



Université de Liège - Faculté des Sciences Appliquées

Etude de l'impact d'un navire sur une porte d'écluse

Grandes déformations des sections de classe 4 (Eurocode)

Travail de fin d'études réalisé en vue de l'obtention du grade de Master Ingénieur Civil des Constructions par

Quentin DEMBLON

Promoteur : Pr. Philippe RIGO

Collaborateur : Ir. Loïc BULDGEN

Composition du jury : Philippe RIGO, Jean-Pierre JASPART, Hervé DEGEE et David MONFORT

Année académique 2012 - 2013

Remerciements

Je tiens à remercier le Professeur Philippe Rigo pour m'avoir permis de réaliser ce travail de fin d'études, pour ses judicieux conseils et l'attention particulière qu'il a apportée aux questions que je lui ai posées tout au long de ce travail.

Je tiens également à remercier Loïc Buldgen avec qui j'ai collaboré tout au long du travail de fin d'études.

J'adresse également mes remerciements à Jean-Francois Demonceau et Clara Huvelle pour leur aide précieuse durant les moments propices.

Bien entendu, j'exprime ma reconnaissance envers les membres du jury qui ont accepté d'examiner mon travail de fin d'études.

Pour finir, je remercie les membres de ma famille et mes amis pour l'aide et le soutien qu'ils m'ont apportés durant cette période.

Quentin DEMBON
Août 2013

Résumé

Le travail de fin d'études a pour objet d'établir des formules analytiques exprimant la résistance d'une traverse de section de classe 4 lorsque des efforts membranaires apparaissent au sein de la traverse suite à un impact de bateau.

L'unique scénario considéré dans le cadre de ce travail est celui où la charge d'impact est appliquée côté bordage. Le modèle mécanique de la porte d'écluse consiste à remplacer la porte par un ensemble de traverses de section de classe 4 indépendantes. Seule la résistance des traverses de section de classe 4 est évaluée au sein du travail de fin d'études.

La résistance élastique d'une traverse de section de classe 4 étant dépendante du phénomène de voilement, la résistance doit donc être évaluée en tenant compte des règles présentes au sein de l'Eurocode 3 abordant cette instabilité. Pour mieux comprendre ces règles, il est judicieux de rappeler la théorie du voilement en partant de la théorie des plaques, et son développement pour des poutres de section de classe 4 par la théorie de Von Karman et des expériences réalisées au laboratoire.

Il est également intéressant de mettre en application les règles de l'Eurocode 3 dans un exemple de calcul de section efficace pour une traverse simplement fléchie. Ce qui permet de mettre en avant les principales difficultés concernant la suite du travail de fin d'études tels que, par exemple, l'évaluation du rapport des contraintes aux fibres extrêmes ψ et le nombre d'itérations à aborder dans chaque calcul de section efficace.

La partie pratique du travail de fin d'études, représentant l'objet principal du travail, consiste donc à évaluer la courbe d'interaction M-N d'une traverse de section de classe 4 tout en respectant les règles de l'Eurocode 3. En outre, il faut analyser les raisons de l'évolution de la résistance flexionnelle en fonction de l'effort membrinaire, tels que e.g. le déplacement de l'axe neutre, l'augmentation de la section efficace et le passage d'une section de classe 4 vers une section de classe 3.

Ensuite, en partant de cette réflexion, une méthodologie a été mise en place pour à la fois évaluer la courbe d'interaction M-N théorique réelle, mais aussi de pouvoir approcher au mieux de cette courbe, et ce, de manière analytique. La courbe d'interaction théorique réelle de section de classe 4 est déterminée à l'aide du programme *Solver* dans *Excel*. Les expressions analytiques, avec lesquelles on parvient au mieux à approcher la courbe théorique réelle de section de classe 4, sont obtenues avec l'approche $\alpha = 1$ et la courbe d'interaction de section avec bordé efficace.

Au final, des formules analytiques générales, i.e. valables au minimum pour tout type de traverse de section de classe 4 rencontré dans le domaine des voies navigables, sont reprises dans un tableau récapitulatif en Annexe 3. Ce tableau permet d'obtenir rapidement la courbe d'interaction analytique approchée et complète d'une traverse de section de classe 4, où seul un calcul de section efficace suffit (celui de la traverse lorsqu'elle est simplement fléchie). Ces formules analytiques sont validées par des résultats obtenus avec le programme d'éléments finis *LS-DYNA*, mais sont rectifiées pour considérer des courbes d'interaction M-N plus réalistes.

Table des matières

Remerciements	2
Résumé	3
1. Cadre du TFE	7
1.1. Introduction générale	7
1.2. Description générale du problème	9
1.3. Principe d'équilibre d'énergie	10
1.4. Modes de déformation global et local	11
1.5. Evaluation de la résistance dans le mode de déformation <i>global</i>	12
1.5.1. Champs de déplacement.....	12
1.5.2. Modèle mécanique de la porte.....	13
1.5.3. Résistance globale élastique.....	14
1.6. Cas particulier : traverses de section de classe 4 et effets membranaires.....	15
2. Théorie – Etude bibliographique	16
2.1. Théorie linéaire du voilement des plaques.....	16
2.1.1. Explication physique du phénomène.....	16
2.1.2. Contrainte critique élastique de voilement – Cas de la compression uniforme.....	17
2.1.3. Coefficient de voilement $k\sigma$ pour une plaque comprimée	19
2.1.4. Influence sur la charge critique élastique de voilement	20
2.2. Voilement pour les poutres de section de classe 4	22
2.2.1. Aspects réglementaires de l'Eurocode 3.....	22
2.2.2. Lien avec la théorie du voilement des plaques – théorie de Von Karman	24
3. Analyse et vérification élastiques d'une traverse de section de classe 4 lors d'un impact d'un bateau	31
3.1. Analyse élastique	33
3.2. Vérification élastique de la traverse simplement fléchie – Calcul de la section efficace.....	34
3.2.1. Classification de la partie collaborante du bordé.....	34
3.2.2. Détermination de la partie efficace du bordé collaborant	35
3.2.3. Classification de l'âme de la traverse	36
3.2.4. Détermination de la partie efficace de l'âme.....	36
3.2.5. Calcul complet de la section efficace	37
3.2.6. Calcul de la résistance de la traverse de section de classe 4 simplement fléchie (Meff).	39
4. Développement d'efforts membranaires au sein de la traverse.....	40

4.1. Type de portes d'écluse où l'effort membranaire peut se développer	40
4.2. Hypothèses à définir et calcul de l'effort membranaire Ned	42
4.3. Etude des courbes d'interaction M-N en phase élastique.....	45
5. Influence de l'effort membranaire Ned sur la résistance flexionnelle d'une traverse de section de classe 4	46
5.1. Condition d'obtention d'une traverse simplement fléchie de section de classe 4	46
5.2. Problématique du calcul de section efficace pour une traverse de section de classe 4 fléchie et tendue.....	47
5.3. Réflexion sur l'évolution du moment résistant Mrd en fonction de l'effort membranaire Ned	48
5.3.1. Premier cas : traverse simplement fléchie où seule l'âme est de classe 4	50
5.3.2. Deuxième cas : traverse simplement fléchie où l'âme et le bordé collaborant sont de classe 4	53
6. Détermination des courbes d'interaction M-N <i>théorique réelle et théorique approchée</i> d'une traverse de section de classe 4	58
6.1. Récapitulatif de la problématique et de la réflexion	58
6.2. Méthodologie	59
6.3. Méthodologie (suite) et définition des trois types de traverse (A, B et C)	61
6.4. Résultats pour la traverse « exemple », i.e. une traverse de type A.....	62
6.4.1. Courbe d'interaction M-N théorique de section de classe 4 déterminée par l'approche $\alpha = 1$	65
6.4.2. Application de l'approche $\alpha = 1$ sur la traverse « exemple ».....	68
6.5. Traverse de type B.....	70
6.6. Traverse de type C.....	74
7. Conclusion : comment déterminer la courbe d'interaction M-N théorique approchée d'une traverse quelconque de section de classe 4 ?	77
8. Validation des formules analytiques par éléments finis	81
8.1. Introduction	81
8.2. Méthodologie	81
8.3. Modélisation et conditions limites	82
8.4. Les trois traverses et les couples (Ned ;Mrd) mis à l'étude.....	85
8.5. Résultats obtenus avec le programme d'éléments finis <i>LS-DYNA</i>	87
8.5.1. Interprétation des résultats	87
8.5.2. Poutre n°1.....	89
8.5.3. Poutre n°2.....	93
8.5.4. Poutre n°3.....	96
9. Conclusion générale	99

10. Annexes.....	101
10.1. Annexe 1	101
10.2. Annexe 2	102
10.3. Annexe 3	103
10.4. Annexe 4	105
10.5. Annexe 5	106
10.6. Annexe 6	107
11. Bibliographie	108

1. Cadre du TFE¹

1.1. Introduction générale

Parmi l'ensemble des charges à prendre en compte lors de la conception des portes d'écluse, la collision d'un navire reste l'une des plus délicates à traiter.

Selon la vitesse initiale avec laquelle un navire heurte une porte d'écluse, la collision peut soit entraîner de faibles dégâts à la structure de la porte, en produisant par exemple une perte locale de l'étanchéité, soit imposer des déplacements suffisamment grands à la structure jusqu'à finalement provoquer l'effondrement complet de la porte.

Actuellement, il est possible de traiter correctement l'impact d'un navire en utilisant des méthodes d'éléments finis non linéaires. Cependant, cette approche demande des temps de modélisation et de simulation assez conséquents et qui ne sont donc pas efficaces dans le cadre d'un pré-dimensionnement. Le but étant dès lors de mettre en place une méthode analytique simplifiée vérifiant la résistance d'une porte d'écluse soumise à un impact de navire.

Jusqu'à présent, la littérature ne présente malheureusement pas de développements ou de recherches de cette méthode analytique simplifiée. Néanmoins, des développements analytiques dans d'autres situations, tel que par exemple l'impact entre deux navires, ont été établis. Ces résultats disponibles constituent une aide précieuse, mais restent cependant insuffisants dans le cadre d'une collision entre un navire et une porte d'écluse. Des recherches dans ce domaine sont donc encore nécessaires.

L'objectif est de parvenir à un outil d'analyse qui soit efficace lors du pré-dimensionnement des portes d'écluse. Pour ce faire, la méthode qui sera suivie dans cette étude est similaire à celle proposée par H. Le Sourne, J.C. Rodet et C. Clanet [8]. Cette méthode consiste à faire l'hypothèse que la résistance totale de la porte soumise à un impact de navire est assurée par deux modes de déformation :

- Mode de déformation *local* : ce mode de déformation implique un écrasement local des éléments structurels affectés.
- Mode de déformation *global* : ce mode de déformation suppose une déformation globale de la porte.

Ce travail de fin d'études va donc suivre cette même philosophie, en se focalisant plus particulièrement sur le mode de déformation global.

Autrement dit, la recherche de procédés analytiques aboutissant à la résistance des traverses (poutres) de section de classe 4, avec prise en compte des effets membranaires, sera basée essentiellement sur le mode de déformation global.

Ainsi, ce travail de fin d'études est constitué de plusieurs parties :

¹ Les informations au sein du chapitre 1 sont principalement reprises de l'article de L. Buldgen, H. Le Sourne et P. Rigo, 2012 [1].

- La première partie (chapitre 1) consiste à présenter le modèle mécanique simplifié de la porte d'écluse dans son mode de déformation global. C'est sur base de ce modèle et du scénario accidentel le plus critique que l'objectif de ce travail sera effectué.
- Pour la seconde partie (chapitres 2, 3 et 4), un rappel important sur la théorie du voilement des plaques et des poutres de section de classe 4, ainsi que sur les règles de l'Eurocode 3 qui en découlent, est tout d'abord mis en avant (chapitre 2). Ensuite, un exemple de calcul de section efficace pour une traverse simplement fléchie (chapitre 3) est réalisé pour mettre en application les règles de l'Eurocode 3, mais surtout pour mieux percevoir les raisons des difficultés qui seront rencontrées dans la dernière partie, i.e. lors de l'évaluation de la résistance de la traverse de section de classe 4 quand des effets membranaires se présentent. Le chapitre 4 permet de montrer l'origine du développement des efforts membranaires au sein de la traverse, et de préciser quelles hypothèses il faut imposer pour justifier la présence de ces efforts.
- La troisième partie (chapitres 5 et 6) représente l'objectif principal du travail de fin d'études, qui est le développement de formules analytiques exprimant la résistance d'une traverse de section de classe 4 en fonction de l'effort membrinaire, en respectant les règles de l'Eurocode 3 et en se focalisant uniquement au scénario critique. Le chapitre 5 présente les raisons de l'évolution de cette résistance, et d'avoir en outre un aperçu sur la manière avec laquelle évolue théoriquement la courbe d'interaction M-N d'une traverse de section de classe 4. C'est ensuite au chapitre 6 que la méthodologie est appliquée pour parvenir à un tableau récapitulatif final, permettant de déterminer rapidement et analytiquement la courbe d'interaction M-N théorique approchée de tout type de traverses de section de classe 4 susceptible d'être rencontré dans le domaine des voies navigables.
- La dernière partie (chapitre 8) consiste en finalité à valider les formules analytiques du tableau récapitulatif à partir de résultats obtenus avec le programme d'éléments finis *LS-DYNA*.

1.2. Description générale du problème

Dans le cadre de cette étude, seul le scénario le plus critique sera considéré. Ce scénario est le suivant, le navire venant de l'amont arrive dans le sas dans lequel le niveau d'eau est égal au niveau amont et impacte la porte aval de l'écluse supposée fermée (cf. Figure 1). Il est clair que ce scénario est le plus critique puisque la pression hydrostatique est la plus élevée et en outre elle agit dans la même direction que la force d'impact.

Le navire est caractérisé par sa masse M_0 et sa vitesse initiale V_0 juste avant l'impact, et par conséquent par son énergie cinétique $M_0V_0^2/2$. Ces deux paramètres étant déterminés selon la classe du bateau.

L'étude sera consacrée sur une porte à simple bordé (cf. Figure 1). Cette porte est constituée d'un *bordé* (« *plating* »), une tôle assurant principalement l'étanchéité à l'eau, et d'une série d'éléments de type poutre qui raidissent le bordé verticalement (selon l'axe Y) et longitudinalement (selon l'axe X). Ces éléments de type poutre se divisent en trois catégories :

- Des *traverses* (« *longitudinal girders* »), i.e. des poutres de section en T placées longitudinalement sur le bordé.
- Des *cadres*, ou *aiguilles* (« *vertical frames* »), i.e. des poutres de section en T disposées verticalement sur le bordé.
- Des *raidisseurs* (« *stiffeners* »), i.e. des poutres arrangeées longitudinalement sur le bordé. Elles sont de taille plus faible que les traverses et peuvent présenter différentes formes de section.

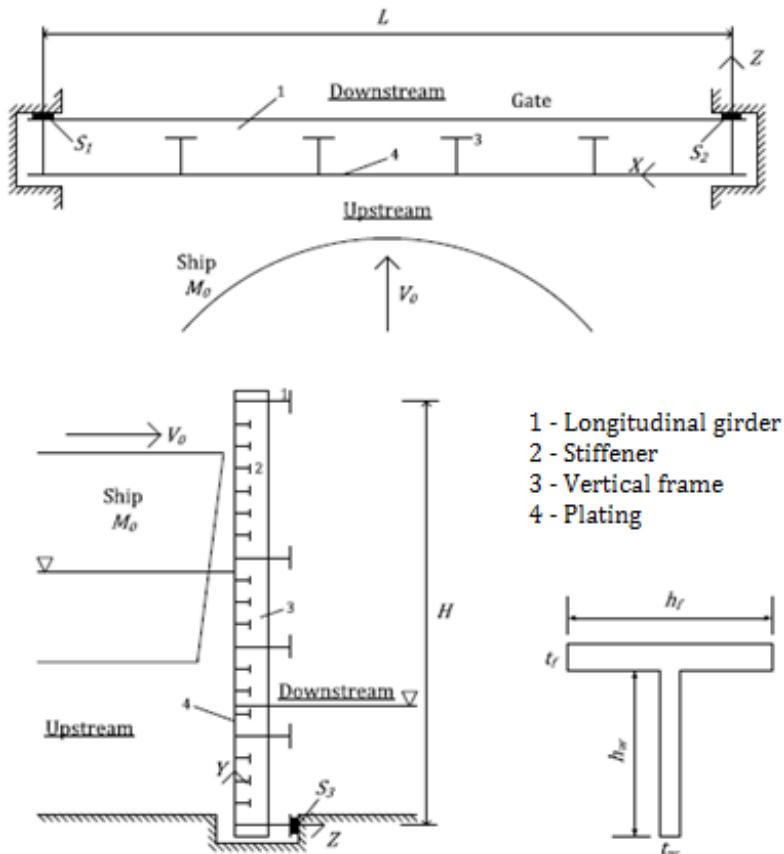


Figure 1 Vue en plan et coupe du scénario de la collision (L. BULDGEN, H. LE SOURNE & P. RIGO, 2012).

A noter que les appuis S_1 et S_2 des bords sur les bajoyers et l'appui S_3 du bord inférieur sur le seuil du radier bloquent le déplacement de ces bords dans la direction Z. Dès lors, les appuis S_1 , S_2 et S_3 sur lesquels la porte se repose lorsque celle-ci est fermée représentent des appuis à rouleaux.

Un dernier point qui doit être clarifié concerne les hypothèses sur les propriétés des matériaux utilisés pour le navire et la porte. Tout d'abord, il est nécessaire de considérer le matériau constituant le navire comme infiniment rigide (hypothèse conservatrice), et donc non déformable, contrairement à celui de la porte, un acier de construction déformable, puisque l'intérêt dans le cadre du travail de fin d'études est d'étudier la capacité structurelle de la porte.

De plus, nous faisons l'hypothèse que l'acier de construction utilisé pour la porte suit un comportement « élastique-parfaitement plastique ». Cette voie offre une simplification dans l'étude, tout en restant sécuritaire puisque l'on néglige le surplus de résistance acquis par l'acier au cours de la phase d'écrouissage.

1.3. Principe d'équilibre d'énergie

L'impact d'un navire sur une porte d'écluse peut être représenté par une force statique P_t , de même direction que celle de la vitesse du navire, qui exerce un déplacement δ (selon Z) du point d'application, i.e. le point d'impact E (cf. Figure 2). Cette force P_t est dès lors comparable à la résistance de la porte empêchant toute progression supplémentaire du navire. Le but est finalement d'arriver à évaluer l'évolution de la force P_t en fonction du déplacement δ à l'aide de procédures analytiques simplifiées.

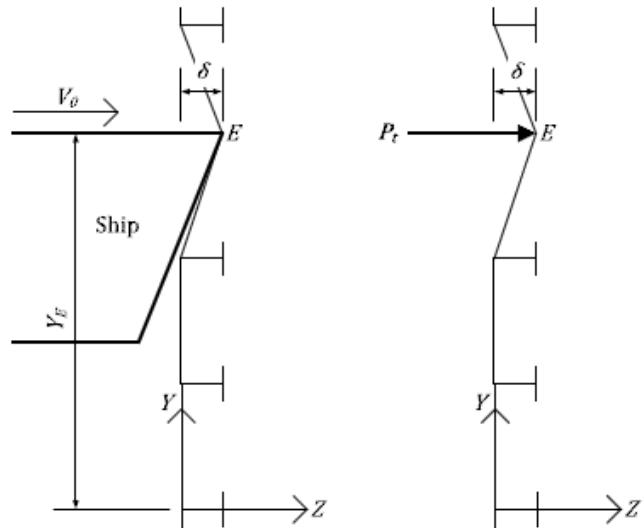


Figure 2 Représentation de la force d'impact (L. BULDGEN, H. LE SOURNE & P. RIGO, 2012).

Par ailleurs, sachant qu'on considère le scénario d'un navire entrant dans le sas de l'écluse, la vitesse initiale V_0 du bateau peut être supposée faible et dès lors, la porte présente peu d'effets dynamiques en son sein durant l'impact. Les effets dynamiques dans la porte ne sont donc pas pris en considération dans le cadre de cette étude. Le navire étant en outre supposé parfaitement rigide, il est finalement admis de considérer l'équilibre d'énergie, telle que la totalité de l'énergie cinétique $M_0 V_0^2 / 2$ du bateau soit égale à l'énergie de déformation de la porte

impactée E_{int} , où E_{int} peut être déterminée par une intégrale de l'évolution de P_t en fonction de δ (cf. Figure 3).

$$\begin{cases} E_{ext} = \frac{1}{2} M_0 V_0^2 \\ E_{int} = \int_0^{\delta_{max}} P_t(\delta) d\delta \end{cases} \leftrightarrow \frac{1}{2} M_0 V_0^2 = \int_0^{\delta_{max}} P_t(\delta) d\delta \quad (1.1)$$

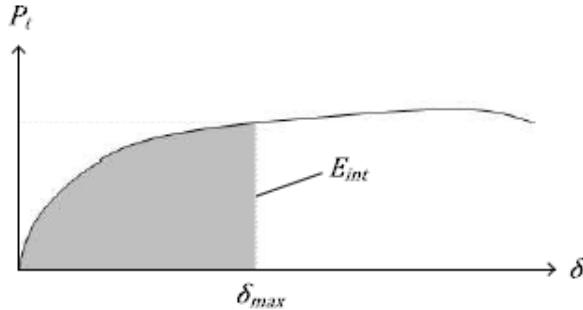


Figure 3 Evolution de la résistance de la porte en fonction de la pénétration du bateau (L. BULDGEN, H. LE SOURNE & P. RIGO, 2012).

1.4. Modes de déformation global et local

Les concepts des modes de déformation global et local, illustrés en Figure 4, sont introduits de la manière suivante :

- Lorsque la structure présente un mode de déformation local, seule la surface impactée par le bateau contribue à la dissipation d'énergie, contrairement aux autres parties de la porte qui restent indéformées. Le mode de déformation local est valable pour de petites valeurs de δ .
- Tandis que la structure montre un mode de déformation global dès que les régions de la porte non impactées commencent à se déformer. On considère à ce moment là que la porte, dans son entièreté, est impliquée dans le processus de dissipation d'énergie.

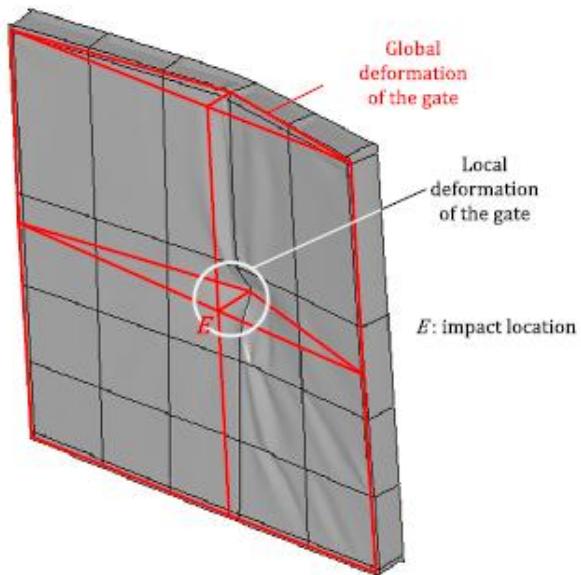


Figure 4 Illustration des modes de déformation global et local (L. BULDGEN, H. LE SOURNE & P. RIGO, 2012).

Pour modéliser au mieux le phénomène, on fait l'hypothèse qu'il existe un passage direct entre les deux modes. Initialement, la résistance de la porte P_t due à l'impact est déterminée par le mode de déformation local. Ensuite, dès que la pénétration δ du bateau dépasse un certain seuil, noté δ_t , la force P_t est alors suffisante pour provoquer un déplacement d'ensemble de la structure, incitant dès lors le mode de déformation global à être activé.

Cette valeur δ_t peut être déduite en déterminant deux évolutions différentes de P_t en fonction de δ (cf. Figure 5) :

- La première courbe, notée P_{loc} , obtenue en supposant un mode de déformation local.
- La seconde courbe, notée P_{glob} , obtenue en supposant un mode de déformation global.

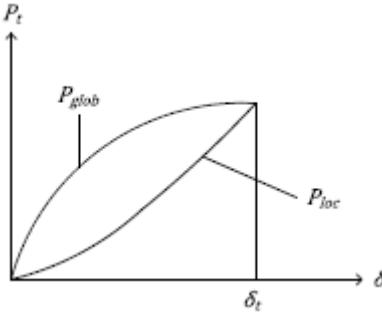


Figure 5 Evaluation du basculement du mode local vers le mode global (L. BULDGEN, H. LE SOURNE & P. RIGO, 2012).

Le graphique en Figure 5 indique que, pour un déplacement δ donné et tant que $P_{loc} < P_{glob}$, la force exercée localement par le bateau est insuffisante pour engendrer un déplacement global de la porte. Cependant, la force devient suffisante dès que l'on atteint ou dépasse $P_{loc} = P_{glob}$, e.g. $\delta = \delta_t$. Il est dès lors permis pour des valeurs $\delta \geq \delta_t$ d'évaluer analytiquement la résistance P_t dans le mode de déformation global.

Il est donc tenu de respecter la condition sur les valeurs de pénétration δ , i.e. $\delta \geq \delta_t$, afin de poursuivre la recherche des procédés analytiques dans le mode de déformation global.

1.5. Evaluation de la résistance dans le mode de déformation *global*

1.5.1. Champs de déplacement

Il existe deux champs de déplacement possibles lorsque l'impact d'un bateau sur une porte provoque un déplacement d'ensemble de la structure (cf. Figure 6).

Un premier champ de déplacement $W_E(Y, \delta)$ est obtenu en supposant que le seul contact entre le bateau et la porte est le point d'impact E (Figure 6, à gauche). Ce qui nous amène à considérer les formulations mathématiques suivantes.

$$W_E(Y, \delta) = \delta \frac{Y}{Y_E} \quad \text{si } 0 \leq Y < Y_E \quad (1.2)$$

$$W_E(Y, \delta) = \delta \quad \text{si } Y_E \leq Y \leq H \quad (1.3)$$

Un second champ de déplacement $W_E(Y, \delta)$ peut être atteint lorsqu'il existe un contact entre le bateau et la porte autre que le point d'impact E, i.e. le contact entre la proue du bateau et le bordé (Figure 6, à droite). Pour respecter ce champ de déplacement, nous devons dès lors utiliser les expressions suivantes.

$$W_E(Y, \delta) = (\delta - h_b \cot \phi) \cdot \frac{Y}{Y_E - h_b} \quad \text{si } 0 \leq Y < Y_E - h_b \quad (1.4)$$

$$W_E(Y, \delta) = \delta + (Y - Y_E) \cot \phi \quad \text{si } Y_E - h_b \leq Y < Y_E \quad (1.5)$$

$$W_E(Y, \delta) = \delta \quad \text{si } Y_E \leq Y \leq H \quad (1.6)$$

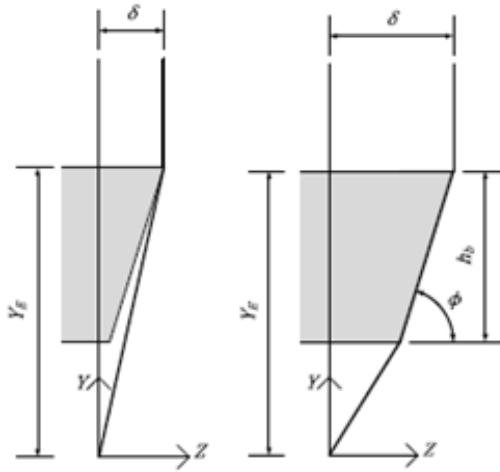


Figure 6 A gauche, le premier champ de déplacement et à droite, le second champ de déplacement (L. BULDGEN, H. LE SOURNE & P. RIGO, 2012).

1.5.2. Modèle mécanique de la porte

La résistance de la porte dans son mode de déformation global peut être évaluée à partir d'un modèle mécanique simplifié.

En effet, nous pouvons tout d'abord admettre que le déplacement d'ensemble de la structure contribue principalement à une flexion transversale de la porte entre les deux bajoyers. Ensuite, nous supposons que la résistance dépend uniquement de la raideur flexionnelle des traverses. Ce qui vient à remplacer la porte par un ensemble de traverses indépendantes pour le calcul de la résistance dans le mode global. Le modèle mécanique équivalent de la porte respectant ces hypothèses est représenté en Figure 7.

Il est en outre nécessaire de considérer la partie collaborante de la tôle à chaque traverse dans le calcul de résistance. Il convient dès lors de calculer les largeurs collaborantes sur les deux côtés de chaque traverse en respectant les règles fournies par l'Eurocode 3 pour des tôles raidies longitudinalement.

Un dernier point concerne les conditions d'appui des traverses dans le modèle mécanique. Les traverses seront considérées comme des poutres simplement appuyées aux deux extrémités. Les appuis simples proviennent principalement de la raideur flexionnelle supposée infinie des aiguilles connectées aux extrémités des traverses. Ceci est expliqué plus en détail au chapitre 4.

A noter que l'apport de raideur des autres aiguilles sera omis dans le cadre de cette étude.

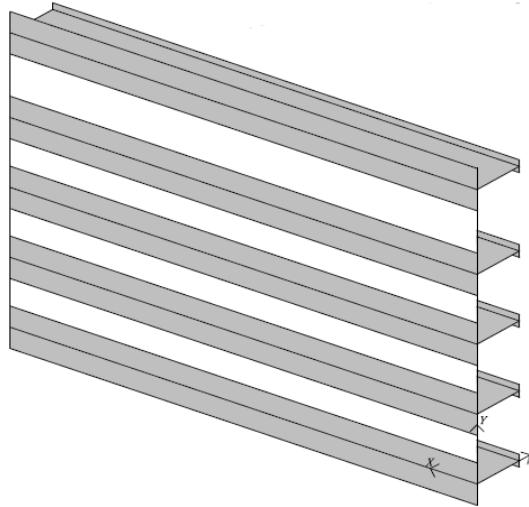


Figure 7 Modèle mécanique de la porte, en gris, pour évaluer la résistance dans le mode de déformation global (L. BULDGEN, H. LE SOURNE & P. RIGO, 2012).

1.5.3. Résistance globale élastique

Prenons comme exemple un modèle mécanique tel qu'un ensemble de n poutres indépendantes soumises à un champ de déplacement considéré comme possible dans le mode de déformation global. La résistance globale élastique de la porte P_{glob} recherchée est donc égale à la somme des contributions individuelles de chacune des n poutres.

$$P_{glob} = \sum_{k=1}^n P_t^{(k)} \quad (1.7)$$

Pour chaque k traverse, l'évaluation de $P_t^{(k)}$ part de la théorie classique des poutres en flexion. En effet, une traverse située à une position verticale donnée $Y^{(k)}$ suit une déformée élastique représentée en Figure 8.

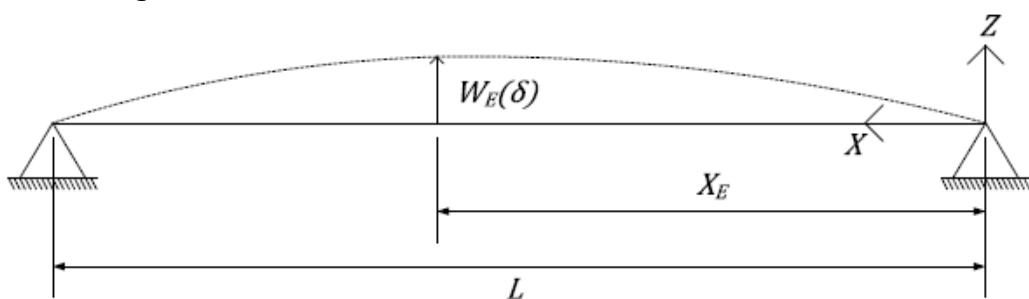


Figure 8 Déformée élastique d'une traverse (L. BULDGEN, H. LE SOURNE & P. RIGO, 2012).

La forme fléchie illustrée en Figure 8 peut être aisément exprimée de manière analytique.

Ensuite, connaissant l'expression analytique W de la forme fléchie, le module d'élasticité E et le moment d'inertie $I^{(k)}$ de la traverse, il est possible de déterminer analytiquement la courbure $\chi^{(k)}$ et du moment de flexion $M^{(k)}$ le long de cette traverse,

$$\chi^{(k)} = \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \quad M^{(k)} = EI^{(k)} \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \quad (1.8)$$

En outre, en considérant que l'énergie de déformation résulte uniquement de la flexion de la poutre, la puissance interne $\dot{E}_{int}^{(k)}$ peut être déduite par la formule analytique ci-dessous.

$$\dot{E}_{int}^{(k)} = \int_0^L M^{(k)} \dot{\chi}^{(k)} dx \quad (1.9)$$

Où (\cdot) signifie la dérivée par rapport au temps. La puissance interne $\dot{E}_{int}^{(k)}$ connue, l'énergie interne $E_{int}^{(k)}$ et donc la contribution $P_t^{(k)}$ de la traverse peuvent être également calculées analytiquement.

Ainsi, cette démarche permet d'obtenir la résistance globale élastique d'une porte. Finalement, pour déterminer la résistance totale $P_t(\delta)$ de cette porte, il ne reste qu'à appliquer la formule ci-dessous :

$$P_t(\delta) = P_{loc}(\delta_t) + \sum_{k=1}^n P_t^{(k)} \quad \text{avec } \delta \geq \delta_t \quad (1.10)$$

Où, pour rappel, $P_{loc}(\delta_t) = P_{glob}(\delta_t)$, en sachant que $P_{loc}(\delta_t)$ désigne la résistance de la porte à la fin du mode local et $P_{glob}(\delta_t)$ signifie la résistance de la porte au début du mode global.

1.6. Cas particulier : traverses de section de classe 4 et effets membranaires

En ce qui concerne le travail de fin d'études, il est demandé d'évaluer analytiquement la résistance d'une porte d'écluse constituée de traverses de section de classe 4 dans le mode de déformation global en se basant uniquement sur le scénario en Figure 1. Autrement dit, il faut parvenir à évaluer analytiquement la résistance d'une traverse de section de classe 4 en se focalisant sur ce scénario critique et en tenant compte des effets membranaires.

On peut évaluer la résistance globale élastique de la porte en suivant la démarche expliquée au point précédent. Cependant, les traverses étant de section de classe 4, le phénomène de voilement va apparaître avant que l'on atteigne la résistance élastique de la section brute. Par conséquent, il est possible d'appliquer la démarche de la résistance globale élastique, mais uniquement si on considère les propriétés efficaces des traverses (section efficace, inertie efficace, ...). Ceci sera abordé plus en détail plus loin.

2. Théorie – Etude bibliographique

2.1. Théorie linéaire du voilement des plaques²

2.1.1. Explication physique du phénomène

Le voilement est tout d'abord un phénomène d'instabilité relatif aux plaques minces sollicitées dans leur plan.

Pour une explication physique du phénomène, prenons comme exemple une plaque rectangulaire, parfaitement plane et appuyée librement sur son pourtour. Les appuis peuvent dès lors être assimilés à des articulations. En outre, cette plaque de dimension $a \times b$ et d'épaisseur constante t est soumise à compression uniforme selon les deux bords de largeur b .

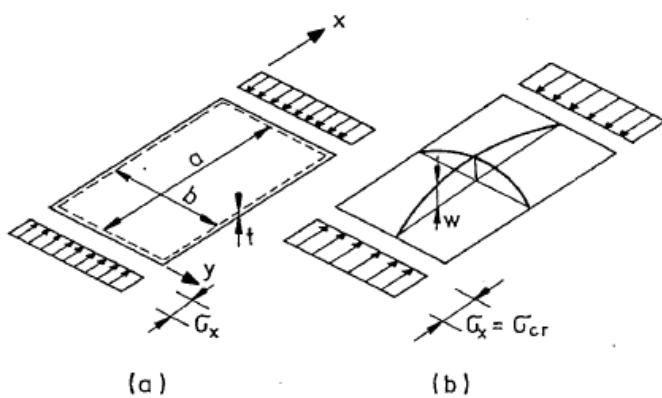


Figure 9 Voilement d'une plaque parfaitement plane (H. DEGEE, 2008)

Pour une valeur de contrainte de compression σ_x inférieure à la contrainte dite contrainte critique de voilement élastique, σ_{cr} , le déplacement hors plan de la plaque engendré par la contrainte σ_x disparaît dès que cette contrainte s'annule. La plaque reprend donc son état d'équilibre initial avec une configuration parfaitement plane (Figure 9, a). Tandis que pour le niveau de contrainte $\sigma_x = \sigma_{cr}$, la plaque peut rester dans un état déformé après suppression de la cause engendrant ce déplacement. Dans ce cas-ci, la plaque est dite voilée et se trouve dans un état d'équilibre différent que l'état d'équilibre initial (Figure 9, b). En d'autres termes, une plaque plane comprimée reste parfaitement plane jusqu'à ce que la charge atteigne la charge critique de voilement, charge à partir de laquelle la plaque peut prendre subitement une configuration d'équilibre déformée.

Cependant, le voilement élastique d'une plaque plane ne représente pas la ruine de cette plaque. En effet, en se fiant à la Figure 9, une plaque qui prend une déformée de voilement aura pour effet de faire flamber les fibres comprimées et donc de tendre les fibres transversales. Ces fibres tendues vont être le siège de contraintes membranaires et ainsi jouer le rôle d'une fondation élastique pour les fibres comprimées. Ce rôle peut être assuré dès le moment où la plaque a préalablement voilé et lorsque les bords non chargés de la plaque sont au minimum simplement appuyés, empêchant dès lors tout déplacement dans le plan de la plaque. En outre, les contraintes membranaires peuvent se développer davantage en intensité lorsque les appuis des bords non chargés se rapprochent de l'encastrement.

² Les informations au point 2.1. sont essentiellement issues du cours de H. Degée, 2008 [5].

Finalement, les contraintes membranaires permettent de stabiliser la plaque après que celle-ci ait voilé et lui offrent donc une capacité à supporter une charge supérieure à la charge critique de voilement avant qu'elle atteigne la ruine. Le comportement de la plaque au-delà de la charge critique, appelé comportement postcritique, ne peut pas être abordé à partir de la théorie linéaire du voilement élastique. Ceci sera néanmoins étudié et pris en considération plus loin.

2.1.2. Contrainte critique élastique de voilement - Cas de la compression uniforme

C'est en partant de la théorie linéaire du voilement que l'on peut obtenir la charge critique élastique de voilement. Par ailleurs, la théorie ne prend pas en considération le comportement post-critique, ni la ruine de la plaque.

Tout d'abord, la théorie est appliquée sur une plaque dite idéale, donc une plaque qui doit répondre aux hypothèses ci-dessous :

- Matériau indéfiniment élastique linéaire
- Plaque initialement parfaitement plane
- Plaque sollicitée dans son plan moyen

Ensuite, la théorie utilise l'équation finale de Lagrange, exprimant la relation entre une charge surfacique « q », appliquée transversalement au plan de la plaque, et les efforts internes générés par cette charge au sein de cette plaque. Cette équation représentant l'équilibre d'une plaque déformée supposée isotrope, d'épaisseur constante et initialement plane est la suivante :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (2.1)$$

Où, « D », désignant la raideur flexionnelle unitaire de la plaque, est donné par :

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.2)$$

Et $w(x, y)$, étant pour rappel le déplacement transversal en tout point (x, y) de la plaque.

En reprenant la plaque comprimée dans son plan selon x et dans son état déformé en Figure 9 (b), on peut déterminer l'équilibre d'un élément infinitésimal de dimension $dx \times dy$ (Figure 10).

$$N_x \frac{\partial w}{\partial x} dy - \left(N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right) dy = q dx dy \quad (2.3)$$

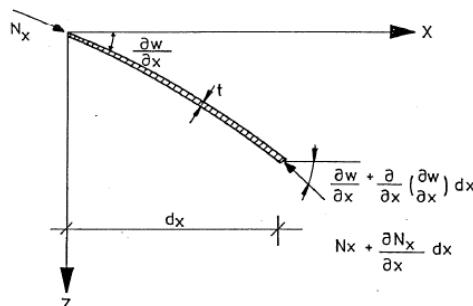


Figure 10 Equilibre d'un élément $dx \times dy$ dans son état déformé (H. DEGEE, 2008)

En outre, en considérant les termes de second ordre suffisamment petits et donc négligeables, nous arrivons finalement à l'équation ci-dessous.

$$-N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = q \quad (2.4)$$

Cette expression précise que le membre de gauche peut être contribué à une charge surfacique équivalente q . Cette charge surfacique, représentant finalement la charge d'instabilité de voilement élastique, peut être introduite dans l'équation fondamentale des plaques.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.5)$$

Par ailleurs, pour résoudre cette équation fondamentale des plaques, et donc déterminer la déformée $w(x,y)$ en tout point de la plaque, il est nécessaire et suffisant de poser deux conditions limites en chaque bord de la plaque. Dans le cas de la Figure 9, chaque bord étant un bord simplement appuyé, les conditions limites pour chacun d'eux sont les suivantes :

En $x=0, x=a, y=0$ et $y=b$:

Déplacement nul : $\omega = 0$

Moment nul : $m_n = 0 \leftrightarrow \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$

Vu que la courbure $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ vaut 0 le long de l'appui, la courbure $\frac{\partial^2 w}{\partial n^2}$ vaut également 0.



Figure 11 Bord simplement appuyé de la plaque

Ces conditions aux bords conduisent à une déformée de plaque de type sinusoïdale telle qu'exprimée ci-dessous.

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.6)$$

Où, m et n désignent le nombre de demi-ondes dans le sens de x et de y .

En injectant l'expression de $w(x, y)$ dans l'équation, on obtient l'expression de la charge normale N_x en fonction des paramètres géométriques de la plaque telle que :

$$N_x = \frac{D\pi^2 a^2}{m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (2.7)$$

La valeur de la charge critique de voilement recherchée $N_{x,cr}$ n'est autre que la valeur minimale de l'expression ci-dessus. Dès lors, cela revient à exiger que n soit égal à 1, valeur pour laquelle la plaque va se voiler en une seule demi-onde selon y . Ensuite, en exprimant le rapport des dimensions de la plaque sous la forme d'un paramètre géométrique tel que :

$$\alpha = \frac{a}{b} \quad (2.8)$$

Nous arrivons à l'expression finale de la charge critique de voilement en compression uniforme ci-dessous :

$$N_{x,cr} = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \quad (2.9)$$

La contrainte critique de voilement vaut donc :

$$\sigma_{x,cr} = \frac{N_{x,cr}}{t} = \frac{D\pi^2}{b^2 t} \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \quad (2.10)$$

Cette dernière expression fait intervenir la contrainte de référence d'Euler σ_E et le coefficient de voilement k_σ . Elles sont données sous forme explicite par :

$$\sigma_E = \frac{D\pi^2}{b^2 t} = \frac{Et^2\pi^2}{12b^2(1-\nu^2)} \quad (2.11)$$

$$k_\sigma = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \quad (2.12)$$

Notons que l'expression de la contrainte d'Euler a bien la dimension d'une contrainte et que le coefficient de voilement dépend uniquement des propriétés géométriques de la plaque (α) et du nombre de demi-ondes dans le sens de la sollicitation (m).

2.1.3. Coefficient de voilement k_σ pour une plaque comprimée

En partant de l'expression du coefficient de voilement k_σ , on remarque que le coefficient prend une valeur minimale constante quel que soit le nombre m de demi-ondes dans le sens de la sollicitation. En effet,

$$\frac{\partial k_\sigma}{\partial m} = 0 \leftrightarrow \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right) \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha}{m^2} \right) = 0 \quad (2.13)$$

Sachant que le premier facteur du membre de gauche n'est jamais nul, on trouve donc comme unique solution $\alpha = m$. En introduisant cette valeur dans l'expression du coefficient de voilement, nous arrivons à la valeur constante :

$$k_{\sigma,min} = 4 \quad (2.14)$$

On peut en outre représenter graphiquement les courbes de k_σ en fonction de α , où chaque courbe correspond à un même nombre m de demi-ondes, m étant un nombre entier. Quatre de ces courbes sont représentées en Figure 12.

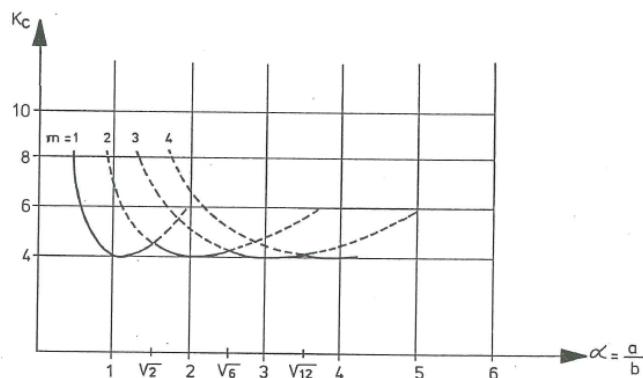


Figure 12 Coefficient de voilement pour une plaque comprimée (H. DEGEE, 2008)

Il est important de souligner qu'il faut retenir uniquement l'enveloppe inférieure de ces courbes, représentée en trait plein sur le graphique en Figure 12. En effet, les traits en pointillés, présentant une charge critique plus élevée, sont inutiles d'un point de vue pratique.

Ensuite, même si l'utilisation de plaques très courtes n'est pas courante, nous pouvons noter que pour $\alpha < 1$, la charge critique peut croître de manière importante.

En outre, nous remarquons que pour des valeurs de α strictement supérieures à 1 et non entières, la valeur de k_c est légèrement supérieure à 4. Néanmoins, la différence dans ce cas-ci n'étant pas aussi significative que dans le cas précédent, on a finalement recours à un diagramme simplifié du coefficient de voilement, représenté en Figure 13, permettant toutefois à l'utilisateur de se mettre du coté de la sécurité.

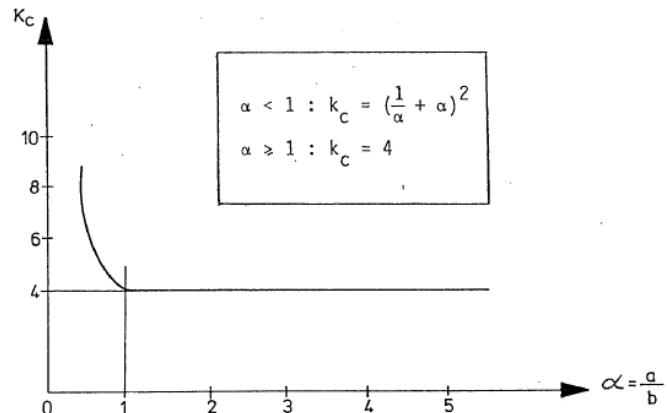


Figure 13 Coefficient de voilement pour une plaque comprimée - Diagramme simplifié (H. DEGEE, 2008)

2.1.4. Influence sur la charge critique élastique de voilement

Jusqu'à présent, la charge critique élastique de voilement d'une plaque a été déterminée en fonction de la plaque en Figure 9, c'est-à-dire en considérant une compression uniforme selon les deux bords opposés de largeur b et les quatre bords de la plaque simplement appuyés.

Cependant, la charge critique élastique de voilement va être influencée par :

- les conditions de bord, et
- le mode de sollicitation (compression, flexion, cisaillement ou une combinaison de ces sollicitations).

Dès lors, ces deux influences vont être prises en compte uniquement dans le coefficient de voilement k_σ . Ainsi, la contrainte critique élastique de voilement sera toujours exprimée en fonction de la même contrainte de référence d'Euler σ_E et d'un coefficient de voilement k_σ .

Concernant l'influence des conditions de bord, comme cela a été cité précédemment, plus une plaque est maintenue sur son pourtour, plus la charge critique élastique au voilement va augmenter. Ceci peut être observé en Figure 14, où sont représentées les valeurs possibles de k_σ , uniquement dans le cas d'une compression uniforme telle qu'en Figure 9.

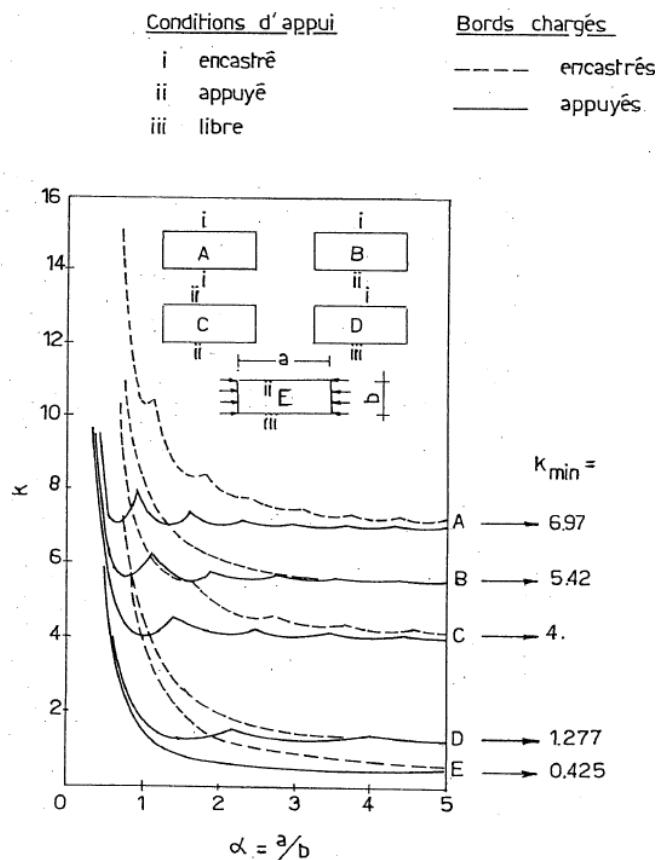


Figure 14 Valeurs de k_{σ} pour diverses conditions d'appui dans le cas d'une compression uniforme (H. DEGEE, 2008)

Cependant, les bords des plaques sont rarement des bords parfaitement appuyés ou parfaitement encastrés. En effet, lorsque les plaques constituent certaines parois de profils en double té, en caisson, ..., les bords des plaques sont en réalité plutôt semi-rigides.

Ainsi se termine le rappel d'une partie de la théorie du voilement des plaques. Il était intéressant dans ce chapitre de rappeler l'origine de l'instabilité des plaques, mais surtout la démarche par laquelle on arrive à l'expression analytique de la contrainte critique élastique de voilement σ_{cr} et celle du coefficient de voilement k_{σ} .

Nous nous approchons à présent du sujet du travail de fin d'études, en abordant plus en profondeur la théorie du voilement dans les poutres de section de classe 4.

2.2. Voilement pour les poutres de section de classe 4

2.2.1. Aspects réglementaires de l'Eurocode 3

Dans le dimensionnement aux états limites ultimes pour une structure comportant des éléments de section de classe 4, il convient d'utiliser un modèle élastique lors de l'analyse, i.e. lors du calcul des efforts internes sous charges extérieures, et un modèle élastique avec prise en compte du voilement local lors de la vérification de la résistance ultime.

On se base donc sur les propriétés géométriques des sections brutes dans l'analyse, alors qu'on se base sur les propriétés géométriques des sections efficaces dans la vérification.

L' EN 1993-1-1 précise l'origine et les principales méthodes de la classification des sections transversales.

« Le rôle de la classification des sections transversales est d'identifier dans quelle mesure leur résistance et leur capacité de rotation sont limitées par l'apparition du voilement local. »

« Les sections transversales de Classe 4 sont celles pour lesquelles le voilement local se produit avant l'atteinte de la limite d'élasticité dans une ou plusieurs parois de la section transversale. »

« Dans les sections de Classe 4, des largeurs efficaces peuvent être utilisées pour prendre dûment en compte les réductions de résistance résultant des effets du voilement local, voir l'EN 1993-1-5, 5.2.2. »

« Le classement d'une section transversale dépend du rapport largeur sur épaisseur de ses parois soumises à la compression. »

« Les parois soumises à la compression comprennent chaque paroi de section transversale se trouvant partiellement ou totalement comprimée sous l'effet de la combinaison de charges considérée. »

« La classe d'une section transversale est définie par la classe la plus élevée (la moins favorable) de ses parois comprimées. »

La table 5.2 de l'EN 1993-1-1, reprise en annexe 1 et annexe 2, illustre les critères portant sur les élancements, i.e. les rapports largeur sur épaisseur, des parois partiellement ou totalement comprimées. Autrement dit, la classe d'une paroi est définie directement à l'aide de la table dans les annexes 1 et 2.

Ainsi, la section d'une poutre est définie de classe 4 si l'élancement d'au moins une de ses parois constitutives ne respecte pas la condition pour être de classe 3.

D'après l'EN 1993-1-1, il est demandé ensuite de suivre la démarche suivante pour considérer les propriétés de section efficace des sections transversales de Classe 4,

« En règle générale, les propriétés de section efficace des sections transversales de Classe 4 sont à déterminer en utilisant des largeurs efficaces pour les portions comprimées de parois.

Pour les profils à parois minces formés à froid, voir 1.1.2(1) et l'EN 1993-1-3.

Il y a lieu de déterminer les largeurs efficaces des portions comprimées de parois planes selon l'EN 1993-1-5.

Lorsqu'une section transversale de Classe 4 est soumise à un effort normal, il convient d'utiliser la méthode donnée dans l'EN 1993-1-5 pour déterminer le décalage éventuel e_N de l'axe neutre de l'aire efficace A_{eff} par rapport au centre de gravité de la section brute et le moment additionnel qui en résulte : $\Delta M_{Ed} = N_{Ed}e_N$.

Note : le signe du moment additionnel dépend de son effet dans la combinaison des sollicitations, voir 6.2.9.3(2).

Pour les profils creux circulaires à sections transversales de Classe 4, voir l'EN 1993-1-6. »

L'EN 1993-1-1 conclut que les sections de classe 4 peuvent être vérifiées vis-à-vis de leur résistance élastique à condition d'utiliser les propriétés de la section transversale efficace.

Pour finir, il est important de noter que les explications portant sur l'effort normal N_{ed} , citées dans les parties propriétés et critères de vérification d'une section de classe 4 au sein de l'EN 1993-1-1, sont justifiées si et seulement si cet effort est un effort de compression et non de traction.

En effet, les notions d'aire efficace A_{eff} et de décalage éventuel d'axe neutre e_N en considérant uniquement l'effort N_{ed} au sein de la section, e.g. comme cité ci-avant, sont valables uniquement si N_{ed} est un effort de compression.

Ainsi, les formules d'interaction d'efforts dit normal et flexionnel dans l'EN 1993-1-1 sont en réalité des formules d'interaction d'efforts de compression et flexionnel.

Dès lors, sachant que le travail de fin d'études aborde des traverses de section de classe 4 fléchies et tendues par la présence d'efforts membranaires, l'objectif principal est de parvenir à des expressions analytiques d'interaction de flexion et de traction par l'approche élastique, tout en respectant l'Eurocode 3.

Il est donc intéressant de parcourir la théorie du voilement dans les poutres de section de classe 4 avant de démarrer la partie pratique.

2.2.2. Lien avec la théorie du voilement des plaques – théorie de Von Karman³

Le comportement du profil métallique de section de classe 4 sera étudié à partir d'une poutre dite *parfaite*, qui adopte donc les hypothèses suivantes :

- un matériau linéairement élastique,
- une section constante tout au long de la poutre,
- pas de contraintes résiduelles,
- une pièce parfaitement rectiligne,

Si les parois minces constituant cette poutre sont comprimées, par définition, le voilement des parois persiste et se présente avant le début de la plastification.

Le voilement induit une perte de rigidité de la poutre, et dès lors une réduction de la résistance ultime du profil par rapport à la résistance ultime d'un même élément ne présentant pas de voilement.

Cette perte de rigidité peut être prise en compte en considérant une section dite efficace du profil au lieu de sa section brute. La section efficace est obtenue en considérant les largeurs efficaces des parois.

Pour définir la largeur efficace d'une paroi, prenons l'exemple d'une semelle comprimée d'une poutre (cf. Figure 15).

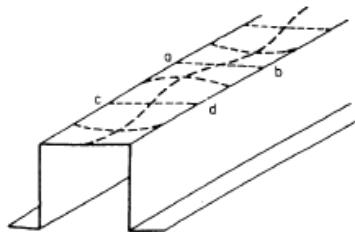


Figure 15 Voilement d'une paroi en compression uniforme (J. RONDAL & J.-P. JASPART, 2007-2008).

La surface de la paroi voilée délimitée par les points a, b, c et d se comporte de manière identique à la plaque rectangulaire représentée en Figure 9, en présentant dès lors une demi-onde de voilement. C'est donc une paroi qu'on considère simplement appuyée sur ses 4 bords.

Par ailleurs, si la compression uniforme dépasse la contrainte critique élastique de voilement σ_{cr} et continue à augmenter, les ondes de voilements présentes sur cette paroi vont prendre de plus en plus d'importance. Or, les fibres longitudinales croisant ces ondes de voilement possèdent une raideur à la compression moindre qu'initialement du fait de leur courbure. Ceci implique dès lors un diagramme de contraintes dans lequel nous avons une partie creusée en partie centrale et une contrainte continuant d'augmenter aux appuis jusqu'à atteindre la limite élastique f_y du matériau du profil. Ce raisonnement est schématisé sur la Figure 16.

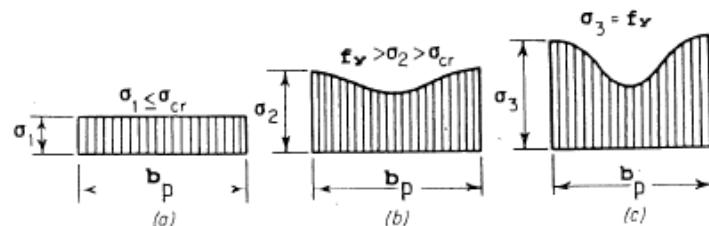


Figure 16 Etats de contrainte successifs dans une paroi comprimée (J. RONDAL & J.-P. JASPART, 2007-2008).

³ Les informations au point 2.2.2. proviennent en grande partie du cours de J. Rondal et J.-P. Jaspart, 2007-2008 [10].

Ainsi, dans le domaine post-critique, la partie efficace de la paroi peut être représentée par deux bandes longitudinales, chacune de largeur $\frac{b_{eff}}{2}$, et donner lieu à un diagramme de compression uniforme sur cette partie efficace, dont la contrainte de compression équivaut à la contrainte maximale σ_{max} du diagramme réel (cf. Figure 17).

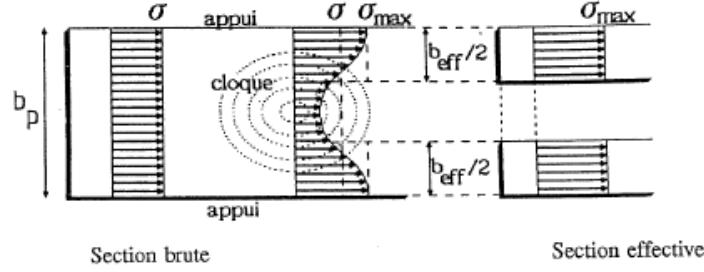


Figure 17 La section efficace d'une paroi comprimée (J. RONDAL & J.-P. JASPART, 2007-2008).

La résistance ultime de la paroi sera atteinte lorsque la contrainte de compression σ_{max} aura atteint la limite d'élasticité f_y . Ce qui consiste donc à remplacer σ_{max} par f_y dans la Figure 17, si bien entendu on se trouve à l'état ultime.

Von Karman, l'auteur du concept de la largeur efficace, a mis en place une méthode qui détermine la largeur efficace d'une paroi à l'état ultime. L'hypothèse de Von Karman consiste à admettre que la contrainte σ_{max} atteinte après voilement élastique de la paroi réelle soit égale à la contrainte critique élastique de voilement rapportée à la largeur efficace, notée $\sigma_{cr,eff}$. Par définition et d'après la Figure 17, celle-ci est donc donnée par l'équation 2.15.

$$\sigma_{max} = \sigma_{cr,eff} = k_\sigma \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_{eff}} \right)^2 = \sigma_{cr} \left(\frac{b_p}{b_{eff}} \right)^2 \quad (2.15)$$

Où σ_{cr} est la contrainte critique élastique de voilement de la paroi brute qui, en référence aux équations 2.10, 2.11 et 2.12, est définie directement par (cf. équation 2.16) :

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_p} \right)^2 \quad (2.16)$$

A l'état ultime, $\sigma_{cr,eff}$ vaut :

$$\sigma_{cr,eff} = \sigma_{max,ult} = f_y \quad (2.17)$$

En combinant les équations 2.15 et 2.17, on obtient :

$$f_y = \sigma_{cr} \left(\frac{b_p}{b_{eff}} \right)^2 \quad (2.18)$$

En faisant apparaître la notion de coefficient de réduction ρ , coefficient qui multiplié par la largeur de la portion *comprimée* de la paroi, notée b_c , fournit la largeur efficace b_{eff} , i.e. dans ce cas-ci :

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b_c} = \frac{b_{eff}}{b_p} \quad \text{où,} \quad \rho \leq 1 \quad (2.19)$$

et la notion d'élancement réduit $\bar{\lambda}_p$ de la paroi, telle que :

$$\sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \quad (2.20)$$

Les équations 2.18, 2.19 et 2.20 mènent finalement à l'expression ci-dessous,

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \quad (2.21)$$

Rappelons que les équations qui viennent d'être développées grâce à l'hypothèse de Von Karman (cf. équations 2.15 à 2.21) sont justifiées jusqu'à présent pour une paroi de section de classe 4 dite *parfaite* et en *compression uniforme*.

Rien ne dit jusqu'à présent que ces équations sont suffisantes pour appliquer toute vérification élastique de section de classe 4. En effet, il est opportun de traiter tous les différents facteurs qui influencent les valeurs de la contrainte critique élastique de voilement σ_{cr} , du coefficient de réduction ρ et de l'élancement réduit $\bar{\lambda}_p$, i.e. :

- les conditions d'appuis aux bords de la paroi,
- la forme du diagramme de contrainte σ (i.e. le mode de sollicitation),
- et la paroi réelle.

Ces facteurs vont être abordés l'un après l'autre pour mieux insister sur l'origine de cette influence et sur ce qui doit finalement être appliqué à partir de l'Eurocode 3.

Par ailleurs, un point a déjà été éclairci à ce sujet dans le rappel des plaques. Ceci concerne le coefficient de voilement k_σ , dont nous savons maintenant qu'il dépend uniquement des conditions de bords et du mode de chargement. Mais ce point est à présent abordé plus en détail dans le cadre des poutres de section de classe 4.

Conditions d'appuis aux bords de la paroi

La paroi d'une poutre peut être de deux types :

- de type *âme*, si la paroi présente des bords communs avec ses parois voisines, donc deux bords communs, ou bien,
- de type *semelle*, si la paroi est en console, i.e. un bord commun et un bord libre.

Bien entendu, le coefficient de voilement k_σ augmente avec le nombre de bords communs (cf. Figure 18). A cet effet, en supposant ici que les parois ne présentent aucun raidisseur intermédiaire et raidisseur de bord, les parois de type *âme* sont appelées parois *raides* (ou parois *internes*) et celles de type *semelle* sont nommées parois *non-raides* (ou parois *en console*).

Ensuite, d'un point de vue statique, un bord commun représente en réalité le cas intermédiaire entre deux cas extrêmes (cf. Figure 18):

- l'encastrement, i.e. la limite supérieure de k_σ , et
- l'articulation, i.e. la limite inférieure de k_σ .

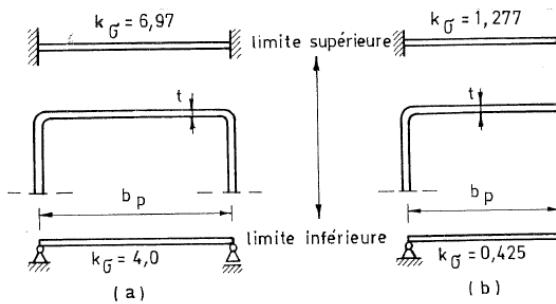


Figure 18 Valeurs limites des coefficients de voilement k_σ pour les deux types de paroi en compression uniforme (J. RONDAL & J.-P. JASPART, 2007-2008).

Nous pouvons remarquer que chaque valeur extrême de k_σ en Figure 18 est en fait la valeur minimale de la courbe k_σ de même configuration statique dans le graphique $k_\sigma = f(\alpha)$ en Figure 14. Ce qui est attendu puisque, comme expliqué précédemment dans les plaques, on considère en pratique et de manière sécuritaire des diagrammes simplifiés avec $k_\sigma = k_{\sigma,\min}$ lorsque $\alpha \geq 1$, condition sur α correspondant à l'utilisation courante des parois de poutres.

En outre, à nouveau pour une question de simplification et de sécurité, en pratique, dans le calcul du k_σ , l'encastrement partiel des bords de parois est négligé et l'articulation est dès lors admise.

En effet, un bord commun d'une paroi est en réalité un assemblage semi-rigide. Ce bord présente donc une certaine rigidité flexionnelle, impliquant dès lors une dépendance entre cette paroi et la paroi adjacente lorsque le voilement fait son apparition. Plus précisément, en supposant que la paroi est plus élancée que sa voisine, dès que la paroi plus élancée commence à voiler, cette instabilité va en partie être transmise vers la paroi adjacente plus compacte et donc l'affecter. En d'autres termes, le coefficient de voilement k_σ de la paroi plus élancée va augmenter par rapport au k_σ de cette même paroi supposée isolée, contrairement à celui de la paroi adjacente plus compacte qui va diminuer.

Toutefois, des voies expérimentales ont montré que la diminution du coefficient de voilement des parois dites « retenantes » peut être négligée, essentiellement dans le cas des parois internes. Il est par conséquent possible d'appliquer un coefficient k_σ plus élevé d'une paroi sans modifier ceux des parois « retenantes ».

Cependant, comme il a été précisé, cet effet de retenue ne sera pas pris en compte en pratique et les parois seront toutes supposées isolées dans le calcul du k_σ .

Distribution de contraintes de compression σ

L'influence de la distribution de contraintes de compression σ le long d'une paroi sur le coefficient de voilement k_σ est illustrée dans les tableaux de l'Eurocode 3 Partie 1-3 (cf. Figure 19 et Figure 20) en fonction d'un paramètre ψ . Ce paramètre ψ exprime le rapport entre les deux contraintes σ_1 et σ_2 situées aux bords de la paroi, i.e. mathématiquement :

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad \text{où,} \quad \sigma_2 \leq \sigma_1 \leftrightarrow \psi \leq 1 \quad (2.22)$$

A noter que le premier tableau est destiné aux parois *internes*, et le second aux parois *en console*. En outre, les deux tableaux peuvent être utilisés puisqu'ils sont en accord avec l'hypothèse qui a été imposée sur les conditions d'appuis des parois, i.e. des parois supposées isolées.

Chaque tableau fournit finalement la valeur du coefficient de voilement k_σ de la paroi et également la répartition des largeurs efficaces b_{e1} et b_{e2} de sa partie comprimée, du moment qu'on connaît la valeur du paramètre ψ .

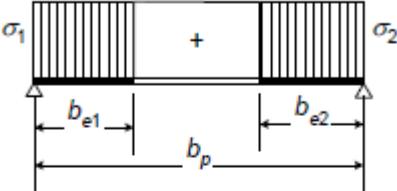
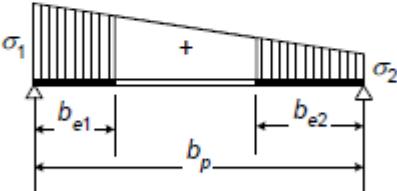
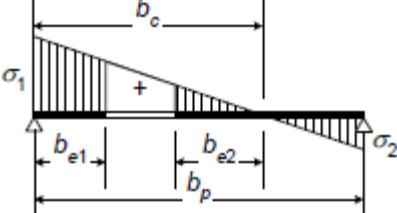
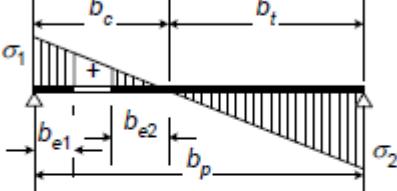
Stress distribution [compression positive]	Effective width b_{eff}
	$\psi = +1:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_p$ $b_{e1} = 0,5 b_{\text{eff}}$ $b_{e2} = 0,5 b_{\text{eff}}$
	$0 \leq \psi < +1:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_p$ $b_{e1} = \frac{2 b_{\text{eff}}}{5 - \psi}$ $b_{e2} = b_{\text{eff}} - b_{e1}$
	$-1 \leq \psi < 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_c$ $b_{e1} = 0,4 b_{\text{eff}}$ $b_{e2} = 0,6 b_{\text{eff}}$
	$\psi < -1:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_c$ $b_{e1} = 0,4 b_{\text{eff}}$ $b_{e2} = 0,6 b_{\text{eff}}$
$\psi = \sigma / \sigma_1$	+1 $+1 > \psi > 0$ 0 $0 > \psi > -1$ -1 $-1 > \psi > -3$
Buckling Factor k_σ	4,0 $\frac{8,2}{1,05 + \psi}$ 7,81 $7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$ 23,9 $5,98(1 - \psi)^2$
Alternatively, for $+1 \geq \psi \geq -1$:	
$k_\sigma = \frac{16}{\left[(1 + \psi)^2 + 0,112(1 - \psi)^2 \right]^{0,5} + (1 + \psi)}$	

Figure 19 Largeur efficace des parois internes (EN1993-1-3, 2003).

Stress distribution [compression positive]			Effective width b_{eff}		
			$0 \leq \psi < +1:$ $b_{eff} = \rho b_p$		
			$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	0,43	0	-1	$+1 \geq \psi \geq -1$
Buckling factor k_σ		0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$
			$0 \leq \psi < +1:$ $b_{eff} = \rho b_p$		
			$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	$+1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Buckling Factor k_σ	0,43	$\frac{0,578}{\psi + 0,34}$	1,70	$1,70 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8

Figure 20 Largeur efficace des parois en console (EN1993-1-3, 2003).

A remarquer également que la largeur efficace b_{eff} de la portion comprimée de largeur b_c d'une paroi, ou b_p au lieu de b_c si la paroi est comprimée sur toute sa largeur, est toujours déterminée par l'équation 2.19, en fonction notamment du coefficient de réduction ρ .

Concernant le coefficient de réduction ρ , ce dernier peut être déduit directement de l'expression 2.21 de Von Karman. Toutefois, il est important de rappeler que cette expression a été démontrée avec l'hypothèse d'une paroi parfaite.

Il reste donc à vérifier le dernier point abordant les imperfections géométrique et matérielle de la paroi réelle, qui vont par ailleurs aboutir aux formules analytiques de $\rho = f(\bar{\lambda}_p)$ pouvant être utilisées pour des parois réelles.

Paroi réelle

Les parois constituant les profils qui sortent de fabrication sont toujours remplies d'imperfections. Ces imperfections sont principalement d'origine mécanique, e.g. présence de contraintes résiduelles, ou géométrique, e.g. présence d'une excentricité initiale. Ces imperfections étant inévitables, dès lors, elles doivent toujours être prises en compte en pratique.

A cet effet, l'Eurocode 3 autorise de calculer le coefficient de réduction ρ en appliquant les formules de Winter au lieu de l'équation 2.21.

$$\rho = 1 \quad \text{si,} \quad \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \quad (2.23)$$

$$\rho = \frac{\left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p}\right)}{\bar{\lambda}_p} \quad \text{si,} \quad \bar{\lambda}_p > 0,673 \quad (2.24)$$

Où l'élancement réduit $\bar{\lambda}_p$ de la paroi est toujours défini par l'équation 2.20.

Par ailleurs, les équations 2.23 et 2.24 établies par Winter dépendent d'un élancement réduit limite, $\bar{\lambda}_{p,lim} = 0,673$, pour tout d'abord ne pas arriver à une valeur incohérente de $\rho > 1$ lorsque $\bar{\lambda}_p < \bar{\lambda}_{p,lim}$, i.e. une section efficace plus grande que la section brute.

Ensuite, la valeur $\bar{\lambda}_{p,lim}$ exprime la valeur minimale à partir de laquelle l'instabilité due au voilement persiste avant que l'on atteigne la limite d'élasticité f_y sur base des propriétés de la section brute de la paroi. Tandis que pour des valeurs $\bar{\lambda}_p \leq \bar{\lambda}_{p,lim}$, on est situé sur le palier plastique $\rho = 1$, consistant finalement à conserver la section brute de la paroi. En d'autres termes, lorsque $\bar{\lambda}_p$ est inférieur à $\bar{\lambda}_{p,lim}$, cette paroi serait par définition de classe 3 puisqu'il est possible d'atteindre la résistance f_y à partir de la section brute de la paroi.

Dès lors, en établissant l'hypothèse d'une paroi de section de classe 4, il est en toute logique, mais surtout impératif de trouver, par l'équation 2.20, une valeur $\bar{\lambda}_p$ strictement supérieure à $\bar{\lambda}_{p,lim}$ pour justifier cette hypothèse.

En outre, l'équation 2.24 est valable uniquement pour les parois de type âme et totalement comprimées. En effet, par définition, les formules 2.23 et 2.24 partent initialement des équations établies par Von Karman, et donc des mêmes hypothèses.

Toutefois, il existe également dans l'Eurocode 3 des formules généralisées qui tiennent compte du type de paroi et, en fonction de ψ , de la forme du diagramme linéaire de contraintes σ au sein de la paroi, en plus des imperfections et du palier plastique (cf. équations 2.25 et 2.26).

A noter que les formules 2.25 et 2.26 représentent en fait la formule de Winter en 2.24 améliorée. Ceci peut être constaté en remplaçant ψ par 1 dans l'équation 2.25, où on retrouve directement l'expression 2.24.

C'est finalement sur base des équations de l'Eurocode 3 (cf. équations 2.25 et 2.26) que le coefficient de réduction ρ est calculé en pratique.

Parois internes (type âme)

$$\rho = \frac{\left(1 - \frac{0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p}\right)}{\bar{\lambda}_p} \quad \text{avec,} \quad \rho \leq 1 \quad (2.25)$$

Parois en console (type semelle)

$$\rho = \frac{\left(1 - \frac{0,188}{\bar{\lambda}_p}\right)}{\bar{\lambda}_p} \quad \text{avec,} \quad \rho \leq 1 \quad (2.26)$$

3. Analyse et vérification élastiques d'une traverse de section de classe 4 lors d'un impact d'un bateau

Dans ce chapitre plus pratique, l'étude se base sur la porte d'écluse proposée par T. Gernay dans son propre travail de fin d'études [6] (cf. Figure 21).

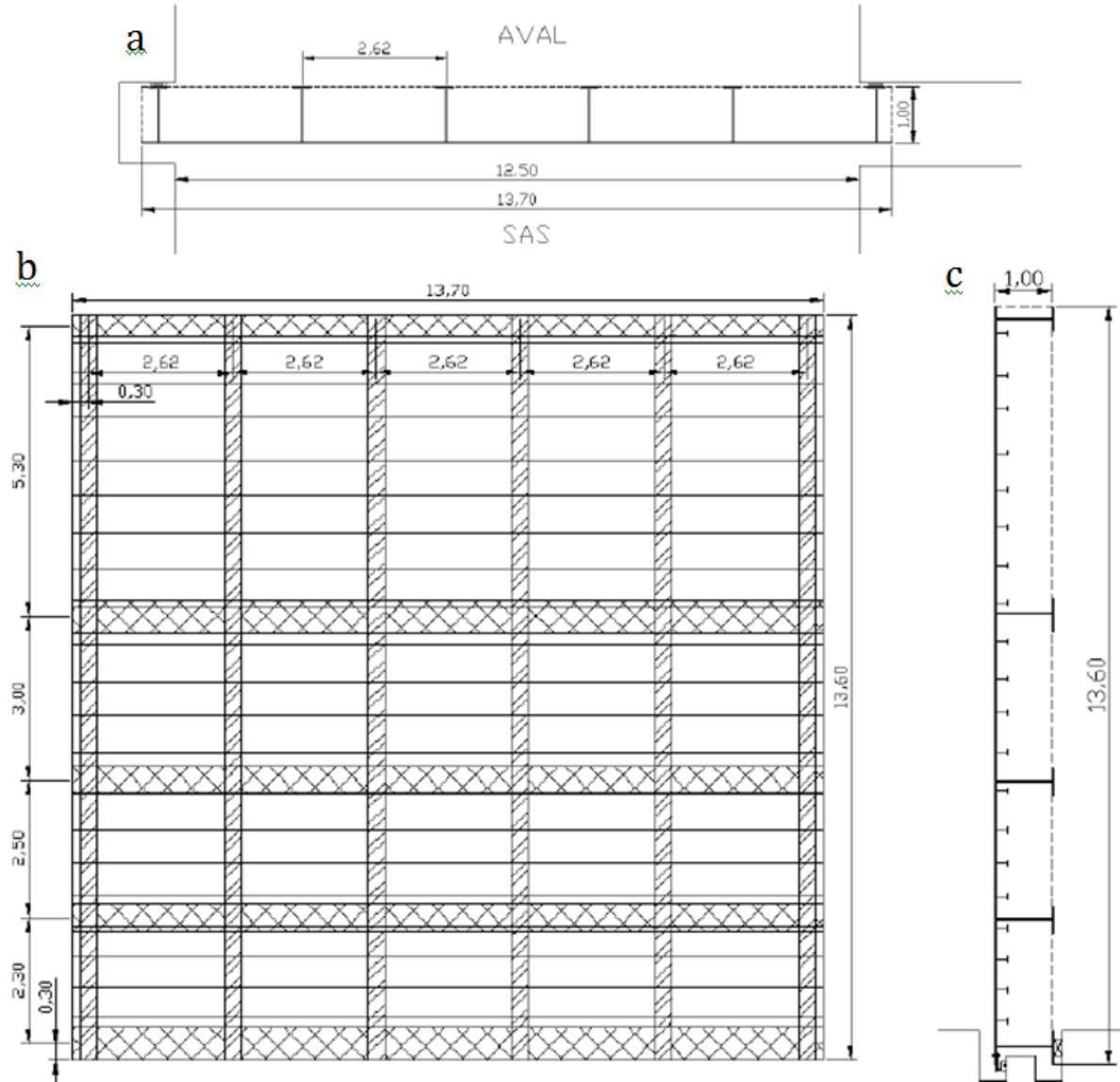


Figure 21 Vue en plan (a), vue en élévation (b) et coupe (c) de la porte aval de T. Gernay (T. GERNAY, 2009).

L'épaisseur et la hauteur de l'âme des traverses conçues par T. Gernay sont cependant modifiées afin d'obtenir des traverses de section de classe 4. Les dimensions finalement choisies pour toutes les traverses sont données en millimètres dans le Tableau 1.

Hauteur de l'âme (h_w)	Epaisseur de l'âme (t_w)	Largeur de la semelle (h_f)	Epaisseur de la semelle (t_f)
1 400	5	400	25

Tableau 1 Dimensions des parois des traverses considérées dans l'analyse

Comme il a été expliqué dans le premier chapitre, l'évaluation de la résistance globale de la porte est effectuée dans le mode de déformation global. Il revient donc à remplacer la porte par un modèle mécanique simplifié des cinq traverses de section de classe 4 indépendantes et à finalement évaluer la résistance de ces cinq traverses.

Ce chapitre est plus particulièrement consacré à la résistance d'une seule traverse de section de classe 4 afin de mettre en pratique les règles de l'Eurocode 3 déterminant la section efficace autorisée pour appliquer une vérification élastique. Pour cette étude, le choix est porté sur la seconde traverse en partant du haut de la porte.

Mais avant de débuter l'étude à proprement dit, la largeur collaborante totale de la tôle, notée b_{col} , doit être déterminée pour connaître la section brute totale de la seconde traverse. Après application des formules de l'Eurocode 3, on arrive aux résultats suivants (cf. Tableau 2). Les indices h et b signifient les parties *haute* et *basse* de la tôle.

L_e [mm]	$b_{0,h}$ [mm]	$A_{sl,h}$ [mm^2]	$\alpha_{0,h}$ [-]	κ_h [-]	β_h [-]	$b_{col,h}$ [mm]
13 700	2 650	11 400	1,18	0,23	0,75	1 987,5
L_e [mm]	$b_{0,b}$ [mm]	$A_{sl,b}$ [mm^2]	$\alpha_{0,b}$ [-]	κ_b [-]	β_b [-]	$b_{col,b}$ [mm]
13 700	1 500	5 700	1,16	0,13	0,9	1 350

Tableau 2 Résultats parvenant à la largeur collaborante de la partie haute ($b_{col,h}$) et celle de la partie basse ($b_{col,b}$) de la tôle en partant des formules de l'EN1993-1-5.

Sont également reprises les définitions des principaux paramètres,

- L_e : longueur de la poutre entre deux sections ne présentant aucun moment de flexion interne, i.e. ici $L_e = L$ (cf. Figure 24).
- $b_{0,i}$: la moitié de la largeur de tôle comprise entre la traverse et sa voisine du côté i .
- $A_{sl,i}$: la somme des aires des sections transversales des raidisseurs longitudinaux situés sur la largeur $b_{0,i}$ de la tôle.
- β_i : coefficient qui multiplié par la largeur $b_{0,i}$ donne la largeur $b_{col,i}$.
- $b_{col,i}$: la largeur collaborante de la partie i de la tôle.

A noter les dimensions des éléments compris sur les largeurs $b_{0,h}$ et $b_{0,b}$ reprises du travail de fin d'études de T. Gernay [6],

- Les sections transversales des raidisseurs longitudinaux possèdent les mêmes dimensions, i.e., en millimètres, 200x10 pour l'âme et 85x10 pour la semelle.
- L'épaisseur de la tôle, $t_{tôle}$, vaut 11 mm.

Au final, la largeur collaborante totale de la tôle pour la seconde traverse vaut :

$$b_{col} = 2 * \min(b_{col,h}; b_{col,b}) = 2700 \text{ mm} \quad (3.1)$$

La section transversale brute de la seconde traverse qui est prise en compte dans l'analyse et dans le calcul de section efficace est représentée en Figure 22.

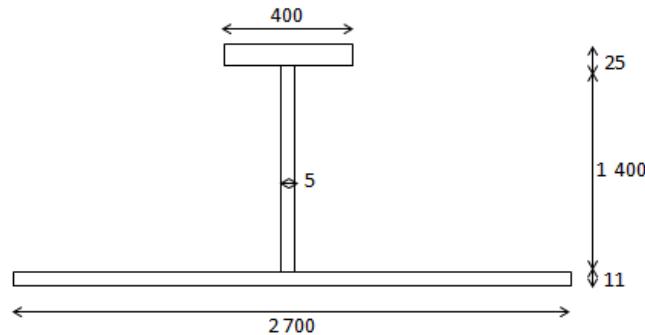


Figure 22 Section brute de la seconde traverse avec prise en compte de la tôle collaborante de largeur b_{col} , les dimensions sont en mm.

A noter que les semelles des traverses sont couramment orientées vers l'aval (cf. Figure 21) pour être tendues vu que la charge hydrostatique et l'impact sont, par hypothèse, appliqués vers l'aval (cf. Figure 1 et Figure 2). A cet effet, une traverse fléchie ne peut en aucun cas déverser puisque la partie comprimée est stabilisée par le bordé collaborant.

Ensuite, connaissant les dimensions des parois de la section brute (cf. Figure 22), la position du centre de gravité de la section brute, Z_{CG} , peut être calculée ci-dessous :

$$Z_{CG} = \frac{Z_{CG,b\ col} * A_{b\ col} + Z_{CG,w} * A_w + Z_{CG,f} * A_f}{A_{b\ col} + A_w + A_f} = 414,89\ mm \quad (3.2)$$

En outre, la section brute étant simplement symétrique (cf. Figure 22), le diagramme élastique et flexionnel de contraintes σ est en accord avec la loi de Navier. Ainsi, on s'aperçoit que l'axe neutre, situé au centre de gravité, est proche du bordé de sorte que la partie comprimée du diagramme élastique flexionnel de contraintes σ soit la plus réduite que possible (cf. Figure 23).

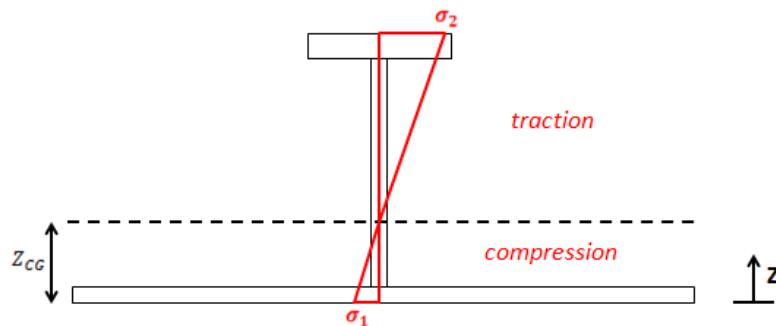


Figure 23 Distribution élastique et flexionnelle de contraintes σ au sein de la section brute

Un dernier point à préciser concerne la nuance d'acier des parois. La nuance d'acier la plus couramment utilisée en pratique étant le S355, c'est donc cette dernière qui sera retenue pour toutes les parois.

3.1. Analyse élastique

L'analyse est basée sur une traverse supposée simplement appuyée aux extrémités et une charge P , i.e. l'impact du bateau, appliquée à mi-portée (cf. Figure 24). L'explication sur le type d'appuis aux extrémités de la traverse, i.e. des appuis simples, est abordée dans le chapitre 4.

Précisons que dans un dimensionnement réel de porte d'écluse, toutes les charges susceptibles de solliciter la porte (statiques, dynamiques, accidentelles, ...) doivent bien entendu être prises en compte. Or, il est important de rappeler que l'objectif du travail de fin d'études est d'étudier la

résistance réelle d'une traverse de section de classe 4 sous l'effet d'efforts membranaires et non de réaliser une étude de dimensionnement. Ainsi, seule la situation d'impact de bateau reprise en Figure 1 et Figure 2 est considérée.

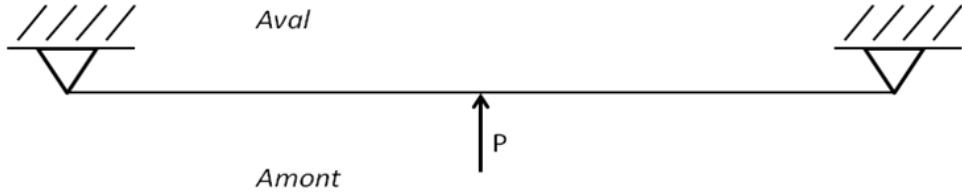


Figure 24 Configuration statique de la traverse considérée dans l'analyse

Au vu du schéma statique en Figure 24, le cas le plus contraignant étant de considérer la charge P à mi-portée, puisque cette situation mène vers le moment de flexion maximal M_{max} tel que :

$$M_{max} = \frac{PL}{4} \quad (3.3)$$

En outre, l'effort tranchant T situé de part et d'autre de la section à mi-travée est équivalent à l'effort tranchant maximal, noté T_{max} , i.e. :

$$T = T_{max} = \frac{P}{2} \quad (3.4)$$

Cependant, le travail consiste à parvenir à la résistance réelle en section sous la combinaison d'un effort flexionnel M_{max} et d'un effort membranaire N_{ed} qui est susceptible de se présenter. L'effort tranchant T_{max} , et donc la possible interaction $M_{max} - N_{ed} - T_{max}$ ne sont donc pas pris en compte dans le cadre de ce travail de fin d'études.

Plus précisément, il vient dans un premier temps à déterminer la section efficace en considérant la traverse simplement fléchie et, dès lors, à calculer la résistance correspondante M_{eff} sur base des propriétés de la section efficace.

En second lieu, l'influence des efforts membranaires N_{ed} sur la résistance M_{eff} calculée lors de la première étape, i.e. l'interaction $M - N$ de la traverse, est étudiée et discutée.

3.2. Vérification élastique de la traverse simplement fléchie – Calcul de la section efficace

Pour vérifier si la section de la traverse seule est bien de classe 4, il est nécessaire qu'au minimum une de ses parois partiellement ou totalement comprimée, parmi la semelle et l'âme de la traverse, soit de classe 4. Par conséquent, la vérification est faite sur l'âme partiellement comprimée de la traverse.

Cependant, il faut tout d'abord vérifier si l'élancement des parois de la partie collaborante du bordé répond au critère pour être de section de classe 4 (cf. Annexe 2).

3.2.1. Classification de la partie collaborante du bordé

Le bordé collaborant étant totalement comprimé (cf. Figure 23), la condition à vérifier d'après la table en Annexe 2 est la suivante,

$$\frac{b_{col} - t_w}{2t_{col}} > 14 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \leftrightarrow 122,5 > 11,4 \quad (3.5)$$

La partie collaborante du bordé est donc de section de classe 4 au vu de la condition en 3.5.

3.2.2. Détermination de la partie efficace du bordé collaborant

D'après l'Eurocode 3, le calcul des largeurs efficaces de la partie collaborante du bordé doit être exécuté avant celui de l'âme. Le premier est donc réalisé sur base du diagramme élastique de contraintes en partant de la section brute de la traverse et du bordé collaborant alors que le second est déterminé sur base du diagramme élastique de contraintes en prenant en compte la partie efficace du bordé collaborant calculée en première étape et les parties brutes de l'âme et de la semelle de la traverse.

Pour parvenir à la section efficace du bordé collaborant, il faut effectuer l'analyse sur chacune des deux parois en console du bordé collaborant.

Par ailleurs, le calcul pour une paroi suffit vu que les deux parois sont symétriques et totalement comprimées.

La paroi constitutive du bordé collaborant étant en console et totalement comprimée, k_σ vaut (cf. Figure 20),

$$k_\sigma = 0,43 \quad (3.6)$$

Ensuite, on peut déterminer l'élancement réduit $\bar{\lambda}_p$ via l'expression 2.20. Ce qui donne,

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = 8,08 \quad (3.7)$$

Avec σ_{cr} qui est définie par l'équation 3.8, tirée de l'équation 2.16 simplifiée suite aux hypothèses sur les propriétés de l'acier définies en 3.9 ci-dessous,

$$\sigma_{cr} = k_\sigma * 189\,800 * \left(\frac{t_{col}}{b_p}\right)^2 = 5,44 \text{ MPa où,} \quad b_p = \frac{b_{col} - t_w}{2} \quad (3.8)$$

$$E = 210\,000 \text{ MPa} \quad \nu = 0,3 \quad (3.9)$$

A noter que les hypothèses sur les propriétés mécaniques de l'acier mises en place en 3.9 sont dorénavant considérées pour tous les éléments métalliques rencontrés dans le cadre du travail de fin d'études. Ainsi, l'expression simplifiée (3.8) peut être utilisée dans les calculs ultérieurs.

Connaissant $\bar{\lambda}_p$, le coefficient de réduction ρ peut être déterminé par la formule 2.26 :

$$\rho = \frac{\left(1 - \frac{0,188}{\bar{\lambda}_p}\right)}{\bar{\lambda}_p} = 0,12 \quad (\leq 1) \quad (3.10)$$

La partie efficace de chacune des parois du bordé collaborant vaut donc (cf. Figure 20),

$$b_{eff,col} = \rho b_p = 162,91 \text{ mm} \quad (3.11)$$

3.2.3. Classification de l'âme de la traverse

En relation avec l'Eurocode 3, la classification de l'âme doit être déterminée sur base des parties brutes de l'âme et de la semelle de la traverse, et de la partie efficace du bordé collaborant (cf. équation 3.11). En outre, les positions du centre de gravité et de l'axe neutre varient puisqu'on considère l'aire efficace du bordé collaborant. La nouvelle position du centre de gravité, nommée $Z_{CG,1}$, vaut :

$$Z_{CG,1} = \frac{Z_{CG,b_{eff}} * A_{b_{eff}} + Z_{CG,w} * A_w + Z_{CG,f} * A_f}{A_{b_{eff}} + A_w + A_f} = 931,83 \text{ mm} \quad (3.12)$$

Nous pouvons donc noter que cette nouvelle position de centre de gravité, égale à celle de l'axe neutre, implique une nouvelle distribution élastique flexionnelle de contraintes σ .

Ensuite, d'après la table en Annexe 1, la classe de l'âme est vérifiée en fonction du paramètre ψ , qui pour rappel représente le rapport des contraintes aux fibres extrêmes. Par ailleurs, ce coefficient ψ peut être déterminé en connaissant uniquement la hauteur de la section h_t et la position du centre de gravité $Z_{CG,1}$ lorsque la traverse est simplement fléchie (cf. équation 3.13).

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-M_{ed}v_{sup,1}}{I_1} \frac{I_1}{M_{ed}v_{inf,1}} = \frac{-(h_t - Z_{G,1})}{Z_{G,1}} = -0,54 \quad (3.13)$$

Ainsi, en référence à la table en Annexe 1 et en sachant que $\psi > -1$, la condition sur l'élancement de l'âme est la suivante,

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{42}{0,67 + 0,33\psi} \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad \leftrightarrow \quad 280 > 69,5 \quad (3.14)$$

Vu la condition 3.14, l'âme de la traverse est bien de section de classe 4.

3.2.4. Détermination de la partie efficace de l'âme

Ensuite, il faut appliquer la même démarche que celle effectuée lors du calcul des parties efficaces du bordé collaborant pour le calcul de la largeur efficace de l'âme.

L'âme étant par définition une paroi interne, le coefficient de voilement k_σ est donc déterminé par l'expression reprise dans le tableau en Figure 19 pour $\psi = -0,54$, i.e. :

$$k_\sigma = 7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2 = 14,08 \quad (3.15)$$

La valeur de k_σ en 3.15 nous mène aux valeurs de $\bar{\lambda}_p$ et ρ ci-dessous,

$$\bar{\lambda}_p = \left(\frac{h_w}{t_w} \right) \sqrt{\frac{f_y}{k_\sigma * 189\ 800}} = 3,23 \quad (3.16)$$

$$\rho = \frac{\left(1 - \frac{0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p}\right)}{\bar{\lambda}_p} = 0,3 \quad (\leq 1) \quad (3.17)$$

La partie efficace de la partie comprimée de l'âme peut finalement être définie avec 3.17 et les expressions à utiliser dans le tableau en Figure 19 pour $\psi = -0,54$,

$$b_{eff,w} = \rho b_c = \rho(Z_{CG,1} - 11) = 273,34 \text{ mm} \quad (3.18)$$

$$b_{e1,w} = 0,4b_{eff,w} = 109,34 \text{ mm} \quad b_{e2,w} = 0,6b_{eff,w} = 164,01 \text{ mm} \quad (3.19)$$

La largeur du « trou » dans l'âme vaut donc,

$$b_{trou,w} = b_c - b_{eff,w} = (Z_{CG,1} - 11) - 273,34 = 647,49 \text{ mm} \quad (3.20)$$

3.2.5. Calcul complet de la section efficace

Maintenant que les largeurs efficaces $b_{eff,col}$, $b_{e1,w}$ et $b_{e2,w}$ sont définies (cf. 3.11 et 3.19), la section efficace de la traverse peut être représentée en Figure 25.

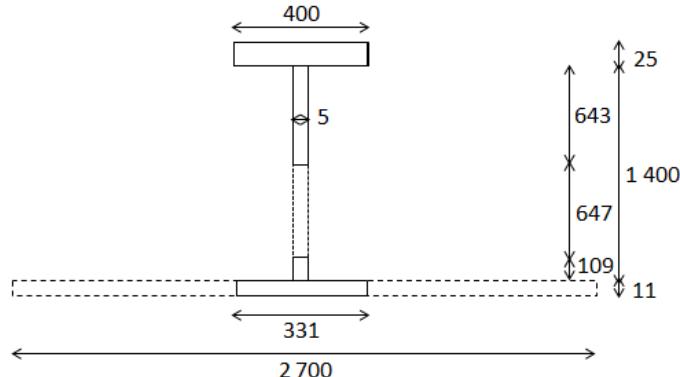


Figure 25 Section efficace déterminée après la première itération (bordé collaborant et âme).

Cependant, la position du centre de gravité de la section efficace en Figure 25 est supérieure à $Z_{CG,1}$. L'axe neutre en section efficace s'est donc à nouveau éloigné du bordé (cf. Figure 26).

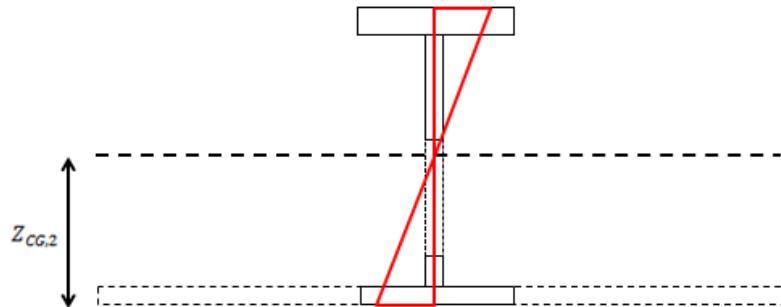


Figure 26 Distribution élastique et flexionnelle de contraintes σ au sein de la section efficace en Figure 25.

Ce qui peut être attendu du fait que les parties non efficaces des sections brutes de l'âme et du bordé collaborant sont à présent retirées (cf. Figure 26). Mais, en conséquence, cette section

efficace présente un nouveau diagramme flexionnel et élastique de contraintes σ , avec une zone comprimée agrandie.

En effet, si on calcule la position du nouveau centre de gravité, $Z_{CG,2}$, et le paramètre ψ correspondant, on obtient :

$$Z_{CG,2} = \frac{Z_{CG,b_{eff}} * A_{b_{eff}} + Z_{CG,w_1} * A_{w_1} + Z_{CG,w_2} * A_{w_2} + Z_{CG,f} * A_f}{A_{b_{eff}} + A_{w_1} + A_{w_2} + A_f} = 1022,58 \text{ mm} \quad (3.21)$$

$$\psi = \frac{-(h_t - Z_{CG,2})}{Z_{CG,2}} = -0,4 \quad (3.22)$$

La valeur du rapport de contraintes ψ (cf. équation 3.22) étant supérieure à la valeur du rapport ψ déterminé précédemment (cf. équation 3.13), le diagramme de contraintes en Figure 26 présente donc une plus grande zone de compression. Ainsi, une seconde section efficace doit être déterminée en partant du rapport ψ calculé en 3.22, i.e. lié au diagramme élastique flexionnel de contraintes en Figure 26.

Par ailleurs, il est probable que la seconde section efficace présente un diagramme de contraintes différent du diagramme de contraintes relatif à la première section efficace en Figure 26, et qui conduit donc à déterminer une troisième section efficace, et ainsi de suite. Autrement dit, le calcul de la section efficace est un procédé itératif.

Donc, le but est de parvenir au final à une section efficace présentant un diagramme élastique de contraintes égal au diagramme élastique de contraintes à partir duquel le calcul de cette section efficace a été effectué lors de la dernière itération.

Néanmoins, l'Eurocode 3 précise que la solution converge déjà après seulement trois ou quatre itérations.

En ce qui concerne notre traverse, c'est en arrivant finalement à la cinquième itération du processus que l'on parvient à la section efficace réelle de la traverse simplement fléchie. Nous pouvons constater la convergence du calcul à la cinquième itération par les valeurs des propriétés géométriques obtenues à chaque itération reprises dans le Tableau 3.

Itération i	$Z_{CG,i}$	$b_{eff,w,i}$	$b_{e1,w,i}$	$b_{e2,w,i}$	$b_{trou,w,i}$
1	931,8	273,3	109,3	164	647,5
2	1022,6	277	110,8	166,2	734,6
3	1027,7	277,3	110,9	166,4	739,4
4	1027,9	277,3	110,9	166,4	739,6
5	1027,9	277,3	110,9	166,4	739,6

Tableau 3 Propriétés géométriques, en millimètres, pour chaque itération du calcul de la section efficace. Les valeurs sont arrondies à la première décimale.

Ainsi, en référence aux propriétés géométriques de la cinquième itération du calcul de la section efficace, la section efficace de la traverse simplement fléchie est représentée en Figure 27.

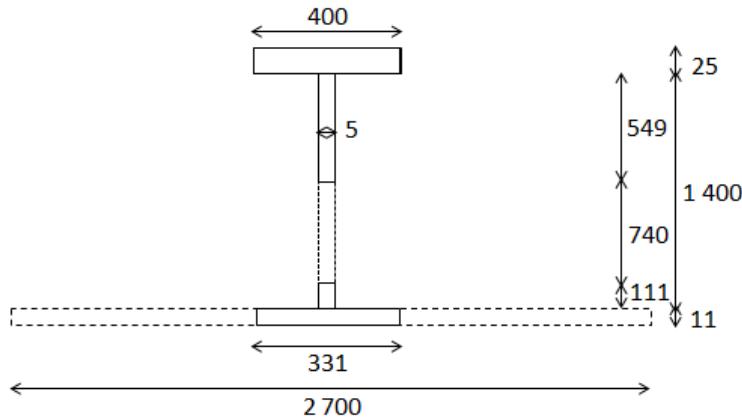


Figure 27 Section efficace de la seconde traverse en flexion seule

Il est intéressant de noter que les largeurs efficaces des deux parois en console du bordé collaborant (cf. équation 3.11) restent constantes puisqu'elles restent totalement comprimées à chaque itération du calcul.

Ainsi, après calcul de la section efficace de la traverse simplement fléchie, il est dès lors possible de déterminer directement la résistance correspondante, nommée M_{eff} . Ceci est repris au point suivant.

3.2.6. Calcul de la résistance de la traverse de section de classe 4 simplement fléchie (M_{eff}).

La résistance de la traverse simplement fléchie de section de classe 4, nommée pour rappel M_{eff} , est déterminée sur base de la formule élastique de Navier dans laquelle on reprend les propriétés de la section efficace en Figure 27.

En outre, cette section efficace étant simplement symétrique, une des deux fibres extrêmes atteint la limite élastique f_y avant l'autre. La résistance M_{eff} est donc déterminée en fonction de la fibre la plus contraignante.

Par ailleurs, vu que la position de l'axe neutre, égale à la position du centre de gravité de la section efficace $Z_{G,5}$ lorsque la traverse est simplement fléchie, est supérieure à la moitié de la hauteur totale de la section brute, la résistance M_{eff} va dès lors dépendre de la fibre comprimée. Ce qui nous amène finalement à la résistance ci-dessous.

$$M_{eff} = \min \left(\frac{f_y I_{eff}}{v_{sup.eff}}; \frac{f_y I_{eff}}{v_{inf.eff}} \right) = \frac{f_y I_{eff}}{v_{inf.eff}} = \frac{355 * 5,984 * 10^9}{1027,9 * 10^6} = 2066,63 \text{ kNm} \quad (3.23)$$

A noter que la résistance M_{eff} est finalement indépendante du taux de chargement flexionnel tant que la traverse est simplement fléchie, donc tant qu'il n'y a pas d'influence de l'effort de l'effort normal sur la résistance M_{eff} .

La seconde étape peut à présent débuter. Celle-ci consiste pour rappel à évaluer l'interaction $M - N$, c'est-à-dire la résistance en flexion M_{rd} en fonction de l'effort membranaire N_{ed} présent au sein de la traverse.

4. Développement d'efforts membranaires au sein de la traverse

4.1. Type de portes d'écluse où l'effort membranaire peut se développer

Il est important de préciser que le travail de fin d'études concerne certains types de portes d'écluse.

En effet, les efforts membranaires peuvent apparaître au sein de la traverse si les conditions d'appuis aux extrémités de la traverse le permettent, comme par exemple le schéma statique en Figure 28. Autrement dit, il est nécessaire que les déplacements longitudinal (selon l'axe X) et transversal (selon l'axe Z) des extrémités de la traverse soient empêchés afin de donner apparition à de la traction au sein de cette traverse dans l'hypothèse de grands déplacements (cf. Figure 28).

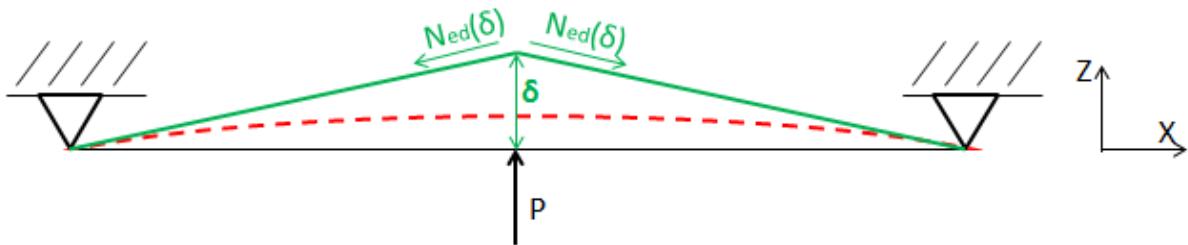


Figure 28 Schéma statique de la traverse supposée simplement appuyée. En rouge, Déformée de la traverse dans l'hypothèse d'une analyse élastique. En vert, déformée de la traverse dans l'hypothèse de grands déplacements.

Notons que les hypothèses permettant d'atteindre de grands déplacements et la méthode pour calculer l'effort membranaire $N_{ed}(\delta)$ sont abordées au point 4.2.

Or, les appuis de portes d'écluse ne correspondent pas aux appuis simples en Figure 28 et ne peuvent donc pas être origines de l'apparition d'efforts membranaires.

En effet, les appuis de portes d'écluse doivent être conçus à la fois pour l'étanchéité, mais également pour l'ouverture et la fermeture des portes. La porte repose principalement sur les bajoyers lorsque celle-ci se trouve en position fermée, ce qui empêche les translations selon Z mais ne bloque pas les déplacements selon X.

Finalement, l'origine de ces efforts membranaires au sein de la traverse provient de la porte elle-même et, plus précisément, de l'apport de rigidité fournie aux extrémités de la traverse.

Par exemple, parmi les types de portes employés couramment dans le domaine de voies navigables où l'effort membranaire peut se présenter au sein de la traverse, la porte à simple bordé sur quoi est basé le travail de fin d'études (cf. Figure 1) en fait partie.

En effet, pour une porte à simple bordé, l'apport de rigidité aux extrémités de la traverse existe uniquement grâce aux aiguilles. Par le fait que ces aiguilles possèdent leur propre rigidité flexionnelle EI/L , selon les axes faible et fort, le déplacement des extrémités de la traverse n'est en réalité pas totalement libre. Le schéma statique d'une traverse est donc en réalité une poutre posée sur deux appuis à rouleaux (déplacement possible selon X), mais retenue par des ressorts

en leurs extrémités, pour prendre en compte la raideur flexionnelle des aiguilles selon l'axe faible.

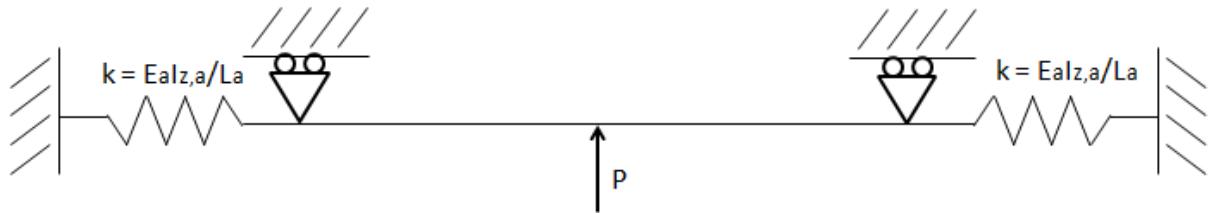


Figure 29 Schéma statique réel d'une traverse maintenue par des aiguilles en ses extrémités. La raideur des ressorts k dépend uniquement des propriétés géométriques des aiguilles.

Cependant, dans le cadre du travail de fin d'études, on va supposer que la traverse est simplement appuyée comme au schéma statique en Figure 28, où le déplacement des nœuds est *parfaitement* bloqué dans les directions X et Z. Dès lors, il est nécessaire que les aiguilles situées aux extrémités de la traverse possèdent une rigidité flexionnelle *parfaite* (infinie), principalement selon l'axe faible.

Ainsi, on fait l'hypothèse que la rigidité flexionnelle des aiguilles (situées aux extrémités de la traverse) selon les axes faible et fort est considérée comme infinie.

Remarquons que le déplacement selon Z des extrémités de la traverse est déjà empêché par le fait que la semelle de la traverse repose sur le bajoyer. Ensuite, c'est principalement l'inertie d'axe faible de l'aiguille qui dépend du développement d'efforts membranaires.

Notons également que même si la rigidité aux extrémités est très importante, les appuis dans le schéma statique peuvent toujours être considérés comme des appuis simples, et non des encastrements. Car il suffit d'augmenter la raideur inertielle de l'aiguille pour réduire les déplacements selon X et Z, mais sa raideur en torsion reste quant à elle très faible puisque sa section est en forme de T. Elle reprend donc très peu de flexion lors de l'impact d'un bateau.

4.2. Hypothèses à définir et calcul de l'effort membranaire Ned

Tout d'abord, la première hypothèse est d'imposer une rigidité flexionnelle parfaite aux aiguilles situées aux extrémités de la traverse, autour des axes faible et fort.

Ensuite, des effets membranaires significatifs peuvent apparaître au sein de la traverse si cette dernière est suffisamment ductile, puisque la traverse se doit de posséder une capacité de rotation suffisante.

En effet, après que la traverse étudiée au chapitre 3 ait atteint sa résistance flexionnelle M_{eff} , c'est principalement par l'hypothèse d'une capacité de rotation suffisante (et donc par la ductilité du matériau) que la traverse peut par la suite s'allonger de manière significative et donner apparition à des efforts membranaires conséquents.

Par ailleurs, quand la traverse atteint sa résistance flexionnelle M_{eff} , la flèche de la poutre à mi-travée est si petite que les efforts membranaires sont négligeables et ne peuvent apporter un réel surplus de résistance flexionnelle.

Ceci peut être constaté par voie analytique. La flèche peut être déterminée par la formule élastique de résistance des matériaux, puisqu'il est permis d'après l'Eurocode 3 de considérer que la poutre se déforme de manière élastique jusqu'à la résistance M_{eff} . Ensuite, l'effort membranaire qui en découle, grâce également à la raideur axiale $EA/(L_0/2)$ d'une demi-longueur de traverse, peut être calculé par simple géométrie.

$$f_{mi\ travée} = \frac{P_{M_{eff}} L_0^3}{48EI} = \frac{\frac{4M_{eff}}{L_0} L_0^3}{48EI} = 9,1\ mm \quad (4.1)$$

$$N_{ed}(f_{mi\ travée}) = \frac{EA}{\frac{L_0}{2}} \Delta L = \frac{EA}{\frac{L_0}{2}} \left(\sqrt{\left(\left(\frac{L_0}{2} \right)^2 + f_{mi\ travée}^2 \right)} - \frac{L_0}{2} \right) = 8,66\ kN \quad (4.2)$$

$$\sigma_m = \frac{N_{ed}(f_{mi\ travée})}{A} = 0,19\ MPa \quad (4.3)$$

Les paramètres étant définis de la manière suivante,

- $P_{M_{eff}}$: charge d'impact permettant à la section à mi-travée d'atteindre la résistance M_{eff} .
- $EA/(L_0/2)$: raideur axiale d'une demi-longueur de traverse.
- A, I : propriétés de la section brute de la traverse.
- L_0 : longueur initiale de la traverse.
- ΔL : allongement d'une demi-longueur de traverse.

Il est forcé de constater que l'effort $N_{ed}(f_{mi\ travée})$ conduit à des contraintes membranaires σ_m assez faibles et ne pouvant jouer un réel rôle à la résistance flexionnelle de la traverse.

Notons que le calcul qui a été réalisé ici n'est pas permis en réalité puisque le calcul de la flèche suppose un moment de flexion seul et l'hypothèse d'une analyse linéaire élastique, alors que les efforts membranaires se développent dans l'hypothèse d'une grande déformation. Ceci permet juste de montrer que la valeur approximative des contraintes membranaires atteinte reste faible.

Ainsi, pour rester dans l'hypothèse de grandes déformations et pour étudier le développement d'efforts membranaires, il faut tout d'abord imposer une capacité de rotation infinie à la traverse après avoir atteint la résistance M_{eff} . Ensuite, pour déterminer l'allongement et l'effort membranaire qui en résulte, ceci est pratiqué de la manière suivante :

- On impose initialement un déplacement transversal δ à mi-travée.
- Ensuite, les traverses restant rectilignes de part et d'autre de la section à mi-travée, l'allongement et l'effort membranaire résultant peuvent cette fois-ci être calculés par l'équation 4.2 en remplaçant la flèche $f_{mi\ travée}$ par le déplacement transversal δ (cf. équation 4.4).

$$N_{ed}(\delta) = \frac{EA}{\frac{L_0}{2}} \Delta L = \frac{EA}{\frac{L_0}{2}} \left(\sqrt{\left(\left(\frac{L_0}{2} \right)^2 + \delta^2 \right)} - \frac{L_0}{2} \right) \quad (4.4)$$

Par ailleurs, si les traverses conçues au sein de portes d'écluse sont suffisamment longues, il est possible de déterminer l'effort membranaire par une formule simplifiée au lieu d'appliquer l'équation 4.4.

En effet, la déformation de la traverse après allongement vaut,

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{\frac{L_0}{2}} = \frac{\sqrt{\left(\left(\frac{L_0}{2} \right)^2 + \delta^2 \right)} - \frac{L_0}{2}}{\frac{L_0}{2}} = \sqrt{\left(1 + \left(\frac{\delta}{\frac{L_0}{2}} \right)^2 \right)} - 1 \quad (4.5)$$

Si le rapport $\delta/(L_0/2)$ est très faible, l'expression 4.5 devient,

$$\varepsilon = 1 + 0,5 * \left(\frac{\delta}{\frac{L_0}{2}} \right)^2 - 1 = 2 * \left(\frac{\delta}{L_0} \right)^2, \text{ si et seulement si, } \frac{\delta}{\frac{L_0}{2}} \ll \frac{\delta}{L_0} \quad (4.6)$$

Ce qui nous amène à la formule simplifiée N_{ed} en fonction du déplacement transversal δ ci-dessous (cf. équation 4.7),

$$N_{ed}(\delta) = EA\varepsilon = \frac{2EA}{L_0^2} \delta^2 \leftrightarrow N_{ed} \# \delta^2 \quad (4.7)$$

L'équation 4.7 montre également, grâce à la condition précisée en 4.6, la proportionnalité entre l'effort membranaire N_{ed} au sein de la traverse et le déplacement transversal δ à mi-longueur de la traverse.

Si on reprend la traverse en Figure 22, dont sa demi-longueur vaut pour rappel 6,85m, il est permis pour cette traverse d'utiliser l'expression 4.7 dans le calcul de l'effort membranaire N_{ed} . Ceci peut être justifié en calculant les efforts membranaires par les équations 4.4 et 4.7 et en comparant les résultats obtenus de manière graphique (cf. Figure 30 et Figure 31).

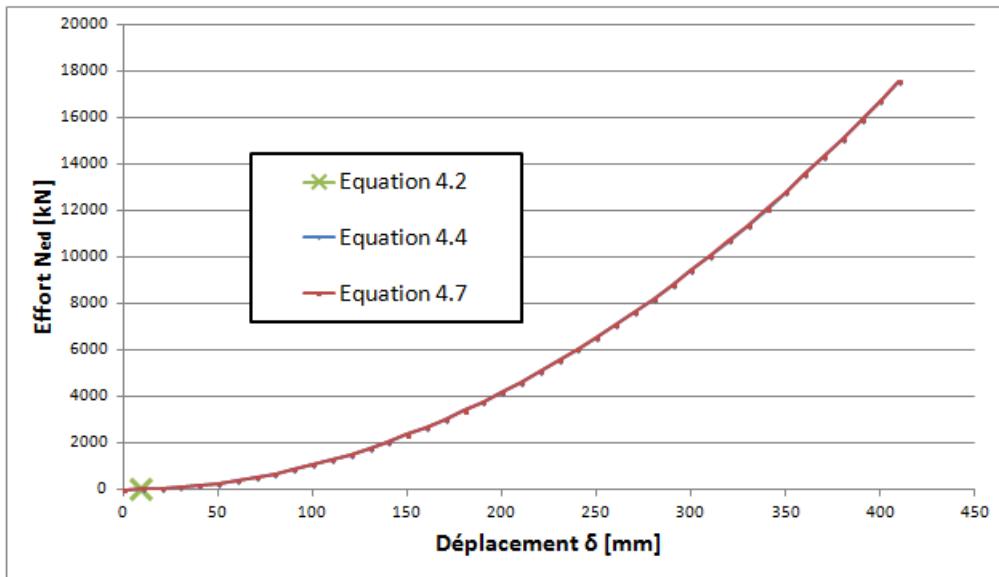


Figure 30 Effort membranaire N_{ed} au sein de la traverse en fonction du déplacement transversal δ .

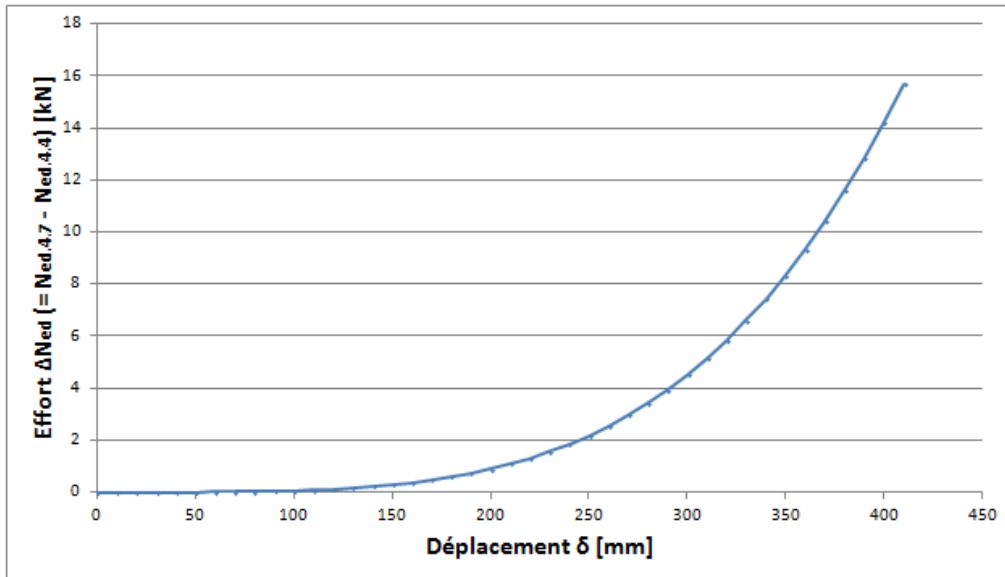


Figure 31 Différence entre l'effort membranaire N_{ed} calculé par l'équation 4.7 et l'effort N_{ed} calculé par l'équation 4.4, nommée ΔN_{ed} , en fonction du déplacement transversal δ .

D'après les deux graphiques, on peut finalement considérer qu'il y a bien proportionnalité entre l'effort N_{ed} et le carré du déplacement transversal δ . En d'autres termes, la différence entre les deux valeurs N_{ed} est suffisamment faible qu'il est permis de considérer la proportionnalité citée en 4.7.

Par ailleurs, l'intérêt de cette étude étant l'intensité des contraintes membranaires σ_m , les équations 4.4 et 4.7 montrent que l'effort membranaire augmente lorsque la raideur axiale $EA/(L_0/2)$ ou le déplacement transversal δ augmente. En ce qui concerne l'augmentation du premier facteur, c'est plus précisément un module de Young E élevé et une longueur initiale de traverse L_0 faible qui conduisent à une augmentation de σ_m pour un même déplacement transversal δ .

4.3. Etude des courbes d'interaction M-N en phase élastique

Tout d'abord, les hypothèses nécessaires pour tenir compte des efforts membranaires, et qui doivent donc être considérées dans la partie pratique du travail de fin d'études, sont les suivantes :

- La rigidité flexionnelle EI/L , selon les axes faible et fort, des aiguilles situées aux extrémités de la traverse étudiée est supposée parfaite (ou infinie),
- la capacité de rotation de la traverse est supposée infinie.

Ensuite, précisons que, même si le développement d'efforts membranaires est applicable dans l'hypothèse de grands déplacements, la recherche dans le cadre du travail de fin d'études reste sur une vérification élastique en section efficace.

En effet, l'objectif principal du travail de fin d'études est pour rappel de parvenir à des expressions analytiques d'interaction de flexion et de traction (approchées et simplifiées) pour des traverses de section de classe 4, par l'approche élastique, tout en respectant les conditions au sein de l'Eurocode 3.

Bien entendu, les résultats qui seront obtenus au final doivent être validés par une analyse avec un programme d'éléments finis (*LS-DYNA*).

5. Influence de l'effort membranaire Ned sur la résistance flexionnelle d'une traverse de section de classe 4

5.1. Condition d'obtention d'une traverse simplement fléchie de section de classe 4

Il est tout d'abord important de rappeler que le travail de fin d'études porte uniquement sur les traverses fléchies de section de classe 4.

Par définition, la traverse est une poutre possédant une âme et une semelle. Dès lors, sachant que la semelle de la traverse est épaisse et tendue par hypothèse, puisque la charge d'impact est appliquée côté bordage (cf. Figure 1 et Figure 2), la traverse simplement fléchie est donc définie de classe 4 si et seulement si son âme est de classe 4.

Autrement dit, l'élancement de l'âme d'une traverse simplement fléchie doit être suffisamment élevé pour que l'âme, et donc la traverse, soient définies de classe 4.

Par ailleurs, l'âme reste une paroi interne, i.e. avec ses deux conditions d'appuis, puisque la section totale de la traverse comprend toujours la partie collaborante du bordé. Donc, pour être de classe 4, l'âme doit être en accord avec les conditions reprises dans l'Eurocode 3, sur les parois internes (cf. Annexe 1), à savoir (cf. équations 5.1 et 5.2),

$$\text{Si, } \psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \leq -1 \quad \frac{h_w}{t_w} > 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi} \quad (5.1)$$

$$\text{Si, } \psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} > -1 \quad \frac{h_w}{t_w} > \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi} \quad (5.2)$$

Où, $\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$, avec $f_y = 355 \text{ Mpa}$.

Par conséquent, au vu des équations 5.1 et 5.2, la classification de l'âme dépend uniquement du rapport des contraintes aux fibres extrêmes ψ , où les contraintes σ_1 et σ_2 sont rapportées :

- sur la section brute si le bordé collaborant est de classe 3, 2 ou 1, ou
- sur la section avec bordé collaborant efficace, si ce dernier est de classe 4.

5.2. Problématique du calcul de section efficace pour une traverse de section de classe 4 fléchie et tendue

Tant qu'une traverse de section de classe 4 est simplement fléchie, un calcul direct de section efficace suffit pour déterminer le moment résistant M_{eff} .

Effectivement, comme le montre l'exemple de calcul de section efficace (cf. chapitre 3), l'origine de cet unique processus provient de la simplification dans le calcul du rapport de contraintes ψ , i.e. la principale inconnue à connaître à chaque itération.

Deux raisons provoquent cette simplification :

- lorsqu'une traverse est simplement symétrique, c'est notre cas, le diagramme de contraintes élastique flexionnel reste en accord avec la loi élastique de Navier.
- En outre, si la traverse est simplement fléchie, l'axe neutre passe par le centre de gravité de la section.

Par conséquent, en combinant ces deux hypothèses, le rapport de contraintes aux fibres extrêmes ψ reste constant pour tout moment de flexion sollicitant (cf. équation 5.3).

$$\psi = -\frac{\frac{M_{ed}v_{sup}}{I}}{\frac{M_{ed}v_{inf}}{I}} = -\frac{v_{sup}}{v_{inf}} = -\frac{h_t - Z_{CG}}{Z_{CG}} \quad (5.3)$$

A noter que la formule en 5.3 représente le calcul de ψ relatif à la section brute, donc sur base des propriétés de la section brute. L'expression 5.3 reste valable pour le paramètre ψ relatif à la section efficace si, bien entendu, on remplace les propriétés I, v_{sup}, v_{inf} et Z_{CG} de la section brute dans l'équation par les propriétés $I_{eff}, v_{sup,eff}, v_{inf,eff}$ et $Z_{CG,eff}$ de la section efficace.

Ainsi, dans le cadre d'une traverse simplement fléchie, le paramètre ψ est indépendant du moment de flexion sollicitant. Dès lors, une seule section efficace existe et est représentative du moment résistant du profilé de classe 4, notée M_{eff} .

Cependant, la simplification en 5.3 n'est uniquement valable que pour une traverse simplement fléchie. En effet, dès qu'un effort de traction N_{ed} vient à s'ajouter dans l'analyse :

- l'axe neutre est décalé vers le bas par rapport au centre de gravité de la section, et
- la position de cet axe neutre dépend des valeurs du moment de flexion et de l'effort membranaire considérées dans l'analyse.

Autrement dit, pour un effort membranaire donné N_{ed} , le rapport des contraintes aux fibres extrêmes ψ va cette fois-ci différer d'une valeur de moment M_{ed} à une autre. Ceci est montré de manière analytique en 5.4, pour le calcul du paramètre ψ relatif à la section brute.

$$\psi = -\left(\frac{\frac{M_{ed}v_{sup}}{I} + \frac{N_{ed}}{A}}{\frac{M_{ed}v_{inf}}{I} - \frac{N_{ed}}{A}} \right) \quad (5.4)$$

Ainsi, la problématique est de devoir trouver la valeur du moment résistant M_{rd} qui, combiné à un effort membranaire N_{ed} donné, atteint la limite élastique f_y en section efficace, sans pouvoir calculer préalablement la section efficace.

5.3. Réflexion sur l'évolution du moment résistant M_{rd} en fonction de l'effort membranaire N_{ed}

Il est néanmoins possible, avant d'entamer des recherches et tout procédé de calcul, de réfléchir sur l'évolution du moment résistant M_{rd} en fonction de l'effort membranaire N_{ed} .

Tout d'abord, considérons le cas où la traverse fléchie et tendue est soumise à un moment de flexion M_{ed} et un effort membranaire N_{ed} d'intensité modérée donnés. A cet effet et sachant que l'axe neutre est décalé vers le bas par rapport au centre de gravité, la section brute de l'âme présente une portion comprimée plus petite par rapport au cas d'une traverse simplement fléchie (cf. Figure 32). Donc, la section efficace va d'ores et déjà augmenter par la présence de l'effort de traction N_{ed} .

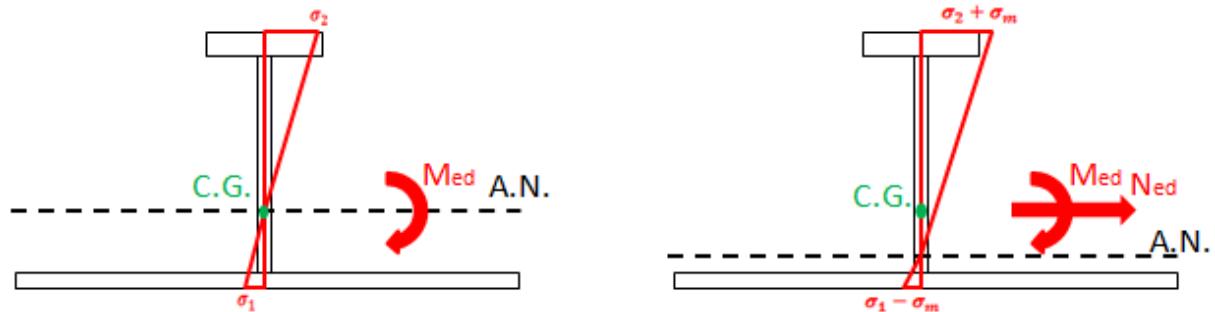


Figure 32 Section brute de la traverse. A gauche, traverse simplement fléchie, sous M_{ed} . A droite, décalage de l'axe neutre vers le bordé par la présence de l'effort membranaire N_{ed} .

Ensuite, il importe de préciser que l'effort membranaire N_{ed} est appliqué uniquement au centre de gravité de la section brute. Donc, il apparaît d'office un moment de flexion supplémentaire $N_{ed}e_{m,eff}$ en section efficace, par la présence de l'excentricité $e_{m,eff}$ entre le centre de gravité de la section brute et celui de la section efficace (cf. Figure 33).

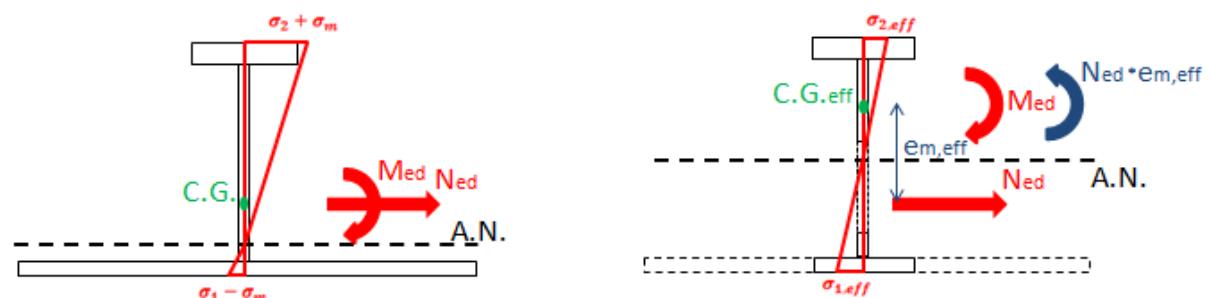


Figure 33 A gauche, Diagramme de contrainte sous $M_{ed}-N_{ed}$ en section brute. A droite, diagramme de contraintes sous $M_{ed}-N_{ed}$ en section efficace

On constate que le moment de flexion $N_{ed}e_{m,eff}$ est toujours opposé au moment de flexion M_{ed} par le fait que le centre de gravité se rapproche de la semelle dans le calcul de section efficace. Ainsi, le moment de flexion résultant en section efficace $M_{ed} + N_{ed}e_{m,eff}$ est toujours inférieur au moment de flexion en section brute M_{ed} .

Finalement, la présence de l'effort membranaire N_{ed} dans une traverse fléchie de section de classe 4 conduit à

- agrandir la section efficace (cf. Figure 32), et
- réduire les contraintes flexionnelles en section efficace (cf. Figure 33).

Par conséquent, ces deux phénomènes (cf. Figure 32 et Figure 33) indiquent que le moment résistant M_{rd} d'une traverse fléchie et tendue de section de classe 4, où l'âme est toujours de classe 4, peut être supérieur au moment résistant de cette même traverse simplement fléchie, nommée M_{eff} .

En outre, pour rappel, à chaque itération dans le calcul de section efficace, un rapport de contraintes ψ est recalculé en fonction des propriétés de la section obtenue à la fin de l'itération précédente. Donc, le paramètre ψ_i relatif à la section obtenue à la fin de l'itération précédente doit prendre en compte le moment de flexion $N_{ed}e_{m,i-1}$, où $e_{m,i-1}$ représente l'excentricité entre le centre de gravité de la section obtenue à l'itération précédente et celui de la section brute (cf. équation 5.5).

$$\psi_i = - \left(\frac{\frac{(M_{ed} - N_{ed}e_{m,i-1})v_{sup,i-1}}{I_{i-1}} + \frac{N_{ed}}{A}}{\frac{(M_{ed} - N_{ed}e_{m,i-1})v_{inf,i-1}}{I_{i-1}} - \frac{N_{ed}}{A}} \right) \quad (5.5)$$

Où, i désigne la numérotation de l'itération.

En rappel bien entendu que le calcul de la section efficace s'arrête lorsque la section efficace présente un diagramme de contraintes égal au diagramme de contraintes de l'itération précédente, c'est-à-dire lorsque l'on a bien convergence du calcul.

Néanmoins, ce qui vient d'être expliqué reste valable tant que le moment résistant M_{rd} , lié à un effort N_{ed} donné, est caractéristique d'un rapport de contraintes ψ en section brute respectant toujours les conditions de l'Eurocode 3 pour être de classe 4.

Effectivement, la courbe d'interaction $M - N$ déterminée par le calcul de section efficace, donc relative à une section de classe 4, s'arrête dès qu'on atteint le couple $M_{rd,lim\ cl4} - N_{ed,lim\ cl4}$, i.e. le couple d'efforts limite pour être de classe 4. Autrement dit, pour un effort membranaire $N_{ed} > N_{ed,lim\ cl4}$, la courbe d'interaction $M - N$ suit la courbe d'interaction linéaire élastique d'une section de classe 3 puisque la section est devenue de classe 3.

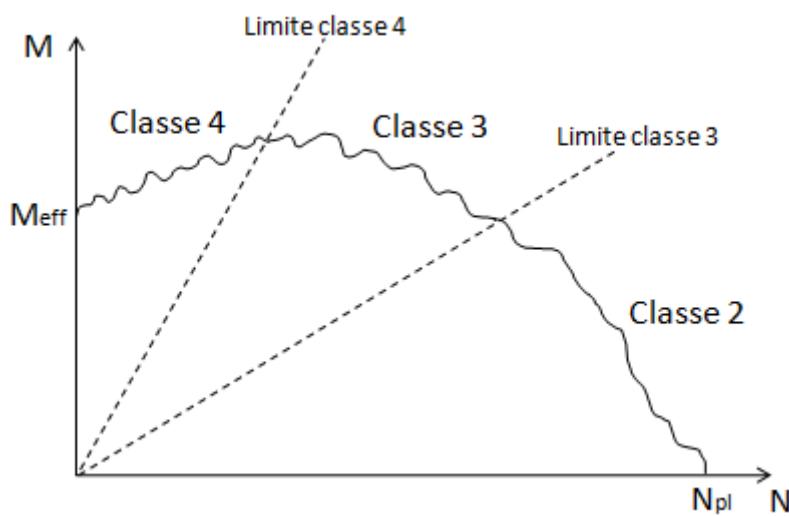


Figure 34 Changement de classification de section le long de la courbe d'interaction $M - N$.

Notons que la section pourrait éventuellement devenir de classe 2 si la courbe d'interaction $M - N$ élastique intercepte le couple $M_{rd,lim\ cl3} - N_{ed,lim\ cl3}$. Néanmoins, l'intérêt du travail est

principalement de parvenir à déterminer au mieux de manière analytique la courbe d'interaction $M - N$ d'une section de classe 4. Donc, seul le passage de la section de classe 4 vers une section de classe 3 sera pris en compte dans la courbe d'interaction $M - N$.

Par conséquent, vu que la section de la traverse peut être par hypothèse soit de classe 4 ou de classe 3 selon les conditions de l'Eurocode 3, les recherches portent uniquement sur une analyse et une vérification élastiques lors de l'étude de la courbe d'interaction $M - N$.

Cependant, deux catégories de traverses simplement fléchies possibles doivent être considérées dans la recherche de la courbe d'interaction $M - N$:

- la traverse simplement fléchie où seule l'âme est de classe 4, ou
- la traverse simplement fléchie où l'âme et le bordé collaborant sont de classe 4.

Ainsi, il est intéressant de discuter sur les valeurs du couple $M_{rd,lim,cl4} - N_{ed,lim,cl4}$ pour chacune de ces deux traverses.

5.3.1. Premier cas : traverse simplement fléchie où seule l'âme est de classe 4

Si la traverse simplement fléchie est de section de classe 4 uniquement en raison de l'élancement de l'âme, le couple $M_{rd,lim,cl4} - N_{ed,lim,cl4}$ correspond d'office à un diagramme de contraintes en section brute tel que le rapport de contraintes aux fibres extrêmes ψ parvient à l'égalité en 5.1 ou en 5.2.

Ce qui vient à considérer les équations 5.6 et 5.7 ci-dessous, avec $\psi = \psi_{lim,cl4}$ déterminé en fonction des contraintes σ_1 et σ_2 dans la section brute (cf. équation 5.8).

$$\text{Si, } \psi_{lim,cl4} \leq -1 \quad \frac{h_w}{t_w} = 62\varepsilon(1 - \psi_{lim,cl4})\sqrt{-\psi_{lim,cl4}} \quad (5.6)$$

$$\text{Si, } \psi_{lim,cl4} > -1 \quad \frac{h_w}{t_w} = \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi_{lim,cl4}} \quad (5.7)$$

$$\psi_{lim,cl4} = \frac{\sigma_{2,lim,cl4}}{\sigma_{1,lim,cl4}} = - \left(\frac{\frac{M_{rd,lim,cl4}v_{sup}}{I} + \frac{N_{ed,lim,cl4}}{A}}{\frac{M_{rd,lim,cl4}v_{inf}}{I} - \frac{N_{ed,lim,cl4}}{A}} \right) \quad (5.8)$$

Dès lors, connaissant l'élancement de l'âme h_w/t_w et la nuance d'acier de la traverse, le paramètre $\psi_{lim,cl4}$ peut être obtenu par les équations 5.6, 5.7 et 5.8.

En outre, vu l'équation 5.8, l'ensemble des couples $M_{ed,lim,cl4} = f(N_{ed,lim,cl4})$ avec lesquels on atteint $\psi_{lim,cl4}$ au sein de la section brute représente finalement une droite partant de l'origine dans le graphique $M - N$ (cf. équation 5.9).

$$M_{ed,lim,cl4} = N_{ed,lim,cl4} * \frac{I(\psi_{lim,cl4} - 1)}{A(v_{sup} + \psi_{lim,cl4}v_{inf})} \quad (5.9)$$

Ainsi, dans le domaine à gauche de la droite limite de section de classe 4, nommée droite $\psi_{lim,cl4}$, la section de la traverse est de classe 4. Tandis que dans le domaine à droite, la traverse est de section de classe 3. Autrement dit, la partie de la courbe d'interaction $M - N$ à gauche de la

droite $\psi_{lim,cl4}$ est calculée par le calcul de section efficace alors que l'autre partie suit la courbe d'interaction élastique de la traverse (cf. Figure 35).

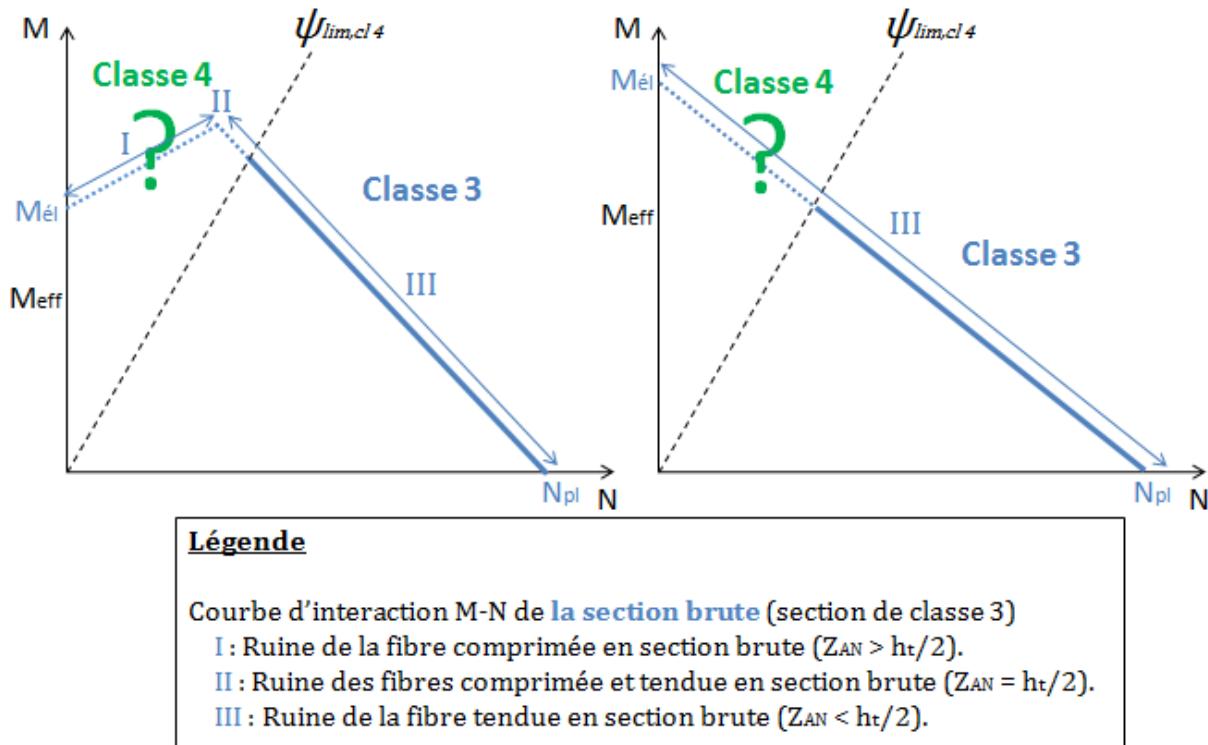


Figure 35 Possibles situations d'interaction $M - N$ en partant d'une traverse simplement fléchie de section de classe 4 où seule l'âme est de classe 4. Dans la situation de gauche, la fibre comprimée en section brute atteint f_y sous le moment élastique M_{el} . Dans celle de droite, la fibre tendue atteint f_y en section brute sous M_{el} .

Il est intéressant de noter que, pour une traverse de section de classe 4 donnée, plus l'élancement de l'âme h_w/t_w augmente, plus la pente de la droite $\psi_{lim,cl4}$ diminue, et vice versa (cf. Figure 36). Autrement dit, lorsqu'une traverse de section de classe 4 est soumise à un moment de flexion M_{ed} donné, plus l'élancement de l'âme h_w/t_w augmente, plus l'effort membranaire N_{ed} permettant d'atteindre $\psi_{lim,cl4}$ est important, et inversement.

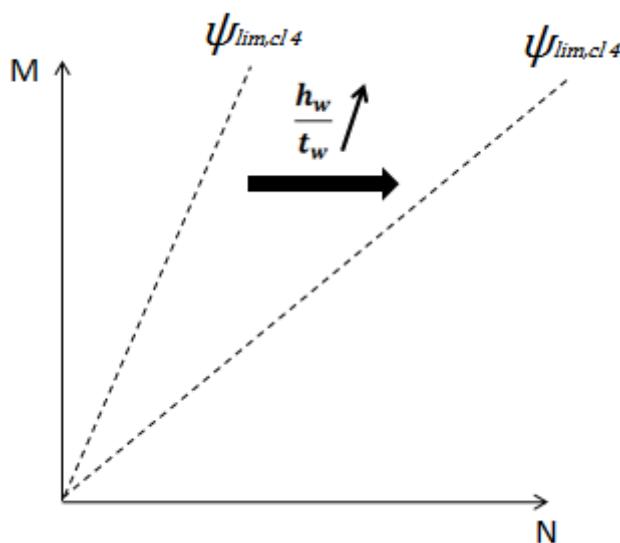


Figure 36 Représentation, en noir, de la droite $M_{ed,lim,cl4} = f(N_{ed,lim,cl4})$ pour une traverse de section de classe 4. La flèche indique le sens de la rotation de la droite $\psi_{lim,cl4}$ autour de l'origine lorsque l'élancement de l'âme h_w/t_w de cette même traverse s'accroît.

Autrement dit, l'inclinaison de la droite $\psi_{lim,cl4}$ dépend principalement de l'élancement de l'âme.

Notons que seule la partie de la courbe d'interaction $M - N$ correspondant à une section de classe 3 peut être connue par des expressions analytiques directes (cf. Figure 35).

Effectivement, prenons par exemple la courbe d'interaction $M - N$ d'une section de classe 3 dans la situation de gauche en Figure 35, i.e. lorsque la position du centre de gravité de la section brute, Z_{CG} , est supérieure à la mi-hauteur de la section brute, $h_t/2$.

On sait à présent que lorsqu'un effort membranaire N_{ed} est présent en plus d'un moment de flexion M_{ed} au sein de la section, l'axe neutre se déplace vers le bordé. Donc, tant que l'axe neutre est situé au-dessus de la mi-hauteur de la section brute, le moment résistant M_{rd} augmente linéairement avec N_{ed} (cf. équation 5.10).

$$Si, \quad Z_{AN} \geq \frac{h_t}{2} \quad \sigma_1 = \frac{M_{rd} * v_{inf}}{I} - \frac{N_{ed}}{A} = f_y \quad \text{où, } M_{rd} > M_{\text{él}} \quad (5.10)$$

Ensuite, dès que l'axe neutre se trouve à la mi-hauteur, on atteint la combinaison d'efforts $M_{rd,max} - N_{ed}$ en 5.11, où f_y est atteint en fibre comprimée et en fibre tendue.

$$Si, \quad Z_{AN} = \frac{h_t}{2} \quad \begin{cases} |\sigma_2| = \frac{M_{rd,max} * v_{sup}}{I} + \frac{N_{ed}}{A} = f_y \\ \sigma_1 = \frac{M_{rd,max} * v_{inf}}{I} - \frac{N_{ed}}{A} = f_y \end{cases} \quad (5.11)$$

En partant du couple d'efforts $M_{rd,max} - N_{ed}$, une augmentation de l'effort membranaire N_{ed} conduit à une diminution linéaire du moment résistant M_{rd} , jusqu'à s'annuler en $N_{ed} = N_{pl}$, où N_{pl} désigne la résistance plastique en traction pure de la traverse (cf. équation 5.12).

$$Si, \quad Z_{AN} \leq \frac{h_t}{2} \quad |\sigma_2| = \frac{M_{rd} * v_{sup}}{I} + \frac{N_{ed}}{A} = f_y \quad \text{où, } M_{rd} < M_{rd,max} \quad (5.12)$$

En ce qui concerne la situation de droite en Figure 35, i.e. lorsque la position du centre de gravité de la section brute est inférieure ou égale à la mi-hauteur, la courbe d'interaction respecte l'équation 5.12 pour tout $N_{ed} \in [0; N_{pl}]$, avec $M_{rd,max} = M_{\text{él}}$.

Par conséquent, lorsqu'on part d'une traverse simplement fléchie où seule l'âme est de section de classe 4 :

- la droite $\psi_{lim,cl4}$ est déterminée à partir des équations 5.6, 5.7, 5.8 et 5.9,
- la partie de la courbe d'interaction $M - N$ à gauche de la droite $\psi_{lim,cl4}$ est déterminée par un calcul de section efficace, et
- la partie de la courbe d'interaction $M - N$ à droite de la droite $\psi_{lim,cl4}$ correspond au respect des expressions analytiques d'une section de classe 3 (cf. équations 5.10, 5.11 et 5.12).

5.3.2. Deuxième cas : traverse simplement fléchie où l'âme et le bordé collaborant sont de classe 4

Lorsque la traverse simplement fléchie est de section de classe 4 en raison des élancements de l'âme et du bordé collaborant, le couple $M_{rd,lim,cl4} - N_{ed,lim,cl4}$ correspond à une distribution de contraintes en section avec bordé efficace tel que le rapport de contraintes aux fibres extrêmes ψ satisfait à l'équation 5.1 ou 5.2.

Autrement dit, ce qui diffère du premier cas, c'est uniquement la section à partir de laquelle ce rapport ψ est calculé, i.e. la section de la traverse dont la semelle et l'âme de la traverse restent brutes, mais seule la partie efficace du bordé collaborant est pris en compte. Donc, au sein de ce travail de fin d'études, cette section est désormais nommée section avec bordé efficace.

Ainsi, il faut à nouveau considérer les équations 5.6 et 5.7, avec dans ce cas-ci $\psi = \psi_{lim,cl4}$ déterminé en fonction des contraintes σ_1 et σ_2 dans la section avec bordé efficace (cf. équation 5.13).

$$\psi_{lim,cl4} = \frac{\sigma_{2,lim,cl4}}{\sigma_{1,lim,cl4}} = - \left(\frac{\frac{(M_{rd,lim,cl4} - N_{ed,lim,cl4}e_{m,beff})v_{sup,beff}}{I_{beff}} + \frac{N_{ed,lim,cl4}}{A}}{\frac{(M_{rd,lim,cl4} - N_{ed,lim,cl4}e_{m,beff})v_{inf,beff}}{I_{beff}} - \frac{N_{ed,lim,cl4}}{A}} \right) \quad (5.13)$$

Où, à titre de comparaison, les propriétés de la section avec bordé efficace sont annotées « *beff* ».

Par ailleurs, quelle que soit la position de l'axe neutre, tant que le bordé collaborant est de classe 4, la largeur efficace du bordé est toujours égale à celle déterminée dans le cas de la traverse simplement fléchie (cf. Figure 37).

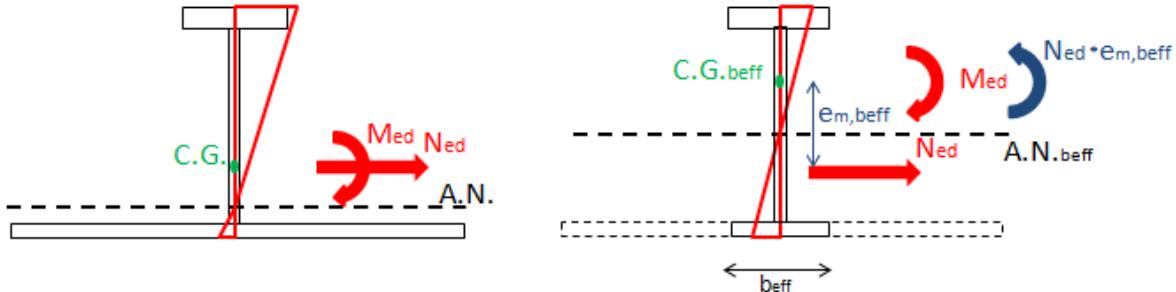


Figure 37 Largeur efficace du bordé collaborant, notée b_{eff} , reste constante.

Ainsi, puisque la section avec bordé efficace reste constante, ses propriétés ($e_{m,beff}$, $v_{sup,beff}$, $v_{inf,beff}$, I_{beff}) le sont également. Donc, la recherche des couples d'efforts $M_{rd} - N_{ed}$ par le calcul de section efficace peut déjà partir de la section avec bordé efficace tant que le bordé est de classe 4.

Par conséquent, puisque la section avec bordé efficace d'une traverse est toujours constante, l'ensemble des couples $M_{ed,lim,cl4} = f(N_{ed,lim,cl4})$ avec lesquels on atteint $\psi_{lim,cl4}$ au sein de la section avec bordé efficace représente également une droite partant de l'origine dans le graphique $M - N$ (cf. équation 5.14).

$$M_{ed,lim,cl4} = N_{ed,lim,cl4} * \left(\frac{I_{beff}(\psi_{lim,cl4} - 1)}{A(v_{sup,beff} + \psi_{lim,cl4}v_{inf,beff})} + e_{m,beff} \right) \quad (5.14)$$

Autrement dit, dans le domaine à gauche de la droite limite de section de classe 4, la courbe d'interaction est déterminée par le calcul de section efficace puisque l'âme de la traverse et le bordé sont de classe 4.

Concernant le domaine à droite, la courbe d'interaction suit :

- soit, uniquement celle de la section de classe 3, i.e. la courbe d'interaction élastique comme en Figure 35, ou bien
- soit, la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace et ensuite celle de la section de classe 3.

Effectivement, la deuxième situation précise que la section peut être de classe 4 uniquement en raison du bordé collaborant pour divers couples $M_{rd} - N_{ed}$ le long de la courbe d'interaction $M - N$.

Dès lors, pour déterminer la totalité de la courbe d'interaction $M - N$, il est nécessaire de connaître également le passage entre la section avec bordé efficace et la section brute.

D'un premier constat, on pourrait éventuellement admettre que le bordé n'est plus comprimé et n'est donc plus susceptible de voilement dès le moment où l'axe neutre atteint la face inférieure du bordé, i.e. dès que la combinaison $M - N$ fournit une distribution de contraintes résultante triangulaire tendue. Cependant, en réalité, lorsque l'axe neutre apparaît dans l'épaisseur du bordé, la partie tendue du bordé peut empêcher toute possibilité de voilement de la partie comprimée (cf. Figure 38).

Ainsi, par l'effet stabilisant de la partie tendue du bordé, la section peut déjà devenir de classe 3 avant que l'axe neutre atteigne la face inférieure du bordé.

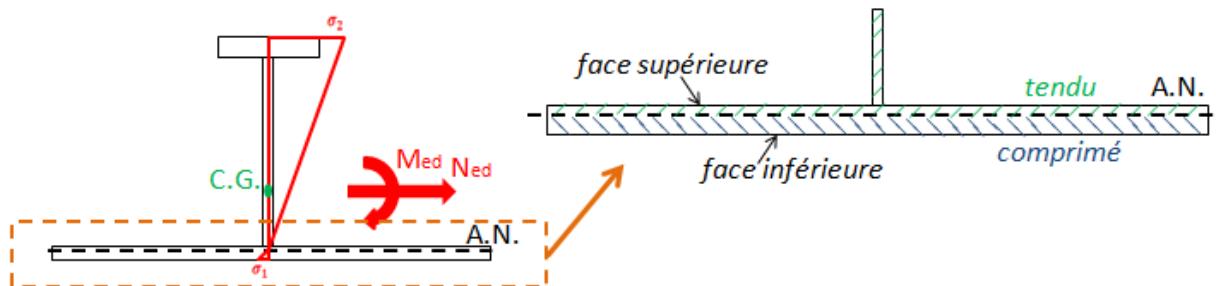


Figure 38 Si l'axe neutre en section brute est situé dans le bordé, la partie tendue peut être suffisante pour empêcher toute instabilité de voilement du bordé.

Néanmoins, il n'existe aucune formule traitant de cette position d'axe neutre dans le bordé au sein de l'Eurocode 3.

Il faut donc rechercher la voie la plus sécuritaire dans l'étude de la courbe d'interaction $M - N$ parmi les deux voies possibles ci-dessous :

- soit, le bordé est de classe 4 tant que l'axe neutre en section brute n'a pas atteint la face inférieure du bordé,
- soit, le bordé est de classe 4 tant que l'axe neutre en section brute n'a pas atteint la face supérieure du bordé.

Le choix dépend donc des valeurs de contraintes rencontrées en section brute et en section avec bordé efficace pour les couples (M_{rd}, N_{ed}) respectifs.

Tout d'abord, si l'axe neutre est situé au sein du bordé collaborant en section brute, sa position Z_{AN} est en toute logique inférieure à $h_t/2$. Dès lors, les couples (M_{rd}, N_{ed}) d'une section de classe 3 sont déterminés par l'équation 5.12. On obtient les couples (M_{rd}, N_{ed}) tels que,

$$0 \leq Z_{AN} \leq t_{bordé} \quad |\sigma_2| = \frac{M_{rd} * v_{sup}}{I} + \frac{N_{ed}}{A} = f_y \quad (5.15)$$

Ensuite, en prenant les mêmes couples (M_{rd}, N_{ed}) en 5.15, mais tous rapportés cette fois-ci sur la section avec bordé efficace, la position de l'axe neutre sur la section avec bordé efficace, $Z_{AN,beff}$, est soit inférieure ou soit supérieure à $h_t/2$. Néanmoins, dans les deux cas, il est probable de toujours arriver à des contraintes inférieures à f_y (cf. équations 5.16 et 5.17).

$$Si, \quad Z_{AN,beff} \leq \frac{h_t}{2} \quad |\sigma_{2,beff}| = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,beff}) * v_{sup,beff}}{I_{beff}} + \frac{N_{ed}}{A} < f_y \quad (5.16)$$

$$Si, \quad Z_{AN,beff} \geq \frac{h_t}{2} \quad \sigma_{1,beff} = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,beff}) * v_{inf,beff}}{I_{beff}} - \frac{N_{ed}}{A} < f_y \quad (5.17)$$

En effet, en comparant les expressions 5.15 et 5.16, on obtient les conditions suivantes.

- $I_{beff} < I$,
- $v_{sup,beff} < v_{sup}$, et
- $(M_{rd} - N_{ed}e_m) < M_{rd}$

Ensuite, en comparant les expressions 5.15 et 5.17, on trouve

- $I_{beff} < I$,
- $(M_{rd} - N_{ed}e_m) < M_{rd}$, et
- On retire N_{ed}/A en fibre comprimée.

Dès lors, en combinant l'ensemble des conditions rencontrées dans la situation où $0 \leq Z_{AN} \leq t_{bordé}$ en section brute, sachant qu'en outre $N_{ed}e_{m,beff}$ doit être élevé dans cette même situation, la courbe d'interaction $M - N$ pour une section de classe 3 se trouve probablement et de manière générale en-dessous de la courbe d'interaction $M - N$ de la section avec bordé efficace.

Autrement dit, la voie la plus sécuritaire à suivre serait donc dans un premier temps de considérer la section comme étant de classe 3 dès que l'axe neutre atteint la face supérieure du bordé.

Ainsi, le couple d'efforts, nommé $(M_{rd,t_{bordé}}; N_{ed,t_{bordé}})$, à considérer comme début de courbe d'interaction $M - N$ d'une section de classe 3, représente l'intersection entre la droite $M = f(N)$ où l'axe neutre est situé sur la face supérieure du bordé et la droite d'interaction élastique en 5.15. Dès lors, $N_{ed,t_{bordé}}$ et $M_{rd,t_{bordé}}$ peuvent être obtenus analytiquement ci-dessous (cf. équation 5.18).

$$\begin{cases} M_{ed} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A}\right) \frac{I}{v_{sup}} \\ M_{ed} = C_{t_{bordé}} \frac{N_{ed}}{A} \end{cases} \leftrightarrow N_{ed,t_{bordé}} = \frac{Af_y}{C_{t_{bordé}} v_{sup} + 1} \quad (5.18)$$

Où, $C_{t_{bordé}}$ désigne un coefficient constant dont l'expression analytique est représenté en 5.19,

$$C_{t_{bordé}} = \frac{\left(1 + \frac{h_t - t_{bordé}}{t_{bordé}}\right)}{\left(\left(\frac{h_t - t_{bordé}}{t_{bordé}}\right) \frac{v_{inf}}{I} - \frac{v_{sup}}{I}\right)} \quad (5.19)$$

Ce qui vient d'être expliqué peut être interprété graphiquement. Par exemple, si on reste dans le cas où la position du centre de gravité de la section avec bordé efficace $Z_{CG,beff}$ est initialement supérieure à la mi-hauteur de la section $h_t/2$, on obtient les possibles courbes d'interaction $M - N$ suivantes (cf. Figure 39).

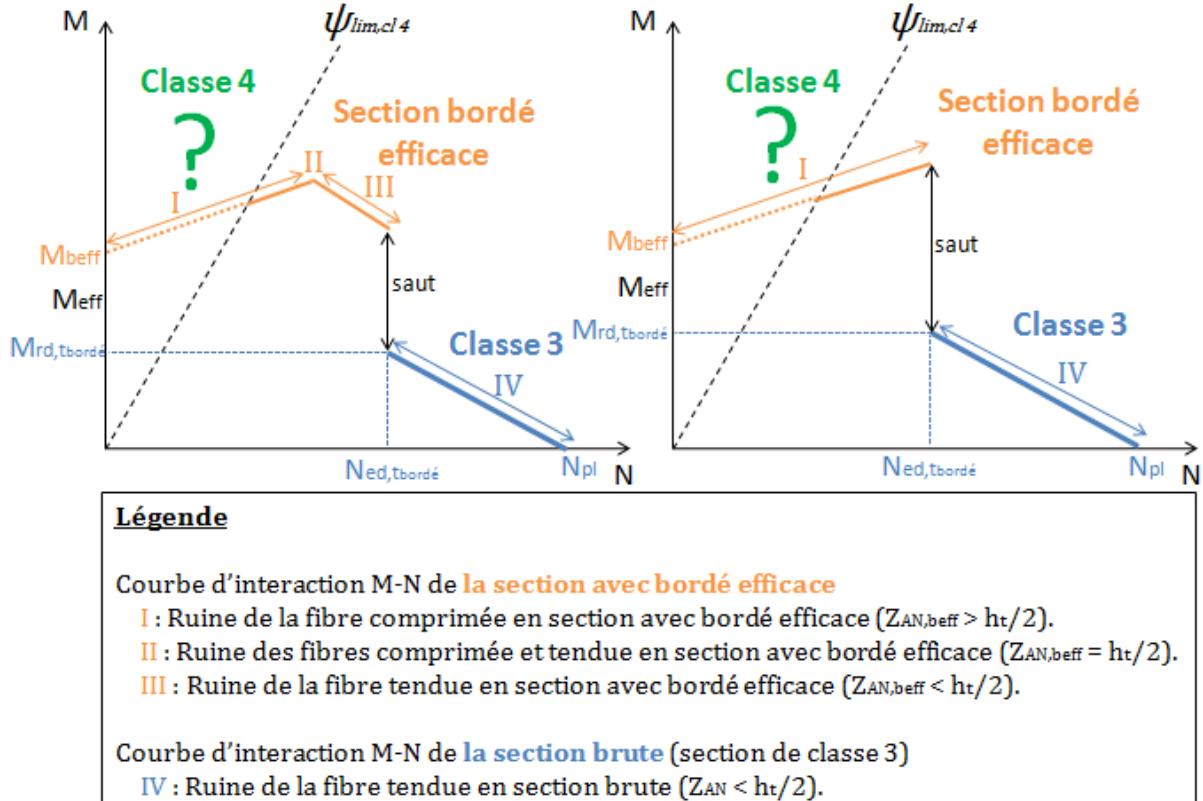


Figure 39 Exemples de situations d'interaction $M - N$ pour une traverse simplement fléchie de section de classe 4 où l'âme et le bordé sont de classe 4. A gauche, $Z_{AN,beff} < h_t/2$ sur la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace en $N_{ed,t_{bordé}}$. A droite, $Z_{AN,beff} > h_t/2$ sur la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace en $N_{ed,t_{bordé}}$.

Ainsi, l'entrée de l'axe neutre (section brute) dans le bordé est représentée graphiquement par un saut. Il faudra cependant prouver plus loin, lors de la partie pratique, que ce type de saut est présent théoriquement dans tous les cas.

A noter que le passage de la situation de gauche à celle de droite en Figure 39, provient principalement d'une augmentation de la largeur collaborante du bordé.

Par ailleurs, la droite $\psi_{lim,cl4}$ (Figure 39) respecte l'expression linéaire en 5.14. En outre, la pente de la droite $\psi_{lim,cl4}$ varie bien entendu avec l'élancement de l'âme h_w/t_w , comme en Figure 36. Ainsi, si l'âme est suffisamment élancée (cf. Figure 40), il est possible de parvenir à la situation où la courbe d'interaction $M - N$ à droite de la droite $\psi_{lim,cl4}$ suit uniquement la courbe d'interaction d'une section de classe 3.

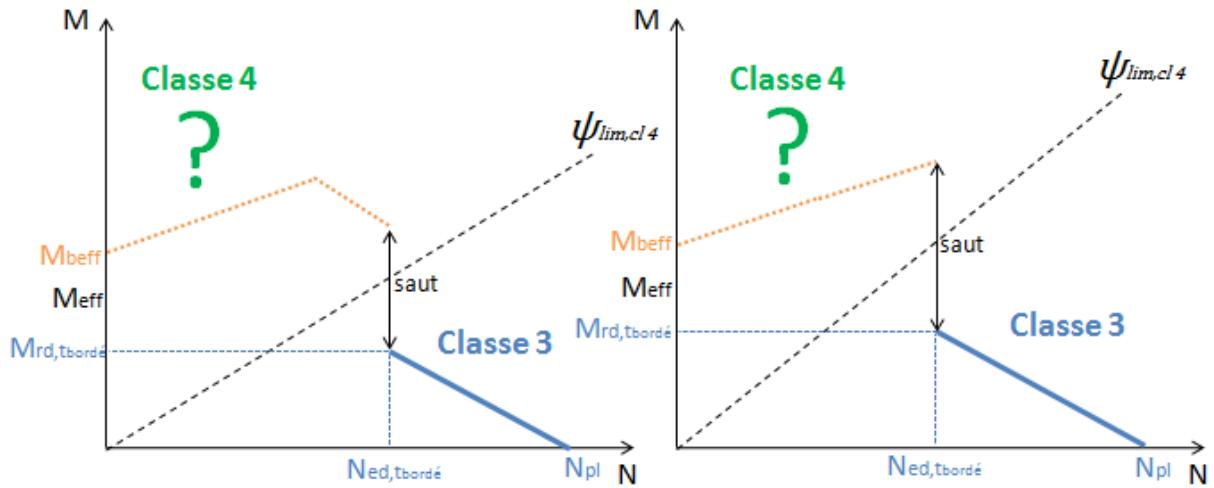


Figure 40 Courbes d'interaction M-N de la Figure 39 avec un élancement d'âme plus important.

Finalement, les courbes d'interaction de la section avec bordé efficace, en orange sur les Figure 39 et Figure 40, respectent les équations analytiques linéaires ci-dessous (cf. équations 5.20, 5.21 et 5.22).

$$Si, \quad Z_{AN,beff} \geq \frac{h_t}{2} \quad \sigma_1 = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,beff}) * v_{inf,beff}}{I_{beff}} - \frac{N_{ed}}{A} = f_y \quad (5.20)$$

$$Si, \quad Z_{AN,beff} = \frac{h_t}{2} \quad \begin{cases} |\sigma_2| = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,beff}) * v_{sup,beff}}{I_{beff}} + \frac{N_{ed}}{A} = f_y \\ \sigma_1 = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,beff}) * v_{inf,beff}}{I_{beff}} - \frac{N_{ed}}{A} = f_y \end{cases} \quad (5.21)$$

$$Si, \quad Z_{AN,beff} \leq \frac{h_t}{2} \quad |\sigma_2| = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,beff}) * v_{sup,beff}}{I_{beff}} + \frac{N_{ed}}{A} = f_y \quad (5.22)$$

Pour rappel, les propriétés de la section avec bordé efficace sont toujours constantes.

6. Détermination des courbes d'interaction M-N théorique réelle et théorique approchée d'une traverse de section de classe 4

6.1. Récapitulatif de la problématique et de la réflexion

La principale difficulté pour obtenir la courbe d'interaction $M - N$ théorique complète d'une traverse de section de classe 4 est finalement de déterminer de manière analytique la partie de la courbe figurant à gauche de la droite $\psi_{lim,cl4}$.

Sachant que cette partie de courbe est relative à une section de classe 4, où donc l'âme est toujours de classe 4, la problématique est donc de devoir connaître, avant de procéder au calcul itératif de section efficace, la résistance M_{rd} , pour chaque effort membranaire N_{ed} , dont la combinaison d'efforts atteint bien la limite élastique en section efficace.

D'après notre réflexion, la résistance M_{rd} d'une traverse fléchie et tendue, où l'âme est toujours de classe 4, pourrait être supérieure à sa résistance M_{eff} , i.e. la résistance de cette même traverse lorsqu'elle est simplement fléchie.

Effectivement, par la présence de l'effort membranaire N_{ed} ,

- la section efficace augmente (cf. Figure 32), et
- les contraintes flexionnelles en section efficace sont réduites (cf. Figure 33).

Ensuite, le calcul de section efficace peut être effectué en partant :

- de la section brute lorsque le bordé de la traverse simplement fléchie est de classe 3, ou
- de la section avec bordé efficace lorsque le bordé de la traverse simplement fléchie est de classe 4, puisque la largeur efficace du bordé reste constante.

En ce qui concerne la partie de la courbe d'interaction $M - N$ à droite de la droite $\psi_{lim,cl4}$, elle suit les courbes d'interactions linéaires dont les expressions analytiques sont connues.

Si la traverse simplement fléchie est de classe 4 uniquement en raison de l'âme,

- la partie de la courbe suit uniquement la courbe d'interaction élastique d'une section de classe 3.

Si la traverse simplement fléchie est de classe 4 en raison de l'âme et du bordé,

- la partie de la courbe suit en premier lieu, selon la position de la droite $\psi_{lim,cl4}$, la courbe d'interaction $M - N$ de la section avec bordé efficace.
- Ensuite, dès que l'effort $N_{ed,t_{bordé}}$ est atteint, la partie de la courbe suit la courbe d'interaction élastique d'une section de classe 3.

6.2. Méthodologie

D'après ce qui vient d'être abordé dans le récapitulatif, la méthodologie proposée pour déterminer la résistance M_{rd} d'une traverse fléchie et tendue dont l'âme est toujours de classe 4, i.e. plus concrètement la partie de la courbe d'interaction $M - N$ théorique à gauche de la droite $\psi_{lim,cl4}$, est la suivante :

Tout d'abord, pour un effort de traction N_{ed} donné, la seule inconnue de départ est le supplément ΔM qu'il faut ajouter à M_{eff} pour obtenir le moment résistant recherché M_{rd} . Ce qui mène à la définition analytique 6.1,

$$\Delta M_{N_{ed}} + M_{eff} = M_{rd} \quad (6.1)$$

Ensuite, prenons comme exemple la traverse utilisée dans le calcul de section efficace (cf. chapitre 3). Sa section efficace calculée, donc lorsqu'elle est simplement fléchie, possède un centre de gravité positionné plus haut que la mi-hauteur. Ainsi, par définition, c'est la fibre comprimée qui atteint la limite élastique sous M_{eff} .

En outre, lorsqu'un effort de traction est présent, la résistance M_{rd} sous N_{ed} reste limitée par la fibre comprimée en section efficace tant que la position de l'axe neutre dans la nouvelle section efficace, $Z_{AN,eff}$, est supérieure à la mi-hauteur de la section $h_t/2$.

Par conséquent, il est intéressant d'étudier le lien mathématique existant entre l'ajout de contraintes $\Delta\sigma_1(\Delta M_{N_{ed}})$ et la réduction de contraintes $\Delta\sigma_1(N_{ed}; N_{ed}e_{m,beff})$ en fibre comprimée (cf. équation 6.2).

$$\Delta\sigma_1(\Delta M_{N_{ed}}) = \alpha * \Delta\sigma_1(N_{ed}; N_{ed}e_{m,beff}) \quad (6.2)$$

Où, α représente un coefficient de proportionnalité et $e_{m,beff}$ désigne pour rappel l'excentricité constante entre le centre de gravité de la section brute et celui de la section avec bordé efficace.

Plus précisément, les contraintes $\Delta\sigma_1(\Delta M_{N_{ed}})$ et $\Delta\sigma_1(N_{ed}; N_{ed}e_{m,beff})$ concernent :

- la section brute, si la traverse simplement fléchie est de classe 4 uniquement en raison de l'âme, (cf. équation 6.3) ou
- la section avec bordé efficace, si la traverse simplement fléchie est de classe 4 en raison de l'âme et du bordé (cf. équation 6.4).

$$\Delta M_{N_{ed}} = \alpha * N_{ed} \frac{I}{Av_{inf}} \quad (6.3)$$

$$\Delta M_{N_{ed}} = \alpha * N_{ed} \left(\frac{I_{beff}}{Av_{inf,beff}} + e_{m,beff} \right) \quad (6.4)$$

Notons que, d'après les expressions 6.3 et 6.4, tous les paramètres sont connus pour déterminer $\Delta M_{N_{ed}}$, sauf N_{ed} et α .

Dès lors, pour un effort membranaire N_{ed} donné, pour parvenir à la solution M_{rd} dans le calcul de section efficace, le *Solver* sur *Excel* a été utilisé avec :

- comme inconnue : le coefficient α , et
- comme solution à atteindre : l'égalité $\sigma_1 = f_y$ ou $|\sigma_2| = f_y$ en section efficace.

Rappelons que le choix parmi les expressions 6.3 et 6.4 pour définir le coefficient α dépend uniquement de la classe du bordé rencontrée lors de l'étude de la traverse simplement fléchie.

Par ailleurs, pour chaque calcul de section efficace, un nombre de 5 itérations est utilisé pour parvenir à une bonne convergence du calcul. Ceci est d'ailleurs confirmé d'après le calcul de section efficace de la traverse « exemple » simplement fléchie au chapitre 3.

Au final, pour représenter au mieux la courbe théorique réelle de section de classe 4, la courbe est caractérisée par une interpolation linéaire de 15 points fixes, où les 15 points sont les combinaisons $M_{rd} - N_{ed}$ théoriques réelles calculées au moyen du *Solver d'Excel*.

6.3. Méthodologie (suite) et définition des trois types de traverse (A, B et C)

Rappelons que l'objectif du travail de fin d'études est de parvenir à un tableau récapitulatif final généralisé. Ce tableau doit donc permettre de déterminer rapidement et analytiquement la courbe d'interaction M-N théorique complète et approchée de tout type de traverse de section de classe 4 susceptible d'être rencontré dans le domaine des voies navigables (au minimum).

Ainsi, pour atteindre cet objectif, l'étude va suivre la démarche suivante.

Tout d'abord, toutes les traverses de section de classe 4 sont classées selon trois types. Les trois types de traverses sont nommés et définis ci-dessous.

- **Traverse de type A :** la position de l'axe neutre en section efficace, $Z_{AN,eff}$, reste supérieure à la mi-hauteur de la section, $h_t/2$, le long de la courbe d'interaction d'une section de classe 4. Nous verrons au point suivant que la traverse étudiée dans le calcul de section efficace au chapitre 3 est en fait de type A.
- **Traverse de type B :** la position de l'axe neutre en section efficace, $Z_{AN,eff}$, est d'abord supérieure à la mi-hauteur de la section, $h_t/2$, puis inférieure à $h_t/2$, le long de la courbe d'interaction d'une section de classe 4.
- **Traverse de type C :** la position de l'axe neutre en section efficace, $Z_{AN,eff}$, reste inférieure à la mi-hauteur de la section, $h_t/2$, le long de la courbe d'interaction d'une section de classe 4. On peut dire finalement qu'une traverse est de type C lorsque que, simplement fléchie, le centre de gravité en section efficace, $Z_{CG,eff}$, est inférieure à la mi-hauteur.

Ensuite, un exemple est considéré pour chaque type de traverses. La courbe d'interaction M-N théorique réelle de chaque exemple sera obtenue, et étudiée en profondeur pour parvenir à des équations analytiques valables pour le type de traverse correspondant.

Au final, l'ensemble de l'étude effectué au chapitre 6 sera reformulé de manière plus générale dans la conclusion au chapitre 7. Dès lors, la conclusion :

- prend en compte les explications abordées au chapitre 6 et les possibles différences existant entre les traverses faisant partie du même type, et en outre
- explique les expressions analytiques finales simplifiées approchées et les conditions à vérifier (avant emploi de ces expressions analytiques) obtenues après recherche. Le tout est repris dans le tableau récapitulatif en Annexe 3.

6.4. Résultats pour la traverse « exemple », i.e. une traverse de type A

Après calculs, la courbe d'interaction $M - N$ théorique réelle de la traverse prise comme exemple dans le calcul de section efficace au chapitre 3 est obtenue (cf. Figure 41). Elle respecte les courbes tracées en trait plein.

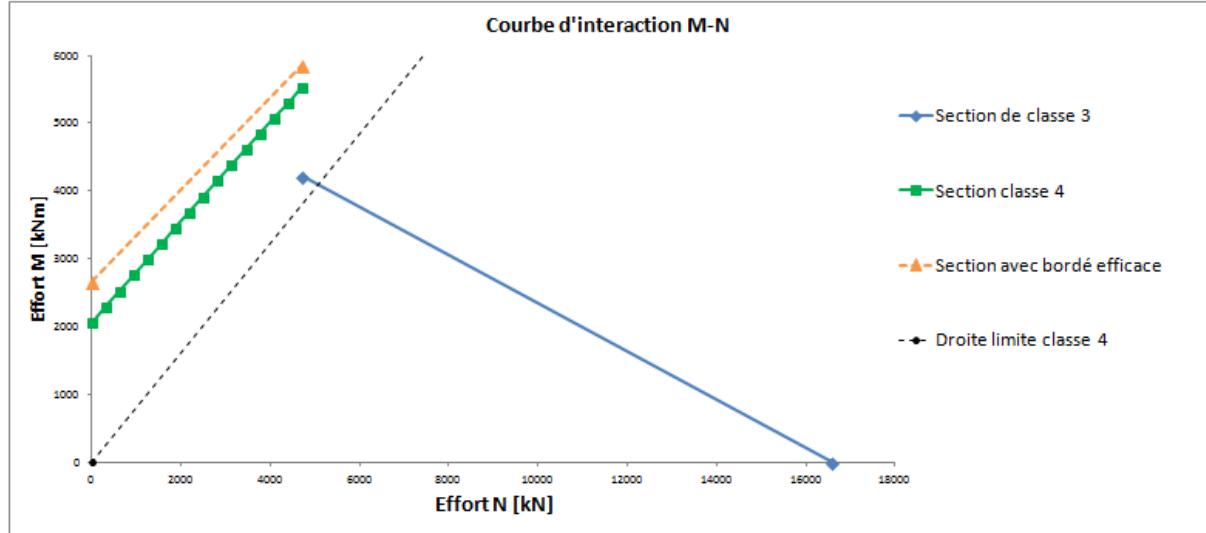


Figure 41 Courbe d'interaction $M - N$ théorique réelle, en trait plein, de la traverse "exemple"

Dès lors,

- pour $0 \leq N_{ed} \leq N_{ed,t_{bordé}}$, on respecte la courbe d'interaction $M - N$ en vert, i.e. limité par le calcul de section efficace. Autrement dit, l'âme et le bordé sont de section de classe 4 le long de cette partie de courbe.
- pour $N_{ed,t_{bordé}} < N_{ed} \leq N_{pl}$, on suit la courbe d'interaction $M - N$ en bleu, i.e. la courbe d'interaction linéaire de section de classe 3.

On peut également constater différentes caractéristiques de la courbe d'interaction $M - N$ pour cette traverse, en relation avec ce qui a été abordé dans la réflexion.

- Tout d'abord, la droite $\psi_{lim,cl4}$ est fortement inclinée. Ce qui peut être attendu puisque l'âme de cette traverse est très élancée, avec $h_w/t_w = 280$.
- Ensuite, la position de l'axe neutre en section avec bordé efficace, $Z_{AN,beff}$, reste supérieure à $h_t/2$ jusque $N_{ed,t_{bordé}}$. Ceci peut être justifié par la grande largeur de la partie collaborante du bordé, i.e. 2700 mm.
- A noter que la droite $\psi_{lim,cl4}$ coupe la courbe d'interaction de section de classe 3. Cette situation peut effectivement se produire puisque la droite $\psi_{lim,cl4}$ est déterminée dans ce cas-ci par l'équation 5.14 du fait que le bordé est initialement de classe 4.

En ce qui concerne à présent l'allure de la courbe de section de classe 4, en vert en Figure 41,

- La courbe verte tend à se rapprocher de la courbe d'interaction linéaire de la section avec bordé efficace, en orange, au fur et à mesure que N_{ed} augmente. Ceci est justifié puisque, comme expliqué précédemment d'après la Figure 32, plus N_{ed} augmente, plus l'axe neutre se rapproche du bordé, et donc plus la section efficace augmente.
- Les couples $M_{rd} - N_{ed}$ de la courbe de section de classe 4 sont tous limités par f_y en fibre comprimée dans la section efficace. Effectivement, si la position de l'axe neutre en section

avec bordé efficace $Z_{AN,beff}$ est supérieure à $h_t/2$, il est certain que la position de l'axe neutre en section efficace $Z_{AN,eff}$ l'est également, puisque l'axe neutre s'éloigne du bordé par le calcul de section efficace. Autrement dit, la condition en 6.5 est toujours respectée.

$$Z_{AN,eff} \geq Z_{AN,beff} \quad (6.5)$$

Cependant, la courbe de section de classe 4 en Figure 41 n'est pas linéaire.

En effet, Ceci peut être constaté d'après les valeurs de α obtenues lors des calculs de section efficace pour chaque N_{ed} (cf. Figure 42), avec α défini ici par l'équation 6.4.

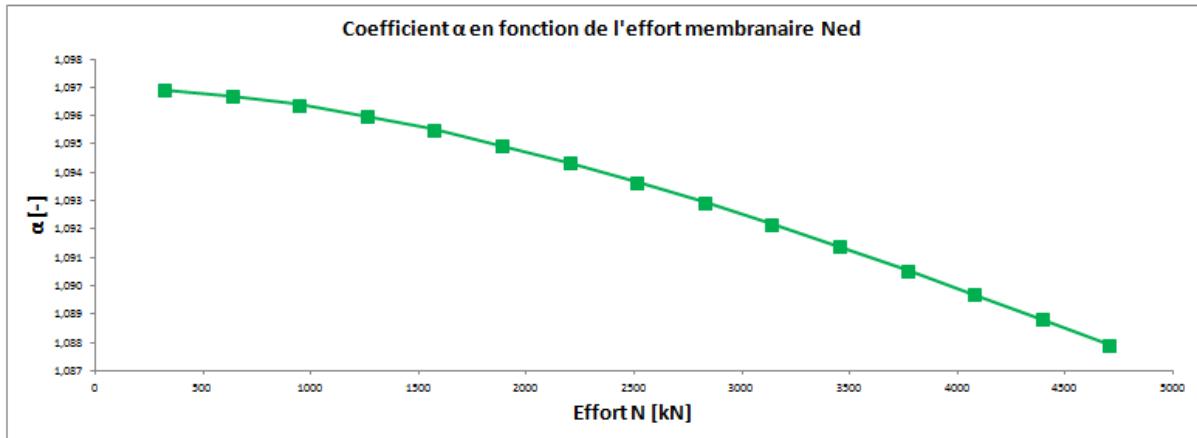


Figure 42 Interpolation des quinze valeurs des coefficients α en fonction de N_{ed}

Au vu de la Figure 42, la courbe d'interaction de section de classe 4 pour la traverse « exemple » est en réalité une courbe non linéaire faiblement concave.

Dès lors, une méthode analytique à utiliser pour se rapprocher davantage de la courbe de section de classe 4 peut être la linéarisation de cette courbe. Elle peut effectivement être utilisée puisque, tant que la courbe est concave, on ne sort pas de la courbe d'interaction réelle de section de classe 4 par cette approche.

Ainsi, l'approche dite « linéarisation » respecterait l'équation analytique ci-dessous (cf. équation 6.6).

$$M_{rd,linéaire} = \left(\frac{M_{rd,fin \ section \ cl4} - M_{eff}}{N_{ed,fin \ section \ cl4}} \right) N_{ed} \quad (6.6)$$

Où, le couple $M_{rd,fin \ section \ cl4} - N_{ed,fin \ section \ cl4}$ pour cette traverse vaut (cf. équation 6.7),

$$\begin{cases} N_{ed,fin \ section \ cl4} = N_{ed,tbordé} \\ M_{rd,fin \ section \ cl4} = M_{rd,cl4,N_{ed}=N_{ed,tbordé}} \end{cases} \quad (6.7)$$

Il existe cependant deux inconvénients concernant l'application de cette méthode.

- Premièrement, la courbe d'interaction de section de classe 4 n'est peut-être pas à chaque fois concave pour toutes les traverses. Dès que la courbe non linéaire possède au moins une partie convexe, la linéarisation en 6.6 fournit des moments résistants supérieurs aux moments résistants réels pour certaines gammes de N_{ed} . Autrement dit, on sort de la courbe d'interaction réelle de section de classe 4.
- Deuxièmement, il reste toujours un calcul de section efficace à réaliser par le Solver, i.e. celui qui détermine le couple $M_{rd,fin \ section \ cl4} - N_{ed,fin \ section \ cl4}$ nécessaire pour obtenir la droite.

Or, il serait préférable d'utiliser une approche analytique,

- à la fois, suffisamment proche de la courbe d'interaction réelle de section de classe 4, et
- à la fois, sans devoir utiliser la voie numérique, telle que le Solver.

Finalement, l'approche répondant à ces critères serait l'approche $\alpha = 1$. En outre, ceci est démontré plus loin, cette approche reste valable dans tous les cas.

6.4.1. Courbe d'interaction M-N théorique de section de classe 4 déterminée par l'approche $\alpha = 1$

Par définition du coefficient α , i.e.

- en 6.3, si le bordé collaborant de la traverse simplement fléchie n'est pas de classe 4, ou
 - en 6.4, si le bordé collaborant de la traverse simplement fléchie est de classe 4,
- α est, dans tous les cas, strictement supérieur à 1 tant que la position de l'axe neutre en section efficace, $Z_{AN,eff}$, est supérieure à $h_t/2$ le long de la courbe d'interaction de section de classe 4.

$$Z_{AN,eff} \geq \frac{h_t}{2} \quad (6.8)$$

Ceci peut d'ailleurs être constaté pour la traverse « exemple » (cf. Figure 42).

Effectivement, si le coefficient α vaut 1 dans les expressions 6.3 ou 6.4, il vient tout d'abord à calculer le $\Delta M_{N_{ed}}$ de manière équivalente à

- l'équation 5.10, pour α défini par l'expression 6.3, (cf. équation 6.9) et à
- l'équation 5.20, pour α défini par l'expression 6.4, (cf. équation 6.10).

$$\Delta M_{N_{ed}} = N_{ed} \frac{I}{Av_{inf}} \quad (6.9)$$

$$\Delta M_{N_{ed}} = N_{ed} \left(\frac{I_{beff}}{Av_{inf,beff}} + e_{m,beff} \right) \quad (6.10)$$

Puis, il ne reste qu'à ajouter le $\Delta M_{N_{ed}}$ au moment résistant de la traverse simplement fléchie de section de classe 4, M_{eff} , pour obtenir le moment résistant recherché M_{rd} (cf. équation 6.1).

Autrement dit, la courbe d'interaction d'une section de classe 4 par l'approche $\alpha = 1$ est finalement une droite qui possède la même pente que

- la courbe d'interaction de la section de classe 3 avec $Z_{AN} \geq h_t/2$, lorsque l'équation 6.9 est utilisée, ou
- la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace avec $Z_{AN,beff} \geq h_t/2$, lorsque l'équation 6.10 est utilisée.

Donc, si on applique l'approche $\alpha = 1$ sur la traverse « exemple » pour caractériser la courbe d'interaction de section de classe 4, i.e. la courbe verte en Figure 41, la droite obtenue par l'équation 6.10 partira du moment résistant M_{eff} et sera parallèle à la courbe d'interaction linéaire de la section avec bordé efficace, i.e. la courbe en orange en Figure 41.

En outre, l'explication qui suit prouve finalement que cette approche reste bien sécuritaire.

Premièrement, pour rappel, le fait d'appliquer un effort membranaire N_{ed} quelconque au sein d'une traverse de section de classe 4 initialement soumise à M_{eff} , l'axe neutre se déplace vers le bordé, réduisant dès lors la partie comprimée du diagramme de contraintes (cf. Figure 32).

Ensuite, en imposant le coefficient $\alpha = 1$, il vient finalement à ajouter un moment de flexion supplémentaire $\Delta M_{N_{ed},\alpha=1}$ tel qu'on parvient au final à retrouver la même contrainte en fibre comprimée que celle sous M_{eff} seul :

- en section brute, si l'expression 6.9 est utilisée (cf. Figure 43), ou
- en section avec bordé efficace, si l'expression 6.10 est employée (cf. Figure 44).

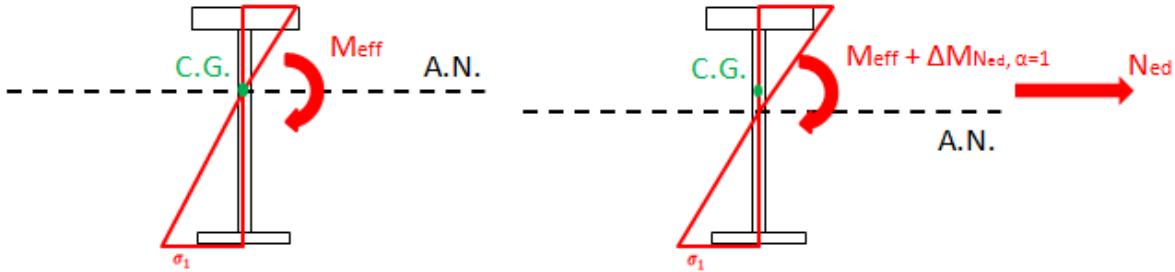


Figure 43 Application de l'expression 6.9. Conservation de la contrainte σ_1 en fibre extrême comprimée de la section brute. De la situation de gauche à la situation de droite, déplacement de l'axe neutre vers le bas.

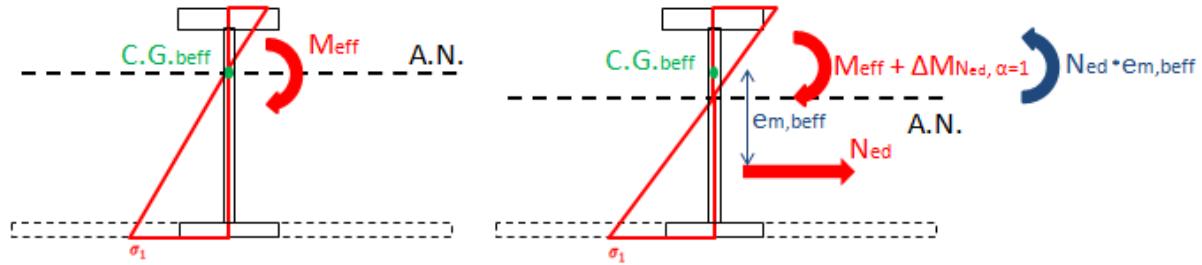


Figure 44 Application de l'expression 6.10. Conservation de la contrainte σ_1 en fibre comprimée de la section avec bordé efficace. De la situation de gauche à la situation de droite, déplacement de l'axe neutre vers le bas.

Ainsi, comme on peut le constater sur les Figure 43 et Figure 44, en appliquant les efforts M_{eff} , $\Delta M_{Ned,\alpha=1}$ et N_{ed} , il y a toujours au final,

- un déplacement de l'axe neutre vers le bordé, et donc
- un diagramme de contraintes résultant dont la largeur de la partie comprimée est plus petite que celle du diagramme résultant obtenu sous M_{eff} seul.

La section efficace est donc en réalité plus grande que celle calculée sous M_{eff} seul.

Autrement dit, les hypothèses utilisées dans le calcul de section efficace pour une traverse soumise aux efforts M_{eff} , $\Delta M_{Ned,\alpha=1}$ et N_{ed} sont plus favorables par rapport à celles employées dans le calcul de section efficace pour une traverse simplement fléchie.

A cet effet, par le calcul de section efficace pour la combinaison d'efforts (M_{eff} ; $\Delta M_{Ned,\alpha=1}$; N_{ed}), le calcul mène en réalité à une contrainte dans la fibre comprimée en section efficace toujours inférieure à la limite d'élasticité f_y . En effet, de la situation de gauche à la situation de droite, que ce soit en Figure 43 ou en Figure 44, les propriétés de la section efficace jouant sur la fibre comprimée sont plus favorables puisque,

- $I_{eff} \uparrow$, et
- $v_{inf,eff} \downarrow$

En outre, un autre effet favorable persiste en section efficace par le fait que le moment de flexion $N_{ed}e_{m,eff}$ est strictement supérieur au moment de flexion $N_{ed}e_{m,beff}$.

Par conséquent, tant que la position de $Z_{AN,eff}$ reste supérieure à $h_t/2$, le moment ΔM_{Ned} à appliquer pour parvenir à la résistance M_{rd} est toujours plus grand que $\Delta M_{Ned,\alpha=1}$ (cf. condition 6.11).

$$\text{Si } Z_{AN,eff} \geq \frac{h_t}{2} \quad \Delta M_{Ned,\alpha=1} < \Delta M_{Ned} \quad (6.11)$$

Ce qui permet de confirmer l'utilisation de l'approche $\alpha = 1$ pour toute traverse de section de classe 4, tant que la position de $Z_{AN,eff}$ reste supérieure à $h_t/2$.

A noter que, lorsque le bordé collaborant de la traverse est de classe 4, on ne parvient pas forcément à la condition 6.11 si l'expression 6.9 est utilisée dans l'approche $\alpha = 1$. En effet, si l'expression 6.9 est utilisée au lieu de l'équation 6.10, on respecte du coup l'égalité des contraintes σ_1 en section brute, comme en Figure 43, avec le moment de flexion $\Delta M_{N_{ed},\alpha=1}$ obtenu par 6.9. Cependant, lorsque la largeur efficace du bordé collaborant est calculée, la contrainte σ_1 rapportée sur cette nouvelle section peut être supérieure à celle sous M_{eff} seul. Autrement dit, la contrainte σ_1 à droite en Figure 44 peut être supérieure à celle à gauche en Figure 44. Si c'est le cas, on n'est donc plus assuré d'arriver au final à une contrainte inférieure ou égale à f_y dans le calcul de section efficace.

Dès lors, seule l'expression 6.10 doit être utilisée pour une section avec bordé de classe 4 dans l'approche $\alpha = 1$ pour assurer et respecter d'office la condition en 6.11.

Il serait néanmoins intéressant de voir quel est, de manière générale, le pourcentage de résistance flexionnelle pris en compte en appliquant l'approche $\alpha = 1$ pour la traverse « exemple ». Ceci est repris au point suivant.

6.4.2. Application de l'approche $\alpha = 1$ sur la traverse « exemple »

En considérant l'approche $\alpha = 1$ pour caractériser la courbe d'interaction de section de classe 4, on obtient l'entièreté de la courbe d'interaction $M - N$ simplifiée et approchée, et ses expressions analytiques respectives (cf. Figure 45, équations 6.12 et 6.13).

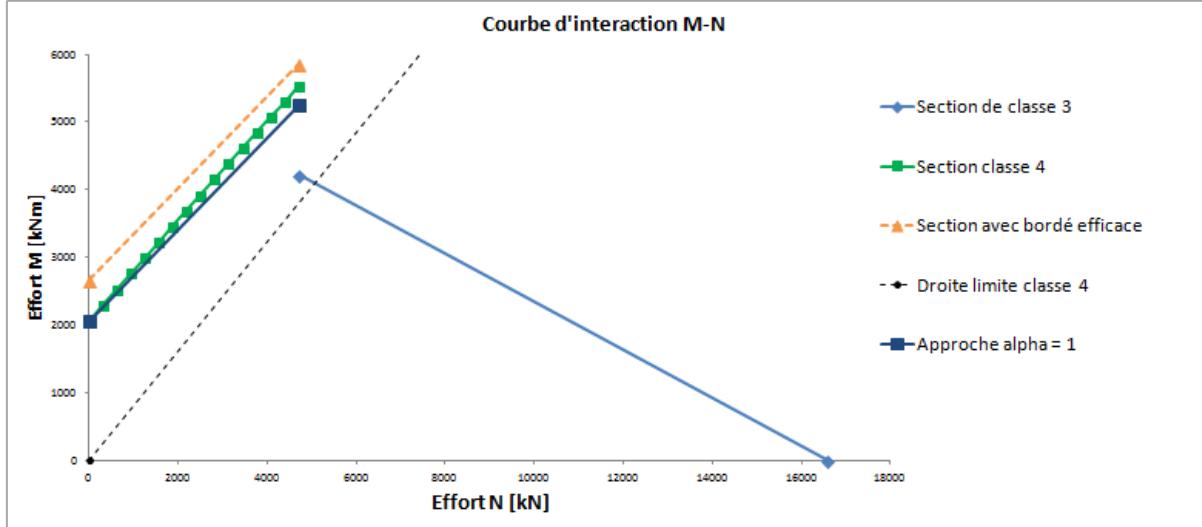


Figure 45 La courbe d'interaction $M - N$ théorique réelle, en vert puis en bleu clair, et la courbe d'interaction théorique approchée (sans utilisation du Solver) en bleu foncé puis en bleu clair.

$$N_{ed} \in [0; N_{ed,t_{bordé}}] \quad M_{rd} = M_{rd,\alpha=1} = N_{ed} \left(\frac{I_{beff}}{Av_{inf,beff}} + e_{m,beff} \right) + M_{eff} \quad (6.12)$$

$$N_{ed} \in]N_{ed,t_{bordé}}; N_{pl}] \quad M_{rd} = M_{rd,cl3} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A} \right) \frac{I}{v_{sup}} \quad (6.13)$$

Dès lors, si on désire déterminer la courbe d'interaction $M - N$ de la traverse « exemple » de manière approchée, il suffit :

- de calculer la section efficace de la traverse simplement fléchie,
- puis, tout paramètre connu, de résoudre analytiquement les équations 6.12 et 6.13.

Ensuite, est repris ci-dessous (cf. Tableau 4) un tableau de valeurs où sont comparés, en pourcent, les moments résistants de section de classe 4 dits « théoriques approchés », $M_{rd,\alpha=1}$, i.e. la courbe bleue foncée, et les moments résistants de section de classe 4 dits « théoriques réels », $M_{rd,cl4}$, i.e. la courbe verte.

N_{ed} [kN]	$M_{rd,cl4}$ [kNm]	$M_{rd,\alpha=1}$ [kNm]	$\frac{M_{rd,\alpha=1}}{M_{rd,cl4}} \text{ [%]}$	$\frac{M_{rd,\alpha=1} - M_{eff}}{M_{rd,cl4} - M_{eff}} \text{ [%]}$
313,26	2299,73	2279,14	99,10	91,16
626,52	2532,75	2491,64	98,38	91,18
939,77	2765,61	2704,15	97,78	91,21
1253,03	2998,26	2916,66	97,28	91,24
1566,29	3230,66	3129,17	96,86	91,28
1879,55	3462,75	3341,67	96,50	91,33
2192,80	3694,52	3554,18	96,20	91,38
2506,06	3925,94	3766,69	95,94	91,43
2819,32	4156,97	3979,20	95,72	91,50
3132,58	4387,62	4191,70	95,53	91,56
3445,84	4617,85	4404,21	95,37	91,63
3759,09	4847,66	4616,72	95,24	91,70
4072,35	5077,04	4829,23	95,12	91,77
4385,61	5305,99	5041,73	95,02	91,84
4698,87	5534,51	5254,24	94,94	91,92

Tableau 4 Comparaison entre les valeurs théoriques réelles, $M_{rd,cl4}$, et théoriques approchées, $M_{rd,\alpha=1}$, de la courbe d'interaction de section de classe 4.

Au vu des pourcentages dans le Tableau 4, on atteint au minimum 95 pourcent de la résistance flexionnelle réelle par l'approche $\alpha = 1$. Ainsi, l'approche simplifiée peut être considérée suffisamment proche de la courbe d'interaction de section classe 4 théorique réelle.

En conclusion et de manière générale, la caractérisation par l'approche $\alpha = 1$ de la courbe d'interaction de section de classe 4 reste toujours valable si et seulement si,

- la position de l'axe neutre en section efficace, $Z_{AN,eff}$, reste supérieure à $h_t/2$ le long de la courbe théorique réelle de section de classe 4,
 - et, en outre, si la contrainte σ_2 en fibre tendue de :
 - la section brute, si le bordé collaborant de la traverse simplement fléchie n'est pas de classe 4 (cf. Figure 43), ou
 - la section avec bordé efficace, si le bordé collaborant de la traverse simplement fléchie est de classe 4 (cf. Figure 44),
- reste, en valeur absolue, inférieure ou égale à f_y le long de la droite $\alpha = 1$.

Cependant, il est possible de rencontrer en pratique des traverses de section de classe 4 ne respectant pas l'une des deux conditions citées, ou même les deux. Il faut donc analyser les autres types de traverses que l'on peut rencontrer en pratique pour obtenir au final des formules analytiques générales simplifiées et approchées des courbes d'interaction $M - N$ théoriques.

Dès lors, à titre de comparaison, une traverse de section de classe 4 respectant les deux conditions citées précédemment est désormais nommée de type A.

6.5. Traverse de type B

Pour rappel, l'approche $\alpha = 1$ est utilisée principalement pour

- caractériser la courbe d'interaction théorique réelle de section de classe 4, e.g. la courbe verte en Figure 45 pour le cas de la traverse « exemple »,
- et tant qu'on respecte $Z_{AN,eff} \geq h_t/2$ le long de la courbe d'interaction théorique réelle de section de classe 4.

A présent, prenons une section de traverse tel que l'axe neutre en section efficace peut se déplacer suffisamment que, sous une certaine gamme d'efforts membranaires, sa position $Z_{AN,eff}$ peut être inférieure à $h_t/2$.

Par exemple, on reprend la même section que celle de la traverse « exemple » où l'on réduit uniquement la largeur du bordé collaborant, tel que :

$$b_{col} = b_f = 400mm \quad (6.14)$$

En notant que lorsque cette nouvelle traverse, nommée seconde traverse « exemple », est simplement fléchie, sa section est de classe 4 en raison de l'âme et également du bordé.

Après calculs, on arrive à la courbe d'interaction $M - N$ théorique réelle de la seconde traverse « exemple » en Figure 46.

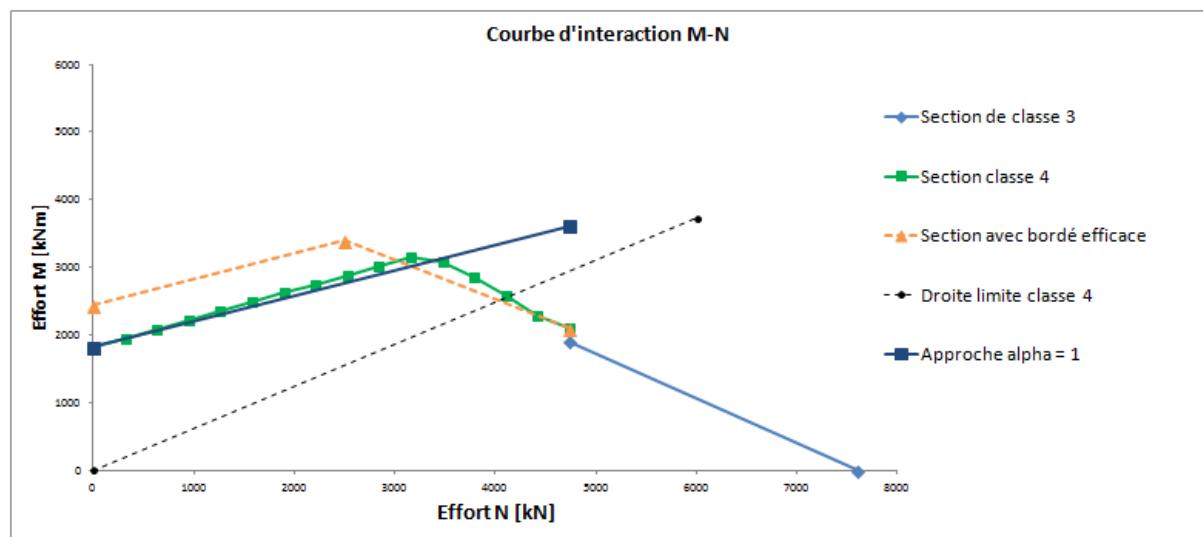


Figure 46 Courbe d'interaction $M - N$ théorique réelle de la seconde traverse "exemple". Courbe verte si on est à gauche de la droite $\psi_{lim,cl4}$, et la courbe orange puis la courbe bleue claire, dès qu'on se trouve à droite de $\psi_{lim,cl4}$.

On peut noter que le comportement général de la courbe d'interaction $M - N$ suit approximativement l'allure du schéma de gauche en Figure 39.

Ceci est principalement dû au rétrécissement de la largeur du bordé collaborant. Effectivement, par le rétrécissement de la largeur du bordé collaborant d'une même traverse,

- le centre de gravité de la section brute s'est éloigné du bordé, et
- l'aire du bordé collaborant se rapproche de l'aire du bordé efficace.

Autrement dit, la largeur du bordé collaborant est suffisamment petite pour que la position de l'axe neutre en section efficace $Z_{AN,eff}$ soit bien inférieure à $h_t/2$ à partir d'un certain effort membranaire $N_{ed} \leq N_{ed,t_{bordé}}$.

Par ailleurs, l'élancement de l'âme de la traverse restant identique, la droite $\psi_{lim,cl4}$ est toujours aussi fortement inclinée.

En ce qui concerne l'allure de la courbe d'interaction théorique réelle de section de classe 4, i.e. la courbe verte. On aperçoit sur la Figure 46 qu'elle coupe la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace. En outre, au moment où la courbe de section de classe 4 redescend, i.e. quand $Z_{AN,eff} \leq h_t/2$, elle se trouve finalement plus haut que la courbe avec bordé efficace jusqu'à ce qu'elle atteigne la droite $\psi_{lim,cl4}$.

En fait, ce cas de figure est à priori général pour toute traverse de type B, i.e. respectant les hypothèses pour être de type B. Ceci peut-être expliqué comme suit, sur base de la Figure 46.

- Soit un des couples $M_{rd} - N_{ed}$ le long de la courbe de section avec bordé efficace, i.e. la courbe orange en Figure 46, respectant les deux conditions en 6.15.

$$Z_{AN,beff} \geq \frac{h_t}{2} \quad Z_{AN,eff} > \frac{h_t}{2} \quad (6.15)$$

Par ce couple $M_{rd} - N_{ed}$, on respecte les équations analytiques en fibre comprimée dans la section avec bordé efficace et en fibre comprimée dans la section efficace en 6.16.

$$\begin{cases} \sigma_{1,beff} = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,beff}) * v_{inf,beff}}{I_{beff}} - \frac{N_{ed}}{A} = f_y \\ \sigma_{1,eff} = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,eff}) * v_{inf,eff}}{I_{eff}} - \frac{N_{ed}}{A} \end{cases} \quad (6.16)$$

Cependant, sachant qu'on parvient toujours à la condition en 6.17.

$$Z_{CG,beff} < Z_{CG,eff} \quad (6.17)$$

Les paramètres dans les membres de droite de chacune des deux équations en 6.16 respectent dès lors les conditions en 6.18.

$$\begin{cases} v_{inf,beff} < v_{inf,eff} \\ I_{beff} > I_{eff} \\ e_{m,beff} < e_{m,eff} \end{cases} \quad (6.18)$$

Or en pratique, si on combine l'ensemble des conditions en 6.18, vu que les autres paramètres des membres de droite en 6.16 restent constants, on parvient toujours à la condition ci-dessous avec ce couple $M_{rd} - N_{ed}$.

$$\sigma_{1,eff} > \sigma_{1,beff} (= f_y) \quad (6.19)$$

Autrement dit, tant qu'on respecte les hypothèses en 6.15, la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace est positionnée plus haut que la courbe de section de classe 4. Dès lors, on trouve la condition en 6.20.

$$M_{rd,beff} > M_{rd,cl4} \quad (6.20)$$

- Soit à présent un des couples $M_{rd} - N_{ed}$ le long de la courbe de section avec bordé efficace, respectant les deux conditions en 6.21.

$$Z_{AN,beff} < \frac{h_t}{2} \quad Z_{AN,eff} \leq \frac{h_t}{2} \quad (6.21)$$

Ainsi, par ce nouveau couple $M_{rd} - N_{ed}$, on parvient aux équations élastiques en fibre tendue dans les sections avec bordé efficace et efficace représentées en 6.22.

$$\left\{ \begin{array}{l} |\sigma_{2,beff}| = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,beff}) * v_{sup,beff}}{I_{beff}} + \frac{N_{ed}}{A} = f_y \\ |\sigma_{2,eff}| = \frac{(M_{rd} - N_{ed}e_{m,eff}) * v_{sup,eff}}{I_{eff}} + \frac{N_{ed}}{A} \end{array} \right. \quad (6.22)$$

Vu que la condition en 6.17 est toujours respectée, on respecte à présent les conditions suivantes en 6.23.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{sup,beff} > v_{sup,eff} \\ I_{beff} > I_{eff} \\ e_{m,beff} < e_{m,eff} \end{array} \right. \quad (6.23)$$

Or, en pratique, en combinant les conditions reprises en 6.23, on arrive désormais au critère ci-dessous en 6.24 pour ce nouveau couple $M_{rd} - N_{ed}$.

$$|\sigma_{2,eff}| < |\sigma_{2,beff}| (= f_y) \quad (6.24)$$

Donc, la courbe d'interaction avec bordé efficace est cette fois-ci positionnée plus bas que la courbe de section de classe 4 lorsqu'on respecte les conditions sur l'axe neutre en 6.21. Ce qui nous amène à la condition 6.25 sur les moments résistants.

$$M_{rd,beff} < M_{rd,cl4} \quad (6.25)$$

Ainsi, en partant de ce qui vient d'être expliqué et vu que l'approche $\alpha = 1$ ne peut être totalement employée jusque $N_{ed,t_{bordé}}$ en Figure 46, une courbe d'interaction théorique approchée pour la seconde traverse exemple, et donc pour une traverse de type B peut être la suivante.

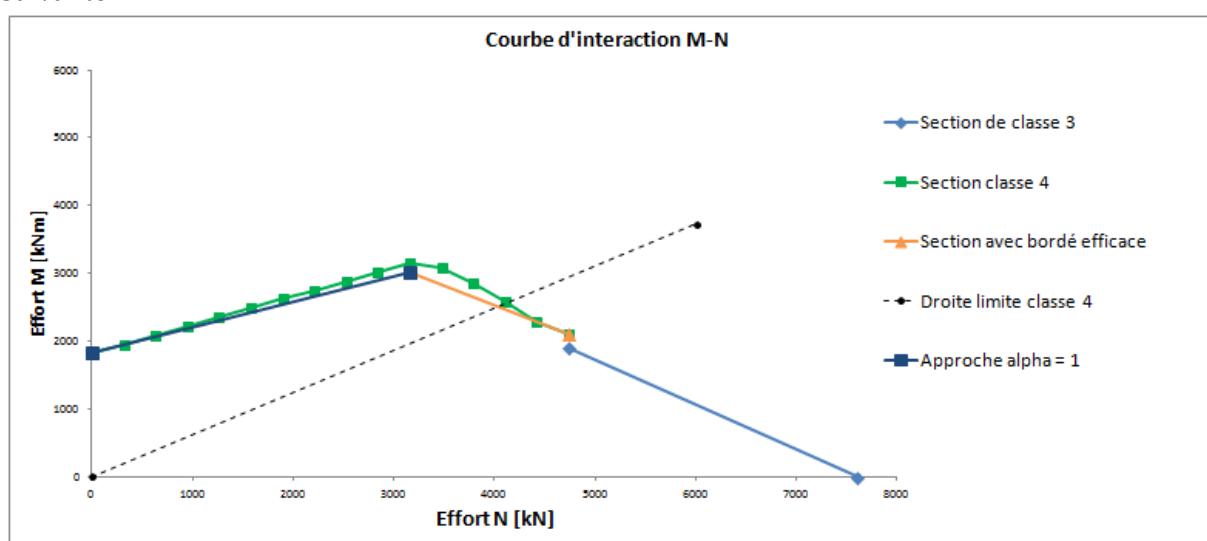


Figure 47 Courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée de la seconde traverse "exemple" : en bleu foncé, en orange et en bleu clair.

La courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée en Figure 47 consiste finalement à stopper la droite relative à l'approche $\alpha = 1$ dès que la contrainte de traction σ_2 au sein de la section avec bordé efficace atteint $-f_y$. Ensuite, à partir de ce point, la courbe d'interaction $M - N$ suit celle de la section avec bordé efficace jusqu'en $N_{ed,t_{bordé}}$ où au-delà, elle finit par suivre celle d'une section de classe 3.

D'après ce qui a été expliqué jusqu'à présent, cette courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée représentée en Figure 47 est justifiée.

Effectivement, soit le couple $M_{rd} - N_{ed}$ à l'intersection des deux courbes d'interaction : la courbe par l'approche $\alpha = 1$ et la courbe de section avec bordé efficace. La position de l'axe neutre en section avec bordé efficace pour ce couple d'efforts $M_{rd} - N_{ed}$ respecte la condition ci-dessous.

$$Z_{AN,beff} < \frac{h_t}{2} \quad (6.26)$$

Ainsi, il est certain que l'on n'atteindra pas f_y en section efficace avec ce couple d'efforts $M_{rd} - N_{ed}$, puisque :

- Si $Z_{AN,eff} \geq h_t/2$, la contrainte en fibre comprimée en section efficace est inférieure à f_y puisqu'on est toujours situé sur la droite approche $\alpha = 1$.
- Si $Z_{AN,eff} \leq h_t/2$, la contrainte en fibre tendue en section efficace est également inférieure à f_y vu qu'on respecte la condition en 6.21.

Par conséquent, on parvient aux équations analytiques de la courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée pour la seconde traverse « exemple » en 6.27, 6.28 et 6.29.

$$N_{ed} \in [0; N_{ed,*}] \quad M_{rd} = N_{ed} \left(\frac{I_{beff}}{Av_{inf,beff}} + e_{m,beff} \right) + M_{eff} \quad (6.27)$$

$$N_{ed} \in [N_{ed,*}; N_{ed,t_{bordé}}] \quad M_{rd} = \left(f_y - N_{ed} \left(\frac{1}{A} - \frac{e_{m,beff} v_{sup,beff}}{I_{beff}} \right) \right) \frac{I_{beff}}{v_{sup,beff}} \quad (6.28)$$

$$N_{ed} \in]N_{ed,t_{bordé}}; N_{pl}] \quad M_{rd} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A} \right) \frac{I}{v_{sup}} \quad (6.29)$$

Où, $N_{ed,*}$ est déterminé en égalisant 6.27 et 6.28.

6.6. Traverse de type C

Pour obtenir une traverse de type C, i.e. une traverse dont la position du centre de gravité en section efficace $Z_{CG,eff}$ est inférieure à la mi-hauteur $h_t/2$ lorsqu'elle est simplement fléchie, il est donc nécessaire que l'aire transversale de sa semelle soit petite par rapport à l'aire transversale de la partie efficace du bordé collaborant.

Or, il est tout d'abord rare de rencontrer une traverse de type C en pratique au vu des gammes de profils et des ordres de grandeurs utilisés en pratique dans le domaine des voies navigables (cf. Tableau 5 et équation 6.30).

Dimension parois	Minimum	Maximum
h_w	600	2000
t_w	6	20
$t_{bordé}$	6	30
b_f	200	800

Tableau 5 Dimensions, en mm, des parois des traverses et des bordés généralement employés en pratique.

$$\begin{cases} t_{bordé} \leq 2 * t_w \text{ et } t_f \leq 2 * t_w \\ t_f \geq t_{bordé} \end{cases} \quad (6.30)$$

En outre, l'aire de la semelle est généralement élevée puisque, en plus d'augmenter la hauteur de l'âme, tous deux permettent de gagner facilement en inertie, où l'inertie est la propriété géométrique essentielle en termes de résistance flexionnelle et de flèche.

Ensuite, prenons comme exemple une traverse de type C qui, simplement fléchie, est de section de classe 4 en raison du bordé et de l'âme. Soient :

- M_{eff} , le moment résistant en section de classe 4 de cette traverse simplement fléchie, et
- M_{beff} , le moment résistant en section avec bordé efficace de cette même traverse simplement fléchie.

Ainsi, lorsque la traverse est soumise à l'un des deux moments résistants, on atteint la limite élastique en fibre tendue au sein de la section respective. Car, par définition, les centre de gravité en section avec bordé efficace et en section efficace sont tous deux situés sous la mi-hauteur. Ce qui conduit aux expressions analytiques ci-dessous.

$$\begin{cases} |\sigma_{2,beff}| = \frac{M_{beff} * v_{sup,beff}}{I_{beff}} = f_y \\ |\sigma_{2,eff}| = \frac{M_{eff} * v_{sup,eff}}{I_{eff}} = f_y \end{cases} \quad (6.31)$$

En outre, on parvient toujours aux conditions en 6.32 portant sur les propriétés géométriques en 6.31.

$$\begin{cases} v_{sup,beff} > v_{sup,eff} \\ I_{beff} > I_{eff} \end{cases} \quad (6.32)$$

A cet effet, sur base des conditions sur les dimensions reprises au Tableau 5 et en 6.30, puis en combinant les critères en 6.32, le moment résistant M_{eff} d'une traverse de type C simplement

fléchie est toujours supérieur au moment résistant en section avec bordé efficace M_{beff} (même traverse simplement fléchie).

Autrement dit, la diminution du bras de levier supérieur, v_{sup} , a un effet plus conséquent que la diminution de l'inertie, I , lorsque l'aire de l'âme diminue.

Notons que cet effet apparaît également pour une traverse de type C de section de classe 4 en raison uniquement de l'âme.

Par conséquent, pour approcher suffisamment de la courbe d'interaction $M - N$ théorique réelle d'une traverse de type C, il est permis de suivre directement :

- la courbe d'interaction $M - N$ de la section avec bordé efficace, en 6.28, jusqu'en $N_{ed,t_{bordé}}$ où au-delà, on suit la courbe d'interaction $M - N$ de la section de classe 3 en 6.29. Ceci est le cas si bien entendu le bordé de la traverse simplement fléchie est de classe 4.
- Ou uniquement la courbe d'interaction $M - N$ de la section brute en 6.29 pour tout effort membranaire si le bordé de la traverse simplement fléchie n'est pas de classe 4.

Ceci peut être montré sur base d'un exemple de traverse de type C de section de classe 4, que l'on nomme désormais troisième traverse exemple.

Les dimensions de ses parois sont représentées dans le tableau ci-dessous.

b_f [mm]	t_f [mm]	h_w [mm]	t_w [mm]	$l_{col,bordé}$ [mm]	$t_{bordé}$ [mm]
200	12	1 400	6	2 000	12

Tableau 6 Dimensions des parois de la troisième traverse exemple

En notant que les dimensions respectent cette fois-ci les limites reprises dans le Tableau 5 et en 6.30.

Après calculs, on arrive aux courbes d'interaction $M - N$ théorique réelle et théorique approchée de la troisième traverse exemple en Figure 48.

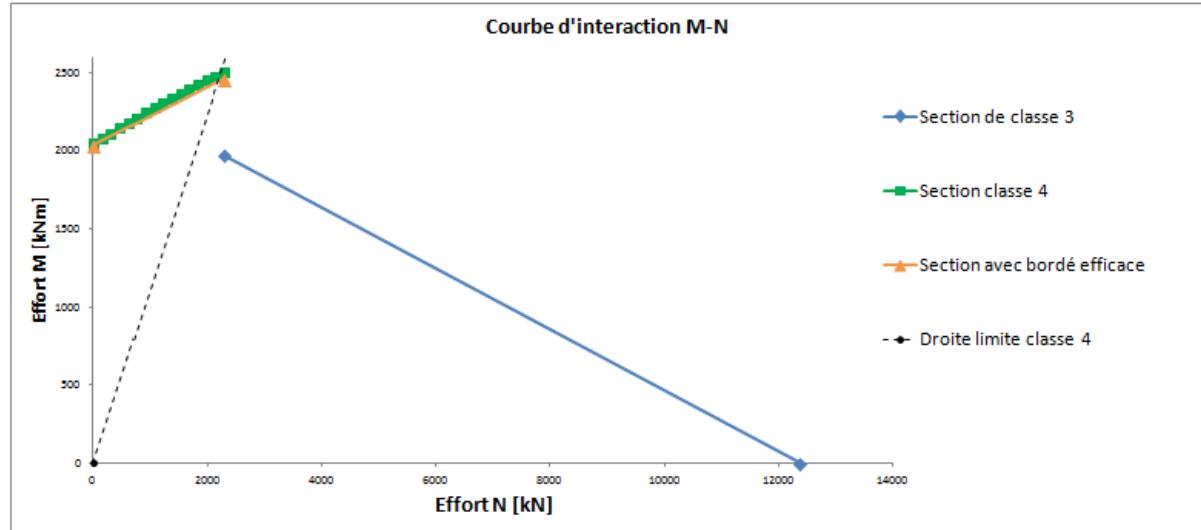


Figure 48 Courbes d'interaction $M - N$ théorique réelle, en vert et bleu, et théorique approchée, en orange et bleu, de la troisième traverse exemple.

En notant par ailleurs que le moment résistant M_{beff} est bien inférieur au moment résistant M_{eff} d'après leurs valeurs reprises au Tableau 7.

M_{eff}	M_{beff}
2 049,1	2 035,1

Tableau 7 Valeurs des moments résistants, en kNm, de la troisième traverse exemple.

En outre, comme il a déjà été expliqué dans le cas de la traverse de type B lorsque $Z_{AN,eff} < h_t/2$, la courbe d'interaction de section de classe 4, en vert en Figure 48, est bien positionné au-dessus de la courbe de section avec bordé efficace, en orange.

Dès lors, la courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée de la troisième traverse exemple est déterminée de manière analytique par les équations 6.33 et 6.34, identiques aux équations 6.28 et 6.29.

$$N_{ed} \in [0; N_{ed,t_{bordé}}] \quad M_{rd} = \left(f_y - N_{ed} \left(\frac{1}{A} - \frac{e_{m,beff} v_{sup,beff}}{I_{beff}} \right) \right) \frac{I_{beff}}{v_{sup,beff}} \quad (6.33)$$

$$N_{ed} \in]N_{ed,t_{bordé}}; N_{pl}] \quad M_{rd} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A} \right) \frac{I}{v_{sup}} \quad (6.34)$$

7. Conclusion : comment déterminer la courbe d'interaction M-N théorique approchée d'une traverse quelconque de section de classe 4 ?

En finalité, en phase élastique, il est possible d'approcher, par voie purement analytique, la courbe d'interaction $M - N$ théorique réelle et complète d'une traverse quelconque initialement de section de classe 4.

Cependant, pour parvenir à une méthode analytique optimale, il est nécessaire que :

- le résultat soit obtenu rapidement par le calcul analytique mis en place,
- le résultat approché soit suffisamment proche du résultat théorique réel, et qu'
- aucune voie numérique ne soit employée.

En outre, pour que la méthode analytique soit applicable au minimum pour tout type de traverse susceptible d'être rencontré en pratique dans le domaine des voies navigables, il est nécessaire de prendre en compte :

- les trois principaux types de traverses cités dans la partie pratique,
- toute inclinaison possible de la droite $\psi_{lim,cl4}$, cette droite exprimant pour rappel le passage de l'âme de classe 4 de la traverse à une âme de classe 3,
- les parois de la partie collaborante du bordé soient ou non de classe 4.

Dès lors, l'une des méthodes analytiques optimales répondant aux critères cités plus haut peut s'énoncer comme suit :

- tout d'abord, la section efficace de la traverse simplement fléchie, sans effort axial, doit être déterminée. Le moment résistant correspondant M_{eff} et les propriétés géométriques de cette section efficace sont donc connus.
- Ensuite, on détermine la courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée en partant des hypothèses et des formules analytiques exprimées dans le tableau repris en annexe. Le tableau prend également en compte les équations 10.1, 10.2, 10.3, 10.4 et 10.5 en Annexe 3.

Il est d'ailleurs intéressant de noter que la principale caractéristique rendant cette méthode analytique très efficace en termes de rapidité est le fait de procéder à un seul calcul de section efficace, celui de la traverse simplement fléchie.

En outre, d'après le calcul de section efficace effectué pour la première traverse « exemple » simplement fléchie, seulement cinq itérations suffisent pour converger. Par ailleurs, il est permis, d'après l'Eurocode 3, d'arrêter le calcul de section efficace après trois ou quatre itérations. Ainsi, peu de calculs sont finalement effectués.

D'après le tableau en Annexe 3, le choix parmi les systèmes d'équations analytiques présents dans la partie droite du tableau dépend principalement des propriétés de la traverse lorsqu'elle est soumise en flexion seule. Effectivement, trois critères rapportés sur cette traverse simplement fléchie et une éventuelle condition supplémentaire, nommée quatrième critère, sont à vérifier :

1) La classe du bordé collaborant.

Si le bordé collaborant est de section de classe 4, les formules analytiques tiennent compte des propriétés géométriques constantes de la section avec bordé efficace jusqu'à ce que l'effort membranaire atteigne $N_{ed,t_{bordé}}$. Pour un effort membranaire supérieur à cette limite, la courbe d'interaction $M - N$ suit la courbe d'interaction de section de classe 3.

Effectivement, il a été défini par hypothèse et sécurité que le bordé collaborant reste susceptible de voilement tant que l'axe neutre n'a pas atteint la fibre supérieure du bordé collaborant en section brute, c'est-à-dire $Z_{AN} = t_{bordé}$.

Ainsi, la courbe de section de classe 3 part de $N_{ed,t_{bordé}}$, i.e. l'effort membranaire qui, combiné à $M_{rd,t_{bordé}}$, présente un diagramme de contraintes au sein de la section brute tel que :

- la position de l'axe neutre est égal à $t_{bordé}$, et
- la limite d'élasticité f_y est atteinte dans la fibre tendue.

Cependant, si le bordé collaborant n'est pas de section de classe 4, les notions de section avec bordé efficace et d'efforts $N_{ed,t_{bordé}}$ ne sont pas à considérer.

Afin de ne pas alourdir la conclusion, les explications qui suivent concernent plus précisément les traverses présentant un bordé collaborant de section de classe 4. Néanmoins, la démarche reste identique pour les autres traverses.

2) La position du centre de gravité de la section efficace, $Z_{CG,eff}$.

Deux situations peuvent survenir :

- soit, $Z_{CG,eff} \leq h_t/2$,
- ou, $Z_{CG,eff} > h_t/2$

Dans la première situation, instantanément,

- la traverse est de type C, et
- $Z_{CG,eff} < h_t/2$.

Ainsi, et par les dimensions usuelles des parois de traverses et du bordé dans le domaine des voies navigables, la courbe d'interaction $M - N$ théorique complète et approchée suit directement les courbes d'interaction de la section avec bordé efficace et celles de la section de classe 3.

Cette première situation a d'ailleurs été perçue pour la troisième traverse exemple.

Par contre, dans la deuxième situation,

- la traverse peut être de type A ou B, et
- la position $Z_{CG,eff}$ peut être inférieure, égale ou supérieure à la mi-hauteur.

Au vu des différents cas susceptibles d'être rencontrés dans la deuxième situation, il vient à vérifier les deux derniers critères avant de procéder à la partie droite du tableau.

Toutefois, il est inutile de vérifier le troisième critère selon la position du centre de gravité en section avec bordé efficace $Z_{CG,eff}$.

- Si $Z_{CG,eff} \geq h_t/2$, il est en effet certain que $M_{eff} < M_{beff}$. Dès lors, il est permis de passer directement à la vérification du quatrième critère.
- Par contre, si $Z_{CG,eff} < h_t/2$, il est nécessaire de vérifier le troisième critère avant de procéder à l'éventuel quatrième critère.

3) La comparaison entre les moments résistants M_{eff} et M_{beff} .

Il est pour rappel nécessaire de procéder au troisième critère lorsque la deuxième situation est rencontrée, i.e. :

- $Z_{CG,eff} > h_t/2$, et
- $Z_{CG,beff} < h_t/2$.

Effectivement, si ces deux conditions sont rencontrées, il existe deux possibilités :

- soit, $M_{eff} < M_{beff}$,
- ou, $M_{eff} \geq M_{beff}$.

Pour la première possibilité, la courbe d'interaction $M - N$ théorique complète et approchée doit considérer l'équation relative à l'approche $\alpha = 1$, prise en compte dans le quatrième critère. Tandis que pour la seconde possibilité, la courbe d'interaction $M - N$ est déterminée de la même manière que pour une traverse dans la première situation. Car, seule la voie numérique permet de se rapprocher davantage de la courbe théorique réelle de section de classe 4.

4) La différence entre les moments $M_{rd,\alpha=1,N_{ed,t_{bordé}}}$ et $M_{rd,beff,N_{ed,t_{bordé}}}$

Si nous sommes amenés à parcourir le quatrième critère, d'après les conditions reprises dans les trois premiers critères, alors la courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée est représentée en partie par l'équation analytique caractéristique de l'approche $\alpha = 1$.

Néanmoins, il est tenu en dernier lieu de vérifier les conditions sur $M_{rd,\alpha=1,N_{ed,t_{bordé}}}$, représentant le moment résistant déterminé par l'approche $\alpha = 1$ en $N_{ed} = N_{ed,t_{bordé}}$ et $M_{rd,beff,N_{ed,t_{bordé}}}$, désignant le moment résistant déterminé par la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace en $N_{ed} = N_{ed,t_{bordé}}$ (cf. équations 10.2 et 10.3 en Annexe 3).

Ainsi, lorsque la traverse est soumise à la combinaison d'efforts $(N_{ed,t_{bordé}}; M_{rd,\alpha=1,N_{ed,t_{bordé}}})$, et

- si $M_{rd,\alpha=1,N_{ed,t_{bordé}}} < M_{rd,beff,N_{ed,t_{bordé}}}$, on n'a donc pas atteint la limite élastique en fibre tendue au sein de la section avec bordé efficace. Dès lors, la courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée et complète est déterminée par la courbe d'interaction caractéristique de l'approche $\alpha = 1$ et la courbe d'interaction d'une section de classe 3.
- Si $M_{rd,\alpha=1,N_{ed,t_{bordé}}} = M_{rd,beff,N_{ed,t_{bordé}}}$, on a atteint la limite élastique en fibre tendue au sein de la section avec bordé efficace. Autrement dit, la courbe d'interaction $M - N$ théorique complète et approchée est représentée analytiquement de manière identique que pour le cas précédent.
- Si $M_{rd,\alpha=1,N_{ed,t_{bordé}}} > M_{rd,beff,N_{ed,t_{bordé}}}$, la contrainte en fibre tendue en section avec bordé efficace dépasse la limite élastique. Autrement dit, on sort de la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace sous $(N_{ed,t_{bordé}}; M_{rd,\alpha=1,N_{ed,t_{bordé}}})$, et il est probable que l'on se trouve au-dessus de la courbe théorique réelle de section de classe 4 sous cette combinaison d'efforts. Ainsi, à la différence des deux premiers cas, la courbe d'interaction $M - N$ théorique complète approchée est représentée dans ce cas-ci par la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace en plus des deux autres courbes. Pour se rapprocher davantage de la courbe théorique réelle de section de classe 4, un calcul par voie numérique est nécessaire.

Par ailleurs, nous pouvons noter que le premier cas a été rencontré pour la première traverse exemple, alors que le troisième cas a été rencontré pour la deuxième traverse exemple.

Autres remarques éventuelles

- Les équations analytiques représentatives des courbes d'interaction $M - N$ de la section brute et de la section avec bordé efficace abordées ici et reprises dans le tableau en Annexe 3 désignent les couples $(N_{ed} - M_{rd})$ avec lesquels on atteint la limite d'élasticité en fibre tendue dans la section respective.
 - La courbe d'interaction caractéristique de l'approche $\alpha = 1$ est parallèle :
 - soit, à la courbe d'interaction de la section avec bordé efficace où on atteint la limite d'élasticité en fibre comprimée (cf. Figure 45 et Figure 46), ou
 - soit, parallèle à la courbe d'interaction de la section brute où on atteint la limite d'élasticité en fibre comprimée.
- Le choix parmi les deux dépend uniquement de la classe du bordé collaborant rencontrée dans l'étude de la traverse simplement fléchie.
- La différence existant entre la courbe d'interaction théorique réelle de section de classe 4 et la courbe d'interaction théorique approchée est finalement faible, et ce pour toute traverse. Ceci peut d'ailleurs être constaté d'après les pourcentages de résistances flexionnelles pour la première traverse exemple (cf. Tableau 4). En effet, il est important de rappeler que la différence ΔM_{rd} non prise en compte par l'utilisation des équations analytiques joue uniquement dans l'efficacité réelle de l'âme. Dès lors, cette différence est finalement très faible puisque l'aire de l'âme joue très peu dans la résistance flexionnelle.
 - Les équations analytiques mises en place tiennent compte uniquement de la combinaison d'un effort membranaire et d'un effort flexionnel au sein de la traverse de section de classe 4. Une étude ultérieure devrait être abordée pour prendre en compte l'effort tranchant sur les équations analytiques mises en place.

8. Validation des formules analytiques par éléments finis

8.1. Introduction

A présent, il est prouvé que les formules analytiques simplifiées des courbes d'interaction M-N des poutres fléchies et tendues de section de classe 4 (cf. Annexe 3) sont théoriquement valides, puisqu'elles respectent les règles abordant les notions de section efficace au sein de l'Eurocode 3.

Cependant, il est important de rappeler que la notion de section efficace ne permet pas à elle seule de confirmer la validité de ces formules. Premièrement, la notion de section efficace est une hypothèse non réaliste que l'on se donne. Le comportement post-critique (post-voilement) réel d'une poutre de section de classe 4 est pour rappel une distribution non linéaire de contraintes au sein de la section. Ensuite, seule une courbe d'interaction sécuritaire est représentée dans l'Eurocode 3 pour des poutres de section de classe 4 (flexion et compression).

Dès lors, il est nécessaire de prouver par la pratique, à l'aide d'un programme d'éléments finis (*LS-DYNA*), la validité des expressions analytiques mises en place en Annexe 3.

8.2. Méthodologie

Tout d'abord, l'intérêt est principalement de valider ces formules dites généralisées, donc valables pour tout type de poutre de section de classe 4. Ainsi, pour respecter cet esprit de généralisation, trois poutres seront étudiées en détail.

Ensuite, ce sont les débuts de courbes d'interaction M-N théoriques approchées qui seront analysés dans ce chapitre. Plusieurs raisons poussent vers ce choix.

Tout d'abord, il est plus intéressant d'étudier la possible augmentation du moment résistant et non sa possible diminution. Dès lors, c'est en début de courbe d'interaction M-N, i.e. principalement lorsque la section est toujours de classe 4, qu'il est possible de trouver une augmentation du moment résistant. Ensuite, il serait plus difficile de rencontrer en réalité un effort membranaire situé dans la seconde partie de la courbe d'interaction M-N au sein d'une poutre avant la ruine de cette dernière.

Par ailleurs, dans le programme d'éléments finis *LS-DYNA*, le matériau des trois poutres sera défini comme infiniment élastique. Ainsi, il suffira de vérifier si on ne dépasse pas la limite élastique en un des éléments plaques (définis par les nœuds du maillage) d'une même section dès que le couple de chargement (N_{ed}, M_{rd}) est atteint. Comme expliqué précédemment, ce couple d'efforts sera donc situé sur la première moitié de la courbe d'interaction M-N théorique approchée déterminée par les expressions analytiques en Annexe 3.

En outre, grâce au programme *LS-DYNA*, on peut analyser l'évolution temporelle des contraintes au sein de chaque élément plaque lorsque les efforts internes partent de (0,0) jusque (N_{ed}, M_{rd}).

Il est donc possible de voir l'instant auquel le voilement commence à apparaître sur chaque paroi de classe 4.

Notons que le programme *LS-DYNA* est un logiciel utilisé principalement pour des structures soumises à des sollicitations dynamiques. Or, les formules analytiques de résistance ont été mises en place en considérant un chargement purement statique. A cet effet, il est nécessaire d'augmenter suffisamment la durée de mise en charge pour que les effets dynamiques et les vibrations soient suffisamment atténués dès l'atteinte du chargement désiré (N_{ed}, M_{rd}) (Figure 49).

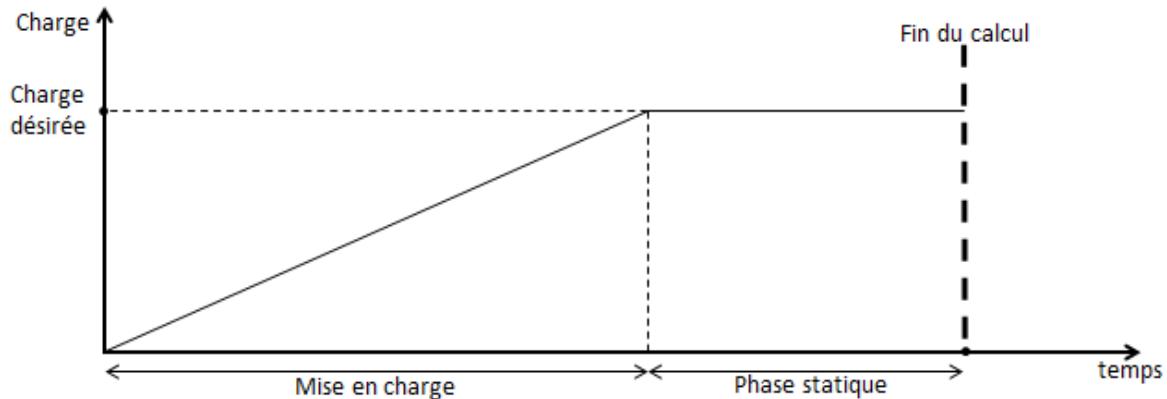


Figure 49 Schéma expliquant la manière d'obtenir un comportement statique. Plus la pente de la droite de mise en charge est faible, plus les effets dynamiques seront atténués après avoir atteint la charge désirée.

Pour finir, il est important de poser les bonnes conditions limites pour respecter au mieux la réalité du modèle. Ceci est exprimé au point suivant.

8.3. Modélisation et conditions limites

Tout d'abord, il faut considérer un bon modèle de chargement conduisant au final aux bons et uniques efforts internes ($N_{ed}, M_{ed} (= M_{rd})$), au sein de la section.

Dès lors, le schéma statique de la poutre consiste en une poutre bi-appuyée isostatique, sur laquelle on applique un moment de flexion aux deux extrémités et un effort de traction à l'extrémité libre de déplacement axial. Ce schéma statique permet d'obtenir des diagrammes de flexion et de traction constants le long de la poutre (cf. Figure 50).

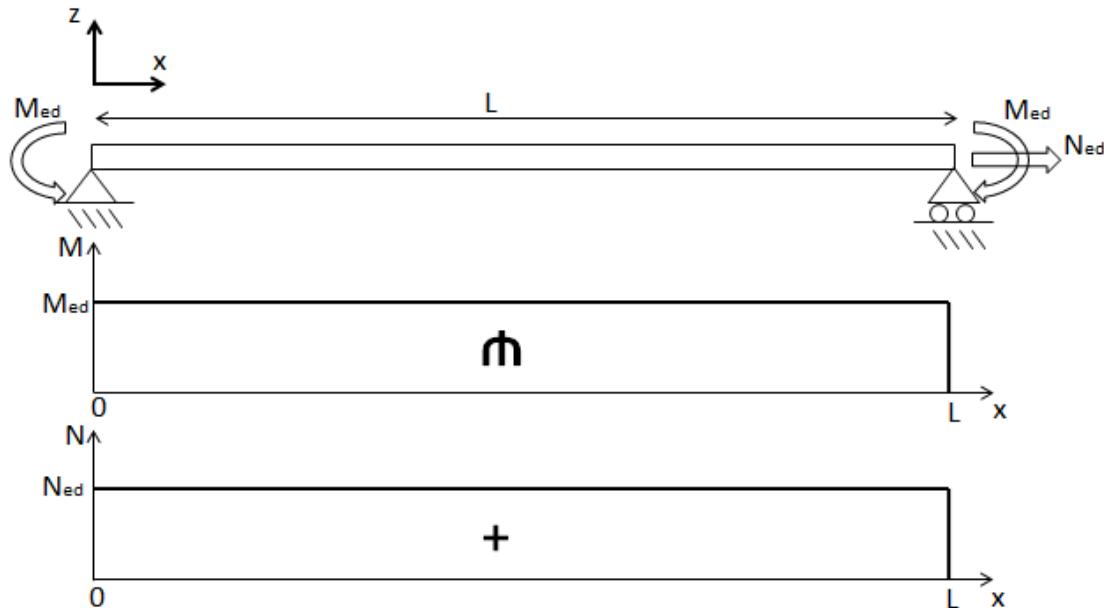


Figure 50 Schéma statique considéré dans le chapitre 8 : poutre isostatique avec efforts internes (moment de flexion et effort normal) constants le long de la poutre.

Ensuite, vu qu'il est impossible d'appliquer des pas de moments de flexion dans le programme *LS-DYNA*, l'astuce est d'appliquer deux forces : l'une appliquée au nœud constituant l'assemblage âme-semelle et l'autre au nœud formant l'assemblage âme-bordé, en chacun des deux appuis. Pour considérer uniquement un moment de flexion, la valeur des deux charges ponctuelles doit être ajustée de telle sorte que la résultante des forces au sein de la section soit nulle et que le moment obtenu au niveau de l'appui soit équivalent au moment de flexion désiré (cf. Figure 51 et équation 8.1).

$$\begin{cases} M_{ed} = F_1 b_1 + F_2 b_2 \\ F_1 - F_2 = 0 \end{cases} \leftrightarrow M_{ed} = F(b_1 + b_2) \quad (8.1.)$$

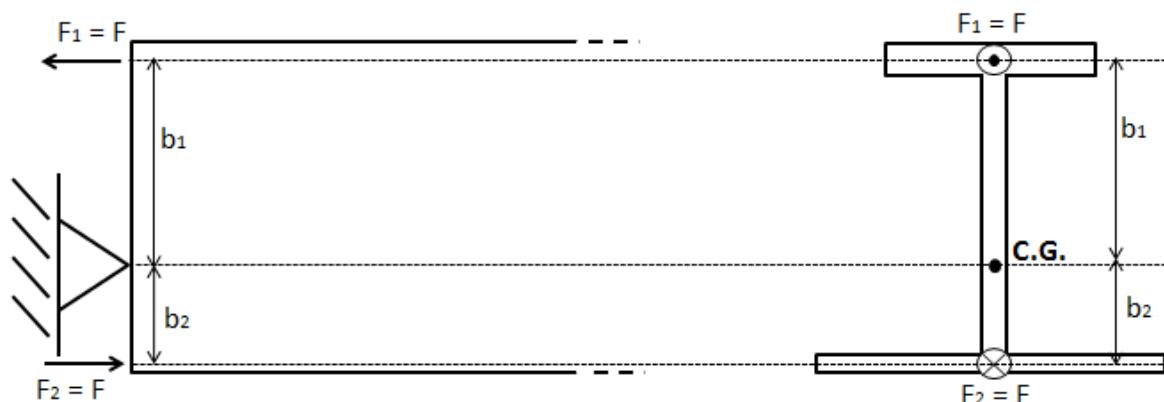


Figure 51 Modélisation par des charges ponctuelles (F_1 et F_2) du moment de flexion appliquée aux extrémités de la poutre.

Notons qu'il était possible aussi de caractériser un moment de flexion par un diagramme de contraintes aux extrémités au lieu des charges ponctuelles. Néanmoins, il est beaucoup plus délicat de bien pondérer les contraintes en chaque nœud et d'obtenir le bon moment de flexion résultant en raison des propriétés géométriques des parois maillées par rapport à celles des parois du modèle réel. Les deux démarches ont tout de même été appliquées et comparées, et elles ont toutes deux donné les mêmes résultats.

Bien entendu, en appliquant des charges ponctuelles aux extrémités de la poutre, des effets d'écrasement et d'étiements locaux vont persister. Ces effets vont donc influencer les efforts internes résultants au sein des sections aux extrémités de poutres.

Ainsi, pour étudier une section avec uniquement des efforts internes ($N_{ed}, M_{ed} (= M_{rd})$), il faut considérer une poutre suffisamment longue et analyser la section à mi portée de cette poutre non influencée par ces effets localisés.

Concernant le maillage de la poutre, la longueur des mailles sera de cinq centimètres. La longueur d'une maille peut bien entendu faiblement varier selon la dimension de la paroi réelle. Ensuite, cinq points d'intégration seront définis sur l'épaisseur de chaque élément plaque, lui-même défini par les nœuds du maillage. Par conséquent, cinq valeurs de contraintes seront obtenues en chaque pas de temps pour chaque élément plaque.

Précisons qu'il n'était pas nécessaire de considérer une longueur de maille plus petite, mise à part de voir plus en détail la répartition non linéaire des contraintes au niveau de l'âme. L'intérêt dans ce chapitre est plutôt de voir ce qui va se présenter au sein des éléments plaques plus raides, sachant que ce sont eux qui présenteront des contraintes plus importantes et susceptibles de dépasser la limite élastique. Dans ce cas de figure, ce sont normalement les éléments plaques le long de la semelle et ceux entourant l'assemblage âme-bordé qui vont nous intéresser.

D'où, le fait de considérer plusieurs valeurs de contraintes selon l'épaisseur de la semelle et du bordé va nous permettre de vérifier s'il existe une variation grossière ou non d'une contrainte à une autre. Il est en effet possible de trouver dans les résultats une contrainte à la fibre extrême de la semelle plus grande que celle à l'axe neutre de la semelle.

Pour finir, il est important de considérer les bonnes conditions limites pour étudier au mieux la poutre en situation réelle (cf. Figure 52).

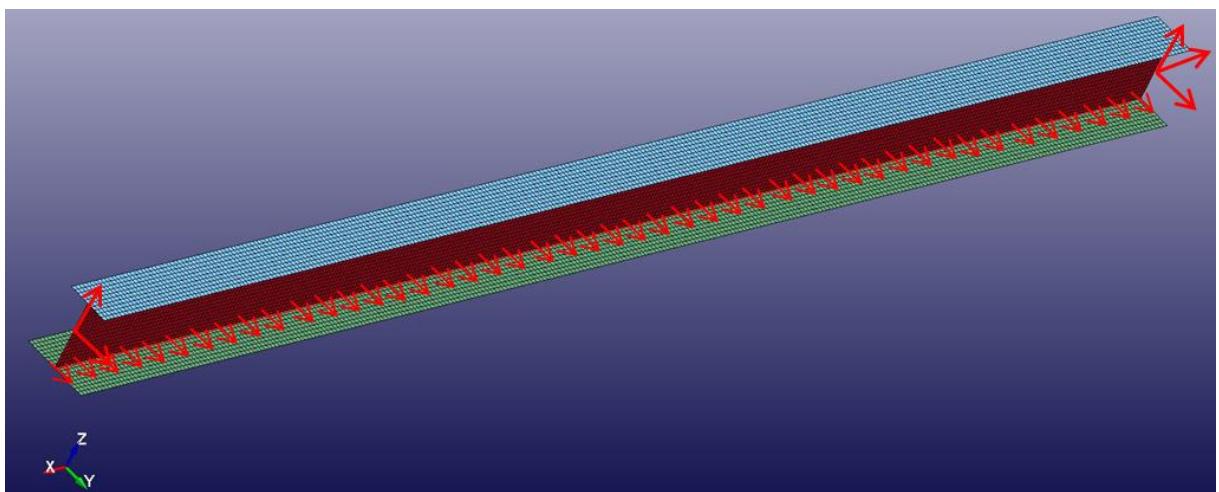


Figure 52 Maillage d'une poutre et le blocage des déplacements nodaux.

Premièrement, pour caractériser les conditions d'appuis, il faut bloquer le déplacement des centres de gravité aux sections extrêmes :

- le déplacement vertical (selon z) pour représenter l'appui à rouleaux, et
- les déplacements vertical et axial (direction z et x) pour caractériser l'appui simple.

Deuxièmement, il faut empêcher tout possible risque d'instabilité au déversement de la poutre. En effet, en sachant que c'est le bordé collaborant qui est comprimé et non la semelle, le bordé collaborant ne peut se déplacer latéralement par l'effet de continuité. Ainsi, pour empêcher cette instabilité, conduisant pour rappel à un déplacement latéral du bordé et à la torsion de la poutre, on peut bloquer le déplacement selon y de tous les nœuds constituant l'assemblage âme-bordé.

Troisièmement, pour considérer un mouvement plan 2D, dans le plan x-z, le déplacement latéral des centres de gravité aux sections extrêmes doit être bloqué.

En dernier lieu, pour obtenir une déformation globale en sections planes, il est nécessaire de mettre en place dans le programme un critère de déplacement et de rotation entre les nœuds d'une même section. Ceci est appliqué aux deux sections extrêmes de la poutre.

Précisons qu'il est possible de rencontrer au cours de l'étude un effet de pivotement du bordé et de la semelle. Pour empêcher le pivotement du bordé et de la semelle, il faudrait bloquer la rotation autour de l'axe x des nœuds bordé-âme et semelle-âme. Mais bien entendu, ce blocage n'est pas permis puisque cette démarche consisterait à considérer des assemblages infiniment rigides entre les parois, et donc non sécuritaires en termes de résistance réelle des poutres de sections de classe 4. Effectivement, en réalisant des assemblages rigides, il faudrait une flexion plus importante que celle déterminée par le calcul de section efficace pour faire apparaître le voilement des parois. Ceci a d'ailleurs été constaté au cours de cette étude.

8.4. Les trois traverses et les couples (N_{ed} ; M_{rd}) mis à l'étude

Trois traverses de section de classe 4 ont été choisies. Les dimensions des parois de ces trois traverses sont reprises dans le Tableau 8.

N° poutre	b_f	t_f	h_w	t_w	b_{col}	t_{col}	L	f_y [MPa]
1	500	30	800	8	800	14	15 000	355
2	300	20	1000	10	600	10		
3	200	12	1400	6	2000	12		

Tableau 8 Dimensions des trois poutres de section de classe 4 analysées (en millimètres).

Avant de déterminer les couples (N_{ed} ; M_{rd}) à l'aide des formules analytiques reprises dans la partie droite du tableau en Annexe 3, il faut auparavant connaître les propriétés géométriques rencontrées dans le calcul de section efficace lorsque la poutre est simplement fléchie. En effet, comme il est précisé dans le tableau en Annexe 3, la formule analytique à appliquer dépend des conditions relatives à ces propriétés géométriques. Ces conditions sont d'ailleurs représentées dans la partie gauche du tableau.

Ainsi, les valeurs des propriétés géométriques des trois poutres qui nous intéressent, i.e. déterminées par le calcul de section efficace dans l'hypothèse où elles sont simplement fléchies, sont toutes reprises en Annexe 4.

On peut remarquer d'après les valeurs reprises en Annexe 4 que le moment efficace des deux premières poutres provient de la compression du bordé ($Z_{CG,eff} > h_t/2$) et répondent aux mêmes conditions reprises dans la partie gauche du tableau en Annexe 3 alors que le moment

efficace de la dernière poutre est origine de la traction de la semelle ($Z_{CG,eff} < h_t/2$). Il était effectivement intéressant de considérer différents types de poutre dans cette étude afin de valider l'ensemble des formules analytiques et non une seule.

Connaissant ces valeurs, il est à présent possible d'appliquer les bonnes expressions analytiques des courbes d'interaction M-N théoriques approchées. Les courbes d'interaction M-N théoriques approchées des trois poutres sont représentées en Annexe 5.

En outre, pour prouver à nouveau la validité de ces courbes par rapport aux courbes d'interaction théoriques réelles, ces dernières sont également représentées.

Dans la suite de cette étude, trois couples (N_{ed} ; M_{rd}) situés sur les courbes d'interaction M-N théoriques approchées seront considérés. Les couples (N_{ed} ; M_{rd}) obtenus par les formules analytiques en Annexe 3 sont représentés dans le Tableau 9.

N° poutre	Couple d'efforts 1	Couple d'efforts 2	Couple d'efforts 3
1	(0 ; 1 911,2=(M_{eff}))	(1 000 ; 2 185,3)	(2 000 ; 2 459,4)
2	(0 ; 1 643,3=(M_{eff}))	(500 ; 1 799,2)	(1 000 ; 1 955,2)
3	(0 ; 2 035,1=(M_{beff}))	(500 ; 2 127,6)	(1 000 ; 2 220,1)

Tableau 9 Les couples d'efforts (N_{ed} [kN]; M_{rd} [kNm]) sur base desquels les trois poutres seront étudiées au chapitre 8.5.

Ainsi, ce sont les neufs couples d'efforts que l'on va analyser à mi-portée de poutre pour valider les formules analytiques mises en place en Annexe 3. On va donc observer si les contraintes en tout élément plaque de la section étudiée sont bien inférieures à la limite élastique pour chacun de ces couples d'efforts.

Bien entendu, il est certain qu'on ne dépassera pas la limite élastique avec le premier couple d'effort de chaque poutre. Cependant, ce couple d'efforts est tout de même repris puisqu'il est intéressant d'observer l'instant auquel le voilement apparaît, de constater si les résultats obtenus par le programme sont cohérents et de comparer les résultats avec ceux des autres couples d'efforts.

Les résultats obtenus à l'aide du programme d'éléments finis *LS-DYNA* sont représentés au dernier point du chapitre 8.

8.5. Résultats obtenus avec le programme d'éléments finis *LS-DYNA*

8.5.1. Interprétation des résultats

Chaque résultat obtenu sera représenté et analysé de la même manière. Le résultat comprendra tout d'abord une figure sur laquelle sont représentés :

- une vue de face de l'état de la poutre maillée en fin de calcul,
- un graphique complet de contraintes de Von Mises en fonction du temps, dans lequel est représentée l'évolution temporelle des contraintes de Von Mises de chacun des éléments plaques constituant la section à mi-portée de poutre, et
- un « zoom » de ce graphique pour mieux visualiser la ou les courbe(s) de contraintes maximales (en phase statique).

A noter que la vue de face de la poutre en fin de calcul permet principalement de montrer la déformation flexionnelle de la poutre et le voilement de son âme et du bordé collaborant. Pour rappel, l'épaisseur des parois de la poutre maillée n'est pas représentée.

En outre, comme il a été précisé au chapitre 8.3., il existe cinq valeurs de contraintes réparties sur l'épaisseur d'un élément plaque à chaque pas de temps. Après analyse de l'ensemble des résultats, il y a finalement très peu de variations entre les cinq points d'un même élément, même pour les éléments plaques constituant la semelle et le bordé. Ainsi, pour chaque élément plaque, c'est la valeur moyenne des cinq valeurs de contraintes de Von Mises obtenues à chaque pas de temps qui sera considérée.

Ensuite, concernant la durée de mise en charge, elle sera de quatre secondes pour la première poutre, mais réduite à deux pour les deux dernières poutres. Il a été constaté après plusieurs calculs que deux secondes suffisaient pour considérer un bon comportement instable des poutres en phase de mise en charge et en phase statique. Ceci pourra d'ailleurs être visualisé grâce aux résultats obtenus.

Ensuite, en rappelant que c'est en phase statique, i.e. dès que la charge désirée est atteinte et devient constante au cours du temps, que l'on va pouvoir valider les formules analytiques, la conclusion sera effectuée sur une durée de phase statique d'une seconde. Il était finalement inutile d'augmenter la durée de la phase statique, pour la durée de mise en charge choisie, puisque les valeurs de contraintes obtenues restaient constantes au cours de cette phase.

Précisons que les contraintes finales ne sont pas tout-à-fait constantes. En réalité, elles oscillent très faiblement autour de la valeur recherchée en raison de la mise en charge qui a précédé.

Au final, le résultat sera commenté sous la figure correspondante. Les commentaires prendront en compte principalement :

- le temps auquel le voilement de chaque paroi apparaît, i.e. durant la mise en charge,
- la cohérence physique de la répartition des contraintes au cours du temps,
- la comparaison entre les trois résultats d'une même poutre,
- la courbe de contraintes des éléments plaques constituant la semelle et de ceux situés au niveau de l'assemblage âme-bordé, puisque ce sont pour rappel les éléments plaques les plus raides qui sont susceptibles de présenter les contraintes comprimées et tendues maximales, et
- si on dépasse (ou non) la limite élastique pour chaque poutre avec les couples d'efforts ($N_{ed}; M_{rd}$) correspondant (cf. Tableau 9).

Précisons que si le comportement des poutres n°2 et n°3 est finalement similaire à celui de la première poutre, il n'est dès lors pas nécessaire de réexpliquer en totalité les différents points cités ci-dessus puisqu'ils seront déjà bien précisés et détaillés pour la poutre n°1.

En dernier lieu, vu que toutes les courbes de contraintes seront affichées sur le graphique de l'évolution temporelle des contraintes de Von Mises, une annotation devait être effectuée pour indiquer les courbes qui nous intéressent davantage. La légende de ces annotations est représentée en Figure 53.

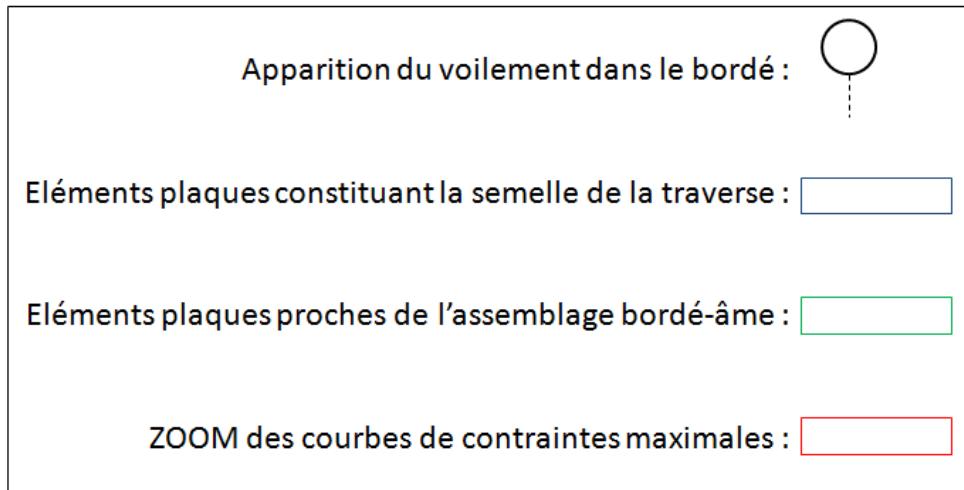


Figure 53 Légende des annotations dans les graphiques (Figure 54 à Figure 62).

8.5.2. Poutre n°1

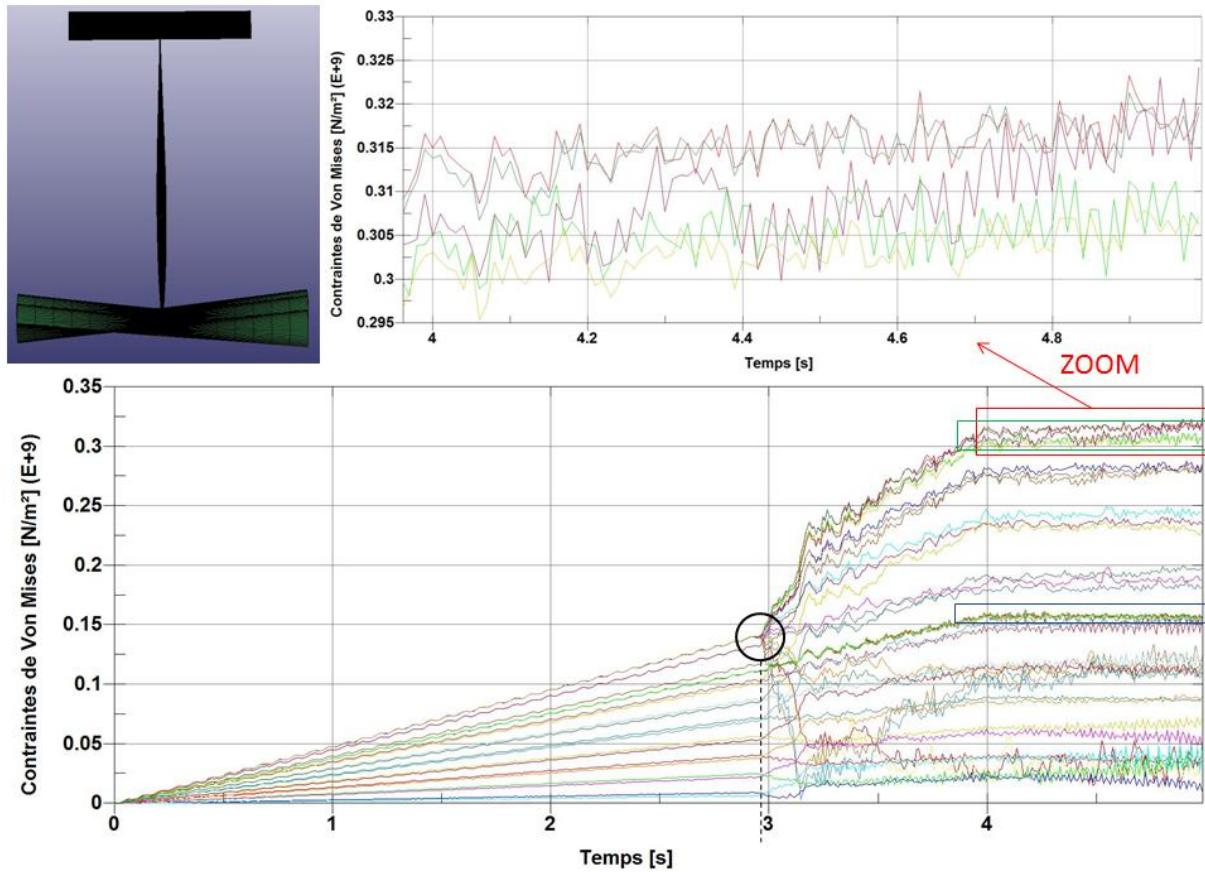


Figure 54 Couple d'efforts 1 - poutre n°1 (poutre simplement fléchie).

Au vu de la Figure 54, on peut confirmer la cohérence des résultats fournis par le programme *LS-DYNA*. Tout d'abord, on constate qu'aucune contrainte ne dépasse la limite élastique sous le moment efficace. Cependant, le fait que la limite élastique ne soit pas atteinte alors qu'on considère le moment efficace, provient du manque de précision dans le calcul de la section efficace. Mais, ce sont bel et bien des éléments raidis qui reprennent le plus de contraintes, i.e. ici les éléments plaques proches de l'assemblage bordé-âme. Dès lors, la ruine est finalement atteinte par la fibre comprimée.

Ensuite, le voilement du bordé apparaît avant trois secondes de calcul. Dès lors, le comportement post-critique est donc bien présent durant un laps de temps avant avoir atteint le moment efficace.

Avant l'apparition du voilement dans le bordé, les contraintes sont distribuées linéairement au sein de la section de la poutre. On a donc comme attendu un comportement global linéairement élastique avant l'apparition du comportement instable. On note même que les contraintes sont identiques au sein de chaque élément plaque constituant le bordé.

C'est après l'apparition du voilement dans le bordé, i.e. durant la phase post-critique, qu'une distribution non linéaire de contraintes se présente. Les contraintes au sein du bordé sont distribuées de telle manière que les éléments plaques instables du bordé, i.e. ceux situés aux extrémités de cette paroi, reprennent moins de contraintes alors que les éléments plaques les plus raides, i.e. proches de l'assemblage âme-bordé, en reprennent davantage.

Le comportement de l'âme est similaire, mais moins significatif que celui du bordé dans le graphique puisqu'initialement, l'âme reprend moins de contraintes flexionnelles que la semelle et le bordé. Cependant, on s'aperçoit que l'âme voile pratiquement au même moment que le bordé voile. Ce qui peut être justifié du fait que l'âme est en réalité influencée par le comportement instable du bordé. Comme il a été précisé dans la partie théorique du travail de fin d'études, on fait l'hypothèse d'une indépendance entre les parois dans le calcul de la section efficace, mais en réalité, une dépendance existe par le fait que l'assemblage âme-bordé constitue un assemblage semi-rigide et non une rotule. Les résultats prouvent donc bien ce caractère dépendant entre les parois.

Concernant les éléments plaques constituant la semelle, leur comportement est justifié puisque, étant tendus, ils conservent un comportement linéaire jusqu'à la fin du calcul. Tous ces éléments plaques suivent donc la même courbe de contraintes.

Nous avons donc pu constater la bonne cohérence des résultats lorsque la poutre est simplement fléchie. A présent, il faut analyser l'effet apporté par l'effort de traction sur la résistance flexionnelle et en outre vérifier la validité des formules analytiques mises en place.

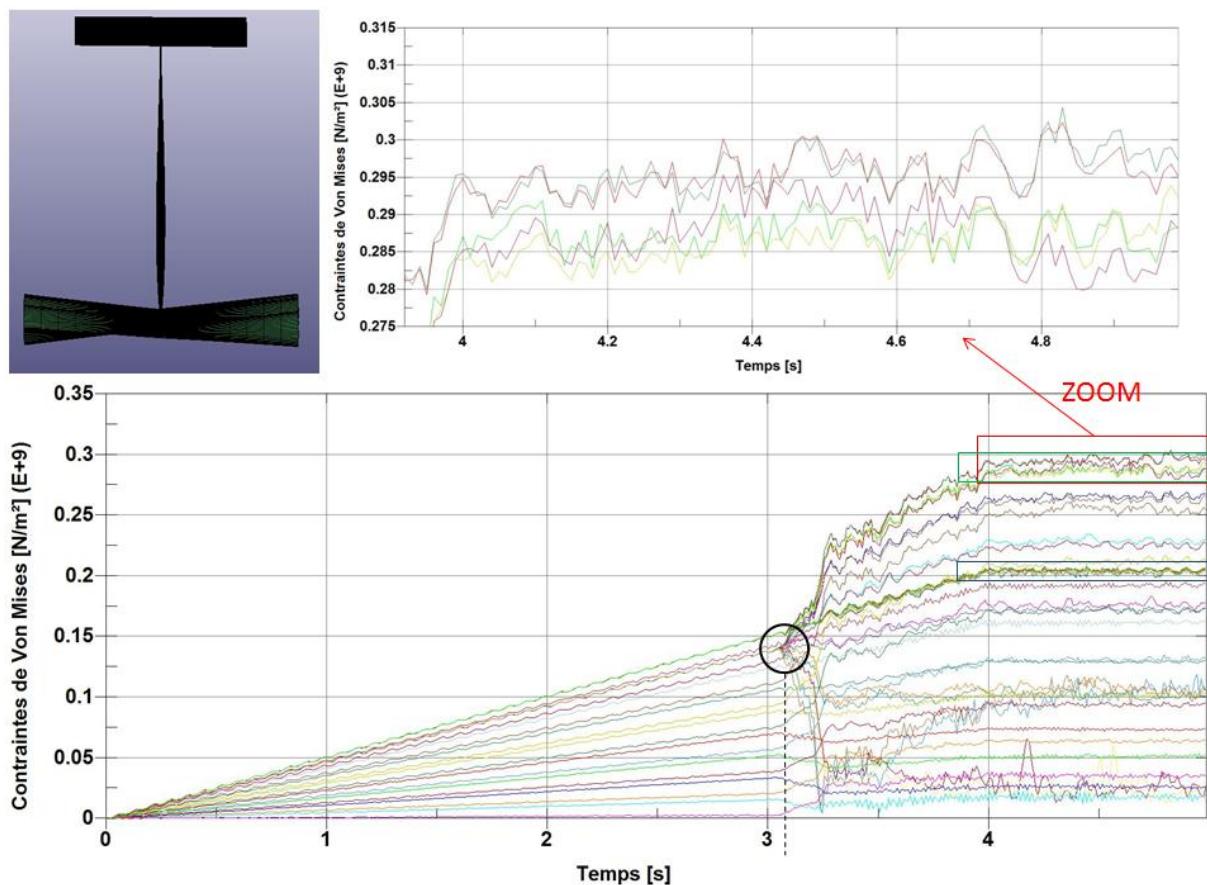


Figure 55 Couple d'efforts 2 – poutre n°1

Nous remarquons que les résultats obtenus en Figure 55 avec le couple d'efforts 2 sont valides puisque la contrainte maximale reste inférieure à la limite élastique.

En outre, on s'aperçoit que les résultats sont également cohérents puisque, grâce à la présence de l'effort de traction, le voilement se manifeste plus tard que dans le cas précédent. Etant donné

que le multiplicateur de charge est proportionnel au temps dans le calcul, cela veut donc dire que le voilement apparaît pour un effort flexionnel plus important. Ce qui confirme la capacité de l'effort de traction à raidir la poutre en réduisant la partie comprimée due à l'effort flexionnel. Autrement dit, le fait de considérer un agrandissement de la section efficace par la présence de l'effort de traction peut être justifiée.

De plus, la répartition non linéaire des contraintes lors du comportement post-voilement de l'âme et du bordé reste similaire à celle dans le cas précédent.

On note également que les contraintes de compression diminuent alors que les contraintes de traction augmentent par rapport aux résultats en Figure 54. Ceci peut être constaté directement avec les courbes de contraintes des éléments plaques proches de l'assemblage âme-bordé et celles des éléments plaques constituant la semelle. Cette variation est causée par l'addition des contraintes flexionnelles avec celles de traction pour chaque fibre de la section.

Pour cette poutre-ci, c'est bénéfique puisque c'est la partie comprimée qui est origine de la ruine de l'élément. Ainsi, en diminuant l'intensité de la compression par l'effort de traction, ceci a donc permis d'augmenter le moment résistant. Dès lors, les résultats montrent ce qui était présagé dans les chapitres précédents.

Concernant la ruine de l'élément, elle peut être réalisée pour un effort flexionnel un peu supérieur à celui calculé par les formules analytiques. Néanmoins, on note que le moment résistant obtenu analytiquement est déjà très proche du moment résistant réel lorsqu'on compare les résultats obtenus avec le moment efficace utilisé en pratique (Figure 54).

Ainsi, en sachant que la formule analytique est validée pour un effort de traction conséquent ($N_{ed} = 1\ 000\ kN$), il est donc certain que cela reste valide pour les couples inférieurs.

En outre, puisque les contraintes de compression diminuent par l'ajout de l'effort de traction alors que ce sont ces contraintes qui sont origines de la ruine de l'élément, il peut être attendu que la formule reste valide pour les couples d'efforts supérieurs, comme par exemple le couple d'efforts 3. Ceci est repris au point suivant.

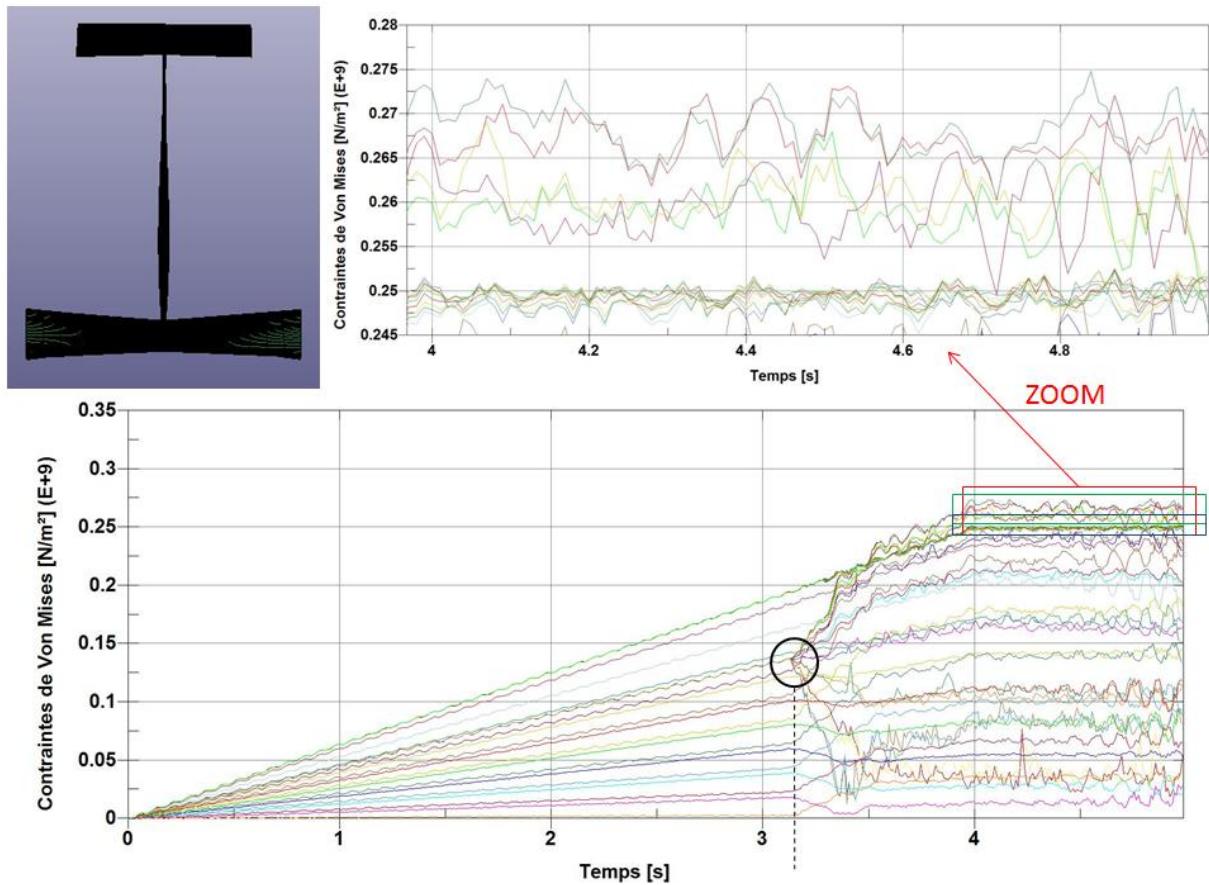


Figure 56 Couple d'efforts 3 – poutre n°1.

Les résultats en Figure 56 obtenus avec le couple d'efforts 3 confirment à nouveau ce qui se produit en continuant d'augmenter l'effort membranaire. Le voilement apparaît pour un effort flexionnel plus important, les contraintes de compression diminuent et les contraintes de traction augmentent.

Ainsi, avec un moment résistant obtenu analytiquement et supérieur au moment efficace, on reste toujours sous la limite élastique.

Finalement, le fait que les formules soient valides vient principalement du fait que les courbes de contraintes maximales sont les courbes de contraintes de compression qui régressent au fur et à mesure que l'effort de traction augmente.

Dès lors, l'application des formules analytiques en Annexe 3 serait valable pour toute poutre dont la ruine serait provoquée initialement (dans le cas où la poutre est simplement fléchie) par la compression du bordé dans le calcul de section efficace.

En outre, la compression du bordé reste dans les trois cas (cf. Figure 54, Figure 55 et Figure 56) le facteur de ruine, comme prévu d'après la courbe d'interaction M-N théorique réelle de la poutre (cf. Annexe 5). Il existe donc une similitude entre le comportement réel de la poutre et le comportement théorique.

Pour prouver au mieux cette réflexion, on aborde à présent la seconde poutre qui répond aux mêmes conditions du tableau en Annexe 3 que la première poutre. On pourra valider ces

explications, et dès lors ces formules, si on observe un comportement similaire pour la seconde poutre.

8.5.3. Poutre n°2

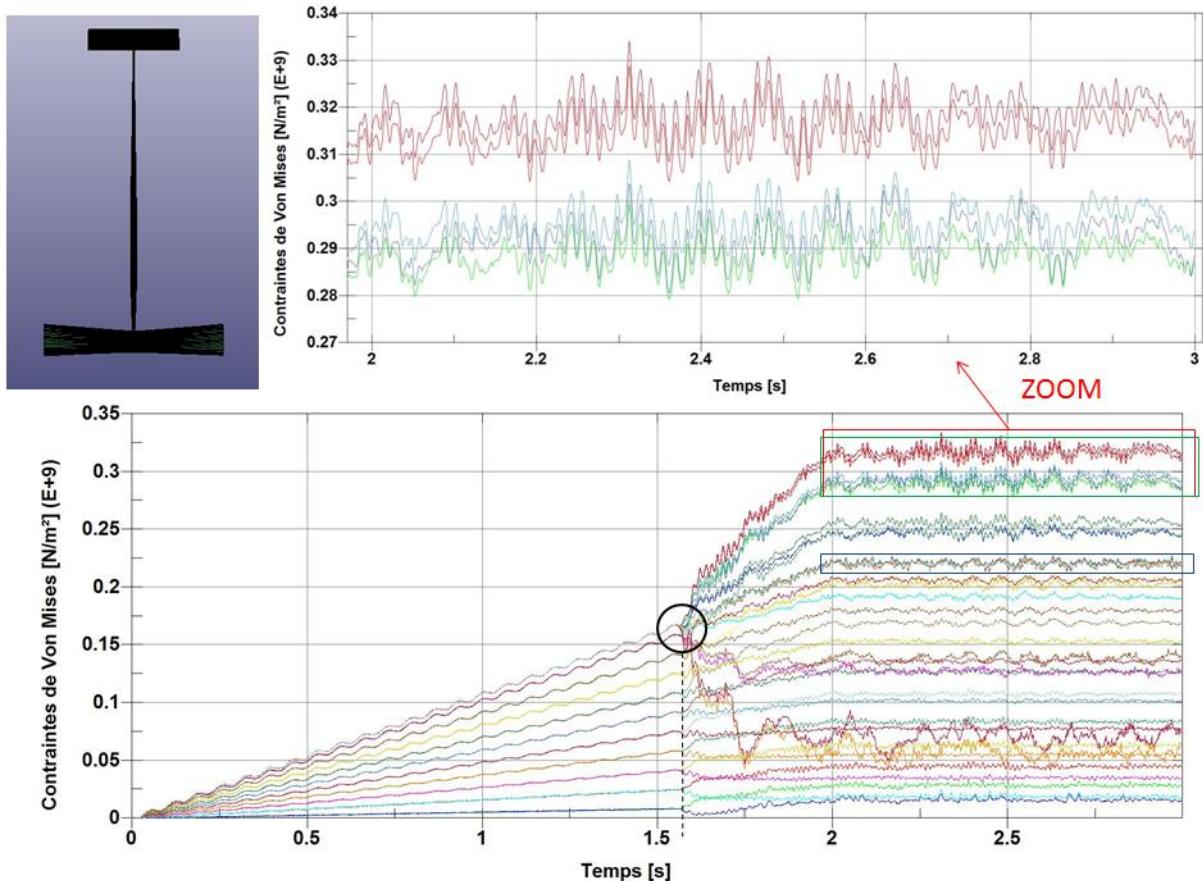


Figure 57 Couple d'efforts 1 - poutre n°2 (poutre simplement fléchie).

D'après la Figure 57, la répartition des contraintes en phase statique est similaire à celle de la première poutre (cf. Figure 54). C'est en outre la courbe de contraintes des éléments proches de l'assemblage âme-bordé qui sont origines de la ruine de la traverse.

Les comportements pré-critique (élastique linéaire), critique et post-critique (élastique non-linéaire) de l'âme et du bordé sont également ressemblants à ceux de la poutre précédente.

Cependant, on peut noter que les contraintes de traction dans la semelle sont plus importantes que celles pour la première poutre (cf. Figure 54 et Figure 57). Autrement dit, au vu de ce qui est expliqué pour la première poutre, on risque donc d'atteindre plus rapidement la ruine de la semelle avec une augmentation de l'effort de traction pour la poutre n°2 que pour la poutre n°1.

Si cette dernière remarque est confirmée, il existe donc une similitude entre la réalité (distribution de contraintes non linéaire) et les notions théoriques du calcul de la section efficace. On peut d'ailleurs constater sur les courbes analytiques théoriques en Annexe 5 que l'effort de traction théorique nécessaire pour provoquer la ruine de la poutre n°2 par la ruine de la semelle est inférieur à celui de la poutre n°1.

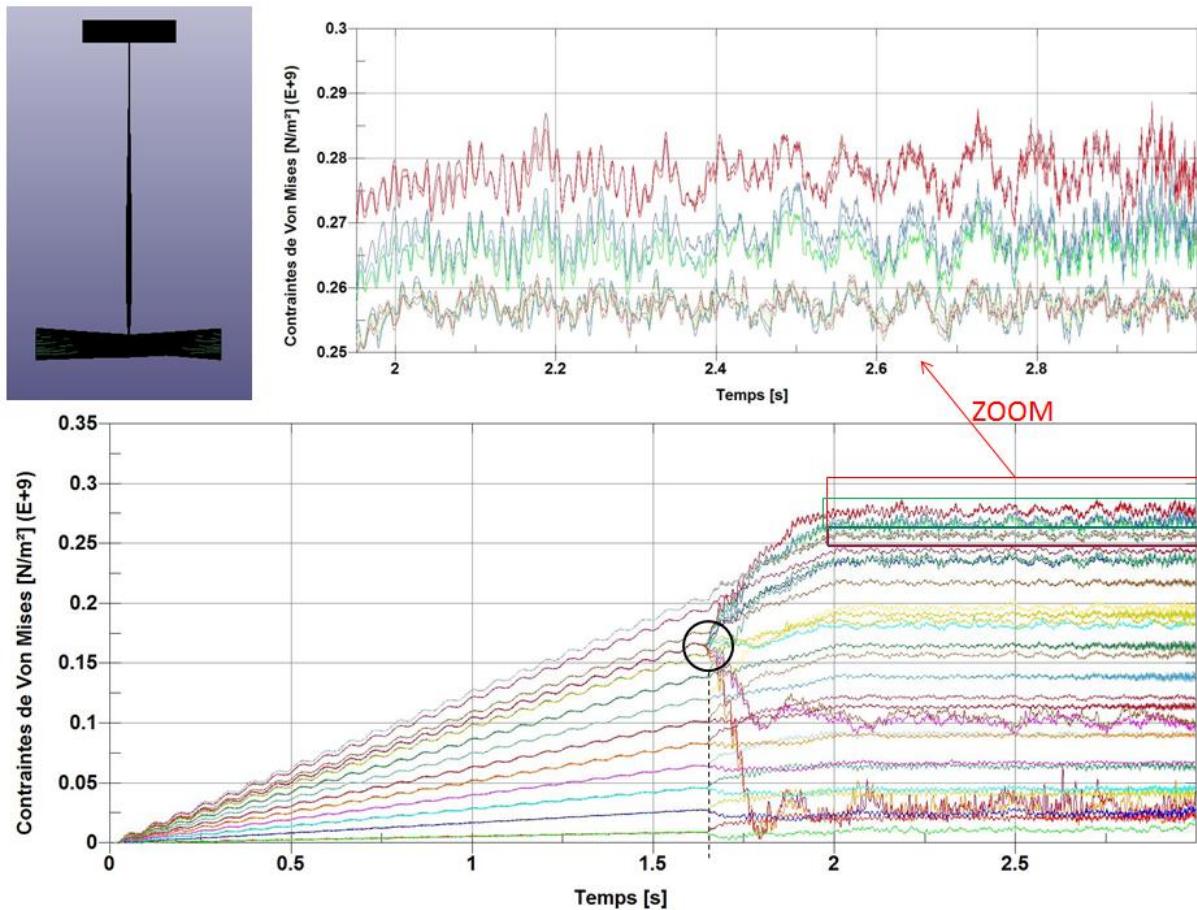


Figure 58 Couple d'efforts 2 - poutre n°2.

On constate donc que l'ensemble des phénomènes qui persistaient pour la première poutre se retrouvent pour la seconde poutre. En effet, l'apparition de l'effort de traction provoque à nouveau une diminution des contraintes de compression, une augmentation des contraintes de traction et un retard du voilement.

En outre, même si la courbe de contraintes des éléments plaques constituant la semelle remonte fortement, ce sont toujours les éléments plaques proches de l'assemblage âme-bordé qui sont origines de la ruine de la poutre. Ce qui permet dès lors d'augmenter la résistance flexionnelle.

On s'aperçoit donc jusqu'à présent que tant que la ruine de la poutre est provoquée par la ruine du bordé comprimé pour une augmentation de l'effort membranaire et de l'effort résistant flexionnel, la gamme de couples (N_{ed} ; M_{rd}) respectant cette hypothèse et déterminée par les formules analytiques mises en place en Annexe 3 est finalement valable.

Autrement dit, lorsque c'est le bordé qui reste le facteur principal de la ruine de la poutre, il est donc confirmé que l'effort flexionnel fourni par les formules analytiques permet, avec l'effort de traction correspondant, de rester sous la limite élastique pour toute contrainte.

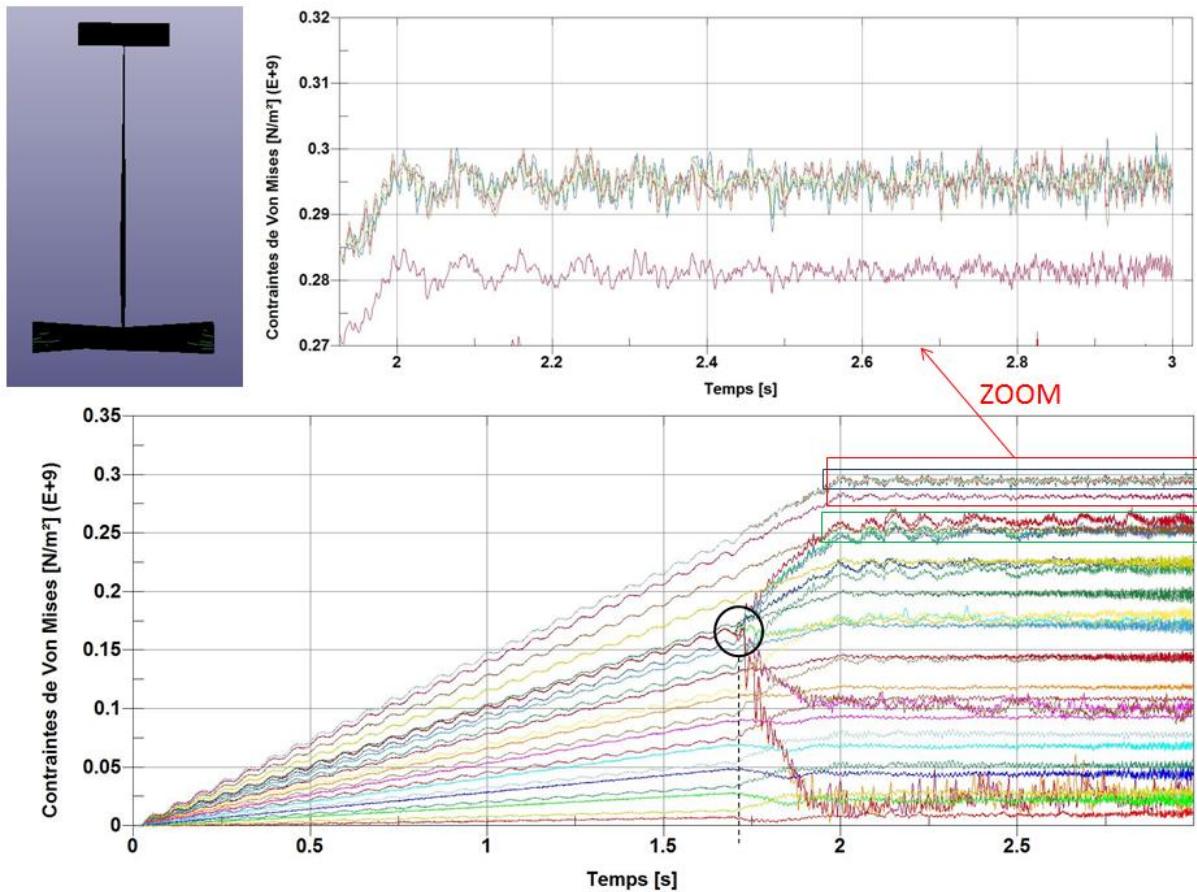


Figure 59 Couple d'efforts 3 - poutre n°2.

Pour le dernier couple d'efforts de la seconde poutre (cf. Figure 59), c'est cette fois-ci les éléments plaques constituant la semelle qui risquent de provoquer la ruine de la traverse. Néanmoins, avec le moment résistant calculé par les formules analytiques, on reste toujours sous la limite élastique.

En sachant que les courbes de contraintes relatives aux éléments plaques de la semelle montent ensemble au fur et à mesure que les deux efforts (traction et moment de flexion) augmentent, l'augmentation du moment résistant va donc devoir stopper dès que la contrainte au sein d'un des éléments plaques constituant la semelle aura atteint la limite élastique sous un couple d'efforts limite. Or, en regardant la courbe d'interaction M-N analytique en Annexe 5, on peut noter que le couple d'efforts limite, i.e. correspondant à la fin de la courbe ascendante, n'est pas loin du couple d'efforts 3.

Ainsi, le fait d'avoir mis en place des formules analytiques en partant de la théorie de la section efficace permet finalement d'obtenir des couples d'efforts (N_{ed} ; M_{rd}) valables et très proches de la réalité.

Cependant, il reste donc à vérifier l'application des formules analytiques en Annexe 3 avec la poutre n°3. Pour rappel, la formule analytique appliquée pour la troisième poutre est caractéristique des poutres qui au départ, i.e. simplement fléchies, leur ruine est provoquée par la ruine de leur semelle dans le calcul de la section efficace.

8.5.4. Poutre n°3

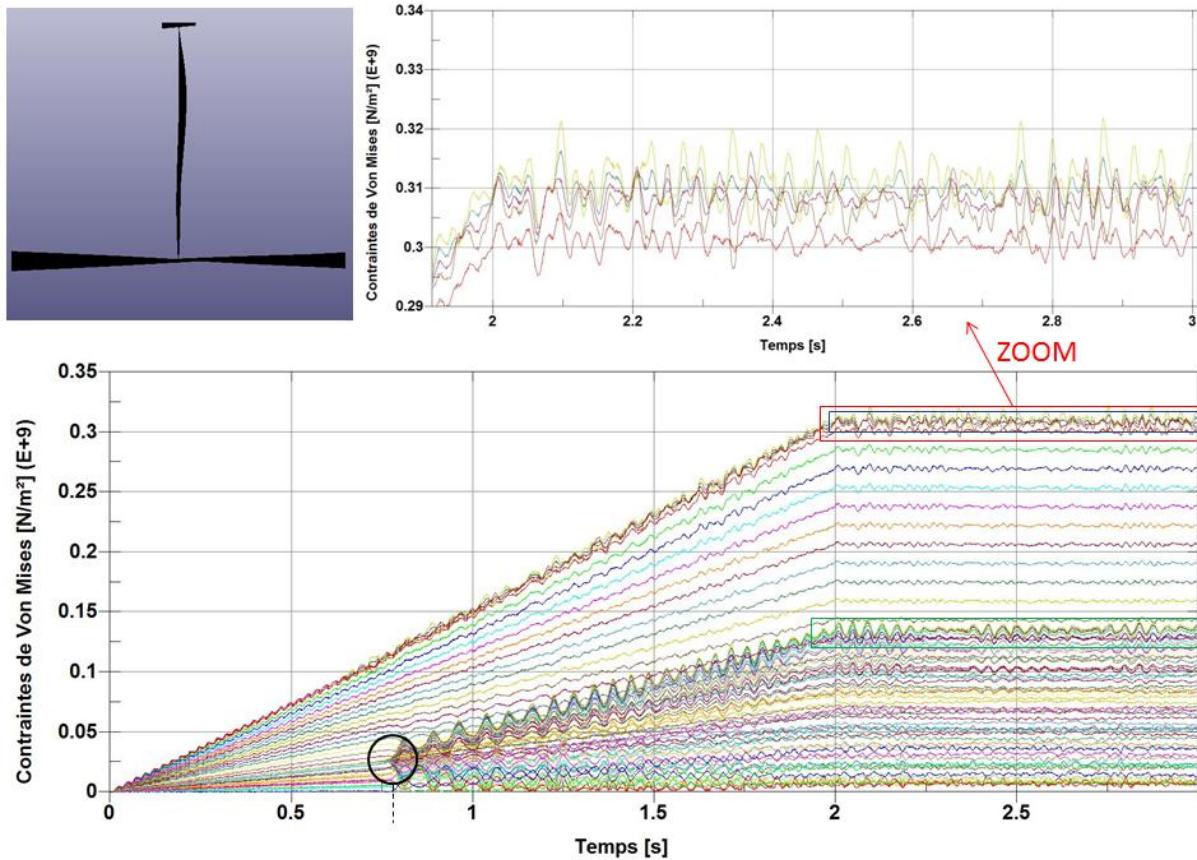


Figure 60 Couple d'efforts 1 - poutre n°3 (simplement fléchie).

Sans rentrer dans les détails, on s'aperçoit qu'on reste sous la limite élastique avec le moment M_{beff} (à peine inférieur au moment efficace M_{eff}) et que la distribution des contraintes dans les phases du pré-voilement (distribution linéaire) et du post-voilement (distribution non linéaire) sont cohérents.

En outre, c'est bien la semelle qui est cette fois-ci le principal facteur de la ruine de la poutre.

Cependant, les résultats qui nous intéressent davantage sont ceux présentés en Figure 61 et Figure 62 permettant de vérifier la possibilité d'appliquer les formules analytiques en Annexe 3.

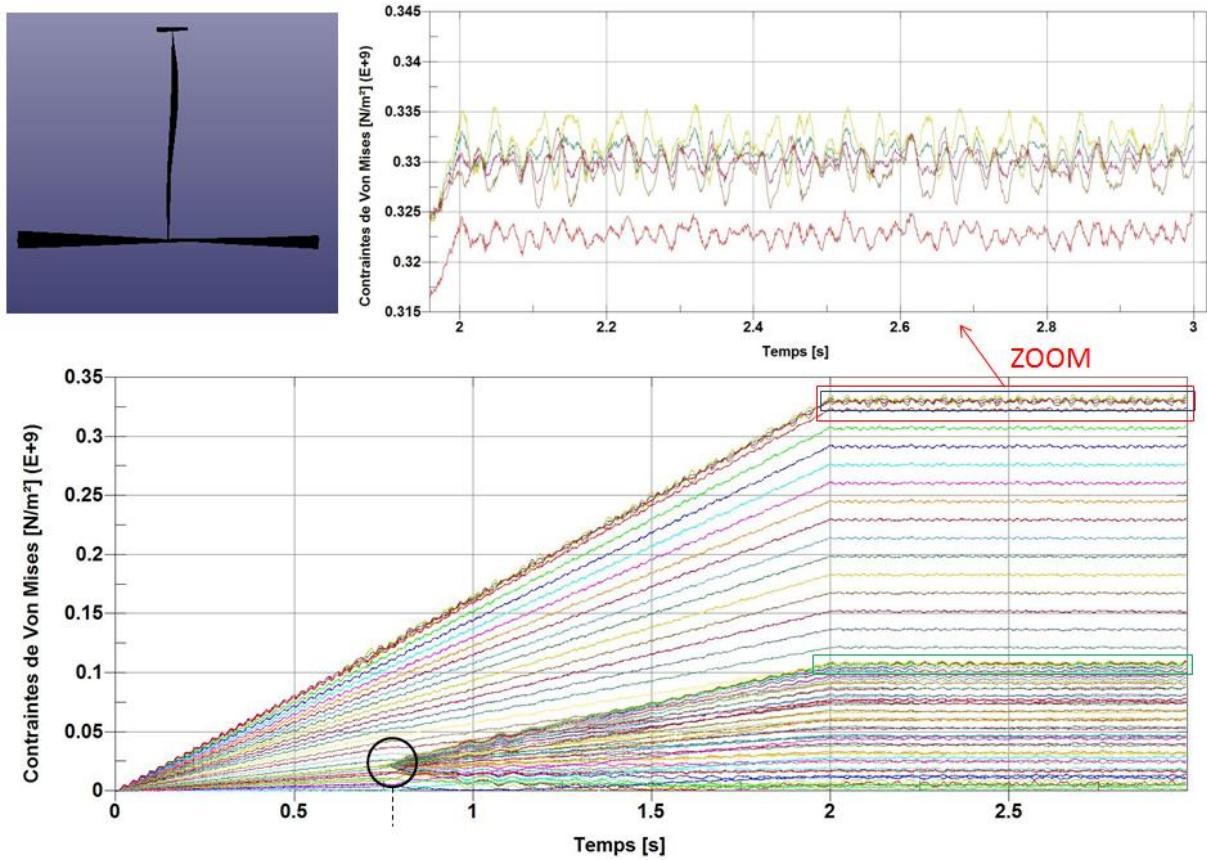


Figure 61 Couple d'efforts 2 - poutre n°3

Pour le couple d'efforts 2, la semelle reprend des contraintes plus importantes, mais tout en restant inférieures à la limite élastique. C'est donc validé pour les couples d'efforts analytiques inférieurs ou égaux au couple d'efforts 2.

Notons que l'effort de traction permettant de raidir davantage la poutre dans sa globalité a faiblement retardé l'apparition du voilement.

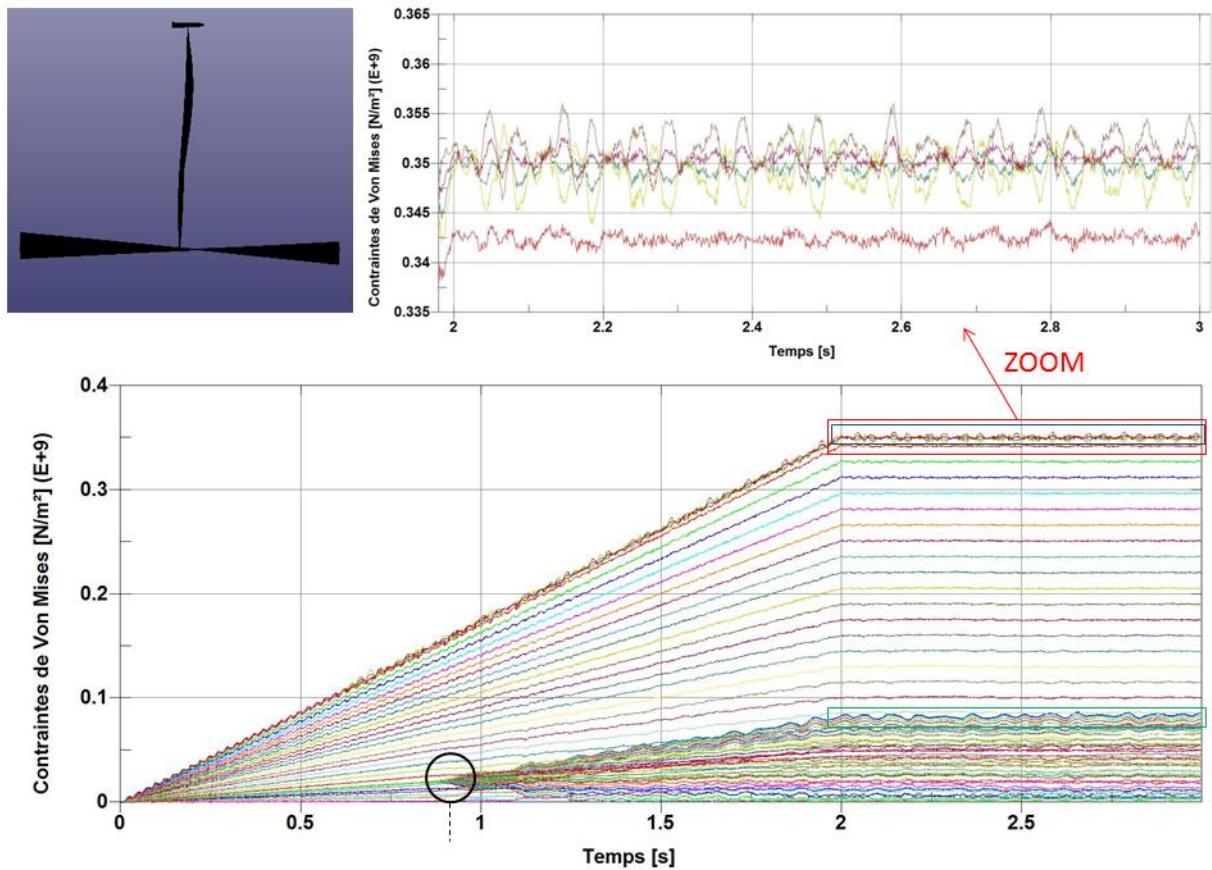


Figure 62 Couple d'efforts 3 - poutre n°3.

On peut constater qu'on arrive approximativement à la limite élastique avec le couple d'efforts 3 alors que ce couple ne représente pas la fin de la courbe analytique ascendante représentée en Annexe 5. Ce qui veut dire qu'en appliquant des couples d'efforts de la courbe d'interaction M-N supérieurs au couple d'efforts 3, on risque d'atteindre une contrainte supérieure à la limite élastique en réalité. Or, d'après la courbe d'interaction M-N analytique de cette poutre, la courbe continue encore de monter jusqu'à ce que N_{ed} atteigne $N_{ed,tbordé}$.

Il est donc possible que la courbe d'interaction M-N théorique réelle sorte de la courbe réelle pour un effort N_{ed} plus important. Néanmoins, la formule analytique reste valide pour des couples inférieurs au couple d'efforts 3, représentant une grande partie de la courbe ascendante.

La raison principale pourrait être la présence du « saut » théorique que présentent les courbes d'interaction M-N en Annexe 5. En effet, il est déjà certain que la résistance réelle ne va pas varier aussi brusquement comme le montre le « saut ». Le « saut » est pour rappel la réalité théorique d'après les notions du calcul de la section efficace (e.g., cf. Figure 39).

Une solution à envisager serait de supprimer ce « saut » physiquement irréel. Dès lors, une démarche sécuritaire possible et plus proche de la réalité serait de prolonger la courbe d'interaction de la section de classe 3 (cf. Annexe 6). En appliquant cette démarche, on constate que la courbe d'interaction M-N corrigée de la poutre 3 se rapproche davantage des résultats réels, et est également validée pour des efforts N_{ed} supérieurs.

En outre, sachant que la correction apportée en Annexe 6 reste dans tous les cas sécuritaire, la démarche reste donc valable pour la première et la seconde poutre.

9. Conclusion générale

Au départ, les formules analytiques mises en place en Annexe 3, exprimant les courbes d'interaction M-N approchées et simplifiées des poutres de section de classe 4, sont valables théoriquement puisqu'elles respectent les notions du calcul de la section efficace au sein de l'Eurocode 3.

En outre, les courbes d'interaction M-N théoriques approchées mises en place peuvent être considérées suffisamment proches des courbes d'interaction théoriques réelles au vu des résultats obtenus pour les diverses poutres étudiées dans le cadre du travail de fin d'études. L'objectif était de parvenir au final à déterminer analytiquement et surtout rapidement le couple d'efforts ($N_{ed}; M_{rd}$) d'une poutre quelconque de section de classe 4 souhaité.

Précisons cependant que ces formules analytiques sont valables pour :

- l'ensemble des poutres de section de classe 4 de type A et B (i.e., $Z_{CG,eff} > h_t/2$ lorsqu'elles sont simplement fléchies), et
- les poutres de section de classe 4 de type C rencontrées dans le domaine des voies navigables (i.e., $Z_{CG,eff} \leq h_t/2$ lorsqu'elles sont simplement fléchies).

Néanmoins, il est rare de rencontrer des poutres de section de classe 4 de type C en pratique.

Cependant, la théorie n'était pas suffisante pour confirmer la validité des courbes d'interaction M-N en Annexe 3. Il était effectivement nécessaire de vérifier ces formules analytiques à l'aide d'un programme d'éléments finis.

Ainsi, trois différentes poutres de section de classes 4 simplement symétriques ont été choisies. Pour chaque poutre, trois couples d'efforts ($N_{ed}; M_{rd}$), déterminés par les formules analytiques en Annexe 3 et correspondant à la partie ascendante de la courbe d'interaction M-N (la partie la plus intéressante de la courbe), ont été testés.

Au final, les formules analytiques en Annexe 3 sont validées au vu de l'ensemble des résultats obtenus dans le chapitre 8.

En outre, on a pu constater quelques similitudes entre la réflexion théorique et les résultats au chapitre 8 concernant l'influence de l'effort de traction sur la résistance flexionnelle. Par exemple, par la présence de l'effort de traction,

- cela retardait l'apparition du voilement (comparable à un agrandissement de la section efficace),
- les contraintes de traction augmentaient alors que les contraintes de compression se réduisaient,
- ce sont principalement les éléments plaques les plus raides, i.e. ceux constituant la semelle et ceux proches de l'assemblage âme-bordé, qui risquaient de dépasser la limite élastique en premier.

Néanmoins, il était nécessaire de corriger les courbes d'interaction M-N. Effectivement, le «saut» valable en théorie, mais n'existant pas en pratique, devait être remplacé par un prolongement de la courbe de section de classe 3 (démarche sécuritaire).

En laissant ce saut, il était possible de dépasser faiblement la limite élastique pour certains couples d'efforts (N_{ed} ; M_{rd}).

Pour finir, plusieurs pistes pour le futur concernant l'impact d'un bateau sur la porte d'écluse sont à envisager :

- Une étude en phase élastique doit aussi être réalisée en considérant le scénario tel que l'impact appliqué coté traverse,
- de plus, comme il a été précisé dans la conclusion au chapitre 7, d'autres efforts internes, comme par exemple l'effort tranchant, doivent être pris en compte en plus de l'effort membranaire et l'effort flexionnel dans la recherche des formules analytiques.
- Ensuite, il serait particulièrement intéressant de simuler à l'aide du programme d'éléments finis *LS-DYNA* l'apparition des efforts membranaires au sein d'une poutre de section de classe 4. Le principal intérêt de cette tâche étant finalement d'étudier l'évolution du moment de flexion repris à mi-portée de poutre (lieu d'impact) dans l'hypothèse de grands déplacements et en supposant que la poutre possède une capacité de rotation suffisante.
- En outre, il serait également intéressant de continuer les recherches sur ce même sujet de travail de fin d'études, mais dans la phase plastique. Par ailleurs, ce travail de fin d'études pourrait servir d'aide à toute possibilité de recherche dans la phase plastique.
- Il est possible également d'approfondir encore les recherches en considérant, non pas uniquement le mode de déformation global de la porte, comme expliqué au chapitre 1, mais plutôt la combinaison des modes de déformation global et local.

10. Annexes

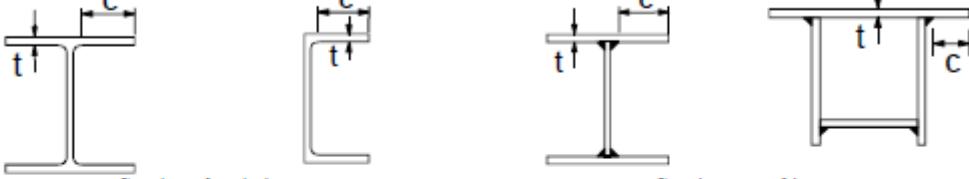
10.1. Annexe 1

Parois comprimées internes			
Classe	Paroi fléchie	Paroi comprimée	Paroi fléchie et comprimée
Distribution des contraintes dans les parois (compression positive)			
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	lorsque $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha-1}$ lorsque $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	lorsque $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha-1}$ lorsque $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$
Distribution des contraintes dans les parois (compression positive)			
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	lorsque $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ lorsque $\psi \leq -1$: $c/t \leq 62\epsilon(1-\psi)\sqrt{(-\psi)}$
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$		$f_y (\text{N/mm}^2)$	
		235	275
		355	420
		460	
		ϵ	1,00
			0,92
		0,81	0,75
			0,71

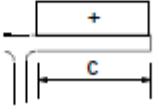
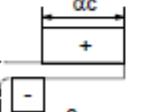
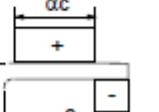
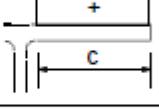
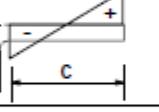
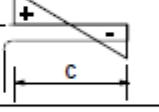
Annexe 1 Rapports largeur-épaisseur maximaux pour les parois comprimées *internes* (EN1993-1-1, 2003).
 Une paroi *interne* totalement ou partiellement comprimée est définie de section de classe 4 si son élancement ne respecte pas la condition pour être de section de classe 3.

10.2. Annexe 2

Semelles en console



Sections laminées
Sections soudées

Classe	Paroi comprimée	Paroi fléchie et comprimée	
		Extrémité comprimée	Extrémité tendue
Distribution des contraintes dans les parois (compression positive)			
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
Distribution des contraintes dans les parois (compression positive)			
3	$c/t \leq 14\epsilon$	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\sigma}$	
Pour k_σ , voir l'EN 1993-1-5			
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y (N/mm ²)	235	275
	ϵ	1,00	0,92
		355	420
		460	0,75
			0,71

Annexe 2 Rapports largeur-épaisseur maximaux pour les parois comprimées *en console* (EN1993-1-1, 2003).
 Une paroi *en console* totalement ou partiellement comprimée est définie de section de classe 4 si son élancement ne respecte pas la condition pour être de section de classe 3.

10.3. Annexe 3

L'Annexe 3 comprend les équations 10.1 à 10.5 et le tableau récapitulatif Annexe 3.

- $$M_{rd,\alpha=1,N_{ed,t_{bordé}}} = N_{ed,t_{bordé}} \left(\frac{I_{beff}}{Av_{inf,beff}} + e_{m,beff} \right) + M_{eff} \quad (10.1)$$

- $$M_{rd,beff,N_{ed,t_{bordé}}} = \left(f_y - N_{ed,t_{bordé}} \left(\frac{1}{A} - \frac{e_{m,beff} v_{sup,beff}}{I_{beff}} \right) \right) \frac{I_{beff}}{v_{sup,beff}} \quad (10.2)$$

- $$N_{ed,t_{bordé}} = \frac{Af_y}{C_{t_{bordé}} v_{sup} + I} \quad ; \text{ où } C_{t_{bordé}} = \frac{\left(1 + \frac{h_t - t_{bordé}}{t_{bordé}} \right)}{\left(\left(\frac{h_t - t_{bordé}}{t_{bordé}} \right) \frac{v_{inf}}{I} - \frac{v_{sup}}{I} \right)} \quad (10.3)$$

- $$N_{ed,*} = \frac{\frac{f_y I_{beff}}{v_{sup,beff}} - M_{eff}}{\frac{I_{beff}}{Av_{inf,beff}} + \frac{I_{beff}}{Av_{sup,beff}}} \quad (10.4)$$

- $$N_{ed,**} = \frac{\frac{f_y I}{v_{sup}} - M_{eff}}{\frac{I}{Av_{inf}} + \frac{I}{Av_{sup}}} \quad (10.5)$$

Propriétés de la traverse simplement fléchie de section de classe 4		Expressions analytiques de la courbe d'interaction $M - N$ théorique approchée		
Bordé collaborant n'est pas de section de classe 4	$\begin{cases} Z_{CG,eff} > h_t/2 \\ Z_{CG} \geq h_t/2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} Z_{CG,eff} > h_t/2 \\ Z_{CG} < h_t/2 \\ M_{eff} < M_{él} \end{cases}$	$N_{ed} \in [0; N_{ed,**}]$ $N_{ed} \in [N_{ed,**}; N_{pl}]$	$M_{rd} = N_{ed} \left(\frac{I}{Av_{inf}} \right) + M_{eff}$ $M_{rd} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A} \right) \frac{I}{v_{sup}}$	
	$Z_{CG,eff} \leq h_t/2 \text{ ou } \begin{cases} Z_{CG,eff} > h_t/2 \\ Z_{CG} < h_t/2 \\ M_{eff} \geq M_{él} \end{cases}$	$N_{ed} \in [0; N_{pl}]$	$M_{rd} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A} \right) \frac{I}{v_{sup}}$	
Bordé collaborant est de section de classe 4	$\begin{cases} Z_{CG,eff} > h_t/2 \\ Z_{CG,beff} \geq h_t/2 \end{cases}$ ou $\begin{cases} Z_{CG,eff} > h_t/2 \\ Z_{CG,beff} < h_t/2 \\ M_{eff} < M_{beff} \end{cases}$	$M_{rd,\alpha=1,N_{ed,tbordé}} \leq M_{rd,beff,N_{ed,tbordé}}$ $M_{rd,\alpha=1,N_{ed,tbordé}} > M_{rd,beff,N_{ed,tbordé}}$	$N_{ed} \in [0; N_{ed,tbordé}]$ $N_{ed} \in]N_{ed,tbordé}; N_{pl}]$	$M_{rd} = N_{ed} \left(\frac{I_{beff}}{Av_{inf,beff}} + e_{m,beff} \right) + M_{eff}$ $M_{rd} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A} \right) \frac{I}{v_{sup}}$
			$N_{ed} \in [0; N_{ed,*}]$ $N_{ed} \in [N_{ed,*}; N_{ed,tbordé}]$ $N_{ed} \in]N_{ed,tbordé}; N_{pl}]$	$M_{rd} = N_{ed} \left(\frac{I_{beff}}{Av_{inf,beff}} + e_{m,beff} \right) + M_{eff}$ $M_{rd} = \left(f_y - N_{ed} \left(\frac{1}{A} - \frac{e_{m,beff} v_{sup,beff}}{I_{beff}} \right) \right) \frac{I_{beff}}{v_{sup,beff}}$ $M_{rd} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A} \right) \frac{I}{v_{sup}}$
	$Z_{CG,eff} \leq h_t/2 \text{ ou } \begin{cases} Z_{CG,eff} > h_t/2 \\ Z_{CG,beff} < h_t/2 \\ M_{eff} \geq M_{beff} \end{cases}$		$N_{ed} \in [0; N_{ed,tbordé}]$ $N_{ed} \in]N_{ed,tbordé}; N_{pl}]$	$M_{rd} = \left(f_y - N_{ed} \left(\frac{1}{A} - \frac{e_{m,beff} v_{sup,beff}}{I_{beff}} \right) \right) \frac{I_{beff}}{v_{sup,beff}}$ $M_{rd} = \left(f_y - \frac{N_{ed}}{A} \right) \frac{I}{v_{sup}}$

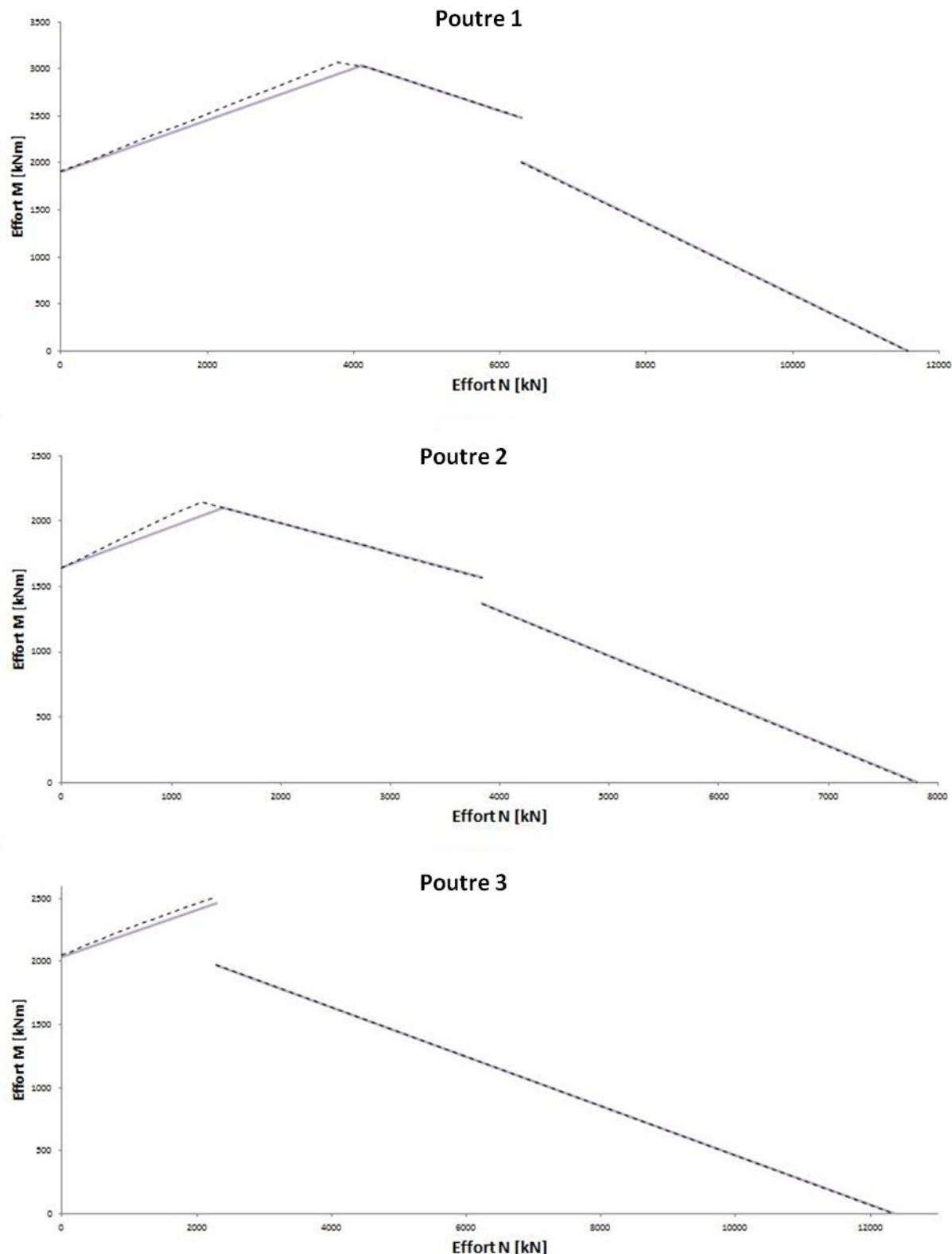
Annexe 3 Expressions analytiques de la courbe d'interaction M-N théorique approchée et complète d'une traverse de section de classe 4.

10.4. Annexe 4

poutre 1												
Section brute			Ai	Zi	AiZi	ZG	465,1	mm	I	4696083975,9	mm^4	
semelle	500	30	15000	829	12435000	A	32600,0	mm ²	Wél	10096441,2	mm ³	
ame	8	800	6400	414	2649600	ht	844	mm				
coll	800	14	11200	7	78400	vinf	465,1	mm	Mél	3584,2	kNm	
						vsup	378,9	mm	Npl	11573,0	kN	
Section bordé efficace - flexion simple		Ai	Zi	AiZi	ZGeff	563,1	mm	Ieff	3232830653,4		mm^4	
semelle	500	30	15000	829	12435000,0				Wbfff	5741207,0	mm ³	
ame	8	800	6400	414	2649600,0	vinf,beff	563,1	mm				
bordé eff	389,8	14	5456,7	7	38196,8	vsup,beff	280,9	mm	Mbfff	2038,1	kNm	
Section efficace - flexion simple		Ai	Zi	AiZi	ZGeff	577,7	mm	Ieff	3110108223,5		mm^4	
semelle	500	30	15000	829	12435000,0				Weff	5383769,0	mm ³	
ame 2	8	482,0	3856,0	573,0	2209496,6	vinf,eff	577,7	mm				
ame 1	8	165,8	1326,3	96,9	128510,8	vsup,eff	266,3	mm	Meff	1911,2	kNm	
bordé eff	389,8	14	5456,7	7	38196,8							
Ned,tbordé	6290,2	kN			Mrd,α=1	3635,3	kNm					
Ctbordé	10409771,0				Mrd,beff	2481,2	kNm					
poutre 2												
Section brute			Ai	Zi	AiZi	ZG	511,4	mm	I	3924292424,2	mm^4	
semelle	300	20	6000	1020	6120000	A	22000,0	mm ²	Wél	7566558,6	mm ³	
ame	10	1000	10000	510	5100000	ht	1030	mm				
bordé coll	600	10	6000	5	30000	vinf	511,4	mm	Mél	2686,1	kNm	
						vsup	518,6	mm	Npl	7810,0	kN	
Section bordé efficace - flexion simple		Ai	Zi	AiZi	ZGeff	596,3	mm	Ieff	2977939941,1		mm^4	
semelle	300	20	6000	1020	6120000				Wbfff	4993928,2	mm ³	
ame	10	1000	10000	510	5100000	vinf,beff	596,3	mm				
bordé eff	283,9	10	2839,5	5	14197,3	vsup,beff	433,7	mm	Mbfff	1772,8	kNm	
Section efficace - flexion simple		Ai	Zi	AiZi	ZGeff	616,2	mm	Ieff	2852164870,8		mm^4	
semelle	300	20	6000	1020	6120000				Weff	4628921,6	mm ³	
ame 2	10	694,5	6945,0	662,8	4602795,9	vinf,eff	616,2	mm				
ame 1	10	199,7	1997,3	109,9	219428,9	vsup,eff	413,8	mm	Meff	1643,3	kNm	
bordé eff	283,9	10	2839,5	5	14197,3							
Ned,tbordé	3838,9	kN			Mrd,α=1	2840,8	kNm					
Ctbordé	7827237,8				Mrd,beff	1565,6	kNm					
poutre 3												
Section brute			Ai	Zi	AiZi	ZG	273,8	mm	I	7848547310,3		mm^4
semelle	200	12	2400	1418	3403200	A	34800,0	mm ²	Wél	6823596,1	mm ³	
ame	6	1400	8400	712	5980800	ht	1424	mm				
bordé coll	2000	12	24000	6	144000	vinf	273,8	mm	Mél	2422,4	kNm	
						vsup	1150,2	mm	Npl	12354,0	kN	
Section bordé efficace - flexion simple		Ai	Zi	AiZi	ZGeff	623,6	mm	Ieff	4588227859,4		mm^4	
semelle	200	12	2400	1418	3403200				Wbfff	5732543,5	mm ³	
ame	6	1400	8400	712	5980800	vinf,beff	623,6	mm				
bordé eff	357,4	12	4289,0	6	25733,7	vsup,beff	800,4	mm	Mbfff	2035,1	kNm	
Section efficace - flexion simple		Ai	Zi	AiZi	ZGeff	672,6	mm	Ieff	4337359719,8		mm^4	
semelle	200	12	2400	1418	3403200				Weff	5772149,7	mm ³	
ame 2	6	931,3	5587,8	946,3	5288022,1	vinf,eff	672,6	mm				
ame 1	6	128,6	771,4	76,3	58839,5	vsup,eff	751,4	mm	Meff	2049,1	kNm	
bordé eff	357,4	12	4289,0	6	25733,7							
Ned,tbordé	2290,5	kN										
Ctbordé	29979962,1											

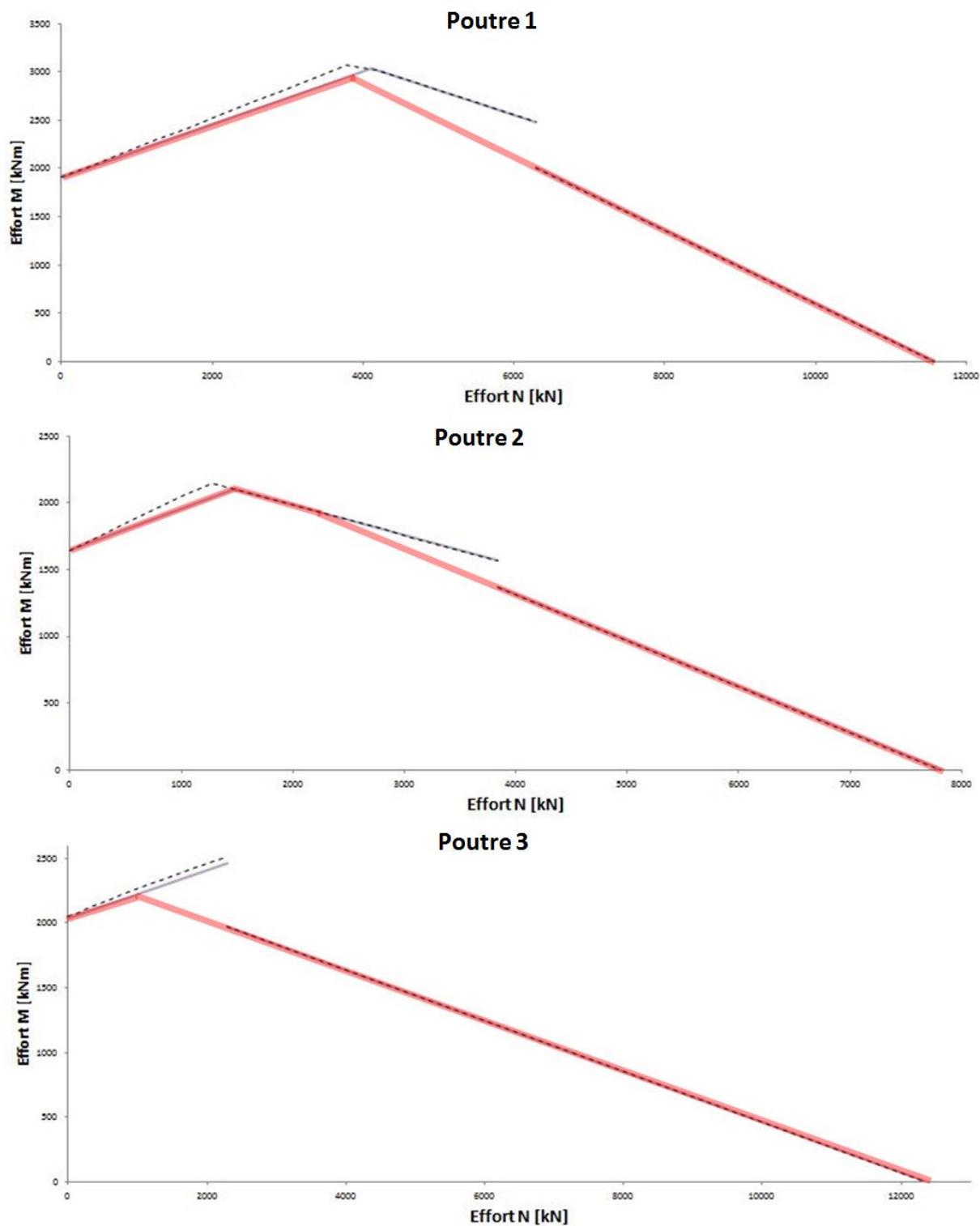
Annexe 4 Propriétés géométriques des sections brute, avec bordé efficace et efficace des trois poutres du chapitre 8. Les propriétés géométriques sont déterminées dans le calcul de la section efficace dans l'hypothèse où les poutres sont simplement fléchies. Les résultats sur fond jaune sont les valeurs nécessaires pour déterminer les conditions et appliquer les formules analytiques dans le tableau en Annexe 3.

10.5. Annexe 5



Annexe 5 Courbes d'interaction M-N théoriques réelles (courbes en traits pointillés noirs) et courbes d'interaction M-N théoriques approchées déterminées par les formules en Annexe 3 (courbes mauves) des trois poutres étudiées au chapitre 8.

10.6. Annexe 6



Annexe 6 Courbes d'interaction M-N de l'Annexe 5 corrigées (en rouge) : remplacement du « saut » par une courbe d'interaction M-N continue (prolongement de la courbe de section de classe 3).

11. Bibliographie

- [1] BULDGEN L., LE SOURNE H. & RIGO P., *Simplified analytical method for estimating the resistance of lock gates to ship impacts*, Journal of Applied Mathematics, 2012.
- [2] COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION (CEN), *Eurocode 3 – Calcul des structures en acier – Partie 1.1 : règles générales et règles pour les bâtiments*, prEN 1993-1-1, 2003.
- [3] COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION (CEN), *Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1.3 : supplementary rules for cold-formed thin gauge members and sheeting*, prEN 1993-1-3, 2003.
- [4] COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION (CEN), *Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1.5 : plated structural elements*, prEN 1993-1-5, 2003.
- [5] DEGEE H., *Mécanique des structures II : notes de cours*, Université de Liège, 2008.
- [6] GERNAY T., *Aménagement de la voie navigable « Seine-Escaut Est » : conception et calcul des portes aval des écluses de Marchienne-au-Pont, Gosselies, Viesville et Obourg*, travail de fin d'études, Université de Liège, 2009.
- [7] HUVELLE C., JASPART J.-P. & DEMONCEAU J.-F., *Robustness of steel building structures following a column loss*, IABSE Workshop Helsinki 2013 "Safety, Failures and Robustness of Large Structures" Report, 2013.
- [8] LE SOURNE H., RODET J.C. & CLANET C., *Crashworthiness analysis of a lock gate impacted by two river ships*, International Journal of Crashworthiness, 2004.
- [9] MASSONET C. & CESCOTTO S., *Mécanique des matériaux*, Bibliothèque des Universités – Génie Civil, De Boeck-Wesmael, Bruxelles, 1994.
- [10] RONDAL J. & JASPART J.-P., *Cours de structures à parois minces : notes de cours*, Université de Liège, 2007-2008.