n D_n = E_n$. Pour que (II.83) soit vérifiée à tout instant, on voit qu'on doit imposer $\gamma(t) = \dot{X}(t)$ de sorte à avoir finalement :

$$- \sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_n E_n \cdot \sin(\lambda_n y) = 1 \quad (II.84)$$

Pour arriver à vérifier (II.84) pour toute valeur de y , on peut s'appuyer, par exemple, sur la formule (II.85) mentionnée par DELHEZ (2005) :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{(2n - 1)\pi} \cdot \sin((2n - 1)\kappa) = 1 \quad (II.85)$$

dans laquelle κ est une variable quelconque.

En comparant (II.84) et (II.85), on voit qu'il suffit de considérer que $(2n - 1)\kappa = \lambda_n y$ et de choisir :

$$-E_n \lambda_n = \frac{4}{(2n - 1)\pi} \Leftrightarrow E_n = \frac{-8h_b}{(2n - 1)^2\pi^2} \quad (\text{II.86})$$

pour que (II.84) soit avéré pour toute valeur de y . Finalement, en reportant (II.86) dans l'expression de ϕ , on trouve le résultat suivant :

$$\phi = - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8h_b}{(2n - 1)^2\pi^2} e^{-\lambda_n x} \cdot \sin(\lambda_n y) \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.87})$$

3.2. Calcul de la pression

3.2.1. Solution analytique

Le calcul de la pression totale peut à nouveau se faire en appliquant l'équation de Bernoulli rappelée en (II.11). On trouve alors :

$$p = \rho gy + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8\rho h_b}{(2n - 1)^2\pi^2} e^{-\lambda_n x} \cdot \sin(\lambda_n y) \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.88})$$

On constate ici aussi que la pression totale est formée par l'addition d'une composante hydrostatique et d'une composante hydrodynamique. On note également que seule une pression impulsive est présente : il n'y a pas de contribution convective à la pression totale. On considère donc ici que l'eau contenue dans le bief aval se déplace en phase avec les mouvements imposés de la porte. Comme on s'intéresse dans ce cas uniquement à la pression qui naît sur la porte en cas de séisme, on peut évaluer (II.88) en $x = 0$, ce qui donne :

$$p = \rho gy + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8\rho h_b}{(2n - 1)^2\pi^2} \cdot \sin(\lambda_n y) \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.89})$$

L'équation (II.89) est générale, dans la mesure où elle est valable quel que soit à priori le mouvement $X(t)$. Comme précédemment, on peut se placer dans le cas particulier d'un mouvement sinusoïdal pour lequel $X(t)$ est donné par l'équation (II.33). Pour rappel, on a :

$$X(t) = X_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = -\frac{\alpha g}{\Omega^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \quad (\text{II.90})$$

En se plaçant aux instants $t = kT$, on constate que $X(kT) < 0$, ce qui signifie que les déplacements se font en sens inverse de l'axe x représenté à la figure II.23. En reprenant les grandeurs mentionnées dans le tableau II.1, on peut alors tracer le profil de la pression hydrodynamique représenté à la figure II.24.

Comme attendu, on constate qu'il y a annulation de la pression au niveau de la surface libre ($y = 0$). On note également que la pression est négative sur la totalité de la hauteur de la porte. Cela signifie donc que la pression hydrodynamique vient réduire la valeur

hydrostatique qui était présente avant l'action du séisme. Cela coïncide avec ce qui avait déjà été annoncé précédemment dans le cas du sas : lorsque la porte aval se déplace vers la droite, il y a une dépression qui se propage vers l'aval.

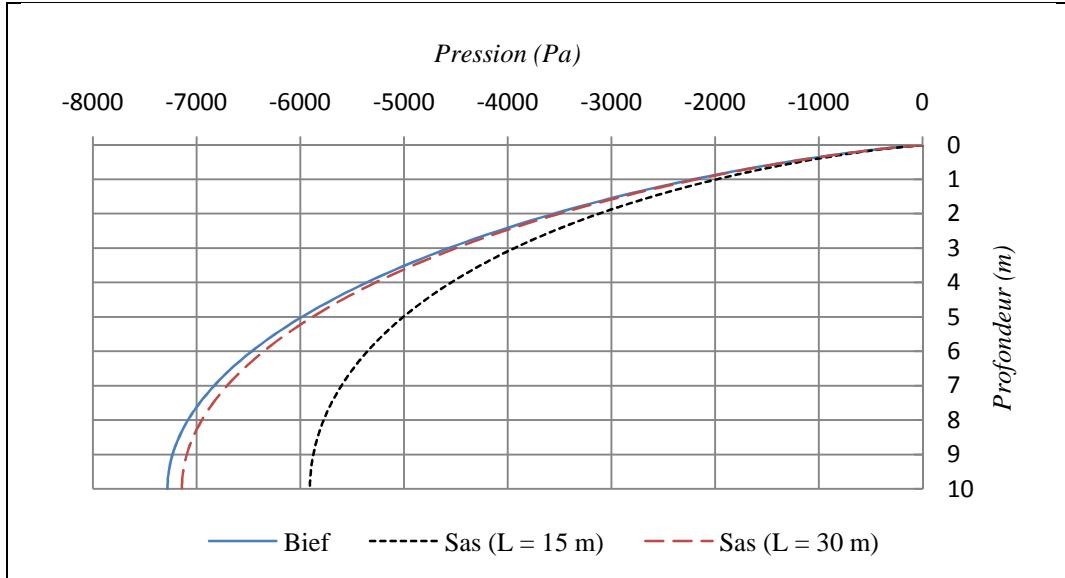


Figure II.24 – Diagramme des pressions pour un bief semi-indéfini

3.2.2. Comparaison des pressions de fond

La formule (II.89) est une généralisation à une accélération sismique quelconque $\ddot{X}(t)$ de la solution proposée initialement par WESTERGAARD (1933) pour un mouvement sinusoïdal. Il est d'usage courant d'utiliser également (II.89) pour calculer les pressions dans le sas, au lieu d'avoir recours à (II.46). Dans ce cas, on a :

$$p = \rho gy + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8\rho h_s}{(2n-1)^2\pi^2} \cdot \sin\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2h_s}\right) \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.91})$$

où, pour rappel, h_s est la hauteur d'eau dans le sas. Ce faisant, on néglige la contribution convective, ce qui n'est toutefois pas trop important dans le cas d'une écluse.

A titre de comparaison, il peut être intéressant de se demander quelle différence il existe entre les résultats donnés par la formule (II.91) et ceux qui seraient obtenus par (II.50) pour une solution uniquement impulsive. Quelques résultats sont présentés à la figure II.24, où on peut voir que déjà pour un sas de longueur $L = 30 \text{ m}$, il existe un bon degré d'accord avec la formule (II.91). Il convient cependant de s'interroger sur l'influence que pourrait avoir une hauteur d'eau h_s plus importante sur ce degré d'accord. A cet effet, on peut regarder la manière dont évolue le rapport entre la pression de fond (en $y = h_s$) obtenue par (II.50) et la pression de fond obtenue par WESTERGAARD lorsqu'on considère différentes valeurs de h_s et de L . Pour cela, on peut s'intéresser au rapport Γ entre ces deux pressions de fond :

$$\Gamma = \left(-\frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4Lf_n(0, h_s)}{(2n-1)^2\pi^2} \right) \cdot \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8\rho h_s}{(2n-1)^2\pi^2} \cdot \sin(\lambda_n h_s) \right)^{-1} \quad (\text{II.92})$$

La formule (II.92) montre que Γ dépend de deux paramètres : la longueur L du sas et la hauteur d'eau h_s . La figure II.25 illustre la manière dont varie Γ en fonction de L lorsqu'on envisage différentes valeurs de h_s . Lorsque $\Gamma = 1$, c'est que les pressions de fond obtenues par la formule généralisée de WESTERGAARD et (II.50) sont identiques. Par contre, lorsque $\Gamma < 1$, c'est que la solution (II.89) produit une valeur plus élevée que (II.50). Comme le montre cette figure, les deux équations donnent des résultats très proches dès qu'on dépasse une certaine longueur de sas en dessous de laquelle on note une divergence. Par exemple, sur la figure II.25, on voit que pour $h_s = 30 \text{ m}$, cette longueur se trouve approximativement en 100 m .

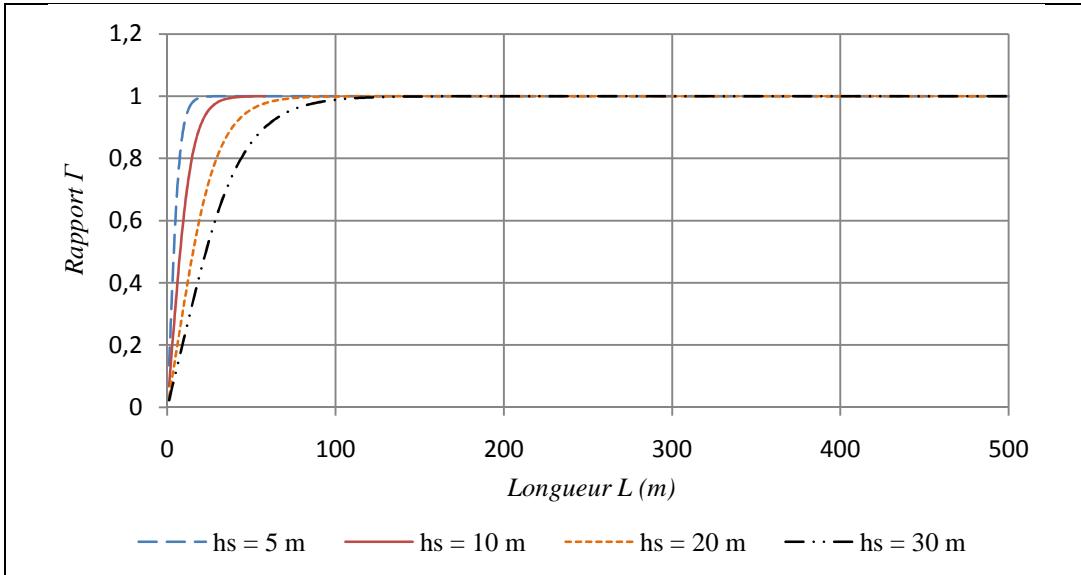


Figure II.25 – Evolution de Γ en fonction de L pour différentes valeurs de h_s

Autrement dit, l'application de la solution de WESTERGAARD dans des sas profonds ($h_s \gg$) et courts ($L \ll$) donnera de mauvais résultats par rapport à une situation purement impulsive. A l'inverse, la situation est meilleure lorsqu'on applique la solution de WESTERGAARD dans des sas peu profonds ($h_s \ll$) et très longs ($L \gg$). Cette observation peut s'expliquer directement au départ des conclusions établies à la section 2.3.2. En effet, l'équation (II.91) est établie pour le bief et ne prend dès lors pas en compte de partie convective. Au contraire, l'équation (II.50) a été développée pour le sas, où les effets convectifs ont été pris en compte. Or, comme illustré sur les courbes de la section 2.3.2, plus le rapport h_s/L est faible, plus la pression convective augmente au détriment de la pression impulsive. La conclusion inverse s'applique au cas où h_s/L est grand. Par conséquent, dans ce dernier cas, les pressions de fond obtenues par (II.50) et (II.91) sont en bonne concordance. Au contraire, lorsque $h_s/L \gg$, il y a davantage de pression de ballottement à proximité du fond si bien que la solution de WESTERGAARD purement impulsive peut conduire à une surestimation importante.

4. Représentation équivalente de l'action sismique

Le but est de représenter l'action de la pression hydrodynamique sur les portes de l'écluse en utilisant un modèle mécaniquement équivalent. Une fois celui-ci établi, il ne faudra toutefois pas oublier de prendre en compte les forces d'inertie dues à la masse des portes ainsi que la pression hydrodynamique, car ces deux forces ne sont pas représentées par le modèle.

4.1. Modélisation des effets dans le sas

Pour rappel, dans le sas, la pression hydrodynamique est la somme de deux contributions différentes, appelées impulsive et convective. La composante impulsive satisfait exactement aux conditions limites aux parois et au fond du réservoir, mais donne une pression nulle à la position initiale de la surface libre. Le terme convectif, quant à lui, ne modifie pas les conditions limites déjà vérifiées, mais satisfait à la condition correcte d'équilibre à la surface libre.

4.1.1. Représentation de la pression impulsive

Il s'agit de rechercher une modélisation qui permette de représenter l'action impulsive de manière équivalente. Pour cela, il faut que cette modélisation conduise à la même résultante totale F_0 et au même moment M_0 s'exerçant sur la porte que ce qui est réellement produit par la pression impulsive. Cela est illustré à la figure II.26, où on peut voir que le diagramme de pression impulsive (figure II.26a) est remplacé par une force horizontale F_0 placée à une distance h_0 mesurée depuis la surface libre initiale (figure II.26b) et correspondant à la position du centre de gravité du diagramme des pressions de la figure II.26a. La force F_0 est comptée positivement dans le sens de la pression p , c'est-à-dire lorsque la force est dirigée de la droite vers la gauche au niveau de la porte aval (comme sur la figure II.26b). Il faut également noter qu'on a $M_0 = F_0 h_0$.

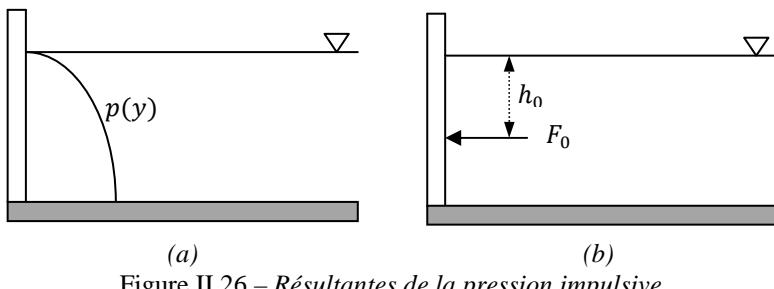


Figure II.26 – Résultantes de la pression impulsive

Pour ce faire, on commence donc par exprimer F_0 et M_0 par intégration de la première partie de la formule (II.52) sur la totalité de la hauteur immergée de la porte, c'est-à-dire, pour $y \in [0, h_s]$. On se place ainsi au niveau de la porte aval mais les résultats sont identiques, au signe près, pour la porte amont. On a donc :

$$F_0(t) = \int_0^{h_s} p(y, t) dy = -\rho \int_0^{h_s} \left(\frac{L}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) dy \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.93})$$

Le calcul de l'intégrale dans (II.93) se fait sans difficulté compte tenu de la définition de la fonction $f_n(0, y)$ par (II.25). Après calcul, on trouve :

$$F_0(t) = - \left[\frac{\rho L h_s}{2} - \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L^2}{(2n-1)^3 \pi^3} \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{L}\right) \right] \ddot{X}(t) \quad (\text{II.94})$$

Cette dernière équation montre que la force horizontale totale F_0 qui s'exerce sur la porte aval de l'écluse en raison de l'action de la pression impulsive varie au cours du temps de la même manière que le mouvement que subissent les portes de l'écluse en raison du séisme. Par conséquent, il est équivalent de représenter l'action de la pression impulsive par l'intermédiaire d'une masse m_0 qui serait fixée rigidement aux portes de l'écluse et qui, en se déplaçant avec elles, produirait une force $F_0 = -m_0 \ddot{X}(t)$. Le modèle envisagé est donc celui de la figure II.27a. De manière équivalente, on peut aussi utiliser le modèle de la figure II.27b. Sur ces figures, le trait qui relie la masse m_0 aux portes de l'écluse représente une liaison rigide.

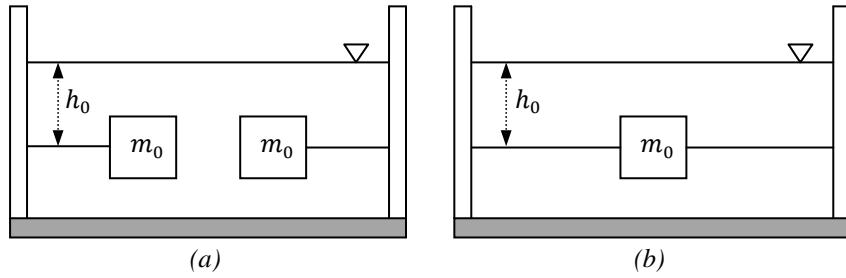


Figure II.27 – Représentation équivalente de la pression impulsive dans le sas

Afin de trouver l'expression analytique permettant le calcul de la masse impulsive m_0 , on peut se servir de l'équation (II.94). On voit immédiatement que l'on a :

$$m_0 = \frac{\rho L h_s}{2} - \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L^2}{(2n-1)^3 \pi^3} \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{L}\right) \quad (\text{II.95})$$

On peut montrer que (II.95) fournit toujours un résultat positif. Pour que le modèle de la figure II.27 soit complet, il reste à rechercher la profondeur h_0 à laquelle la masse m_0 doit venir se positionner. Cela ramène à la recherche de la position du centre de gravité du diagramme des pressions impulsives, ce qui peut être réalisé en calculant le moment résultant M_0 associé à ce diagramme. On a :

$$M_0(t) = \int_0^{h_s} p(y, t) \cdot y \cdot dy = -\rho \int_0^{h_s} \left(\frac{Ly}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} y \frac{4L f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) dy \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.96})$$

Le calcul de l'intégrale en (II.96) peut se faire assez facilement. Les développements ne sont pas repris ici. On trouve alors :

$$M_0 = - \left[\frac{\rho L h_s^2}{4} + \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L^3}{(2n-1)^4 \pi^4} \frac{1 - \cosh((2n-1)\pi h_s/L)}{\cosh((2n-1)\pi h_s/L)} \right] \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.97})$$

La position de la masse impulsive m_0 se calcule ensuite en faisant le rapport de M_0 et F_0 . On trouve ainsi :

$$h_0 = \frac{M_0}{F_0} = \frac{h_s^2/4 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L^2}{(2n-1)^4\pi^4} \frac{1 - \cosh((2n-1)\pi h_s/L)}{\cosh((2n-1)\pi h_s/L)}}{h_s/2 - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L}{(2n-1)^3\pi^3} \tanh((2n-1)\pi h_s/L)} \quad (II.98)$$

De cette manière, le modèle représentant la pression impulsive dans le sas est complètement défini par les équations (II.95) et (II.98).

4.1.2. Représentation de la pression convective

Comme ce qui a été fait précédemment pour le calcul de la pression impulsive, on peut également rechercher un modèle mécaniquement équivalent à l'action de la pression convective. Celle-ci est donnée par la troisième partie de l'équation (II.53) et est rappelée ci-après :

$$p(y, t) = \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L\omega_n^2 f_n(0, y)}{(2n-1)^2\pi^2} r_n(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} p_n(y) \cdot r_n(t) \quad (II.99)$$

Comme le montre l'équation ci-dessus, on ne peut plus, cette fois-ci, considérer un mouvement d'ensemble étant donné que la dépendance temporelle de la pression convective est décrite par la superposition d'une infinité de mouvements correspondant à $r_n(t)$. Pour cette raison, le modèle mécaniquement équivalent fera intervenir une infinité de masses m_n , produisant chacune une force horizontale équivalente F_n ainsi qu'un moment M_n équivalent au diagramme $p_n(y)$. On se retrouve donc dans la situation représentée à la figure II.28.

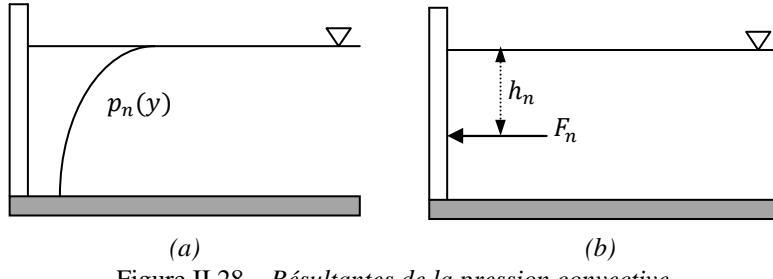


Figure II.28 – Résultantes de la pression convective

De manière identique à ce qui a été fait précédemment, on commence par calculer F_n en intégrant $p_n(y)$ sur l'entièreté de la partie immergée de la porte, c'est-à-dire pour $y \in [0, h_s]$. On a ainsi :

$$F_n(t) = \int_0^{h_s} p_n(y) dy \cdot r_n(t) = \rho \int_0^{h_s} \frac{4L\omega_n^2 f_n(0, y)}{(2n-1)^2\pi^2} \cdot r_n(t) \quad (II.100)$$

En se servant à nouveau de la définition de $f_n(0, y)$ donnée en (II.25), on obtient finalement, après calcul, l'équation suivante :

$$F_n(t) = \frac{4L^2\omega_n^2\rho}{(2n-1)^3\pi^3} \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{L}\right) \cdot r_n(t) \quad (II.101)$$

Pour rappel, la fonction $r_n(t)$ est calculée au moyen de l'équation (II.47). Comme déjà mentionné plus haut, cette fonction décrit en réalité la réponse en déplacement d'un oscillateur simple non amorti soumis à l'action sismique. Par conséquent, la force totale $F_n(t)$, qui est exercée par celui-ci, peut s'exprimer au moyen d'une loi de ressort. Compte tenu de l'équation (II.47), on voit que la pulsation propre qui est associée à ce mouvement est donnée par ω_n , si bien que l'on doit avoir :

$$F_n(t) = k_n r_n(t) = m_n \omega_n^2 r_n(t) \quad (\text{II.102})$$

où k_n désigne la raideur du ressort. En comparant (II.102) et (II.101), on déduit immédiatement l'expression analytique de la masse m_n qui peut représenter $p_n(y)$:

$$m_n = \frac{4\rho L^2}{(2n-1)^3 \pi^3} \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{L}\right) \quad (\text{II.103})$$

Il est à noter que les dimensions de l'équation (II.103) donnant m_n ne sont pas des kg mais bien des kg/m . On calcule donc en réalité une masse par unité de longueur. Cela s'explique par le fait que les développements sont effectués dans le plan (x, y) de la figure II.4. Par conséquent, pour calculer une masse en kg , il faut que l'intégration de la pression se fasse également selon la direction z et il suffit donc de multiplier l'expression (II.103) par la longueur de la porte pour arriver à ce résultat. Cette remarque s'applique également pour le calcul de m_0 au paragraphe précédent. On peut aussi remarquer que l'équation (II.103) est obtenue de façon identique par GRAHAM et RODRIGUEZ (1952), mais dans le cas d'un mouvement sinusoïdal cette fois.

Comme le mouvement temporel de la masse m_n est donné par $r_n(t)$ et est régi par une loi de ressort, la modélisation de l'action de $p_n(y)$ sur la porte devra se faire en reliant m_n à la porte par l'intermédiaire d'un ressort dont la raideur est $k_n = m_n \omega_n^2$. On obtient ainsi les deux représentations équivalentes de la figure II.29. Sur la figure II.29b, il faut être attentif au fait que la raideur des ressorts doit être divisée de moitié si l'on veut conserver la force F_n définie par (II.101). Cette représentation est également renseignée par l'USACE (2003).

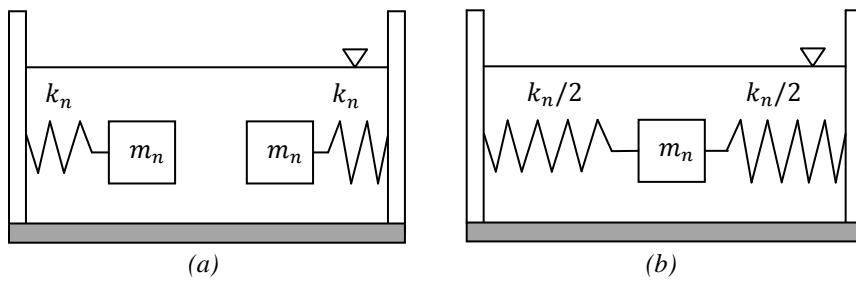


Figure II.29 – Représentation équivalente de la pression convective dans le sas

Pour que les modèles de la figure II.28 soient complets, il reste à calculer le bras de levier h_n . Pour cela, on calcule ici aussi le moment M_n qui est associé à $p_n(y)$. Celui-ci est donné par :

$$M_n = \int_0^{h_s} p_n(y) \cdot y \cdot dy \cdot r_n(t) = \rho \int_0^{h_s} y \frac{4L\omega_n^2 f_n(0, y)}{(2n-1)^2 \pi^2} \cdot r_n(t) \quad (\text{II.104})$$

Le calcul de l'intégrale dans (II.104) n'est pas très compliqué. Après avoir effectué les calculs, on a :

$$M_n(t) = \frac{4L^3\omega_n^2\rho}{(2n-1)^4\pi^4} \cdot \frac{\cosh((2n-1)\pi h_s/L) - 1}{\cosh((2n-1)\pi h_s/L)} r_n(t) \quad (\text{II.105})$$

Dès lors, le bras de levier permettant de situer la position de la masse m_n par rapport à la surface libre du sas est donné par le rapport des expressions (II.105) et (II.101) :

$$h_n = \frac{M_n}{F_n} = \frac{L}{(2n-1)\pi} \cdot \frac{\cosh((2n-1)\pi h_s/L) - 1}{\cosh((2n-1)\pi h_s/L)} \quad (\text{II.106})$$

En combinant la modélisation des effets de la pression impulsive donnée à la figure II.27 et la modélisation des effets de la pression convective donnée à la figure II.29, on arrive à une représentation mécaniquement équivalente complète des efforts hydrodynamiques dans le sas.

4.2. Modélisation des effets dans les biefs

4.2.1. Développement du modèle

Pour représenter la pression hydrodynamique, qui s'exerce sur la porte de l'écluse du côté du bief, on peut suivre la même démarche que précédemment, si ce n'est qu'elle sera ici moins fastidieuse, puisqu'on n'est en présence que d'une composante impulsive. Celle-ci est donnée par l'expression (II.89). Elle peut à nouveau faire l'objet d'une intégration sur la toute la hauteur de la partie immergée de la porte, c'est-à-dire pour $y \in [0, h_b]$. De cette manière, on obtient la force horizontale totale F s'exerçant sur la porte de l'écluse, côté bief :

$$F(t) = \int_0^{h_b} p(y, t) dy = \int_0^{h_b} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8\rho h_b}{(2n-1)^2\pi^2} \cdot \sin\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2h_b}\right) dy \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.107})$$

L'intégration de (II.105) se fait sans trop de difficulté. Après calcul, on arrive à l'expression suivante :

$$F(t) = \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{16h_b^2}{(2n-1)^3\pi^3} \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{II.108})$$

Comme dans le cas du sas, on constate que l'évolution temporelle de F est conditionnée par $\ddot{X}(t)$, si bien qu'on peut à nouveau considérer que $F(t) = m\ddot{X}(t)$. Cela signifie donc que pour représenter l'action hydrodynamique du côté du bief en cas de séisme, il suffit de considérer qu'on est en présence d'une masse m qui est fixée rigidement à la porte et qui se déplace avec elle sous l'action du tremblement de terre. Par inertie, cette masse M exerce alors bien une force $F(t) = m\ddot{X}(t)$ sur la porte. Pour calculer m , on peut se baser sur (II.108). Comme dans le cas du sas, il faut remarquer qu'ici aussi le paramètre m est donné par unité de longueur de la porte (en kg/m). La masse par unité de longueur est dès lors donnée par :

$$m = \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{16h_b^2}{(2n-1)^3\pi^3} \quad (\text{II.109})$$

A nouveau, cette masse m doit venir se placer à une profondeur h mesurée depuis la surface libre du bief. Pour connaître h , il faut une fois encore calculer le moment M qui est associé au diagramme de pression dans le bief. On a ainsi, après calcul :

$$M(t) = \int_0^{h_b} p(y, t) \cdot y \cdot dy = \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{32h_b^3}{(2n-1)^4\pi^4} (-1)^{n-1} \cdot \ddot{X}(t) \quad (II.110)$$

Le calcul de h se fait alors en tenant compte de la relation $M = h \cdot F$. En faisant le rapport de (II.110) et de (II.108), on obtient finalement :

$$h = \frac{M}{F} = \frac{2h_b}{\pi} \cdot \frac{\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1}/(2n-1)^4}{\sum_{n=1}^{+\infty} 1/(2n-1)^3} \quad (II.111)$$

Les paramètres m et h étant à présent définis, le modèle équivalent de la figure II.30 est donc complètement caractérisé.

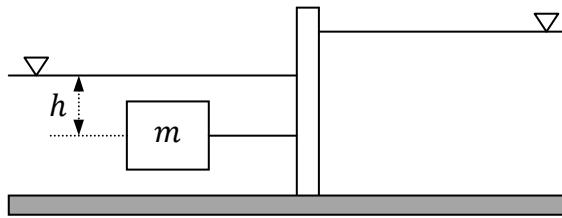


Figure II.30 – Représentation équivalente de la pression impulsive dans le bief

4.2.2. Comparaison des forces résultantes

La formule développée pour les biefs n'est rien d'autre qu'une généralisation de celle établie initialement par WESTERGAARD (1933) pour une accélération sinusoïdale. Il n'est pas rare de voir cette formule utilisée également pour le calcul des effets dans le sas. Comme mentionné précédemment, cette approche est approximative car elle ne tient pas compte des effets convectifs et peut dès lors conduire à une surestimation des forces agissantes. Il est dès lors intéressant de s'interroger sur l'importance de l'erreur qui est réalisée sur la force globale lorsqu'on applique une telle démarche. On applique donc la formule (II.108) au cas d'un sas, ce qui donne la formule suivante :

$$F(t) = \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{16h_s^2}{(2n-1)^3\pi^3} \cdot \ddot{X}(t) \quad (II.112)$$

De manière similaire à ce qui avait été fait lors de la comparaison des pressions de fond, on peut s'intéresser ici au rapport $F_0(t)/F(t)$. Celui-ci ne dépend pas du temps mais bien de h_s et de L . La figure II.31 en représente l'évolution en fonction de L lorsqu'on considère différentes valeurs de h_s . On constate ici encore que la différence entre les deux méthodes se fait essentiellement sentir aux faibles valeurs de L . Au-delà d'une certaine longueur limite L^* , on a $F_0(t)/F(t) = 1$, ce qui correspond à l'équivalence. Cette longueur limite L^* évolue en fonction de h_s et semble devenir de plus en plus petite au fur et à mesure que h_s augmente. Il peut dès lors être intéressant de disposer d'une relation permettant de calculer L^* en fonction de h_s .

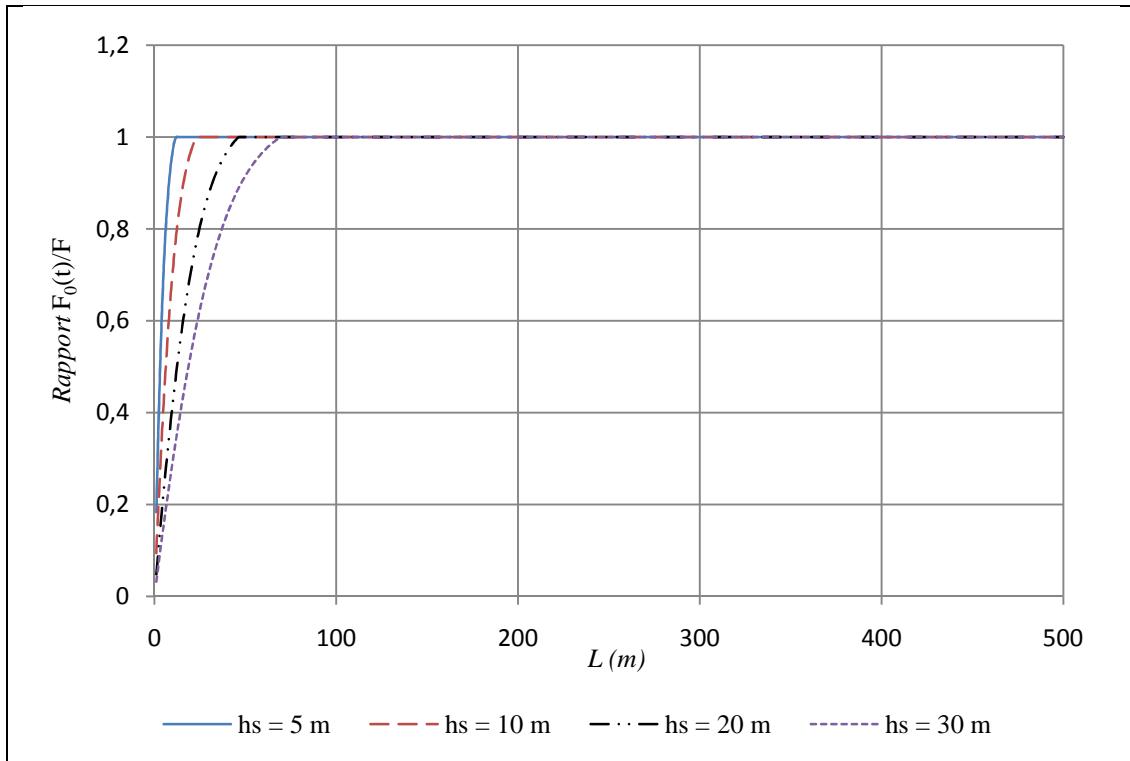


Figure II.31 – Rapport $F_0(t)/F$ pour différentes valeurs de L et de h_s

Pour ce faire, on propose de regarder la manière dont évolue l'écart relatif entre (II.112) et la force impulsive $F_0(t)$ donnée par (II.94), c'est-à-dire :

$$\Gamma = \frac{|F_0(t) - F(t)|}{F_0(t)} \quad (\text{II.113})$$

En réalité, Γ ne dépend pas du temps. On obtient alors les courbes de la figure II.32 qui montre l'évolution de L^* en fonction de h_s pour différentes valeurs de Γ . Ainsi, par exemple, lorsque la hauteur d'eau dans le sas est de 16 m, il faut que le sas soit au moins de 30 m de long pour que l'erreur relative sur la force totale que l'on commet en utilisant WESTERGAARD ne dépasse pas 5 %.

Les courbes de la figure II.32 sont assimilables à des droites. On constate que plus la hauteur d'eau dans le sas est élevée, plus la longueur limite devient importante également. Par ailleurs, on note également que plus l'erreur souhaitée est faible, plus le coefficient angulaire de la droite à choisir est important. Cela signifie que pour une hauteur h_s donnée, l'erreur commise en utilisant la formule de WESTERGAARD sera d'autant plus faible que la longueur du sas est importante.

En pratique, pour les combinaisons courantes de h_s et de L que l'on rencontre dans les écluses, on se situe dans la plupart des cas au-delà de la longueur limite si bien que l'erreur commise en appliquant la solution de WESTERGAARD est négligeable. Par contre, dans le cas de caissons de portes d'écluse, il peut s'avérer trop sécuritaire d'utiliser cette méthode car elle peut conduire à une surestimation importante des efforts résultants qui sont appliqués. Dans ce dernier cas, il est alors préférable de travailler avec $F_0(t)$ plutôt qu'avec (II.112), sans oublier d'inclure les forces convectives si elles n'étaient pas négligeables.

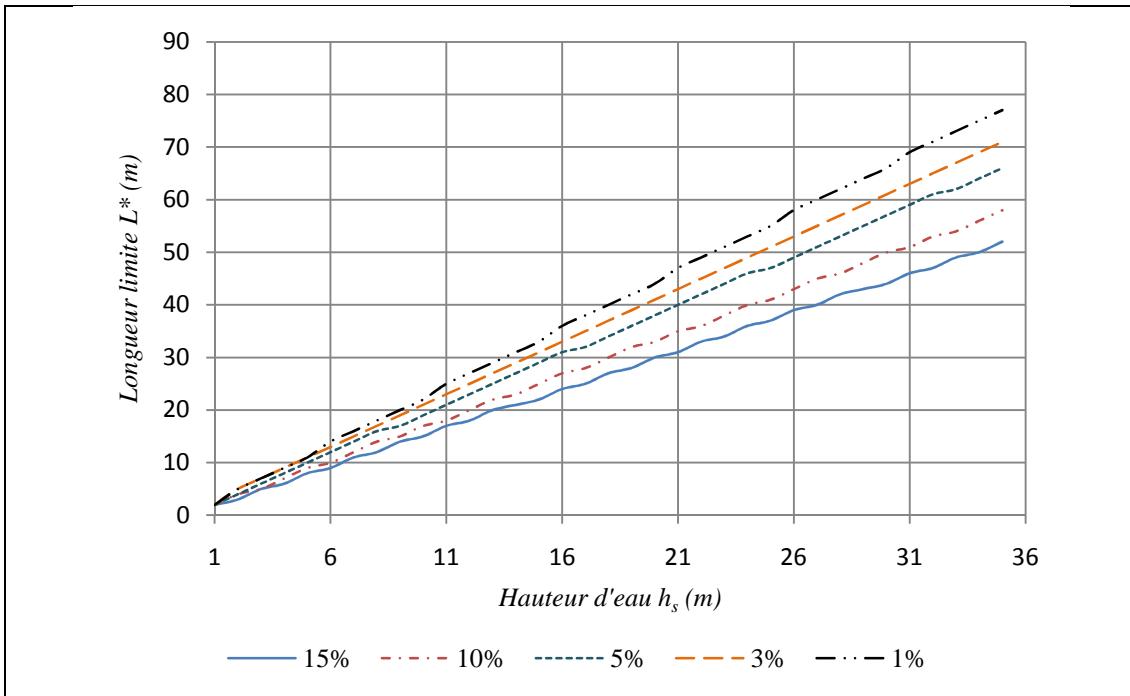


Figure II.32 – Evolution de la longueur limite avec h_s

4.3. Modèle mécaniquement équivalent global

Sur base des développements des paragraphes 4.1 et 4.2 qui précèdent, il est possible de représenter globalement l'action des pressions hydrostatiques dans le sas et dans les biefs au moyen d'un modèle mécanique. En rassemblant les résultats des figures II.27 et II.29, on obtient la représentation totale de la figure II.33. L'action dynamique de la pression convective dans le sas est ainsi représentée par des ressorts dont la raideur vaut $k_n/2$. En théorie, il faudrait associer au modèle une infinité de ressorts et une infinité de masse m_n pour prendre complètement en compte la composante convective. Cependant, en pratique, comme justifié au paragraphe 2.3.2, on se limite à $n = 1$ (une seule masse convective m_1 est utilisée dans le modèle).

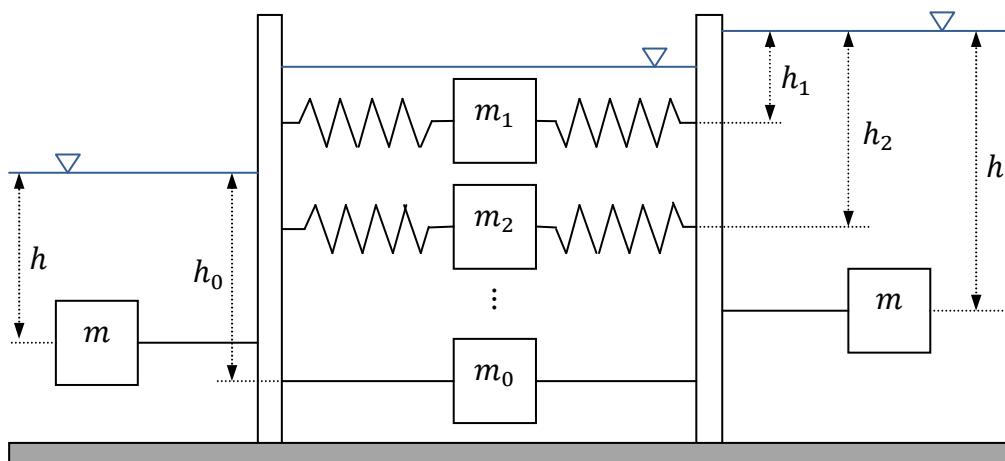


Figure II.33 – Modèle mécaniquement équivalent global

Le tableau II.3 reprend les différentes formules qui permettent de calculer les paramètres du schéma mécaniquement équivalent de la figure II.33.

Paramètre	Symbol	Formule
Massé impulsive du sas	m_0	$\frac{\rho L h_s}{2} - \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L^2}{(2n-1)^3 \pi^3} \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{L}\right)$
Position de la masse impulsive du sas	h_0	$h_0 = \frac{h_s^2/4 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L^2}{(2n-1)^4 \pi^4} \frac{1 - \cosh((2n-1)\pi h_s/L)}{\cosh((2n-1)\pi h_s/L)}}{h_s/2 - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L}{(2n-1)^3 \pi^3} \tanh((2n-1)\pi h_s/L)}$
Massé convective n du sas	m_n	$m_n = \frac{4\rho L^2}{(2n-1)^3 \pi^3} \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{L}\right)$
Position de la masse convective n du sas	h_n	$h_n = \frac{L}{(2n-1)\pi} \cdot \frac{\cosh((2n-1)\pi h_s/L) - 1}{\cosh((2n-1)\pi h_s/L)}$
Massé impulsive des biefs	M	$m = \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{16h_b^2}{(2n-1)^3 \pi^3}$
Position de la masse impulsive des biefs	h	$h = \frac{M}{F} = \frac{2h_b}{\pi} \cdot \frac{\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1}/(2n-1)^4}{\sum_{n=1}^{+\infty} 1/(2n-1)^3}$

Tableau II.3 – Synthèse des paramètres du modèle mécaniquement équivalent

III. ANALYSE SPECTRALE DE LA PORTE

Plan de la partie III

1.	Méthodologie pour l'approche spectrale.....	67
1.1.	Description de la structure étudiée	71
1.2.	Principe de l'analyse spectrale	67
1.2.1.	Rappel des équations en base modale.....	67
1.2.2.	Analyse modale spectrale	69
1.2.3.	Spectres normalisés de l'Eurocode 8	70
1.3.	Modélisation de la pression impulsive	71
1.3.1.	Approche par masses ajoutées	74
1.3.2.	Justification matricielle.....	76
1.4.	Modélisation de la pression convective	77
2.	Etude de l'importance des effets convectifs.....	79
2.1.	Méthodes d'analyse.....	79
2.1.1.	Spectres à considérer	79
2.1.2.	Amortissements à considérer	80
2.1.3.	Méthode à considérer.....	81
2.2.	Effets de la pression convective	82
2.2.1.	Comparaison des résultats	82
2.2.2.	Calcul de la hauteur de la vague convective.....	84
2.3.	Conclusions	86
3.	Approche spectrale de l'interaction fluide-structure	87
3.1.	Méthodologie	87
3.1.1.	Première approche	89
3.1.2.	Seconde approche	89
3.2.	Résultats	91
3.3.	Conclusions	94
4.	Résultats de l'analyse spectrale de la porte	95
4.1.	Composante perpendiculaire à la porte	95
4.1.1.	Calcul des pressions.....	95
4.1.2.	Méthodologie	96
4.1.3.	Résultats.....	96
4.1.4.	Conclusions.....	97
4.2.	Composante parallèle à la porte	98

4.2.1. Calcul des pressions.....	98
4.2.2. Modélisation de l'action de l'eau	100
4.2.3. Résultats.....	104
4.2.4. Conclusions.....	106
4.3. Composante verticale	106
4.3.1. Calcul des pressions.....	106
4.3.2. Méthodologie	107
4.3.3. Résultats.....	108
4.3.4. Conclusions.....	110
4.4. Combinaison des résultats.....	109
4.4.1. Méthodes de combinaison	110
4.4.2. Cas de chargement le plus défavorable	111
4.4.3. Conclusions.....	114
4.5. Conclusions de l'analyse spectrale.....	114

1. Méthodologie pour l'approche spectrale

Cette section rappelle brièvement le principe de l'analyse spectrale. Elle donne également quelques détails sur la porte qui sera analysée.

1.1. Principe de l'analyse spectrale

1.1.1. Rappel des équations en base modale

De manière générale, les équations d'équilibre d'un système présentant plusieurs degrés de liberté peuvent s'écrire sous forme matricielle :

$$[M]\ddot{\mathbf{v}} + [C]\dot{\mathbf{v}} + [K]\mathbf{v} = \mathbf{P} \quad (\text{III.1})$$

Au niveau des notations, les termes entre crochets désignent des matrices tandis que ceux en caractères gras sont des vecteurs. Dans le cas de l'équation (III.1), on a les significations suivantes :

- | | | | |
|-------|----------------------------------|--------------|--|
| $[M]$ | est la matrice de masse ; | \mathbf{v} | est le vecteur des déplacements nodaux ; |
| $[C]$ | est la matrice d'amortissement ; | \mathbf{P} | est le vecteur des charges extérieures. |
| $[K]$ | est la matrice de raideur ; | | |

L'équation (III.1) n'est rien d'autre que l'équation de Newton écrite selon les différents degrés de liberté du système. Dans le cas d'un séisme, on a :

$$[M](\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g) + [C]\dot{\mathbf{v}} + [K]\mathbf{v} = \mathbf{0} \Leftrightarrow [M]\ddot{\mathbf{v}} + [C]\dot{\mathbf{v}} + [K]\mathbf{v} = -[M] \cdot \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g \quad (\text{III.2})$$

où $\ddot{\mathbf{v}}_g$ désigne l'accélération du sol et \mathbf{r} est un vecteur dont les composantes sont unitaires pour les degrés de libertés correspondant à la direction du séisme et nulles sinon. L'expression (III.2) correspond en fait à l'équation de Newton écrite dans un référentiel d'inertie. Dans un premier temps, il est proposé de projeter l'équation dans la base des modes propres. Ceux-ci sont désignés par \mathbf{u} et correspondent à la résolution de l'équation (III.1) dans l'hypothèse d'un système libre ($\mathbf{P} = \mathbf{0}$) non amorti et en supposant que tous les degrés de liberté vibrent en phase de manière harmonique, c'est-à-dire que :

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot \sin(\omega t) \quad (\text{III.3})$$

Dans ces conditions, l'équation (III.1) peut se simplifier car $[C] = [0]$ et $\mathbf{P} = \mathbf{0}$. Vu (III.3), elle s'écrit finalement :

$$([K] - \omega^2[M])\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (\text{III.4})$$

Pour que (III.4) ne présente pas une solution trivialement nulle $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, il est nécessaire que le déterminant de la matrice du système soit nul. Cela signifie qu'on recherche donc des valeurs de ω qui permettent de s'assurer que :

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (\text{III.5})$$

Les valeurs de ω qui assurent ainsi la vérification de (III.5) permettent de calculer les fréquences propres du système. Une fois que ces N valeurs propres sont déterminées, on peut résoudre (III.4) et trouver les N vecteurs \mathbf{u} . On peut montrer que ceux-ci sont linéairement indépendants et qu'ils forment donc une nouvelle base de l'espace à N dimensions, dans laquelle on peut réaliser la décomposition du vecteur déplacement \mathbf{v} . On doit donc avoir :

$$\mathbf{v}(t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i \cdot \eta_i(t) = [\mathbf{U}] \cdot \boldsymbol{\eta}(t) \quad (\text{III.6})$$

où $\eta_i(t)$ sont les amplitudes modales et $[\mathbf{U}]$ est une matrice dans laquelle sont rangés les vecteurs \mathbf{u} . En outre, on peut également montrer que la matrice $[\mathbf{U}]$ permet de réaliser une diagonalisation des matrices $[\mathbf{M}]$ et $[\mathbf{K}]$. Dès lors, en injectant l'équation (III.6) dans (III.2) et prémultipliant l'équation par $[\mathbf{U}]^T$, on trouve :

$$[\mathbf{U}]^T [\mathbf{M}] [\mathbf{U}] \cdot \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + [\mathbf{U}]^T [\mathbf{C}] [\mathbf{U}] \cdot \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + [\mathbf{U}]^T [\mathbf{K}] [\mathbf{U}] \cdot \boldsymbol{\eta}(t) = -[\mathbf{U}]^T [\mathbf{M}] \cdot \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g \quad (\text{III.7})$$

L'intérêt de la démarche est que la diagonalisation des matrices $[\mathbf{M}]$ et $[\mathbf{K}]$ peut conduire à découpler toutes les équations du système (III.7), à condition que la matrice $[\mathbf{U}]$ diagonalise également la matrice d'amortissement $[\mathbf{C}]$, ce qui n'est pas le cas à priori. Si cette opération n'est pas réalisée, le système (III.7) n'est pas découpé et la démarche s'avère peu utile.

Afin de surmonter cette difficulté, on suppose souvent que l'amortissement structurel présente une première contribution qui est proportionnelle à la masse, et une seconde qui est plutôt liée à la raideur (amortissement de Rayleigh). On admet ainsi que :

$$[\mathbf{C}] = a[\mathbf{M}] + b[\mathbf{K}] \quad (\text{III.8})$$

où a et b sont deux coefficients à déterminer. Sous ces hypothèses, l'équation (III.7) peut s'écrire :

$$M_i^* \cdot \ddot{\eta}_i(t) + C_i^* \cdot \dot{\eta}_i(t) + K_i^* \cdot \eta_i(t) = -\mathbf{u}_i^T [\mathbf{M}] \cdot \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g \quad (\text{III.9})$$

où M_i^* , C_i^* et K_i^* sont les masse, amortissement et raideur généralisés. Ils correspondent aux termes diagonaux des matrices $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{C}]$ et $[\mathbf{K}]$ écrite en base modale. L'équation (III.9) est couramment réécrite de la manière suivante :

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\omega_i \xi_i \dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2 \cdot \eta_i(t) = -\frac{\mathbf{u}_i^T [\mathbf{M}] \mathbf{r}}{\mathbf{u}_i^T [\mathbf{M}] \mathbf{u}_i} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g = -\frac{L_i}{M_i^*} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g \quad (\text{III.10})$$

où ω_i est la pulsation propre i . Le rapport L_i/M_i^* est le facteur de participation modale. L'intérêt de la formulation (III.10) par rapport à (III.2) est que cette équation est beaucoup plus facile à résoudre, puisqu'elle ne contient plus aucun terme matriciel. En définitive, afin de résoudre l'équation (III.2), il suffit donc de rechercher les amplifications modales η_i .

Une fois que cette opération est réalisée, pour connaître les déplacements \mathbf{v} dans la base nodale, on peut se servir de la transformation (III.6) traduisant le changement de base. De ce

point de vue, afin d'alléger quelque peu les calculs, l'Eurocode 8⁷ autorise de ne considérer qu'un nombre limité N^* de modes, à condition que ceux-ci mobilisent au moins 90 % de la masse de la structure que l'on sait être mise en mouvement dans la direction du séisme. Cette condition peut être vérifiée au moyen de la masse collaborante M_i associée à chaque mode i . Par définition, on a :

$$M_i = \frac{L_i^2}{M_i^*} = \frac{(\mathbf{u}_i^T[M]\mathbf{r})^2}{\mathbf{u}_i^T[M]\mathbf{u}_i} \quad (III.11)$$

La condition sur le pourcentage de masse collaborante exprimée dans l'Eurocode peut donc se traduire par l'équation suivante :

$$\sum_{i=1}^{N^*} M_i = \sum_{i=1}^{N^*} \frac{(\mathbf{u}_i^T[M]\mathbf{r})^2}{\mathbf{u}_i^T[M]\mathbf{u}_i} \geq 0.9 M_T = 0.9 \sum_{i=1}^N \frac{(\mathbf{u}_i^T[M]\mathbf{r})^2}{\mathbf{u}_i^T[M]\mathbf{u}_i} = 0.9 \cdot \mathbf{r}^T[M]\mathbf{r} \quad (III.12)$$

où $M_T = \mathbf{r}^T[M]\mathbf{r}$ désigne la masse totale qui peut être sollicitée dans la direction \mathbf{r} . Il reste alors à choisir un nombre N^* de modes suffisant de manière à ce que (III.12) soit vérifiée.

1.1.2. Analyse modale spectrale

L'équation (III.10) a la même forme que celle caractérisant le mouvement d'un système à un seul degré de liberté, présentant un coefficient d'amortissement ξ_i , une pulsation propre ω_i et soumis à un séisme. Afin d'obtenir identiquement la même équation, on peut introduire la notation $q_i(t) = M_i^*/L_i \cdot \eta_i(t)$ qui permet alors de réécrire (III.10) selon :

$$\ddot{q}_i(t) + \dot{v}_g(t) + 2\omega_i\xi_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 \cdot q_i(t) = 0 \quad (III.13)$$

De façon tout à fait générale, cette équation peut se résoudre au moyen de l'intégrale de Duhamel :

$$q_i(t) = -\frac{1}{\omega_{d,i}} \int_0^t \dot{v}_g(\tau) \cdot e^{-\xi_i\omega_i(t-\tau)} \cdot \sin(\omega_{d,i}(t-\tau)) d\tau \quad (III.14)$$

où $\omega_{d,i} = \omega_i(1 - \xi_i^2)^{1/2}$. Pour le dimensionnement d'un système, il n'est pas forcément nécessaire de connaître la variation temporelle de $\eta_i(t)$ mais il est bien plus intéressant de se servir uniquement de la valeur maximale qui peut apparaître sur la durée du séisme caractérisé par $v_g(t)$. A cette fin, on peut se servir des spectres de réponse qui, pour chaque mode caractérisé par ω_i et ξ_i , permettent d'accéder à cette grandeur. On distingue d'ailleurs des spectres de déplacement S_d , de vitesse S_v et d'accélération S_a qui permettent de déduire rapidement le paramètre recherché en fonction de ω_i et ξ_i . Ainsi, pour établir un spectre en déplacement, il faut rechercher, pour plusieurs valeurs de ω_i et de ξ_i , quel est le maximum temporel de l'équation (III.14). En ce qui concerne les spectres d'accélération, ils sont établis directement sur base du spectre en déplacement au moyen de la relation suivante :

$$S_{pa}(\omega_i, \xi_i) = \omega_i^2 S_d(\omega_i, \xi_i) \quad (III.15)$$

⁷ prEN 1998-1 : 2004, 4.3.3.3.1(2)P et 4.3.3.3.1(3), p. 65.

On introduit ici la notation S_{pa} au lieu de S_a afin de signifier qu'il s'agit d'un spectre de pseudo-accélération et non d'accélération proprement dite. En pratique, l'Eurocode donne des spectres de réponse élastiques en accélération normalisés, qui ont été établis sur base d'un certain nombre d'accélérogrammes. Ils permettent alors de résoudre efficacement et rapidement les équations précédentes. Afin de réaliser l'analyse sismique, on est donc amené à rechercher les efforts \mathbf{F} maxima qu'il y a lieu d'appliquer à la structure. Ceux-ci sont donnés par :

$$\mathbf{F} = \max_t([K] \cdot \mathbf{v}(t)) = \max_t \left(\sum_{i=1}^N [K] \mathbf{u}_i \cdot \eta_i(t) \right) \quad (III.16)$$

En pratique, il est trop sécuritaire de considérer que les efforts à appliquer à la structure sont maxima simultanément. Par conséquent, l'analyse est plutôt réalisée mode par mode, en appliquant successivement aux nœuds des efforts \mathbf{F}_i donnés par :

$$\mathbf{F}_i = [K] \mathbf{u}_i \cdot \max_t(\eta_i(t)) = [M] \mathbf{u}_i \cdot \frac{L_i}{M_i^*} S_{pa} \quad (III.17)$$

et en recombinant ensuite les effets de manière adéquate. De ce point de vue, plusieurs méthodes existent. La plus simple consiste à procéder à une addition des effets pris en valeur absolue. Cette approche est toujours conservative car elle considère que les effets modaux maximaux se produisent tous simultanément, ce qui n'est pas forcément le cas dans la réalité. Bien que cela soit sécuritaire, on peut malgré tout en arriver à un surdimensionnement des structures et il est sans doute nécessaire de lui préférer d'autres approches, comme par exemple les combinaisons SRSS (racine carrée de la somme des carrés) ou CQC (combinaison quadratique complète).

1.1.3. Spectres normalisés de l'Eurocode 8

La partie 1 de l'Eurocode 8 fournit des spectres de réponse en accélération normalisés permettant d'avoir aisément accès aux valeurs de S_{pa} pour toute une gamme de périodes. Ces spectres doivent être calibrés en fonction du type de sol sur lequel l'ouvrage est construit par l'intermédiaire du paramètre⁸ S relatif aux effets de site ainsi que des périodes de référence T_B , T_C et T_D définissant les différentes parties du spectre. Les paramètres qui seront utilisés dans le cadre de ce travail ne sont pas repris dans ce paragraphe mais seront détaillés progressivement par la suite. Cependant, il convient de s'interroger ici quant à la manière d'utiliser les spectres de la partie 1 de l'Eurocode 8 pour le dimensionnement d'une écluse. Le problème se pose en effet dans le choix de l'accélération de calcul a_g dans le cadre d'un tel ouvrage. L'Eurocode 8 précise en effet que :

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} \quad (III.18)$$

où a_{gR} est l'accélération maximale de référence pour un sol de classe A et γ_I est un coefficient d'importance. Dans le cadre des exigences fondamentales⁹ imposées par

⁸ Les notations sont celles de l'Eurocode 8, partie 1 : prEN 1998-1 : 2004, § 3.2.2.2(1)P, p.40.

⁹ prEN 1998-1 : 2004, § 2.1(1)P, p.31.

l'Eurocode 8, le paramètre γ_I est susceptible de varier selon que l'on considère l'une ou l'autre situation suivante :

- l'exigence de non effondrement : l'action sismique de référence est ici associée à une période de retour T_R de 475 ans, soit une probabilité de dépassement P_L de 10 % sur une durée T_L de 50 ans. Le coefficient d'importance γ_I est unitaire pour cette situation.
- l'exigence de limitation des dommages : l'action sismique de référence est cette fois associée à une période de retour T_R de 95 ans, soit une probabilité de dépassement P_L de 10 % sur 10 ans. Le coefficient d'importance γ_I est unitaire pour cette situation.

Ces deux états de référence ainsi que les périodes de retour qui y sont associées définissent les deux actions sismiques de calcul dans le cadre des bâtiments. Dans le cas d'une écluse, il y a lieu de s'interroger sur les périodes de retour à considérer, car celles-ci ne doivent pas être forcément les mêmes que celles utilisées pour les bâtiments. Ceci se justifie par le fait que la durée de service des constructions hydrauliques (typiquement 100 ans¹⁰) est en général supérieure à celle des bâtiments. Dès lors, un coefficient γ_I différent de l'unité se doit d'être défini. Les valeurs proposées ici sont 1.15 pour l'exigence de limitation des dommages et 1.26 pour l'exigence de non effondrement. Davantage de détails quant l'obtention de ces valeurs sont repris dans l'annexe III.1.

1.2. Description de la structure étudiée

L'approche spectrale qui est présentée dans cette partie du travail est réalisée au moyen du logiciel éléments finis FINELG. Afin de se placer dans un cas concret, le travail se base sur la porte de l'écluse proposée par T.GERNAY dans le cadre de son propre travail de fin d'études. La configuration finale retenue résulte d'un processus d'optimisation qui a débouché sur le choix de la structure représentée à la figure III.1 ci-dessous¹¹. Il s'agit d'une porte suspendue à déplacement latéral, conçue pour être placée à l'aval de l'écluse. La hauteur d'eau maximale dans le sas considérée pour sa conception est de 12.05 m, tandis que la hauteur d'eau maximale dans le bief aval est de 4.5 m. Ces valeurs seront également adoptées dans ce travail. On considérera par ailleurs le cas d'un site éclusier dont les dimensions sont celles de la classe Va , si bien que la longueur L est de 112.5 m et la largeur l de 12.5 m.

La hauteur de la porte est de 13.6 m, pour une largeur de 13.7 m. Elle compte au total vingt raidisseurs, six cadres placés perpendiculairement aux raidisseurs et cinq traverses qui sont disposées horizontalement. Le bordé, les cadres, les traverses et les raidisseurs sont réalisés au moyen d'acier S235, dont le module d'élasticité est $E = 210000 MPa$ et pour lequel un coefficient de Poisson $\nu = 0.3$ a été considéré.

Afin de réaliser l'étude numérique de la porte, deux logiciels éléments finis ont été utilisés. Tout d'abord, il a été décidé de travailler avec FINELG, tout comme l'avait fait T.GERNAY pour son travail de fin d'études. Cependant, le modèle réalisé par T.GERNAY ne peut pas

¹⁰ Cette durée d'utilisation est également celle qui est présentée dans l'Eurocode 0 : EN 1990 : 2002, § 2.3(1).

¹¹ Les figures ainsi que l'entièreté des données reprises dans ce paragraphe sont directement tirées du travail de fin d'étude de T.GERNAY.

directement être réutilisé ici car il ne considérait qu'une demi-structure. Cette façon de procéder se justifiait par le fait que la structure était symétrique et symétriquement chargée. Dans le cas présent, il n'est pas possible de suivre une telle démarche car la symétrie du problème n'est pas forcément garantie. En outre, les conditions d'appui à imposer le long de l'axe de symétrie de la structure sont difficiles à déterminer si l'on veut représenter correctement la raideur des éléments qui constituent la porte.

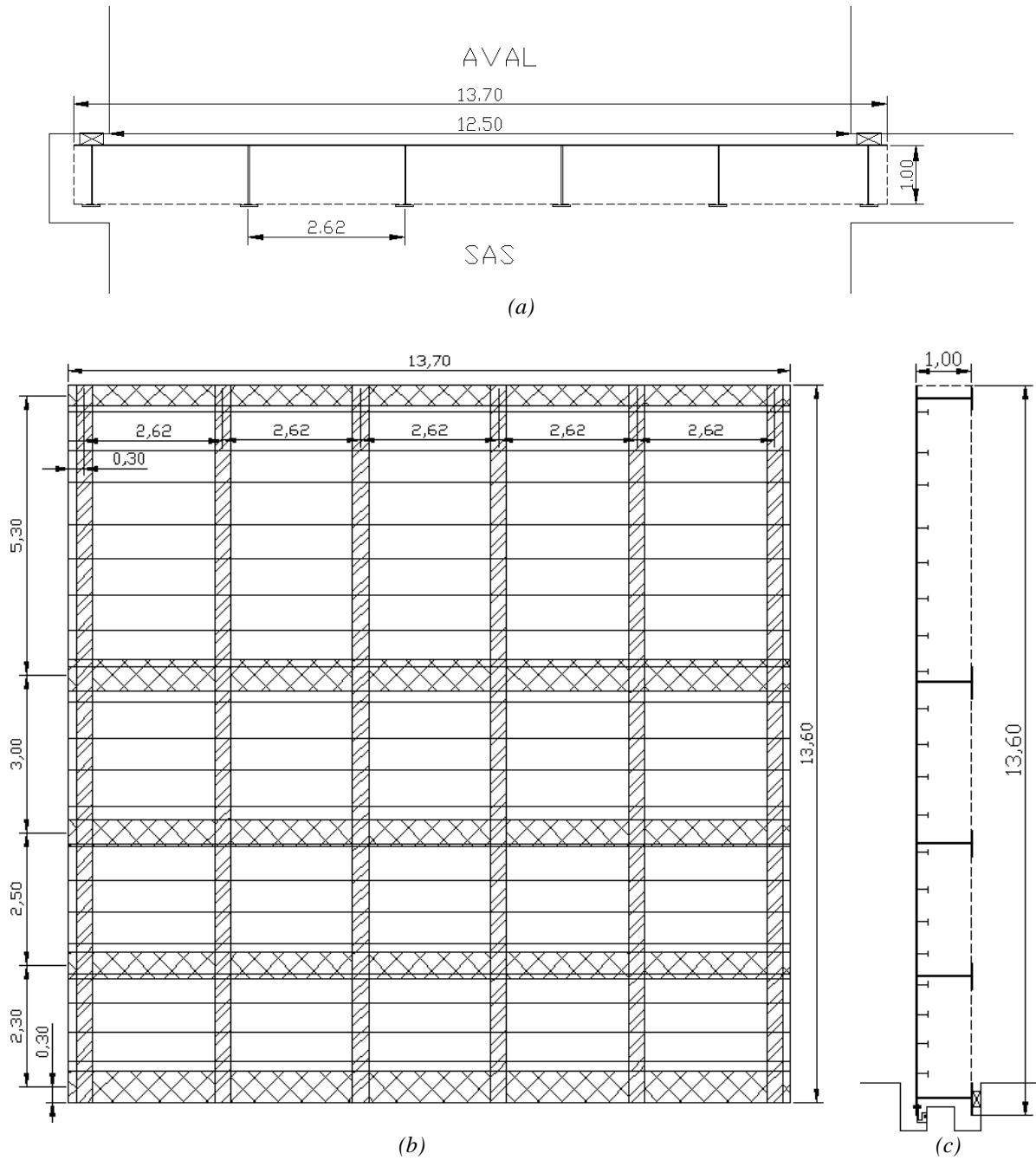


Figure III.1 – Vues en plan et en élévation de la porte aval

Pour les deux raisons précédentes, il a été décidé finalement de ne pas se servir du modèle développé par T.GERNAY mais d'en réaliser un nouveau en considérant l'entièreté de la structure. Celui-ci est composé d'éléments finis de type plaques pour réaliser le bordé tandis que les traverses, les raidisseurs et les cadres utilisent quant à eux des éléments finis de type poutre.

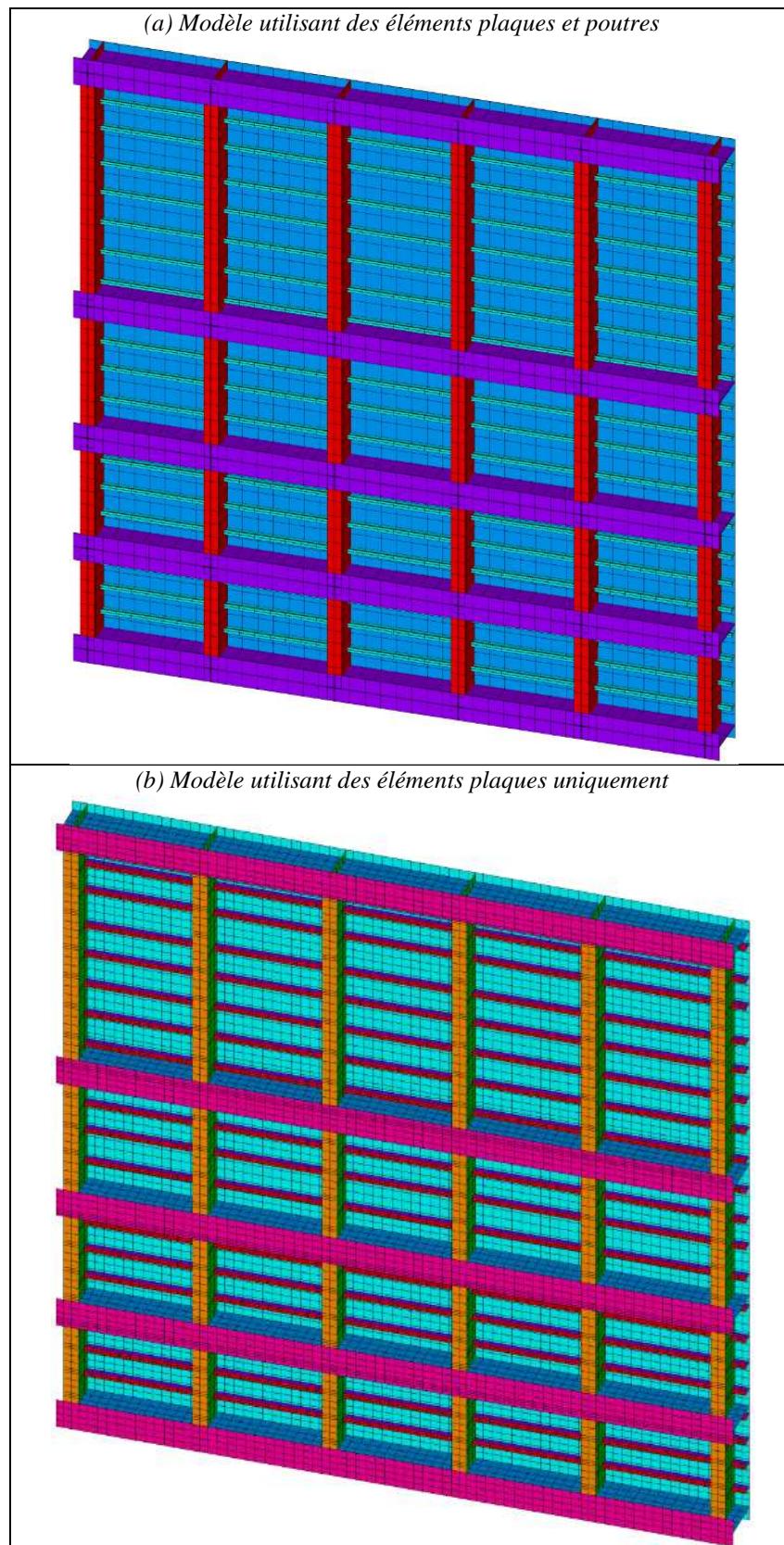


Figure III.2 – Représentation des deux modèles considérés

Dans un second temps, il a été décidé de travailler avec le logiciel ANSYS. Deux modèles éléments finis ont été considérés dans ce cas. Le premier, représenté à la figure III.2a, est identique à celui utilisé pour FINELG. Le second, représenté à la figure III.2b, n'utilise que des

éléments plaques. L'avantage de ce dernier est qu'il permet d'afficher directement les contraintes en tout point de la structure. En effet, contrairement aux éléments plaques, les éléments poutres ne fournissent que les MNT calculés sur leur section, si bien qu'il est impossible d'y visualiser directement les contraintes.

	FINELG	ANSYS (plaques et poutres)	ANSYS (plaques uniquement)
1	20 Hz	18.5 Hz	17.9 Hz
2	32 Hz	31.5 Hz	28.9 Hz
3	45.4 Hz	44.1 Hz	44 Hz
4	53.7 Hz	54.9 Hz	47.7 Hz
5	55.3 Hz	55.3 Hz	48.1 Hz

Tableau III.1 – Comparaison des fréquences propres

Le choix entre les modèles des figures III.2a et III.2b n'est pas équivalent car les propriétés modales de la structure sont différentes dans les deux cas. En effet, si on fait appel à des éléments de type poutres, le modèle obtenu dans ce cas sera plus rigide que si on n'utilise que des plaques. Cela est confirmé par le tableau III.1, où on note une diminution des fréquences propres de la structure lorsque celle-ci est modélisée uniquement par des plaques.

1.3. Modélisation de la pression impulsive

Les formules développées dans la partie II du travail montrent clairement l'existence d'une masse d'eau qui se déplace en phase avec le mouvement sismique, c'est-à-dire dont la variation temporelle se fait comme $\ddot{X}(t)$. Ceci correspond au terme impulsif de la pression. Le terme convectif peut être quant à lui valablement représenté par l'intermédiaire de masses fixées à la porte au moyen de ressorts.

1.3.1. Approche par masses ajoutées

Afin de représenter l'action sismique, il n'est pas réaliste de considérer strictement le modèle mécaniquement équivalent présenté dans la partie II.4 de ce travail. En effet, le fait de modéliser la pression impulsive par une seule masse totale fixée rigidement en un seul point de la porte est irréaliste, car cela induirait des effets locaux trop importants. L'idée est donc de représenter l'action des pressions par plusieurs masses ajoutées réparties sur la partie immergée de la porte plutôt que de ne considérer qu'une seule masse totale. En quelque sorte, il s'agit de réaliser un modèle équivalent, mais à l'échelle locale. Ce concept des masses ajoutées est également celui qui est proposé par l'USACE (1999).

La question se pose alors de savoir comment calibrer ces masses ajoutées localement, de manière à représenter correctement les effets des pressions hydrodynamiques. Comme les contributions impulsives et convectives ont été précisément établies dans la formule donnant la pression hydrodynamique totale, la façon la plus simple de résoudre le problème consiste sans doute à adopter une distribution locale des masses qui soit homothétique au diagramme de pression considéré. Cette démarche est illustrée à la figure III.3, dont la partie gauche représente le maillage du bordé de la porte. La partie droite illustre la variation de la pression (convective ou impulsive) avec la profondeur. L'idée est de remplacer localement la distribution réelle $p(y)$ par une répartition uniforme dont la valeur $p_i = p(y_i)$ correspond à la

pression réelle au nœud N_i situé en (y_i, z_i) . Par conséquent, la force résultante P_i est donnée par :

$$P_i = p_i \frac{\Delta y_i + \Delta y_{i+1}}{2} \cdot \frac{\Delta z_i + \Delta z_{i+1}}{2} \quad (III.19)$$

En définitive, le modèle qui est finalement étudié se base sur le maillage de la porte auquel on vient ajouter des masses nodales concentrées supplémentaires, disposées aux nœuds formant le bordé de la porte et se déplaçant par conséquent avec elle lors du séisme.

En outre, il convient de calculer ces masses en tenant compte non seulement d'un apport venant du sas, mais également des biefs. Dans le cas présent d'une composante de l'action sismique dirigée selon l'axe x (c'est-à-dire perpendiculairement au plan de la porte), il faut additionner les masses impulsives représentant les actions dans le sas et dans le bief. Comme on le verra par la suite, dans le cas d'autres composantes de l'action sismique, il peut s'avérer nécessaire de procéder à une soustraction de ces masses pour tenir compte du fait que les pressions impulsives agissent en sens contraire de part et d'autre de la porte.

Dans le cas d'une accélération sismique perpendiculaire au plan de la porte, on procède à une sommation, car les pressions agissent dans le même sens. Comme mentionné dans la partie II, cela s'explique par le fait que lorsqu'il y a un refoulement de l'eau vers le bief, il apparaît une surpression sur le bordé côté bief tandis qu'il se forme une dépression côté sas. Les pressions s'additionnent donc et il faut dès lors procéder de même au niveau des masses.

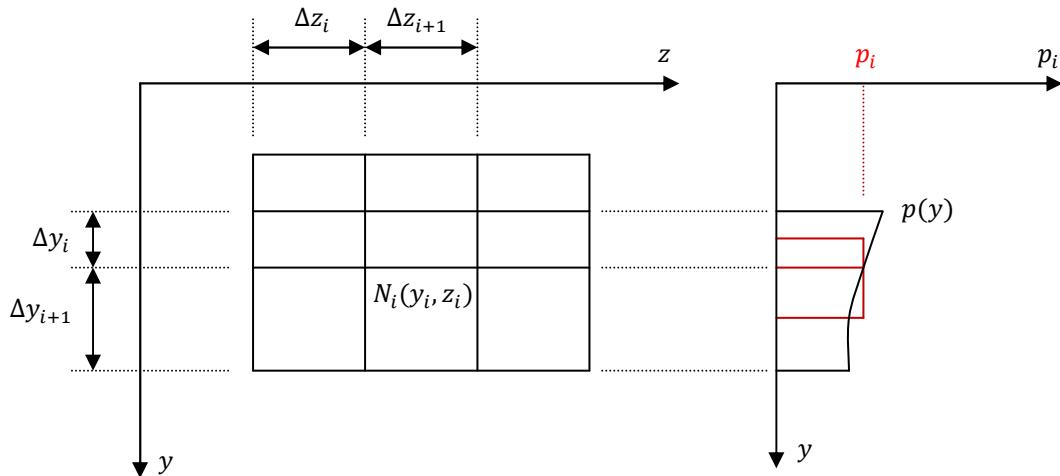


Figure III.3 – Principe du calcul des masses ajoutées

Le calcul des masses ajoutées peut se faire directement sur base des formules développées dans la partie II. En travaillant selon le principe illustré par la figure III.3 et par l'équation (III.19), on a les formulations suivantes :

- la masse ajoutée représentant les effets impulsifs dans le sas peut être calibrée de manière à être homothétique à l'équation (II.53). En procédant de la sorte, on trouve :

$$m_{0,s}(y) = \rho \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \left(\frac{L}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L}{(2n-1)^2 \pi^2} \cdot \frac{\cosh((2n-1)\pi(y-h_s)/L)}{\cosh(((2n-1)\pi h_s)/L)} \right) \quad (III.20)$$

- la masse ajoutée représentant les effets impulsifs dans le bief peut être calibrée de manière à être homothétique à l'équation (II.85). En procédant de la sorte, on trouve :

$$m_{0,b}(y) = \rho \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8h_b}{(2n-1)^2\pi^2} \cdot \sin\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2h_b}\right) \quad (III.21)$$

Comme annoncé précédemment, la masse totale à ajouter à la profondeur y est formée par l'addition des deux contributions précédentes, si bien que $m_0(y) = m_{0,b}(y) + m_{0,s}(y)$. En procédant de la sorte, on obtient le résultat représenté à la figure III.4 (seule la moitié de la porte a été dessinée), où il convient de remarquer que les masses concentrées sont uniquement réparties sur la hauteur immergée de la porte. Une observation attentive de la figure III.4 montre aussi que, contrairement à ce que l'on pourrait penser au vu des diagrammes de pression impulsive présentés dans la partie II, la valeur des masses ajoutées ne croît pas de façon monotone lorsqu'on se rapproche du fond. Cela s'explique uniquement par l'irrégularité du maillage qui fait qu'en certaines tranches, les masses sont plus serrées.

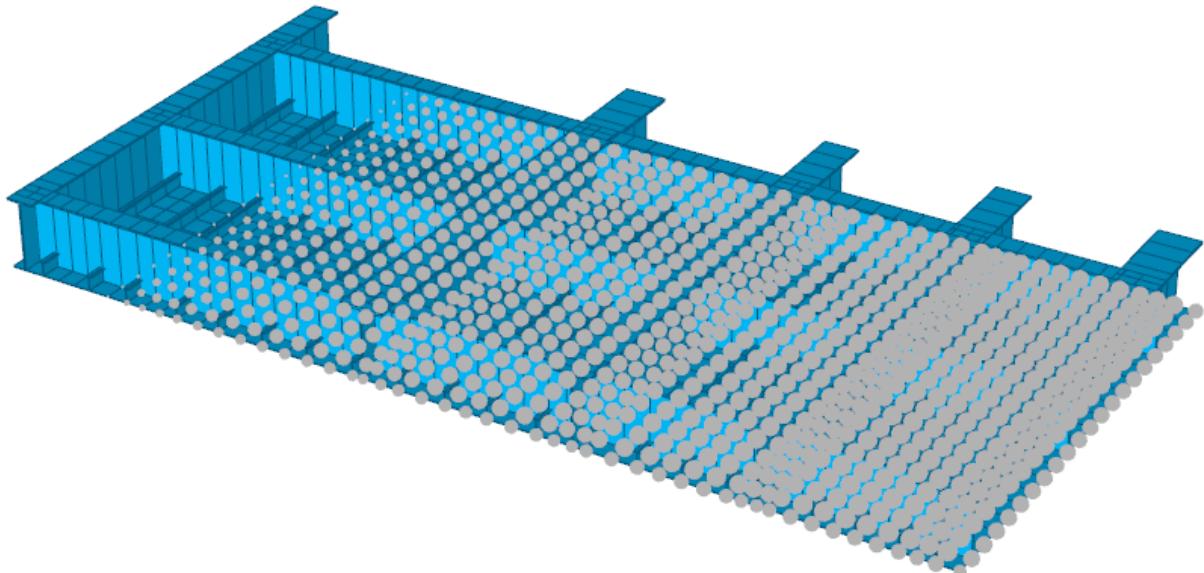


Figure III.4 – Masses impulsives ajoutées à la porte

1.3.2. Justification matricielle

A ce stade, il est intéressant de s'interroger sur la manière dont on peut traduire l'action impulsive sous forme matricielle, c'est-à-dire en utilisant une équation similaire à (III.2). Pour cela, on suppose que l'on peut représenter cette action sous la forme de forces concentrées aux différents noeuds du maillage. On obtient ainsi un vecteur $\mathbf{P}(t)$ de charges nodales qui ne présente des valeurs non nulles qu'aux degrés de libertés correspondant à la direction x perpendiculaire à la porte. En vertu de ce qui précède, on peut écrire le vecteur \mathbf{P} de la manière suivante :

$$\mathbf{P}(t) = -[M_a] \cdot \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g(t) \quad (III.22)$$

où $[M_a]$ est la matrice des masses ajoutées. Ce résultat peut être introduit dans l'équation (III.2) :

$$[M_0]\ddot{\mathbf{v}} + [C]\dot{\mathbf{v}} + [K]\mathbf{v} = -[M_0] \cdot \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{X}} - [M_a] \cdot \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{X}} \quad (III.23)$$

où $[M_0]$ désigne la matrice de masse de la structure initiale. L'équation (III.23) est idéale, dans la mesure où elle ne correspond pas à ce qui est réalisé dans FINELG. En effet, la modélisation est telle que les masses concentrées font réellement partie de la porte, si bien qu'il ne peut y avoir de déplacement relatif entre elles et la structure initiale, comme cela est supposé dans (III.23). L'équation qui est réalisée dans FINELG est plutôt :

$$([M_0] + [M_a])(\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{X}}) + [C]\dot{\mathbf{v}} + [K]\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (\text{III.24})$$

$$\Leftrightarrow [M_0]\ddot{\mathbf{v}} + [C]\dot{\mathbf{v}} + [K]\mathbf{v} = -[M_0] \cdot \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{X}} - [M_a] \cdot \mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{X}} - [M_a]\dot{\mathbf{v}} \quad (\text{III.25})$$

Par rapport à (III.23), on voit dans (III.25) une force supplémentaire $[M_a]\dot{\mathbf{v}}$ qui vient du fait que les masses concentrées suivent les déplacements de la structure. Tout se passe donc comme si la masse impulsive rigide était augmentée d'une certaine quantité proportionnelle à l'accélération de la porte, ce qui peut être vu comme une façon de prendre en compte la pression impulsive flexible. Cette justification est également introduite par l'USACE¹². L'existence de cette partie flexible est aussi mentionnée dans la partie 4 de l'Eurocode 8 traitant des réservoirs. Dans les développements de la partie II du travail, cette contribution n'a pas été prise en compte car les portes étaient supposées indéformables. Les effets de l'interaction fluide-structure seront davantage discutés dans la suite (voir section 3).

1.4. Modélisation de la pression convective

La représentation de la pression convective suit la même démarche que celle qui a été décrite précédemment. On propose donc ici de travailler aussi avec un concept de masses ajoutées, calibrées de manière homothétique au diagramme de pression convective. Cependant, contrairement au cas précédent, ces masses ne doivent pas être placées au niveau du bordé de la porte car elles ne se déplacent pas en phase avec l'action sismique. L'idée est donc de liaisonner ces masses à la porte en utilisant des ressorts, dont la raideur est donnée par (II.102). Ce faisant, on obtient le modèle de la figure III.5 (seule la moitié de la porte a été représentée).

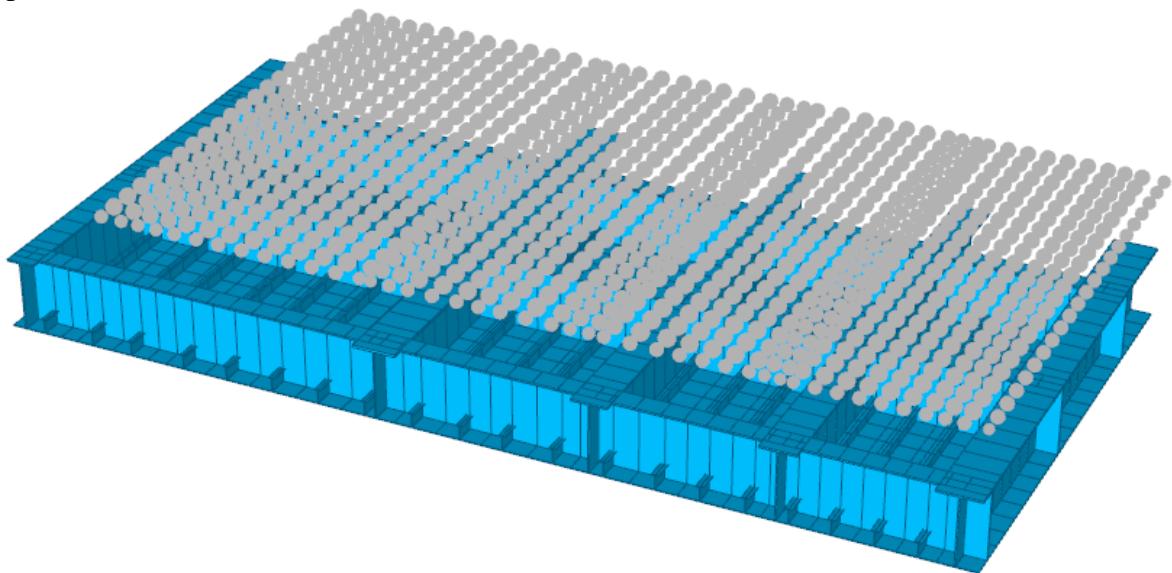


Figure III.5 – Masses convectives ajoutées à la porte

¹² EM 1110-2-6051, p.2-7.

Afin de savoir quelle est la valeur des différentes masses, on peut repartir de la formule (II.53) donnant la pression convective dans le sas. Dans cette équation, la pression est exprimée comme la somme de diverses contributions caractérisées chacune par une pulsation de ballottement ω_n . A priori, il existe une infinité de modes de ballottement. Comme cela est par ailleurs suggéré dans l'Eurocode 8¹³ et mentionné dans la partie II du travail, il n'est pas nécessaire de prendre en compte la totalité des modes. Généralement, on se limite au premier mode. La masse correspondante est alors donnée par la formule :

$$m_{1,s}(y) = \frac{4\rho L}{\pi^2 \cosh(\pi h_s/L)} \cosh\left(\frac{\pi(y - h_s)}{L}\right) \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (III.26)$$

A la profondeur discrète représentée par y_i , la masse à y associer, tout comme dans le cas de la pression impulsive, est donnée par $m_{1,s}(y_i)$. Cette masse se retrouve alors liée au nœud N_i du bordé par l'intermédiaire d'un ressort dont la raideur $k_{1,s}$ est simplement donnée par :

$$k_{1,s} = m_{1,s} \cdot \omega_{1,s}^2 = m_{1,s} \cdot \frac{\pi g}{L} \tanh(\pi h_s/L) \quad (III.27)$$

où $\omega_{1,s}$ correspond à la première pulsation de ballottement. Par conséquent, chacun des ressorts reçoit une raideur telle que le rapport $m_{1,s}/k_{1,s}$ soit constant, ce qui signifie que toutes les masses convectives doivent vibrer en phase. En pratique, pour des raisons numériques, ceci n'est pas observé si bien que pour ne retrouver qu'une fréquence unique de ballottement, on peut par exemple liaisonner toutes les masses concentrées entre elles au moyen d'éléments poutres de très grande raideur. De cette manière, on les force à vibrer toutes en phase. On obtient alors la représentation de la figure III.6 (où les masses concentrées n'ont pas été représentées). Comme on peut le voir, ce grillage ne doit s'étendre que sur la partie immergée de la porte.

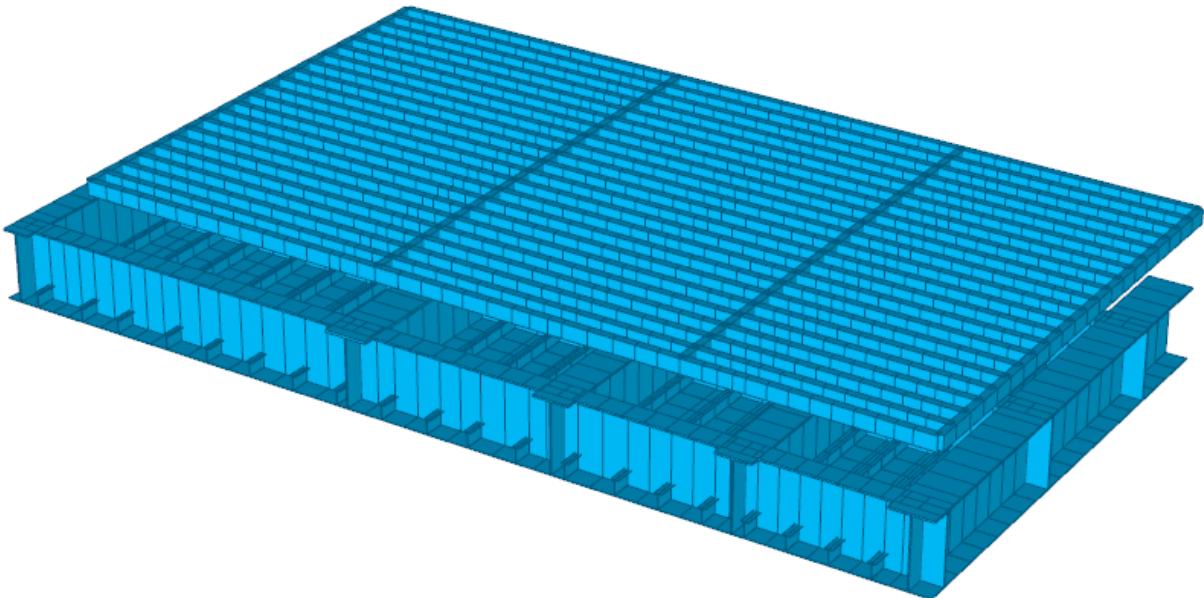


Figure III.6 – *Grillage additionnel à la porte*

¹³ prEN 1998-4 : 2006, § A.2.1.3, p. 49.

2. Etude de l'importance des effets convectifs

Le but de cette section est de s'interroger sur l'importance de la pression convective vis-à-vis des effets de la partie impulsive. Cette démarche vise éventuellement à simplifier le modèle étudié. Pour cela, on propose de réaliser une étude préalable de la porte d'écluse soumise à un séisme agissant dans une direction perpendiculaire au plan de la porte uniquement (c'est-à-dire selon la direction x). Par ailleurs, étant donné que cette partie du travail ne concerne pas l'étude d'une situation bien définie, les paramètres ajustant le spectre de l'Eurocode sont, par défaut, ceux qui sont repris dans le tableau III.2.

a_{gR}	γ_I	S	T_B	T_C	T_D	Type
$0.25g$	1.26	1	0.05 s	0.25 s	1.2 s	2

Tableau III.2 – Valeurs utilisées pour calibrer le spectre de l'Eurocode

2.1. Méthodes d'analyse

2.1.1. Spectres à considérer

Le calcul spectral de la porte d'écluse est compliqué par des difficultés liées au coefficient d'amortissement ξ à considérer ainsi qu'éventuellement au coefficient de comportement q qui peut intervenir dans le spectre de réponse. En effet, la valeur de ξ qu'il faut envisager est différente pour le liquide et pour la structure. De ce point de vue, l'Eurocode recommande la valeur $\xi = 0.5\%$ pour l'amortissement fluide et $\xi = 5\%$ pour l'amortissement structurel¹⁴. Toutefois, pour les structures en acier, il est plus courant de travailler avec un amortissement valant seulement 2 %. Par conséquent, c'est cette valeur qui sera retenue pour réaliser les calculs par la suite.

Par ailleurs, comme il ne peut être associé aucune dissipation d'énergie à la réponse convective du liquide, le spectre de calcul à utiliser dans ce cas est forcément obtenu en prenant $q = 1$. Par contre, en ce qui concerne la pression impulsive et l'inertie de la porte, une certaine dissipation d'énergie peut être envisagée, si bien qu'une valeur de q supérieure à l'unité peut être utilisée dans la définition du spectre. A ce sujet, on mentionne souvent $q = 1.5$. A titre illustratif, la figure III.7 montre l'allure des deux spectres à considérer pour l'analyse spectrale (avec les valeurs du tableau III.2).

Afin de prendre en compte les difficultés citées précédemment, il y a donc lieu de calculer les effets liés à la pression convective d'une part ainsi que les effets liés à l'inertie de la porte et à la pression impulsive d'autre part, puis de réaliser une combinaison adéquate des maxima. Toutefois, comme les spectres à considérer sont différents (voir figure III.7), il faut, en théorie, réaliser une double analyse. La première n'envisagerait que l'action de l'inertie de la porte ainsi que de la partie impulsive de la pression. Cette étape doit se faire en considérant le spectre de la figure III.7 pour lequel $\xi = 2\%$ avec éventuellement $q > 1$. La seconde n'envisagerait que l'action de la partie convective de la pression hydrodynamique et se baserait cette fois sur le spectre amorti à 0.5 % de la figure III.7.

¹⁴ Voir prEN 1998-4 : 2006, 2.3.2.1(1) et 2.3.2.2(1) pour les amortissements structurel et fluide.

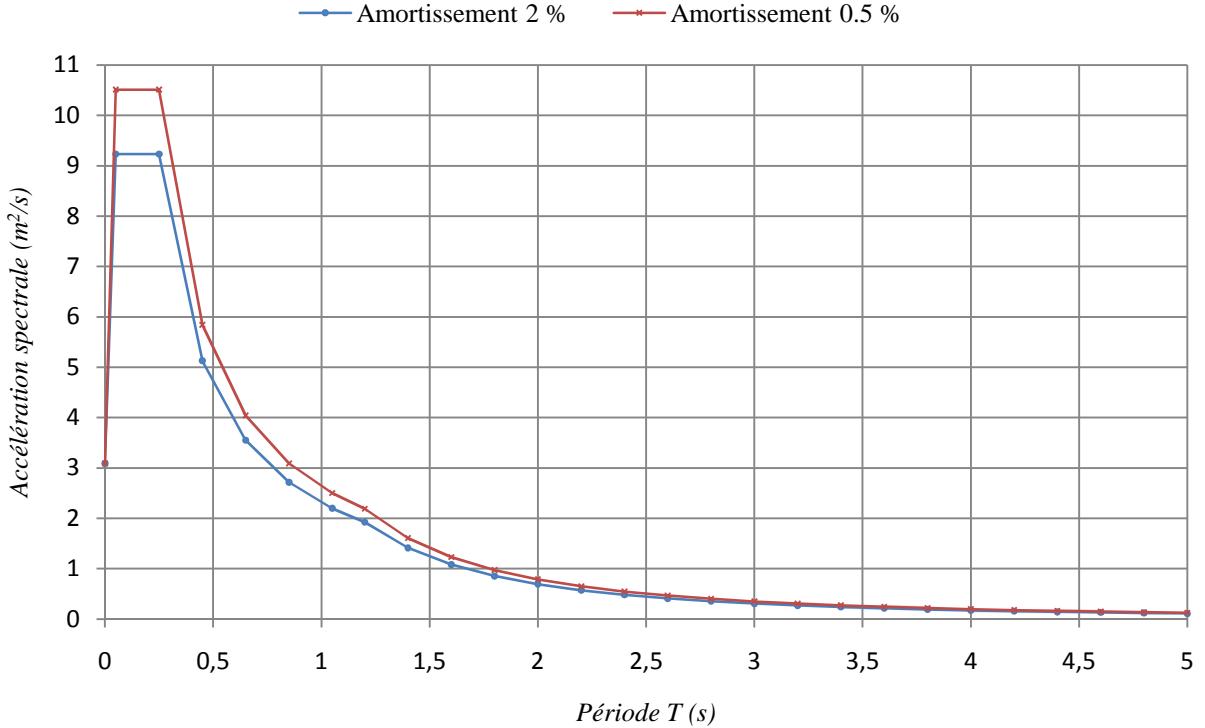


Figure III.7 – Spectres de l'Eurocode avec des amortissements différents

2.1.2. Amortissements à considérer

Comme il vient d'être dit, le coefficient d'amortissement ξ utilisé pour l'acier est de 2 %. Cependant, celui-ci doit être différent selon la structure qui est analysée. En effet, comme la présence d'eau ne peut pas conduire à une augmentation de l'amortissement, il y a lieu de corriger celui-ci si on travaille en utilisant des masses ajoutées. Une manière simple d'intégrer cette remarque dans le calcul consiste à assimiler la porte de l'écluse à une structure à un seul degré de liberté (une réflexion sur une approche différente est proposée dans l'annexe III.2). L'équation (III.24) ne s'écrit plus alors sous forme matricielle et on a :

$$(M_0 + M_a) \cdot \ddot{v}(t) + C \cdot \dot{v}(t) + K \cdot v(t) = -(M_0 + M_a) \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{III.28})$$

On peut écrire (III.28) de manière à y faire apparaître le coefficient d'amortissement voulu ξ . Celui-ci est alors donné par :

$$\xi = \frac{C}{2(M_0 + M_a)\omega} = \frac{C}{2\sqrt{K(M_0 + M_a)}} \quad (\text{III.29})$$

En l'absence de masses ajoutées, le coefficient d'amortissement aurait été différent. En effet, si $M_a = 0$ dans l'équation (III.29), on obtient :

$$\xi_0 = \frac{C}{2M_0\omega_0} = \frac{C}{2\sqrt{KM_0}} \quad (\text{III.30})$$

Ce coefficient d'amortissement à vide correspond à la valeur de 2 % qui a été annoncée précédemment. Par contre, la valeur de ξ doit être corrigée car l'alourdissement de la structure

du fait de la présence des masses ajoutées n'est que fictif : il modélise une pression et on ne peut y relier aucun amortissement supplémentaire. Dès lors, l'amortissement absolu C intervenant dans (III.29) et (III.30) doit bien rester le même dans les deux cas. Cela conduit à :

$$2\sqrt{KM_0} \cdot \xi_0 = 2\sqrt{K(M_0 + M_a)} \cdot \xi \Leftrightarrow \xi = \sqrt{\frac{M_0}{M_0 + M_a}} \cdot \xi_0 \quad (\text{III.31})$$

Dans le cas de la porte considérée, la masse propre M_0 est de 61763 kg tandis que la masse ajoutée totale M_a modélisant l'action de la pression impulsive vaut 1247206 kg. L'application de (III.31) conduit à $\xi = 0.4\%$. Par conséquent, lorsqu'on travaille sur base d'un modèle à masses ajoutées, le spectre de l'Eurocode à considérer doit correspondre à cette valeur de ξ .

2.1.3. Méthode à considérer

La démarche détaillée ci-avant présente l'inconvénient de devoir réaliser une double analyse de la structure. Une manière alternative de procéder (PLUMIER, DEGEE, 2009), plus efficace que la précédente, consiste à utiliser un spectre particulier, réalisant la combinaison d'un premier spectre à 0.4 % et d'un second à 0.5 %. Cette approche est possible justement car il existe une séparation importante entre la fréquence du premier mode de ballottement et les fréquences propres de la structure. Le principe est représenté à la figure III.8 (il ne s'agit pas du spectre qui sera réellement utilisé). Sur l'intervalle $[0, T_X]$, on retrouve le « spectre structurel » avec $\xi = 0.4\%$ tandis qu'au-delà de T_X , on retrouve le « spectre fluide » de la figure III.7 pour lequel $\xi = 0.5\%$. La courbe obtenue en définitive est donc discontinue au droit de T_X . Le choix de la période de séparation T_X doit être adéquatement fait, de telle sorte que la plus petite fréquence propre de la structure soit bien englobée dans l'intervalle $[0, T_X]$. En pratique, étant donné qu'il y a peu de différence entre un amortissement à 0.4 ou 0.5 %, on pourrait travailler de façon sécuritaire en ne considérant qu'un seul spectre à 0.4 %.

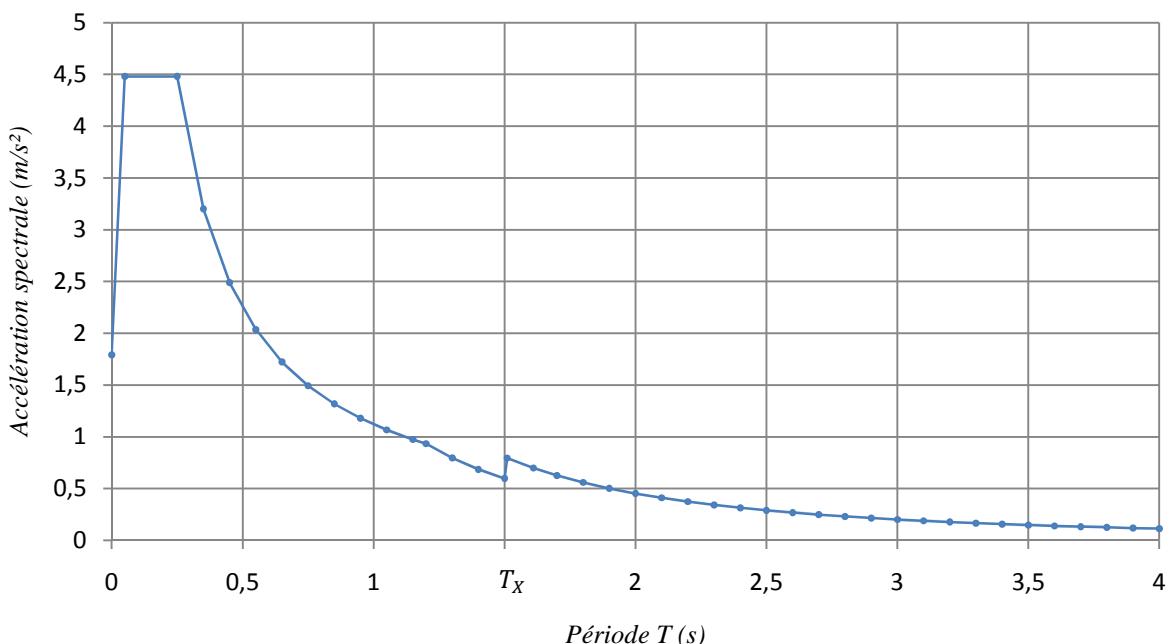


Figure III.8 – Principe d'un spectre combiné

En adoptant l'approche précédente, l'analyse peut se faire directement sur la structure globale, incluant les masses impulsives et convectives. Cela n'est possible que dans la mesure où les modes propres et les fréquences propres de la structure sont peu influencés par la présence des masses convectives ajoutées (voir tableau III.3). En pratique, comme la raideur des ressorts liant les masses convectives à la porte de l'écluse est relativement faible, cette influence ne se fait pratiquement pas sentir.

Le calcul est donc directement réalisé sur la structure incluant la porte, les masses ajoutées impulsives et les masses ajoutées convectives. Un seul spectre combiné est défini, si bien que FINELG ne doit tourner qu'une seule fois. Cette analyse spectrale doit cependant veiller à mobiliser une masse collaborante suffisante, abstraction faite de la partie convective qui a été ajoutée. Dans le cadre de l'écluse envisagée, FINELG montre que l'exigence vis-à-vis de la masse collaborante sait être rencontrée en ne considérant qu'un nombre limité de modes. Dans le cas présent, 33 modes ont été utilisés. Typiquement, le premier mode propre concentre à lui seul près de 63 % de la masse collaborante suivant x . Le reste se répartit entre les autres modes mais de manière moins significative car il s'agit de modes beaucoup plus locaux. Dans un but illustratif, la figure III.9 montre le premier mode propre.

	<i>Avec masses convectives</i>	<i>Sans masses convectives</i>	<i>Ecart relatif</i>
Fréquence 1	3.7428 Hz	3.7451 Hz	0.06 %
Fréquence 2	4.5702 Hz	4.5711 Hz	0.02 %
Fréquence 3	5.4928 Hz	5.4935 Hz	0.01 %
Fréquence 4	5.4934 Hz	5.4941 Hz	0.01 %
Fréquence 5	5.8575 Hz	5.8582 Hz	0.01 %
Ballottement	0.0474 Hz	/	/

Tableau III.3 – Comparaison des fréquences propres

2.2. Effets de la pression convective

2.2.1. Comparaison des résultats

Afin d'observer quelle est la contribution de la pression convective dans les résultats, il suffit de réaliser l'analyse spectrale de la structure sans masses convectives et avec masses convectives. Cela peut se faire en utilisant la méthodologie décrite précédemment. On utilisera donc un spectre combiné, semblable à celui de figure III.8, si ce n'est que la discontinuité au droit de T_X est beaucoup moins marquée. Cela résulte du positionnement de T_X . Il convient en effet de placer cette période de discontinuité entre la période propre du mode de ballottement considéré et la plus grande période propre de la structure. La pulsation propre de ballottement peut être calculée par les formules présentées dans la partie II et vaut 21,3 s. Une analyse modale de la structure montre pour sa part que la plus petite fréquence est de 3.74 Hz, ce qui donne une période propre de 0.27 s. Par conséquent, on dispose d'une plage suffisamment large que pour pouvoir placer T_X adéquatement.

Dans le cas présent, on a choisi $T_X = 20$ s, ce qui revient à positionner la discontinuité dans la partie du spectre décroissant en $1/T^2$ et où on ne constate plus de différence entre une courbe à $\xi = 0.5$ % et $\xi = 0.4$ %. En outre, on conçoit déjà que les accélérations étant tellement faibles dans cette partie du spectre, les effets du mode de ballottements ne sauront sans doute pas être prépondérants par rapport à ceux des modes de la structure.

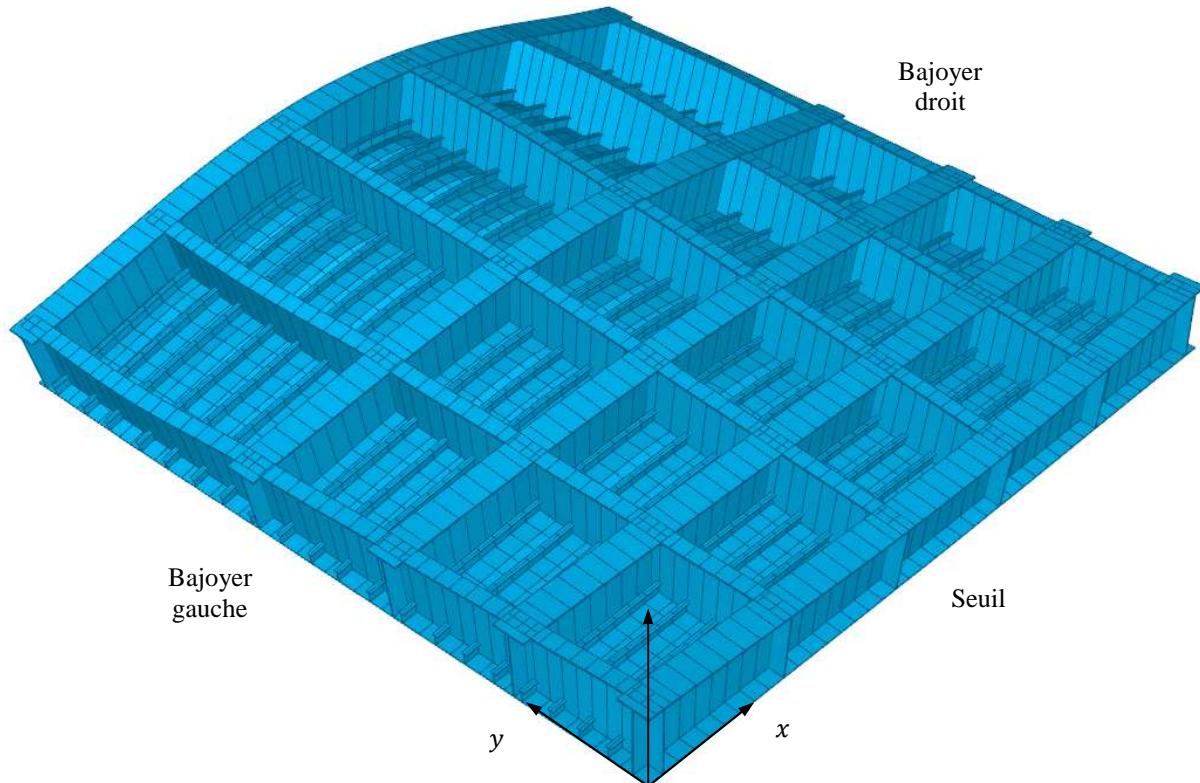


Figure III.9 – Représentation du premier et du troisième mode propre

Les résultats obtenus par ces deux analyses sont repris dans le tableau III.4 qui donne les écarts relatifs extrêmes qui sont constatés au niveau des réactions d'appui ainsi que des efforts internes relevés dans les éléments de type poutre de la porte, selon qu'on envisage ou pas l'action convective. Les directions x , y , z sont celles de la figure III.4. On y voit clairement que les effets provenant de la pression convective n'ont quasiment aucune influence. Cette conclusion avait déjà partiellement été mentionnée dans la première partie du travail.

			Ecart relatif maximum
Réactions d'appui	Force	x	1.2 %
	Force	y	2.1 %
	Force	z	6.8 %
	Moment	x	0.0 %
	Moment	y	32.9 %
	Moment	z	4.5 %
Eléments poutres	Effort normal	x	10.1 %
	Effort tranchant	y	12.5 %
	Effort tranchant	z	11.4 %
	Moment de flexion	y	12.1 %
	Moment de flexion	z	13.0 %
	Moment de torsion	x	12.9 %

Tableau III.4 – Comparaison des résultats avec et sans pression convective

L'intérêt de négliger la pression convective réside essentiellement dans une simplification du modèle (il y a en effet moins de noeuds à introduire puisqu'on ne doit plus ajouter les masses concentrées convectives). Cela réduit également le temps de calcul.

Par ailleurs, il convient de noter qu'une simplification supplémentaire pourrait également intervenir dans l'analyse spectrale de la structure. Celle-ci se base sur le constat que la masse

propre de la porte de l'écluse est relativement faible par rapport aux masses ajoutées représentant l'action de la pression impulsive. A titre indicatif, le tableau III.5 reprend les valeurs de la masse totale de la porte ainsi que la masse totale impulsive ajoutée. La dernière ligne du tableau donne les pourcentages respectifs par rapport à la masse totale. Une observation rapide du tableau III.5 montre qu'il est tout à fait possible de négliger les effets provenant de l'inertie de la porte vis-à-vis de ceux produits par les masses ajoutées impulsives. Cette simplification se fait par ailleurs en accord avec l'Eurocode 8 qui mentionne¹⁵ que « *pour les réservoirs en acier, les forces d'inertie agissant sur la coque sont, à cause de la masse de cette dernière, faibles en comparaison des forces hydrodynamiques et peuvent être négligées. Par contre, il convient de ne pas les négliger dans le cas de réservoir en béton* ». Cette citation s'inscrit dans le cadre de la partie 4 de l'Eurocode 8, laquelle est dévolue au calcul des réservoirs et non des écluses. Cependant, au vu des valeurs renseignées dans le tableau III.5, elle trouve également une justification pour le dimensionnement de tels ouvrages. Cette démarche est cohérente avec l'approche simple qui est présentée dans le cadre de ce travail et consiste à voir finalement une écluse comme un grand réservoir.

<i>Masse propre</i>	<i>Masse impulsive</i>
61763 kg	1247206 kg
4.7 %	95.3 %

Tableau III.5 – Comparaison des masses

Bien qu'il soit sans doute utile de simplifier le plus possible le modèle (pour autant que cela soit justifié), le fait de négliger les effets liés à l'inertie de la porte est d'un intérêt limité en pratique car cela ne demande aucun effort particulier lors de la réalisation du modèle éléments finis sur FINELG, si ce n'est l'introduction correcte des masses volumiques.

2.2.2. Calcul de la hauteur de la vague convective

Un intérêt éventuel qu'on pourrait associer à la prise en compte des effets convectifs dans le sas résulte dans le calcul de la hauteur de la vague qui est associée aux mouvements de la surface libre. En effet, il y a lieu de s'assurer que l'eau contenue dans le sas ne débordera pas dans le bief. Afin de le vérifier, il faut calculer le profil de surface libre apparaissant au niveau de la porte aval. En utilisant les notations de la partie II, on cherche donc ici à calculer les déplacements verticaux $\eta(x, y, t)$ en $x = L$ et $y = 0$. Pour cela, il faut revenir à la définition de l'écoulement à potentiel, selon lequel on a :

$$\eta(x, y, t) = \int \frac{\partial \phi}{\partial y} dt \quad (III.32)$$

L'expression de ϕ est donnée dans la partie II par (II.32). Lorsqu'on calcule l'équation (III.32) et qu'on l'évalue en $x = L$ et $y = 0$, on trouve que l'accroissement de hauteur d'eau au niveau de la porte aval est donné par :

$$\eta(L, 0, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{g} \int \left(\frac{4L\omega_n^2}{(2n-1)^2\pi^2} \dot{X}(t) + \omega_n^2 g_n(t) \right) dt \quad (III.33)$$

¹⁵ prEN 1998-4 : 2006, § A.2.1.5, p.51.

Or, étant donné que $\dot{X}(t)$ et $g_n(t)$ vérifient l'équation (II.26), la primitive intervenant dans (III.33) se calcule facilement :

$$\int \left(\frac{4L\omega_n^2}{(2n-1)^2\pi^2} \dot{X}(t) + \omega_n^2 g_n(t) \right) dt = -\dot{g}_n(t) = -\frac{4L\omega_n^2}{(2n-1)^2\pi^2} r_n(t) \quad (III.34)$$

On peut ensuite remplacer ce résultat dans (III.33). Comme on s'intéresse au déplacement maximum qui est susceptible d'intervenir sur la durée du séisme, on calcule plutôt :

$$\max_t \eta(L, 0, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{-4L\omega_n^2}{(2n-1)^2\pi^2 g} \max_t r_n(t) \quad (III.35)$$

Or, comme détaillé dans la première partie, $r_n(t)$ peut être vu comme la réponse en déplacement d'un oscillateur à un seul degré de liberté soumis à l'action sismique. Vu (III.15), on a :

$$\omega_n^2 \max_t r_n(t) = S_{pa} \quad (III.36)$$

si bien qu'en définitive, la hauteur de la vague convective au niveau de la porte aval peut se calculer par l'équation suivante :

$$\max_t \eta(L, 0, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L}{(2n-1)^2\pi^2 g} S_{pa} \quad (III.37)$$

En pratique, comme on se limite souvent au seul premier mode de ballottement, on ne considère que $n = 1$ dans l'équation (III.37) et on a alors simplement :

$$\max_t \eta(L, 0, t) = \frac{4L}{g\pi^2} S_{pa} = \frac{0.405L}{g} S_{pa} \quad (III.38)$$

où S_{pa} peut être lue sur le pseudo-spectre de la figure III.7, pour un amortissement à 0.5 %. La formule (III.38) peut être comparée à celle qui est citée dans la partie 4 de l'Eurocode 8 dans le cas d'un réservoir cylindrique¹⁶ mais qu'on peut étendre à un réservoir rectangulaire en remplaçant le rayon du cylindre par la demi longueur $L/2$. On trouve alors un résultat identique à (III.38), à ceci près qu'une constante de 0.42 au lieu de 0.405 est utilisée. Dans le cas de l'écluse considérée jusqu'à présent, la première fréquence de ballottement vaut 0.0474 Hz, si bien qu'il lui correspond une période de $T_1 = 21$ s. En se servant des formules de l'Eurocode, la pseudo-accelération vaut :

$$S_{pa} = 2.5 \cdot a_g S \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \cdot \left(\frac{T_C T_D}{T_1^2} \right) \quad (III.39)$$

Pour le jeu de donnée repris dans le tableau III.1 et $\xi = 0.5$, on a $S_{pa} = 5.6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Pour une longueur de sas $L = 112.5 \text{ m}$, l'équation (III.39) permet de calculer la hauteur maximale

¹⁶ prEN 1998-4 : 2006, formule A.15 page 51.

de la vague convective, soit 2.6 cm dans le cas présent. Cette valeur est tout à fait négligeable compte tenu que la hauteur de la porte aval dépasse d'à peu près 1.5 m le niveau d'eau présent initialement dans le sas. De manière générale, la vague convective dans le sas n'est pas dimensionnante en ce qui concerne la hauteur à donner à la porte. Ceci s'explique encore une fois par les très faibles valeurs des fréquences de ballottement, auxquelles on peut systématiquement associer des pseudo-accélérations tellement faibles que le résultat de (III.39) est négligeable. Par ailleurs, en observant (III.39), on pourrait penser que la hauteur de la vague convective a tendance à augmenter avec la longueur L du sas. En réalité, il n'en est rien car plus L augmente, plus les périodes de ballottement s'allongent et plus S_{pa} diminue. Cette diminution l'emporte sur une augmentation de L car vu (III.39), la diminution de S_{pa} se fait en T^2 .

2.3. Conclusions

Au terme de cette section consacrée à l'étude des effets convectifs dans le sas, il est intéressant de souligner les points suivants :

- La procédure d'analyse spectrale d'une structure hydraulique soumise à un effet sismique doit être réalisée en considérant les coefficients d'amortissement adéquats. La valeur $\xi = 0.5\%$ est indiquée pour les effets convectifs. Par contre, en ce qui concerne la partie structure, il n'est pas sécuritaire à priori de considérer un coefficient d'amortissement de 2 % lorsqu'on travaille avec des masses ajoutées. Il convient plutôt d'appliquer la correction (III.31) afin de ne pas associer un amortissement excessif en raison de l'alourdissement de la porte pour des raisons de modélisation.
- La procédure d'analyse peut négliger les effets convectifs qui naissent en raison du ballottement présent dans le sas car ce dernier présente une longueur L importante. La masse convective n'a en effet pratiquement pas d'influence sur les propriétés modales de la porte et n'implique pas une majoration importante des sollicitations. Cette conclusion peut ne pas être applicable au cas des portes à caissons, étant donné qu'un ballottement plus sévère pourrait s'y installer. Toutefois, comme dans le cas de portes à double bordé par exemple, vu que celles-ci sont souvent des ouvrages importants, les caissons eux-mêmes sont assez volumineux si bien que là non plus les effets convectifs ne sont généralement pas à craindre.
- Les forces d'inertie sont négligeables en comparaison des pressions hydrodynamiques impulsives. Cette observation n'a pas réellement d'implication majeure, si ce n'est qu'elle peut apporter une simplification supplémentaire en cas de longues procédures d'analyse.
- La vague convective qui naît dans le sas ne doit pas être un critère dont il faut se préoccuper lors de la détermination de la hauteur de la porte en phase de conception.

3. Etude de l'importance de l'interaction fluide-structure

3.1. Méthodologie

3.1.1. Méthode analytique

Comme mentionné par PLUMIER et DEGEE (2009) dans le cadre de l'étude des réservoirs, « *la flexibilité des parois produit en général un accroissement significatif des pressions impulsives, tout en laissant pratiquement inchangées les pressions convectives* ». Dans le cas d'une écluse, cette affirmation se doit sans doute d'être nuancée étant donné sa flexibilité plus faible de par la présence des cadres, des traverses et des raidisseurs. La pression impulsive totale est donc la somme de deux contributions : la partie rigide, calculée comme indiqué dans la partie II de ce travail, et la partie flexible qu'on essaie ici de caractériser un peu plus.

Une approche théorique du concept d'interaction fluide-structure n'est pas une chose aisée car la prise en compte de la déformabilité de la porte conduit à une complexification extrêmement importante du problème tel qu'il a été résolu dans la partie II. Dans le cadre de ce travail, une méthode analytique simplifiée a été suivie. Afin de ne pas alourdir le texte, la démarche théorique n'est pas reproduite ici mais peut être consultée dans l'annexe III.6. On se contente d'en présenter simplement les conclusions. Afin de calculer la pression impulsive flexible dans le sas, on peut avoir recours à la formule suivante établie en annexe :

$$p(y, z, t) = -\frac{4\rho}{lh_s} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\cosh(\gamma_{mn}L) - 1}{\gamma_{mn} \sinh(\gamma_{mn}L)} \varphi_{mn}(y, z) \int_0^{h_s} \int_0^l \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} \varphi_{mn}(y, z) dy dz \quad (III.40)$$

où $\varphi_{mn}(y, z)$ désigne des fonctions génératrices de mise en forme qui sont explicitées en annexe. Le terme w_p représente les déplacements propres de la porte dans la direction qui est perpendiculaire à son plan. De façon plus compacte, la formule (III.40) peut s'écrire :

$$p(y, z, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} K_{mn} \varphi_{mn}(y, z) f_{mn}(t) \quad (III.41)$$

où K_{mn} est défini au moyen des fonctions hyperboliques dans (III.40) et $f_{mn}(t)$ correspond au terme intégral. De cette formulation, on peut tirer immédiatement les informations suivantes :

- la variation dans le temps de la pression impulsive flexible est régie uniquement par les accélérations propres de la porte si bien qu'elle n'est donc pas en phase à priori avec les accélérations du sol $\ddot{X}(t)$ comme c'était le cas pour la pression impulsive rigide.
- il convient de remarquer également que la pression donnée par (III.40) vient s'additionner à la partie rigide déjà calculée précédemment. Cela a pour conséquence de produire une modification des amplitudes de la pression mais, étant donné que la partie flexible varie avec (y, z) , le profil de distribution sur l'entièreté de la surface se trouve modifié. Par conséquent, des méthodes d'analyses en deux dimensions ne peuvent plus s'appliquer dans le cas présent et les procédures doivent nécessairement se faire en trois dimensions.

Il est en outre intéressant de voir comment varie la somme des termes $K_{mn}\varphi_{mn}(y, z)$ à la surface de la porte. Bien entendu, l'importance de la pression impulsive flexible reste aussi conditionnée par $f_{mn}(t)$, mais l'étude de $K_{mn}\varphi_{mn}(y, z)$ fournit déjà des informations intéressantes quant aux zones de la porte qui sont susceptibles de subir davantage l'interaction fluide-structure que les autres. L'évolution spatiale de ce terme est représentée à la figure III.10, où le plan ABCD est le plan de la porte. Cette figure montre immédiatement qu'il faut s'attendre à une interaction fluide-structure plus importante en partie centrale de la porte, ce qui semble logique vu que c'est dans cette zone qu'elle se déforme plus volontiers. Par contre, au niveau des appuis, les déformations propres de la porte sont plus faibles. Etant donné que l'interaction fluide-structure dépend directement de la déformation de la porte, il est normal qu'elle soit moins élevée à proximité des zones plus restreintes.

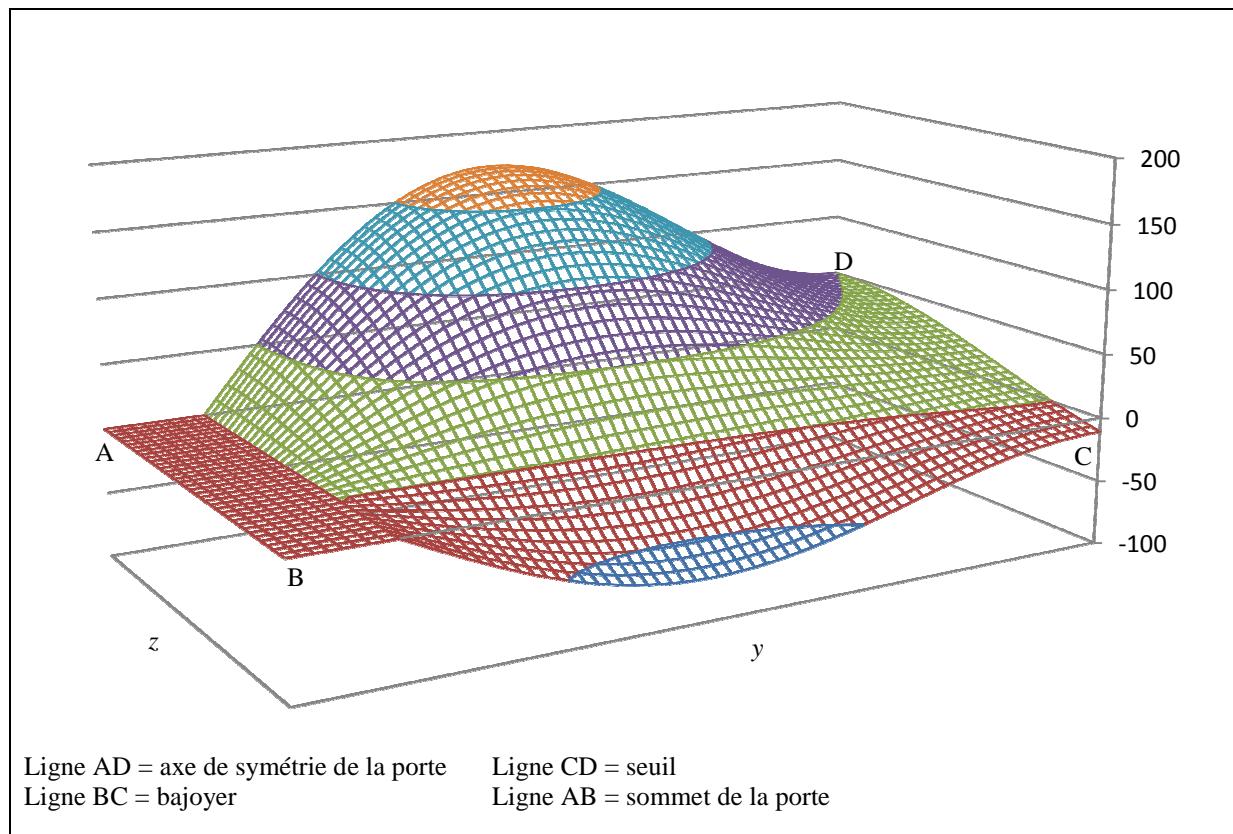


Figure III.10 – *Représentation spatiale de la pression flexible sur une demi porte*

Enfin, il convient de souligner que les conditions d'appui considérées pour la porte peuvent avoir une certaine influence sur l'amplitude et la distribution des pressions flexibles. Cela s'explique par le fait que le phénomène est essentiellement régi par les déformations de la porte, lesquelles sont elles-mêmes dépendantes des conditions qui sont imposées au niveau des appuis. Celles-ci doivent donc être correctement définies, sans quoi il y aurait un risque de sous-estimer ou surestimer les pressions impulsives flexibles.

Afin d'étudier de manière plus pratique l'effet de la flexibilité de la porte, deux approches seront envisagées. La première consiste à prendre en compte l'interaction fluide-structure (IFS) au moyen de la méthode expliquée au paragraphe 1.3.2, c'est-à-dire en faisant usage du modèle classique des masses ajoutées. Le spectre utilisé dans ce cas est donc bien amorti à 0.4 %. La seconde approche suppose quant à elle que la porte est parfaitement rigide et

qu'elle ne se déforme pas. L'analyse réalisée dans ce cas est effectuée simplement sur la porte initiale, sans les masses ajoutées. Le spectre utilisé est alors calibré avec $\xi = 2 \%$.

3.1.2. Première approche

On s'intéresse tout d'abord à la situation où l'interaction fluide-structure est prise en compte par l'intermédiaire d'une modélisation très simple proposée par l'USACE et décrite au paragraphe 1.3.2. Dans le cas d'une composante de l'action sismique agissant perpendiculairement à la porte, on sait que l'équation du mouvement peut s'écrire :

$$([M_0] + [M_a])\ddot{\boldsymbol{v}} + [C]\dot{\boldsymbol{v}} + [K]\boldsymbol{v} = -([M_0] + [M_a])\mathbf{r}_x \cdot \ddot{\boldsymbol{X}} \quad (III.42)$$

où $\ddot{\boldsymbol{X}}$ désigne l'accélération sismique dans la direction x ;

$[M_0]$ est la matrice de masse de la structure initiale ;

$[M_a]$ est la matrice des masses ajoutées.

Cette équation correspond à celle qui est obtenue en prenant en compte la pression impulsive flexible par la présence du terme $[M_a]\ddot{\boldsymbol{v}}$. L'écriture de (III.42) en base modale donne :

$$M_i^* \cdot \ddot{\eta}_i(t) + C_i^* \cdot \dot{\eta}_i(t) + K_i^* \cdot \eta_i(t) = -\mathbf{u}_i^T [M_t] \cdot \mathbf{r}_x \cdot \ddot{\boldsymbol{X}} \quad (III.43)$$

où $[M_t] = [M_0] + [M_a]$ est la matrice de masse totale et M_i^* est la masse généralisée qui y est associée. En posant $L_i = \mathbf{u}_i^T [M_t] \cdot \mathbf{r}_x$, les forces modales sont alors, en accord avec (III.17) :

$$\mathbf{F}_i = [M_t] \cdot \mathbf{u}_i \cdot \frac{L_i}{M_i^*} S_{pa} \quad (III.44)$$

Il est important de remarquer ici que les modes propres \mathbf{u}_i et les fréquences propres ω_i associées sont donnés, comme précédemment, par la résolution des deux équations suivantes :

$$([K] - \omega_i^2 [M_t])\mathbf{u}_i = \mathbf{0} \quad \det([K] - \omega_i^2 [M_t]) = 0 \quad (III.45)$$

ce qui signifie que l'influence de la masse impulsive sur les modes propres et les fréquences propres est prise en compte par ces deux équations. L'approche proposée prend donc bien en compte l'influence du fluide sur la manière dont la porte va répondre aux sollicitations sismiques. Le nombre de modes propres à prendre en considération est fixé de manière à mobiliser un pourcentage de masse collaborante supérieur à 90 %. Dans le cas présent, étant donné l'équation (III.43), la masse collaborante M_i pour le mode i est donnée par $M_i = L_i^2 / M_i^*$, où M_i^* est bien la masse généralisée totale, c'est-à-dire incluant les masses impulsives. On a donc $M_i^* = \mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{u}_i$.

3.1.3. Seconde approche

Dans le cas où on considère que les portes de l'écluse sont parfaitement rigides, il n'y a pas d'interaction fluide-structure qui est considérée et l'équation (III.42) doit plutôt être réécrite de la manière suivante :

$$[M_0]\ddot{\boldsymbol{v}}_0 + [C]\dot{\boldsymbol{v}}_0 + [K]\boldsymbol{v}_0 = -([M_0] + [M_a])\mathbf{r}_x \cdot \ddot{\boldsymbol{X}} \quad (III.46)$$

Au niveau des notations, toutes les grandeurs affectées de l'indice 0 feront référence à la porte seule sans aucune masse ajoutée. Le fait de considérer (III.46) plutôt que (III.42) a un impact sur l'analyse spectrale. En effet, dans le cas de (III.46), la définition de la masse généralisée doit être modifiée. Cela peut se justifier en passant en base modale :

$$M_{0,i}^* \cdot \ddot{\eta}_{0,i}(t) + C_{0,i}^* \cdot \dot{\eta}_{0,i}(t) + K_{0,i}^* \cdot \eta_{0,i}(t) = -\mathbf{u}_{0,i}^T [M_0] \cdot \mathbf{r}_x \cdot \ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{u}_{0,i}^T [M_a] \cdot \mathbf{r}_x \cdot \ddot{\mathbf{X}} \quad (\text{III.47})$$

où $M_{0,i}^*$ est cette fois la masse généralisée qui est associée à la matrice de masse $[M_0]$. Par conséquent, le facteur de participation modale doit cette fois s'écrire :

$$\frac{\mathbf{u}_{0,i}^T [M_0] \cdot \mathbf{r}_x + \mathbf{u}_{0,i}^T [M_a] \cdot \mathbf{r}_x}{\mathbf{u}_{0,i}^T [M_0] \mathbf{u}_{0,i}} = \frac{\mathbf{u}_{0,i}^T [M_t] \cdot \mathbf{r}_x}{\mathbf{u}_{0,i}^T [M_0] \mathbf{u}_{0,i}} = \frac{L_{0,i} + L_{a,i}}{M_{0,i}^*} \quad (\text{III.48})$$

où $L_{0,i}/M_{0,i}^*$ est en quelque sorte un facteur de participation modale pour la sollicitation sismique pure (efforts d'inertie) tandis que $L_{a,i}/M_{0,i}^*$ est plutôt un facteur de participation modale pour la sollicitation hydraulique (efforts de pression) qui est modélisée par la présence des masses concentrées. Par conséquent, les forces modales à appliquer dans le cas du mode i seront :

$$\mathbf{F}_i = [M_0] \cdot \mathbf{u}_{0,i} \cdot \frac{L_{0,i}}{M_{0,i}^*} S_{pa} + [M_0] \cdot \mathbf{u}_{0,i} \cdot \frac{L_{a,i}}{M_{0,i}^*} S_{pa} \quad (\text{III.49})$$

On retrouve donc dans (III.49) les deux contributions précédentes : pour le mode i , il y a lieu d'appliquer non seulement des forces nodales provenant des efforts d'inertie mais également une seconde contribution résultant de l'action des pressions. Dans l'équation (III.44), cette séparation n'est au contraire pas explicitement présente étant donné que l'action de la pression est globalisée par une augmentation de l'inertie de la porte. On constate par ailleurs en comparant (III.44) et (III.49) qu'il existe un certain nombre de différences. Tout d'abord, au niveau du calcul de la pseudo-accélération S_{pa} , il faut utiliser un spectre à 0.4 % pour (III.44). Par contre, dans (III.49), on retombe sur le spectre à $\xi = 2\%$ de la figure III.7. En outre, la définition du facteur de participation modale varie également dans les deux cas. Dans (III.44), il est associé à la matrice de masse totale $[M_t]$ incluant les masses ajoutées tandis que dans (III.49), ce n'est forcément pas le cas et seule la matrice $[M_0]$ est considérée. Cette distinction est importante car elle conditionnera également les forces à envisager pour les autres composantes de l'action sismique. Enfin, il faut noter également que les modes propres (ainsi que les fréquences propres) sont différents dans les deux cas. En ce qui concerne (III.44), \mathbf{u}_i est obtenu par résolution de (III.45). Par contre, dans le cas de (III.49), il faut résoudre :

$$([K] - \omega_{0,i}^2 [M_0]) \mathbf{u}_{0,i} = \mathbf{0} \quad \det([K] - \omega_{0,i}^2 [M_0]) = 0 \quad (\text{III.50})$$

Par conséquent, il y a lieu de considérer ici les modes propres relatifs à la structure dans laquelle les masses ajoutées ne sont pas présentes. Dès lors, l'approche qui est proposée ne considère pas l'influence de l'eau sur les modes de vibration : il n'y a pas prise en compte de l'interaction fluide-structure.

L'inconvénient de la formule (III.46) est qu'elle ne correspond pas au calcul qui est réalisé par FINELG. En effet, comme les masses ajoutées sont fixées à la porte, en cas de séisme, elles

vont se déplacer avec elle si bien que les forces nodales relatives au mode i sont plutôt données par le vecteur en (III.44) et non celui en (III.49). Dès lors, si on veut réaliser une analyse spectrale dans l'hypothèse d'une porte infiniment rigide, il faut la réaliser « à la main ». Pour cela, on peut suivre les étapes suivantes :

- la masse généralisée $M_{0,i}^*$, la matrice $[M_0]$ ainsi que les modes propres $\mathbf{u}_{0,i}$ sont des résultats que l'on peut afficher en se servant de FINELG. Le calcul de $L_{0,i}$ et $L_{a,i}$ peut alors se faire sans trop de difficultés puisque FINELG en donne la première partie $\mathbf{u}_{0,i}^T [M_0] \mathbf{r}_x$. Par contre, la seconde partie $\mathbf{u}_{0,i}^T [M_a] \mathbf{r}_x$ doit être calculée « à la main ».
- on calcule les forces nodales \mathbf{F}_i en se servant de la formule (III.49). Ces forces sont ensuite appliquées sur la structure initiale et une analyse statique linéaire est réalisée.

Les étapes précédentes doivent être réalisées pour chaque mode i . Cependant, comme on le verra par la suite, le choix des modes à prendre en compte doit être réalisé prudemment, de manière à intégrer correctement les effets de la pression. On conçoit donc bien que la méthode soit particulièrement fastidieuse étant donné qu'une analyse doit être chaque fois réalisée à la main. Les effets qui sont ainsi récoltés sont ensuite combinés au moyen de la méthode SRSS afin de déduire l'effet global.

3.2. Résultats

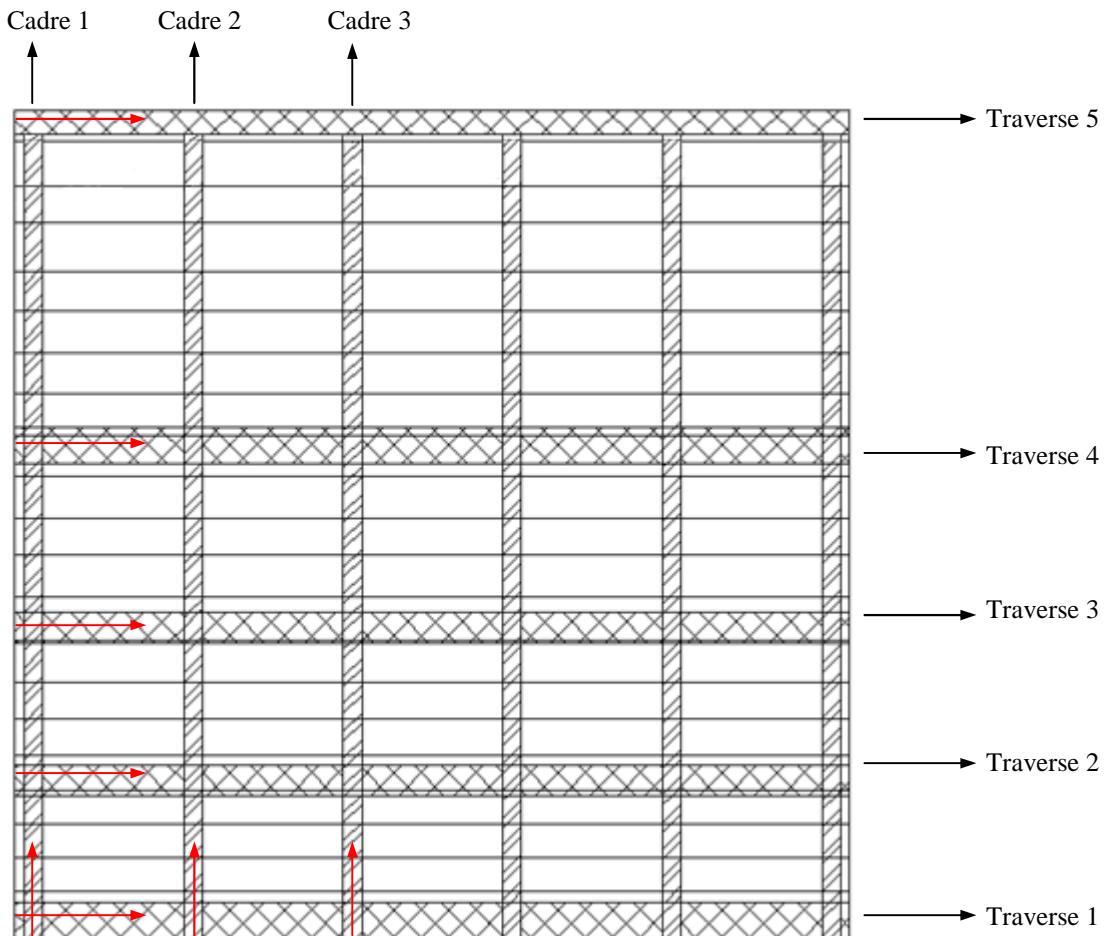


Figure III.11 – Numérotation des cadres et des traverses

Les résultats des analyses exposées en 3.1.2 et 3.1.3. sont présentés ci-après (les données correspondent à celles reprises dans le tableau III.1). Afin de distinguer les éléments entre eux, les cadres seront numérotés de un à trois et les traverses de un à cinq, comme représenté à figure III.11 ci-dessus (empruntée au travail de fin d'études de T.GERNAY). Les flèches rouges sur cette figure indiquent la manière dont les abscisses courantes sont mesurées.

Afin de commenter les résultats, on peut tout d'abord considérer la figure III.12a qui représente les réactions d'appui obtenues avec et sans interaction fluide-structure. On constate immédiatement qu'au niveau global, la pression impulsive flexible qui naît sur la porte en raison de sa déformabilité conduit à une majoration non négligeable des sollicitations. Ce constat se justifie par l'augmentation des réactions d'appui aux bajoyers.

Des conclusions similaires peuvent être établies au niveau local. Pour cela, on peut observer les graphes des figures III.12b et III.12c qui s'intéressent aux cadres 1 et 3. Etant donné que ces cadres sont essentiellement sollicités par un moment de flexion d'axe fort et un effort normal, la présentation des résultats se limitera à ces deux éléments de réduction. Ici aussi, on constate que le fait de ne pas prendre en compte la contribution impulsive flexible n'est pas sécuritaire au niveau local car les pics des diagrammes sont majorés lorsque l'interaction fluide-structure est considérée. Vu que les cadres et les traverses sont dimensionnés précisément par rapport à ces pics, on conclut donc que leurs propriétés mécaniques seront sous-évaluées si on se limite à une estimation sur base de la seule partie rigide de la pression impulsive. Des conclusions similaires s'appliquent également aux raidisseurs, aux traverses et au bordé. A ce sujet, l'annexe III.2 donne des informations complémentaires sur les résultats numériques obtenus pour la porte considérée.

Afin d'établir un lien avec la méthodologie développée dans la section 3.1, il peut être intéressant de s'interroger sur les facteurs analytiques qui ont conduit à cette majoration des sollicitations. Ceux-ci sont au nombre de deux :

- tout d'abord, les masses ajoutées vont intervenir sur les fréquences propres et sur d'autres caractéristiques modales de la porte (on peut consulter à ce sujet le tableau VI.3 dans l'annexe III.3). En effet, suite à l'augmentation de masse, il se produit une diminution des fréquences propres qui a pour conséquence de déplacer les accélérations spectrales S_{pa} au niveau du palier du spectre (voir figure III.7). Cela conduit déjà une majoration des efforts par rapport à la situation sans masses ajoutées.
- ensuite, le coefficient d'amortissement que l'on doit considérer lorsqu'on travaille avec des masses ajoutées est de 0.4 % et non de 2 % comme cela est habituellement le cas pour les structures en acier. Comme on peut le voir sur la figure III.7 (puisque le spectre à 0.4 % n'est pas fondamentalement différent de celui à 0.5 %), cela conduit à une augmentation des accélérations spectrales à utiliser dans le calcul.

Enfin, on observant les figures III.12b et III.12c, on constate que l'interaction fluide-structure affecte davantage le cadre 3 que le cadre 1. Sur la figure III.12c, on observe en effet qu'il existe un écart beaucoup moins significatif entre les courbes donnant l'évolution du moment de flexion dans le cadre 1 que ce qu'on peut constater pour le cadre 3.

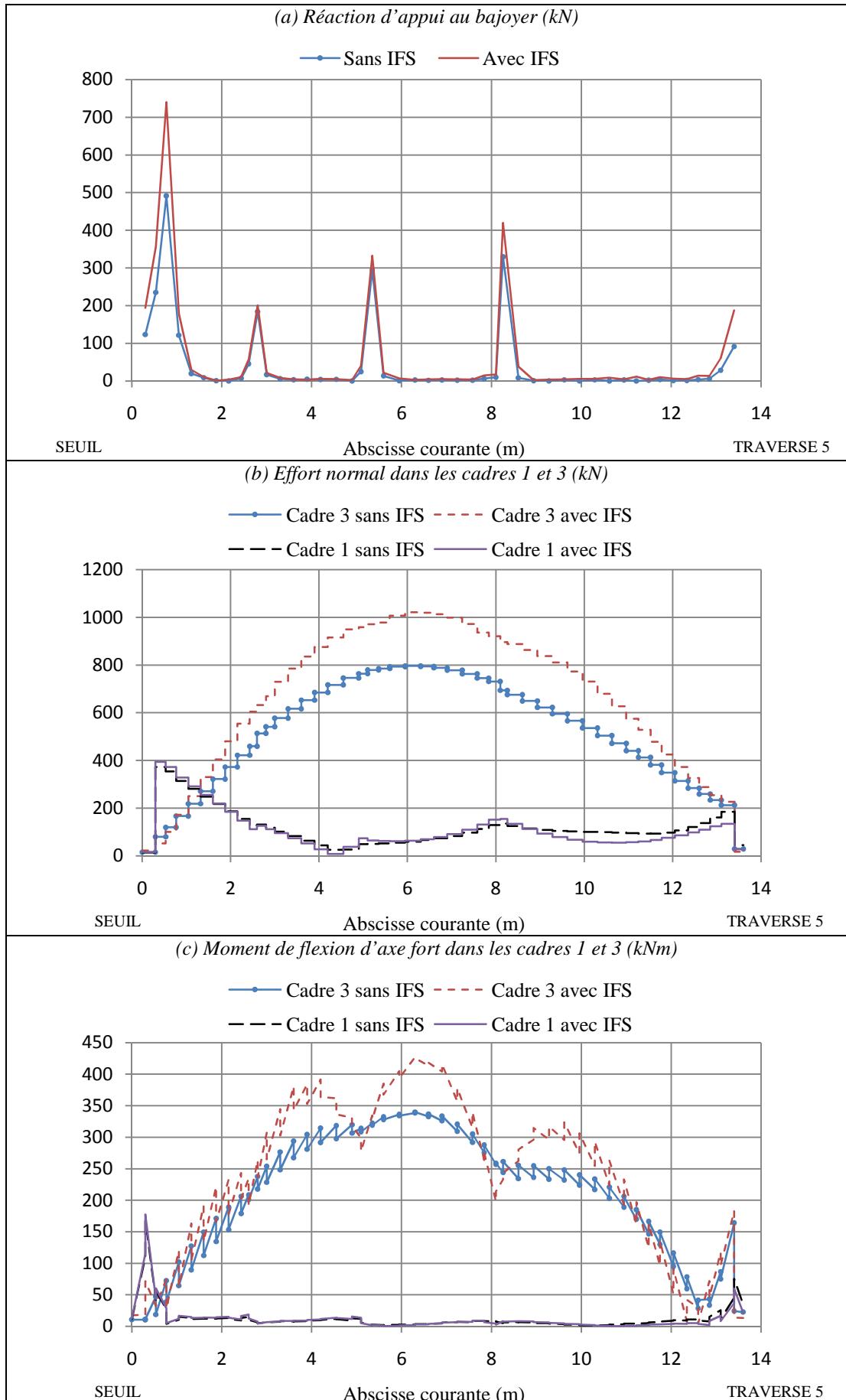


Figure III.12 – Influence de l'interaction fluide-structure

Cela confirme bien les conclusions déjà établies au terme de l'approche analytique exposée en 3.1.1. Celles-ci semblent également corroborées par l'analyse des résultats obtenus par exemple dans la traverse 4 et que l'on peut consulter à la figure VI.4 dans l'annexe III.3. Ces graphes montrent effectivement que les courbes s'écartent au fur et à mesure qu'on se rapproche de la partie centrale de la porte.

3.3. Conclusions

Au terme de cette section consacrée à l'étude de l'importance de l'interaction fluide-structure, il est intéressant de souligner les points suivants :

- L'interaction fluide-structure conduit à une augmentation non négligeable de la pression impulsive s'exerçant sur la porte par rapport aux solutions analytiques développées dans la partie II, lesquelles considéraient que les portes étaient infiniment rigides et donc indéformables. Cette constatation se justifie par l'augmentation des réactions d'appui qui est observée tant aux bajoyers qu'au seuil et qui traduit bien une sollicitation plus élevée au niveau global.
- L'augmentation des sollicitations au niveau global conduit inévitablement à une majoration des effets au niveau local. Dans le cas concret étudié ici, des écarts significatifs au niveau des pics des éléments de réduction dans les cadres et les traverses ont été relevés. Cela signifie que le fait de ne pas prendre en compte l'interaction fluide-structure peut conduire à un sous-dimensionnement de la structure. Par ailleurs, il a également été noté que l'augmentation des effets locaux se faisait davantage ressentir en partie centrale de la porte, là où elle est plus déformable, que dans les zones proches des appuis.
- Contrairement aux pressions impulsives rigides, la pression flexible présente une distribution spatiale si bien qu'il est indiqué de travailler en trois dimensions. En outre, à la différence de la contribution rigide, la pression flexible ne varie plus dans le temps comme $\ddot{X}(t)$ mais son évolution temporelle est guidée par les accélérations propres de la porte. Par conséquent, hormis en utilisant la méthode de l'USACE, l'approche spectrale rend difficilement compte de ce phénomène particulièrement complexe. Une analyse temporelle semble alors plus adéquate, pour autant qu'on ait accès au suivi temporel des accélérations propres de la porte.
- La prise en compte de l'interaction fluide-structure par la méthode de l'USACE est relativement empirique dans la mesure où une telle démarche ne peut être directement reliée aux développements théoriques qui ont conduit à établir la formule (III.40) donnant la pression impulsive flexible. Cependant, cette méthode est largement utilisée car elle a l'avantage de la simplicité et peut être facilement intégrée dans le cadre d'une analyse spectrale.
- Au niveau de l'analyse modale de la porte, l'interaction fluide-structure a pour effet de modifier les fréquences et les modes de vibrations. D'un point de vue pratique, cela signifie que les accélérations spectrales à considérer sont davantage situées à proximité du palier de la figure III.7.

4. Résultats de l'analyse spectrale de la porte

Afin de réaliser l'analyse spectrale complète de la porte, il y a lieu de prendre en compte les trois composantes de l'action sismique. Le système d'axe de référence considéré ici est celui qui a été envisagé jusqu'à présent dans ce travail. Les axes x et y sont toujours positionnés respectivement perpendiculairement à la porte et dans le plan de la porte. On complète ce système d'axes par une direction z supplémentaire placée parallèlement au plan de la porte (voir figure III.13). On désignera par \ddot{X} , \ddot{Y} et \ddot{Z} les accélérations sismiques correspondantes.

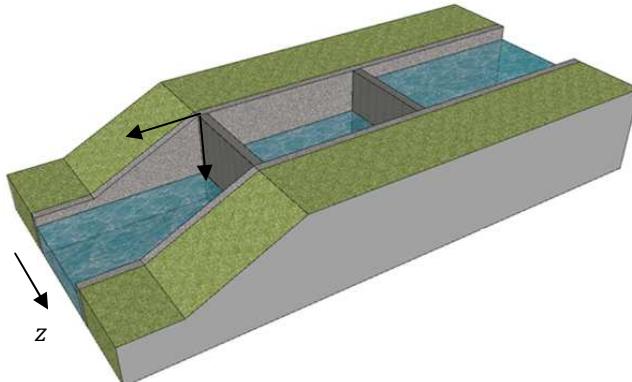


Figure III.13 – Axes de référence

Par ailleurs, les résultats qui sont présentés ici correspondent aux données géométriques et sismiques qui sont reprises dans le tableau III.6. Celles-ci sont relatives au site de Viesville, pour lequel T.GERNAY a conçu la porte aval analysée dans ce travail. Dans les données sismiques, il convient de remarquer que la valeur de a_{gR} retenue n'est pas réaliste dans la mesure où une telle accélération n'est pas renseignée dans la carte de zonage sismique de la Belgique (la valeur maximale étant de $0.1g$). Cependant, cette valeur a été choisie afin d'avoir des résultats suffisamment parlants.

Données géométriques		Données sismiques	
Longueur du sas L	112.5 m	Accélération maximale a_{gR}	0.25g
Largeur du sas l	12.5 m	Coefficient d'importance γ_I	1.26
Hauteur d'eau dans le sas h_s	12.05 m	Classe de sol	A
Hauteur d'eau dans le bief h_b	4.5 m	Type de spectre	2

Tableau III.6 – Données

Le modèle des masses ajoutées décrit précédemment peut en théorie se généraliser aux autres composantes de l'action sismique. En pratique cependant, cela n'est pas envisageable au moyen de FINELG si bien que d'autres approches seront employées dans ce cas.

4.1. Composante perpendiculaire à la porte

4.1.1. Calcul des pressions

Le calcul des pressions dans le cas d'une accélération sismique agissant perpendiculairement à la porte a été réalisé en détail dans la partie II de ce travail. Les formules donnant la pression impulsive au niveau de la porte peuvent directement être utilisées ici pour l'analyse de la structure.

4.1.2. Méthodologie

Au vu des conclusions de la section précédente, l'interaction fluide-structure sera prise en compte au moyen de la méthode simple qui y a été décrite. L'équation qu'on cherche à résoudre s'écrit donc :

$$([M_0] + [M_a]) \cdot \ddot{\mathbf{v}}(t) + [C] \cdot \dot{\mathbf{v}}(t) + [K] \cdot \mathbf{v}(t) = -[M_0] \cdot \mathbf{r}_x \cdot \ddot{X}(t) - [M_a] \cdot \mathbf{r}_x \cdot \ddot{X}(t) \quad (III.51)$$

où \mathbf{r}_x est un vecteur qui ne présente que des composantes non nulles dans la direction perpendiculaire au plan de la porte. La projection de cette équation en base modale donne, en utilisant les notations introduites précédemment :

$$\eta_i(t) + 2\xi_i\omega_i\eta_i(t) + \omega_i^2\eta_i(t) = -\frac{L_i}{M_i^*}\ddot{X}(t) \quad (III.52)$$

où on a bien $L_i = \mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{r}_x$ et $M_i^* = \mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{u}_i$. Les pulsations propres et les modes propres sont eux aussi obtenus en considérant les propriétés de la structure incluant les masses ajoutées. Par conséquent, le spectre de l'Eurocode à utiliser ici est bien celui pour lequel on a un amortissement à 0.4 % et non à 2 %. Dans le cas présent, étant donné que la direction d'action de la pression coïncide avec celle des mouvements sismiques, l'approche par masses ajoutées est directement utilisable. Les résultats de cette analyse sont renseignés ci-après.

4.1.3. Résultats

Les contraintes de comparaison de Von Mises sont présentées à la figure III.14 ci-dessous, obtenue au moyen du logiciel ANSYS et du modèle de la figure III.2b. La contrainte de comparaison maximale apparaît au niveau du bordé. Elle est de 141 MPa, ce qui laisse assez bien de marge par rapport à la limite d'élasticité de l'acier utilisé pour réaliser la porte (S235). Cependant, il convient de garder à l'esprit qu'on ne considère ici que l'action de la composante sismique agissant perpendiculairement à la porte : il reste encore à y ajouter les effets produits par la pression hydrostatique et les deux autres composantes de l'accélération sismique. Dès lors, une valeur de 141 MPa paraît déjà élevée et laisse à craindre de ne plus avoir suffisamment de réserve de résistance pour la suite.

La figure III.14a montre que les cadres 1 et 6 placés directement sur les appuis sont logiquement très peu chargés. A l'inverse, la figure III.14b montre que la traverse 4 est un élément fort sollicité. La zone de contraintes maximales se situe au niveau de la partie centrale de cette traverse, où celles-ci atteignent déjà 128 MPa. Afin de comparer cette valeur avec les résultats fournis par FINELG, il peut être intéressant de calculer à la main les contraintes que l'on obtient en considérant les MNT obtenus dans la traverse 4 par ce dernier logiciel. En outre, comme les traverses sont essentiellement sollicitées par un moment de flexion d'axe fort et par un effort normal, seuls ces deux efforts peuvent être considérés dans le calcul des contraintes (quelques résultats obtenus par FINELG sont repris à titre d'exemples dans l'annexe III.4). Ce calcul peut se faire en envisageant une certaine largeur collaborante du bordé, laquelle est déterminée dans l'annexe IV.2 et permet d'évaluer alors les propriétés mécaniques de la section de la traverse 4. Ce faisant, on trouve une contrainte maximale de 115.13 MPa, ce qui n'est pas trop éloigné de la valeur fournie par ANSYS.

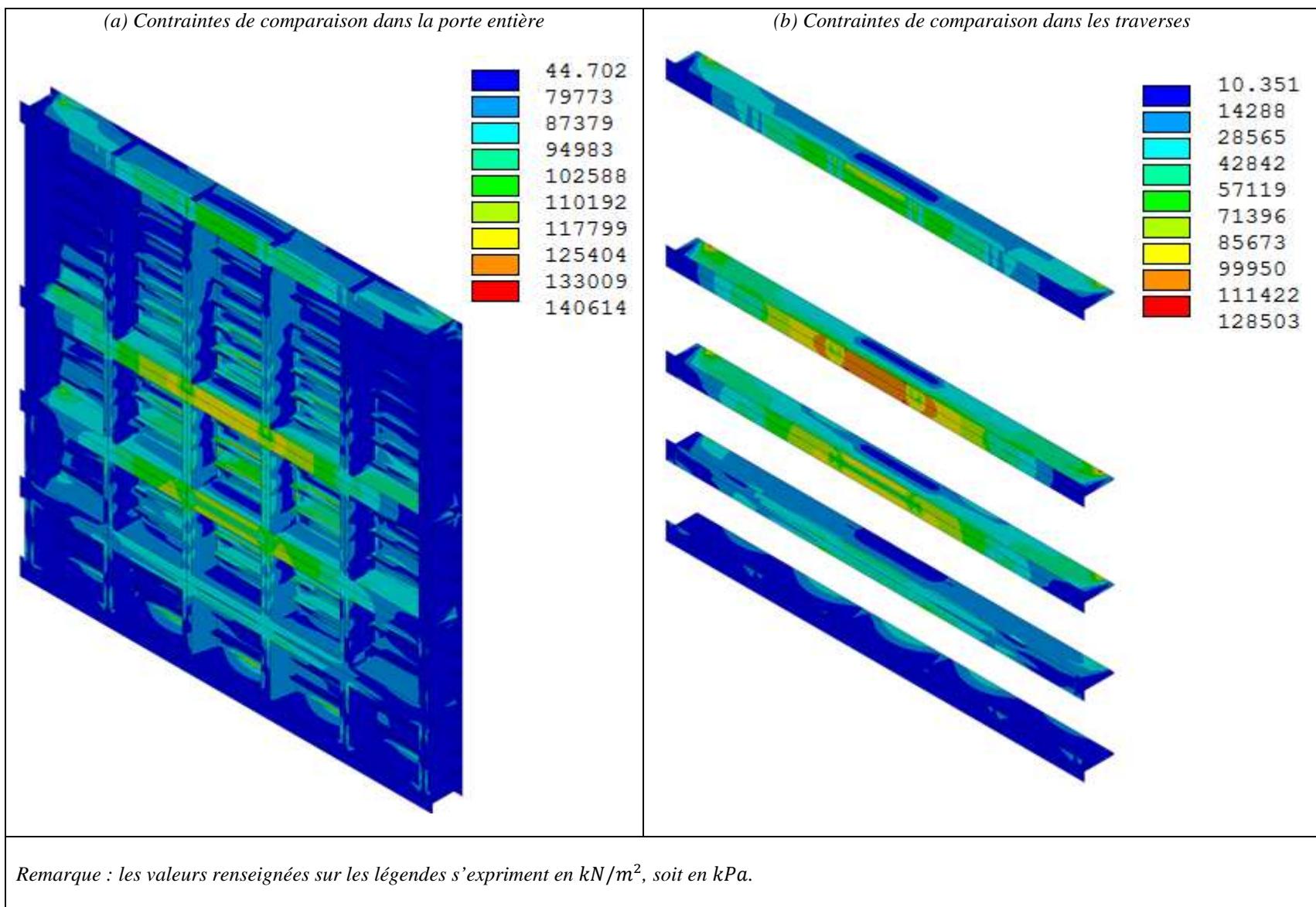


Figure III.14 – Contraintes de comparaison (composante sismique selon x)

4.1.4. Conclusions

Il résulte des observations qui viennent d'être énoncées que la zone à soigner pour le dimensionnement de la porte d'écluse vis-à-vis de la composante selon x de l'action sismique est bien la zone centrale, située à proximité de la traverse 4, entre les cadres 3 et 4. En particulier, il convient d'apporter un certain soin au dimensionnement de ces éléments qui travaillent fortement en flexion composée. Les résultats montrent en effet que les contraintes y sont relativement élevées puisqu'elles valent déjà à peu près de la moitié de la limite d'élasticité de l'acier utilisé (S235). Cela laisse déjà craindre un sous-dimensionnement de la porte vis-à-vis de l'action sismique.

4.2. Composante parallèle à la porte

4.2.1. Calcul des pressions

Pour rappel, dans le cadre de ce travail, l'axe horizontal x est placé selon la longueur du sas, l'axe horizontal z est placé parallèlement aux portes et l'axe vertical y est situé dans un plan perpendiculaire à (x, z) , dirigé vers le bas de manière à avoir un trièdre droitier. Dans le cas où l'écluse subit une accélération qui est parallèle à la porte (c'est-à-dire selon l'axe z), il s'exerce malgré tout des efforts sur celle-ci car l'eau transmet la pression dans toutes les directions. Par ailleurs, les bajoyers sont également soumis à des forces hydrodynamiques qu'il convient de prendre en compte dans le cadre de leur dimensionnement, mais ce problème n'est pas abordé dans ce travail.

Afin de connaître la distribution de pression le long de la porte, on peut se servir des développements analytiques qui ont été réalisés dans la partie II car les pressions peuvent toujours être obtenues par résolution de l'équation de Laplace, mais écrite dans le plan (y, z) cette fois. Pour la composante de l'accélération parallèle à z , on a donc :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (III.53)$$

Les conditions limites qu'il faut considérer ont la même signification physique que celles de la partie II, si ce n'est qu'il faut écrire ici que la composante selon z de la vitesse de l'eau au niveau des bajoyers doit correspondre à $\dot{Z}(t)$. On retrouve également l'annulation de la pression au niveau de la surface libre. On a donc les relations suivantes :

- En $z = 0$: $\frac{\partial \phi}{\partial z} = \dot{Z}(t) \quad (III.54)$

- En $z = l$: $\frac{\partial \phi}{\partial z} = \dot{Z}(t) \quad (III.55)$

- En $y = h_s$: $\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (III.56)$

- En $y = 0$: $\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - g \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (III.57)$

où $\ddot{Z}(t)$ est l'évolution temporelle de l'accélération sismique, h_s désigne la hauteur d'eau dans le sas et l en est la largeur. On constate, au vu de ces équations, que pour connaître la pression qui va naître dans le sas sous l'action d'une composante selon z , il faut en réalité résoudre un problème qui est similaire à celui qui a été abordé dans la partie II pour un mouvement selon x . Puisque les solutions de la partie II ont été développées en deux dimensions, il suffit de les faire passer du plan (x, y) au plan (y, z) cette fois. Cette adaptation peut se faire sans trop de difficultés. Pour cela, on peut repartir de la formule (II.53) donnant la pression au niveau de la porte aval et y effectuer les substitutions adéquates. On obtient alors :

$$p = \rho gy - \rho \left(z - \frac{l}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4lf_n(y, z)}{(2n-1)^2\pi^2} \right) \ddot{Z}(t) - \rho \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4l\omega_n^2 f_n(y, z)}{(2n-1)^2\pi^2} r_n(t) \quad (III.58)$$

Il faut cependant noter que les définitions de $r_n(t)$ et de ω_n doivent également être adaptées. Celles-ci deviennent :

$$\omega_n^2 = \frac{(2n-1)\pi g}{l} \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi h_s}{l}\right) \quad \frac{\partial^2 r_n}{\partial t^2} + \omega_n^2 r_n(t) = -\ddot{Z}(t) \quad (III.59)$$

On retrouve ici aussi une partie impulsive et une partie convective dans l'équation (III.58). Comme précédemment, on s'intéressera uniquement à la première contribution, étant donné qu'il a été établi que les effets convectifs étaient négligeables dans le cas du sas d'une écluse. Si on voulait malgré tout envisager cette contribution, on pourrait procéder comme au paragraphe 2.1. Toutefois, puisque $l \leq L$, il convient de noter que les pulsations propres de ballottement ω_n sont plus élevées que pour un mouvement sismique selon x . Dans le cas présent, comme on a $h_s = 12.05 \text{ m}$ et $l = 12.5 \text{ m}$, la première fréquence propre donnée par (III.59) est de 0.4 Hz à peu près, ce qui reste suffisamment éloigné des fréquences propres de la structure. Dès lors, si on voulait tout de même prendre en compte le phénomène convectif, on pourrait toujours appliquer la démarche du paragraphe 2.1. On peut également noter que le calcul de la pression dans le bief est identique à celui qui vient d'être réalisé, si ce n'est qu'il faut effectuer la substitution $h_s \equiv h_b$ dans (III.58) et (III.59).

La variation spatiale de la pression impulsive est régie par la fonction $f_n(y, z)$ dans l'équation (III.58). Celle-ci est donnée par :

$$\frac{\cosh((2n-1)\pi(y-h_s)/l)}{\cosh((2n-1)\pi h_s/l)} \cdot \cos((2n-1)\pi z/l) \quad (III.60)$$

Cette fonction s'annule en $z = l/2$. Elle est positive sur une première moitié de la porte et négative sur la seconde. Pour les valeurs de h_s et de l indiquées précédemment, on obtient le diagramme de la figure III.15 qui indique comment la masse impulsive se répartit à la surface de la porte. Sur cette figure, le plan de la porte correspond au plan horizontal passant par 0. L'axe vertical donne la répartition massique en kg/m^2 . Au vu de ce diagramme, on constate que la porte sera sollicitée de manière antisymétrique. Ce cas de charge diffère donc de celui considéré pour un mouvement sismique selon x , pour lequel on avait un diagramme de pression invariable le long de y .

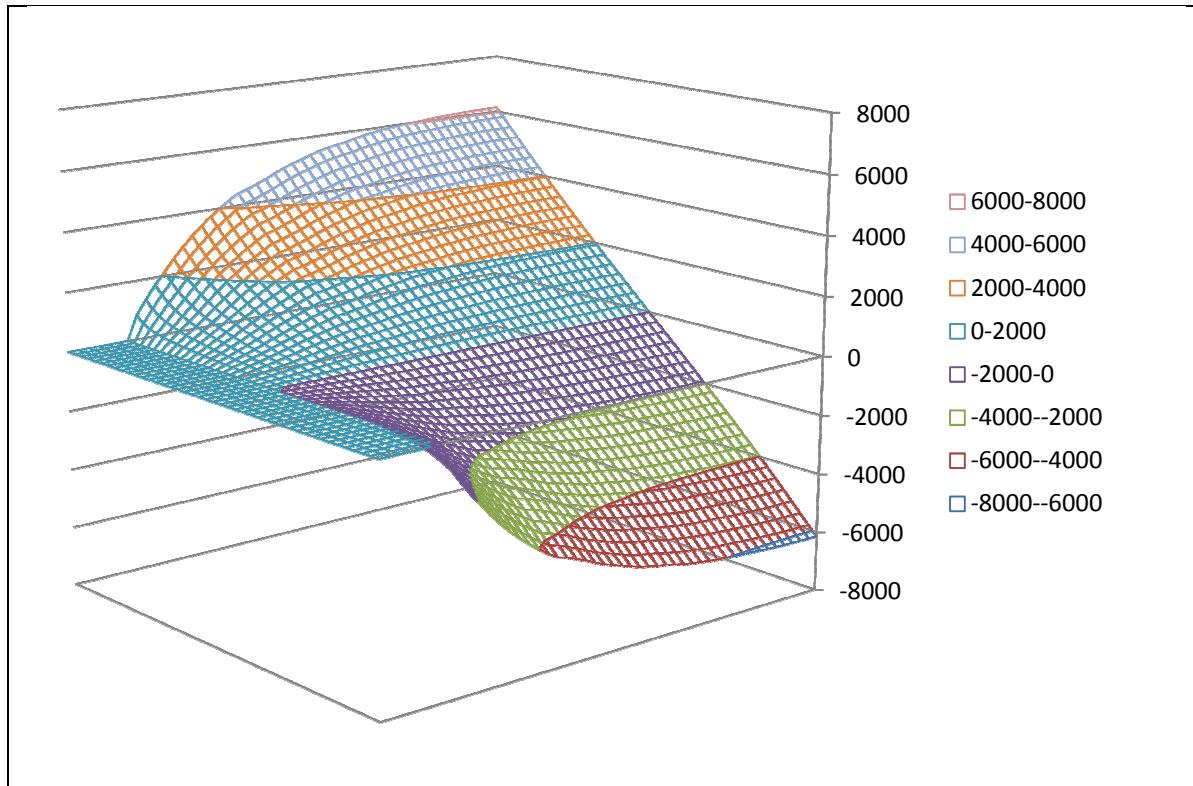


Figure III.15 – Diagramme de répartition de la masse impulsive (en kg/m^2)

Le caractère antisymétrique du diagramme III.15 peut se justifier physiquement de la manière suivante. Les pressions qui naissent sur la porte dans le cas d'une accélération sismique selon z sont des pressions « de transmission », c'est-à-dire qu'elles apparaissent en raison du fait que l'eau transmet la pression dans toutes les directions. Par conséquent, lorsque les bajoyers sont mis en mouvement par le séisme, l'un d'eux va refouler l'eau ce qui correspondra à une augmentation de la pression. Cette surpression est alors transmise à la porte et correspond aux valeurs positives du diagramme III.15. L'autre bajoyer va pour sa part s'écartier, provoquant cette fois une diminution de la pression. Cette dépression est également transmise à la porte et correspond à la partie négative sur la figure III.15.

Contrairement à ce qui avait été fait dans le cas d'un mouvement parallèle à l'axe x , il convient cette fois-ci de procéder à une soustraction des pressions dans le sas et dans le bief, et non à une addition. Par conséquent, les effets impulsifs dans le sas et dans le bief vont partiellement se compenser, si bien que la situation est globalement moins défavorable que pour la composante dirigée selon x . Cette affirmation est toutefois à nuancer étant donné la différence importante qu'il existe entre les niveaux h_s et h_b . En réalité, on ne doit effectivement pas vraiment s'attendre à une grande influence de l'eau présente dans le bief.

4.2.2. Méthodologie

En théorie, on pourrait également modéliser l'action de l'eau par un système de masses ajoutées. Il suffirait en effet de reprendre la distribution représentée à la figure III.15 et de la reproduire à la surface de la porte. Cependant, afin de représenter correctement les phénomènes, il faudrait que ces masses soient mises en mouvement selon la direction x , indépendamment du reste de la porte qui devrait subir un mouvement selon z . Dans le cas

d'une action sismique perpendiculaire à la porte, ce problème ne se posait pas car les forces de pression et d'inertie agissaient dans la même direction. Par conséquent, les masses ajoutées et la porte devaient subir des mouvements uniquement selon z . L'approche qui sera donc utilisée ici consiste à réaliser une analyse spectrale « à la main » de la structure, en représentant les forces d'inertie et les forces de pression par des charges équivalentes. L'équation à résoudre s'écrit, dans le cas présent :

$$([M_0] + [M_a]) \cdot \ddot{\mathbf{v}}(t) + [C] \cdot \dot{\mathbf{v}}(t) + [K] \cdot \mathbf{v}(t) = -[M_0] \cdot \mathbf{r}_z \cdot \ddot{Z}(t) - [M_a] \cdot \mathbf{r}_x \cdot \ddot{Z}(t) \quad (III.61)$$

où \mathbf{r}_z est un vecteur qui ne présente des composantes non nulles que pour la direction parallèle à la porte de l'écluse. Par contre, le vecteur \mathbf{r}_x conserve bien la signification introduite au paragraphe précédent. Les termes utilisés dans la matrice $[M_a]$ sont calibrés de manière à reproduire une répartition par masses concentrées homothétique au diagramme de la figure III.15. Avec ces notations, on peut repartir de l'équation du mouvement projetée en base modale. Comme précédemment, on trouve l'expression suivante :

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\omega_i\xi_i\dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2\eta_i(t) = -\frac{L_i}{M_i^*}\ddot{Z}(t) \quad (III.62)$$

où la masse généralisée M_i^* est bien donnée par $\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{u}_i$. Le calcul de ω_i et de \mathbf{u}_i se fait également sur base des propriétés de la structure incluant les masses ajoutées. Bien qu'on ne travaille pas ici réellement avec de telles masses concentrées, cette façon de procéder se justifie dans le cadre de l'approche simple visant à inclure l'interaction fluide-structure. On a par ailleurs le résultat suivant :

$$L_i = \mathbf{u}_i^T [M_0] \mathbf{r}_z + \mathbf{u}_i^T [M_a] \mathbf{r}_x = \mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{r}_z + \mathbf{u}_i^T [M_a] \mathbf{r}_x \quad (III.63)$$

puisque le séisme agit dans la direction z . Il est à noter que la dernière égalité se justifie par le fait que $[M_a] \mathbf{r}_z = \mathbf{0}$. La seule implication pratique de (III.63) est que le rapport $\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{r}_z / M_i^*$ est directement donné par les logiciels numériques en tant que facteur de participation modale. Par contre, le second terme $\mathbf{u}_i^T [M_a] \mathbf{r}_x$ doit être calculé « à la main ». Finalement, on trouve alors que le vecteur \mathbf{F}_i des efforts internes est donné par :

$$\mathbf{F}_i = [M_t] \mathbf{u}_i \frac{L_i}{M_i^*} S_{pa} = [M_t] \mathbf{u}_i \cdot \left(\frac{\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{r}_z}{\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{u}_i} + \frac{\mathbf{u}_i^T [M_a] \mathbf{r}_x}{\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{u}_i} \right) S_{pa} \quad (III.64)$$

où la pseudo-accélération S_{pa} est déduite du spectre de l'Eurocode présentant un amortissement convenable. Comme précédemment, on peut calculer ξ en utilisant la formule (III.31). On obtient ainsi $\xi = 0.8\%$ et on peut ensuite utiliser (III.64) pour réaliser l'analyse.

Avant de détailler les résultats obtenus par cette méthode, il convient de s'interroger sur le nombre de modes à prendre en compte. En effet, étant donné que la procédure se fait « à la main », elle est particulièrement fastidieuse mais il faut malgré tout s'assurer de prendre en compte suffisamment de modes pour que les résultats soient corrects. A ce sujet, le choix des modes sur base de la seule masse collaborante qui y est associée permet de prendre en compte correctement les effets provenant de l'inertie de la structure, mais pas à priori ceux liés à la

pression, ce qui n'est pas valable. En effet, les équations (III.63) et (III.64) montrent clairement que les forces modales ont deux contributions : une première est liée à l'inertie de la porte tandis que la seconde provient de l'action de la pression. Par conséquent, le choix doit se faire de manière à ce que ces deux phénomènes soient correctement représentés. En d'autres termes, il y a donc lieu de mobiliser un pourcentage de masse sismique suffisant, mais également un « pourcentage de masse ajoutée » correct. Pour cela, on peut considérer :

- le facteur de participation modale lié à l'action des forces d'inertie. En accord avec (III.64), celui-ci vaut :

$$\epsilon_{z,i} = \frac{\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{r}_z}{\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{u}_i} \quad (\text{III.65})$$

Ce facteur peut être évalué pour chaque mode i . Plus celui-ci est élevé, plus à priori l'action des forces d'inertie sera importante.

- le facteur de participation modale lié à l'action des forces de pression. En accord avec (III.64), celui-ci vaut :

$$\epsilon_{a,i} = \frac{\mathbf{u}_i^T [M_a] \mathbf{r}_x}{\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{u}_i} \quad (\text{III.66})$$

Ce facteur peut être évalué pour chaque mode i . Plus celui-ci est élevé, plus à priori l'action des forces de pression sera importante.

Dès lors, afin de représenter correctement les effets de la pression hydrodynamique, il faut au moins intégrer dans l'analyse les modes pour lesquels $\epsilon_{a,i}$ est élevé, ce qui nécessite de connaître préalablement les valeurs de $\epsilon_{a,i}$. Cela peut être réalisé au terme d'une analyse modale de la structure qui, dans le cas des données reprises au tableau III.6, permet alors de tracer le diagramme de la figure III.16a. Celui-ci peut être utilisé afin d'exclure du calcul les contributions des modes les plus faibles et donc d'en réduire le caractère fastidieux.

Si (III.65) et (III.66) allègent la méthode en facilitant le choix des modes, ces expressions ne permettent cependant pas d'en fixer le nombre. Le problème ne se pose pas tellement en ce qui concerne l'action des forces d'inertie, étant donné que de ce point de vue on dispose d'un critère sur le pourcentage de masse collaborante. Par contre, il est difficile d'exprimer un critère permettant de savoir combien de modes doivent être pris en compte afin de représenter valablement les efforts de pression. Le danger est ici qu'en ne considérant qu'un nombre restreint N^* de modes, on en arrive finalement à sous-estimer de manière importante les forces hydrodynamiques. Il faudrait dès lors savoir à quel « pourcentage de masse ajoutée » on travaille en limitant l'analyse à N^* modes. Par analogie avec le critère fixé sur la masse sismique collaborante en (III.12), on pourrait s'intéresser à l'expression :

$$\sum_{i=1}^{N^*} \frac{(\mathbf{u}_i^T [M_a] \mathbf{r}_x)^2}{\mathbf{u}_i^T [M_t] \mathbf{u}_i} \quad (\text{III.67})$$

Cependant, cette somme étendue jusqu'au nombre total de modes N ne donne pas un résultat qui est connu d'avance, comme c'était le cas en (III.12). Par conséquent, il apparaît très

délicat de définir un critère par (III.67). La seule solution semble donc d'intégrer à l'analyse progressivement de plus en plus de modes jusqu'à ce que les effets étudiés se stabilisent. Un critère simple consiste alors à intégrer un nombre croissant de modes jusqu'à ce que la résultante des forces appliquées perpendiculairement à la porte de l'écluse se stabilise. Cette manière de procéder se base sur l'hypothèse que les effets étudiés dans la porte seront d'autant plus importants que cette résultante est élevée.

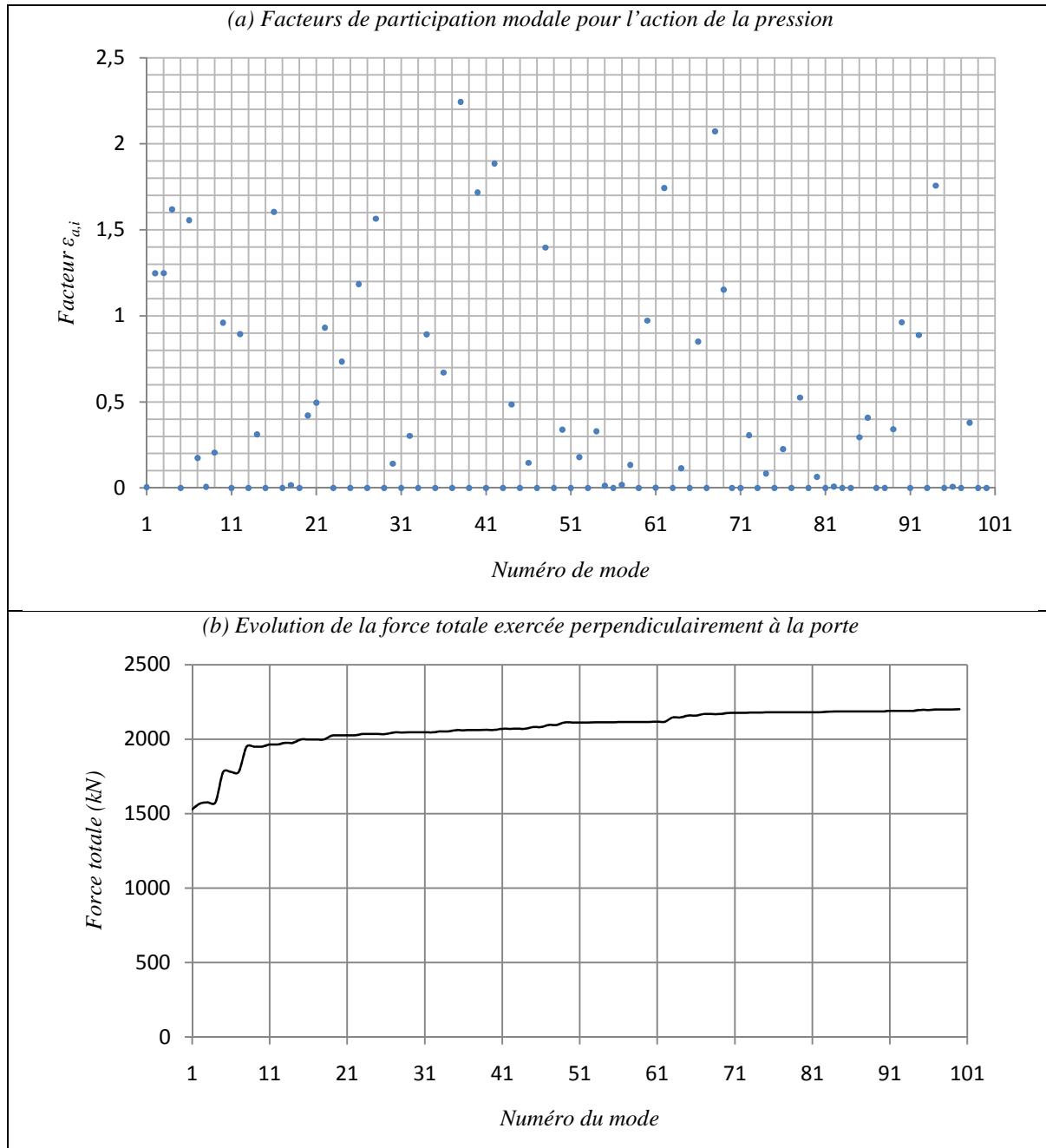


Figure III.16 – Procédure de sélection des modes et du nombre de modes

Conformément à (III.64), la résultante des forces perpendiculaires à la porte pour le mode i peut s'évaluer en réalisant la somme de toutes les composantes dirigées selon z dans le vecteur \mathbf{F}_i . On obtient alors le graphe de la figure III.16b qui représente la manière dont cette résultante évolue au fur et à mesure qu'on envisage de plus en plus de modes. Sur les 100 modes qui ont été considérés, on constate qu'il y a bien stabilisation et on note en outre qu'au-

delà de 70 modes, l'évolution devient déjà négligeable. Cela se justifie par le fait que tous ces modes sont tellement locaux que les efforts élastiques qui y sont associés par (III.64) sont réellement très faibles. Dans le cadre de ce travail, il a été décidé d'inclure au total 18 modes. Ce faisant, la résultante des forces appliquées perpendiculairement à la porte est de 1975 kN . Si on admet que la valeur stabilisée est de 2200 kN , de manière très globale, on peut dire que les effets de la pression hydrodynamique ont été sous-estimés de 12 %. Cela n'est pas à priori négligeable mais à moins d'inclure dans l'analyse un nombre très important de modes (ce qui serait particulièrement fastidieux), il faudra se contenter de cette valeur.

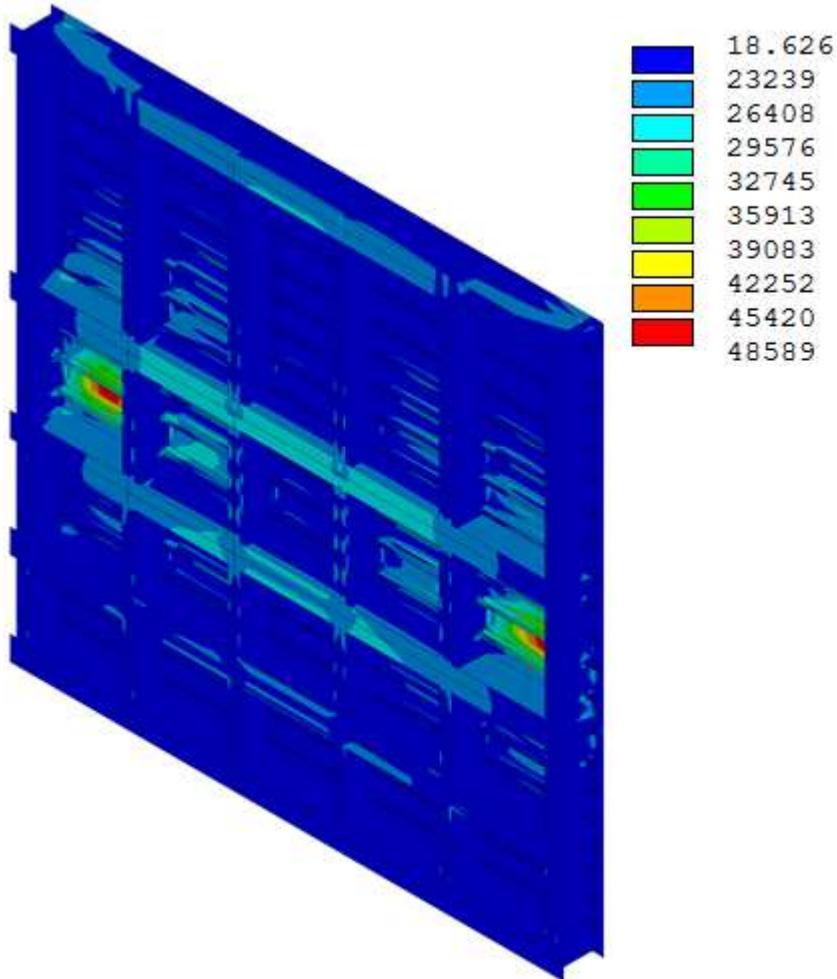
Le défaut principal de l'approche réside donc dans sa lourdeur provenant de l'impossibilité d'utiliser une démarche par masses ajoutées, comme cela a été fait pour la composante de l'action sismique perpendiculaire à la porte. Afin d'obtenir une modélisation plus raffinée, il faudrait utiliser des éléments finis fluides, à la manière de ce qui est réalisé par exemple par KIANOUSH (2006).

4.2.3. Résultats

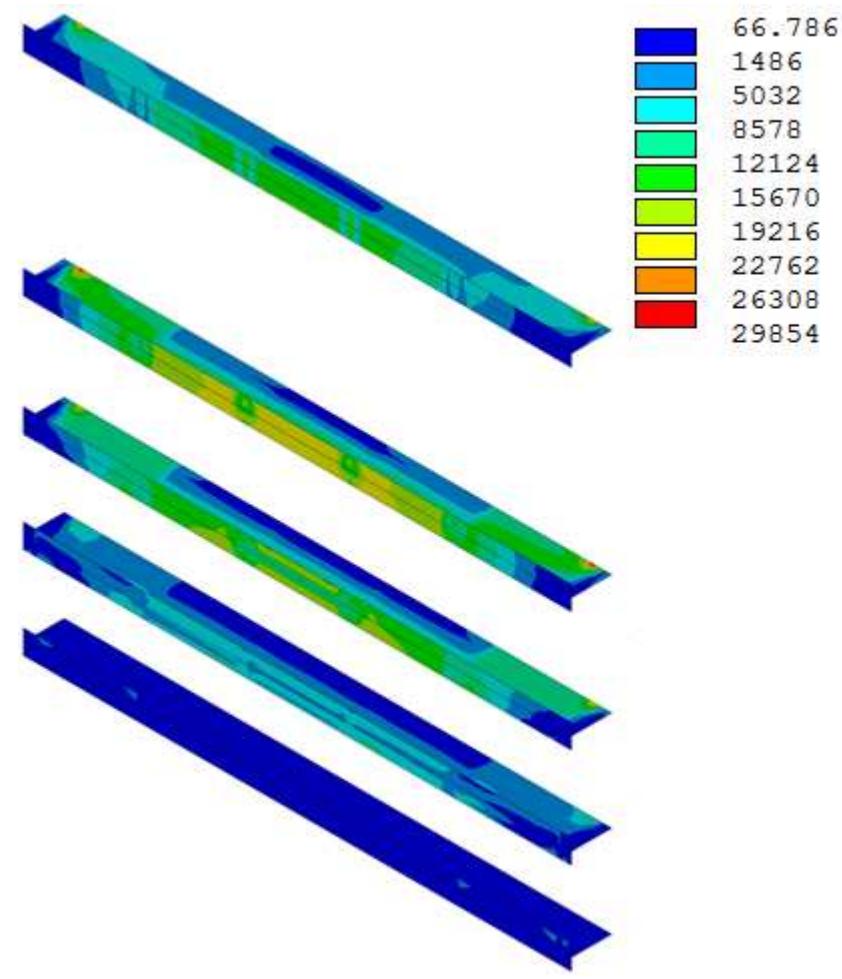
En travaillant avec le logiciel ANSYS et le modèle de la figure III.2b constitué de plaques uniquement, il est possible de tracer les contraintes de comparaison représentées sur la figure III.17. Lorsqu'on observe la porte dans son ensemble (figure III.17a), on constate que c'est la partie du bordé située entre les traverses 3 et 4 qui est soumise aux contraintes les plus élevées. A ce sujet, on note que cette fois ce n'est plus en partie centrale mais bien à proximité des bajoyers que ces contraintes apparaissent. Cette observation est sans doute liée au diagramme des pressions représenté à la figure III.15, où on peut voir que $p = 0$ au centre de la porte et croît au fur et à mesure qu'on se rapproche des bajoyers. Par conséquent, il semble normal que ce ne soit plus cette fois la partie centrale de la porte qui soit la plus critique. La contrainte de comparaison maximale qu'on trouve est ainsi de 58 MPa , ce qui est nettement plus faible que ce qui avait été obtenu dans le cas d'une accélération sismique agissant perpendiculairement à la porte.

Comme précédemment, on peut également s'intéresser au cas de la traverse 4. Par la figure III.17b, on constate encore une fois que c'est elle qui est la plus sollicitée. La contrainte maximale qui y est atteinte est de 30 MPa . A nouveau, en se servant des MNT fournis par FINELG (voir annexe III.4 par exemple), on peut également calculer une contrainte maximale. Dans le cas présent, la valeur obtenue est de 23 MPa , ce qui est un peu plus faible que celle déduite par ANSYS. Toutefois, ces contraintes restent du même ordre de grandeur et on ne peut pas conclure à une divergence importante entre les deux logiciels. Une autre conclusion qui semble ressortir des résultats fournis par ANSYS est que la porte est relativement peu sollicitée dans le cas d'une accélération sismique dirigée selon x . En effet, les valeurs des contraintes maximales mentionnées précédemment sont 2 à 3 fois plus faibles que celles reprises dans la section 4.1 et, en outre, l'observation de la figure III.17a montre que hormis la bande située entre les traverses 3 et 4, le reste de la porte travaille assez peu. Par conséquent, il semble légitime d'admettre que le cas d'une accélération sismique agissant parallèlement à la porte n'est pas prépondérant dans l'analyse. Cela est d'autant plus vrai que les contraintes maximales se produisent dans les régions de la porte qui sont assez peu sollicitées par les autres composantes de l'accélération sismique.

(a) Contraintes de comparaison dans la porte entière



(b) Contraintes de comparaison dans les traverses



Remarque : les valeurs renseignées sur les légendes s'expriment en kN/m², soit en kPa.

Figure III.17 – Contraintes de comparaison (composante sismique selon z)

Ces dernières conclusions peuvent également être corroborées au moyen des résultats fournis par FINELG. On peut pour cela considérer le tableau III.7 qui montre les rapports entre les effets maximum obtenus par FINELG dans le cas d'une accélération sismique selon z avec ceux déduits de la présente analyse. Au vu des valeurs qui sont reprises, on constate bien la moindre importance de la composante sismique agissant parallèlement à la porte.

	<i>Effort normal</i>	<i>Effort tranchant d'axe fort</i>	<i>Effort tranchant d'axe faible</i>	<i>Moment de flexion d'axe fort</i>	<i>Moment de flexion d'axe faible</i>	<i>Moment de torsion</i>
Traverse 1	5.1	6.1	5.2	5.2	5.9	4.9
Traverse 2	5.3	4	4.2	5.8	3.7	4.5
Traverse 3	5.2	3.6	4	5.8	3.2	4
Traverse 4	5	1.1	3.9	5.6	1.2	1.6
Traverse 5	4.4	3.2	4.3	4.6	3.2	4.5
Cadre 1	4.9	1.9	5.1	5.1	3.3	4.2
Cadre 2	4.4	3	3	3.8	5.4	5.2
Cadre 3	5.4	3.2	7.2	5.4	4.8	4.6
Minimum	4.4	1.1	3	3.8	1.2	1.6

Tableau III.7 – Comparaison entre les effets des accélérations selon x et selon z

4.2.4. Conclusions

Les résultats détaillés précédemment permettent de conclure que la traverse 4 joue également ici un rôle important dans le dimensionnement de la porte car elle se trouve être une fois encore un élément fort sollicité (figure III.17b). Toutefois, cette affirmation est à nuancer étant donné qu'il apparaît clairement que la composante sismique dirigée parallèlement à la porte produit des effets locaux qui sont nettement moins importants que ceux obtenus pour une accélération perpendiculaire à la porte.

4.3. Composante verticale

4.3.1. Calcul des pressions

Dans le cas d'une accélération sismique $\ddot{Y}(t)$ dirigée verticalement selon l'axe y , il apparaît comme précédemment des pressions sur la porte. La distribution peut être calculée à nouveau sur base de l'équation de Laplace écrite dans le plan (x, y) . L'équation devient alors :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (III.68)$$

Cette expression est identique à celle qui a été utilisée dans la partie II du travail, pour un mouvement se faisant selon l'axe x . Toutefois, les solutions qui avaient été développées ne s'étendent pas directement ici car les conditions limites sont différentes. Dans le cas présent, on doit avoir :

- En $x = 0$: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$ (III.69)

- En $x = L$: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$ (III.70)

- En $y = h_s$: $\frac{\partial \phi}{\partial y} = \ddot{Y}(t)$ (III.71)

- En $y = 0$: $\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - (g + \ddot{Y}(t)) \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$ (III.72)

L'équation (III.72) traduit la condition d'annulation de la pression au niveau de la surface libre. Cette condition est responsable d'une complication importante du problème à résoudre. En effet, en raison de l'action sismique, l'eau subit une accélération verticale supplémentaire qui s'ajoute à l'accélération de la pesanteur. L'accélération verticale totale est donc $g + \ddot{Y}(t)$, si bien qu'il est très ardu d'essayer d'établir des solutions analytiques au problème complet. Par ailleurs, étant donné qu'il a été établi que les effets convectifs pouvaient être négligés dans le cas des deux autres composantes de l'action sismique, on peut suggérer de faire de même en ce qui concerne la troisième composante. Cette approche est valable pour autant que les déplacements verticaux $\eta(x, 0, t)$ au niveau de la surface libre soient suffisamment faibles. Dans cette hypothèse, il est à peu près équivalent d'écrire (III.72) en $y = 0$ ou en $\eta(x, 0, t)$ et on obtient alors la condition suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (III.73)$$

en $y = 0$. Comme déjà mentionné dans la partie II, le fait d'écrire la condition limite en surface dans la configuration plane initiale revient à négliger le terme convectif dans les équations. Ce faisant, la solution du problème est alors simplement :

$$p(y) = \rho gy + \rho y \cdot \ddot{Y}(t) \quad (III.74)$$

Le premier terme est une contribution de la pression hydrostatique tandis que le second correspond à une pression impulsive qui évolue dans le temps comme l'accélération verticale du sol. Cette solution est par ailleurs aussi mentionnée par HAROUN (1984). Elle s'applique également au cas des biefs si bien que pour obtenir la pression nette agissant sur la porte, il y a lieu de procéder à la soustraction des diagrammes déduits séparément dans le sas et dans le bief.

4.3.2. Méthodologie

On rencontre ici aussi les mêmes difficultés que celles qui ont été décrites au paragraphe 4.2.2, à savoir qu'il n'est pas possible de travailler avec des masses ajoutées. Le problème se pose une fois encore car les forces d'inertie sont cette fois dirigées verticalement (selon y) tandis que la pression agit toujours horizontalement (selon x). De manière formelle, on cherche donc à résoudre l'équation suivante :

$$([M_0] + [M_a]) \cdot \ddot{\boldsymbol{v}}(t) + [C] \cdot \dot{\boldsymbol{v}}(t) + [K] \cdot \boldsymbol{v}(t) = -[M_0] \cdot \boldsymbol{r}_y \cdot \ddot{\boldsymbol{Z}}(t) - [M_a] \cdot \boldsymbol{r}_x \cdot \ddot{\boldsymbol{Z}}(t) \quad (III.75)$$

où \boldsymbol{r}_y est un vecteur qui ne présente que des composantes non nulles pour la direction verticale. La matrice des masses ajoutées $[M_a]$ est particulièrement facile à obtenir puisqu'il suffit d'adopter une distribution de masse triangulaire homothétique au diagramme de

pression. En adoptant la même méthodologie que celle décrite en 4.2.2, on déduit finalement que les efforts élastiques sont donnés par :

$$\mathbf{F}_i = [\mathbf{M}_t] \mathbf{u}_i \frac{L_i}{M_i^*} S_{pa} = [\mathbf{M}_t] \mathbf{u}_i \cdot \left(\frac{\mathbf{u}_i^T [\mathbf{M}_t] \mathbf{r}_y}{\mathbf{u}_i^T [\mathbf{M}_t] \mathbf{u}_i} + \frac{\mathbf{u}_i^T [\mathbf{M}_a] \mathbf{r}_x}{\mathbf{u}_i^T [\mathbf{M}_t] \mathbf{u}_i} \right) S_{pa} \quad (III.76)$$

où la masse généralisée M_i^* est bien donnée par $\mathbf{u}_i^T [\mathbf{M}_t] \mathbf{u}_i$ et où le calcul de ω_i et de \mathbf{u}_i se fait une fois encore sur base des propriétés de la structure incluant les masses ajoutées. La pseudo-accelération dans (III.76) peut se calculer sur base d'un spectre correctement amorti. On utilise pour cela (III.31) et on a alors $\xi = 0.5\%$. Par ailleurs, en ce qui concerne le choix des modes, les mêmes remarques que celles mentionnées en 4.2.2 s'appliquent. La sélection peut se faire sur base des paramètres $\epsilon_{y,i}$ et $\epsilon_{a,i}$ présentant des définitions similaires à (III.65) et (III.66). Le nombre N^* de modes à considérer peut une fois encore être fixé sur base de considérations relatives à la force totale appliquée perpendiculairement à la porte. Pour cela, on peut considérer le graphe de la figure III.18.

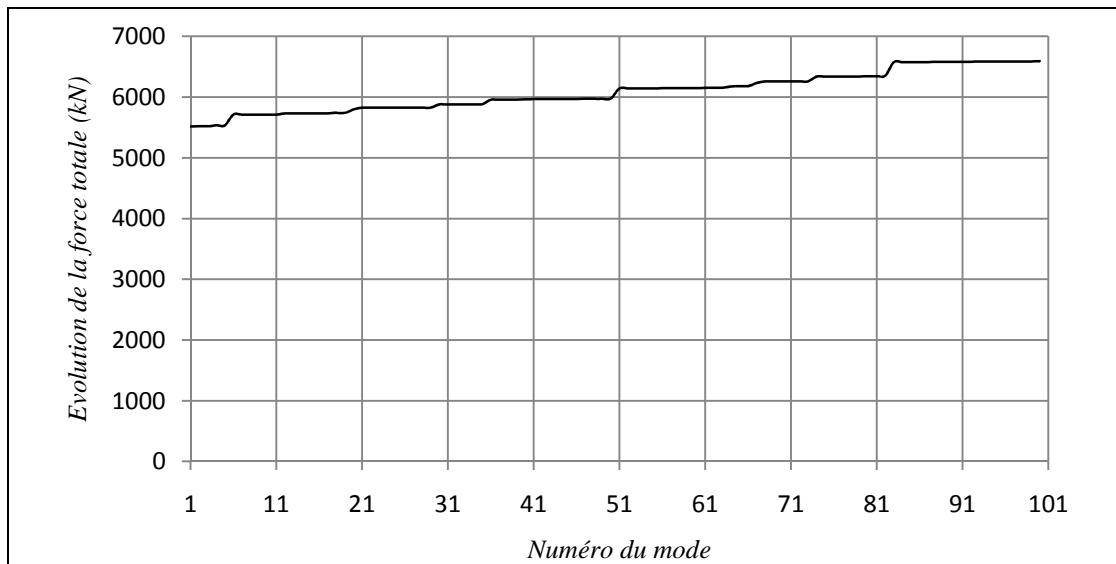


Figure III.18 – Résultante des forces perpendiculaires à la porte

Contrairement au cas d'une composante parallèle à la porte, la situation est cette fois plus favorable au niveau du calcul. En effet, comme le montre le graphe de la figure III.18, l'essentiel des forces appliquées perpendiculairement à la porte provient du premier mode, tandis que le reste des contributions est plus faible. Dans le cas présent, 15 modes ont été considérés, ce qui correspond à une résultante cumulée de 6170 kN. Si on admet que la stabilisation est à 6500 kN, globalement, on peut dire les efforts ont été sous-estimés de 5 %.

4.3.3. Résultats

La figure III.19 représente les résultats qui ont été obtenus par le logiciel ANSYS. L'observation de l'illustration de gauche montre que la contrainte maximale atteinte sur la porte toute entière vaut 135 MPa, ce qui est approximativement du même ordre de grandeur que ce qui avait été obtenu à la section 4.1 dans le cas d'une accélération sismique agissant perpendiculairement à la porte. La figure III.19b montre pour sa part que c'est à nouveau la traverse 4 qui est la plus sollicitée, avec une valeur extrême de 113 MPa.

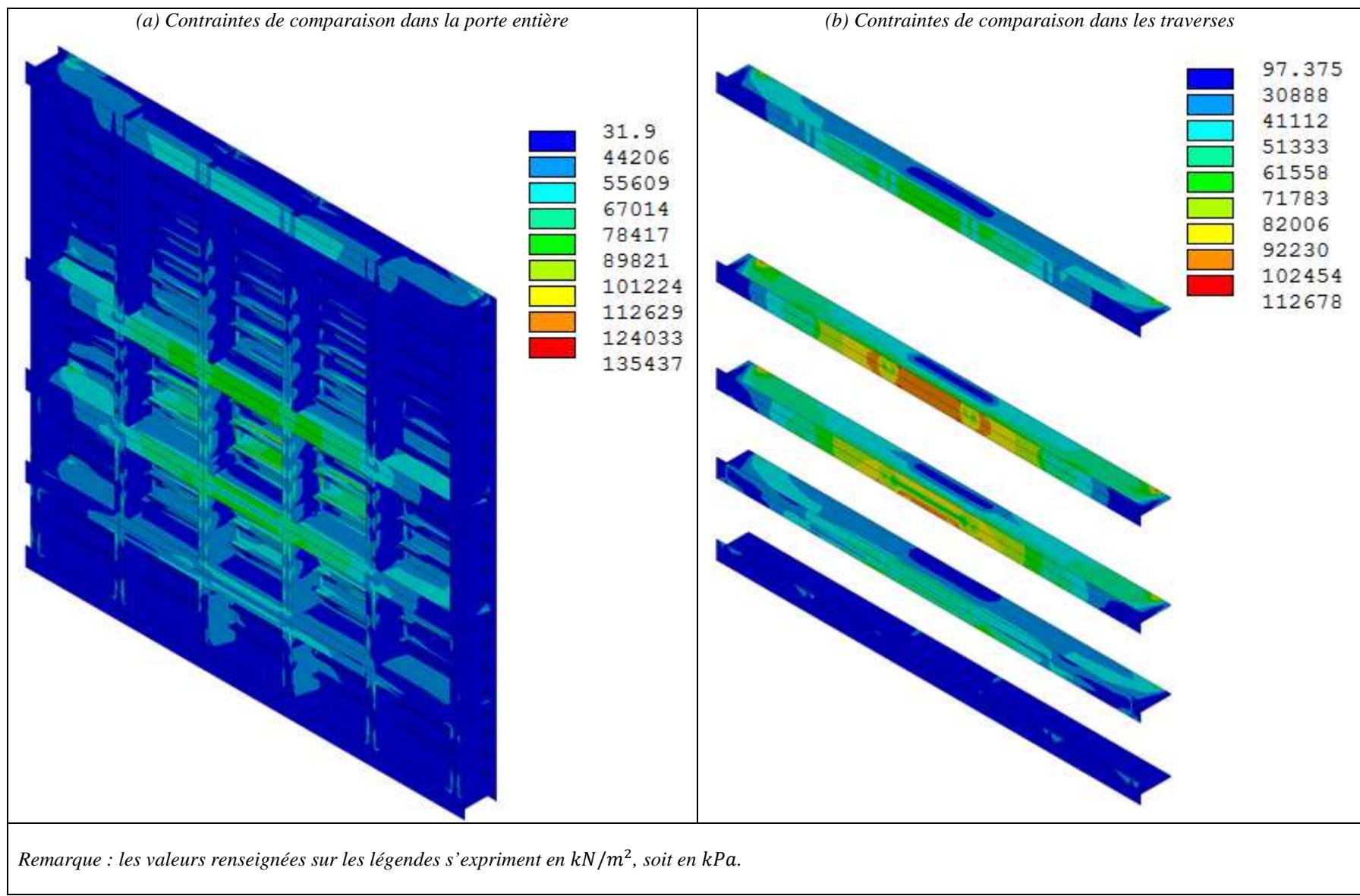


Figure III.19 – Contraintes de comparaison (composante sismique selon y)

A titre de comparaison, on peut également se servir des MNT qui ont été obtenus par FINELG (les diagrammes comparatifs sont repris à la figure VI.7 de l'annexe III.4) afin de calculer la contrainte maximale dans la traverse 4. Comme précédemment, on se limite au cas des moments de flexion d'axe fort et de l'effort normal étant donné qu'ils sont prépondérants. Ce faisant, on déduit une valeur de 97.9 MPa , ce qui est à nouveau un peu plus faible que les résultats produits par ANSYS.

On peut également s'interroger sur l'importance des effets induits par la composante verticale de l'action sismique en comparaison avec ceux provenant de la composante perpendiculaire à la porte. Les contraintes déduites par ANSYS sont du même ordre de grandeur dans les deux cas. En ce qui concerne les résultats fournis par FINELG, ceux-ci sont synthétisés dans le tableau III.8, qui montre que la composante sismique agissant perpendiculairement à la porte produit des effets qui sont du même ordre de grandeur que ceux naissant en raison d'une accélération verticale. Dès lors, en négligeant la composante verticale de l'action sismique, cela peut conduire à sous-estimer de moitié les éléments de réduction dans les poutres et les traverses. Cette façon de voir les choses est relativement grossière dans la mesure où il faudrait tenir compte de la manière dont on recombine les effets liés aux différentes composantes de l'action sismique (voir section 4.4).

	<i>Effort normal</i>	<i>Effort tranchant d'axe fort</i>	<i>Effort tranchant d'axe faible</i>	<i>Moment de flexion d'axe fort</i>	<i>Moment de flexion d'axe faible</i>	<i>Moment de torsion</i>
Traverse 1	1	1.57	1	1	1.3	1.04
Traverse 2	1.02	1.03	1.02	1.03	1.04	1.03
Traverse 3	1.04	1.15	1.05	1.06	1.18	1.16
Traverse 4	1.1	0.51	1.1	1.1	0.65	0.67
Traverse 5	1.23	1.05	1.24	1.23	1.08	1.02
Cadre 1	1.04	1.26	1.06	1.06	1.06	1.02
Cadre 2	0.97	1.05	1.03	0.96	1.04	1.03
Cadre 3	0.96	1.19	1.03	0.95	1.08	1.03
Minimum	0.96	0.51	1	0.95	0.65	0.67

Tableau III.8 – Comparaison des effets des accélérations selon y et z

4.3.4. Conclusions

Les résultats des analyses de la porte montrent qu'une fois encore c'est la partie centrale de celle-ci qui se trouve la plus sollicitée et qui est donc critique pour le dimensionnement (voir figure III.19a). Par ailleurs, contrairement au cas de l'accélération sismique agissant parallèlement à la porte, il peut s'avérer cette fois insécuritaire de ne pas prendre en compte l'action de la composante verticale car elle induit des effets locaux qui ne sont pas négligeables à priori. Dans le cas de la porte considérée dans ce travail, ces derniers sont comparables à ceux obtenus pour une accélération sismique perpendiculaire à la porte.

4.4. Combinaison des résultats

4.4.1. Méthodes de combinaison

Une fois que les effets produits par chacune des trois composantes de l'accélération sismique ont été calculés individuellement, on peut recombiner ceux-ci de façon à obtenir un effet global qui correspond à celui naissant lorsque les trois composantes agissent simultanément.

Pour cela, l'Eurocode autorise deux manières de procéder¹⁷ : soit on réalise une combinaison SRSS classique, soit on combine les effets par le biais d'un coefficient valant 0.3 de la manière suivante :

$$\sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \quad \max \left\{ \begin{array}{l} E_x + 0.3 \cdot E_y + 0.3 \cdot E_z \\ 0.3 \cdot E_x + E_y + 0.3 \cdot E_z \\ 0.3 \cdot E_x + 0.3 \cdot E_y + E_z \end{array} \right\} \quad (III.77)$$

où les notations E_x , E_y et E_z désignent les effets dus à la composante sismique selon x , y ou z respectivement. Selon l'Eurocode¹⁸, E_x , E_y et E_z sont des « *effets d'action sur des éléments structuraux (par exemple, effort interne, moment, contrainte, déformation unitaire) ou sur l'ensemble de la structure (flèche, rotation)* ». En réalité, E_x , E_y et E_z sont eux-mêmes obtenus par recombinaison des réponses modales comme cela a été fait aux sections 4.1 à 4.3. Le coefficient 0.3 qui intervient dans les combinaisons (III.77) est destiné à tenir compte du fait que les trois composantes ne produisent pas leurs effets maxima simultanément. A ce sujet, il convient de remarquer que l'USACE (1999) propose d'utiliser un coefficient 0.5 au lieu de 0.3. Ce coefficient 0.5 est également cité par HAROUN (1984).

4.4.2. Cas de chargement le plus défavorable

Les formules (III.77) posent question quant au cas de chargement qui est le plus défavorable et qui doit dès lors être considéré pour le dimensionnement. Afin de déduire la sollicitation la plus sévère agissant sur la porte, il convient d'abord de compléter les formules en (III.77) dans le but d'y intégrer les effets de la pression hydrostatique. Jusqu'à présent, celle-ci n'a pas été prise en compte dans le calcul des charges s'exerçant sur la porte. Il faut donc associer les effets de la pression hydrodynamique avec ceux provenant de la pression hydrostatique. Afin de réaliser cette combinaison, on peut appliquer la règle citée dans l'Eurocode 0, selon laquelle¹⁹ :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (III.78)$$

où $G_{k,j}$ est la valeur caractéristique de l'action permanente j ;

A_{Ed} est la valeur de calcul de l'action sismique ;

$Q_{k,i}$ est la valeur caractéristique de l'action variable i ;

$\psi_{2,i}$ est le coefficient définissant la valeur quasi-permanente de l'action variable i .

Afin d'appliquer (III.78), il faut se demander si la pression hydrostatique doit être considérée comme une action permanente ou une action variable. A ce sujet, l'Eurocode 0 définit²⁰ une action permanente comme « *une action qui a de fortes chances de durer pendant toute une durée de référence donnée et dont la variation dans le temps est d'ampleur négligeable, ou dont la variation se fait toujours dans le même sens (monotone) jusqu'à ce que l'action atteigne une certaine valeur limite*

¹⁷ prEN 1998-1 : 2004, § 4.3.3.5.1(2), p. 70.

¹⁸ EN 1990 : 2002, § 1.5.3.2, p. 14.

¹⁹ EN 1990 : 2002, § 6.4.3.4(2), p. 45.

²⁰ EN 1990 : 2002, § 1.5.3.3, p. 14.

dans le sas et dans le bief varier de manière importante. Par conséquent, la valeur de la pression hydrostatique reste fixée et on peut considérer qu'elle agit à la manière d'une charge permanente. De façon pratique, étant donné qu'on ne s'intéresse dans ce travail qu'à l'action des pressions sur la porte, il n'y a plus d'autre combinaison à réaliser et l'effet total vaut alors :

$$E_h \pm \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \quad E_h \pm \max \begin{cases} E_x + \delta \cdot E_y + \delta \cdot E_z \\ \delta \cdot E_x + E_y + \delta \cdot E_z \\ \delta \cdot E_x + \delta \cdot E_y + E_z \end{cases} \quad (III.79)$$

où E_h désigne l'effet produit par la pression hydrostatique et δ est égal à 0.3 ou 0.5 suivant le cas. En outre, selon qu'on envisage le signe positif ou le signe négatif, on peut obtenir l'enveloppe supérieure ou inférieure de l'effet considéré.

Jusqu'à présent, on a supposé que les niveaux d'eau dans le sas et dans le bief étaient une donnée (ils ont été choisis à leur valeur maximale). Cependant, ils sont susceptibles d'évoluer au cours du temps et pour le site considéré, on sait que $(h_b, h_s) \in [0 ; 4.5] \times [0 ; 12.5]$, où pour rappel, h_s désigne la hauteur d'eau dans le sas et h_b celle dans le bief. Au vu de ces valeurs, on conçoit bien que le chargement le plus sévère apparaîtra lorsque $h_s = 12.05 \text{ m}$ par contre la question se pose quant à la valeur à donner à h_b pour le dimensionnement.

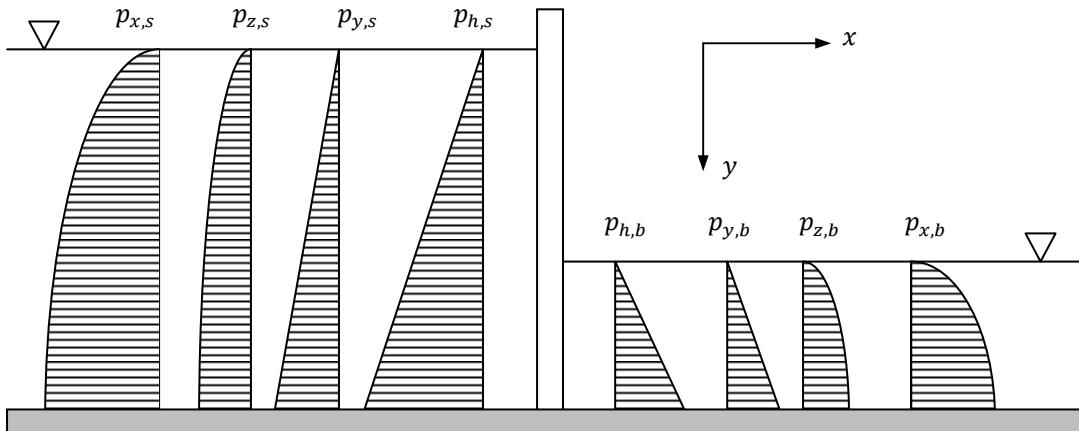


Figure III.20 – Récapitulatif des pressions agissant dans le sas et dans le bief

La figure III.20 reprend l'ensemble des pressions agissant sur la porte à un moment donné. Les pressions affectées d'un indice s sont celles agissant du côté du sas tandis que celles présentant un indice b s'appliquent du côté du bief. L'indice x , y ou z signifie que la pression est induite par la composante selon x , y ou z de l'action sismique tandis que l'indice h désigne une pression hydrostatique. Les pressions résultantes du côté du sas et du bief sont alors :

$$p_s = p_{x,s} + p_{y,s} + p_{z,s} + p_{h,s} \quad p_b = -p_{x,b} + p_{y,b} + p_{z,b} + p_{h,b} \quad (III.80)$$

où $p_s \geq 0$ et $p_b \geq 0$. La pression nette s'exerçant de l'amont vers l'aval correspond alors à la différence $p_s - p_b$, c'est-à-dire :

$$p_s - p_b = (p_{x,s} + p_{x,b}) + (p_{y,s} - p_{y,b}) + (p_{z,s} - p_{z,b}) + (p_{h,s} - p_{h,b}) \quad (III.81)$$

$$\Leftrightarrow p_{\text{rés}} = p_{x,\text{rés}} + p_{y,\text{rés}} + p_{z,\text{rés}} + p_{h,\text{rés}} \quad (III.82)$$

La pression résultante est donc la somme de quatre contributions qui ne sont pas maximales pour la même valeur de h_b . En effet, sur base de l'équation (III.81), on déduit que :

- lorsque le sas et le bief sont à leur niveau le plus élevé (soit $h_s = 12.05 \text{ m}$ et $h_b = 4.5 \text{ m}$), on a la certitude de maximiser la pression $p_{x,\text{rés}}$ puisque les diagrammes dans le sas et dans le bief s'additionnent. Par contre, on minimise les effets de la pression hydrostatique, ainsi que des pressions hydrodynamiques produites par l'action sismique selon y et z , c'est-à-dire les termes $p_{y,\text{rés}}$, $p_{z,\text{rés}}$ et $p_{h,\text{rés}}$.
- lorsque le sas est à son niveau maximum ($h_s = 12.05 \text{ m}$) et que le bief est vide ($h_b = 0$), on minimise la pression impulsive provenant de l'action sismique selon x , c'est-à-dire $p_{x,\text{rés}}$. Par contre, on maximise cette fois la pression hydrostatique et les pressions hydrodynamiques produites par l'action sismique selon y et z , soit $p_{y,\text{rés}}$, $p_{z,\text{rés}}$ et $p_{h,\text{rés}}$.

Il est difficile de prédire à l'avance laquelle des deux situations précédentes peut conduire à la situation de chargement la plus sévère. Par ailleurs, ce n'est pas forcément lorsque la pression résultante $p_{\text{rés}}$ donnée par l'équation (III.82) est maximale que les effets dans la porte le seront également (davantage de détails à ce sujet sont repris dans l'annexe III.4). Par conséquent, il apparaît fort difficile de ne retenir qu'une seule situation de chargement pour le dimensionnement de la porte. La seule solution satisfaisante semble donc bien de prendre plusieurs valeurs pour h_b situées entre 0 et 4.5 m et de calculer les effets dans chaque cas afin de voir la manière dont ils évoluent avec h_b . Dans la suite, on s'intéressera tout d'abord aux deux cas de chargement repris dans le tableau III.9. Ceux-ci seront désignés par $C1$ et $C2$.

Chargement	h_s	h_b
$C1$	12.05 m	4.5 m
$C2$	12.05 m	0 m

Tableau III.9 – Cas de chargement

Les résultats obtenus par les méthodes de recombinaison présentées ci-dessus peuvent être consultés dans l'annexe III.5 pour le cas de chargement $C1$. On ne s'intéresse ici qu'à la comparaison de ces deux situations $C1$ et $C2$. Pour ce faire, on ne considère que la traverse 4 et le cadre 3 vu qu'il s'agit des éléments les plus sollicités. En outre, étant donné qu'ils sont essentiellement comprimés et fléchis, seules ces deux actions seront envisagées.

		<i>Effort normal</i>	<i>Flexion d'axe fort</i>
Sollicitation $C1$	Traverse 4	-6400 kN	-1850 kNm
	Cadre 3	-2400 kN	-1010 kNm
Sollicitation $C2$	Traverse 4	-6280 kN	-1820 kNm
	Cadre 3	-2370 kN	-995 kNm
Ecart relatif	Traverse 4	1.8 %	1.8 %
	Cadre 3	1 %	1.3 %

Tableau III.10 – Comparaison des cas de chargement $C1$ et $C2$

Le tableau III.10 donne davantage d'informations sur les différences entre les deux cas de chargement. Les valeurs qui y sont renseignées ont été obtenues au moyen du logiciel FINELG mais ces résultats sont également corroborés par les analyses effectuées en parallèle sur ANSYS. Dans ce tableau, on peut voir que l'écart relatif sur les valeurs ne dépasse pas 2 %. Cela permet de conclure qu'en définitive, qu'il y ait de l'eau ou pas dans le bief, ça ne change

pas grand-chose sur les valeurs de dimensionnement. Cette conclusion montre que l'essentiel des actions agissant sur la porte provient des pressions naissant dans le sas. Ce constat est valable en général car la hauteur d'eau maximale dans le sas est bien plus importante que celle qui peut être atteinte dans le bief.

Une remarque s'impose également au vu du tableau III.10. En effet, celui-ci montre qu'en valeur absolue, les sollicitations provenant du cas de chargement $C1$ sont les plus élevées. Or, pour le cas $C1$, la masse totale (pour les trois composantes) ajoutée à la porte est de $2439004\ kg$ tandis que pour $C2$ elle est de $2478210\ kg$. Par conséquent, contrairement à ce que l'on pourrait penser intuitivement, ce n'est pas lorsque la masse totale ajoutée à la porte est maximale que l'on y obtient les effets les plus défavorables. A l'instar de ce qui est développé dans l'annexe III.4, cela se justifie par le fait que la modification de la masse de la structure entraîne également un changement dans les pseudo-accélérations et donc finalement une augmentation ou une diminution des forces s'appliquant sur la structure.

4.4.3. Conclusions

Le calcul des efforts dans la structure est très peu influencé par le fait que le bief soit rempli ou pas. Cette conclusion se justifie par le fait qu'il existe une différence importante entre le niveau d'eau qui peut être atteint dans le sas et celui qu'on trouve dans le bief. Cette affirmation est valable dans la plupart des écluses de grande chute, si bien que pour calculer les actions agissant sur la porte, le cas de charge le plus défavorable à considérer est celui où le sas est rempli au maximum, indépendamment du niveau présent dans le bief. En outre, il convient aussi de remarquer que, contrairement à ce que l'intuition pourrait laisser croire, ce n'est pas lorsque la masse totale ajoutée à la porte est maximale que l'on obtient le cas de chargement le plus défavorable.

Par ailleurs, le choix de l'une ou l'autre méthode de recombinaison des effets n'a en définitive que peu d'importance car les formules proposées en (III.79) ne donnent des différences que de quelques pourcents. De façon générale, une recombinaison par la méthode de l'USACE utilisant un coefficient de 0.5 donne des résultats légèrement plus sécuritaires.

4.5. Conclusions de l'analyse spectrale

Au terme de toutes les analyses et de toutes les comparaisons qui viennent d'être réalisées, on peut conclure les points généraux suivants :

- L'analyse spectrale de la porte peut être réalisée sans tenir compte des effets de la pression convective. Cela est vrai pour les trois composantes de l'action sismique et tient essentiellement au fait que les dimensions du sas sont importantes. Par contre, dans le cas de portes présentant des caissons qui peuvent être remplis d'eau, si ceux-ci sont de dimensions réduites, les effets convectifs peuvent ne plus être négligeables.
- L'interaction fluide-structure peut être prise en compte par la méthode simple décrite par l'USACE consistant à travailler avec des masses ajoutées. Etant donné que ce phénomène conduit à une majoration non négligeable des efforts, il est préférable de l'inclure lors de l'analyse spectrale de la porte sans perdre de vue son caractère empirique. En effet, la

méthode proposée par l'USACE a l'avantage de la simplicité mais il n'est pas possible de la relier directement aux développements théoriques qui ont conduit à évaluer la pression impulsive flexible de façon analytique (voir annexe III.6).

- En travaillant avec des masses ajoutées, il convient de ne pas considérer un coefficient d'amortissement de 2 % comme c'est le cas habituellement pour les structures en acier. Au contraire, il y a lieu de réduire celui-ci car l'alourdissement de la porte n'est que fictif dans la mesure où il a lieu pour des raisons de modélisation.
- Lors de l'analyse de la porte, il ne faut pas oublier d'y inclure l'action de la pression hydrostatique qui donne lieu elle aussi à des effets non négligeables.
- L'analyse spectrale de la porte doit normalement être réalisée en prenant en compte les trois composantes de l'accélération sismique. Cependant, les résultats ont montré que la composante agissant parallèlement à la porte produit des effets plus faibles, si bien qu'il est possible de ne pas en tenir compte. A priori, les effets de la composante verticale sont du même ordre que ceux produits par la composante perpendiculaire à la porte, si bien qu'ils ne peuvent être omis, même par exemple dans le cadre d'un premier dimensionnement.
- Le cas de chargement le plus défavorable pour lequel la vérification de la porte doit être réalisée ne dépend ici pratiquement pas de la présence d'eau dans le bief. Il suffit de se placer dans la situation où le sas est rempli au maximum pour avoir les effets les plus importants. Par conséquent, l'analyse spectrale peut se faire dans le cas de chargement C1 par exemple. En outre, contrairement à ce que l'intuition physique pourrait laisser croire, ce n'est pas à priori lorsque la masse totale ajoutée à la porte est maximale que l'on obtient le cas de charge le plus sévère.
- Etant donné qu'elle fournit les valeurs les plus sécuritaires sans pour autant qu'il y ait de différence fondamentale avec les autres approches, la recombinaison par la méthode proposée par l'USACE utilisant un coefficient 0.5 peut être employée. Il convient de garder à l'esprit que cette opération n'apporte pas une sécurité supplémentaire importante et ne peut pas se soustraire, par exemple, à l'utilisation d'un coefficient d'importance γ_I adéquatement choisi.

Par ailleurs, en ce qui concerne le dimensionnement de la porte, il ressort de l'analyse spectrale les points spécifiques suivants :

- La zone qui sera très certainement critique lors de la vérification de la structure est la partie centrale de la porte car c'est là qu'apparaissent les sollicitations les plus importantes, en particulier dans la zone située entre les traverses 3 et 4.
- Il convient d'apporter une attention particulière également à la traverse 4 qui est sans doute un élément à soigner lors du dimensionnement. Dans une première approche, il semble d'ailleurs suffisant de la considérer comme un élément comprimé et fléchi autour de l'axe fort car ces deux sollicitations sont réellement prépondérantes par rapport à toutes les autres.

IV. ANALYSE TEMPORELLE DE LA PORTE

Plan de la partie IV

1.	Méthodologie pour l'analyse temporelle	117
1.1.	Remarques préliminaires.....	117
1.1.1.	Hypothèses simplificatrices	117
1.1.2.	Discussion des hypothèses.....	117
1.2.	Procédure d'analyse	120
1.2.1.	Rappel des équations en base nodale.....	120
1.2.2.	Méthodologie	122
2.	Résultats de l'analyse temporelle de la porte.....	124
2.1.	Résultats individuels	124
2.2.	Combinaison des résultats.....	124
2.2.1.	Méthode de combinaison.....	124
2.2.2.	Application des résultats.....	126
2.2.3.	Remarque sur les sollicitations à considérer.....	128
2.3.	Conclusions de l'analyse temporelle.....	128
2.3.1.	Intérêts d'une analyse temporelle	128
2.3.2.	Conclusions relatives à la structure étudiée.....	129

1. Méthodologie pour l'analyse temporelle

1.1. Remarques préliminaires

1.1.1. Hypothèses simplificatrices

Cette quatrième partie du travail a pour but de réaliser une analyse temporelle de la porte afin de corroborer les résultats obtenus dans la partie III. Toutefois, pour limiter les redondances, on se servira directement des conclusions de la partie précédente afin de travailler sur un modèle intégrant les effets prépondérants pour le dimensionnement de la porte. Ainsi, conformément au paragraphe 4.5 de la partie III, on admettra que :

- l'analyse temporelle de la porte peut se faire sans tenir compte des effets de la pression convective.
- l'interaction fluide-structure sera simplement prise en compte par la méthode proposée par l'USACE.
- la hauteur d'eau dans le bief est fixée à $h_b = 4.5 \text{ m}$ bien que cela ait peu d'importance en définitive sur les effets naissant dans la porte.
- l'analyse temporelle peut être réalisée sans tenir compte de la composante de l'action sismique agissant parallèlement à la porte.

L'analyse temporelle sera réalisée sur la porte utilisée dans la partie III en considérant les données sismiques et géométriques reprises dans le tableau III.6. De cette façon, les situations étudiées dans les parties III et IV seront identiques et les résultats pourront être directement comparés.

1.1.2. Discussion des hypothèses

Les trois premières hypothèses réalisées précédemment sont acceptables étant donné qu'elles ont été validées par les résultats de la partie III. En ce qui concerne la quatrième affirmation, il peut être intéressant de la discuter rapidement et d'en chercher une justification. Deux arguments plaident immédiatement pour le caractère négligeable de la composante sismique agissant selon z :

- tout d'abord, d'un point de vue global, le graphe de la figure III.15 montre bien que la résultante des pressions agissant sur la porte est nulle. En outre, cette figure illustre également que la pression impulsive produite par la composante selon z de l'accélération sismique décroît au fur et à mesure qu'on se déplace le long de la porte, contrairement à celle induite par la composante agissant selon x qui est régulière le long de structure.
- la formule (III.58) montre que c'est essentiellement la largeur l du sas qui régit l'importance de la pression impulsive, et non plus la longueur L . Or, dans le cas présent, comme le rapport L/l est environ égal à 10, on conçoit bien que les effets de la

composante agissant parallèlement à la porte soient réduits par rapport à ceux produits par la composante perpendiculaire à la porte.

On peut également tirer quelques informations d'une comparaison entre les pressions $p_{x,s}$ et $p_{z,s}$ représentées sur la figure III.20. On se place donc ici dans le cas où le bief est vide, de manière à ce que la pression $p_{z,s}$ soit maximale. Dans un premier temps, il peut être intéressant d'observer le rapport $p_{z,s}/p_{x,s}$ dont l'évolution est représentée à la figure IV.1.

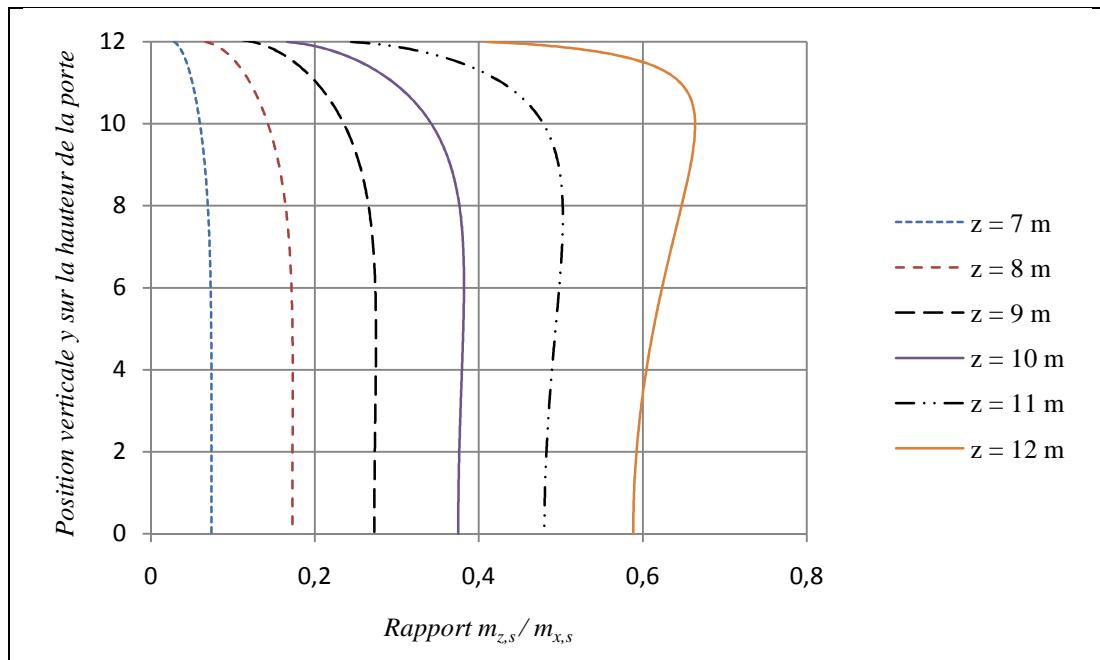


Figure IV.1 – Evolution du rapport des pressions selon x et z

Différentes positions le long de la porte y ont été considérées. Bien entendu, on constate que c'est lorsqu'on se rapproche des bajoyers ($z \approx 12 \text{ m}$) qu'on obtient le rapport le plus élevé. Il convient de noter que les courbes de la figure IV.1 ne correspondent pas exactement à des rapports de pression mais plutôt à des rapports de masse. Il s'agit en fait d'une comparaison entre la distribution de masse ajoutée pour la composante sismique selon x avec celle pour la composante sismique selon z . En reprenant les résultats des parties II et III, on compare donc ici le rapport $m_{z,s}/m_{x,s}$ dans lequel on a :

$$m_{z,s} = \rho \left(z - \frac{l}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4l}{(2n-1)^2\pi^2} \cdot \frac{\cosh((2n-1)\pi(y-h_s)/l)}{\cosh((2n-1)\pi h_s/l)} \cdot \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{l}\right) \right) \quad (\text{IV.1})$$

$$m_{x,s} = \rho L \left(\frac{1}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{(2n-1)^2\pi^2} \cdot \frac{\cosh((2n-1)\pi(y-h_s)/l)}{\cosh((2n-1)\pi h_s/l)} \right) \quad (\text{IV.2})$$

où $m_{x,s}$ et $m_{z,s}$ s'expriment en kg/m^2 . La dimension temporelle n'est donc pas incluse dans la comparaison. Les courbes de la figure IV.1 montrent qu'au maximum, pour le site éclusier considéré, on a $m_{z,s} \approx 0.8 \cdot m_{x,s}$. Cela est vrai au niveau du bajoyer mais en réalité, cette proportion devient de plus en plus faible au fur et à mesure qu'on se rapproche de la partie centrale de la porte puisque là on a à peu près $m_{z,s} \approx 0.1 \cdot m_{x,s}$.

Afin de réaliser une comparaison globale entre l'action des deux composantes, on peut considérer la masse totale qui devrait être ajoutée par exemple à la demi-porte afin de modéliser ces actions. Pour cela, on considère :

$$m_z = \int_0^{l/2} \int_0^{h_s} m_{z,s} \cdot dy \cdot dz \quad m_x = \frac{l}{2} \int_0^{h_s} m_{x,s} \cdot dy \quad (IV.3)$$

Le rapport m_z/m_x fournit alors une indication quant à l'importance globale de la composante sismique agissant selon z vis-à-vis de celle agissant selon x . Le quotient m_z/m_x peut être exprimé en fonction des rapports $\alpha_x = h_s/L$ et $\alpha_z = h_s/l$. Après calculs, on obtient en effet :

$$\frac{m_z}{m_x} = \frac{\alpha_x}{\alpha_z} \cdot \left(\frac{1/8 - 1/\alpha_z \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4 \cdot (-1)^{n+1}}{(2n-1)^4 \pi^4} \cdot \tanh((2n-1)\pi\alpha_z)}{1/4 - 1/\alpha_x \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{(2n-1)^3 \pi^3} \cdot \tanh((2n-1)\pi\alpha_x)} \right) \quad (IV.4)$$

Cette équation montre que le rapport m_z/m_x est directement influencé par α_x/α_z qui n'est rien d'autre que le quotient entre la largeur l et la longueur L du sas, soit l/L . A priori, on peut donc penser que plus le sas sera étroit et plus la pression $p_{z,s}$ sera faible par rapport à $p_{x,s}$. Pour les écluses courantes, le rapport $\alpha_x = h_s/L$ est relativement faible. Sous cette hypothèse, on peut montrer que l'équation (IV.4) ne dépend pratiquement pas de α_x et que les seules variations importantes proviennent de α_z . On peut alors tracer la courbe de la figure IV.2.

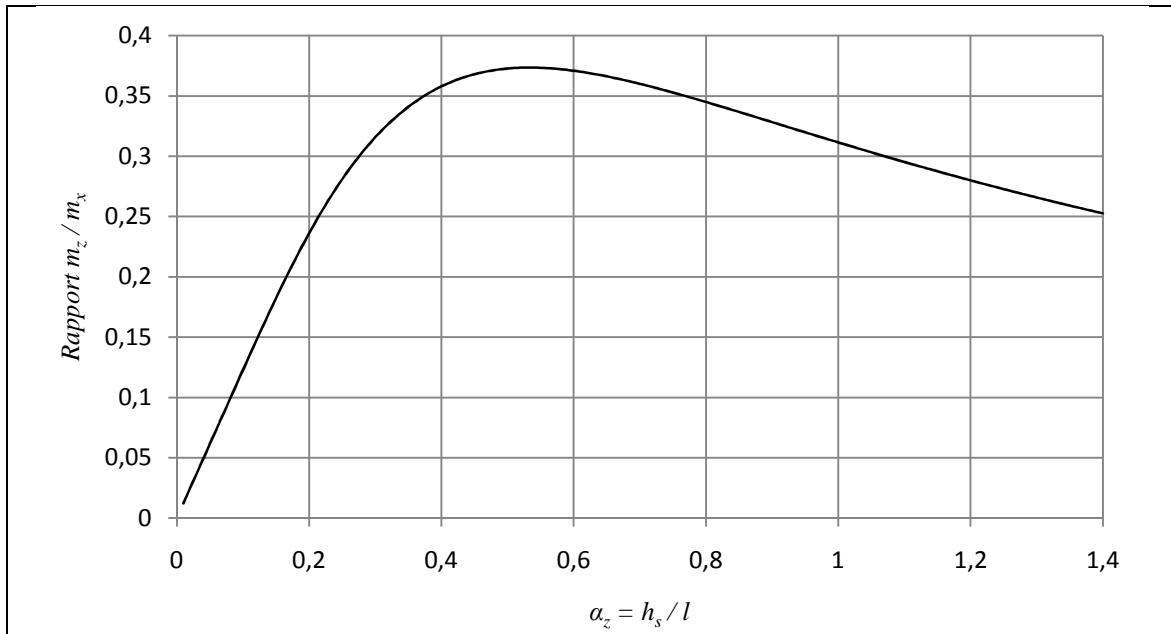


Figure IV.2 – Evolution du rapport m_z/m_x en fonction de α_z

Comme on peut le voir sur la figure IV.2, la valeur maximale atteinte est proche de 0.37, si bien qu'on aura au plus $m_z = 0.37 \cdot m_x$. Cela signifie que la masse totale ajoutée pour tenir compte de la composante de l'accélération sismique ne dépassera jamais 37 % de celle qui est ajoutée pour modéliser l'action d'une composante dirigée perpendiculairement à la porte. Cette conclusion renforce donc l'idée que l'accélération sismique agissant selon z ne produira jamais des effets aussi importants que celle agissant selon x .

1.2. Procédure d'analyse

1.2.1. Rappel des équations en base nodale

Cette partie du texte s'attache à décrire analytiquement le principe d'une résolution temporelle dans la base des nœuds. Elle s'inspire très largement des notes du cours de mécanique des structures II (DEGEE, 2008). Dans la base des nœuds, on sait que l'équation du mouvement d'un système à plusieurs degrés de liberté est donnée par l'équation (III.1). Cette fois-ci, la résolution sera conduite directement dans cette base par la méthode de Newmark. Les inconnues sont donc les vecteurs \boldsymbol{v} , $\dot{\boldsymbol{v}}$ et $\ddot{\boldsymbol{v}}$ qu'on cherche à déterminer en des instants discrets du temps. Ceux-ci seront désignés par t_n et le pas de temps entre t_n et t_{n+1} sera noté Δt . Le principe de résolution suppose donc que les vecteurs :

$$\boldsymbol{v}_n = \boldsymbol{v}(t_n) \quad \dot{\boldsymbol{v}}_n = \dot{\boldsymbol{v}}(t_n) \quad \ddot{\boldsymbol{v}}_n = \ddot{\boldsymbol{v}}(t_n) \quad (IV.5)$$

sont connus, si bien que l'état du système à l'instant t_n est complètement déterminé. Sur base de cela, le but est de calculer les vecteurs :

$$\boldsymbol{v}_{n+1} = \boldsymbol{v}(t_{n+1}) \quad \dot{\boldsymbol{v}}_{n+1} = \dot{\boldsymbol{v}}(t_{n+1}) \quad \ddot{\boldsymbol{v}}_n = \ddot{\boldsymbol{v}}(t_{n+1}) \quad (IV.6)$$

caractérisant les déplacements, les vitesses et les accélérations au pas de temps ultérieur t_{n+1} . Pour cela, il est nécessaire de réaliser des hypothèses quant à la manière dont évolue l'accélération entre les instants t_n et t_{n+1} . A ce sujet, deux méthodes sont classiquement utilisées (pour plus de détails, on peut consulter l'annexe IV.1) :

- la méthode de l'accélération constante, pour laquelle on suppose que $\ddot{\boldsymbol{v}}(t)$ ne varie pas sur l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$. Par conséquent, $\dot{\boldsymbol{v}}(t)$ est linéaire et $\boldsymbol{v}(t)$ est parabolique sur cet intervalle. On peut montrer (voir annexe IV.1) que l'on a :

$$\boldsymbol{v}_{n+1} = \boldsymbol{v}_n + \dot{\boldsymbol{v}}_n \Delta t + \frac{1}{4}(\ddot{\boldsymbol{v}}_n + \ddot{\boldsymbol{v}}_{n+1}) \Delta t^2 \quad (IV.7)$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{n+1} = \frac{1}{2}(\ddot{\boldsymbol{v}}_n + \ddot{\boldsymbol{v}}_{n+1}) \Delta t + \dot{\boldsymbol{v}}_n \quad (IV.8)$$

- l'accélération linéaire, pour laquelle on suppose que $\ddot{\boldsymbol{v}}(t)$ est une droite sur l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$. Par conséquent, $\dot{\boldsymbol{v}}(t)$ est parabolique et $\boldsymbol{v}(t)$ est cubique sur cet intervalle. On peut montrer (voir annexe IV.1) que l'on a :

$$\boldsymbol{v}_{n+1} = \boldsymbol{v}_n + \dot{\boldsymbol{v}}_n \Delta t + \left(\frac{1}{3} \ddot{\boldsymbol{v}}_n + \frac{1}{6} \ddot{\boldsymbol{v}}_{n+1} \right) \Delta t^2 \quad (IV.9)$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{n+1} = \frac{1}{2}(\ddot{\boldsymbol{v}}_n + \ddot{\boldsymbol{v}}_{n+1}) \Delta t + \dot{\boldsymbol{v}}_n \quad (IV.10)$$

Ces deux méthodes sont également disponibles dans FINELG et ANSYS. Cependant, les équations (IV.7) et (IV.8) ou (IV.9) et (IV.10) ne suffisent pas à calculer les déplacements, les vitesses et les accélérations au pas de temps ultérieur t_{n+1} . Il manque en effet une relation

permettant de déterminer $\ddot{\mathbf{v}}_{n+1}$, que l'on peut obtenir en écrivant les équations de Newton selon chaque degré de liberté de la structure. De façon tout à fait générale, cette équation est donnée par :

$$[M_t]\ddot{\mathbf{v}}(t) + [C]\dot{\mathbf{v}}(t) + [K]\mathbf{v}(t) = -[M_0]\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g(t) - [M_a]\mathbf{r}_x \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g(t) \quad (IV.11)$$

où $\ddot{\mathbf{v}}_g(t)$ désigne l'une des trois composantes de l'accélération sismique, soit $\ddot{X}(t)$, $\ddot{Y}(t)$ ou $\ddot{Z}(t)$. L'interaction fluide-structure est ici encore prise en compte simplement par l'utilisation de la matrice $[M_t]$ et non $[M_0]$. Enfin, la notation \mathbf{r} désigne le vecteur \mathbf{r}_x , \mathbf{r}_y ou \mathbf{r}_z selon la composante de l'accélération sismique qui est considérée. De façon raccourcie, on peut regrouper l'ensemble des forces appliquées en (IV.11) dans un seul vecteur \mathbf{P} . On écrit alors :

$$[M_t]\ddot{\mathbf{v}}(t) + [C]\dot{\mathbf{v}}(t) + [K]\mathbf{v}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (IV.12)$$

Afin de trouver une relation dans laquelle intervient \mathbf{v}_{n+1} , on peut écrire (IV.12) en $t = t_{n+1}$. On a alors :

$$[M_t]\ddot{\mathbf{v}}_{n+1} + [C]\dot{\mathbf{v}}_{n+1} + [K]\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{P}_{n+1} \quad (IV.13)$$

où $\mathbf{P}_{n+1} = -[M_0]\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g(t_{n+1}) - [M_a]\mathbf{r}_x \cdot \ddot{\mathbf{v}}_g(t_{n+1})$ est connu pourvu que l'on dispose de l'évolution temporelle de l'accélération sismique, ce qui est le cas si on se sert d'un accélérogramme. Les équations (IV.7), (IV.8) et (IV.13) ou (IV.9), (IV.10) et (IV.13) forment un système dont les trois inconnues sont \mathbf{v}_{n+1} , $\dot{\mathbf{v}}_{n+1}$ et $\ddot{\mathbf{v}}_{n+1}$. Afin de traiter simultanément le cas d'une accélération constante et linéaire, on peut introduire les notations suivantes :

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \dot{\mathbf{v}}_n \Delta t + \left(\left(\frac{1}{2} - a \right) \cdot \ddot{\mathbf{v}}_n + a \cdot \ddot{\mathbf{v}}_{n+1} \right) \Delta t^2 \quad (IV.14)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{n+1} = \dot{\mathbf{v}}_n + ((1 - b) \cdot \ddot{\mathbf{v}}_n + b \cdot \ddot{\mathbf{v}}_{n+1}) \Delta t \quad (IV.15)$$

dans lesquelles a et b sont des paramètres qui permettent d'obtenir les équations (IV.7) et (IV.8) si on prend $a = 1/4$ et $b = 1/2$ ou (IV.9) et (IV.10) si on prend $a = 1/6$ et $b = 1/2$. L'équation (IV.14) sert alors à exprimer l'accélération en t_{n+1} en fonction des résultats connus en t_n :

$$\ddot{\mathbf{v}}_{n+1} = \frac{1}{a \Delta t^2} (\mathbf{v}_{n+1} - \mathbf{v}_n) - \frac{1}{a \Delta t} \dot{\mathbf{v}}_n - \left(\frac{1}{2a} - 1 \right) \ddot{\mathbf{v}}_n \quad (IV.16)$$

Cette dernière relation peut ensuite être introduite dans (IV.15) afin d'exprimer cette fois la vitesse au temps t_{n+1} en fonction des résultats obtenus à l'instant t_n . On trouve ainsi :

$$\dot{\mathbf{v}}_{n+1} = \Delta t \left(1 - \frac{b}{2a} \right) \ddot{\mathbf{v}}_n + \left(1 - \frac{b}{a} \right) \dot{\mathbf{v}}_n + \frac{b}{a \Delta t} \mathbf{v}_{n+1} - \frac{b}{a \Delta t} \mathbf{v}_n \quad (IV.17)$$

Les équations (IV.16) et (IV.17) peuvent être utilisées dans (IV.13) afin de déduire l'expression de \mathbf{v}_{n+1} en fonction des déplacements, des vitesses et des accélérations connus à l'instant t_n . Après calcul, on retrouve une relation de la forme suivante :

$$[\tilde{K}] \mathbf{v}_{n+1} = \tilde{\mathbf{P}}_{n+1} \quad (IV.18)$$

où $[\tilde{K}]$ est une matrice de pseudo-raideur et $\tilde{\mathbf{P}}_{n+1}$ peut être assimilé à un vecteur de charges extérieures. En réalité, ces deux termes n'ont pas vraiment de signification physique ; ils sont simplement définis par analogie avec un chargement statique. Leurs définitions sont les suivantes :

$$[\tilde{K}] = \frac{1}{a\Delta t^2} [M_t] + \frac{b}{a\Delta t} [C] + [K] \quad \tilde{\mathbf{P}}_{n+1} = \mathbf{P}_{n+1} + \Delta\mathbf{P}_n \quad (IV.19)$$

où le vecteur $\Delta\mathbf{P}_n$ ne dépend que des grandeurs connues au pas de temps précédent. On a en effet :

$$\Delta\mathbf{P}_n = [M_t] \left(\frac{\mathbf{v}_n}{a\Delta t^2} + \frac{\dot{\mathbf{v}}_n}{a\Delta t} + \left(\frac{1}{2a} - 1 \right) \ddot{\mathbf{v}}_n \right) + [C] \left(\frac{b\mathbf{v}_n}{a\Delta t} - \left(1 - \frac{b}{a} \right) \mathbf{v}_n - \Delta t \left(1 - \frac{b}{2a} \right) \dot{\mathbf{v}}_n \right) \quad (IV.20)$$

L'équation (IV.18) définit ainsi une relation de récurrence qui permet de suivre l'évolution des déplacements, des vitesses et des accélérations au cours du temps. Pour une méthode de résolution linéaire comme c'est le cas ici, il faut noter que l'inversion de la matrice $[\tilde{K}]$ ne doit se faire qu'une seule fois étant donné qu'elle n'évolue pas d'un pas de temps à l'autre. Cela n'est toutefois vrai que dans la mesure où le pas de temps Δt qui a été choisi reste constant. En réalité, il faudra procéder à une réévaluation de la matrice $[\tilde{K}]$ à chaque changement de pas de temps et ensuite en réaliser une nouvelle inversion. Cependant, en comparaison avec une approche non linéaire, l'inversion de la matrice de pseudo-raideur ne doit se faire qu'un nombre limité de fois et non à chaque pas de temps, ce qui est un avantage au niveau du temps de calcul.

1.2.2. Méthodologie

Comme dans le cas de l'analyse spectrale, les masses concentrées sont utilisées ici aussi afin de tenir compte de l'interaction fluide-structure. Par conséquent, il y a lieu de définir correctement l'amortissement car celui-ci doit rester globalement inchangé. Dans le cas présent, on a supposé un amortissement de Rayleigh, ce qui signifie que $[C]$ peut s'exprimer comme une combinaison des matrices de masse $[M_t]$ et de raideur $[K]$. On a donc :

$$[C] = a[M_t] + b[K] \quad (IV.21)$$

où les paramètres a et b doivent être fixés et $[M_t]$ désigne bien la matrice de masse totale de la structure, incluant les masses ajoutées. Classiquement, ce choix se fait en travaillant sur les coefficients d'amortissement modaux. En effet, si ξ_1 et ξ_2 sont les coefficients d'amortissement relatifs aux deux modes les plus importants de la structure (c'est-à-dire ceux qui mobilisent le plus de masse collaborante), on peut par exemple exiger que $\xi_1 = \xi_2 = 0.4\%$ dans le cas d'une composante sismique agissant perpendiculairement à la porte. Dès lors, si f_1 et f_2 désignent les fréquences propres relatives aux deux modes prépondérants de la structure, on a :

$$a = 4\pi\xi \cdot \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} \quad b = \frac{\xi}{\pi(f_1 + f_2)} \quad (IV.22)$$

où $\xi = 0.4\%$ par exemple. Une fois que la matrice d'amortissement est calculée, afin de réaliser l'analyse temporelle, il reste à définir l'accélérogramme qui sollicitera la structure. De

ce point de vue, l'Eurocode 8 permet l'utilisation d'accélérogrammes enregistrés ou simulés (ce dont on ne dispose pas ici) et d'accélérogrammes artificiels²¹. Ceux-ci peuvent être générés grâce au logiciel GOSCA (generation of spectrum compatible accelerograms) qui fournit des accélérogrammes artificiels correspondant aux spectres de réponses élastiques qui ont été utilisés dans la partie III. La figure IV.3 représente, à titre illustratif, un exemple d'accélérogramme fourni par GOSCA.

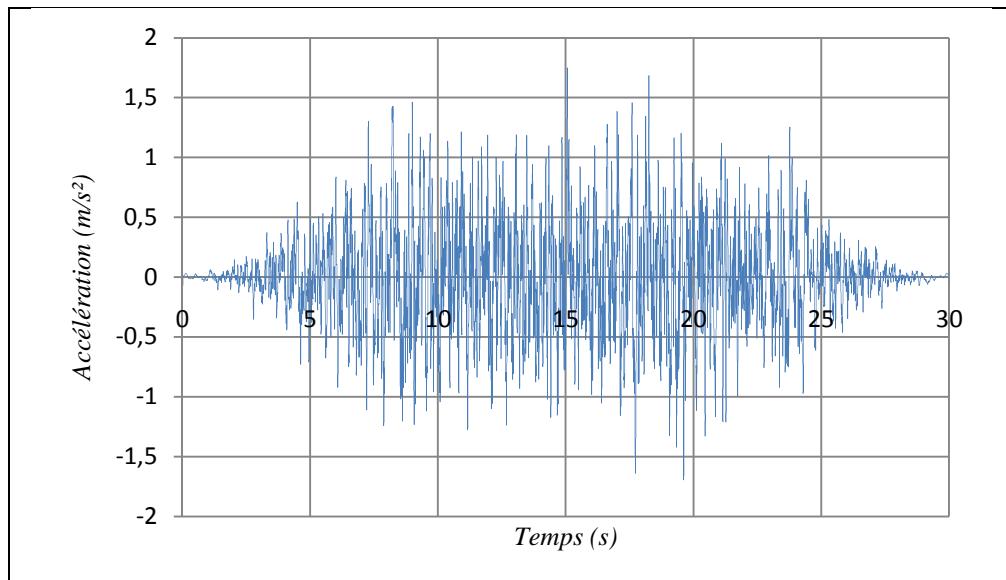


Figure IV.3 – Exemple d'accélérogramme généré par GOSCA

Afin de réaliser l'analyse temporelle de la structure, en accord avec l'Eurocode 8, il convient de la soumettre à une série d'au moins trois accélérogrammes et de récupérer par la suite l'enveloppe temporelle de l'effet qui est recherché. Il suffit donc de suivre la procédure suivante :

- pour un accélérogramme donné, on réalise l'analyse temporelle de la structure, ce qui permet de déduire l'évolution de l'effet recherché dans le temps. Comme il faut utiliser au moins trois accélérogrammes, on déduit l'évolution temporelle de trois effets $E_1(t)$, $E_2(t)$ et $E_3(t)$.
- une fois que les trois analyses ont été effectuées, à chaque instant t , on ne conserve que la valeur la plus élevée de l'effet considéré, c'est-à-dire :

$$E(t) = \max\{E_1(t); E_2(t); E_3(t)\} \quad (IV.23)$$

- finalement, on ne conserve que la valeur maximale de $E(t)$ qui est apparue au cours du temps. Par conséquent, l'effet qui devra en définitive être considéré pour le dimensionnement est donné par :

$$E = \max_t E(t) \quad (IV.24)$$

²¹ EN 1998-1 : 2004, § 3.2.3.1.2, p.46.

2. Résultats de l'analyse temporelle de la porte

2.1. Résultats individuels

Les résultats déduits d'une analyse temporelle pour chaque composante sismique individuelle ne sont pas présentés dans ce travail car ils sont tout à fait semblables à ceux obtenus au terme de l'analyse spectrale. Cependant, il convient de mentionner que la comparaison des résultats dérivant d'une analyse temporelle et d'une analyse spectrale permet de conclure que cette dernière approche n'est pas sécuritaire à priori car elle fournit des valeurs qui sont inférieures à celles déduites d'une approche temporelle. En théorie, cette observation devrait être inversée. On peut toutefois trouver deux raisons qui permettent de justifier cette constatation. Tout d'abord, il ne faut pas oublier que l'analyse spectrale ne mobilise que 90 % de la masse collaborante et non l'entièreté comme cela est le cas dans l'approche temporelle. Une première explication est donc à rechercher dans l'insuffisance des modes utilisés lors de la combinaison SRSS. La seconde raison provient du fait que le logiciel GOSCA génère des accélérogrammes qui correspondent aux spectres élastiques de l'Eurocode avec une certaine précision, ce qui peut également être source d'erreurs. Cependant, vu qu'il n'y a pas de divergence fondamentale entre les valeurs fournies par les deux méthodes, il n'y a sans doute pas lieu de s'inquiéter quant au caractère sécuritaire de l'une ou l'autre démarche. A ce sujet, le tableau IV.1 renseigne les écarts relatifs maxima qui ont été observés entre l'analyse spectrale et l'analyse temporelle par FINELG, lorsqu'on considère le moment de flexion d'axe fort et l'effort normal dans le cadre 3 et la traverse 4 par exemple.

		Composante selon x	Composante selon y
Effort normal	Cadre 3	2.7 %	10.9 %
	Traverse 4	2.8 %	10.3 %
Moment d'axe fort	Cadre 3	3.2 %	9.2 %
	Traverse 4	2.8 %	10.4 %

Tableau IV.1 – Ecarts relatifs de l'analyse temporelle par rapport à l'analyse spectrale

L'observation des résultats individuels obtenus dans le cas d'une accélération sismique verticale permet également de tirer une conclusion intéressante quant à la méthodologie qui a été utilisée dans l'approche spectrale. En effet, étant donné qu'il existe une bonne concordance entre les résultats fournis par les deux démarches, cela signifie que les critères de sélection des modes illustré par les figures III.16 et III.18 sont valides. En outre, ce bon degré d'accord assure également que le nombre de modes N^* auquel on peut se limiter afin de représenter suffisamment l'action des pressions hydrodynamiques a été correctement choisi. Il n'est donc pas nécessaire de réaliser expressément une analyse temporelle de la structure afin de valider l'approche spectrale.

2.2. Combinaison des résultats

2.2.1. Méthode de combinaison

Afin de tenir compte de l'action simultanée d'une composante de l'accélération sismique agissant perpendiculairement à la porte et verticalement, il convient de recombiner les résultats individuels et d'inclure les effets de la pression hydrostatique, notés E_h . Si on

désigne par E_x et E_y les résultats obtenus par (IV.24) pour les accélérations sismiques agissant respectivement selon x et y , on peut utiliser le principe de recombinaison suivant :

$$E_h + \max \left\{ \begin{array}{l} E_x + E_{y,c} \\ E_{x,c} + E_y \end{array} \right\} \quad (IV.25)$$

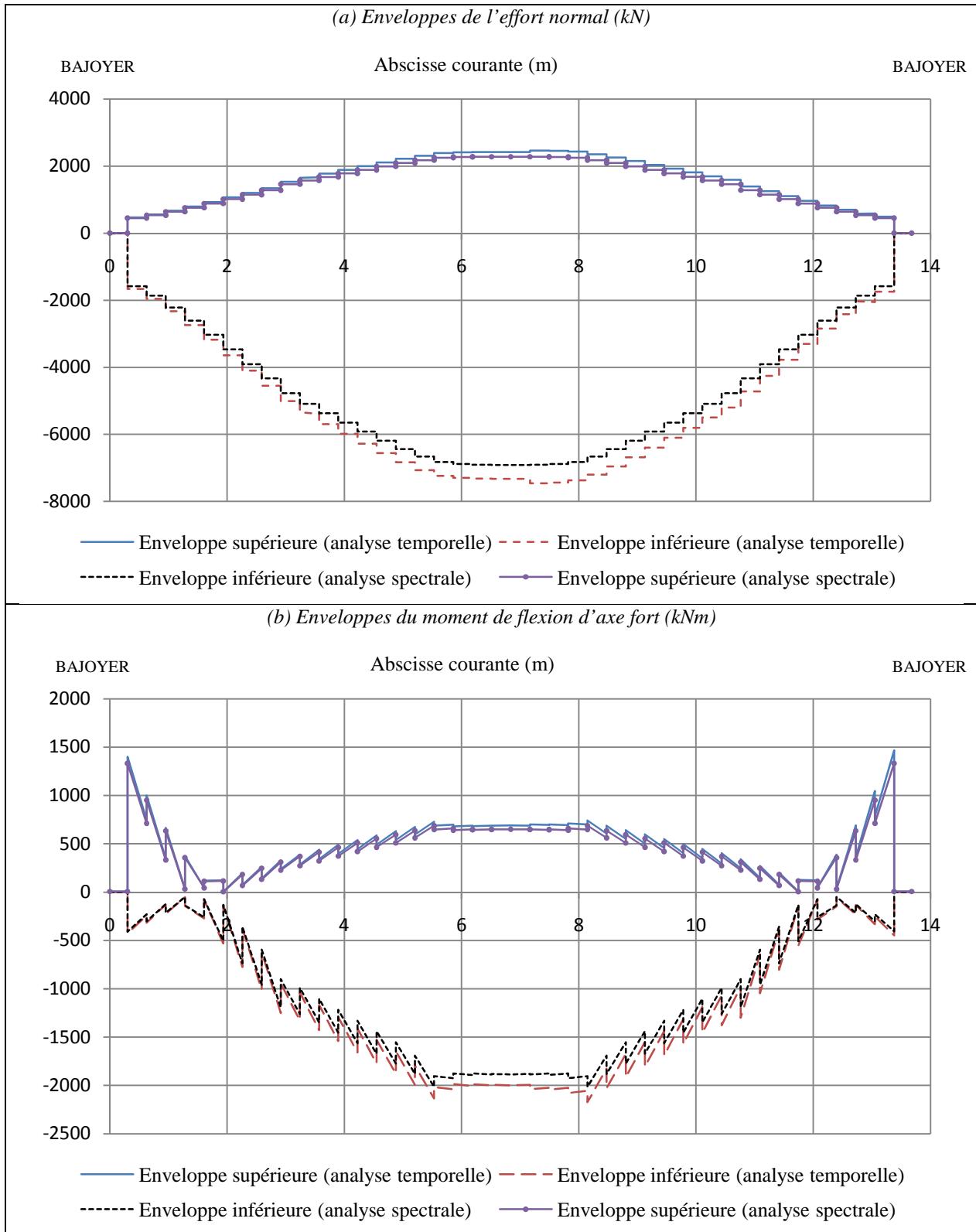


Figure IV.4 – Diagrammes enveloppes pour la traverse 4

où $E_{x,c}$ désigne la valeur de l'effet produit par la composante selon x qui apparaît concomitamment au maximum temporel E_y produit par la composante selon y . $E_{y,c}$ a une signification similaire.

La formule (IV.25) permet de tracer les enveloppes supérieures qui sont représentées à la figure IV.4 pour la traverse 4 par exemple. En procédant de la même façon (mais en considérant les valeurs minimales), on peut également obtenir les enveloppes inférieures. De manière concrète, dans le cas par exemple de la figure IV.4a, l'enveloppe supérieure donne la traction extrême qui peut solliciter chacune des sections de la traverse 4. A l'inverse, l'enveloppe inférieure donne l'effort normal négatif extrême qui peut solliciter la traverse 4 en compression. Au vu des valeurs reprises sur la figure IV.4, on conçoit bien que les enveloppes supérieures ne soient pas vraiment utiles car ce sont effectivement les sollicitations correspondant aux enveloppes inférieures qui seront dimensionnantes. Par ailleurs, on a également reproduit à la figure IV.4 les diagrammes enveloppes obtenus par l'approche spectrale. Dans le cas présent, c'est la recombinaison par la méthode de l'USACE (utilisant un coefficient $\delta = 0.5$) qui a été utilisée. On constate qu'il y a ici encore un bon accord entre les deux méthodes. A titre informatif, on observe un écart relatif d'au plus 10 % sur la valeur extrême des enveloppes supérieures. Cette valeur tombe à 5 % pour les enveloppes inférieures.

2.2.2. Application des résultats

La figure IV.4 illustre les résultats que l'on peut obtenir au moyen du logiciel FINELG en travaillant avec des éléments poutres. Les enveloppes qui y sont présentées permettent ensuite de calculer à la main les contraintes qui vont apparaître dans la traverse 4, ce qui implique de connaître les propriétés mécaniques de la section de cet élément. Celles-ci ne sont pas reprises ici mais sont évaluées dans l'annexe IV.2. La figure IV.4a montre que l'effort normal de dimensionnement est approximativement $N_{Sd} = -6400 \text{ kN}$ tandis que la figure IV.4b donne à peu près $M_{Sd} = -1850 \text{ kNm}$. Ces valeurs négatives indiquent que la semelle de la traverse se trouve très fortement comprimée et on peut y évaluer la contrainte normale maximale simplement au moyen de la formule :

$$\sigma = \frac{N_{Sd}}{A} + \frac{M_{Sd}\Delta z}{I} \quad (\text{IV.26})$$

où A est l'aire de la section de la traverse 4 ;

I est l'inertie de la section de la traverse 4 ;

Δz est le bras de levier de la fibre extrême par rapport au centre de gravité.

Les paramètres A , I et Δz peuvent être évalués au moyen des indications reprises dans l'annexe IV.2. En se servant des valeurs qui y sont reprises, on trouve $\sigma = 252 \text{ MPa}$. Comme la limite d'élasticité qui avait été choisie par T.GERNAY dans son travail de fin d'études est de 235 MPa , cela confirme bien que la porte est sous-dimensionnée.

Afin d'avoir une vision plus globale des contraintes qui apparaissent dans la porte toute entière, on peut se servir des résultats qui sont fournis par ANSYS après application de la méthode de recombinaison qui a été décrite précédemment.

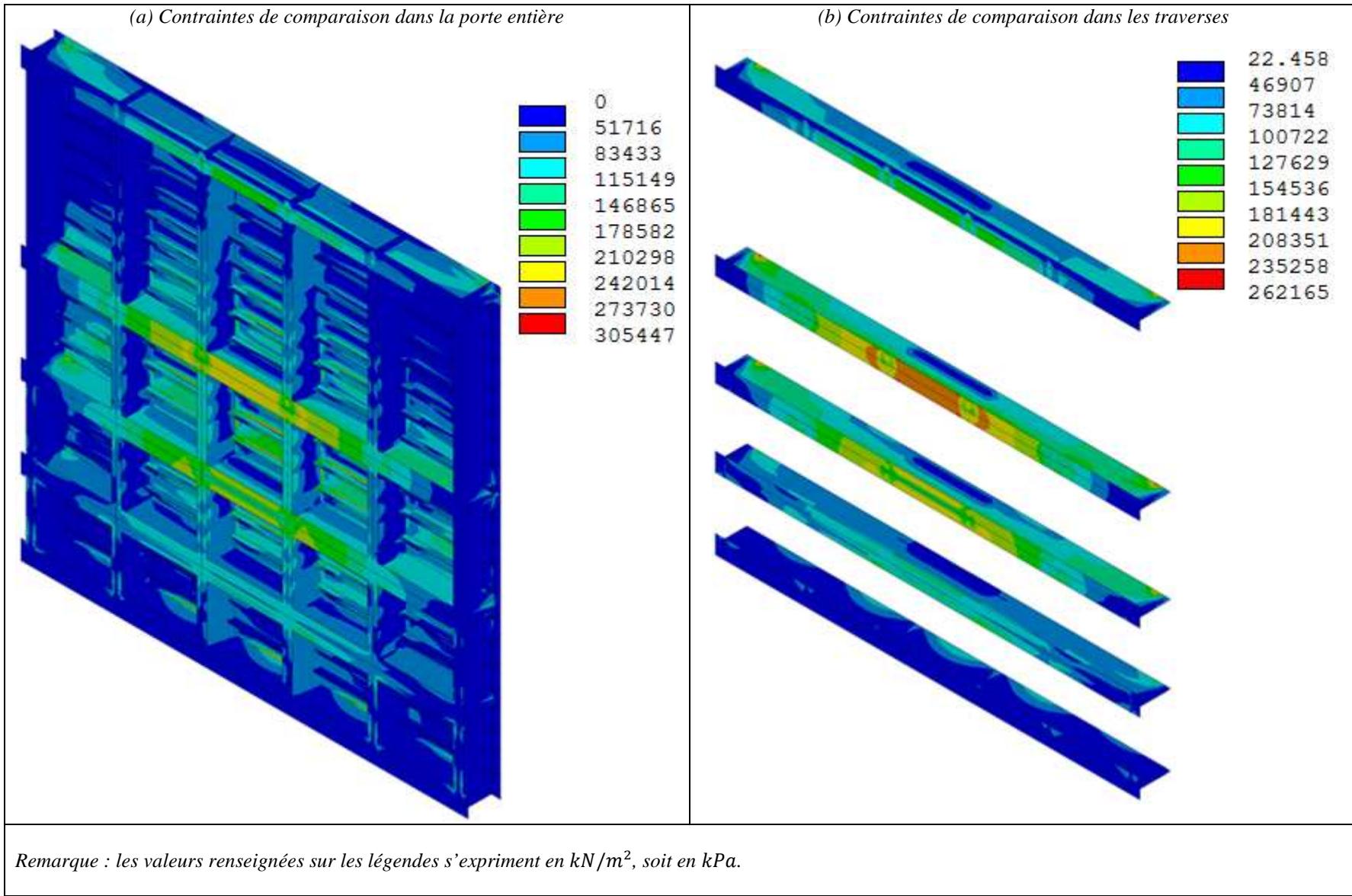


Figure IV.5 – Contraintes de comparaison totales dans la porte

Comme le montre la figure IV.5a, la contrainte maximale atteinte sur l'ensemble de la porte est de 305 MPa . Elle se produit dans la zone centrale située entre les traverses 3 et 4. La figure IV.5b indique pour sa part que la valeur la plus élevée atteinte dans les traverses se produit dans la semelle de la traverse 4 et vaut 262 MPa . Ceci est à comparer avec la valeur de 252 MPa trouvée à la main en utilisant les résultats de FINELG.

2.2.3. Remarque sur les sollicitations à considérer

Afin de réaliser la vérification précédente, on a supposé que la traverse était soumise à $N_{Sd} = -6400 \text{ kN}$ et $M_{Sd} = -1850 \text{ kNm}$, ce qui correspond à des efforts relativement importants. Ceux-ci ont été déduits des diagrammes enveloppes obtenus au terme de l'analyse spectrale. Par conséquent, en utilisant cette approche, on suppose que la section est simultanément soumise à l'effort de compression maximal et au moment de flexion extrême. Cependant, ce n'est pas forcément le cas. Il se peut qu'à un instant t donné, on ait une combinaison de $M_{Sd}(t)$ et $N_{Sd}(t)$ qui soit moins défavorable que celle qui a été utilisée précédemment.

C'est ici qu'apparaît l'intérêt de l'analyse temporelle par rapport à l'analyse spectrale. En effet, étant donné que l'on dispose de l'évolution des efforts au cours du temps, on devrait pouvoir arriver à réaliser un dimensionnement au plus juste de la section. Il convient toutefois de considérer la combinaison des valeurs temporelles de N_{Sd} et de M_{Sd} qui conduise à la vérification la plus sévère de la section. En théorie, cette démarche ne devrait pas être nécessaire car pour vérifier la traverse 4, il suffit de considérer l'enveloppe temporelle des contraintes qui y apparaissent. Cependant, comme le logiciel FINELG ne fournit pas les contraintes mais seulement les MNT dans les éléments poutres, la recherche de l'enveloppe des contraintes doit à nouveau se faire à la main. La procédure à suivre dans ce but est décrite dans l'annexe IV.3. Dans le cas présent, cette procédure a permis de conclure que l'effort normal et le moment de flexion d'axe fort étaient bien maxima simultanément. Dès lors, la vérification sommaire avec les efforts considérés en 2.2.2 ainsi que la contrainte $\sigma = 252 \text{ MPa}$ sont malheureusement bien réalistes pour la traverse 4.

Avec le logiciel ANSYS, la difficulté précédente ne s'est pas présentée puisqu'en travaillant directement sur un modèle constitué entièrement de plaques, on a accès immédiatement aux contraintes dans l'entièreté de la porte.

2.3. Conclusions de l'analyse temporelle

2.3.1. Intérêts d'une analyse temporelle

De façon générale, le fait de procéder à une analyse temporelle de la structure ne fournit pas d'informations supplémentaires puisque les résultats sont heureusement identiques à ceux obtenus par la méthode spectrale. Cependant, une procédure temporelle présente malgré tout les avantages suivants :

- elle permet tout d'abord de s'affranchir du caractère fastidieux de l'analyse spectrale dans le cas où l'accélération sismique n'est pas dirigée perpendiculairement à la porte. Il suffit en effet de définir simplement des forces agissant normalement au plan de la porte afin de

modéliser l'action des pressions impulsives induites par les composantes de l'action sismique dirigées selon y et z .

- elle permet de mieux considérer des phénomènes complexes tels que l'interaction fluide-structure. Dans le cas d'une analyse spectrale, la méthode par masses ajoutées proposée par l'USACE a l'avantage de la simplicité et de l'efficacité mais elle ne sait pas directement être justifiée par des développements théoriques tels que ceux qui ont abouti à la formule (III.40). Cependant, on conçoit bien qu'il soit difficile d'intégrer une formulation telle que celle donnée par (III.40) dans une approche spectrale, alors que cela pourrait être sans doute plus concevable dans le cadre d'une procédure temporelle.
- en réalisant une analyse temporelle, il est possible de suivre l'évolution des efforts dans la structure au cours du temps alors que cela n'est pas possible avec une analyse spectrale. Ce faisant, il devient alors possible de dimensionner les structures de façon plus précise. En effet, lorsqu'on travaille avec des éléments poutres, les contraintes qui y apparaissent doivent être déduites à la main sur base des MNT fournis par les logiciels de calcul. Si une analyse spectrale a été effectuée, on dispose des valeurs extrêmes des MNT, lesquelles n'apparaissent pas forcément en même temps. Par contre, avec une analyse temporelle, on connaît précisément les valeurs des MNT en chaque instant et il suffit alors de considérer la combinaison des valeurs concomitantes qui soit la plus sévère afin de dimensionner les sections.

Ce dernier avantage n'est plus de mise dès lors qu'on dispose directement des contraintes qui apparaissent dans la porte, puisque dans ce cas l'enveloppe temporelle des contraintes peut être directement calculée. En théorie, cette enveloppe devrait être identique à celle déduite d'une approche spectrale, comme cela était le cas pour les effets considérés aux figures IV.4a et IV.4b. Cela implique toutefois de modéliser la structure avec davantage d'éléments plaques et conduit à une complexification du modèle avec un allongement des temps de calcul. En outre, les avantages mentionnés précédemment ont malheureusement un prix, dans la mesure où une analyse temporelle est relativement couteuse en termes de ressources numériques.

2.3.2. Conclusions relatives à la structure étudiée

En considérant les résultats obtenus conjointement par une analyse spectrale et une analyse temporelle de la porte, on peut conclure immédiatement que la porte telle qu'elle a été dimensionnée ne sait pas reprendre les sollicitations qui s'y exercent compte tenu de l'action sismique. Cette conclusion n'est pas étonnante étant donné que la porte de l'écluse avait été calculée au plus juste par T.GERNAY afin de réaliser un dimensionnement économique. Les charges sismiques n'ayant pas été considérées, il n'est pas étonnant que la solution s'avère finalement insuffisante.

La figure IV.5a montre que le défaut de résistance se manifeste essentiellement dans la partie de la porte située entre les traverses 3 et 4. A ce sujet, la figure IV.6 illustre la répartition des contraintes de comparaison totales dans le bordé. On note que dans cette zone, compte tenu de la limite d'élasticité de 235 MPa , il faut s'attendre à observer une plastification non seulement dans le bordé mais aussi dans la traverse 4. Au niveau du bordé, la contrainte maximale annoncée par ANSYS étant de 305 MPa , on conclut à un défaut de résistance de

30 % de la gamme d'acier S235. Dans la quatrième traverse, la situation est moins grave puisque la contrainte maximale de 262 MPa ne dépasse que de 11 % la limite d'élasticité.

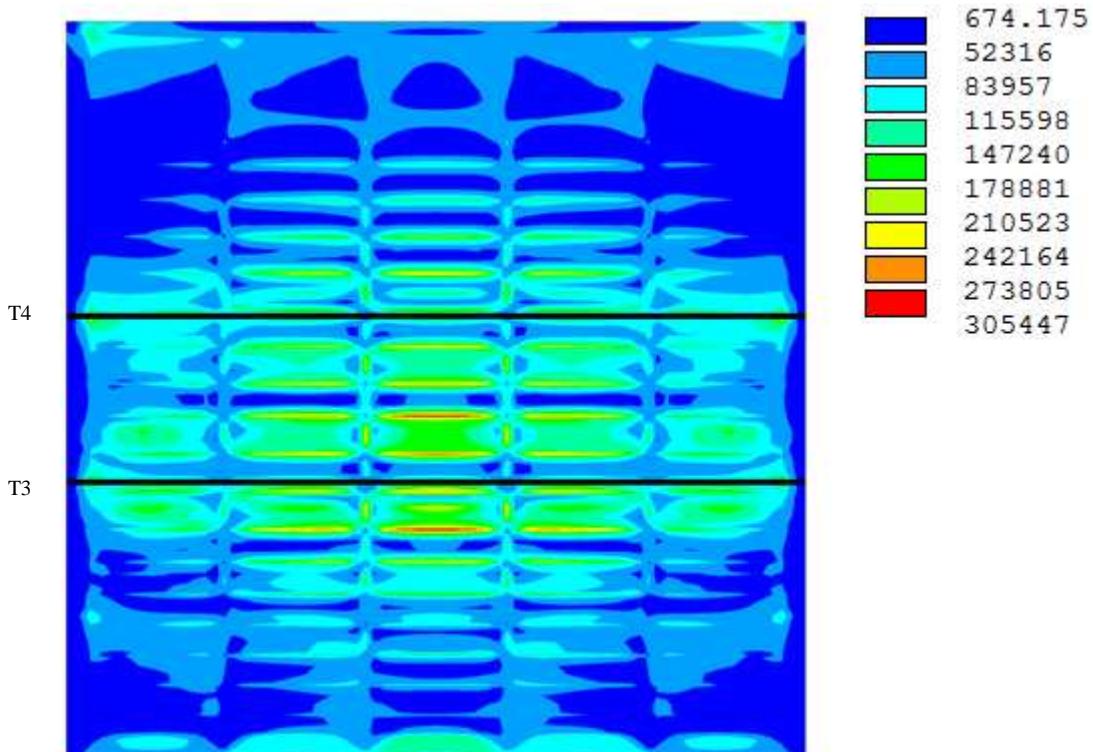


Figure IV.6 – Contraintes de comparaison totales dans le bordé (kPa)

Hormis dans la bande centrale entourant les traverses 3 et 4, le reste de la porte semble présenter un dimensionnement suffisant. En particulier, la figure IV.5a montre que ceci est valable pour l'ensemble des cadres et des raidisseurs ainsi que pour les traverses 1, 2, 3 et 5. La conclusion de la figure IV.5 est donc que, compte tenu des sollicitations considérées dans ce travail, il faut procéder à un renforcement de la traverse 4 ainsi que du bordé de la porte.

Maintenant que l'on dispose enfin des contraintes totales qui apparaissent dans la porte, il peut être intéressant d'effectuer une comparaison avec la situation où la structure serait uniquement soumise à la pression hydrostatique. Les résultats fournis par ANSYS pour ce cas de chargement sont repris de manière synthétique à la figure IV.7. Le tableau IV.2 reprend quant à lui les contraintes de comparaison maximales dans le bordé et la traverse 4.

Elément	Contrainte de comparaison totale (pressions hydrostatique et hydrodynamique) maximale	Contrainte de comparaison maximale sous pression hydrostatique seule	σ_1/σ_2
Bordé	$\sigma_1 = 305 \text{ MPa}$	$\sigma_2 = 110 \text{ MPa}$	2.8
Traverse 4	$\sigma_1 = 262 \text{ MPa}$	$\sigma_2 = 82 \text{ MPa}$	3.2

Tableau IV.2 – Comparaison des contraintes maximales

Au vu des valeurs reprises dans le tableau IV.2, on conclut que la prise en compte de l'action sismique a pour effet de **tripler** la valeur des contraintes maximales qui sont obtenues en ne considérant qu'un chargement hydrostatique. Cette conclusion illustre bien l'importance de la prise en compte des charges de séisme lorsqu'on réalise le dimensionnement des structures hydrauliques.

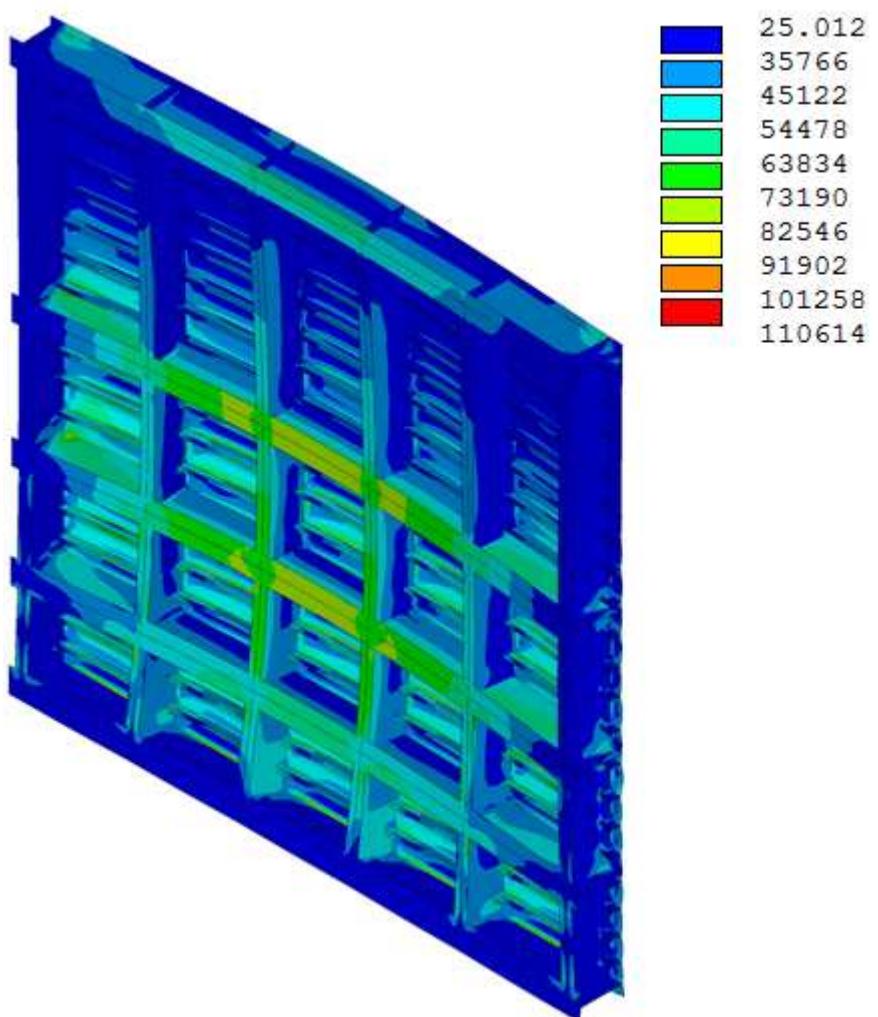


Figure IV.7 – Contraintes de comparaison sous pression hydrostatique seule (kPa)

V. CONCLUSION GENERALE

Une large partie de ce travail est consacrée à des développements mathématiques permettant de déterminer une formulation analytique relativement complète de la pression naissant sur les portes d'une écluse en cas de séisme.

Dans le cas d'une accélération sismique agissant perpendiculairement au plan de la structure, la pression qui s'exerce du côté du sas au niveau de la porte aval peut être synthétisée par :

$$p(y, z, t) = \rho gy \quad (V.1)$$

$$- \rho \left(\frac{L}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L}{(2n-1)^2 \pi^2} \cdot \frac{\cosh((2n-1)\pi(y-h_s)/L)}{\cosh((2n-1)\pi h_s/L)} \right) \cdot \ddot{X}(t) \quad (V.2)$$

$$+ \rho \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L\omega_n^2}{(2n-1)^2 \pi^2} \cdot \frac{\cosh((2n-1)\pi(y-h_s)/L)}{\cosh((2n-1)\pi h_s/L)} \cdot r_n(t) \right) \quad (V.3)$$

$$- \rho \left(\frac{4}{lh_s} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\cosh(\gamma_{mn}L) - 1}{\gamma_{mn} \sinh(\gamma_{mn}L)} \varphi_{mn}(y, z) \int_0^{h_s} \int_0^l \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} \varphi_{mn}(y, z) dy dz \right) \quad (V.4)$$

La pression totale est donc clairement constituée de quatre termes : la pression hydrostatique donnée par (V.1), la pression impulsive rigide donnée par (V.2), la pression convective donnée par (V.3) et la pression impulsive flexible exprimée par (V.4).

Au cours de ce travail, il est montré que la partie (V.3) peut être effectivement négligée dans le cadre du dimensionnement des portes d'écluse, car les sas sont en général de longueur suffisamment grande. En outre, vu la très faible hauteur de la vague convective atteinte dans le sas, il n'y a aucun débordement à craindre, si bien que le phénomène convectif peut à tout moment être omis dans les étapes de calcul de telles structures hydrauliques. Cette dernière affirmation est sans doute à nuancer dans le cas des portes à caisson, quoique, celles-ci étant souvent de dimensions importantes, il n'y a pas vraiment non plus à s'inquiéter des effets du ballottement.

La pression hydrostatique ainsi que les pressions impulsives constituent donc l'essentiel des charges. A cet égard, le présent travail montre que la contribution de la partie flexible dans les efforts internes est non négligeable.

Des développements analytiques ont également été réalisés afin d'établir une formulation de la pression agissant sur la porte aval de l'écluse, mais du côté du bief cette fois. On obtient alors les formules synthétisées par les équations (V.5) à (V.7), où l'on reconnaît à nouveau une contribution hydrostatique donnée par (V.5), une partie impulsive rigide donnée par (V.6) et

une partie impulsive flexible exprimée par (V.7). On ne retrouve pas ici d'effet convectif, puisqu'il n'y a pas de ballotement dans l'hypothèse d'un bief d'extension infinie.

$$p(y, z, t) = \rho gy \quad (V.5)$$

$$+ \rho \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8\rho h_b}{(2n-1)^2\pi^2} \cdot \sin(\lambda_n y) \right) \cdot \ddot{X}(t) \quad (V.6)$$

$$+ \rho \left(\frac{4}{lh_s} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}} \varphi_{mn}(y, z) \int_0^{h_s} \int_0^l \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} \varphi_{mn}(y, z) dy dz \right) \quad (V.7)$$

Dans la procédure d'analyse des portes écluses soumises à un séisme, il ne faut cependant pas oublier que l'action est spatiale, si bien que des formules similaires aux précédentes sont établies pour les cas d'une accélération sismique agissant parallèlement au plan de la porte et de façon verticale.

Une seconde partie du travail est consacrée à la mise en pratique de l'ensemble des développements théoriques. Afin de se placer dans un cas concret, il a été décidé de réaliser les analyses dynamiques sur base de la porte dimensionnée dans le travail de fin d'études de T. GERNAY. Pour ce faire, on utilise la méthode des masses ajoutées, lesquelles ont été directement calibrées sur base des formulations analytiques de la pression.

Lors de la réalisation de ces études dynamiques, dans un premier temps, il a été choisi de procéder à une analyse spectrale de la structure en incluant les trois composantes de l'accélération sismique. Pour chacune d'entre elles, une méthodologie de calcul est proposée afin de modéliser correctement les effets de la pression en ayant recours à des masses ajoutées. En particulier, le travail montre les limites de l'approche spectrale dans le cas des composantes sismiques dirigées verticalement et parallèlement au plan de la porte. En effet, dans ces deux situations, les directions d'action de la pression et des forces d'inertie ne coïncident pas. Des artifices de calcul ainsi que des critères pour le choix des modes sont alors proposés afin de contourner le problème.

Une fois les analyses spectrales réalisées pour chacune des trois composantes de l'accélération sismique, les résultats ont été recombinés de façon à obtenir les effets globaux. Plusieurs méthodes ont été envisagées, mais le travail a conclu à leur équivalence.

Toutefois, au cours de ce processus, il a été nécessaire de s'interroger sur la combinaison des hauteurs d'eau dans le sas h_s et dans le bief h_b pouvant conduire à la situation la plus critique pour la porte. Dans ces conditions, le travail montre que la présence d'eau dans le bief est négligeable, car $h_s \gg h_b$. Pour les situations où $h_b \approx h_s$, il ressort que l'on ne peut pas prédire à priori une combinaison (h_s, h_b) qui soit systématiquement utilisable pour le dimensionnement. Plus particulièrement, il est établi que, contrairement à ce que l'on pourrait penser intuitivement, ce n'est pas lorsque la masse totale ajoutée à la porte est maximale que l'on y obtient forcément les effets les plus défavorables. Le problème ne se pose donc pas tellement pour les écluses de grande chute (car $h_s \gg h_b$) pour lesquelles il suffit de

dimensionner la porte pour un sas complètement rempli, indépendamment du niveau dans le bief. Par contre, pour les écluses de chute plus modeste (pour lesquelles $h_b \approx h_s$), la seule solution semble bien de considérer plusieurs combinaisons (h_s, h_b) jusqu'à trouver celle qui est la plus défavorable.

En outre, au cours du processus de recombinaison des résultats, il est constaté que les effets produits par l'accélération sismique agissant parallèlement à la porte étaient négligeables vis-à-vis de ceux générés par les deux autres composantes. On peut dès lors suggérer de ne pas intégrer cette contribution dans le calcul des charges agissant sur la porte. Cependant, comme il apparaît que la composante sismique verticale conduit à des effets importants, il convient, cette fois, d'inclure cette action dans la procédure d'analyse de la structure. Dans le cas de la porte étudiée de façon concrète dans ce travail, on a conclu que la prise en compte de l'action sismique dans l'analyse conduisait finalement à une contrainte maximale trois fois plus élevée que si la structure avait été étudiée simplement sous sollicitation hydrostatique.

Par la suite, on a également choisi de réaliser une analyse temporelle de la porte. Celle-ci a permis de valider les résultats de l'approche spectrale, en particulier en ce qui concerne les critères de choix des modes dans le cas où l'accélération sismique n'avait pas la même direction que la pression. Au terme de cette analyse, il apparaît clairement que cette méthode est la plus appropriée pour l'étude des structures hydrauliques soumises à l'action d'un séisme. En effet, la démarche permet avant tout d'aborder beaucoup plus simplement les situations où il n'y a pas coïncidence entre les directions d'application de la pression et des forces d'inertie. Elle s'avère aussi plus adaptée pour ce qui est de la prise en compte du phénomène d'interaction fluide-structure.

En ce qui concerne ce dernier point, il convient de rappeler une fois encore le caractère non négligeable de la pression impulsive flexible. Au cours de ce travail, il est effectivement mis en évidence que ce phénomène conduit à une majoration appréciable des effets obtenus par une analyse sous pression impulsive rigide seule. Cependant, la prise en compte de l'interaction fluide-structure telle qu'elle a été envisagée peut être discutée. De fait, la méthode proposée par l'USACE (et largement utilisée dans l'analyse des structures hydrauliques) ne peut pas être directement reliée à des formulations théoriques telles qu'elles sont établies en (V.4). Il s'agit donc ici plutôt d'une règle de bonne pratique, qui permet d'intégrer facilement l'IFS dans une analyse spectrale. Si l'on conçoit sans trop de difficulté que la formule (V.4) n'est simplement utilisable que dans une approche spectrale, on peut néanmoins se dire qu'elle pourrait être plus facilement intégrée dans une analyse temporelle de la structure. Dans la mesure où elle reposera sur une base théorique, cette façon de procéder serait ainsi davantage satisfaisante.

Une autre question qui n'a été que partiellement abordée dans le cadre de ce travail est celle de l'amortissement. Il apparaît en effet insécuritaire de considérer, par exemple, $\xi = 2\%$ si on travaille avec des masses ajoutées. Lors de ce travail, une façon simple de régler le problème a été d'appliquer la correction donnée par l'équation (III.31), en supposant que la structure pouvait être assimilée à un système à un seul degré de liberté. Il est évident que cette manière de voir les choses est incomplète et qu'il faudrait, en réalité, creuser le problème

davantage, notamment en travaillant de façon modale comme cela avait été ébauché dans l'annexe III.2.

Les deux problèmes mentionnés précédemment sont relativement complexes à traiter et n'ont pas pu être abordés complètement dans le cadre forcément restreint de ce travail. Il serait malgré tout intéressant de les analyser plus en profondeur, car ces questions peuvent avoir des implications pratiques importantes. Ainsi, par exemple, lorsqu'une analyse quasi-statique est envisagée au stade de premier dimensionnement des structures hydrauliques, il est important de disposer d'une expression analytique de la pression qui soit la plus complète possible. A ce titre, les considérations précédentes relatives à l'IFS ainsi qu'au taux d'amortissement peuvent se révéler essentielles.

VI. ANNEXES

Plan de la partie VI

1.	Annexes à la partie II	137
1.1.	Annexe II.1.....	137
1.2.	Annexe II.2.....	138
1.3.	Annexe II.3.....	139
1.4.	Annexe II.4.....	141
2.	Annexes à la partie III	143
2.1.	Annexe III.1	143
2.2.	Annexe III.2	144
2.3.	Annexe III.3	145
2.4.	Annexe III.4	148
2.4.1.	Composante sismique perpendiculaire à la porte	148
2.4.2.	Composante sismique parallèle à la porte	149
2.4.3.	Composante sismique verticale	150
2.4.4.	Combinaison des trois composantes.....	151
2.5.	Annexe III.5	152
2.6.	Annexe III.6	155
2.6.1.	Cas d'une composante perpendiculaire à la porte	156
2.6.2.	Cas d'une composante verticale	162
3.	Annexes à la partie IV	164
3.1.	Annexe IV.1	164
3.1.1.	Méthode de l'accélération constante	164
3.1.2.	Méthode de l'accélération linéaire.....	165
3.2.	Annexe IV.2	166
3.3.	Annexe IV.3	167
3.3.1.	Cas d'un moment de flexion prépondérant.....	169
3.3.2.	Cas d'un effort normal prépondérant.....	170

1. Annexes à la partie II

Les annexes présentées ci-après sont relatives à la partie II. L'annexe II.1 présente le développement menant à l'équation de Bernoulli. Les annexes II.2 et II.3 reprennent des développements mathématiques permettant d'établir l'équation du potentiel de vitesse ϕ . Enfin, l'annexe II.4 présente des courbes empruntées à l'Eurocode 8.

1.1. Annexe II.1

L'annexe II.1 a pour but d'établir la forme complète de l'équation de Bernoulli permettant de calculer la pression. Une partie des développements menés dans cette section s'inspire de PIROTTON (2008). A partir des équations (II.9) et (II.10) traduisant la conservation de la quantité de mouvement dans un système d'axes à deux dimensions, on peut montrer, en supposant un écoulement irrotationnel, que la pression p qui règne au sein du fluide est donnée par l'équation (II.11). En effet, si on repart de l'équation (II.10), on a :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{VI.1})$$

où $F_y = g$ désigne les forces volumiques par unité de masse (dans ce cas-ci, seule la pesanteur est à prendre en compte). Le rotationnel de la vitesse s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V} = \left[-\frac{\partial v}{\partial z} \quad \frac{\partial u}{\partial z} \quad \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right]^T \quad (\text{VI.2})$$

Si l'écoulement est irrotationnel, chacune des composantes du vecteur précédent doit être annulée, si bien qu'on doit avoir :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{VI.3})$$

En reportant ce résultat dans l'équation (VI.1) et en tenant compte de $v = \partial\phi/\partial y$, on peut écrire :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{VI.4})$$

L'équation (VI.4) peut alors être primitivée par rapport à la variable y , ce qui fournit l'expression suivante de la pression :

$$p + \rho \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) - \rho gy + C_1(x, t) = 0 \quad (\text{VI.5})$$

où C_1 est une constante d'intégration qui dépend à priori de x et de t . En repartant de l'équation (II.9) exprimant la conservation de la quantité de mouvement selon x , on peut suivre exactement les mêmes développements que ce qui a été fait ci-dessus, à ceci près que

$F_x = 0$ cette fois-ci (il n'y a pas de composante de la force volumique dans la direction horizontale). Ceci conduit au résultat suivant :

$$p + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2}(u^2 + v^2) + C_2(y, t) = 0 \quad (\text{VI.6})$$

où C_2 est une constante d'intégration qui varie avec y et t à priori. La soustraction membre à membre des équations (VI.5) et (VI.6) permet de déduire une relation entre C_1 et C_2 . On a en effet :

$$C_2(y, t) = C_1(x, t) - \rho gy \quad (\text{VI.7})$$

Cette équation n'est possible qu'à condition d'avoir C_1 indépendant de la variable x et dépendant seulement du temps. Par conséquent, la définition de C_1 peut être rejetée dans le terme ϕ désignant le potentiel dans l'équation (VI.5). On a dès lors :

$$p + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2}(u^2 + v^2) - \rho gy = 0 \quad (\text{VI.8})$$

L'équation (VI.8) n'est rien d'autre que l'équation de Bernoulli non linéarisée. Elle correspond à l'expression (II.11).

1.2. Annexe II.2

Cette annexe a pour but de rappeler la relation cinématique qui doit exister au niveau de la surface libre d'un liquide en mouvement. Cette condition traduit le fait que la seule possibilité de trouver une composante non nulle de la vitesse dans la direction perpendiculaire à la surface libre est que cette vitesse soit égale au taux de variation de la surface.

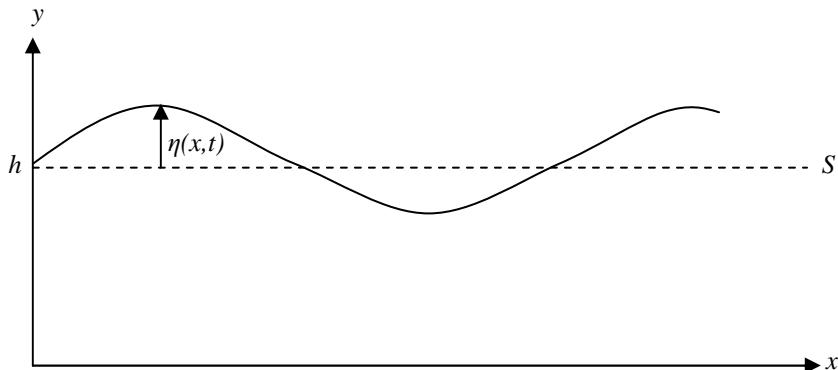


Figure VI.1 – Profil de surface libre

Afin d'obtenir une formulation plus concrète de cette expression, on peut considérer par exemple la surface S de la figure ci-dessus. Celle-ci a pour équation :

$$S \equiv y - \eta(x, t) = 0 \quad (\text{VI.9})$$

Par ailleurs, on sait que la normale à S en un point (x, y) est donnée par son gradient, c'est-à-dire :

$$\overrightarrow{\text{grad}} S = \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial x} & \frac{\partial S}{\partial y} \end{bmatrix} = \left[-\frac{\partial \eta}{\partial x} \quad 1 \right] \quad (\text{VI.10})$$

Dans le cadre d'un écoulement à potentiel, on sait que la vitesse d'une particule d'eau qui se situerait le long de S est donnée par :

$$\vec{V} = [u \quad v] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} & \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (VI.11)$$

Dès lors, la composante de \vec{V} dans la direction de la normale à la surface S est donnée par le produit scalaire :

$$\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} S = -\frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (VI.12)$$

Comme l'exprime la relation cinématique, il faut que cette composante soit égale au taux de variation de la surface libre, ce qui signifie que le long de $y = h + \eta(x, t)$, on doit avoir :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (VI.13)$$

Dans le cadre de l'approche linéaire qui est proposée ici, la relation (VI.13) n'est pas satisfaisante sous cette forme. Sa linéarisation revient à supprimer le produit faisant intervenir les dérivées de η et ϕ . On obtient alors l'équation du paragraphe 2.1.1 de la partie II.

1.3. Annexe II.3

L'établissement du potentiel ϕ_n en réponse libre peut être réalisé en supposant qu'il est le produit de trois fonctions indépendantes :

$$\phi_n(x, y, t) = \alpha_n(x)\beta_n(y)\gamma_n(t) \quad (VI.14)$$

En reportant l'expression (VI.14) dans l'équation de Laplace puis en divisant le résultat par $\alpha_n(x)\beta_n(y)\gamma_n(t)$, on a :

$$\frac{1}{\alpha_n} \cdot \frac{\partial^2 \alpha_n}{\partial x^2} + \frac{1}{\beta_n} \cdot \frac{\partial^2 \beta_n}{\partial y^2} = 0 \quad (VI.15)$$

Comme α_n ne dépend que de x et que β_n ne dépend que de y , pour que (VI.15) soit vérifiée, il faut que chacun des deux termes soit indépendant de x et de y , c'est-à-dire :

$$\frac{1}{\alpha_n} \cdot \frac{\partial^2 \alpha_n}{\partial x^2} = -\lambda_n^2 \quad \frac{1}{\beta_n} \cdot \frac{\partial^2 \beta_n}{\partial y^2} = \lambda_n^2 \quad (VI.16)$$

où λ_n est un nombre réel. Les équations données en (VI.16) peuvent être résolues par les techniques classiques des équations différentielles et on trouve alors :

$$\frac{\partial^2 \alpha_n}{\partial x^2} + \lambda_n^2 \alpha_n(x) = 0 \leftrightarrow \phi_1(x) = A_n \cdot \cos(\lambda_n x) + B_n \cdot \sin(\lambda_n x) \quad (VI.17)$$

$$\frac{\partial^2 \beta_n}{\partial y^2} + \lambda_n^2 \beta_n(y) = 0 \leftrightarrow \beta_n(y) = C_n \cdot \cosh(\lambda_n y) + D_n \cdot \sinh(\lambda_n y) \quad (VI.18)$$

où A_n , B_n , C_n et D_n sont des constantes d'intégration. La condition limite (II.15) impose $B_n = 0$ lorsqu'on l'écrit en $x = 0$ et $A_n = 0$ lorsqu'on l'écrit en $x = L$. Pour que la solution soit non trivialement nulle, on voit que la seule solution permettant de vérifier les conditions de bord (II.15) en $x = 0$ et $x = L$ est de prendre $B_n = 0$ et de donner une valeur particulière au paramètre arbitraire λ_n , à savoir : $\lambda_n = n\pi/L$. On garde toutefois la constante A_n indéterminée à ce stade.

De manière similaire, le respect de la condition (II.16) au fond de l'écluse lorsque $y = h_s$ ne conduit à une solution non trivialement nulle qu'à condition de choisir la relation suivante entre C_n et D_n :

$$D_n = -C_n \cdot \tanh\left(\frac{n\pi h_s}{L}\right) = -C_n \tanh(\lambda_n h_s) \quad (\text{VI.19})$$

En tenant compte de tous ces développements, on aboutit à la définition suivante du potentiel ϕ_n en réponse libre :

$$\phi_n = A_n C_n \cdot \cos(\lambda_n x) \cdot (\cosh(\lambda_n y) - \tanh(\lambda_n h_s) \sinh(\lambda_n y)) \gamma_n(t) \quad (\text{VI.20})$$

$$\Leftrightarrow \phi_n = A_n C_n \cdot \cos(\lambda_n x) \cdot \frac{\cosh(\lambda_n(y - h_s))}{\cosh(\lambda_n h_s)} \gamma_n(t) \quad (\text{VI.21})$$

$$\Leftrightarrow \phi_n = A_n C_n \cdot f_n(x, y) \gamma_n(t) \quad (\text{VI.22})$$

Cette dernière équation établit la formule (II.24). Afin de caractériser à présent la réponse forcée, on peut considérer l'expression suivante :

$$\phi(x, y, t) = \left[x - \frac{L}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} E_n(t) \cdot f_n(x, y) \right] \dot{X}(t) \quad (\text{VI.23})$$

dans laquelle on a posé $A_n C_n \gamma_n(t) = E_n(t) \dot{X}(t)$. Cette équation permet de remplir les conditions (II.16) et (II.30). Il reste alors à fixer le paramètre $E_n(t)$ pour que la condition (II.23) relative à la surface libre soit également vérifiée. Pour rappel, celle-ci impose que :

$$\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - g \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y=0} = 0 \quad (\text{VI.24})$$

En se basant sur l'équation (VI.19) et en se servant de la décomposition en série de Fourier mentionnée par DELHEZ (2005) :

$$x = \frac{L}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4L}{(2n-1)^2 \pi^2} \cdot \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{L}\right) \quad (\text{VI.25})$$

on peut développer les expressions (VI.26) et (VI.27) données ci-après. On voit également que seules des valeurs impaires $2n - 1$ sont envisagées dans (VI.25), ce qui justifie par la suite qu'on considère cette fois $\lambda_n = (2n-1)\pi/L$. Cette restriction aux valeurs impaires avait déjà été mentionnée au paragraphe 2.2.2 de la partie II.

$$\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right]_{y=0} = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} (E_n(t) \cdot \dot{X}(t)) - \frac{4L\ddot{X}(t)}{(2n-1)^2\pi^2} \right) f_n(x, 0) \quad (VI.26)$$

$$-g \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y=0} = \sum_{n=1}^{+\infty} \omega_n^2 E_n(t) X(t) f_n(x, 0) \quad (VI.27)$$

Par conséquent, pour exprimer la condition (VI.24), il suffit de rassembler (VI.26) et (VI.27). On doit alors avoir :

$$-\frac{4L}{(2n-1)^2\pi^2} \ddot{X}(t) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} (E_n(t) \dot{X}(t)) + \omega_n^2 E_n(t) \dot{X}(t) = 0 \quad (VI.28)$$

Après un examen attentif de (VI.28), on constate que celle-ci peut être vérifiée si on choisit de prendre :

$$E_n = \frac{4L}{(2n-1)^2\pi^2} + \frac{g_n(t)}{\dot{X}(t)} \quad (VI.29)$$

En effet, si on reporte (VI.29) dans (VI.28), l'équation sera satisfaite pour autant que la fonction $g_n(t)$ vérifie la relation :

$$\frac{\partial^2 g_n}{\partial t^2} + \omega_n^2 g_n(t) = -\frac{4L\omega_n^2}{(2n-1)^2\pi^2} \dot{X}(t) \quad (VI.30)$$

Si on pose $r_n(t) = \dot{g}_n(t)$, en dérivant une seconde fois (VI.30) par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{\partial^2 r_n}{\partial t^2} + \omega_n^2 r_n(t) = -\frac{4L\omega_n^2}{(2n-1)^2\pi^2} \ddot{X}(t) \quad (VI.31)$$

et de manière équivalente, en effectuant la substitution $r_n(t) \equiv 4L\omega_n^2 r_n(t)/(2n-1)^2\pi^2$, on trouve alors finalement le résultat qui était annoncé en (II.47). En rassemblant tous ces résultats dans (VI.23), on obtient finalement l'expression complète de ϕ .

1.4. Annexe II.4

Cette annexe reprend les courbes de la partie 4 de l'Eurocode 8 qui ont été citées dans la partie II. La figure VI.2 correspond à la figure A.5 qui est donnée à la page 61 de prEN 1998-4 : 2006. Il s'agit d'une représentation indirecte de la pression impulsive dans des axes adimensionnels. Ces courbes sont à comparer avec celles qui ont été établies à la figure II.13 du paragraphe 2.3.2 de la partie II afin de vérifier les formules proposées pour le calcul de la partie impulsive de la pression.

La figure VI.3 quant à elle est une représentation des deux premiers termes permettant de calculer la pression convective. Elle correspond à la figure A.7 qui est donnée à la page 62 de prEN 1998-4 : 2006. Ces courbes sont à comparer avec celles qui ont été établies aux figures II.15 et II.16 du paragraphe 2.3.2 de la partie II afin de vérifier les formules proposées pour le

calcul de la partie convective de la pression. En comparant les figures proposées ici en annexe avec celles présentées dans le texte, on constate qu'il existe un assez bon degré concordance.

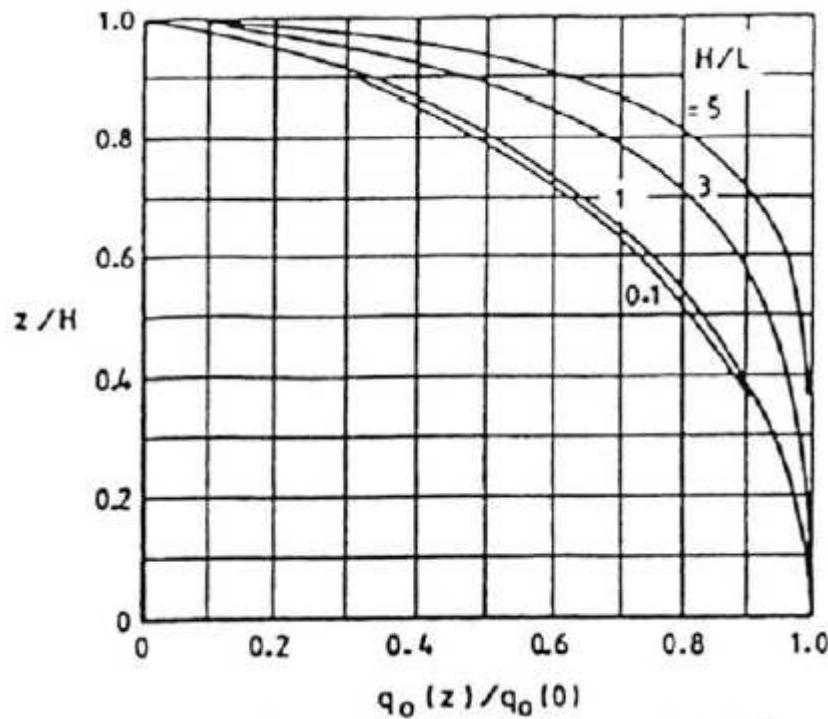


Figure VI.2 – Courbe de l'Eurocode 8

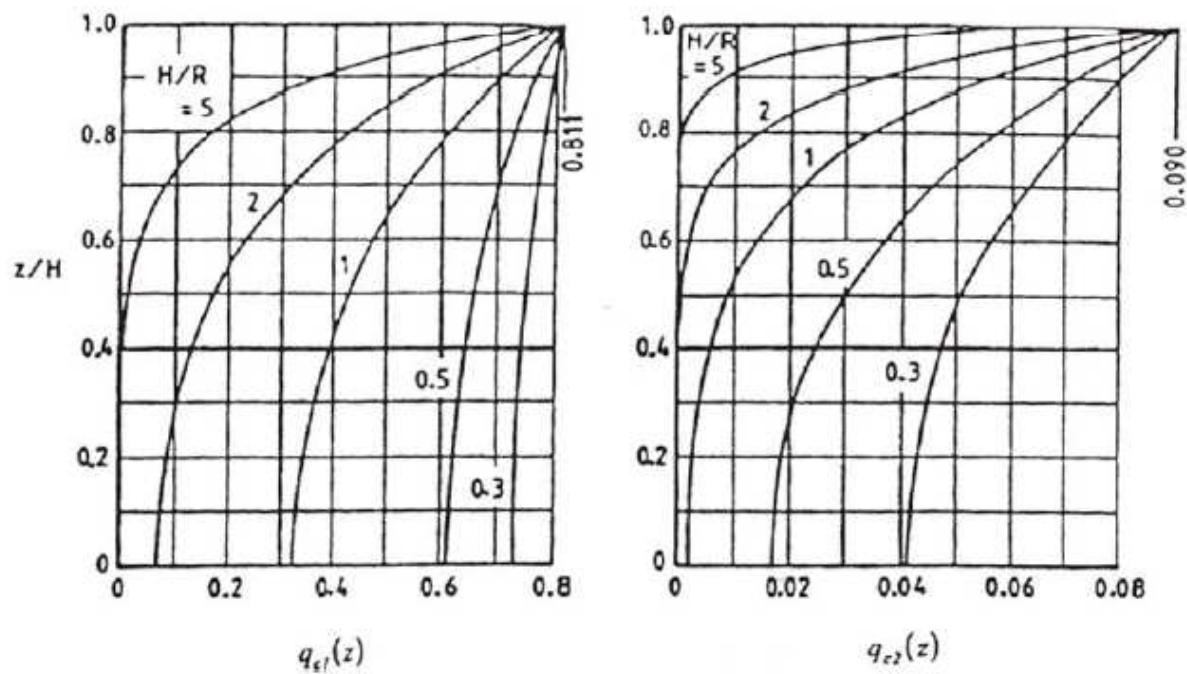


Figure VI.3 – Courbe de l'Eurocode 8

2. Annexes à la partie III

Les annexes à la partie III reprennent un certains nombre de résultats de l'analyse spectrale qui ont été obtenus au moyen du logiciel éléments finis FINELG. Ces annexes contiennent également toute une série de développements complémentaires qui ont permis d'aboutir aux conclusions citées au terme de la partie III du travail mais qui n'ont pas été inclus dans le texte.

2.1. Annexe III.1

L'annexe III.1 a pour but de donner des informations complémentaires sur la manière dont on peut choisir le coefficient d'importance γ_I utilisé pour calibrer les spectres normalisés de l'Eurocode. En premier lieu, il faut savoir que ce coefficient va varier en fonction des situations de dimensionnement considérées. A ce sujet, on peut mentionner les recommandations de l'AIPCN²², selon lesquelles il y a lieu de considérer :

- un séisme de maintien en exploitation, désigné par OBE (Operating Basis Earthquake), pour lequel on exige que la structure subisse suffisamment peu de dommages que pour rester en exploitation. Le but est donc ici d'assurer principalement une protection contre des pertes économiques résultant d'une mise hors service de l'installation. Dans le cadre de l'OBE, l'AIPCN envisage une probabilité de dépassement P_L de 50 % sur la durée de vie de l'ouvrage, c'est-à-dire pour une valeur T_L de 100 ans. Dans ce cas, la période de retour qui y est associée est de 144 ans. Dans une certaine mesure, l'OBE permet de rencontrer l'exigence fondamentale de limitation des dommages définie par l'Eurocode 8.
- un séisme maximum de calcul, désigné par MDE (Maximum Design Earthquake), qui correspond au niveau le plus élevé des mouvements du sol pour lequel la structure doit être dimensionnée de manière à conserver une intégrité structurelle et une capacité portante résiduelle après le tremblement de terre. Ceci correspond à l'exigence fondamentale de non effondrement présentée par l'Eurocode 8. Cette fois, la période de retour à considérer varie en fonction de l'importance de l'ouvrage à construire.

En ce qui concerne ce dernier point, il n'y a donc pas d'exigence précise au niveau de la période de retour à envisager. Souvent, cela est laissé à l'appréciation du concepteur. On trouve toutefois quelques indications formulées par l'USACE²³ selon lesquelles le MDE devrait être égal au séisme maximum probable, noté MCE (Maximum Credible Earthquake) pour les structures critiques. Un tel séisme présente une période de retour T_R de 5000 ans. Les structures critiques sont définies par l'USACE comme celles dont la rupture peut provoquer la perte de vies humaines. Pour les structures non critiques, le MDE peut être choisi à un niveau plus faible que le MCE. L'USACE recommande à ce sujet une probabilité de dépassement P_L de 10 % sur une durée T_L correspondant à la vie de l'ouvrage, soit 100 ans. La période de retour qui y est associée est alors de 950 ans. Le tableau VI.1 ci-dessous résume les différentes caractéristiques probabilistes à considérer pour définir l'action sismique de calcul.

²² PIANC (2009), WG 29, p. 108. Cela est aussi suggéré par l'USACE dans EM 1110-2-6051, § 1-7.a(1) et (2).

²³ EM 1110-2-6051, § 1-7.a(2).

	<i>Eurocode 8</i>	<i>AIPCN</i>
Exigence fondamentale de limitation des dommages	$P_L = 10\%$ $T_L = 10$ ans $T_R = 95$ ans	$P_L = 50\%$ $T_L = 100$ ans $T_R = 144$ ans
Exigence fondamentale de non effondrement	$P_L = 10\%$ $T_L = 50$ ans $P_R = 475$ ans	$P_L = 10\%$ $T_L = 100$ ans $T_R = 950$ ans

Tableau VI.1 – Caractéristiques probabilistes selon l’Eurocode 8 et l’AIPCN

Au vu du tableau VI.1, on constate que les périodes considérées par l’Eurocode 8 dans le cadre du dimensionnement des bâtiments sont relativement différentes de celles recommandées pour les constructions hydrauliques. Par conséquent, un coefficient γ_I différent de l’unité devra être utilisé. Toutefois, γ_I ne peut se déterminer sur base des classes d’importance définies par l’Eurocode²⁴ car celles-ci sont uniquement valables pour les bâtiments. Par conséquent, il convient plutôt d’appliquer les recommandations relatives au niveau de fiabilité données au paragraphe 2.1(4) de la première partie de l’Eurocode 8. Celles-ci définissent γ_I par la formule suivante :

$$\gamma_I = \left(\frac{T_{LR}}{T_L} \right)^{-1/3} \quad (VI.32)$$

où T_{LR} est la durée de référence sur laquelle on admet une probabilité de dépassement de référence P_{LR} et T_L est la durée à laquelle correspond une probabilité de dépassement P_L . Par conséquent, on peut appliquer (VI.32) aux valeurs du tableau VI.1, en admettant comme situation de référence celle qui est décrite par l’Eurocode 8. Le calcul de γ_I est immédiat en ce qui concerne l’exigence de non effondrement. Par contre, en ce qui concerne l’exigence de limitation des dommages, on peut appliquer la relation permettant de calculer la probabilité de dépassement P_L sur une durée T_L , compte tenu d’une période de retour T_R donnée :

$$P_L = 1 - \left(1 - \frac{1}{T_R} \right)^{T_L} \approx 1 - e^{-T_L/T_R} \Leftrightarrow T_R = -\frac{T_L}{\ln(1 - P_L)} \quad (VI.33)$$

L’application de (VI.32) permet alors de définir un coefficient $\gamma_I = 1.15$ relatif à l’OBE et un coefficient $\gamma_I = 1.26$ pour le MDE. Ces deux valeurs sont alors utilisées pour calibrer le spectre de base de l’Eurocode, comme mentionné par (III.18).

2.2. Annexe III.2

Cette annexe à pour but de proposer une manière alternative à (III.31) de calculer le coefficient d’amortissement compte tenu de la présence des masses ajoutées. En réalité, le problème de l’amortissement est plus complexe que ce qui a été réalisé à la section 2.1.2 de la partie III car l’équation (III.28) doit s’écrire sous forme matricielle étant donné que le système présente plusieurs degrés de liberté. Pour la structure sans masses ajoutées, on obtient alors l’équation suivante :

$$[M_0] \cdot \boldsymbol{v}_0(t) + [C] \cdot \boldsymbol{v}_0(t) + [K] \cdot \boldsymbol{v}_0(t) = -([M_0] + [M_a]) \cdot \boldsymbol{r} \cdot \ddot{\boldsymbol{X}}(t) \quad (VI.34)$$

²⁴ prEN 1998-1 : 2004, § 4.2.5(4) et (5)P.

où $[M_0]$ et $[M_a]$ sont des matrices de masse (toutes les grandeurs relatives à la structure sans masses ajoutées seront affectées de l'indice 0). La projection en base modale de (VI.34) s'écrit alors :

$$\ddot{\eta}_{0,i}(t) + 2\omega_{0,i}\xi_{0,i}\dot{\eta}_{0,i}(t) + \omega_{0,i}^2\eta_{0,i}(t) = -\frac{L_{0,i}}{M_{0,i}^*} \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{VI.35})$$

où $L_{0,i} = \mathbf{u}_{0,i}^T \cdot ([M_0] + [M_a]) \cdot \mathbf{r}$ et $M_{0,i}^* = \mathbf{u}_{0,i}^T [M_0] \mathbf{u}_{0,i}$ sont donc des caractéristiques de la structure initiale, sans masses ajoutées. Les modes propres $\mathbf{u}_{0,i}$ et les fréquences propres $\omega_{0,i}$ sont dès lors obtenus par résolution des équations suivantes :

$$\det([K] - \omega_{0,i}^2[M_0]) = 0 \quad ([K] - \omega_{0,i}^2[M_0]) \cdot \mathbf{u}_{0,i} = \mathbf{0} \quad (\text{VI.36})$$

Si on considère maintenant la présence des masses ajoutées, l'équation (VI.36) n'est plus valable et on a plutôt l'équation (VI.37) dont la projection en base modale s'écrit :

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\omega_i\xi_i\dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2\eta_i(t) = -\frac{L_i}{M_i^*} \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{VI.37})$$

où $L_i = \mathbf{u}_i \cdot ([M_a] + [M_0]) \cdot \mathbf{r}$ et $M_i^* = \mathbf{u}_i^T ([M_0] + [M_a]) \cdot \mathbf{u}_i$ sont donc des caractéristiques de la structure avec masses ajoutées. Les termes \mathbf{u}_i et ω_i sont donc obtenus par :

$$\det([K] - \omega_i^2([M_0] + [M_a])) = 0 \quad ([K] - \omega_i^2([M_0] + [M_a])) \cdot \mathbf{u}_i = \mathbf{0} \quad (\text{VI.38})$$

L'idée est cette fois de travailler sur les coefficients d'amortissement modaux. Dans la réalité, cette approche n'est pas simple car il faudrait procéder mode par mode. Cependant, dans le cas présent, la structure initiale et la structure avec masses ajoutées présentent toutes deux un premier mode global important ainsi qu'une série de plus petits modes locaux. Une manière simple de résoudre le problème serait donc de se contenter de réaliser l'égalité des amortissements généralisés pour $i = 1$, ce qui signifie que :

$$C_{0,1}^* = C_1^* \Leftrightarrow 2\omega_{0,1}M_{0,1}^*\xi_{0,1} = 2\omega_1M_1^*\xi_1 \quad (\text{VI.39})$$

en tenant compte de la définition des pulsations propres, on obtient finalement la relation suivante :

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{M_{0,1}^* K_{0,1}^*}{M_1^* K_1^*}} \cdot \xi_{0,1} \quad (\text{VI.40})$$

Les masses généralisées et les raideurs généralisées pour la structure avec et sans masses ajoutées sont fournies par FINELG. En prenant un amortissement $\xi_{0,1} = 2\%$, on trouve alors par (VI.40) que $\xi_1 = 0.3\%$, ce qui est assez peu différent de la valeur 0.4 % qui a été proposée précédemment.

2.3. Annexe III.3

Cette annexe reprend quelques résultats qui illustrent les effets de l'interaction fluide-structure. A ce sujet, on peut tout d'abord considérer le tableau VI.2 qui renseigne les écarts

relatifs observés au niveau des pointes des éléments de réduction dans les différents cadres et traverses de la porte, selon que l'IFS est considérée ou pas. On constate ainsi que les écarts relatifs sont importants, avec une valeur maximale de 72 % au niveau du moment de torsion de la cinquième traverse. Cela signifie que la valeur calculée sans prendre en compte l'interaction fluide-structure doit être amplifiée d'un facteur 1.7 afin d'envisager ce phénomène. Dans le cas présent, étant donné que la torsion est faible, cela conduit à une majoration absolue de 0.46 kNm, ce qui reste faible. Par contre, si on s'intéresse aux flexions d'axe fort, on remarque que c'est dans la traverse 2 qu'apparaît le plus grand écart relatif (62 %). Celui-ci correspond à un supplément de sollicitation de 130 kNm, ce qui n'est pas négligeable à priori lorsqu'on réalise le dimensionnement des traverses. A titre indicatif, le tableau VI.2 renseigne également la valeur moyenne des écarts relatifs sur l'ensemble des traverses et des cadres.

Elément	Ecart relatif (%)					
	N	T_y	T_z	M_y	M_z	M_x
Traverse 1	0.8	49	45	51	58	58
Traverse 2	60	48	58	62	52	55
Traverse 3	58	12	56	58	11	19
Traverse 4	42	66	40	40	63	70
Traverse 5	28	55	29	22	15	72
Cadre 1	6	43	0.7	0.6	35	29
Cadre 2	25	43	49	7	41	53
Cadre 3	22	70	45	9	40	40
Moyenne	30	48	40	30	39	49
N effort normal	M_y moment de flexion d'axe fort					
T_y effort tranchant d'axe fort	M_z moment de flexion d'axe faible					
T_z effort tranchant d'axe faible	M_x moment de torsion					

Tableau VI.2 – Ecarts relatifs sur les éléments de réduction

La majoration des effets donnés au tableau VI.2 est d'autant plus importante que l'analyse de la structure avec masses ajoutées se fait sur un spectre à 0.4 % alors que pour la porte initiale sans masses concentrées, on considère $\zeta = 2 \%$. Par ailleurs, l'augmentation des efforts provient également du fait que l'alourdissement de la porte conduit à une diminution des fréquences propres. Dans le cas présent, cela a pour effet de situer davantage les accélérations spectrales au niveau du palier de la figure III.7, ce qui entraîne alors des efforts plus élevés.

Mode	Avec masses ajoutées			Sans masses ajoutées		
	Fréquence	Masse collaborante	S_{pa}	Fréquence	Masse collaborante	S_{pa}
1	5.47 Hz	14.3 %	10 m/s^2	20 Hz	61.7 %	8.4 m/s^2
2	5.49 Hz	0.2 %	10.5 m/s^2	32 Hz	8.7 %	6.5 m/s^2
3	5.52 Hz	48.9 %	10.5 m/s^2	45.4 Hz	0.04 %	5.8 m/s^2
4	6.59 Hz	0.26 %	10.5 m/s^2	53.7 Hz	1.53 %	5.4 m/s^2
5	8.76 Hz	0.19 %	10.5 m/s^2	55.3 Hz	1.51 %	5.3 m/s^2
6	9.48 Hz	2.8 %	10.5 m/s^2	65.8 Hz	2.5 %	4.9 m/s^2
7	10.56 Hz	0.8 %	10.5 m/s^2	69.1 Hz	0.3 %	4.9 m/s^2
8	10.74 Hz	2.7 %	10.5 m/s^2	82.8 Hz	0.9 %	4.6 m/s^2
9	10.82 Hz	0.8 %	10.5 m/s^2	86.9 Hz	0.6 %	4.6 m/s^2

Tableau VI.3 – Comparaison des fréquences propres

Ainsi, comme le montre le tableau VI.3, les neuf premiers modes de la structure avec masses ajoutées présentent une valeur de S_{pa} qui se situe au niveau du palier tandis que pour la

structure initiale, la réponse se situe davantage en avant, sur la partie montante du spectre de la figure III.7.

Le tableau VI.3 reprend en outre les pourcentages de masse collaborante pour les neuf premiers modes. Ceux-ci montrent que dans les deux cas, la structure présente essentiellement un ou deux modes globaux mobilisant l'essentiel de la masse. Le reste se divise entre des modes beaucoup plus locaux. De ce point de vue, la situation n'est pas meilleure avec ou sans masse ajoutée.

Enfin, la figure VI.4 ci-dessous représente les effets de l'interaction fluide-structure dans la traverse 4. On constate surtout une influence au niveau du milieu de la porte.

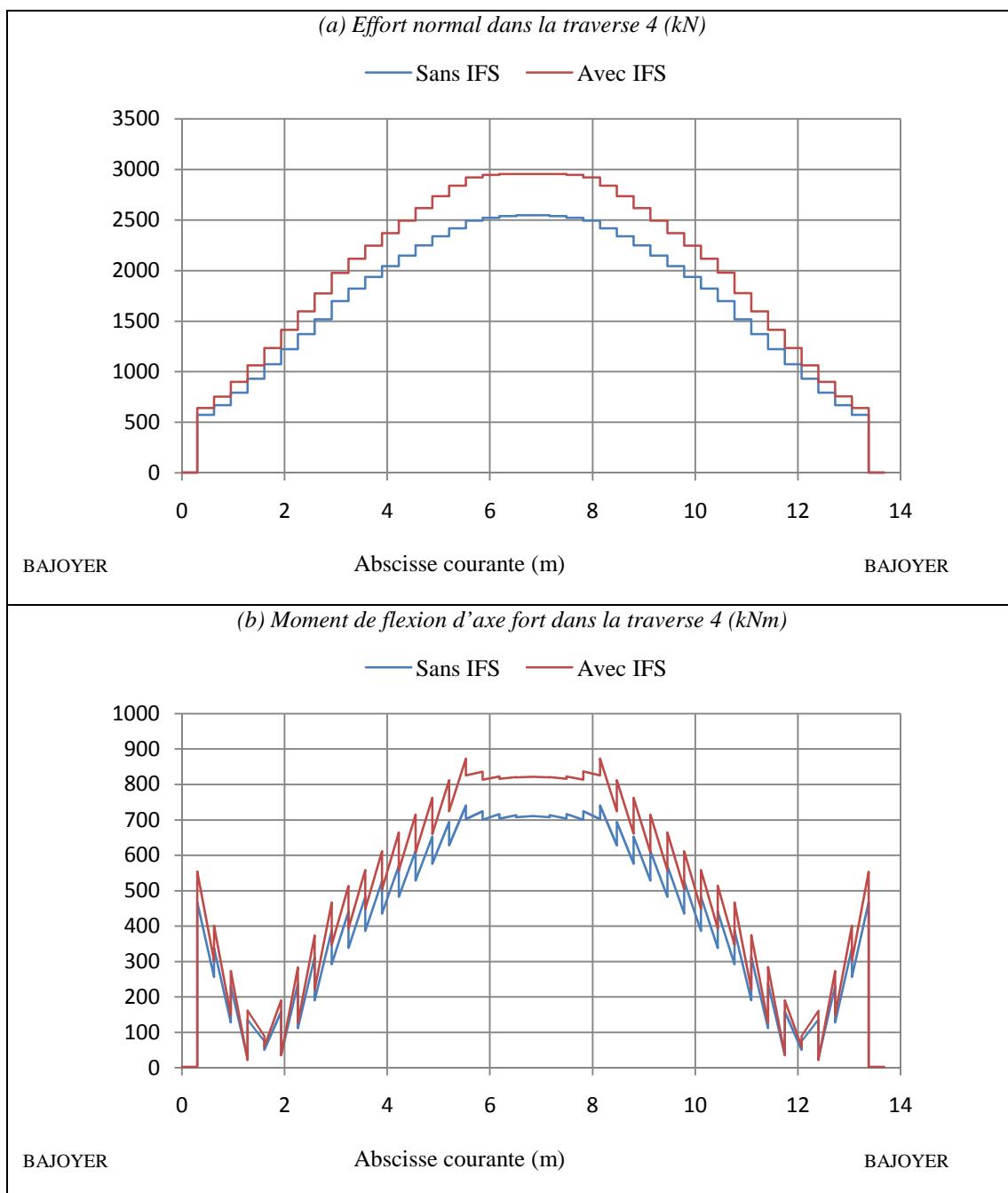


Figure VI.4 – Effets de l'interaction fluide-structure dans la traverse 4

2.4. Annexe III.4

Cette annexe reprend plusieurs informations qui viennent compléter la section 4 de la partie III de ce travail.

2.4.1. Composante sismique perpendiculaire à la porte

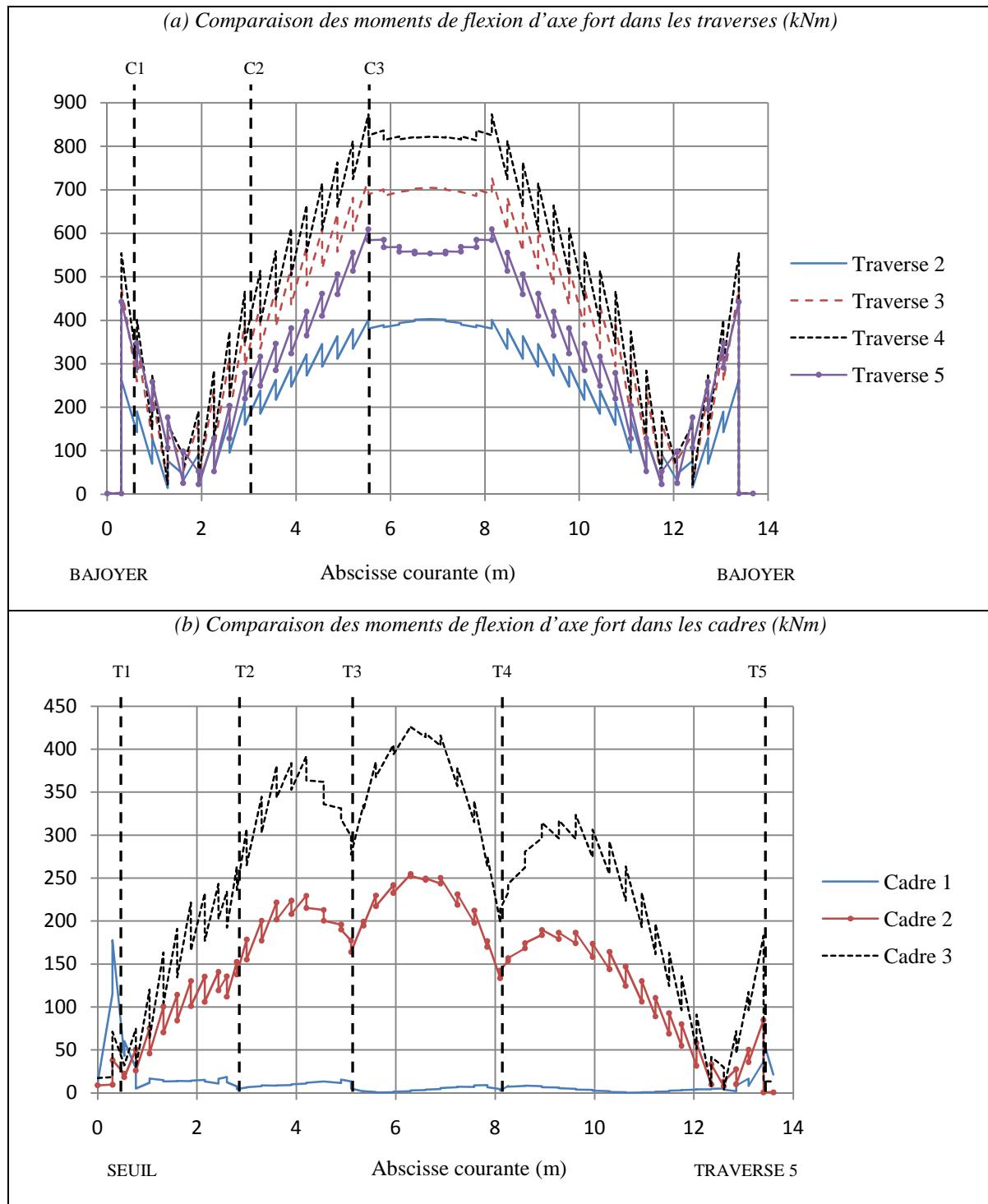


Figure VI.5 – Comparaison des moments de flexion dans les cadres et les traverses

Cette annexe compare les moments de flexion dans les cadres et les traverses dans le cas d'une composante de l'accélération sismique agissant perpendiculairement à la porte. Ceci est

réalisé à la figure VI.5, sur laquelle les positions des cadres et des traverses ont approximativement été indiquées. On constate bien que c'est le cadre 3 et la traverse 4 qui sont les plus sollicités dans ce cas. Des conclusions similaires peuvent être déduites en ce qui concerne les efforts normaux : ce sont aussi ces deux éléments là qui sont les plus critiques. Par conséquent, il n'y a rien d'étonnant que ce soit approximativement à la jonction entre le cadre 3 et la traverse 4 que l'on observe les contraintes les plus élevées.

2.4.2. Composante sismique parallèle à la porte

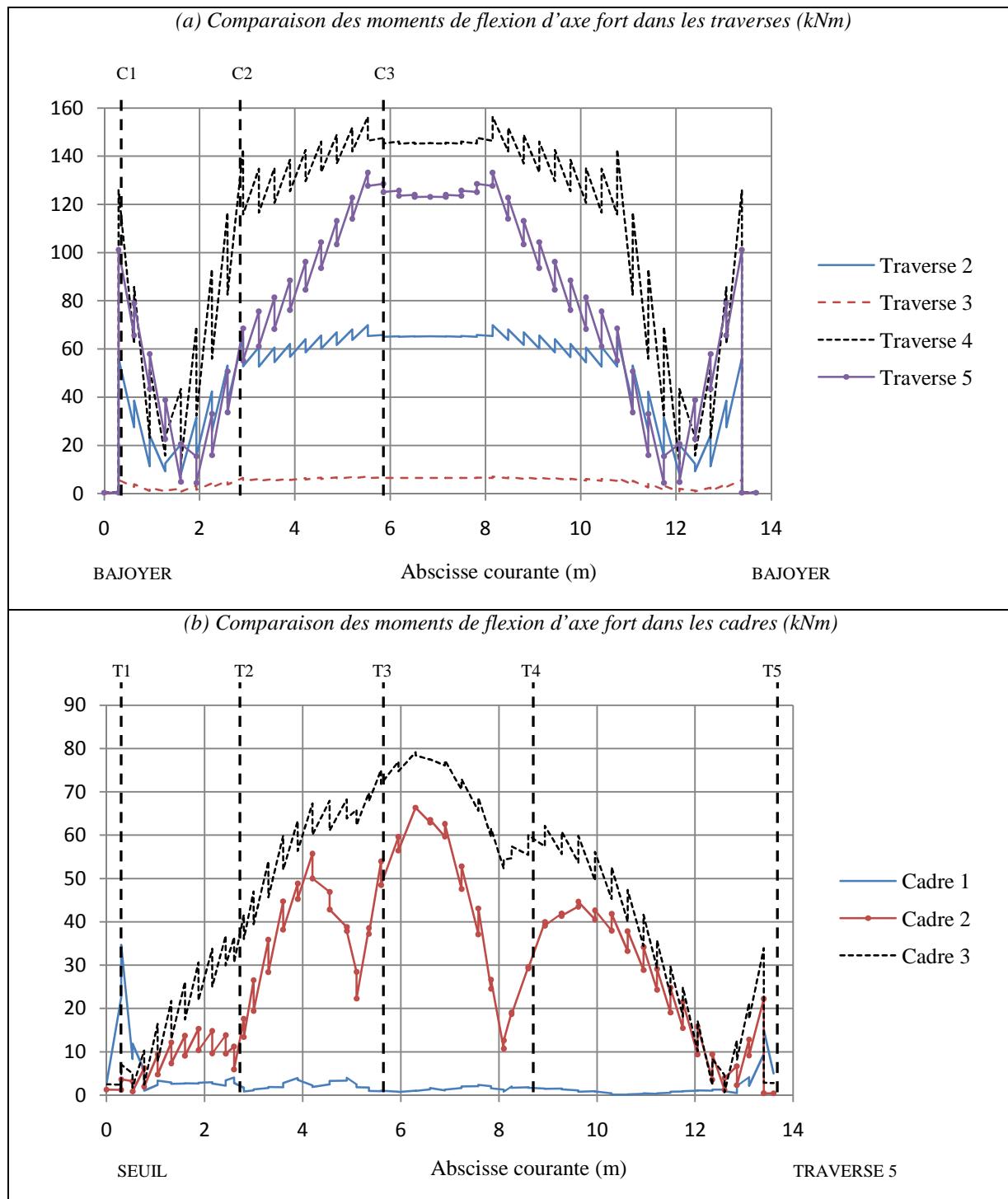


Figure VI.6 – Comparaison des moments de flexion dans les cadres et les traverses

Cette annexe compare les moments de flexion d'axe fort dans le cas d'une accélération sismique agissant parallèlement à la porte. Les résultats sont proposés à la figure VI.6, où la position approximative des cadres et des traverses est également indiquée.

2.4.3. Composante sismique verticale

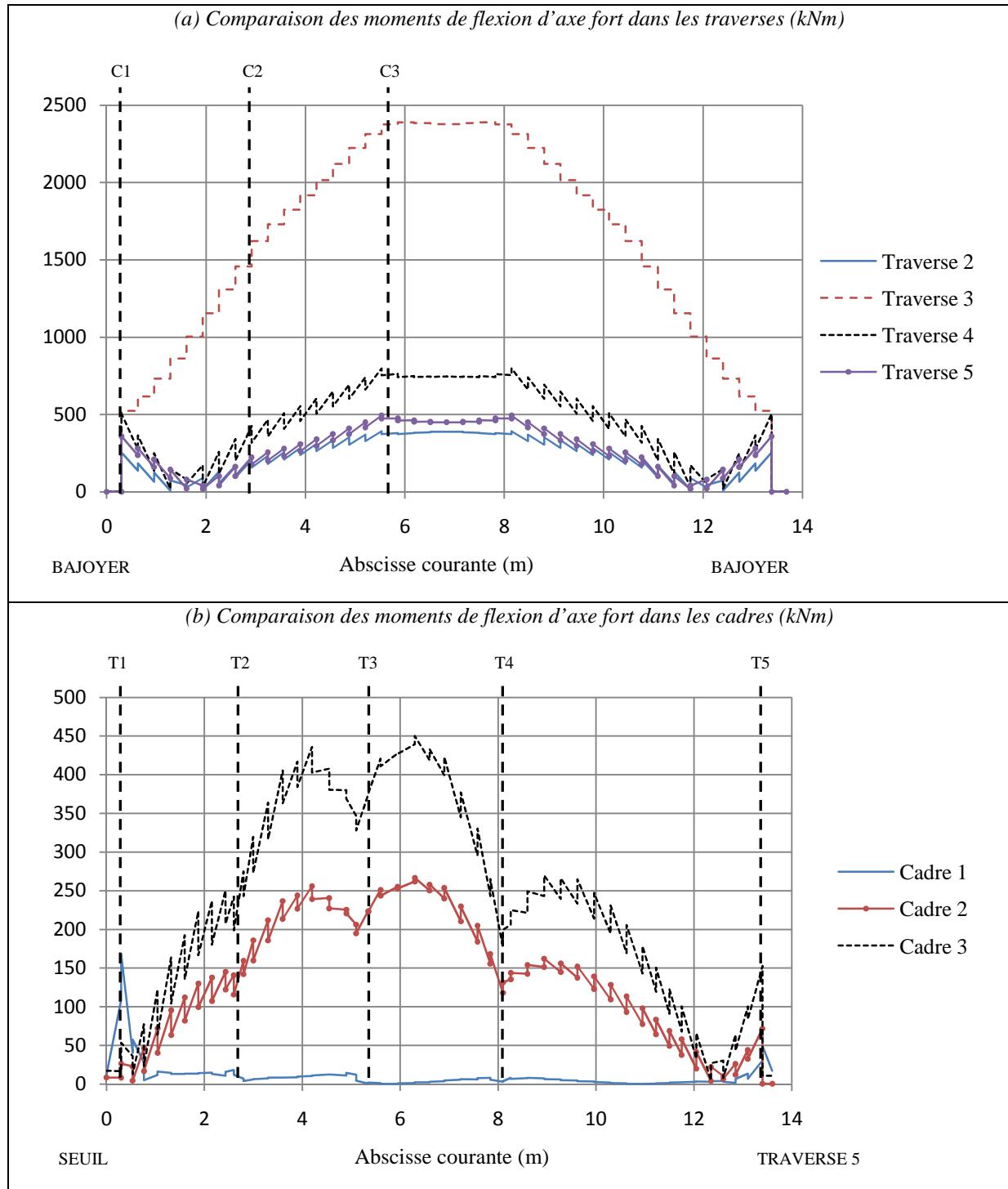


Figure VI.7 – Comparaison des moments de flexion dans les cadres et les traverses

Cette annexe compare les moments de flexion d'axe fort dans le cas d'une accélération sismique agissant verticalement. Les résultats sont proposés à la figure VI.7, où la position approximative des cadres et des traverses est également indiquée.

On constate ici que c'est à nouveau la partie centrale de la porte qui est critique car c'est dans cette zone là qu'on retrouve les moments de flexion les plus importants. En particulier, en observant les figures VI.7a et VI.7b, on remarque bien que c'est une fois encore à la jonction entre le cadre 3 et la traverse 4 que l'on trouve les éléments de réduction les plus importants. Cette région là est donc critique pour le dimensionnement.

2.4.4. Combinaison des trois composantes

Le but de cette annexe est de donner davantage de précisions quant à la manière dont on peut choisir le cas de chargement à considérer pour le dimensionnement. La manière de procéder est différente selon que l'interaction fluide-structure est prise en compte ou pas. Ces deux situations sont donc envisagées dans la suite.

- Situation sans interaction fluide-structure

En l'absence d'interaction fluide-structure, l'équation totale que l'on cherche à résoudre (en prenant en compte simultanément les trois composantes de l'accélération sismique ainsi que la pression hydrostatique) peut s'écrire de la manière suivante :

$$[M_0](\ddot{\boldsymbol{v}} + \mathbf{r}_x \ddot{X} + \mathbf{r}_y \ddot{Y} + \mathbf{r}_z \ddot{Z}) + [C]\dot{\boldsymbol{v}} + [K]\boldsymbol{v} = -[M_x]\mathbf{r}_x \ddot{X} - [M_y]\mathbf{r}_x \ddot{Y} - [M_z]\mathbf{r}_x \ddot{Z} - \mathbf{H} \quad (\text{VI.41})$$

où $\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z}$ sont les trois composantes de l'accélération sismique selon x, y et z .

$[M_x], [M_y], [M_z]$ sont les matrices de masses ajoutées pour les composantes x, y, z .

\mathbf{H} est le vecteur des pressions hydrostatiques.

$\mathbf{r}_x, \mathbf{r}_y, \mathbf{r}_z$ n'ont des composantes non nulles qu'aux degrés de liberté x, y ou z .

En réalité, comme l'équation (VI.41) est linéaire, elle est résolue par morceaux, en considérant les actions séparément :

$$[M_0]\ddot{\boldsymbol{v}}_x + [C]\dot{\boldsymbol{v}}_x + [K]\boldsymbol{v}_x = -[M_0]\mathbf{r}_x \ddot{X} - [M_x]\mathbf{r}_x \ddot{X} \quad (\text{VI.42})$$

$$[M_0]\ddot{\boldsymbol{v}}_y + [C]\dot{\boldsymbol{v}}_y + [K]\boldsymbol{v}_y = -[M_0]\mathbf{r}_y \ddot{Y} - [M_y]\mathbf{r}_x \ddot{Y} \quad (\text{VI.43})$$

$$[M_0]\ddot{\boldsymbol{v}}_z + [C]\dot{\boldsymbol{v}}_z + [K]\boldsymbol{v}_z = -[M_0]\mathbf{r}_z \ddot{Z} - [M_z]\mathbf{r}_x \ddot{Z} \quad (\text{VI.44})$$

$$[K]\boldsymbol{v}_h = -\mathbf{H} \quad (\text{VI.45})$$

Par conséquent, afin que les forces appliquées dans (VI.42) soient les plus grandes possible, il est bien correct de dire qu'il faut essayer de maximiser les composantes de $[M_x]$, ce qui revient bien à maximiser $p_{x,\text{rés}}$ et donc à travailler avec $h_b = 4.5 \text{ m}$. Par contre, afin de d'obtenir les valeurs extrêmes des forces appliquées dans (VI.43) à (VI.45), il faut plutôt chercher à maximiser les composantes de $[M_y], [M_z]$ et \mathbf{H} , si bien que l'on doit prendre $h_b = 0$. Cette situation correspond bien alors à la maximisation de $p_{y,\text{rés}}, p_{z,\text{rés}}$ et $p_{h,\text{rés}}$.

La conclusion des développements précédents est que dans le cas où on ne prend pas en compte l'interaction fluide-structure, il suffit de réaliser deux analyses de la porte d'écluse. La première peut être faite en prenant $h_s = 12.05 \text{ m}$ et $h_b = 4.5 \text{ m}$, ce qui suppose alors que ce

sont les effets E_x qui sont prépondérants par rapport aux effets E_y , E_z et E_h dans les équations (III.79). La seconde peut se faire en prenant $h_s = 12.05\text{ m}$ et $h_b = 0\text{ m}$, ce qui revient à considérer que les effets E_y , E_z et E_h sont prépondérants par rapport à E_x . Une fois que ces deux analyses ont été réalisées, il suffit de retenir les valeurs les plus sévères auxquels elles ont conduit.

- Situation avec interaction fluide-structure

Dans le cas où l'interaction fluide-structure est prise en compte par la méthode simple suggérée par l'USACE, les équations (VI.42) à (VI.45) s'écrivent :

$$([M_0] + [M_x])\ddot{\mathbf{v}}_x + [C]\dot{\mathbf{v}}_x + [K]\mathbf{v}_x = -[M_0]\mathbf{r}_x\ddot{X} - [M_x]\mathbf{r}_x\ddot{X} \quad (\text{VI.46})$$

$$([M_0] + [M_y])\ddot{\mathbf{v}}_y + [C]\dot{\mathbf{v}}_y + [K]\mathbf{v}_y = -[M_0]\mathbf{r}_y\ddot{Y} - [M_y]\mathbf{r}_y\ddot{Y} \quad (\text{VI.47})$$

$$([M_0] + [M_z])\ddot{\mathbf{v}}_z + [C]\dot{\mathbf{v}}_z + [K]\mathbf{v}_z = -[M_0]\mathbf{r}_z\ddot{Z} - [M_z]\mathbf{r}_z\ddot{Z} \quad (\text{VI.48})$$

$$[K]\mathbf{v}_h = -\mathbf{H} \quad (\text{VI.49})$$

Dans ce cas, le fait de maximiser la masse ajoutée à la structure ne conduit pas forcément au cas de charge le plus défavorable. Etant donné que $[M_x]$, $[M_y]$ et $[M_z]$ interviennent aussi dans les membres de gauche des équations (VI.46) à (VI.49), une augmentation des masses ajoutées conduit à un effet indéterminé. En effet :

- une augmentation des masses ajoutées diminue l'amortissement ξ qu'il faut considérer pour le spectre de l'Eurocode, ceci en vertu de l'équation (III.31). Cela plaide donc plutôt pour une augmentation des efforts qui solliciteront la structure et donc une majoration des effets.
- une augmentation des masses ajoutées accroît les périodes propres de la structure, ce qui entraîne une modification des pseudo-accélérations S_{pa} . Cela peut laisser les actions inchangées si on se trouve sur le palier du spectre. Par contre, il peut y avoir une augmentation ou une diminution des efforts modaux selon qu'on se trouve sur la branche croissante ou décroissante du spectre.

Par conséquent, au vu des deux remarques précédentes, on ne peut pas comme précédemment affirmer qu'une maximisation des pressions $p_{x,\text{rés}}$ ou $p_{y,\text{rés}}$, $p_{z,\text{rés}}$ et $p_{h,\text{rés}}$ mènera aux situations à envisager pour le dimensionnement. Il semble donc difficile de définir une ou plusieurs valeurs à retenir pour h_b si bien que la seule solution acceptable semble de passer en revue un certain nombre de situations jusqu'à tomber sur celle qui sera la plus défavorable.

2.5. Annexe III.5

Cette annexe présente les résultats qui sont obtenus au moyen des méthodes de recombinaison proposées par les équations en (III.79) dans le cas de chargement $C1$. La situation $C2$ n'est pas présentée dans cette annexe étant donné qu'il n'y a pratiquement pas de différence avec $C1$. Dès lors, les conclusions pour le cas $C1$ s'étendent sans restriction au cas $C2$.

Les résultats individuels pour le chargement $C1$ sont ceux qui ont été présentés aux sections 4.1 à 4.3 de la partie III. Il suffit alors de les recombiner afin d'obtenir les effets globaux, pour les trois composantes de l'action sismique. Comme les analyses effectuées précédemment avec FINELG ont montré que c'étaient la traverse 4 et le cadre 3 qui étaient les plus sollicités, on se limitera à l'étude des éléments de réduction dans ceux-ci uniquement. Par ailleurs, étant donné que ces éléments travaillent essentiellement en compression et en flexion d'axe fort, seuls ces résultats sont présentés aux figures VI.8 et VI.9.

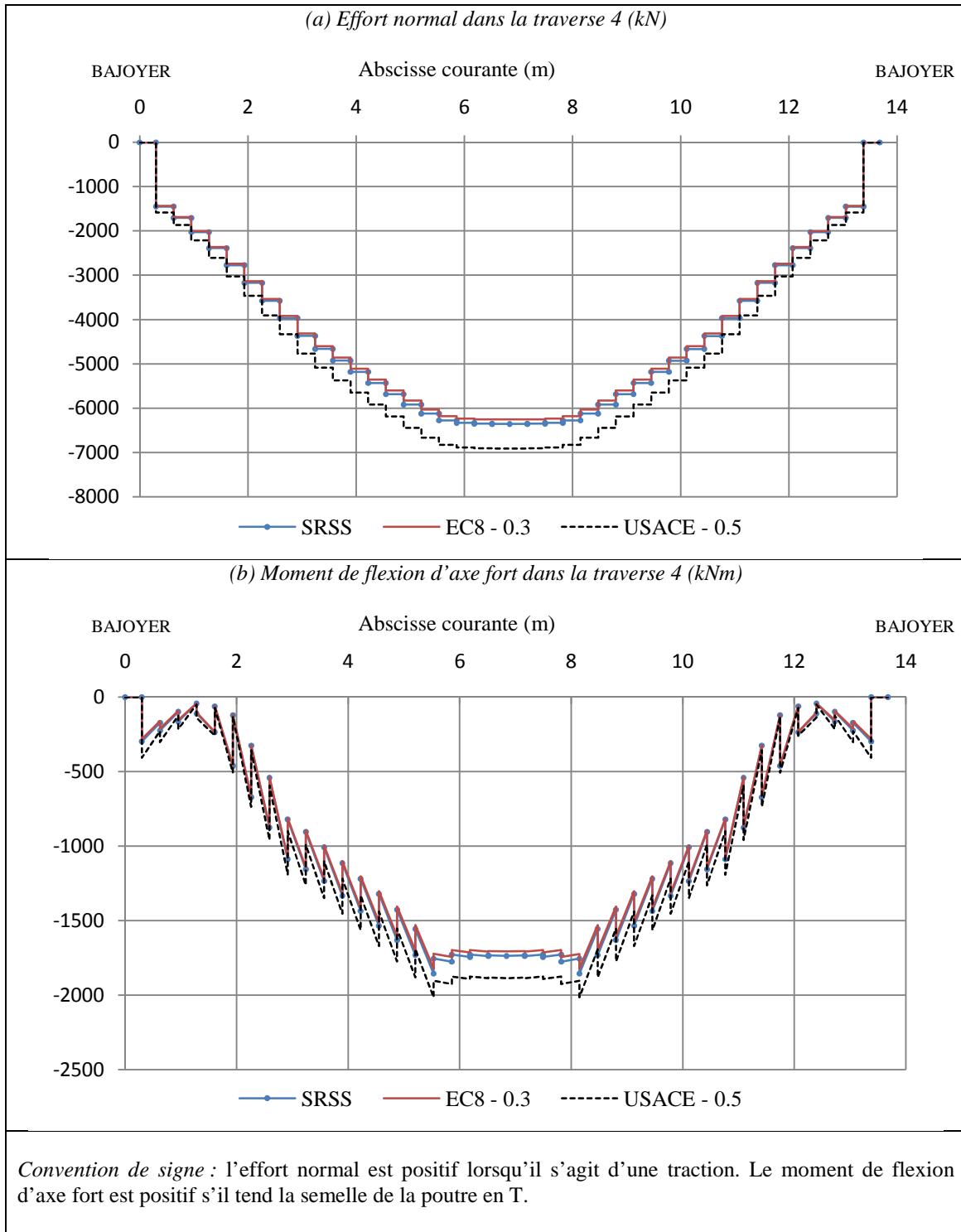


Figure VI.8 – Eléments de réduction dans la traverse 4 (chargement $C1$)

Les trois méthodes de recombinaison décrites par (III.79) ont été utilisées pour calculer les efforts totaux dans le cadre et la traverse. On constate que les résultats obtenus par les trois formules sont très proches. A chaque fois, on remarque que la combinaison SRSS donne les plus faibles résultats tandis que la méthode proposée par l'USACE avec un coefficient de 0.5 permet d'obtenir les sollicitations les plus sécuritaires. Cela est vrai pour l'effort normal et le moment de flexion d'axe fort mais également pour les autres éléments de réduction.

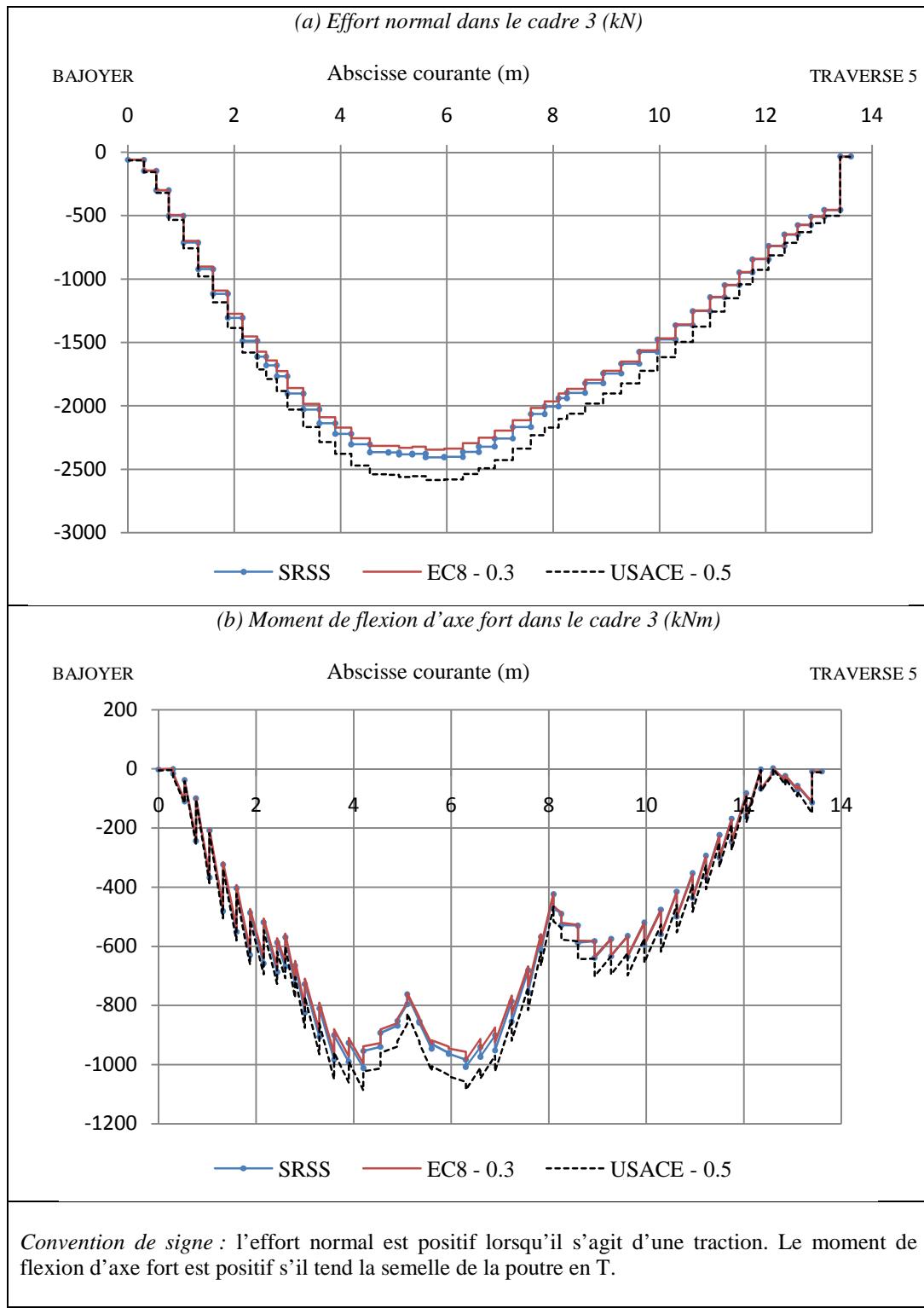


Figure VI.9 – Eléments de réduction dans le cadre 3 (chargement C1)

Le tableau VI.4 compare les trois possibilités de recombiner les effets calculés pour chaque composante de l'accélération sismique séparément. La méthode de référence est la combinaison SRSS. Le tableau indique alors le rapport entre l'effort normal maximum (ou le moment d'axe fort maximum) obtenu par la démarche proposée par l'USACE ou l'Eurocode 8 avec l'effort normal maximum (ou le moment d'axe fort maximum) obtenu par la méthode SRSS. On constate que les écarts sur les efforts de pointe ne sont pas très importants puisqu'ils sont proches de 1 % si on utilise la formule de l'Eurocode 8 et de 10 % si on utilise la formule de l'USACE. De tels écarts semblent être négligeables, si bien qu'on peut conclure qu'il est équivalent d'utiliser l'une ou l'autre recombinaison. Par ailleurs, les graphes des figures VI.8 et VI.9 montrent que c'est la traverse 4 (bien plus que le cadre 3) qui est véritablement l'élément critique de la porte étant donné qu'elle est très fortement comprimée et fléchie.

Combinaison	Effort normal			Moment de flexion d'axe fort		
	SRSS	EC8 (0.3)	USACE (0.5)	SRSS	EC8 (0.3)	USACE (0.5)
Traverse 4	1	0.98	1.09	1	0.98	1.07
Cadre 3	1	0.98	1.09	1	0.98	1.07

Tableau VI.4 – Comparaison des trois méthodes de recombinaison

La sollicitation de la traverse 4 se fait donc comme indiqué à la figure VI.10. La semelle de la traverse est soumise à des contraintes de compressions qui ont pour origine non seulement l'effort normal de compression N mais également le moment de flexion d'axe fort M_y . Cette importante compression peut laisser craindre à des instabilités au niveau de la semelle, voire également au niveau de la partie comprimée de l'âme. Comme le montre le tableau VI.5, ce sont essentiellement les accélérations sismiques verticale et perpendiculaire à la porte qui contribuent le plus aux efforts s'exerçant dans la traverse. De ce point de vue, la pression hydrostatique n'est pas non plus en reste puisque c'est elle qui fournit la contribution majeure. Le tableau confirme en outre le caractère négligeable de la composante parallèle à la porte qui ne représente en réalité que moins de 5 % des efforts totaux.

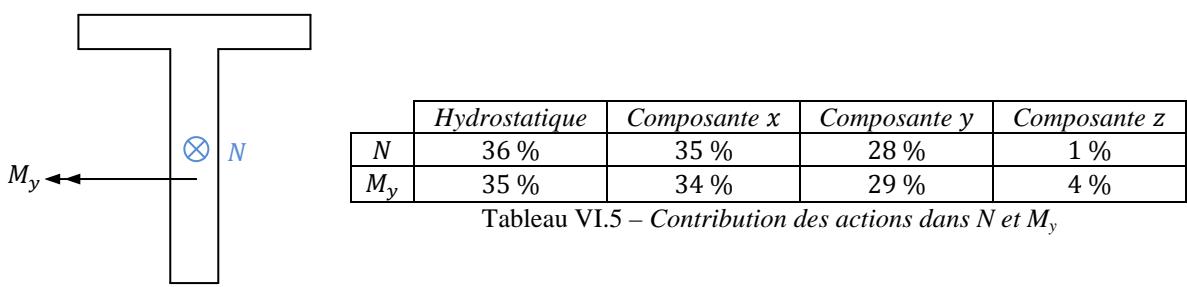


Figure VI.10 – Sollicitations

2.6. Annexe III.6

Cette annexe présente les développements théoriques qui permettent de caractériser la pression impulsive flexible par une approche analytique. L'interaction fluide-structure y est analysée pour une composante de l'accélération sismique dirigée perpendiculairement à la porte ainsi que verticalement. On envisage également séparément le calcul de la pression impulsive flexible dans le sas et dans le bief.

2.6.1. Cas d'une composante perpendiculaire à la porte

a) Interaction fluide-structure dans le sas

Les équations qui ont été développées dans la partie II de ce travail supposaient que la porte était suffisamment rigide et qu'on pouvait négliger ses déformations dans l'évaluation des pressions. En réalité, lorsque la porte se déforme, la distribution des pressions est modifiée. Cela est illustré à la figure VI.11, où la partie gauche représente la situation dans le cas où on suppose que la porte est parfaitement rigide tandis que la partie droite montre l'influence des déformations qui apparaissent en réalité.

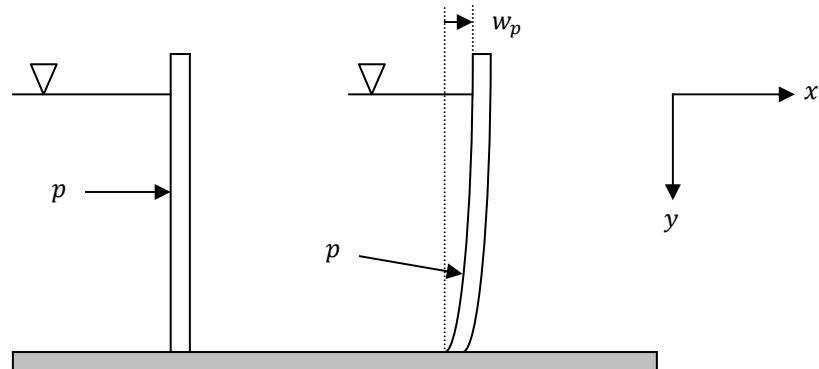


Figure VI.11 – Représentation de l'interaction fluide-structure

L'interaction fluide-structure a une influence complète sur le vecteur de pression. En effet, non seulement il y a une modification de son amplitude (c'est-à-dire un changement de l'intensité de la pression) mais également de sa direction car la pression doit à tout moment rester perpendiculaire à la porte. Par conséquent, on n'est plus ici en présence d'un vecteur qui est strictement dirigé selon x , comme c'était le cas dans la partie II. Toutefois, en supposant que les rotations de la porte sont faibles, on peut négliger la composante de la pression agissant selon y et supposer en première approximation que le vecteur p dans les deux configurations reste bien horizontal. Tout comme dans la partie II de ce travail, le problème consiste donc à résoudre l'équation de Laplace, si ce n'est que les conditions limites devront être modifiées afin de tenir compte des déformations de la porte. En effet, le domaine dans lequel on cherche à déterminer p présente les frontières suivantes :

- en partie supérieure, l'espace sur lequel l'équation de Laplace est résolue est toujours limité par la surface libre. Comme on ne tient pas compte ici de la pression convective, on se place dans la configuration initiale de la surface, ce qui signifie que la condition limite qui y sera écrite s'exprime en $y = 0$.
- la limite inférieure du domaine est constituée par le radier de l'écluse, dont on suppose qu'il ne se déforme pas. Par conséquent, la condition limite y sera exprimée en $y = h_s$, où pour rappel h_s désigne la profondeur d'eau dans le sas.
- les frontières latérales sont constituées par les portes de l'écluse. Comme celles-ci se déforment, il y a lieu d'en tenir compte dans l'écriture des conditions limites. Ces frontières sont définies par les déplacements propres des portes dans la direction x . Sur la figure VI.11, ceux-ci sont désignés par $w_p(y, z, t)$.

On constate que cette fois, le problème qu'on cherche à résoudre ne peut plus s'étudier dans un plan mais doit être considéré dans l'espace. Cela tient au fait que les frontières latérales, du fait des déplacements propres des portes, font intervenir également la coordonnée z . Par conséquent, on doit ici considérer l'entièreté de l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (VI.50)$$

où $\phi(x, y, z, t)$ désigne toujours le potentiel de vitesse. Cette équation est assortie des conditions limites suivantes, lesquelles sont écrites le long des frontières définies précédemment :

- En $x = 0$: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \dot{X}(t) + \frac{\partial w_p}{\partial t}$ (VI.51)

- En $x = L$: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \dot{X}(t) + \frac{\partial w_p}{\partial t}$ (VI.52)

- En $y = h_s$: $\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$ (VI.53)

- En $y = 0$: $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$ (VI.54)

- En $z = 0$: $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$ (VI.55)

- En $z = l$: $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$ (VI.56)

Les conditions (VI.51) et (VI.52) expriment simplement le fait que la vitesse de l'eau en $x = 0$ et en $x = L$ doit coïncider avec la vitesse totale des portes. Celle-ci est donnée par la somme de deux termes : le premier est la vitesse de déplacement des portes en raison de l'accélération sismique, soit $\dot{X}(t)$, tandis que le second terme représente la vitesse propre $w_p(y, z, t)$ qui avait été négligée jusqu'à présent. Les équations (VI.53) et (VI.54) sont les conditions classiques rencontrées au fond du sas ainsi qu'à la surface libre. Comme on travaille en trois dimensions, les conditions supplémentaires (VI.55) et (VI.56) sont ajoutées afin d'exprimer que la composante de la vitesse de l'eau perpendiculaire aux bajoyers doit s'annuler. Ici aussi, il y aurait lieu de prendre éventuellement en compte une interaction fluide-structure étant donné qu'il y a également une déformation au niveau des bajoyers. Cependant, vu que ceux-ci sont sans doute beaucoup plus rigides que les portes de l'écluse, il n'y a pas lieu d'en tenir compte et les conditions (VI.55) et (VI.56) peuvent être écrites en $z = 0$ et en $z = l$.

Le problème défini par les équations (VI.50) à (VI.56) a déjà été en partie résolu. En effet, vu la linéarité des équations, on peut considérer deux sous-problèmes. Le premier consisterait en la résolution de (VI.50) sans prise en compte de l'interaction fluide-structure. Cela signifie que le terme $w_p(y, z, t)$ n'intervient plus dans les conditions (VI.51) et (VI.52). La situation peut alors s'étudier dans le plan (x, y) . La pression obtenue dans ce cas est indépendante de la

coordonnée z et correspond à la pression impulsive rigide. Le second sous-problème qu'on doit résoudre est celui dans lequel on tient uniquement compte des vitesses de déformation de la porte. Cela implique que le terme $\dot{X}(t)$ des équations (VI.51) et (VI.52) n'est pas considéré.

Afin de déduire la pression impulsive totale, il suffit d'additionner les contributions rigide et flexible qui ont ainsi été calculées séparément. Afin d'être complet, il convient de mentionner que la pression convective peut toujours être calculée par les formules développées dans la partie II. L'Eurocode 8 considère en effet que l'interaction fluide-structure a suffisamment peu d'influence que pour pouvoir la négliger lors de l'évaluation des effets convectifs. Etant donné que ceux-ci ne sont pas pris en compte, cette remarque a assez peu d'importance.

La détermination de la pression impulsive rigide a déjà été réalisée dans la partie II de ce travail. On s'attache donc ici au calcul de la partie flexible, si bien qu'on ne résout que le second sous-problème mentionné précédemment. Il s'agit donc de solutionner l'équation de Laplace (VI.50) assortie des conditions (IV.51) à (VI.56), où $\dot{X}(t) = 0$. Pour cela, on procède à nouveau par une technique de séparation des variables en supposant que le potentiel ϕ peut se décomposer en un produit de quatre termes :

$$\phi(x, y, z, t) = \phi_1(x)\phi_2(y)\phi_3(z)\phi_4(t) \quad (\text{IV.57})$$

où les fonctions ϕ_1 à ϕ_4 sont à déterminer. En appliquant la méthode de séparation des variables, l'équation de Laplace en (VI.50) présentera une solution à condition que les fonctions ϕ_1 , ϕ_2 et ϕ_3 vérifient séparément une équation différentielle qui leur est propre, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} - (\alpha^2 + \beta^2)\phi_1(x) = 0 \quad \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2} + \alpha^2\phi_2(y) = 0 \quad \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial z^2} + \beta^2\phi_3(z) = 0 \quad (\text{VI.58})$$

Ces trois équations différentielles doivent être résolues séparément, en leur adjoignant des conditions adéquates pour que les expressions (VI.51) à (VI.56) soient vérifiées. Ainsi, si on commence par s'intéresser à la fonction $\phi_2(y)$, on peut essayer de la définir de telle manière que (VI.51) et (VI.52) soient respectées. Cela peut se faire simplement en considérant la solution :

$$\phi_2(y) = \sin(\alpha_n y) \quad (\text{VI.59})$$

où $\alpha_n = (2n - 1)\pi/2h_s$ et où n est un nombre naturel quelconque. On peut procéder d'une façon similaire avec la fonction $\phi_3(z)$, en recherchant cette fois à résoudre l'équation différentielle correspondante en (VI.58) mais assortie des conditions (VI.55) et (VI.56). On trouve alors la solution :

$$\phi_3(z) = \cos(\beta_m z) \quad (\text{VI.60})$$

où $\beta_m = m\pi/l$ et où m est un nombre naturel quelconque. Le fait qu'il faille cette fois considérer deux paramètres m et n au lieu d'un seul (comme cela avait été le cas dans la partie II) s'explique par la nécessité de résoudre l'équation de Laplace sur un espace à trois dimensions. Par contre, la pression impulsive rigide reste bien déterminée sur base de développements réalisés dans le plan.

Le calcul de la fonction $\phi_1(x)$ est plus ardu car il faut veiller à s'assurer que les conditions (VI.51) et (VI.52) soient respectées avec $\dot{X}(t) = 0$. Cependant, comme celles-ci dépendent de (y, z) , le calcul de $\phi_1(x)$ est rendu difficile étant donné que cette fonction ne fait précisément pas intervenir ces deux variables. Une alternative consiste donc à rejeter le problème dans la définition de $\phi_4(t)$ et à résoudre l'équation différentielle (VI.58) en s'assurant plutôt que :

$$\left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right]_{x=0} = 1 \quad \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right]_{x=L} = 1 \quad (VI.61)$$

La fonction qui vérifie l'équation différentielle (VI.58) associée à $\phi_1(x)$ tout en assurant les conditions (VI.61) est donnée par :

$$\phi_1(x) = \frac{\cosh(\gamma_{mn}x) - \cosh(\gamma_{mn}(x-L))}{\gamma_{mn} \sinh(\gamma_{mn}L)} \quad (VI.62)$$

où $\gamma_{mn}^2 = \alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2$. Les résultats précédents permettent alors d'établir une première expression du potentiel $\phi(x, y, z, t)$. Celui-ci peut être obtenu en réalisant une combinaison linéaire des fonctions données en (VI.59), (IV.60) et (VI.62). On trouve ainsi :

$$\phi = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2h_s}\right) \cos\left(\frac{m\pi z}{l}\right) \frac{\cosh(\gamma_{mn}x) - \cosh(\gamma_{mn}(x-L))}{\gamma_{mn} \sinh(\gamma_{mn}L)} \phi_4(t) \quad (VI.63)$$

La difficulté reste alors de définir la fonction $\phi_4(t)$ de telle manière que (VI.51) et (VI.52) soient respectées. Compte tenu de (VI.61) et (VI.63), ces deux conditions s'expriment :

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{\substack{x=0 \\ x=L}} = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2h_s}\right) \cos\left(\frac{m\pi z}{l}\right) \phi_4(t) = \frac{\partial w_p}{\partial t}(y, z, t) \quad (VI.64)$$

La fonction $\phi_4(t)$ doit alors être définie pour que (VI.64) soit vérifiée. Pour cela, on note que les fonctions :

$$\varphi_{mn}(y, z) = \sin\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2h_s}\right) \cos\left(\frac{m\pi z}{l}\right) \quad (VI.65)$$

sont orthogonales sur $[0, h_s] \times [0, l]$ si bien qu'elles y sont également génératrices. Par conséquent, on peut décomposer la fonction $\partial w_p / \partial t$ dans la base formée par φ_{mn} . D'après DELHEZ (2005), cela peut se faire par le développement en série suivant :

$$\frac{\partial w_p}{\partial t}(y, z, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \varphi_{mn}(y, z) \int_0^{h_s} \int_0^l \frac{\partial w_p}{\partial t}(y, z, t) \varphi_{mn}(y, z) dy dz \quad (VI.66)$$

En comparant (VI.66) et (VI.64), on voit immédiatement que la fonction $\phi_4(t)$ doit être donnée par :

$$\phi_4(t) = \int_0^{h_s} \int_0^l \frac{\partial w_p}{\partial t}(y, z, t) \varphi_{mn}(y, z) dy dz \quad (VI.67)$$

En reportant (VI.67) dans (VI.63), on retrouve alors l'expression finale du potentiel $\phi(x, y, z, t)$. Afin de déduire la pression impulsive flexible, on peut se servir de la relation liant au potentiel de vitesse :

$$p = -\rho \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VI.68})$$

En dérivant (VI.63) par rapport au temps et en se placant en $x = L$ pour se situer au niveau de la porte aval, on obtient la pression impulsive flexible :

$$p(y, z, t) = -\frac{4\rho}{lh_s} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\cosh(\gamma_{mn}L) - 1}{\gamma_{mn} \sinh(\gamma_{mn}L)} \varphi_{mn}(y, z) \int_0^{h_s} \int_0^l \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} \varphi_{mn}(y, z) dy dz \quad (\text{VI.69})$$

Dans cette dernière formule, L désigne toujours la longueur du sas tandis que l en est la largeur. On voit par (VI.69) que les variations dans le temps de celle-ci sont régies uniquement par les accélérations propres de la porte si bien qu'elle n'est donc pas en phase à priori avec les accélérations du sol $\ddot{X}(t)$. D'un point de vue pratique, cela a pour conséquence de compliquer encore davantage l'analyse spectrale de la porte. A moins d'utiliser l'approche simplifiée par masses ajoutées proposée par l'USACE ou de disposer d'une relation permettant de relier $\ddot{X}(t)$ et les accélérations propres de la porte, la prise en compte de la partie flexible de la pression impulsive ne semble pouvoir être envisagée simplement que par une analyse temporelle. A ce sujet, il existe même des éléments finis fluides qui permettent de réaliser les calculs en tenant compte des déformations de la porte.

Il convient de remarquer également que la pression donnée par (VI.69) vient s'additionner à la partie rigide déjà calculée précédemment. Cela a pour conséquence de produire une modification des amplitudes de la pression mais, étant donné que la partie flexible varie avec (y, z) , le profil de distribution sur l'entièreté de la surface de la porte se trouve modifié. Par conséquent, des méthodes d'analyses en deux dimensions ne pourraient s'appliquer dans le cas présent et les analyses doivent nécessairement se faire en trois dimensions.

Enfin, il convient de souligner que les conditions d'appui considérées pour la porte peuvent avoir une certaine influence sur l'amplitude et la distribution des pressions flexibles. Cela s'explique par le fait que le phénomène est essentiellement régi par les déformations de la porte, lesquelles sont elles-mêmes dépendantes des conditions qui sont imposées au niveau des appuis. Celles-ci doivent donc être correctement définies, sans quoi il y aurait un risque de sous-estimer ou surestimer les pressions impulsives flexibles.

b) Interaction fluide-structure dans le bief

Les déformations de la porte vont également avoir un effet sur l'amplitude et le profil des pressions qui apparaissent sur la porte de l'écluse, du côté du bief aval. Cependant, comme il a été constaté précédemment, cela est d'une moindre importance vu que la présence d'eau dans le bief n'influence pratiquement pas les efforts internes observés dans la porte. D'un point de vue analytique, le problème se pose de la même manière que dans le cas du sas. La détermination de la partie flexible de la pression se fait aussi par résolution de l'équation de

Laplace donnée en (VI.50) assortie des conditions (VI.51) à (VI.56), à l'exception de l'équation (VI.52) qui doit être remplacée par :

$$\phi \rightarrow 0 \text{ si } x \rightarrow +\infty \quad (\text{VI.70})$$

puisque le bief est supposé semi-indéfini. On retrouve ainsi la condition (II.74) qui avait déjà été citée dans la partie II de ce travail et qui traduit simplement le fait que les pressions dynamiques deviennent de plus en plus faibles au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la porte de l'écluse.

La technique de résolution des équations est identique à celle qui a été utilisée précédemment. On travaille donc à nouveau par séparation des variables. Cela conduit aux mêmes expressions pour $\phi_2(y)$, $\phi_3(z)$ et $\phi_4(t)$ étant donné que seule une condition faisant intervenir la variable spatiale x a été modifiée par rapport à ce qui a été fait pour le sas. Par conséquent, les développements à réaliser ici sont assez courts et visent simplement à redéfinir la fonction $\phi_1(x)$. Pour le reste, les calculs sont strictement identiques à ceux menés précédemment. La fonction $\phi_1(x)$ doit vérifier l'équation différentielle correspondante en (VI.58) tout en présentant la propriété (VI.70) et en s'assurant que l'on ait :

$$\left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right]_{x=0} = 1 \quad (\text{VI.71})$$

Cela peut se faire en utilisant une exponentielle décroissante. On trouve ainsi que la fonction $\phi_1(x)$ est donnée par :

$$\phi_1(x) = -\frac{1}{\gamma_{mn}} e^{-\gamma_{mn}x} \quad (\text{VI.72})$$

où γ_{mn} prend la même définition que précédemment. Dans le cas du bief, l'expression complète du potentiel est donc :

$$\phi = - \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2h_s}\right) \cos\left(\frac{m\pi z}{l}\right) \frac{e^{-\gamma_{mn}x}}{\gamma_{mn}} \phi_4(t) \quad (\text{VI.73})$$

où la fonction $\phi_4(t)$ est toujours donnée par (VI.67). Afin de trouver la pression sur la porte aval, il faut alors se servir de (VI.68) puis se placer en $x = 0$. On trouve alors que la pression impulsive flexible sur la porte aval (côté bief) peut être calculée par l'expression suivante :

$$p(y, z, t) = \frac{4\rho}{lh_b} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}} \varphi_{mn}(y, z) \int_0^{h_s} \int_0^l \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} \varphi_{mn}(y, z) dy dz \quad (\text{VI.74})$$

Dans cette dernière équation, les paramètres γ_{mn} ainsi que les fonctions génératrices $\varphi_{mn}(y, z)$ prennent les mêmes définitions que dans le cas du sas, à condition de remplacer h_s par h_b . Lorsqu'on compare (VI.74) et (VI.69), on note qu'il existe une différence de signe entre ces deux équations. Cela signifie qu'on peut tirer les mêmes conclusions que dans le cas de la pression impulsive rigide : il n'y a pas compensation des pressions agissant dans le sas

et dans le bief car elles sont dirigées dans le même sens. Par conséquent, il y a bien lieu de procéder à une addition.

2.6.2. Cas d'une composante verticale

Les pressions hydrodynamiques s'exerçant sur la porte en raison de l'accélération sismique verticale sont également influencées en grandeur et en distribution par l'interaction fluide-structure. Il est également possible de développer des solutions analytiques pour ce cas de figure. Ici aussi, le problème doit être envisagé dans l'espace complet (x, y, z) et on cherche donc à nouveau à résoudre l'équation de Laplace donnée par (VI.50) mais assortie cette fois de conditions limites différentes. Celles-ci sont données par :

- En $x = 0$: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial w_p}{\partial t}$ (VI.75)

- En $x = L$: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial w_p}{\partial t}$ (VI.76)

- En $y = h_s$: $\frac{\partial \phi}{\partial y} = \dot{Y}(t)$ (VI.77)

- En $y = 0$: $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$ (VI.78)

- En $z = 0$: $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$ (VI.79)

- En $z = l$: $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$ (VI.80)

Les conditions (VI.75) et (VI.76) ont été modifiées par rapport à (VI.51) et (VI.52) car cette fois il n'y a pas d'accélération horizontale agissant perpendiculairement à la porte. Par conséquent, il ne faut considérer que les accélérations propres de la porte. La condition (VI.53) a également été modifiée afin d'exprimer que la composante de la vitesse de l'eau perpendiculaire au radier de l'écluse doit être égale à la vitesse de déplacement vertical $\dot{Y}(t)$. Hormis ces modifications, le reste des conditions est identique et prend la même signification physique que précédemment. Ici aussi, la résolution du problème peut se faire en deux temps. Le premier sous-problème à résoudre est celui qui a été traité au paragraphe 4.3.1 de la partie III et qui a conduit à l'expression de la pression impulsive rigide naissant dans le cas d'une composante verticale de l'accélération sismique. A cette première solution, il convient d'ajouter la partie flexible, que l'on peut obtenir par résolution de l'équation de Laplace (VI.50) assortie des conditions (VI.75) à (VI.80) si ce n'est que la condition (VI.77) est remplacée par l'expression suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (\text{VI.81})$$

en $y = h_s$. On constate donc que le sous-problème à résoudre afin de déterminer la pression impulsive flexible dans ce cas-ci est identique à ce qui a été réalisé dans la section précédente.

Par conséquent, l'équation (VI.69) s'applique également ici, à la différence près que les accélérations propres de la porte qui doivent y être utilisées sont celles qui apparaissent sous l'action d'un mouvement sismique vertical. Il en est de même pour le bief, où l'équation (VI.74) reste encore valable.

3. Annexes à la partie IV

Ces annexes reprennent un certain nombre de résultats qui complètent les informations citées dans la partie IV de ce travail.

3.1. Annexe IV.1

Cette annexe détaille les équations relatives aux méthodes de l'accélération constante et de l'accélération linéaire citées dans la description méthodologique de l'analyse temporelle.

3.1.1. Méthode de l'accélération constante

Dans la méthode de l'accélération constante, on suppose que $\ddot{v}(t)$ ne varie pas sur l'intervalle de temps compris entre t_n et t_{n+1} . Schématiquement, on a donc la situation représentée à la figure VI.12a, où on voit que l'on peut prendre la moyenne :

$$\ddot{v}(t) = \frac{1}{2}(\ddot{v}_n + \ddot{v}_{n+1}) \quad (VI.82)$$

afin de définir $\dot{v}(t)$. Sur base de l'équation (VI.82), on peut déterminer $v(t)$ et $\dot{v}(t)$ sur l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$ en procédant simplement à une intégration temporelle qui donne alors :

$$\dot{v}(t) = \frac{1}{2}(\ddot{v}_n + \ddot{v}_{n+1})(t - t_n) + \dot{v}_n \quad (VI.83)$$

où on a bien $\dot{v}(t_n) = \dot{v}_n$. Les déplacements $v(t)$ des différents nœuds de la structure peuvent quant à eux être déduits par intégration de (VI.83), en tenant compte de la condition $v(t_n) = v_n$. Les déplacements varient alors en fonction du temps de la manière suivante :

$$v(t) = \frac{1}{4}(\ddot{v}_n + \ddot{v}_{n+1})(t - t_n)^2 + v_n(t - t_n) + v_n \quad (VI.84)$$

Les équations (VI.82) à (VI.84) permettent de décrire l'évolution temporelle des accélérations, des vitesses et des déplacements sur l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$. Comme l'accélération est supposée constante sur ce pas de temps, il est normal de trouver que les déplacements varient de manière parabolique en fonction de t . En évaluant (VI.84) en $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, on obtient :

$$v_{n+1} = v_n + \dot{v}_n \Delta t + \frac{1}{4}(\ddot{v}_n + \ddot{v}_{n+1})\Delta t^2 \quad (VI.85)$$

$$\dot{v}_{n+1} = \frac{1}{2}(\ddot{v}_n + \ddot{v}_{n+1})\Delta t + \dot{v}_n \quad (VI.86)$$

Ces deux équations permettent de calculer les déplacements et les vitesses au temps t_{n+1} , à condition de connaître les accélérations à cet instant. En effet, si v_n , \dot{v}_n et \ddot{v}_n sont connus, il n'en est pas de même de \ddot{v}_{n+1} . L'accélération à l'instant t_{n+1} peut être déduite de l'équation de Newton écrite à cet instant, comme cela a été détaillé dans la première section de la partie IV de ce travail.

3.1.2. Méthode de l'accélération linéaire

Dans cette méthode de calcul, on suppose que l'accélération varie linéairement entre \ddot{v}_n et \ddot{v}_{n+1} sur l'intervalle de temps $[t_n, t_{n+1}]$. Cette façon de procéder est représentée par la figure VI.12b.

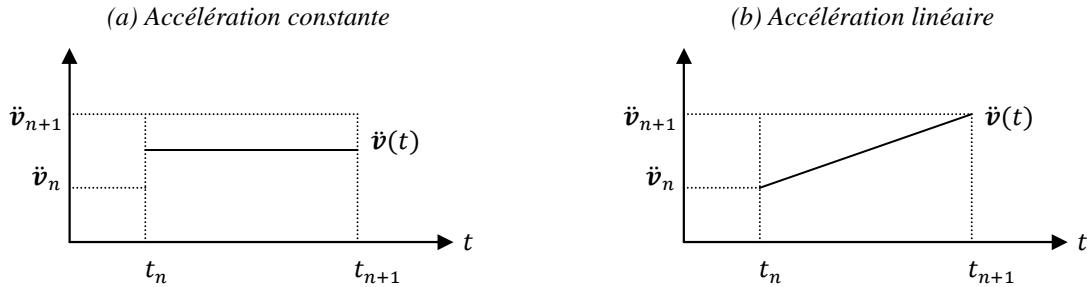


Figure VI.12 – Méthode de l'accélération constante et linéaire

L'équation décrivant l'évolution temporelle sur le pas de temps $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ est alors donnée par :

$$\dot{v}(t) = \dot{v}_n + (\ddot{v}_{n+1} - \ddot{v}_n) \cdot \frac{t - t_n}{\Delta t} \quad (VI.87)$$

qui réalise bien la condition $\dot{v}(t_n) = \dot{v}_n$. A nouveau, en procédant à l'intégration de (VI.87), on peut déduire l'évolution temporelle de la vitesse sur l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$. En se servant de la condition $\dot{v}(t_n) = \dot{v}_n$, on obtient :

$$\dot{v}(t) = \dot{v}_n(t - t_n) + (\ddot{v}_{n+1} - \ddot{v}_n) \cdot \frac{(t - t_n)^2}{2\Delta t} + \dot{v}_n \quad (VI.88)$$

Pour déterminer les déplacements à associer aux différents nœuds de la structure, on procède à nouveau à l'intégration de (VI.88). Comme ces déplacements doivent vérifier la condition $v(t_n) = v_n$, on trouve :

$$v(t) = v_n + \dot{v}_n(t - t_n) + \dot{v}_n \frac{(t - t_n)^2}{2} + (\ddot{v}_{n+1} - \ddot{v}_n) \cdot \frac{(t - t_n)^3}{6\Delta t} \quad (VI.89)$$

Comme l'accélération est supposée être linéaire sur $[t_n, t_{n+1}]$, il est normal de trouver des déplacements qui varient de façon cubique avec t . En évaluant les équations (VI.88) et (VI.89) en $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, on obtient :

$$v_{n+1} = v_n + \dot{v}_n \Delta t + \left(\frac{1}{3} \dot{v}_n + \frac{1}{6} \ddot{v}_{n+1} \right) \Delta t^2 \quad (VI.90)$$

$$\dot{v}_{n+1} = \frac{1}{2} (\dot{v}_n + \ddot{v}_{n+1}) \Delta t + \dot{v}_n \quad (VI.91)$$

Ici aussi, ces deux relations ne sont pas directement utilisables afin de caractériser la structure en t_{n+1} étant donné que l'accélération \ddot{v}_{n+1} qui y intervient n'est pas connue à priori. Il faut donc avoir recours aux équations du mouvement afin de la déterminer, comme cela a été réalisé dans la première section de la partie IV de ce travail.

3.2. Annexe IV.2

Cette annexe a pour but de déterminer les propriétés mécaniques qu'il faut considérer pour la vérification de la traverse 4. Pour cela, il y a lieu de considérer une certaine largeur collaborante b_{eff} du bordé (figure VI.13) que l'on appelle également largeur effective. A ce sujet, il existe plusieurs manières de procéder et on peut par exemple considérer celle qui est proposée par le CETMEF (1998), laquelle est d'ailleurs très proche de ce que mentionne l'Eurocode 3.

Epaisseur de la semelle	t_f	26 mm
Largeur de la semelle	b_f	600 mm
Epaisseur de l'âme	t_w	20 mm
Hauteur de l'âme	h_w	1000 mm
Epaisseur du bordé	t	10 mm

Tableau VI.6 – Données géométriques

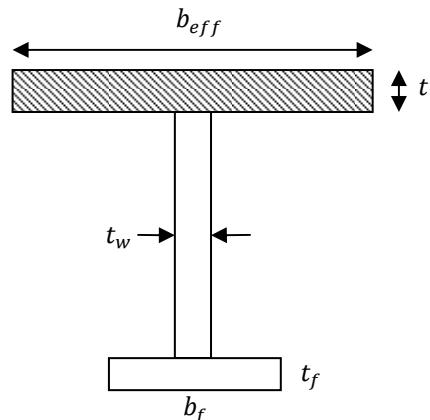


Figure VI.13 – Section droite

Pour le calcul de b_{eff} , on peut considérer la figure IV.14 qui représente la portion de la porte située entre la traverse 3 (notée $T3$) et la traverse 5 (notée $T5$). Entre $T3$ et $T4$, on trouve quatre raidisseurs tandis qu'entre $T4$ et $T5$, on en trouve huit. La présence de ces raidisseurs doit être prise en compte dans le calcul de la largeur collaborante. Si on désigne par $b_{0,g}$ la demi-distance entre $T3$ et $T4$ et par $b_{0,d}$ la demi-distance entre $T4$ et $T5$, la présence des raidisseurs peut être prise en compte de la manière suivante :

$$\bar{b}_{0,g} \equiv b_{0,g} \sqrt{1 + \frac{A_{r,g}}{b_{0,g}t}} \quad \bar{b}_{0,d} \equiv b_{0,d} \sqrt{1 + \frac{A_{r,d}}{b_{0,d}t}} \quad (\text{VI.92})$$

où $A_{r,g}$ désigne la somme des aires des sections des raidisseurs situés sur la distance $b_{0,g}$;
 $A_{r,d}$ désigne la somme des aires des sections des raidisseurs situés sur la distance $b_{0,d}$;
 t est l'épaisseur du bordé.

La formule (VI.92) signifie donc que les largeurs à gauche et à droite sont fictivement amplifiées par un facteur qui est d'autant plus important qu'il n'y a de raidisseurs sur ces deux distances.

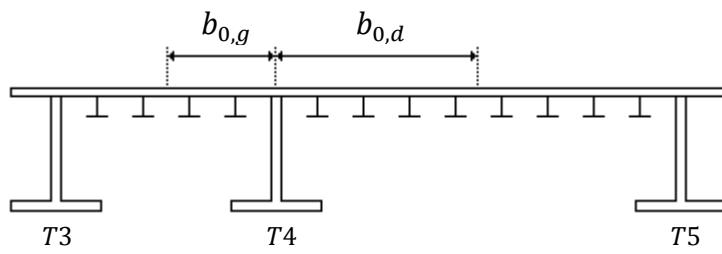


Figure VI.14 – Détermination de la largeur collaborante

Le choix de la largeur collaborante se fait en fonction du rapport L_0/b_0 , où L_0 est la distance entre deux points de moment nul, mesurée le long de la traverse. Dans le cas présent, il s'agit de la longueur brute de la traverse T4 étant donné qu'elle est fléchie sur l'entièreté de sa longueur. On a donc $L_0 = 13.7\text{ m}$. La valeur de b_0 est quant à elle donnée par :

$$b_0 = 2 \cdot \min(\bar{b}_{0,g}; \bar{b}_{0,d}) \quad (\text{VI.93})$$

En fonction de L_0/b_0 , on dispose alors de courbes qui permettent de calculer le coefficient ψ pour évaluer la largeur collaborante :

$$b_{eff} = \psi \cdot b_0 \quad (\text{VI.94})$$

L'approche qui est proposée ici est globalement sécuritaire car elle sous-estime la largeur effective. En réalité, comme $\bar{b}_{0,d} \neq \bar{b}_{0,g}$, il faudrait normalement travailler avec une largeur collaborante à droite différente de celle à gauche puis procéder à leur somme afin d'obtenir b_{eff} . Le désavantage principal de cette façon de faire vient du fait que la section obtenue ne serait pas symétrique, ce qui complique excessivement la méthode. La démarche suivie ici a donc l'avantage de la simplicité et de la sécurité.

Dans le cas de la porte d'écluse envisagée dans ce travail, on a $b_{0,g} = 1.5\text{ m}$ et $b_{0,d} = 2.65\text{ m}$. Compte tenu des propriétés géométriques des raidisseurs, l'application des formules (VI.92) et (VI.93) conduit aux valeurs suivantes :

$$\bar{b}_{0,g} = 1.76\text{ m} \quad \bar{b}_{0,d} = 3.17\text{ m} \quad b_0 = 3.52\text{ m} \quad (\text{VI.95})$$

Le rapport L_0/b_0 est donc à peu près égal à 4. Les courbes du CETMEF (1998) permettent alors d'obtenir deux coefficients de réduction ψ donnés par :

$$\psi^+ = 0.92 \quad \psi^- = 0.55 \quad (\text{VI.96})$$

selon qu'il s'agit d'une zone de flexion en contre-arc (zone de moment positif ou « sagging bending ») ou de flexion en arc (zone de moment négatif ou « hogging bending »).

La largeur efficace est finalement donnée par $b_{eff} = 0.55 \cdot 2 \cdot b_0 = 1.65\text{ m}$. A titre de comparaison, si on avait suivi la méthode de l'Eurocode 3 au lieu de celle du CETMEF, on aurait trouvé une largeur collaborante de 1.69 m , ce qui est assez proche de la valeur employée ici. Une fois que les dimensions de la section droite de la figure VI.13 sont fixées, les propriétés géométriques A et I ainsi que la position du centre de gravité et des axes principaux d'inertie se fait sans difficulté.

3.3. Annexe IV.3

Cette annexe reprend quelques considérations relatives à l'effort normal et au moment de flexion d'axe fort qu'il y a lieu de considérer pour la vérification de la traverse 4. Le problème qui se pose en travaillant avec les diagrammes enveloppes vient du fait que les maxima de $N_{sd}(t)$ et de $M_{sd}(t)$ ne sont pas forcément concomitants. Il peut s'avérer dès lors trop

sécuritaire de travailler simultanément avec les maxima temporels. Cette annexe propose donc une méthode alternative. Si on vérifie comme annoncé le cas où la section est soumise à la flexion négative (comprimant par conséquent la semelle de la traverse), la contrainte normale qu'on trouve au niveau de la fibre extrême est donnée par :

$$\sigma(x, t) = \frac{N_{Sd}(t)}{A} + \frac{M_{Sd}(t)\Delta z}{I} \quad (VI.97)$$

où A est l'aire de la section d'abscisse courante ;

I est l'inertie de la section d'abscisse courante ;

Δz est le bras de levier de la fibre extrême par rapport au centre de gravité.

Compte tenu du fait que les contraintes sont négatives en compression, on doit chercher à minimiser (en valeur algébrique) l'expression (VI.97). On cherche donc :

$$\min_t \sigma(t) = \min_t \left(\frac{N_{Sd}(t)}{A} + \frac{M_{Sd}(t)\Delta z}{I} \right) \quad (VI.98)$$

L'équation (VI.98) n'est pas évidente à résoudre à priori. Précédemment, la question ne se posait pas tellement puisque la méthode utilisée consistait à écrire que N_{Sd} et M_{Sd} prenaient leurs valeurs extrêmes simultanément, si bien que :

$$\min_t \sigma(t) = \frac{1}{A} \min_t (N_{Sd}(t)) + \frac{\Delta z}{I} \min_t (M_{Sd}(t)) \quad (VI.99)$$

Dans le cas présent, on cherche justement à ne pas procéder de la sorte. Deux situations sont alors possibles : soit c'est la minimisation de N_{Sd} qui est la plus défavorable (effort normal prépondérant), soit c'est la minimisation de M_{Sd} qui conduira à la contrainte la plus élevée (moment de flexion prépondérant). Par conséquent, on doit au moins procéder à la vérification en deux instants différents en envisageant les deux situations suivantes :

- Cas d'un moment de flexion prépondérant : on se place à l'instant t_1 qui conduit à la valeur minimale de M_{Sd} et on considère la valeur concomitante de N_{Sd} . On a donc :

$$\sigma(x, t_1) = \frac{N_{Sd}(t_1)}{A} + \frac{M_{Sd}(t_1)\Delta z}{I} \quad M_{min} = M_{Sd}(t_1) = \min_t (M_{Sd}(t)) \quad (VI.100)$$

- Cas d'un effort normal prépondérant : on se place à l'instant t_2 qui conduit à la valeur minimale de N_{Sd} et on considère la valeur concomitante de M_{Sd} . On a donc :

$$\sigma(t_2) = \frac{N_{Sd}(t_2)}{A} + \frac{M_{Sd}(t_2)\Delta z}{I} \quad N_{min} = N_{Sd}(t_2) = \min_t (N_{Sd}(t)) \quad (VI.101)$$

En réalité, dans les équations (VI.100) et (VI.101), la situation est encore compliquée par le fait que les éléments de réduction N_{Sd} et M_{Sd} sont obtenus par une recombinaison des valeurs produites séparément par les deux composantes de l'accélération sismique (pour rappel, conformément aux hypothèses réalisées au début de la partie IV, on ne tient pas compte ici de

la composante horizontale agissant parallèlement à la porte). Ces détails de procédure assez lourds sont discutés ci-après.

3.3.1. Cas d'un moment de flexion prépondérant

Au terme d'une analyse temporelle, le logiciel FINELG fournit les éléments de réduction dans les éléments poutre modélisant les cadres et les traverses de la porte. Par conséquent, on est en mesure d'y déterminer les enveloppes temporelles inférieures et supérieures du moment de flexion, comme représenté à la figure IV.4. Ces courbes donnent la valeur du moment de flexion maximum et minimum qui peut solliciter une section sur la durée du séisme. Ces enveloppes peuvent être déterminées séparément pour la composante de l'accélération sismique agissant selon l'axe z (perpendiculairement à la porte) ainsi que pour la composante dirigée selon l'axe y (verticalement). Puisqu'on recherche ici le moment de flexion négatif extrême, on se limite au cas des enveloppes inférieures. On introduit les notations suivantes :

- M_x^- pour désigner l'enveloppe inférieure des moments de flexion produits par la composante de l'accélération sismique agissant perpendiculairement à la porte. Cette enveloppe donne en chaque section de la traverse la valeur du plus petit moment (en valeur algébrique) produit par l'accélération sismique horizontale perpendiculaire à la porte sur la durée du séisme. A ce moment est associé M_y^c qui désigne la valeur du moment de flexion produit concomitamment par l'accélération sismique horizontale.
- M_y^- pour désigner l'enveloppe inférieure des moments de flexion produits par la composante de l'accélération sismique agissant verticalement. Cette enveloppe donne en chaque section de la traverse la valeur du plus petit moment (en valeur algébrique) produit par l'accélération sismique verticale sur la durée du séisme. A ce moment est associé M_x^c qui désigne la valeur du moment de flexion produit concomitamment par l'accélération sismique horizontale perpendiculaire à la porte.

Une fois que ces notations ont été introduites, on peut préciser l'expression du moment M_{min} intervenant dans l'équation (VI.100) :

$$M_{min} = M_h + \min(M_x^- + M_y^c ; M_y^- + M_x^c) \quad (VI.102)$$

où M_h désigne le moment de flexion produit par la pression hydrostatique. Le choix de l'effort normal N_c qui agit concomitamment à M_{min} est donné par la formule suivante :

$$N_c = N_h + N_x^c + N_y^c \quad (VI.103)$$

où N_h représente l'effort normal qui est produit sous l'action de la pression hydrostatique. Les notations N_x^c et N_y^c sont à choisir en fonction du résultat de $\min(M_x^- + M_y^c ; M_y^- + M_x^c)$ qui est repris dans l'équation (VI.102). En effet, afin de dimensionner au plus juste la traverse, il convient de choisir N_x^c et N_y^c de la manière suivante :

- si $M_x^- + M_y^c < M_y^- + M_x^c$, alors il faut choisir N_x^c comme étant l'effort normal produit par l'accélération sismique horizontale agissant concomitamment à M_x^- et N_y^c comme étant

l'effort normal produit par la composante sismique verticale agissant concomitamment à M_y^c .

- si $M_x^- + M_y^c > M_y^- + M_x^c$, alors il faut choisir N_x^c comme étant l'effort normal produit par l'accélération sismique horizontale agissant concomitamment à M_x^c et N_y^c comme étant l'effort normal produit par la composante sismique verticale agissant concomitamment à M_y^- .

Au terme de cette procédure, on obtient le moment de flexion extrême M_{min} ainsi que l'effort normal N_c qui agit simultanément pour chaque section de la traverse. Il suffit alors de procéder à la vérification sous l'action de ces deux charges. Cette méthode ne suppose donc pas que le moment et l'effort normal sont maxima au même instant.

3.3.2. Cas d'un effort normal prépondérant

La démarche à suivre est identique à celle qui vient d'être détaillée. Au terme de l'analyse temporelle, on sait également établir les diagrammes enveloppes inférieurs de l'effort normal, comme représentés à la figure VI.4 et ceci pour chacune des deux composantes de l'accélération sismique séparément. De manière similaire à M_x^- et M_y^- , on peut également introduire les notations N_x^- et N_y^- qui ont la même signification si ce n'est qu'elles font référence cette fois à un effort normal. Dans l'équation (VI.101), on peut alors calculer :

$$N_{min} = N_h + \min(N_x^- + N_y^c ; N_y^- + N_x^c) \quad (VI.104)$$

où N_y^c et N_x^c ont des définitions analogues à M_y^c et M_x^c si ce n'est qu'on fait référence cette fois à l'effort normal. Le moment M_c qui doit être associé à N_{min} afin de procéder à la vérification de la traverse est alors donné par :

$$M_c = M_h + M_x^c + M_y^c \quad (VI.105)$$

où M_x^c et M_y^c peuvent également être choisis en fonction du résultat de $\min(N_x^- + N_y^c ; N_y^- + N_x^c)$. Cela peut se faire de manière identique à ce qui a été proposé au paragraphe 3.3.1 précédent pour le choix des efforts normaux concomitants.

Les paragraphes 3.3.1 et 3.3.2 permettent de calculer les combinaisons d'effort qu'il convient d'envisager afin que la semelle de la traverse soit soumise aux efforts de compression les plus élevés possibles. Contrairement au cas de l'analyse spectrale, l'avantage de l'approche temporelle est qu'elle permet de considérer séparément le cas d'un effort normal prépondérant et d'un moment de flexion prépondérant puisqu'on conserve leur évolution au cours du temps. Dans le cas d'une analyse spectrale, cette information temporelle est forcément perdue, ce qui suppose que ces deux efforts atteignent leur valeur maximale au même instant et s'avère à priori trop sécuritaire.

L'approche décrite en 3.3.1 et 3.3.2 est assez lourde à mettre en place. En réalité, elle est strictement équivalente à la recherche de l'enveloppe temporelle des contraintes qui apparaissent dans un élément linéaire. Cependant, cette démarche a dû être considérée car le

logiciel FINELG ne fournit que les MNT pour des éléments finis de type poutre. Les contraintes ainsi que leur évolution temporelle ne sont donc pas directement accessibles. Il en est de même pour l'analyse spectrale, où il conviendrait en réalité de procéder à une combinaison SRSS des contraintes, ce qui n'est pas équivalent à priori à un calcul des contraintes au moyen d'une combinaison SRSS des éléments de réduction.

Bibliographie

- [1] ABRAMSON H.N., *The Dynamic Behaviour of Liquids in Moving Containers*, Washington, NASA Technical Reports, 1966.
- [2] CHANG A.T., *Nonlinear Hydrodynamic Pressure on an Accelerating Plate*, Physical Fluids, Vol. 26, 1983.
- [3] CHEN Y., *Ultimate Strength Analysis of Stiffened Panels Using a Beam-Column Method*, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003.
- [4] CHOPRA A.K., *Earthquake Analysis, Design and Safety Evaluation of Concrete Dams*, Proceedings, 5th Canadian Conference on Earthquake Engineering, Ottawa, 1987.
- [5] CLOUTEAU D., TARDIEU B., AUBRY D., *Three-dimensional Calculation of an Arch dam Under Seismic Loading Including Rock-Fluid-Structure Interaction, Incident Seismic Field and Topography Effect*, Ecole nationale des ponts et chaussées, Paris, 1996.
- [6] COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION (CEN), *Eurocode 3 – Calcul des structures en acier – Partie 1.5 : règles générales et règles pour les bâtiments*, prEN 1993-1-1, 2003.
- [7] COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION (CEN), *Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1.5 : Plated Structural Elements*, prEN 1993-1-5, 2003.
- [8] COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION (CEN), *Eurocode 8 – Calcul des structures pour leur résistance aux séismes – Partie 4 : silos, réservoirs et canalisation*, prEN 1998-4, 2006.
- [9] CENTRE D'ETUDES TECHNIQUES MARITIMES ET FLUVIALES (CETMEF), *Recommandations pour la justification des structures métalliques mobiles en site aquatique*, notice STC-QG n°98.02, 1998.
- [10] DELHEZ E.J.M., *Analyse mathématique : notes de cours*, Université de Liège, CdC, 2005.
- [11] DEGEE H., *Mécanique des structures II : notes de cours*, Université de Liège, 2008.
- [12] EPSTEIN H.I., *Seismic Design of Liquid-Storage Tanks*, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No ST9, 1976.
- [13] FEDERAL EMERGENCY MANAGEMENT AGENCY, *NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures*, FEMA 450, 2003.
- [14] FORSYTH G., PORTEOUS A., *The Design and Construction of Seismically-Qualified Steel Caissons at Rosyth Royal Dockyard*, The Structural Engineer, Vol. 78, No 21, 2000.
- [15] GERNAY T., *Aménagement de la voie navigable « Seine-Escaut Est » : conception et calcul des portes aval des écluses de Marchienne-au-Pont, Gosselies, Viesville et Obourg*, travail de fin d'études, Université de Liège, 2009.

- [16] GRAHAM E.W, RODRIGUEZ A.M., *The Characteristics of Fuel Motion Which Affect Airplane Dynamics*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 19, No 3, 1952.
- [17] HAROUN M.A., *Stress Analysis of Rectangular Walls Under Seismically Induced Hydrodynamic Loads*, Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 74, 1984.
- [18] HOUSNER G.W., *Earthquake Pressures on Fluid Containers: 8th Technical Report*, Pasadena, California Institute of Technology, 1954.
- [19] IBRAHIM R.A., *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*, Cambridge, Cambridge University Press, 2005.
- [20] ISAACSON M., CHUNG-SON R., *Directional Effects of Earthquake-Induced Sloshing in Rectangular Tanks*, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 25, 1998.
- [21] KIANOUSH M.R., MIRZABOZORG H., GHAEMIAN M., *Dynamic Analysis of Rectangular Liquid Containers in Three-Dimensional Space*, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 33, 2006.
- [22] KIM J.K, KOH H.M., KWACK I.J., *Dynamic Response of Rectangular Flexible Fluid Containers*, American Society of Civil Engineering, Vol. 122, 1996.
- [23] KREYSZIG E., *Advanced Engineering Mathematics*, Hoboken, Wiley, 2006.
- [24] PIANC, *Innovations in Navigation Lock Design, Report of the INCOM-WG29*, Publ. PIANC, Bruxelles, 2009.
- [25] PIROTON M., *Hydraulique appliquée*, Université de Liège, HACH, 2008.
- [26] PLUMIER A., DEGEE H., *Conception parasismique dans le contexte de l'Eurocode 8*, Université de Liège, 2009.
- [27] TARDIEU B., AUBRY D., OZANAM O., *Méthode simplifiée de prédimensionnement des barrages poids en zone sismique*, Ecole nationale des ponts et chaussées, Paris, 1996.
- [28] TARDIEU B., CARRÈRE A., CRÉPEL J.M., *Computational and Engineering Aspects of the Aseismic Design of Arch Dams*, Ecole nationale des ponts et chaussées, Paris, 1996.
- [29] TARDIEU B., POST G., LINO M., *Conception parasismique des barrages*, Ecole nationale des ponts et chaussées, Paris, 1996.
- [30] US Army Corps of Engineers, *Design of Hydraulic Steel Structures*, EM 1110-2-2105, 1993.
- [31] US Army Corps of Engineers, *Lock Gates and Operating Equipment*, EM 1110-2-2703, 1994.
- [32] US Army Corps of Engineers, *Response Spectra and Seismic Analysis for Concrete Hydraulic Structures*, EM 1110-2-6050, 1999.

- [33] US Army Corps of Engineers, *Time-History Dynamic Analysis of Concrete Hydraulic Structures*, EM 1110-2-6051, 2003.
- [34] WESTERGAARD H.M., *Water Pressure on Dams During Earthquakes*, Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.98, 1933.