



Université de Liège

Faculté de Psychologie, de Logopédie et des Sciences de l'Éducation

Dans quelle mesure les diagnostics issus des paradigmes « statiques »  
et « dynamiques » des connaissances pour enseigner sont-ils  
complémentaires ?

**Rodrigue Willem**

Mémoire présenté sous la direction de la Professeure

**Isabelle Demonty**

En vue de l'obtention du grade de Master en Sciences de l'Éducation à finalité  
spécialisée en Enseignement

Année académique 2018-2019

# Remerciements

*Au terme de ce travail, je souhaiterais adresser mes remerciements aux personnes qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.*

*En premier lieu, je tiens à remercier Madame Demonty, pour sa disponibilité, ses précieux conseils, sa bienveillance et ses encouragements.*

*Je remercie Madame André et Madame Fagnant pour l'intérêt qu'elles ont porté à la lecture de ce travail.*

*Merci aux trente enseignants, et plus particulièrement aux deux enseignants observés, pour leur aide précieuse sans laquelle je n'aurais pas pu réaliser ce travail.*

*Enfin, je remercie mes proches, particulièrement Marine David pour le temps et l'énergie qu'elle a consacré à la relecture de mon travail ainsi que pour son soutien.*

# Table des matières

Introduction .....	4
Partie théorique.....	6
1. Les connaissances pour enseigner, un sujet en vogue .....	6
2. Shulman et les connaissances pédagogiques de contenu .....	7
3. Un point de départ critiqué, mais source d'inspiration .....	8
4. Le paradigme statique à travers une recherche majeure du domaine : la recherche de Ball et al. (2008), portant sur les <i>Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)</i> .....	11
4.1 Pourquoi avoir choisi ce modèle ? .....	11
4.2 Point de départ de la recherche .....	11
4.3 Présentation de la recherche .....	12
4.4 Le modèle... ..	13
4.5 ... et ses limites .....	14
5. Le paradigme dynamique à travers une recherche majeure du domaine : la recherche de Rowland et... al. (2005), portant sur le <i>Quartet des connaissances (KQ)</i> .....	15
5.1 Pourquoi avoir choisi ce modèle ? .....	15
5.2 Point de départ de la recherche .....	15
5.3 Présentation de la recherche .....	16
5.4 Le modèle... ..	17
5.5 ... et ses limites .....	19
6. Comparaison théorique des deux approches. ....	19
6.1 Introduction.....	19
6.2 Deux paradigmes fournissant un diagnostic globalement identique.....	20
6.3...mais dont les méthodologies seraient complémentaires. ....	21
7. Les connaissances pour enseigner les fractions .....	24
7.1 Les fractions, une matière difficile à apprendre .....	25
7.2 ...et à enseigner.....	27
7.3. Ce que la littérature scientifique préconise concernant les choix pédagogiques généraux menant à une bonne progression chez les élèves. ....	28
7.4 Des points méthodologiques concrets à travers une étude récente.....	31
7.5 L'enseignement des fractions en Fédération Wallonie-Bruxelles.....	36
Partie pratique .....	38
1 Questions de recherche et méthodologie .....	38
1.1 La problématique .....	38
1.2 Les hypothèses de recherche.....	40
1.3 Résumé de la démarche méthodologique .....	41
1.4 Composante éthique de la recherche.....	43
1.5 Echantillonnage.....	44
1.6 Prise de données statique.....	48

1.7	Prise de données dynamique.....	52
2.	Résultats .....	53
2.1	Performances du questionnaire .....	54
2.2	Diagnostic statique .....	57
2.3	Retour sur la prise de mesure statique.....	65
2.4	Diagnostic dynamique.....	67
2.5	Performances de la prise de donnée dynamique.....	79
2.6	Retour sur la prise de mesure dynamique .....	80
	Discussion des résultats.....	83
1.	Retour sur notre première hypothèse.....	83
2.	Retour sur notre deuxième hypothèse .....	86
3.	Synthèse des informations récoltées par ce travail.....	89
4.	Limites du travail .....	90
5.	Perspectives du travail.....	92
5.1	Un choix de méthodologie informé... ..	92
5.2	... mais pas obligatoire.....	93
5.3	Recherches futures.....	94
	Conclusion.....	95
	Bibliographie .....	97

## Introduction

Les connaissances pour enseigner font, depuis quelques décennies, l'objet d'une attention grandissante dans le domaine des recherches portant sur la mesure de l'efficacité enseignante (Lin et Rowland, 2016). Cet intérêt a poussé de nombreux chercheurs à continuer les travaux fondateurs de Shulman (1986).

Comme expliqué par Depaepe, Verschaffel et Kelchtermans (2013), dans le domaine des mathématiques, ces récentes recherches sur l'évaluation des connaissances pour enseigner se divisent en deux grands paradigmes. Le paradigme « statique » et le paradigme « dynamique ».

Le paradigme « statique » s'intègre dans une approche « cognitive » en évaluant les connaissances des enseignants sous la forme de tests papier-crayons, en dehors de tout contexte réel de classe.

A l'inverse, le paradigme « dynamique », lui, appréhende ces connaissances « en action », en observant directement les pratiques des enseignants et en analysant la manière dont ces connaissances sont mobilisées effectivement lorsque l'enseignant est en classe, face à ses élèves.

Dans la foulée de ces travaux, des modèles théoriques, permettant d'évaluer les connaissances pour enseigner, ont été élaborés. Parmi ceux-ci, deux sont particulièrement influents : il s'agit du modèle « Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) » de Ball, Thames et Phelps (2008) issu du courant statique des connaissances pour enseigner et du modèle « Knowledge Quartet (KQ) » de Rowland, Huckstep et Thwaites (2005) issu du courant dynamique des connaissances pour enseigner (une liste des abréviations et acronymes utilisés dans ce travail est disponible en annexe 11).

Bien qu'ils appréhendent les connaissances pour enseigner de manière assez différente, ces modèles théoriques ont pourtant la même finalité : poser un diagnostic sur les connaissances des enseignants.

Dès lors, il semble naturel d'investiguer **dans quelle mesure les diagnostics issus de ces deux paradigmes sont complémentaires**. Et à l'heure actuelle, très peu de recherches se sont penchées sur le sujet (Lin & Rowland, 2016).

La recherche proposée dans ce mémoire est exploratoire et a pour but d'appréhender cette problématique en comparant deux modèles phares d'évaluation des connaissances pour enseigner, le « Mathematical Knowledge for Teaching » d'une part et le « Knowledge Quartet » d'autre part.

La comparaison de ces deux modèles d'évaluation des connaissances est envisagée sous deux angles. Le premier angle, de nature théorique, vise à comparer ces deux modèles, et plus

précisément les indicateurs définis dans chacun d'eux. Le second angle vise à approfondir la réflexion au travers d'un recueil de données empiriques : l'objectif est de voir dans quelle mesure deux enseignants ayant un niveau de connaissances donné, lorsqu'elles sont appréhendées de manière statique, ont également ce même niveau de connaissances lorsqu'elles sont envisagées de manière dynamique. Etant donné que l'approche dynamique des connaissances pour enseigner nécessite de recueillir ces connaissances en situation effective de classe, nous avons décidé d'axer ce second angle d'analyse sur un contenu particulier : les fractions. Nous avons choisi ce thème car il a été étudié dans beaucoup d'approches statiques et qu'il reste encore un sujet difficile à enseigner. La nature des connaissances pour enseigner les fractions est donc la base sur laquelle nous effectuerons notre comparaison empirique des deux modèles.

Pour mener à bien cette approche empirique, nous avons procédé en trois étapes.

Tout d'abord, nous avons soumis à une trentaine d'enseignants un questionnaire centré sur les connaissances des fractions. Celui-ci permet d'appréhender, selon une approche statique, leurs connaissances pour enseigner.

Ensuite, sur la base des résultats obtenus à ce questionnaire, nous avons sélectionné deux enseignants ayant un très bon bagage de connaissances pour enseigner, lorsqu'elles sont appréhendées de manière statique. Nous avons observé une leçon centrée sur les fractions menée par ces deux enseignants, afin cette fois d'appréhender leurs connaissances de manière dynamique.

Enfin, la comparaison des données recueillies dans le questionnaire et dans l'analyse de la pratique d'enseignement de ces enseignants nous a permis de comparer le diagnostic qui se dégage des deux approches des connaissances pour enseigner.

Ce mémoire s'organise en 3 parties.

La première partie est théorique et vise à fixer le cadre de la réflexion, en présentant quelques travaux phares issus des recherches portant sur les connaissances pour enseigner. Ceux-ci nous permettront de développer une première comparaison des approches statiques et dynamiques des connaissances pour enseigner. Cette partie théorique se prolonge ensuite par une présentation de travaux plus spécifiquement consacrés à l'enseignement et l'apprentissage des fractions.

La seconde partie, quant à elle, est pratique et débute par l'émission d'hypothèses fondées sur la comparaison théorique. Nous décrivons ensuite la méthodologie employée pour émettre un diagnostic statique et dynamique sur deux mêmes sujets. Nous terminons cette partie par l'analyse des données récoltées grâce à cette méthodologie.

Enfin, la troisième partie a pour objet la discussion des résultats. Nous revenons sur les hypothèses émises et les comparons avec les données récoltées. Sur la base de la validation de ces hypothèses, nous décrivons ensuite les perspectives qu'apporte le présent travail ainsi que ses limites. Cette partie est suivie par la conclusion, venant résumer le déroulement de ce travail et ses apports pour le monde scientifique.

## **Partie théorique**

Cette partie théorique a pour but de fournir au lecteur les outils permettant d'appréhender les deux paradigmes liés aux connaissances pour enseigner.

Pour servir cet objectif, nous commençons par faire une description des avancées de Shulman (1986), pionnier des chercheurs s'intéressant aux connaissances pédagogiques de contenu.

Ensuite, nous décrivons les deux grands paradigmes qui ont découlé de ces premiers travaux : le paradigme « statique », présenté à travers l'étude de Ball et al. (2008) qui ont mis au point le modèle des « Mathematical Knowledge for Teaching » (MKT), et le paradigme dynamique, présenté à travers l'étude de Rowland et al. (2005) ayant proposé le modèle du « Knowledge Quartet » (KQ). Cette description des paradigmes découlera sur une première comparaison théorique entre les deux approches.

Enfin, nous terminerons par un tour d'horizon de ce que la recherche préconise quant à l'enseignement d'un sujet assez populaire dans les recherches sur les connaissances pour enseigner et posant souvent des difficultés aux enseignants : l'enseignement des fractions. Les connaissances mentionnées dans cette partie serviront de base à la comparaison des paradigmes effectuée dans la partie pratique.

### **1. Les connaissances pour enseigner, un sujet en vogue**

Depuis longtemps, dans les sciences de l'éducation, beaucoup de recherches ont tenté de définir l'enseignement le plus efficace : quelles sont les variables, liées à l'enseignant, les plus propices à provoquer des progrès chez les élèves ?

Une méta-analyse de Seidel et Shavelson (2007) a démontré que les variables plus spécifiquement liées au contenu des apprentissages, c'est-à-dire à l'enseignement d'un domaine particulier, ont une influence capitale. Ball et al. (2008) ont également démontré, à l'issue de leur étude, un lien entre

les progrès chez les élèves et les connaissances qu'ont les enseignants de la matière à enseigner. Dès lors, il semble plutôt logique que la recherche s'intéresse aux connaissances qu'ont les enseignants lorsqu'il s'agit d'enseigner un domaine particulier de manière efficace.

Pourtant, les recherches sur ce sujet (notamment dans le domaine des mathématiques) sont relativement récentes. Ainsi, comme expliqué par Lin et Rowland (2016), le contenu des premières parutions du « *Journal of Mathematics Teacher Education* », datant de la fin des années 1990, ne fait aucune référence particulière aux connaissances des enseignants en mathématiques. A l'inverse, à l'heure actuelle, il y aurait plus d'un tiers des recherches de cette même revue qui est consacré à ces fameuses connaissances. L'évolution de l'intérêt montre bien à quel point ce domaine de recherche est devenu majeur et à quel point il a envahi le paysage de la recherche en enseignement

Pour cerner au mieux l'état actuel des recherches sur les connaissances pour enseigner, commençons par remonter à la genèse de ce qui sera le point central de notre travail : **les connaissances pédagogiques de contenu**, identifiées par Shulman dans les années 80.

## **2. Shulman et les connaissances pédagogiques de contenu**

Dans son article « *Those Who Understand : Knowledge Growth in Teaching* », Shulman (1986) décrit les paradigmes par lesquels sont passées les recherches sur l'efficacité enseignante.

Au début du vingtième siècle, la majorité des pratiques visant à évaluer les connaissances pour enseigner se contentaient de prendre des mesures de la connaissance du contenu que l'enseignant était censé maîtriser pour pouvoir l'enseigner. On pouvait donc, par exemple, assister à des évaluations qui portaient sur l'algèbre et qui demandaient aux enseignants de résoudre une équation. Ainsi, une personne voulant enseigner une matière donnée à cette époque devait démontrer une connaissance suffisante de la matière, vue comme un prérequis à son enseignement. Les connaissances des théories et méthodes d'apprentissages, bien que prises en considération, étaient mises au second plan.

Par la suite, Shulman (1986) explique que les pratiques d'évaluation des connaissances pour enseigner ont changé au point d'avoir totalement retourné l'objet d'attention. En effet, les recherches des années 80, au lieu de se focaliser sur la connaissance du contenu (comme les recherches du début du siècle), accordaient toute leur attention aux connaissances pédagogiques. Les chercheurs justifiaient ce choix en clamant que ce paradigme était davantage basé sur des résultats de recherches (en particulier celles centrées sur les processus-produits – comme celles

menées par Flanders dans les années 1970). Cette justification est critiquée par Shulman (1986) qui explique qu'une recherche doit forcément restreindre son champ d'observation et que ces recherches ont fait le choix délibéré de réduire (dans le meilleur des cas) les connaissances du contenu à une variable de contexte ( c'est-à-dire plutôt liée à « l'environnement » de la leçon et donc englobée avec d'autres variables de ce même environnement), ce qui explique pourquoi ces connaissances de contenu avaient moins de poids «scientifique» à l'époque.

Shulman (1986) explique qu'aucune recherche de l'époque ne s'intéressait à la connaissance qu'a l'enseignant de la matière, à la manière dont cette connaissance est transformée pour en faire un objet d'instruction ou encore comment cette connaissance permet de comprendre les erreurs des élèves. C'est à travers ce constat qu'il en vient à avancer qu'il manque un paradigme qui se serait intéressé à définir les compétences d'enseignement à travers les connaissances du contenu et ses implications pédagogiques. Ce nouveau paradigme ferait donc le lien entre les deux pôles : les connaissances de contenu et les connaissances pédagogiques.

Les connaissances pédagogiques de contenu (« Pedagogical Content Knowledge » ou « PCK ») furent la proposition formulée par Shulman envers ce « paradigme manquant », comme décrit dans l'article de Depaepe et al. (2013).

*« En introduisant le concept de PCK, Shulman voulait souligner le rôle central du contenu dans l'enseignement et voulait dépasser la distinction artificielle qu'il y avait entre contenu et pédagogie.<sup>1</sup> »* (Depaepe et al., 2013, p.12)

### **3. Un point de départ critiqué, mais source d'inspiration**

Les PCK étaient une des sept catégories qui formaient les connaissances pour enseigner. Shulman les décrivait comme « le point de rencontre entre les connaissances du contenu et de la pédagogie propre aux enseignants ; leur propre forme de compréhension professionnelle.<sup>2</sup> » (cité par Depaepe et al., 2013, p.12). Les PCK étaient également divisées en deux domaines : les stratégies d'enseignement et les représentations et savoirs des réponses (partiellement correctes ou erronées) des élèves. Les autres catégories étaient, quant à elles, réparties suivant le schéma de la figure 1, disponible à la page suivante.

---

<sup>1</sup> Traduit de l'anglais.

<sup>2</sup> Traduit de l'anglais.

Connaissances de contenu	Connaissances pédagogiques de contenu (stratégies d'enseignement /représentations des démarches des élèves)	Connaissances pédagogiques générales	Connaissances du curriculum	Connaissances des apprenants et de leurs caractéristiques	Connaissances des contextes éducatifs	Connaissances des fins éducatives, des buts et des valeurs
--------------------------	---	--------------------------------------	-----------------------------	---	---------------------------------------	--

Figure 1 (modèle créé à partir des catégories avancées par Shulman, cité par Depaepe et al., 2013, p.14)

Malgré un appel de Shulman pour investiguer ce nouveau terrain très prometteur, celui-ci a également essuyé son lot de critiques. Ces critiques sont reprises et synthétisées par Depaepe et al. (2013).

Premièrement, la distinction entre les PCK et les connaissances de contenu, « Content Knowledge » (CK), ne serait pas prouvée empiriquement. En particulier, dans l'approche dynamique, on considère la connaissance pour enseigner comme étant intégrée dans un contexte de classe : celle-ci est appréhendée au travers des actions de l'enseignant, réalisées à un moment donné dans un contexte donné. Comment, dès lors, distinguer si l'enseignant a mobilisé une connaissance de contenu ou une connaissance pédagogique de contenu ? Pour illustrer cette idée, imaginons un enseignant qui répond à une question d'un élève qui ne comprend pas pourquoi il faut réduire des fractions au même dénominateur pour les additionner. Mobilise-t-il dans ce cas une connaissance de contenu (justification mathématique de la technique à appliquer) et/ou une connaissance pédagogique de contenu (quel support utiliser pour faire comprendre à l'élève cette justification théorique) ?

Deuxièmement, ne distinguer que deux sous-domaines dans les PCK (les stratégies d'enseignement d'une part et les représentations et savoirs des réponses des élèves d'autre part) serait une vision restreinte du concept. Certains chercheurs pensent qu'ils devraient en inclure d'autres et c'est dans cette optique que beaucoup de modèles s'inspirant des travaux de Shulman distinguent plus de 2 catégories dans les PCK.

Troisièmement, des chercheurs ont pointé le fait que ce qui pourrait être défini comme un bon enseignant, selon les PCK, se rapporterait davantage à des normes qu'à des critères objectifs d'efficacité. En effet, cette vision peut être influencée par des idéaux pédagogiques, un curriculum préconisé, ...

Sur la base de ces critiques, de nombreuses recherches se sont attelées à redéfinir les connaissances pour enseigner tout en s'inspirant des travaux de Shulman.

Dans leur recherche, Depaepe et al. (2013) font une synthèse des points sur lesquels l'ensemble des recherches s'accordent ainsi que leurs points de divergence quant à la définition des PCK.

Premièrement, pour leurs conceptions communes, les auteurs semblent tous définir les PCK comme le point d'intersection entre connaissances pédagogiques et connaissances de contenu. Les PCK seraient les connaissances dont l'enseignant a besoin et applique dans l'acte d'enseigner. Ensuite, les PCK seraient spécifiques à une matière donnée (les fractions, l'algèbre,...). Enfin, les CK seraient un prérequis important aux PCK.

Malgré ces conceptions communes des PCK, les chercheurs ont tout de même un point de divergence majeur quant à définir la nature profonde de ces PCK.

Certains chercheurs voient les connaissances pédagogiques de contenu du point de vue « statique », dans une perspective cognitiviste. Selon eux, il s'agirait d'un savoir pouvant très bien s'exprimer en dehors de l'acte d'enseigner, comme Shulman (1986) l'exprimait. Les connaissances pour enseigner seraient donc composées d'un nombre fini de catégories regroupant tous les savoirs nécessaires à l'enseignement d'une matière donnée.

A l'inverse, les partisans de l'approche « dynamique » voient les PCK comme une forme de « connaissance en action », ancrée dans la pratique de classe. Pour eux, l'acte d'enseigner résulte des choix pédagogiques et mathématiques que fait l'enseignant dans un contexte de classe. Appréhender, selon cette perspective, les connaissances pour enseigner ne peut se faire indépendamment d'un contexte de classe.

Cette divergence dans la définition des PCK, amène assez logiquement à une divergence des pratiques de recherche. Ainsi, les chercheurs partisans de l'approche « statique » pensent que ces connaissances peuvent être mesurées, via un test écrit, indépendamment du contexte de classe. Leur approche peut donc être autant qualitative que quantitative (questionnaire, interview...). Ils se concentrent souvent sur différents thèmes, comme par exemple les différences de PCK entre enseignants, la manière dont on peut faire progresser ces PCK, les points communs et divergences entre les PCK et les autres catégories des connaissances pour enseigner ou la relation entre les PCK et les résultats des élèves.

Les chercheurs s'inscrivant dans la vision « dynamique », eux, considèrent que les recherches sur les PCK ne prennent de sens que dans le contexte dans lequel les PCK sont mobilisées. Ainsi, ce type de recherche repose souvent sur des observations de leçon, sa visée est donc essentiellement

qualitative puisqu'il va s'agir d'interpréter et de saisir l'action de l'enseignant dans toute sa complexité. Son but est essentiellement de révéler la nature des PCK dans un contexte de classe donné ainsi que d'observer son évolution à travers une réflexion approfondie sur la pratique individuelle de classe d'un enseignant ou à travers des communautés de pratique regroupant plusieurs enseignants.

Pour mieux comprendre ces divergences, nous avons choisi, pour chaque paradigme, de décrire une étude majeure dans le domaine ainsi que son modèle de mesure associé.

#### **4. Le paradigme statique à travers une recherche majeure du domaine : la recherche de Ball et al. (2008), portant sur les *Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)***

##### ***4.1 Pourquoi avoir choisi ce modèle ?***

Ce modèle a, avant tout, retenu notre attention parce que, comme l'avancent Depaepe et al. (2013), il est un représentant majeur du paradigme statique des recherches sur les connaissances pour enseigner. En effet, ce modèle a été une source d'influence pour beaucoup de recherches statiques qui ont suivi. Son aspect prototypique est donc une des raisons pour lesquelles nous l'avons choisi pour représenter ce paradigme.

Ensuite, grâce à cette popularité, beaucoup de recherches se sont inspirées du modèle MKT pour créer une série de questionnaires permettant de recueillir des informations. La multiplicité de ces outils permet également de pouvoir cibler un niveau d'étude et un domaine en particulier. Le niveau de l'enseignement « primaire » étant notre niveau de prédilection et d'intérêt, ces questionnaires nous permettront d'effectuer une prise de données « statique » dans les meilleures conditions. La liberté de pouvoir choisir le niveau dans lequel effectuer notre mesure a donc été un facteur guidant notre choix de modèle représentatif d'un paradigme. Ainsi, nous avons écarté d'autres modèles comme la recherche COACTIV (Baumert et al., 2010) car ses outils de mesure visent essentiellement le niveau secondaire.

##### ***4.2 Point de départ de la recherche***

Comme expliqué par Depaepe et al. (2013), le modèle utilisé par Ball et al. (2008) est sans doute la reconceptualisation des PCK la plus majeure dans les recherches des connaissances pour enseigner (et surtout dans le domaine des mathématiques).

A l'instar de la plupart des recherches statiques portant sur les PCK, le modèle MKT s'intéresse à la connaissance nécessaire pour pouvoir enseigner les mathématiques de manière efficace, c'est-à-dire en faisant progresser significativement les élèves en mathématiques. Par sa nature statique, le modèle de Ball et al. s'approche de la vision des PCK qu'avait Shulman. Cependant, Ball et al. ont perçu des limites aux travaux de Shulman (celles-ci ont d'ailleurs été un moteur pour la création du modèle) : « *Jusqu'à présent, les connaissances pédagogiques de contenu ne sont pas définies de manière précise. Le terme manque de définition et de fondation empirique, ce qui en limite son utilité.* » (Ball et al., 2008, p.389). C'est à travers ce constat que l'on peut dénoter la différence majeure entre Shulman et Ball et al.

Ainsi, là où Shulman définissait les PCK de manière exclusivement théorique, sans avoir réellement apporté de preuves empiriques liées au fait que ce sont bien les enseignants les plus efficaces qui disposent de ce type de connaissances, Ball et al. (2008) ont mené leur recherche avec un double objectif. D'une part, il s'agissait de construire un modèle redéfinissant les connaissances pour enseigner et d'autre part, tester le modèle de manière empirique auprès des enseignants, dans le but de voir si effectivement, les enseignants les plus efficaces (c'est-à-dire ceux dont les élèves progressent le mieux en mathématiques) disposent davantage que les autres de ces PCK.

#### **4.3 Présentation de la recherche**

Comme expliqué plus tôt, Ball et al. (2008) ont tenté, à travers leur recherche, de préciser et de rechercher des données empiriques afin de donner du « poids » aux connaissances pédagogiques de contenu.

De ce point de départ a découlé deux questions de recherche :

- Quelles sont les tâches et problèmes récurrents lorsqu'on enseigne les mathématiques ?  
Que font les enseignants lorsqu'ils enseignent les mathématiques ?
- Quelles connaissances de contenu, techniques et sensibilité sont requises pour guider ces tâches ?

Pour tenter de répondre à ces deux questions, Ball et al. (2008) ont mené des analyses qualitatives grâce à une base de données comprenant des vidéos et enregistrements de leçons données au grade 3 (équivalent à la 3<sup>ème</sup> année primaire en Belgique) entre les années 1989 et 1990.

Comme on peut le constater, Ball et al. ont choisi de partir de données empiriques pour créer leur modèle (approche « Bottom up »). Leur approche consiste donc à analyser, à travers des situations concrètes, les connaissances nécessaires à l'acte d'enseigner dans le but de créer un modèle expliquant leur nature et la manière dont elles s'articulent.

Ainsi, les données récoltées ont permis de valider empiriquement le lien entre les connaissances qu'avait un enseignant et sa capacité à faire progresser les élèves, ce qui est une avancée majeure par rapport aux travaux de Shulman. Elles ont également permis de créer un modèle composé de plusieurs catégories que nous allons définir.

#### 4.4 Le modèle...

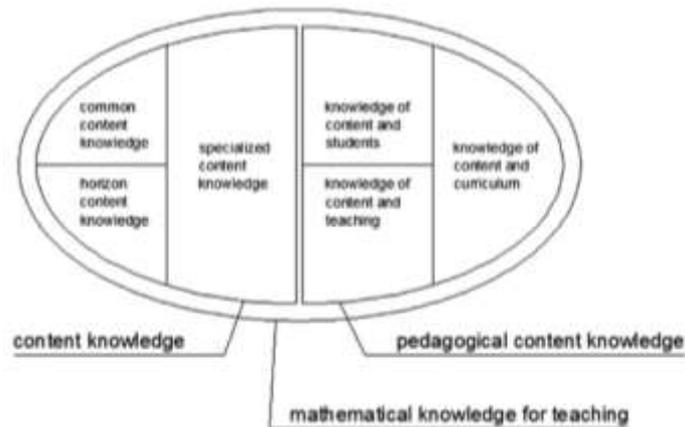


Figure 2 (Depaepe et al., 2013, p.14)

Après avoir mené leurs analyses, les chercheurs ont pu créer un modèle se basant sur la pratique de terrain (voir figure 2). Ce modèle est composé de plusieurs parties :

**Common Content Knowledge (CCK) :** Il s'agit là des connaissances mathématiques utilisées dans d'autres buts que l'enseignement : « *Suis-je capable de résoudre cet exercice ?* ». C'est une condition basique mais nécessaire. Pour pouvoir repérer les erreurs des élèves et expliquer ces exercices, quoi de plus normal que de savoir les résoudre soi-même ? Ball et al. (2008) précisent que, même s'ils les appellent « common », ils ne sous-entendent pas que tout le monde pourrait résoudre ces exercices. Ils veulent simplement faire comprendre que ces connaissances ne sont pas spécifiques à l'enseignement et peuvent être utilisées dans bien d'autres domaines.

**Specialized Content Knowledge (SCK) :** Ces connaissances sont, en contraste avec les précédentes, les connaissances de contenu nécessaires et uniques à l'acte d'enseigner. C'est le domaine qui a particulièrement intéressé Ball et al. (2008). Le fait, par exemple, de connaître des régularités dans les erreurs des élèves, de savoir vulgariser, de rendre visible des démarches mentales ou encore de mettre en évidence des manières peu communes de résoudre un problème en sont de bons exemples. Selon Ball et al. (2008), il s'agit là de connaissances mobilisées quotidiennement par les enseignants.

**Knowledge of Content and student (KCS) :** Il s'agit, ici, des connaissances qui lient les connaissances des élèves et les connaissances des mathématiques : c'est donc l'interaction entre les savoirs mathématiques et ce que pensent les élèves. Ces connaissances permettent d'anticiper les démarches des élèves face à un problème mathématique donné. C'est bien dans cette « anticipation », que les KCS s'éloignent des SCK.

Pour bien différencier ces 3 aspects que nous venons de décrire, Ball et al. (2008) offrent une explication dans leur article : « *En d'autres termes, reconnaître une réponse fautive est de l'ordre des CCK, tandis que démontrer la nature d'une erreur (spécialement quand elle est peu familière), requiert une agilité dans la manière de penser les nombres, une attention portée sur les récurrences qui est propre aux SCK. En contraste, la familiarité avec certaines de ces erreurs et l'anticipation de certaines erreurs susceptibles de se produire découlent des KCS.* »<sup>3</sup> (Ball et al., 2008, p.401).

**Knowledge of Content and Teaching (KCT) :** Les KCT sont les connaissances qui combinent les savoirs mathématiques et les savoirs sur l'enseignement. Ces connaissances sont les moteurs des décisions prises par l'enseignant lors de la construction de la leçon (et parfois même lors de son déroulement). Elles lui permettent d'évaluer les avantages et désavantages de certaines situations dans le but d'obtenir un enseignement optimal. Par exemple, l'enseignant peut parfois faire des pauses lors de son enseignement pour faire des clarifications, rebondir sur des remarques ou encore faire le choix de l'utilisation d'un modèle plutôt qu'un autre.

#### **Horizon Content Knowledge (HCK) et Knowledge of Content and Curriculum (KCC):**

Il s'agit ici de deux catégories placées de manière provisoire par Ball et al. (2008). En effet, les KCC ont déjà été avancées par Shulman (voir plus haut) et Ball et al. ne sont pas sûrs que ces connaissances nécessitent une catégorie à part. Les HCK sont décrites comme la conscience de la relation qui lie plusieurs sujets mathématiques d'un curriculum donné et la vision de l'utilité d'un sujet à longue échéance.

#### ***4.5 ... et ses limites***

Bien que ce modèle ait été basé sur une volonté de rechercher des bases solides, Ball et al. (2008) ont identifié trois problèmes.

Tout d'abord, ils estiment que leur modèle, étant donné qu'il est basé sur des observations de pratiques (validation empirique), amène avec lui un désordre naturel, une variabilité dans l'acte

---

<sup>3</sup> Traduit de l'anglais.

d'enseigner. Ainsi, devant une situation donnée, un enseignant ne mobilisera pas forcément les mêmes connaissances qu'un de ses compères.

Ensuite, un problème concernant les frontières internes au modèle est à soulever. Il n'est pas facile de discerner là où certaines catégories s'arrêtent et où d'autres commencent. Par exemple, la différence entre KCT et KCS peut être floue lorsqu'il s'agit de choisir une activité qui pourrait être particulièrement efficace pour faire émerger des erreurs d'élèves. La différence entre KCS et SCK souffre du même problème. Ainsi, comme vu plus haut, les SCK portent une attention sur les récurrences dans les erreurs et les KCS, eux, permettent de les anticiper. En les comparant, nous ne pouvons en effet que souligner la distinction très mince entre ces deux catégories lorsqu'il s'agit d'analyser les erreurs des élèves.

Enfin, malgré une attention portée sur la pratique en situation, Ball et al. déplorent que leur modèle reste néanmoins très statique. Ils précisent que leur modèle permet de comprendre ce qui sous-tend chaque décision prise lors d'un enseignement, mais pas la manière dont un tel savoir est réellement utilisé en situation de classe.

## **5. Le paradigme dynamique à travers une recherche majeure du domaine : la recherche de Rowland et al. (2005), portant sur le *Quartet des connaissances (KQ)***

### ***5.1 Pourquoi avoir choisi ce modèle ?***

Ce modèle, à l'instar du modèle MKT, a essentiellement été retenu pour son aspect prototypique. En effet, comme l'expliquent Depaepe et al. (2013), le « KQ » a été une source d'influence pour beaucoup de recherches dynamiques et nous pensons qu'il en est le plus grand représentant. De plus, ce modèle ne vise pas une matière ni un niveau d'enseignement particulier, ce qui en facilite sa comparaison avec les questionnaires se basant sur le modèle MKT de Ball et al. (2008).

### ***5.2 Point de départ de la recherche***

Dans la même lignée que l'approche de Ball et al. (2008), la recherche de Rowland et al. (2005) a pour but de construire un modèle permettant une analyse fine de la nature des connaissances pour enseigner un sujet. Cependant, cette recherche a une particularité : son modèle a pour objectif de permettre de déterminer la nature des connaissances pour enseigner en situation et auprès

d'enseignants en formation. Rowland et al. précisent que cet outil n'a pas pour objectif de « juger » mais de découvrir le « déjà-là »<sup>4</sup> ( Rowland et al., 2005, p.257).

Il partage aussi deux autres points communs avec la recherche sur les MKT<sup>1</sup> ; les deux approches sont nées d'une volonté de préciser la pensée de Shulman et ses PCK, et toutes deux sont des recherches majeures et ayant eu une grande influence dans leur paradigme respectif.

### ***5.3 Présentation de la recherche***

Comme expliqué plus tôt, le but essentiel de cette recherche est de créer un modèle d'observation pour déterminer la nature des connaissances pour enseigner, en action, particulièrement utile en formation initiale des enseignants. En effet, les chercheurs déplorent que, lors d'une analyse de leçon, seulement 2% des suggestions de formateurs d'enseignants fassent références à la matière enseignée contre une majorité écrasante d'indications concernant la pédagogie générale (Strong & Baron cité par Rowland et al., 2005, p.277). De notre point de vue, cette perspective est d'autant plus alarmante au vu du constat sur l'importance de l'enseignement d'une matière donnée, amené par la méta-analyse de Seidel et Shavelson (2007).

Comme expliqué par Rowland et al. : « L'objectif principal est de développer un cadre conceptuel basé sur des preuves empiriques, pour favoriser les discussions productives entre les étudiants, les formateurs d'enseignants et les enseignants/tuteurs dans un contexte de classe. »<sup>5</sup> (Rowland et al., 2005, p. 256).

Leur objectif est donc de créer un outil utilisable par les encadrants de la formation des enseignants, cet outil permettant l'interprétation et la compréhension de faits de classe dans leur complexité. Rowland et al. (2005) précisent donc qu'il faut que cet outil ne soit pas submergé par une série de sous-catégories qui le rendraient inutilisable par les personnes de terrain.

La recherche s'est déroulée durant une année lors de cours de formation d'enseignants souhaitant devenir instituteurs dans le « lower primary » (LP, 3-8 ans) et le « upper primary » (UP, 7-11 ans) en Angleterre. Durant cette année, les chercheurs ont observé deux leçons de mathématiques données par 6 enseignants du LP et deux leçons données par 6 enseignants de l'UP, pour un total de 24 leçons observées.

Après avoir mené leurs analyses qualitatives, les chercheurs ont dessiné 18 catégories permettant de caractériser les connaissances pédagogiques de contenu dans une situation de classe.

---

<sup>4</sup> Traduit de l'anglais

<sup>5</sup> Traduit de l'anglais

#### 5.4 Le modèle...

Comme nous l'avons précisé plus tôt, le but de la recherche était de créer un outil pratique et utilisable en situation par des personnes de terrain. Or, un outil disposant de 18 catégories est un outil complexe d'utilisation...

Rowland et al. (2005) ont donc décidé de lier certaines catégories entre elles pour n'avoir, finalement, que 4 « macro » catégories : les fondations, la transformation, la connexion et la contingence. Le rassemblement des catégories les rend, certes, plus floues, mais en améliore grandement leur utilisation dans la perspective d'une interprétation d'un comportement situé en contexte.

Nous allons à présent décrire ces catégories, comme définies par Rowland et al. (2005).

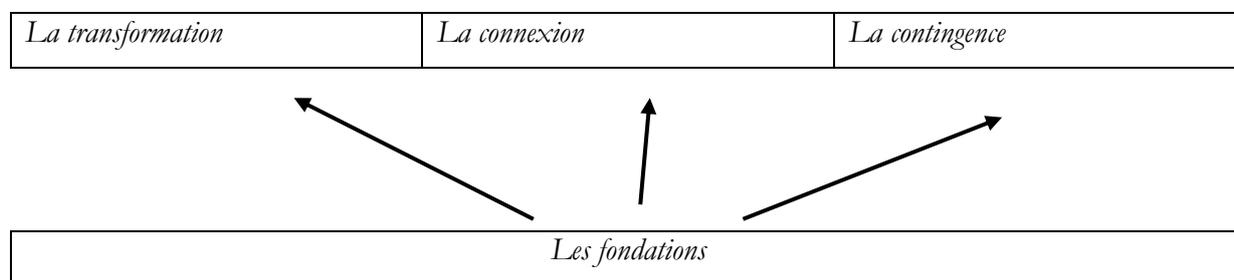


Figure 3, créée à partir des catégories du KQ de Rowland et al. (2005).

**Les fondations :** Les fondations sont les connaissances professionnelles et les croyances des enseignants envers les mathématiques.

Concernant les connaissances professionnelles, il s'agit, plus précisément, d'aspects mathématiques relevant du sens, de la description de concepts mathématiques, ainsi que des éventuelles relations qui les lient. On y retrouve également des aspects plus pédagogiques identifiés comme essentiels par la littérature scientifique comme, par exemple, la connaissance de certains principes didactiques clés permettant une bonne compréhension chez les élèves.

A propos des croyances, il s'agit de la position philosophique de l'enseignant par rapport à la nature des mathématiques, des buts que poursuivent les mathématiques dans l'enseignement et des conditions dans lesquelles les élèves apprennent le mieux en mathématiques. Par exemple, dans leur recherche, les chercheurs ont analysé le cas de Naomi (une enseignante du LP) et ont observé lors de sa leçon que celle-ci pensait que les enfants ayant des difficultés avaient besoin de matériel pour mieux comprendre une leçon.

Cette première catégorie du modèle, a la particularité d'être liée aux 3 autres catégories (la transformation, la connexion et la contingence) et cela a été démontré de manière empirique et théorique par Rowland et al. (2005). En effet, lorsque l'enseignant mobilise une connaissance sous la forme d'une situation de transformation, de contingence ou de connexion, on retrouve un propos de fond, hors contexte, commun à ces trois manifestations. C'est donc cette connaissance qui serait la base de ces manifestations (d'où le terme « fondation »). En d'autres termes, pour mobiliser les 3 autres types « d'action » l'enseignant mobiliserait donc ses « fondations ».

**La transformation :** Il s'agit de la capacité qu'a un enseignant à transformer ses propres significations et descriptions afin de les transmettre aux élèves. Cette capacité est une connaissance en action qui se manifeste à travers des choix et des planifications de leçon. On parle donc ici, des choix que l'enseignant fait (par exemple, à travers l'utilisation d'un manuel ou d'un modèle explicatif particulier), dans le but de « vulgariser » un savoir mathématique.

Les buts de cette transformation peuvent être multiples : viser l'acquisition optimale d'un concept mathématique, confronter et résoudre des erreurs fréquemment commises, ....

**La connexion :** La connexion est également une connaissance en action se manifestant dans la planification et les choix faits par l'enseignant. La différence avec la transformation vient du fait qu'il s'agit de la cohérence que met l'enseignant dans une ou plusieurs de ses leçons mathématiques tout en respectant :

- les connexions entre les différents concepts et procédures liés à un sujet ;
- la complexité et la demande cognitive que demandent des procédures et concepts mathématiques ainsi que le séquençage qui en découle.

La connexion se reflète donc dans les choix de priorités et de séquençage que l'enseignant fait lors de la planification de la leçon. Ainsi, en envisageant une leçon, l'enseignant devra prendre en compte ce que les enfants savent déjà et respecter une relative cohérence dans le déroulement de sa leçon. Le terme « connexion » viendrait donc du lien que l'enseignant créerait entre les différentes procédures et concepts déjà vus et ceux à voir, le tout grâce à un découpage respectant une certaine progression.

**La contingence :** il s'agit, ici, de la capacité qu'a l'enseignant de réagir en situation aux contributions de ces élèves. Cela peut souvent se révéler par le fait qu'un enseignant « dévie » de sa préparation de leçon pour réagir à une contribution non-anticipée d'un élève.

### ***5.5 ... et ses limites***

La principale limite de ce modèle est inhérente au paradigme duquel il est issu. En effet, ce modèle « dynamique » préconise une prise de données en situation qui peut être parfois très lourde pour le chercheur, puisqu'il s'agit d'analyser chaque situation de classe dans son entièreté.

Ensuite, une seconde limite concerne la relative interprétation laissée aux chercheurs, ce qui peut poser un problème de fidélité des résultats obtenus. Ainsi, deux chercheurs pourraient interpréter différemment une même situation de classe.

## **6. Comparaison théorique des deux approches.**

### ***6.1 Introduction***

Comme expliqué précédemment, deux grands paradigmes opposés ont découlé des travaux de Shulman : le paradigme statique envisage les connaissances pour enseigner de manière cognitive et le paradigme dynamique envisage ces connaissances uniquement dans l'acte d'enseigner.

Ainsi, lorsqu'un chercheur ( ou même un inspecteur) a la volonté de déterminer si un enseignant a les connaissances nécessaires pour enseigner une matière, vers quel paradigme se tournera-t-il ? Doit-il obligatoirement faire un choix ? Peu de recherche se penchent sur la comparaison de ces paradigmes, ce qui laisse les chercheurs relativement démunis face à une éventuelle prise de position avisée. C'est ce constat qui nous a conduit à ce travail.

Dans cette partie, nous allons effectuer une première comparaison entre les deux approches. Cette comparaison sera basée sur les recherches présentées dans les points précédents. Afin d'approfondir cette première comparaison, nous développerons, dans la discussion de ce travail, une seconde comparaison appuyée cette fois par des données empiriques récoltées auprès de deux enseignants ayant un très bon niveau de connaissances, lorsqu'elles sont appréhendées de manière statique.

## 6.2 Deux paradigmes fournissant un diagnostic globalement identique...

Au vu de la description des deux modèles choisis pour représenter leur paradigme respectif, nous pensons que ce choix d'approche n'impacte finalement que la méthode de recueil des données, et que les deux paradigmes mesurent globalement les mêmes connaissances. C'est ce point de vue que nous allons développer, en prenant appui sur la figure 4, proposée ci-dessous, qui vise à illustrer ce lien entre les deux modèles.

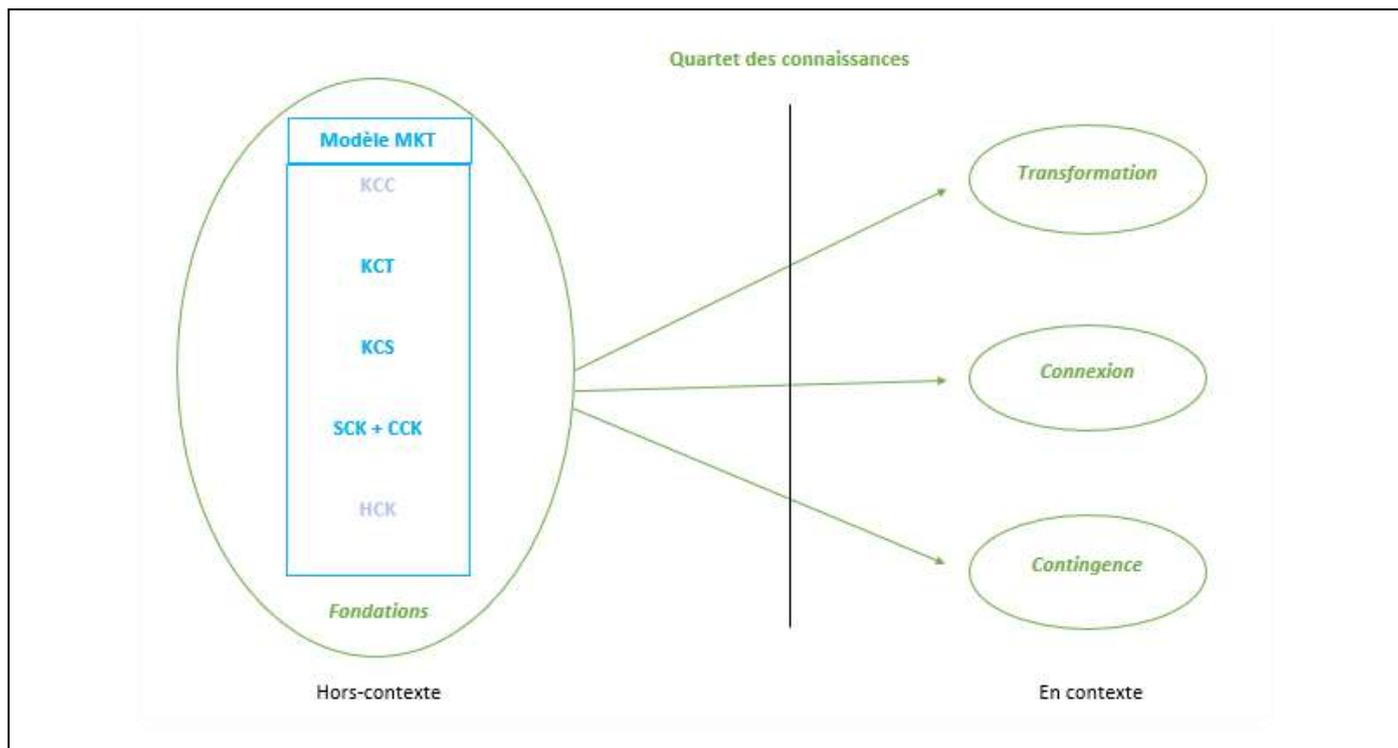


Figure 4 – Comparaison des approches statiques et dynamiques, réalisée sur la base des catégories définies dans le modèle MKT de Ball et al. (2008) et le Knowledge Quartet de Rowland et al. (2005)

Dans cette figure 4, nous avons intégré les informations apportées par le MKT dans la partie « fondations » du modèle du Quartet des connaissances.

Pour justifier ce choix, revenons sur la définition des connaissances issues des fondations avancées par Rowland et al. (2005). Il s'agirait, plus précisément, de la signification et de la description de concepts mathématiques et de la relation qui les lie. Il s'agirait également de multiples facteurs bénéfiques qui ont été identifiés par la littérature scientifique comme, par exemple, la connaissance de certains principes didactiques clés permettant une bonne compréhension chez les élèves.

Ces « connaissances », ne seraient-elles pas, finalement, les connaissances pour enseigner « statiques » définies par Ball et al. à travers leur modèle MKT ? En effet, nous pourrions inférer que les connaissances mobilisées lors des situations observées dans le Quartet (et relevant donc des

catégories « transformation », « connexion » et « contingence ») ne seraient, en réalité, que la manifestation « en situation » de savoirs statiques pouvant être mesurés à travers le MKT. Pour illustrer ce propos, prenons comme exemple la catégorie des « Knowledge of Content and Teaching » qui sont décrites, par Ball et al. (2008) comme les connaissances motivant nos prises de décisions pour une leçon (quel exemple est le plus parlant, etc...). Ne peut-on pas voir dans la situation de « transformation » (dont la définition est quasi identique), la mobilisation en classe de la « KCT » ?

En conséquence, nous émettons l'hypothèse que les situations découlant de ces fondations (c'est-à-dire la transformation, la connexion et la contingence) ne seraient que l'expression, sur le terrain, des connaissances statiques de l'enseignant et qu'en définitive, même si les données sont recueillies différemment (l'une en classe, et l'autre, lors d'un test « papier-crayon »), **les deux approches donneraient, finalement, globalement le même diagnostic.**

### ***6.3...mais dont les méthodologies seraient complémentaires.***

Revenons sur cet aspect « globalement identique » du diagnostic. En effet, par leurs différences de méthodologie, nous pensons que chaque paradigme permet de récolter certaines informations de manière plus efficace que son paradigme opposé, rendant ainsi la complémentarité des deux paradigmes essentielle pour établir un diagnostic fin des connaissances pour enseigner. Nous allons développer ce propos, en ciblant les avantages principaux de chaque paradigme.

Par sa méthodologie, la mesure statique entraînerait trois avantages vis-à-vis de la mesure dynamique : premièrement, elle permet de toucher un large public d'enseignants ; deuxièmement, elle cible des thématiques considérées comme essentielles dans la littérature de recherche et troisièmement, elle évalue tous les enseignants de la même façon, et est moins soumise à l'interprétation. Quant à l'approche dynamique, elle est directement focalisée sur la pratique de l'enseignant, et ne lui demande donc pas d'interpréter les questions issues du paradigme statique. Elle présente également l'intérêt d'aller au-delà de la pratique déclarée de l'enseignant pour lever véritablement le voile sur sa pratique effective. Et enfin, l'approche dynamique permet de récolter des informations plus détaillées (comme par exemple le contexte, les improvisations,...) notamment grâce aux situations de contingence.

- **L'approche statique permet de toucher un large public d'enseignants**

En effet, l'utilisation fréquente de questionnaires dans la méthodologie statique permettrait de toucher un échantillon beaucoup plus grand et de manière beaucoup plus rapide que lorsqu'un chercheur observe au sein chaque classe.

- **L'approche statique cible des thématiques considérées comme essentielles dans la littérature de recherche**

Grâce à ces questionnaires, le chercheur pourrait également préparer ses questions à l'avance et cibler des points qu'il aura lui-même identifiés comme cruciaux. Ainsi, la prise de mesure statique se voudrait plus « exhaustive » car le chercheur oriente ses questions sur des thématiques identifiées dans la littérature de recherche comme essentielles en regard de l'enseignement des mathématiques. Toutefois, certaines questions pourraient véritablement surprendre l'enseignant, car elles envisageraient des thématiques bien éloignées de sa pratique personnelle. En ce sens, les approches statiques contraignent l'enseignant à s'éloigner de sa pratique personnelle pour essayer de répondre au mieux aux exigences du chercheur.

- **L'approche statique évalue tous les enseignants de la même façon et est moins soumise à l'interprétation.**

Comme l'explique Bru (2002), l'observation d'une situation de classe ne pourrait pas être réellement représentative des connaissances générales de l'enseignant. En observation dynamique, il faudrait donc une grande série de leçons pour récolter les mêmes informations que lors d'un questionnaire statique. La singularité de la situation entraînerait également une remise en question de la fidélité de la prise de données dynamiques ; chaque situation de classe étant différente, il est difficile d'avancer que les données récoltées auraient été identiques dans n'importe quel autre contexte. Il s'agit là d'un désavantage par rapport au questionnaire statique dont la fidélité peut être mesurée, ce qui facilite notamment la comparaison des sujets entre eux (le questionnaire étant identique pour tous). De plus, le questionnaire pourrait comporter des questions très fermées dont l'interprétation serait réduite, en comparaison avec une observation de terrain.

- **L'approche dynamique n'impose pas à l'enseignant d'interpréter des situations qui n'auraient pas de sens dans sa pratique**

En étant directement insérée dans la pratique de l'enseignant, l'approche dynamique ne demande pas à l'enseignant d'interpréter des situations fictives, qui n'auraient pas de sens dans son contexte.

En ce sens, les connaissances ciblées sont bien celles qui sont utiles dans le quotidien de l'enseignant.

- **L'approche dynamique permet d'aller au-delà des pratiques déclarées**

L'observation dynamique permettrait de récolter la pratique de classe effective et non déclarée, ce qui est une réelle plus-value. En effet, comme l'explique Bressoux (2001), l'enseignant n'est pas toujours conscient de ce qui se passe effectivement dans sa classe : il lui est difficile de prévoir tous les aléas et les adaptations qui se produisent en situation réelle, alors qu'en pratique déclarée, son discours se veut, avant tout, rationnel et même parfois idyllique. Ainsi, en observation dynamique le chercheur se voudrait plus proche, non pas de la pratique déclarée par l'enseignant, mais de ce qui se déroule réellement en classe, en observant ce qui est difficile d'anticiper avec un questionnaire comme par exemple les improvisations de l'enseignant, le matériel utilisé lors des leçons ou encore la manière dont il gère les interventions dans un contexte donné.

- **L'approche dynamique permet de récolter des informations plus détaillées (comme par exemple le contexte, les improvisations,...) notamment grâce aux situations de contingence.**

En étant directement focalisée sur la pratique particulière de l'enseignant, l'approche dynamique permet de recueillir des informations beaucoup plus contextualisées que l'approche statique. Dès lors, on pourrait considérer que la mesure dynamique en serait plus « profonde » et détaillée puisque touchant un spectre de connaissances moins large mais dont les données seraient plus précises et liées à chaque enseignant observé.

Au vu des avantages et limites de chaque paradigme, nous pensons qu'une complémentarité peut être envisagée entre les deux approches dans la mesure où les avantages d'une approche compenseraient les inconvénients de l'autre. Dès lors, lorsqu'il s'agit d'appréhender les connaissances pour enseigner, le chercheur pourrait s'adonner à une approche mixte, combinant les deux méthodologies. Nous reviendrons sur cet aspect dans les perspectives apportées par ce travail.

Pour conclure, nous tenons à préciser que ces suppositions sont des hypothèses basées sur notre propre interprétation des informations présentées dans la revue de littérature. Les données empiriques récoltées nous permettront éventuellement de les confirmer et d'en étendre leur portée.

## **7. Les connaissances pour enseigner les fractions**

Après avoir défini et comparé théoriquement les deux grands modèles qui inspirent nos instruments méthodologiques, il s'agit maintenant de décrire le contenu que nous avons choisi d'approfondir pour pouvoir comparer, à l'aide de données empiriques, les approches statiques et dynamiques des connaissances pour enseigner.

Notre choix s'est porté sur les fractions pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, comme nous allons le voir, il s'agit d'un sujet posant beaucoup de difficultés aux enseignants (Misquitta, 2011).

Ensuite, beaucoup de recherches issues des approches statiques se sont attelées à définir et à mesurer les connaissances pour enseigner les fractions : par exemple, plusieurs recherches de Depaepe avaient pour but de mesurer les connaissances pour enseigner les fractions de manière statique, auprès d'un public de futurs enseignants de l'école primaire et du début du secondaire. On retrouve également des questions portant sur les fractions dans les travaux de Ball et al (2008). Dans ces études, des tests ont été élaborés et validés à large échelle. Il s'agit donc de sources d'inspiration précieuses pour construire notre propre outil de mesure statique.

Enfin, ce domaine est suffisamment restreint pour que la majorité de ses aspects puissent être traités dans ce travail. En effet, il nous tenait à cœur de ne pas prendre un sujet trop large au risque d'en rater les subtilités.

Afin de pouvoir poser un diagnostic sur les connaissances des instituteurs en regard des fractions, nous pensons qu'il est nécessaire de cibler à la fois ce que préconise la littérature de recherche sur le sujet mais aussi les directives officielles fournies aux enseignants en regard de ce contenu. C'est la raison pour laquelle nous avons structuré ce point en 4 thèmes. Nous proposons d'abord un tour d'horizon des difficultés pour apprendre et enseigner les fractions. Ensuite, nous identifions les éléments clés de ce que la littérature scientifique préconise concernant la pédagogie générale entourant les mathématiques et, en particulier, les fractions. Nous poursuivons par un approfondissement du sujet, avec une étude récente de Tsai et Li (2017) qui définissent 5 dimensions fondamentales à prendre en compte lorsqu'il s'agit d'enseigner les fractions. Enfin, nous analyserons dans quelle mesure les directives officielles en Belgique francophone sont en adéquation avec ce qui est prescrit dans la littérature de recherche.

Cette partie permet donc de faire le point sur une série de travaux de recherches portant sur l'enseignement et l'apprentissage des fractions à l'école primaire. Cette mise au point servira

prioritairement deux objectifs. Premièrement, elle permettra de s'assurer que le test d'évaluation statique des connaissances pour enseigner couvre bien les diverses dimensions importantes liées à l'enseignement des fractions, dimensions susceptibles d'être enseignées en Belgique francophone. Deuxièmement, ce cadrage nous permettra également d'identifier les aspects particulièrement importants à prendre en compte lors de l'analyse des activités observées qui servira de base à l'approche dynamique des connaissances pour enseigner.

### ***7.1 Les fractions, une matière difficile à apprendre...***

« De manière historique, les fractions ont été une des compétences mathématiques les plus difficiles à maîtriser pour les enfants avec ou sans difficultés<sup>6</sup> » (Misquitta, 2011, p.109). Cette phrase résume bien le fait que les nombres rationnels, et plus précisément les fractions soient souvent enseignés par les instituteurs avec beaucoup d'appréhension.

Et pourtant, avoir de bonnes compétences envers les nombres rationnels est crucial pour notre vie de tous les jours (Depaepe, Van Royn, Torbeyns, Kleickmann, Van Dooren & Verschaffel, 2018). En effet, comme souligné dans l'étude de Tsai et Li (2017), l'utilisation de nombres décimaux, de fractions et de pourcentages font partie intégrante de notre quotidien : suivre une recette, payer ses factures, comparer les calories entre divers aliments,... Loin d'être une liste exhaustive, cette série d'exemples montre bien à quel point maîtriser les nombres rationnels est indispensable pour s'insérer dans la société et comme il est important de permettre aux élèves de bien comprendre ces nombres.

La majeure partie des difficultés que les élèves ont envers les fractions proviendraient d'une tendance à surgénéraliser des règles qui fonctionnent pour les nombres naturels. En effet, dès leur entrée à l'école primaire, les élèves développent une théorie implicite et personnelle sur le fonctionnement des nombres naturels et ce, dès leurs premiers contacts avec ceux-ci (Depaepe et al., 2018 ; Misquitta, 2011). Cette théorie, ainsi développée, leur permet notamment d'opérer sur ces nombres, de les classer,... Elle est relativement fonctionnelle tant qu'elle est utilisée sur des nombres naturels. La réelle source de problème provient du fait que, plus tard, ces mêmes élèves vont utiliser ces théories pour tenter de donner du sens aux nombres rationnels. Or, le fonctionnement des nombres rationnels est tout autre.

Parfois, se servir des connaissances antérieures peut porter certains nouveaux apprentissages : c'est le cas par exemple lorsqu'il s'agit de comparer  $\frac{5}{3}$  et  $\frac{1}{3}$ . En effet, les élèves peuvent utiliser leurs

---

<sup>6</sup> Traduit de l'anglais

connaissances sur les nombres naturels et considérer, à raison, que  $\frac{5}{3}$  est plus grand que  $\frac{1}{3}$  (car 5 est plus grand que 1). Toutefois, dans de nombreuses situations, l'utilisation de règles qui s'appliquent aux nombres entiers conduit l'élève en erreur. Par exemple,  $\frac{12}{23}$  est plus petit que  $\frac{6}{5}$  alors que 12 est pourtant plus grand que 6... Cette difficulté de changement conceptuel est notamment à la source de difficulté à comprendre le concept de numérateur et de dénominateur, propre aux fractions (Tsai & Li, 2017).

Une autre source de difficultés très souvent rencontrée dans les classes relève du lien entre les différentes représentations des nombres rationnels. En effet, la compréhension des fractions nécessite qu'on arrive à les percevoir sous divers angles : voir la fraction comme partie d'un tout, comme une mesure, comme un opérateur,... (Depaepe et al., 2018 ; Bednarz & Proulx, 2014). Ces manières de voir les fractions sont liées, si bien que lorsqu'on ne comprend les fractions que sous l'angle de la mesure, on pourrait, par exemple, éprouver des difficultés à transformer une fraction comme  $\frac{3}{4}$  en nombre décimal (Tsai & Li, 2017) : en effet, lorsqu'on pense que la fraction  $\frac{3}{4}$  correspond à une grandeur qui a été partagée en 4 parties égales et dont on a prélevé 3 parties, il est difficile d'assimiler ce partage au nombre 0.75, situé sur la droite des nombres entre 0 et 1.

Enfin, une dernière source de difficulté des élèves a été récemment soulignée dans l'étude de Shin et Pedrotty (2015) lorsqu'ils parlent de difficultés quant à la compréhension conceptuelle et procédurale des fractions. En effet, lorsque, par exemple, nous devons effectuer une addition de fractions, beaucoup savent comment l'effectuer. Ainsi, devant l'addition : «  $\frac{3}{2} + \frac{4}{3}$  », un élève va machinalement mettre les fractions sous le même dénominateur pour obtenir la somme  $\frac{17}{6}$ . Les connaissances procédurales sont donc des connaissances sur le « comment faire » pouvant être automatisée. Là où ces connaissances peuvent être très utiles dans des cas déjà rencontrés, elles se retrouvent très vite limitées dans des situations nouvelles puisque ne correspondant pas forcément au « canon » de la procédure. C'est là que les connaissances conceptuelles vont s'avérer utiles. Ce sont les connaissances du « pourquoi il en est ainsi » ; la compréhension de fond. L'enfant ayant des connaissances conceptuelles de l'addition de fractions saura qu'on met les fractions sous le même dénominateur pour pouvoir obtenir des parts ayant une seule et même taille si bien que nous n'avons plus qu'à nous intéresser au nombre de parts à additionner (et nous servir alors du fonctionnement des nombres naturels).

Le Common Core State Standards for Mathematics (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010) et une série d'autres organisations

ont mis en avant l'importance de développer conjointement la compréhension conceptuelle et procédurale des fractions. Rittle-Johnson et Koedinger (2009) ajoutent même que le développement du savoir conceptuel et procédural est un processus lié, si bien que lorsqu'on travaille sur l'un, on facilite l'accès à l'autre.

Loin d'être exhaustive, cette mise en lumière des sources de difficultés des élèves souligne bien à quel point l'enseignement des nombres rationnels doit être construit avec attention.

## ***7.2 ...et à enseigner.***

Comme décrit plus haut, l'apprentissage de nombres rationnels demande une restructuration profonde des connaissances premières des élèves sur les nombres naturels. Cette restructuration demande un changement conceptuel qui doit s'opérer chez l'élève avec l'aide de l'enseignant. Seulement assister l'élève dans cette démarche est loin d'être chose aisée puisque c'est une tâche qui demande aux enseignants une bonne connaissance du contenu (CK) et de la pédagogie du contenu (PCK).

De plus, il y a beaucoup de recherches qui démontrent la présence d'un « trou » dans ces connaissances lorsqu'il s'agit d'enseigner les nombres rationnels, et qu'il altère bien souvent le bon déroulement de l'apprentissage des élèves. (Depaepe et al., 2018). Dès lors, L'enseignement des fractions à l'école est donc soumis à de nombreuses critiques.

Par exemple, on dénonce souvent que les élèves apprennent des procédures (connaissances procédurales) sans accorder l'attention nécessaire au sens (connaissances conceptuelles) (Tsai & Li, 2017). Dans son étude, Li (2014) a démontré cette iniquité sur des élèves taiwanais ; beaucoup d'entre eux étaient capables d'utiliser des algorithmes permettant d'additionner les fractions sans pour autant comprendre les concepts sous-jacents. Ainsi, Li (2014) explique que les élèves ne sont pas assez confrontés aux concepts et procédures impliquant les fractions et qu'il est donc normal qu'ils se raccrochent à des procédures mémorisées pouvant être appliquées telles quelles.

Un autre exemple concerne l'enseignement de la fraction de type « Partie d'un tout ». Tobias (2012) s'est concentrée sur la compréhension, qu'ont les enseignants, du référent auquel se rapporte la fraction dans différentes situations. Elle voit cet élément comme important car les difficultés que les enseignants éprouvent à interpréter correctement des restes et les référents auxquels se rattachent ces restes influencent leur capacité à évaluer, comprendre et soutenir la compréhension des fractions de leurs élèves. Elle explique également qu'un nombre certain de difficultés que les apprenants éprouvent proviendraient de difficultés de langage qu'utilisent les enseignants lorsqu'il s'agit de mettre des mots sur le référent auquel se rapporte la fraction (c'est-à-dire le tout). Par

exemple : le calcul «  $3 - 1/2 = 1,5$  » pourrait très bien être un calcul produit par un élève si l'enseignant n'insiste pas sur le fait qu'il faut enlever la moitié de « 1 » à 3 et pas la moitié de « 3 ».

Comme nous venons de le montrer à travers ces différents exemples, l'enseignement des fractions, autant que son apprentissage, ne sont pas aisés. Heureusement, la littérature scientifique a identifié des éléments permettant de faciliter la tâche des enseignants lorsqu'il s'agit d'enseigner les nombres rationnels et, plus particulièrement, les fractions.

### ***7.3. Ce que la littérature scientifique préconise concernant les choix pédagogiques généraux menant à une bonne progression chez les élèves.***

Les fractions étant un sujet, comme nous l'avons vu, assez épineux, il est tout à fait normal qu'une série d'ouvrages et recherches se soient penchés sur le sujet dans le but d'améliorer son enseignement. En parcourant cette littérature, nous avons pu effectuer une synthèse de 5 points clés guidant l'enseignement des mathématiques et, en particulier, celui des fractions :

- partir de problèmes issus de situations sensées pour l'élève (Empson & Levi, 2011 ; Gersten et al., 2009)
- se baser sur les représentations initiales (premiers symboles spontanés, représentations naïves,...) et tentatives de résolution des élèves (Empson & Levi, 2011)
- développer la pensée relationnelle (Empson & Levi, 2011),
- systématiser les différences entre nombres naturels et rationnels (Depaepe et al., 2018),
- utiliser des représentations visuelles multiples et progressives (Misquitta , 2011 ; Shin & Pedrotty, 2015 ; Siegler et al., 2010)

Ces différentes indications sont autant d'aspects modelant l'enseignement des fractions dans le but de favoriser le développement de la compréhension conceptuelle et procédurale des élèves. Celles-ci sont reprises avec détail ci-dessous.

#### ***Partir de problèmes issus de situations sensées pour l'élève***

Le livre « Extending Children's Mathematics. Fractions and Decimals » (Empson & Levi, 2011) recense des pratiques efficaces d'enseignement des fractions. On peut y lire que l'enseignement doit être adapté à l'environnement et aux expériences vécues par les enfants dans et en dehors de l'école. Les situations dans lesquelles les fractions sont présentées doivent donc avoir du sens pour l'élève afin qu'il en perçoive l'utilité concrète. Une méta-analyse (Gersten et al., 2009) sur l'enseignement des mathématiques envers les élèves ayant des troubles d'apprentissage a également

démontré que l'utilisation de problèmes « du monde réel » était une composante efficace pour l'enseignement des fractions.

### ***Construire sur les représentations initiales et tentatives de résolutions***

Empson et Levi (2011) ont également affirmé qu'il faut que l'apprentissage soit entamé par des problèmes qui peuvent se connecter au savoir que l'enfant possède déjà. Lorsqu'il s'agit d'apprendre les représentations formelles des fractions, l'enseignant doit soutenir l'apprentissage des enfants en les introduisant sur la base des représentations produites spontanément ; on va se servir des « mots » et des « dessins » produits par les élèves pour les formaliser progressivement. Ainsi, le savoir conceptuel se crée sur les représentations initiales de l'élève. De la même manière, lorsqu'il s'agit de proposer une méthode de résolution de problème (un savoir procédural), il s'agira de proposer une écoute active des différentes manières de résoudre ce problème et de favoriser les échanges entre les élèves afin de se baser sur ces résolutions spontanées pour construire une procédure plus formelle et/ou économique que l'élève appliquera par la suite. Pour faciliter les apprentissages conceptuels et procéduraux, il est donc primordial de donner la possibilité aux élèves d'exprimer leurs propres représentations des problèmes ainsi que leur manière de les résoudre.

Au vu des deux points précédemment décrits, on ne peut s'empêcher d'y voir une forte influence (socio)-constructiviste avec, notamment, cette volonté de partir des représentations d'élèves pour construire le savoir ou encore de confronter ces représentations. Le but ici est donc de créer un déséquilibre amenant à un nouvel équilibre plus efficace lorsqu'il s'agira de traiter avec les fractions. Cette influence, on la retrouve également dans les socles des compétences, où les références à ce type de pédagogie sont multiples. Nous y reviendrons plus tard.

### ***Développer la pensée relationnelle***

Empson et Levi (2011) mettent également l'accent sur ce qu'ils appellent le « relational thinking » (pensée relationnelle) comme étant la capacité permettant de voir une équation ou une fraction de différentes manières : par exemple on peut voir  $\frac{4}{8}$  comme  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ , comme  $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$  ou encore comme  $\frac{1}{8}$  de 4. Développer cette pensée dès les premiers instants de la scolarité permet de faciliter l'apprentissage de la comparaison de fractions ou encore des opérations sur celles-ci.

### ***Revoir systématiquement la différence entre nombres naturels et nombres rationnels***

Pour en revenir à la restructuration des théories implicites sur le fonctionnement des nombres rationnels, la littérature suggère que celle-ci soit guidée par une revue systématique des différences

et similarités qui existent entre les deux types de nombres et en proposant des expériences qui ont du sens et qui révèlent que les conceptions initiales sont limitées pour travailler avec les nombres rationnels, au profit de nouvelles conceptions plus fructueuses (Depaepe et al., 2018). Il s'agira donc de faire comprendre aux élèves et ce, aussi fréquemment que possible, que le fonctionnement des nombres naturels n'est pas le même que celui des nombres rationnels afin qu'ils ne développent plus ce « réflexe » de puiser dans leurs représentations des nombres naturels lorsqu'il s'agira de traiter des nombres rationnels.

### *Utiliser des représentations visuelles multiples et progressives*

Shin et Pedrotty, dans leur étude de 2015, expliquent qu'« une série de recherches ont également mis en avant l'utilisation de représentations visuelles pour enseigner les fractions. Spécifiquement, certaines recherches suggèrent que les tâches mathématiques incluent des droites numériques, des modèles de zone et des barres-fractions de même que de l'argent, des horloges, etc. La connexion entre les représentations visuelles et les fractions est spécialement importante pour développer une compréhension conceptuelle des fractions et aide les élèves à s'engager dans des tâches de résolution de problèmes. <sup>7</sup>» (Shin & Pedrotty, 2015)

Cet accent mis sur l'exposition des enfants à des représentations visuelles pertinentes est rejoint par un autre ouvrage écrit par Siegler et al. (2010) : ceux-ci expliquent que l'utilisation de droites numériques aide les élèves à comprendre que les fractions sont aussi des nombres dans le système numérique, elles les assistent dans la compréhension de l'équivalence des fractions entre elles et dans le lien entre les fractions, les pourcentages et les nombres décimaux. A fortiori, l'utilisation de représentations telles que les droites numériques favorise donc le développement de l'aspect conceptuel des fractions. Mais pas seulement, puisqu'il a été aussi démontré que l'utilisation de représentations permet également de développer la compréhension procédurale. Par exemple, pour aider les élèves à connecter les idées mathématiques associées à la procédure de multiplication des fractions, il a été démontré qu'utiliser un modèle pour représenter cette procédure améliore à la fois la compréhension procédurale et conceptuelle de l'opération (Siegler et al., 2010).

Enfin, Misquitta (2011) ajoute l'aspect « progressif » de l'enseignement (commencer vers des objets en allant de plus en plus vers le symbolique) comme étant un élément facilitateur. Par exemple, dans une leçon donnée, l'enseignant peut complexifier les notions et rendre les représentations de plus en plus abstraites au fur et à mesure des apprentissages.

---

<sup>7</sup> Traduit de l'anglais.

## 7.4 Des points méthodologiques concrets à travers une étude récente

Récemment, l'étude « Towards a framework for developing students' fraction proficiency » (Tsai & Li, 2017) a permis de faire avancer la recherche dans le domaine. Cette recherche s'est basée sur une série d'indications avancées par des études antérieures (notamment certaines présentées précédemment) pour créer un cadre guidant l'enseignement des différentes dimensions des fractions. Ce cadre est divisé en 5 dimensions que nous allons tenter de décrire ci-dessous.

### 7.4.1 Dimension 1 : les cinq constructs des fractions

Tsai et Li (2017) expliquent que la compréhension des fractions repose sur cinq constructs : la fraction « partie d'un tout », la fraction « mesure », la fraction « quotient », la fraction « opérateur » et la fraction « rapport ».

Les constructs se caractérisent comme suit :

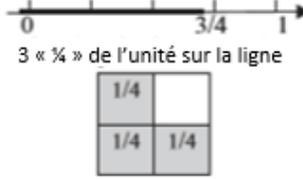
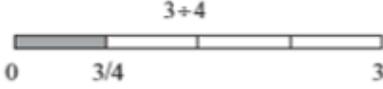
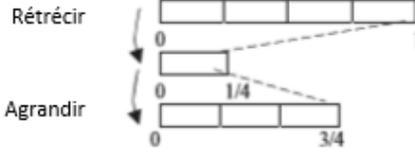
Table 1. Les cinq constructs des fractions.		
Construct	Définition	Représentation Graphique (3/4 est pris comme exemple).
« Partie d'un tout »	Se réfère à la répartition de quantités données, qu'elles soient continues ou discrètes, en parts égales.	 <p>Quantité continue    Quantité discrète</p>
« Mesure »	Indique que, dans l'exemple de $\frac{3}{4}$ , un tout est coupé en 4 parts. Ainsi, $\frac{3}{4}$ est utilisé pour mesurer 3 unités de la taille d' $\frac{1}{4}$ .	 <p>3 « <math>\frac{1}{4}</math> » de l'unité sur la ligne</p> <p>3 « <math>\frac{1}{4}</math> » de l'unité d'une zone donnée</p>
« Quotient »	Se réfère à la fraction vue comme une opération de division. 3 est divisé par 4.	 <p>3 ÷ 4</p>
« Opérateur »	Se réfère à la fraction vue comme une action sur un tout.	 <p>Rétrécir</p> <p>Agrandir</p>
« Rapport »	Exprime une relation entre deux quantités.	 <p>Il y a 3 parties coloriées sur 4 parts. Cela représente <math>\frac{3}{4}</math>.</p>

Figure 5 (Tsai & Li, 2017, p.247)<sup>8</sup>

<sup>8</sup> Traduit de l'anglais

La capacité que nous avons d'utiliser les fractions de manière efficace proviendrait du fait que nous lions ces différents constructs afin de créer un savoir conceptuel qui se situe à leur convergence. C'est pour cette raison qu'il est primordial d'enseigner efficacement l'ensemble de ces différents constructs.

Ainsi, comme l'expliquent Tsai et Li (2017), tous les aspects des fractions sont touchés à travers ces cinq constructs :

Par exemple, la fraction « partie d'un tout » est la fondation qui permet aux jeunes enfants de comparer et d'ordonner les fractions équivalentes. La fraction « rapport » comme relation entre deux quantités est fondamentale dans le développement de la pensée proportionnelle. La fraction « quotient » aide à comprendre la fraction algébrique. La fraction opérateur permet de comprendre le sens d'une fraction de quantité telle que  $\frac{3}{4}$  de 100 mètres. Le construct de fraction « mesure » est essentiel pour développer des compétences dans l'addition de fractions. La recherche a démontré que des enfants qui ont des carences dans ce construct ont des difficultés à placer des fractions sur une droite des nombres<sup>9</sup>. (Tsai & Li, 2017, p.246)

Bednarz et Proulx (2014) ont d'ailleurs consacré une étude sur la place du construct « partie d'un tout » dans l'enseignement et l'apprentissage des fractions. Ils expliquent que définir le référent de manière appropriée pour une fraction donnée est fondamental pour comprendre et travailler avec les fractions de manière efficace. Dans les interprétations du « tout » référent, les fractions ont toujours besoin d'être reliées à un référent, et celui-ci peut très bien changer en fonction du point de vue qu'on adopte, tout en ne changeant rien à la validité mathématique. Par exemple, la fraction  $\frac{1}{4}$  ne veut rien dire à elle seule, cela doit être  $\frac{1}{4}$  de quelque chose. C'est en relation avec ces « quelque chose » que les comparaisons peuvent être faites. Ainsi, lorsqu'il s'agit de définir la fraction la plus grande entre  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{4}$ , toutes les réponses peuvent être valides puisque si le même référent est considéré,  $\frac{1}{3}$  sera plus grand, mais si le référent est différent,  $\frac{1}{3}$  peut valoir la même chose ou être plus petit que  $\frac{1}{4}$ .

Pour asseoir une compréhension profonde du « tout référent » il s'agit donc de faire prendre conscience à l'élève qu'une fraction doit se rapporter à un référent et que celui-ci peut varier. Bien que, comme nous l'avons vu plus haut lorsque nous avons envisagé les travaux de Tobias (2012), définir le référent n'est pas chose aisée pour les enseignants dans leurs situations d'apprentissage,

---

<sup>9</sup> Traduit de l'anglais

favoriser la compréhension de la fraction « partie d'un tout » et de la relativité du référent est donc d'une importance capitale dans le raisonnement mathématique sur les fractions et opérations de fractions.

Un autre ouvrage (Terwagne, Hauchart & Lucas, 2007) insiste sur le développement simultané du construct « rapport » et « mesure ». Ainsi, considérer avec l'enfant qu'  $\frac{1}{4}$  ne se limite pas qu'à découper en quatre mais indique aussi une proportion (la part doit exactement entrer 4 fois dans le tout), lui permet d'éviter les erreurs de type : «  $\frac{1}{4}$  c'est lorsque je partage en 4 » car l'enfant ne considérera pas forcément que les parts doivent avoir la même taille. En tant qu'enseignant, il convient donc, dans des activités de représentations visuelles de fractions, de privilégier les discours de type : « cette partie vaut  $\frac{1}{4}$  parce que le tout a été découpé en 4 et que cette partie va exactement 4 fois dans le tout. » afin d'éviter aux élèves de baser uniquement leur compréhension des fractions sur un construct en particulier.

#### **7.4.2 Dimension 2 : le concept d'équivalence des fractions**

Cette dimension fait directement référence aux difficultés liées à la confusion entre le fonctionnement des nombres naturels et rationnels. Ces difficultés peuvent amener l'élève à voir une fraction comme composée de deux nombres naturels (le numérateur et le dénominateur) plutôt qu'une entité à part entière, le conduisant à un échec de compréhension des fractions équivalentes (« Comment  $\frac{3}{6}$  pourrait valoir  $\frac{1}{2}$  puisque  $3 > 1$  et  $6 > 2$  ? ») (Tsai et Li, 2017).

Le rôle de l'enseignant est donc de travailler systématiquement sur le rôle du dénominateur et du numérateur ainsi que d'utiliser des représentations pour comparer des quantités « coupées différemment ». Lamon (2002) décrit « l'unitizing » comme une compétence majeure dans la comparaison de fractions : « il s'agit du processus permettant de construire mentalement des « parties » différentes d'un référent donné <sup>10</sup> » (Lamon, 2002, p.80). Par exemple, pour constituer un paquet de 16 bonbons, nous pourrions prendre 2 boîtes de 8 ou alors 4 boîtes de 4 ou 8 boîtes de 2, ... Jouer sur cette capacité à « couper différemment » permet de comprendre que la moitié des bonbons (8 bonbons) vaut la même chose que 2 boîtes valant chacune le quart. Exposer l'enfant à ces équivalences et lui permettre d'exercer cette capacité jouerait un rôle essentiel dans le développement des compétences d'équivalence, qui ont elles-mêmes un lien avec la compréhension des opérations et symboles dans le domaine des fractions (Lamon, 2007). On peut d'ailleurs faire un lien direct entre cet « unitizing » et la pensée relationnelle développée par Empson et Levi (2011) que nous avons déjà pointé plus haut. Enfin, Lamon (2007) met également en avant les bénéfices

---

<sup>10</sup> Traduit de l'anglais

liés à l'utilisation de plusieurs procédures pour comparer les fractions en se focalisant sur les numérateurs aussi bien que sur les dénominateurs.

#### ***7.4.3 Dimension 3 : les compétences procédurales et la compréhension conceptuelle des opérations sur les fractions.***

Comme nous l'avons expliqué plus tôt, les connaissances procédurales sont les connaissances du « comment faire », de la procédure à suivre qui peut être automatisée. Les connaissances conceptuelles sont, elles, les connaissances du « pourquoi », la compréhension de fond. Il a été précédemment pointé que beaucoup d'élèves se contentent de compétences procédurales lorsqu'il s'agit d'opérer sur les fractions. Or, comme l'expliquent Tsai et Li (2017), beaucoup de recherches ont expliqué que les élèves ont besoin d'avoir de bonnes compétences procédurales mais que cela ne suffisait pas ; il s'agissait aussi de savoir quand, comment et pourquoi les appliquer.

Afin d'acquérir une compétence globale sur les fractions, l'enseignant ne doit donc pas uniquement se limiter à enseigner des « techniques » à systématiser, il doit également éveiller les élèves aux connaissances conceptuelles sous-jacentes à ces procédures.

#### ***7.4.4 Dimension 4 : la relation entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages***

Bien qu'ayant une forme différente, les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages représentent un même nombre. Comme indiqué plus haut, maîtriser ces 3 formes et en connaître leur lien fait partie de nos activités de la vie de tous les jours (Tsai & Li, 2017). Dès lors, la relation entre ces différents types de représentation doit être enseignée. Il s'agit de développer la compréhension des différentes représentations d'un même nombre tout en invitant l'élève à passer d'une représentation à une autre en utilisant des techniques de conversion. Ainsi, la compréhension procédurale et conceptuelle seront également développées en parallèles.

#### ***7.4.5 Dimension 5 : la transition entre les différentes formes de représentation.***

La représentation est un outil puissant pour aider les élèves à construire du sens dans les opérations mathématiques. Lesh (1979) a développé un modèle regroupant les différents types de représentation des fractions (les images, les symboles écrits et parlés, les manipulations et les situations concrètes) ainsi que la relation qui les lie.

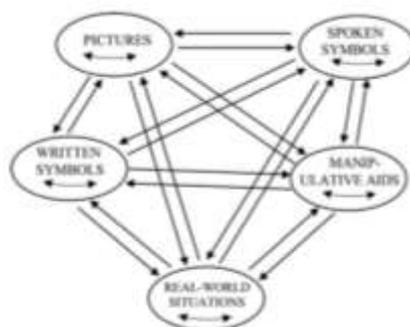
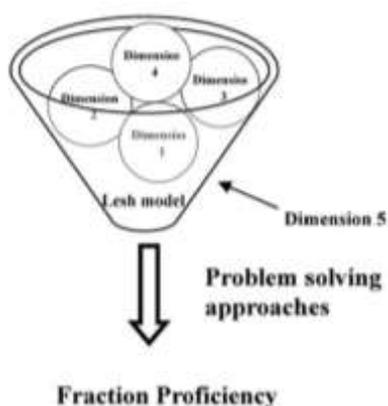


Figure 6 (modèle de Lesh, cité par Tsai & Li, 2017, p.250)

Cramer, Behr et Lesh (2013) ont utilisé ce modèle dans le design de leur série de leçons intitulée « the relational number project » et ont rapporté que les différents types de représentations jouaient un rôle crucial lorsqu'il s'agissait de résoudre des problèmes impliquant des fractions et que la relation qui les lie permettait également de développer l'acquisition et l'usage d'idées mathématiques élémentaires chez les enfants ( Tsai et Li, 2017, p.250). Cette dimension est en lien direct avec « l'utilisation de représentations multiples » pointée précédemment.

#### 7.4.6 Résumé du cadre

Tsai et Li (2017) ont produit un modèle résumant le lien entre les différentes dimensions permettant de développer la compétence des élèves envers les fractions :



**Dimension 1 :** travailler les 5 constructs des fractions

**Dimension 2 :** travailler le concept d'équivalence des fractions

**Dimension 3 :** développer en parallèle les compétences conceptuelles et procédurales des élèves.

**Dimension 4 :** travailler la relation entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages.

**Dimension 5 :** multiplier l'exposition à différentes formes de représentation des fractions.

Figure 7 (Tsai & Li, 2017, p . 251)

Ce modèle explique que lorsqu'il s'agit d'enseigner les fractions, les 4 premières dimensions doivent être enseignées en parallèle. Ainsi, par exemple, il ne faut pas abandonner l'enseignement des différents constructs des fractions, sous prétexte qu'on est en train de voir l'addition de fractions. Aucune des dimensions ne doit être considérée comme « vue » et appartenant au passé ; chaque dimension doit être travaillée en parallèle avec les autres.

Un autre point intéressant de ce modèle est la dimension 5, agissant comme un « emballage » autour de ces 4 premières dimensions. En effet, cette dimension a mis l'accent sur l'utilisation de représentations différentes et en interrelation. Lorsqu'il s'agit d'enseigner les fractions, il ne faut donc pas se focaliser sur une représentation mais tenter de toucher à tous les types de représentations, comme présenté dans le modèle de Lesh (1979).

Enfin, Tsai et Li (2017), tout comme Empson et Levi (2011), insistent bien sur l'approche par résolution de problèmes comme étant une condition importante de l'enseignement des fractions.

### 7.5 L'enseignement des fractions en Fédération Wallonie-Bruxelles

Nous allons maintenant passer en revue le référentiel officiel de la fédération Wallonie-Bruxelles (les socles de compétences) afin d'en déterminer sa relative adéquation avec ce que préconise la littérature scientifique. Cela nous permettra d'anticiper et de comprendre certains choix pédagogiques effectués par les enseignants.

Lorsque nous examinons ce que les socles des compétences préconisent quant à l'enseignement des fractions, on peut voir que la matière est répartie comme suit :

-Au cours de l'étape 1 (5-8 ans), l'accent est surtout mis sur la comparaison de fractions avec quelques opérations de fractionnement telles que partager en deux et en quatre.

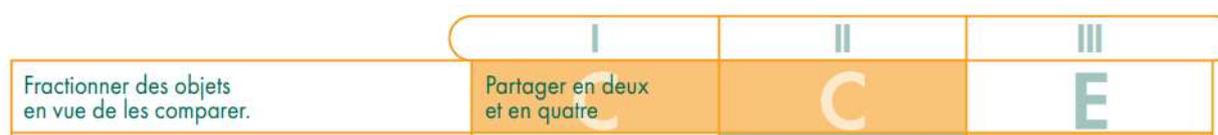


Figure 8 (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2009, p.31)

-Au cours de l'étape 2 (9-12 ans), en plus de continuer la comparaison de fractions et le fractionnement comme vu plus haut, les opérations sur les fractions sont introduites avec un focus sur l'addition et la soustraction.



Figure 9 (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2009, p.31)

On peut donc en conclure que, comme préconisé par la dimension 3 de Tsai et Li (2017), l'aspect conceptuel des fractions n'est pas mis de côté, à partir de l'étape 2, au profit d'un enseignement

procédural. Selon les socles, Il s'agit donc de produire des « bases » conceptuelles dans l'étape 1, qui continueront d'être travaillées en parallèle avec des savoirs procéduraux lors de l'étape 2.

Cependant, ce que préconisent les socles en matière de connaissances procédurales est légèrement en dessous des repères avancés par le « National Mathematic Advisory panel » (2008). En effet, celui-ci explique que les élèves doivent être capables de multiplier et diviser les fractions au cours du grade 6 (6ème année primaire) là où les socles ne les envisagent qu'au cours de l'étape 3 (13-14ans). Malgré tout, on peut penser que ce choix a été fait dans la volonté de ne pas « brûler les étapes » en dirigeant trop rapidement les élèves vers du procédural pur, ce qui est plutôt le rôle de l'enseignement secondaire.

Concernant les autres liens qui peuvent être faits entre ce que la littérature préconise et les directives des socles des compétences, on peut voir que, en plus de développer les constructs « mesures », « rapport », « opérateur » et « partie d'un tout » (comme on peut le constater à travers les figures 8 et 9), les socles invitent, dans l'enseignement secondaire, à travailler également la fraction « quotient ».



Figure 10 (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2009, p.31)

Ensuite, notons que les socles invitent également à travailler la dimension 2 (travailler le concept d'équivalence des fractions) et 4 (travailler la relation entre les nombres décimaux, les fractions et les pourcentages).



Figure 11 (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2009, p.31)

Enfin, en ce qui concerne la didactique générale de la discipline, on peut voir, dans les socles, un lien avec ce que la recherche préconisait comme directive de départ : partir de problèmes qui ont du sens et se baser sur les représentations et tentatives de résolution.

Ainsi, les socles s'inspirent d'un courant plutôt (socio-)constructiviste à travers ces différentes compétences transversales à développer lors d'une leçon de mathématiques :

- 2.1 Analyser et comprendre un message
- 2.2 Résoudre, raisonner et argumenter
- 2.3 Appliquer et généraliser
- 2.4 Structurer et synthétiser

(Fédération Wallonie-Bruxelles, 2009, p.24-25)

En conclusion, un constat peut être fait concernant la relative adéquation entre ce que préconisent les socles des compétences et la littérature scientifique. En tout cas, il est sûr que les deux ne prennent pas des chemins opposés. Il ne serait donc pas étonnant de retrouver, via la récolte de données hors-contexte auprès des enseignants, des informations allant dans le sens de ce que préconise la littérature et ce, parce qu'ils suivent réellement les directives des socles des compétences ou par effet de désirabilité sociale. En effet, lors de la déclaration de pratique, comme Bressoux (2001) l'expliquait, un phénomène de reconstruction sensée de la pratique apparaît et pourrait pousser l'enseignant à opter pour la solution allant le plus dans le sens des socles des compétences et ce, même si cela ne correspond pas réellement à sa pratique de classe.

## **Partie pratique**

### **1 Questions de recherche et méthodologie**

#### ***1.1 La problématique***

Comme expliqué dans la partie théorique, les connaissances pour enseigner occupent actuellement une place importante dans la recherche sur les variables ayant un impact significatif sur les progrès réalisés par les élèves. Ainsi, beaucoup d'études se basent sur les travaux de Shulman (1986) et tentent de les préciser et de les tester empiriquement afin d'en dégager une méthodologie rigoureuse permettant de mesurer de manière précise ces fameuses connaissances pédagogiques de contenu.

Seulement, lorsque l'on décide de mesurer ces connaissances, on se retrouve très vite confronté à un choix de méthode : s'agit-il de les mesurer en dehors de la classe (de manière « statique ») ou dans la classe (de manière « dynamique ») ?

Ce choix que doit effectuer le chercheur est guidé par plusieurs facteurs qu'il est important d'éclairer. Par exemple, les recherches ont un coût et doivent être effectuées dans un temps déterminé et, face à deux méthodologies amenant à une même mesure, le chercheur se dirigera vers la plus économique. De plus, l'évaluation des connaissances peut avoir des conséquences sur la

carrière des enseignants. En effet, si l'on décide d'évaluer les connaissances des enseignants dans une logique de sélection, il est primordial que l'outil utilisé soit valide et réellement associé à des données indiquant des progrès chez l'élève. Dès lors, le chercheur doit se diriger vers l'outil susceptible de mesurer au mieux les connaissances des enseignants.

Quelle méthodologie est la plus valide ou la plus pratique pour les chercheurs ? Très peu de recherches se sont intéressées aux similarités et différences que présentaient les deux paradigmes en termes de mesure, laissant les chercheurs relativement démunis face à ce choix ; ceux-ci se basant actuellement sur la logique de fonctionnement du paradigme, plutôt que sur des arguments fondés.

Sur la base de ce qui vient d'être avancé, deux questions majeures sont posées dans ce travail :

**Question 1 : Le diagnostic avancé par les recherches issues des paradigmes « statiques » et « dynamiques » des connaissances pour enseigner est-il globalement le même ?**

Cette question est fondamentale puisqu'avant d'envisager de choisir le paradigme le plus « pratique », il va falloir déterminer si ceux-ci amènent au même constat quant aux pratiques de l'enseignant : celui-ci dispose-t-il des connaissances pédagogiques nécessaires pour enseigner la matière de manière efficace ?

Dans l'hypothèse où la méthode statique affirme que l'enseignant ne possède pas les connaissances nécessaires et la mesure dynamique pose un diagnostic opposé, il s'agira d'investiguer ce qui amène à ces différences de résultat afin de déterminer le paradigme ayant la mesure s'approchant le plus des connaissances réelles de l'enseignant.

Cependant, comme nous l'avons développé précédemment lors de la comparaison théorique des deux modèles, si les paradigmes dynamiques et statiques offrent globalement les mêmes résultats, il s'agira plutôt de déterminer quels sont les avantages et inconvénients de chaque paradigme vis-à-vis de leur méthodologie. Ainsi, le chercheur, confronté à deux paradigmes mesurant approximativement les mêmes connaissances, pourra se diriger vers la méthodologie qui correspondrait le mieux à ses objectifs de recherche, voir même allier les deux dans la mesure où les avantages de l'un compenseraient les inconvénients de l'autre. Cet objectif nous amène à la formulation de notre deuxième question de recherche.

**Question 2 : Quelle est la plus-value, en termes d'informations récoltées, d'un paradigme vis-à-vis de l'autre ?**

Dans le but de répondre à ces questions, nous allons tenter de comparer des données issues d'une approche « statique » et « dynamique » des connaissances pour enseigner. Les données empiriques

récoltées nous permettront non seulement de répondre aux questions de départ, mais également de valider ou non les hypothèses formulées sur la base des informations récoltées dans la littérature scientifique.

## 1.2 Les hypothèses de recherche

- **Question 1 : Le diagnostic avancé par les recherches issues des paradigmes « statiques » et « dynamiques » des connaissances pour enseigner est-il globalement le même ?**

**Hypothèse de la question 1 :** Comme nous l'avons illustré avec la figure 4, nous pensons qu'un lien se dessine entre le « KQ » de Rowland et al. (2005) et le modèle « MKT » de Ball et al. (2005). Ainsi, la plupart des connaissances dynamiques (les actions de classe) se baseraient sur des fondations théoriques qui ne seraient, en réalité, que l'aspect statique de ces mêmes connaissances. **Dès lors, nous pensons que le diagnostic posé sur ces connaissances serait globalement le même.**

- **Question 2 : Quelle est la plus-value, en termes d'informations récoltées, d'un paradigme vis-à-vis de l'autre ?**

**Hypothèses de la question 2 :** Notre hypothèse fait directement référence à la comparaison théorique précédemment effectuée. Nous allons reprendre cette comparaison et la synthétiser sous la forme d'un tableau reprenant les plus-values de chaque paradigme vis-à-vis de l'autre.

Plus-value théorique de la prise de données statique (PDS)	Plus-value théorique de la prise de données dynamique (PDD)
H2 a : La PDS permet de traiter les données rapidement et facilite la prise de mesure sur un échantillon plus large	H2 e : La PDD n'exigerait pas l'interprétation de questions par l'enseignant.
H2 b : La PDS mesurerait un spectre de connaissances plus exhaustif	H2 f : La PDD permettrait de récolter la pratique effective
H2 c : La PDS serait plus fidèle et facilite la comparaison des sujets.	H2 g : La PDD permettrait de récolter des informations plus détaillées (le contexte, les improvisations,...) notamment grâce aux situations de contingence.
H2 d : La PDS, à travers des questions fermées, serait moins soumise à l'interprétation des connaissances de l'enseignant	

### 1.3 Résumé de la démarche méthodologique

Voici un schéma résumant notre démarche méthodologique, que nous allons décrire ci-après.

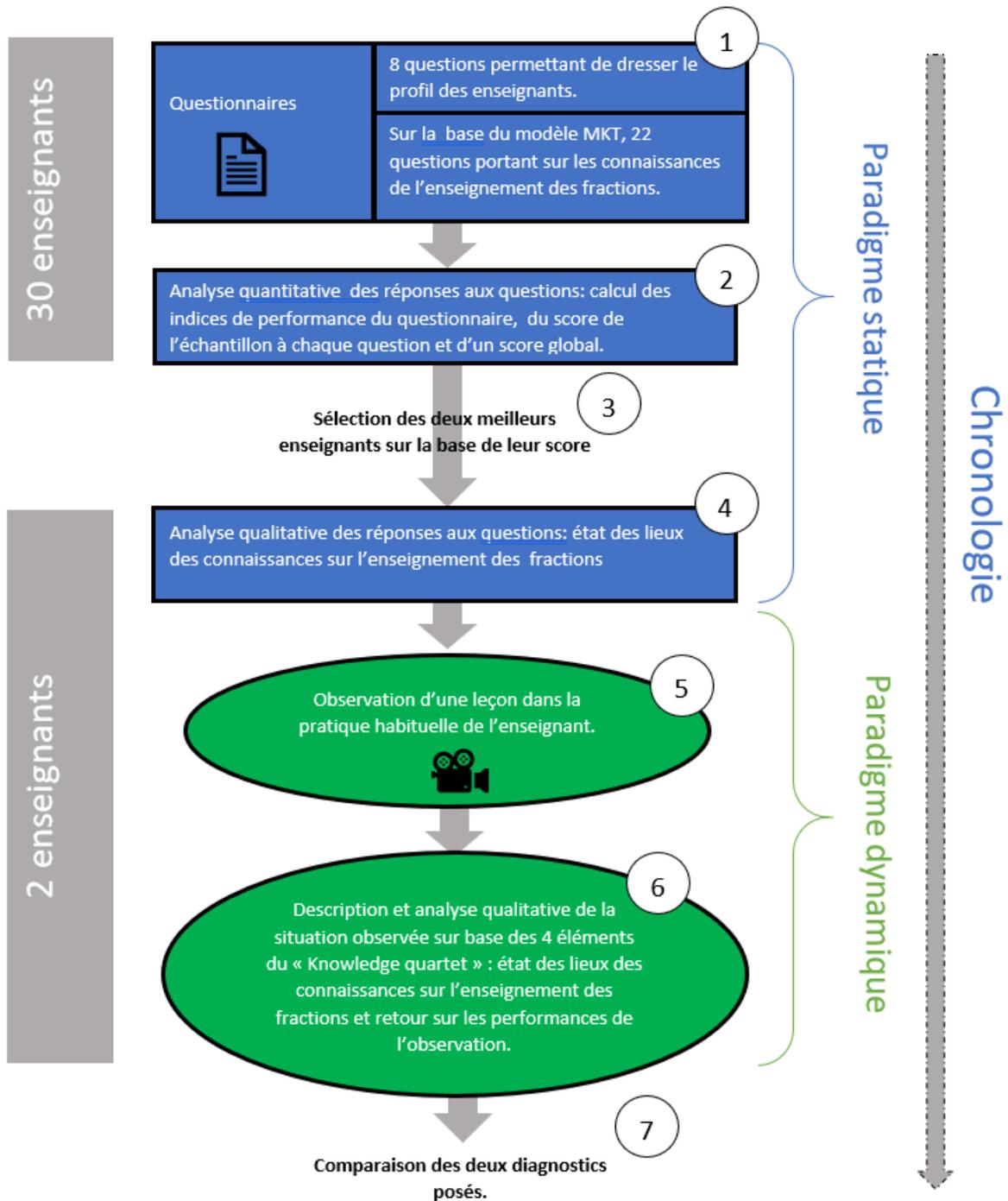


Figure 12 schéma de la démarche méthodologique

### ***1) Création et distribution du questionnaire***

Nous nous sommes rendus dans plusieurs écoles d'un pouvoir organisateur. Après avoir pris contact avec les différentes directions, nous avons proposé les questionnaires à 30 enseignants exerçant dans celles-ci. Le questionnaire s'inspire de la méthodologie utilisée dans l'étude de Depaepe et al. (2015) et est composé de 30 questions : 8 questions permettant de dresser un profil (années d'ancienneté, sexe,...) et 22 questions portant sur les connaissances pour enseigner les fractions à travers les diverses facettes du modèle MKT (son contenu ainsi que son processus de création sont décrits avec plus de détails dans la partie « prise de données statique »). Au bout d'un mois, nous sommes revenus vers ces mêmes enseignants afin de récolter ces questionnaires. Construire un échantillon de 30 enseignants nous a permis de tester les performances du questionnaire et d'avoir un point de comparaison permettant d'identifier deux enseignants ayant un niveau de connaissances comparable et acceptant d'être filmés en classe.

### ***2) Analyse quantitative des réponses aux questions :***

Nous avons tout d'abord passé en revue les 8 questions permettant de dresser le profil de chaque enseignant dans le but de décrire notre échantillon. Celles-ci nous ont permis de déterminer la relative mixité de l'échantillon quant aux variables ayant une influence sur les connaissances pour enseigner (Kleickmann et al., 2013).

Nous avons ensuite corrigé chaque question portant sur le modèle MKT afin de lui assigner un score allant de 0 à 1. Sur la base de ces scores, une analyse des indices de performance du questionnaire a été effectuée : le calcul de l'alpha de Cronbach (qui est égal à 0.76) nous a permis de synthétiser les données sous la forme d'un score global (sur 22) à l'épreuve.

Grâce au score de chaque enseignant et celui de l'échantillon dans sa globalité, nous avons pu situer les enseignants par rapport à l'échantillon ; font-ils partie du quartile inférieur ? supérieur ? Un premier diagnostic est ainsi posé grâce à ce score.

### ***3) Sélection des deux enseignants :***

Après que le diagnostic de chaque enseignant ait été posé, nous avons sélectionné deux enseignants à observer sur la base de leur diagnostic statique. Afin d'avoir un maximum d'éléments de réponses, nous avons choisi les enseignants ayant obtenu le meilleur score global. En effet, nous pensons qu'il y a plus d'éléments à comparer chez deux sujets ayant beaucoup de connaissances sur l'enseignement des fractions plutôt que chez des enseignants en ayant peu. Ainsi, si nous avions sélectionné deux enseignants ayant eu un score bas, il aurait été difficile de blâmer l'outil d'analyse

dynamique vis-à-vis du peu d'éléments observés en classe (étant donné que le questionnaire relevant de l'approche statique n'aurait pas non plus relevé beaucoup d'éléments positifs à comparer).

#### ***4) Analyse qualitative des questionnaires.***

Nous avons ensuite analysé qualitativement chaque question du questionnaire des deux enseignants afin de déterminer, en détail, quelles sont leurs connaissances vis-à-vis de l'enseignement des fractions. Nous avons également mis en perspective leurs connaissances avec celles de l'échantillon duquel ils sont issus afin de déterminer en quoi ils se démarquent positivement. Cette analyse a permis d'affiner leur diagnostic statique.

#### ***5) Observation d'une leçon dans la pratique habituelle de l'enseignant***

Nous nous sommes rendus dans la classe des deux enseignants afin de filmer une leçon de deux séquences portant sur l'enseignement des fractions.

#### ***6) Analyse de la situation de classe via le Knowledge Quartet***

Ces leçons ont été analysées selon les 4 axes du « KQ » de Rowland et al. (2005) (l'analyse est décrite avec plus de détails dans la partie « prise de donnée dynamique ») afin de déterminer l'état des connaissances pour enseigner les fractions et de poser un diagnostic global selon le paradigme dynamique. Ensuite, comme réalisé pour la prise de données statique, un retour sur les performances de l'observation a été effectué.

#### ***7) Comparaison des diagnostics***

Enfin, une fois les diagnostics posés et l'état des lieux des connaissances effectué auprès des deux enseignants, les diagnostics ont été comparés dans le but de répondre à nos questions de recherche.

### ***1.4 Composante éthique de la recherche***

Avant d'entrer en détail dans la description de la méthodologie employée, faisons un point sur les critères permettant de définir le caractère éthique de ce travail.

Pour respecter le critère de « participation libre et éclairée », nous avons fourni des informations précises aux participants, sur les objectifs, modalités et risques potentiels de la recherche. En effet, concernant la prise de données statique, une page de garde expliquant les tenants et aboutissants

de la recherche était insérée au questionnaire. Pour la prise de données dynamique, une discussion orale préalable à l'observation a permis aux deux enseignants observés de connaître le déroulement et l'objectif de cette observation.

Lors des prises de données aussi bien statiques que dynamiques, les enseignants avaient tout à fait le droit de renoncer ou de mettre fin à leur participation sans devoir communiquer de motif et ce droit leur a été communiqué aussi bien de manière écrite, via le questionnaire, qu'oralement lors de l'entretien.

Pour respecter le critère de « respect des personnes », nous nous sommes engagés à protéger l'intégrité physique et psychologique des participants lors de la création de nos questions et durant nos observations. Les données récoltées sont utilisées de façon confidentielle et dans le cadre limité du travail. Les enseignants participants sont mentionnés de manière anonyme.

Nous étendons également nos engagements aux élèves filmés de manière fortuite lors de notre observation dynamique : un consentement signé par le tuteur légal a été récolté (disponible en annexe 10) et les élèves ont été anonymisés.

## ***1.5 Echantillonnage***

### ***Méthode***

Un échantillon de convenance a été constitué. Il regroupe 30 enseignants de diverses écoles de l'enseignement primaire. Dans le questionnaire statique distribué en premier lieu (voir annexe 2), nous avons formulé huit questions permettant de cerner le profil personnel des enseignants. Le sujet de ces questions a été influencé par l'étude de Kleickmann et al. (2013) qui expliquent que **l'expérience de terrain et la formation initiale et continue** sont une source potentielle de développement de la connaissance de l'enseignement d'une matière. Sur la base des variables identifiées par Kleickmann et al., nous avons donc produit des questions permettant de déterminer le profil de l'enseignant.

Ces questions permettent de déterminer : leur âge, leur sexe, le niveau d'étude dans lequel ils enseignent, leur nombre d'années d'expérience tous cycles confondus, leur nombre d'années d'expérience dans chaque cycle arrondi à l'année supérieure, le temps qu'ils consacrent à l'enseignement des fractions par an et en heures, le nombre de formations suivies sur le domaine de l'enseignement des fractions et, enfin, s'ils travaillent dans une école en discrimination positive.

La réponse à ces questions nous permet donc de déterminer la mixité de l'échantillon concernant les variables de profil ayant une influence sur les connaissances pour enseigner. Ainsi, lorsqu'il s'agira de situer l'enseignant par rapport à l'échantillon, il ne sera pas sous ou sur-estimé. Par exemple, nous ne pourrions pas dire que notre enseignant serait très efficace, s'il se situait dans le quartile supérieur d'un échantillon où personne n'aurait été formé à l'enseignement des fractions et où ils n'y consacraient que très peu d'heures par an. Dans ce cas-ci, il serait surestimé et nous pourrions relativiser son diagnostic.

Définir le profil des enseignants de l'échantillon via ces questions nous permet donc d'étendre la portée du diagnostic statique posé et de nous conforter dans l'idée que les deux enseignants choisis sont réellement efficaces.

Avant de continuer, nous tenons à nuancer nos propos. En effet, notre étude est exploratoire et son objectif principal n'est pas d'effectuer un état des lieux d'une population. Nous n'avancions donc pas que la diversité observée dans l'échantillon est représentative de la population d'ensemble grâce aux données récoltées via 30 questionnaires car ce n'est pas notre but et que la taille de l'échantillon ne s'y prête pas. Cependant, nous voulions avoir un point de comparaison nous permettant de choisir les deux meilleurs enseignants. En effet, comme nous composons nous même un questionnaire dans lequel il n'y a pas de seuil validant la compétence, comment définir si nos deux enseignants sont particulièrement compétents si ce n'est par rapport à d'autres ? C'est dans cette optique que nous avons décidé de prendre des mesures de profil afin que les enseignants choisis soient performants par rapport à un échantillon dont les variables ayant une influence sur les connaissances pour enseigner sont prises en compte.

### ***Présentation de l'échantillon***

Ci-dessous, nous allons déterminer la mixité de notre échantillon quant aux variables pointées précédemment (le tableau récapitulatif des informations récoltées est disponible en annexe 1).

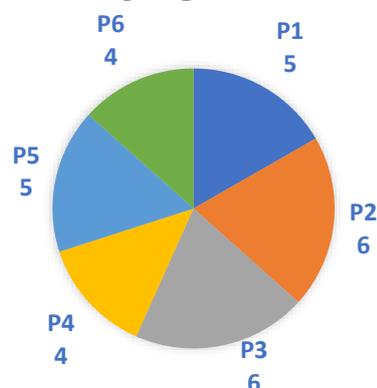
**FIG. 13 : RÉPARTITION  
HOMME/FEMME**



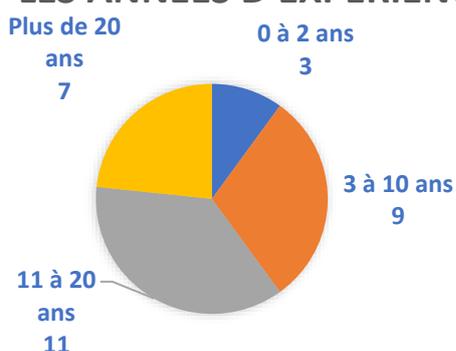
Tout d'abord, la majorité des enseignants de l'échantillon sont de sexe féminin (23 sur 30). Il y a donc une hétérogénéité de l'échantillon en faveur des femmes. Malgré tout, cette tendance n'est pas surprenante puisque, comme indiqué dans les indicateurs de l'enseignement (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2017), en Fédération Wallonie-Bruxelles, 82% du personnel de l'enseignement primaire sont des femmes.

Concernant l'année dans laquelle exerce actuellement l'enseignant, nous pouvons constater que chaque année est représentée relativement équitablement (5 enseignants de première année, 6 enseignants de 2<sup>ème</sup> année, 6 enseignants de 3<sup>ème</sup> année, 4 enseignants de 4<sup>ème</sup> année, 5 enseignants de 5<sup>ème</sup> année, 4 enseignants de 6<sup>ème</sup> année).

**FIG. 14 : RÉPARTITION DANS LES DIFFÉRENTES ANNÉES D'ENSEIGNEMENT**



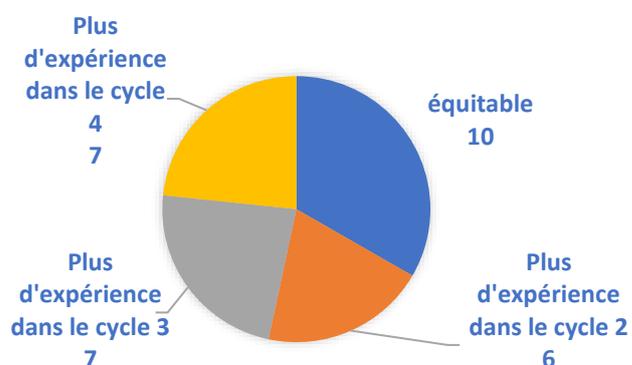
**FIG. 15 : RÉPARTITION SELON LES ANNÉES D'EXPÉRIENCE**



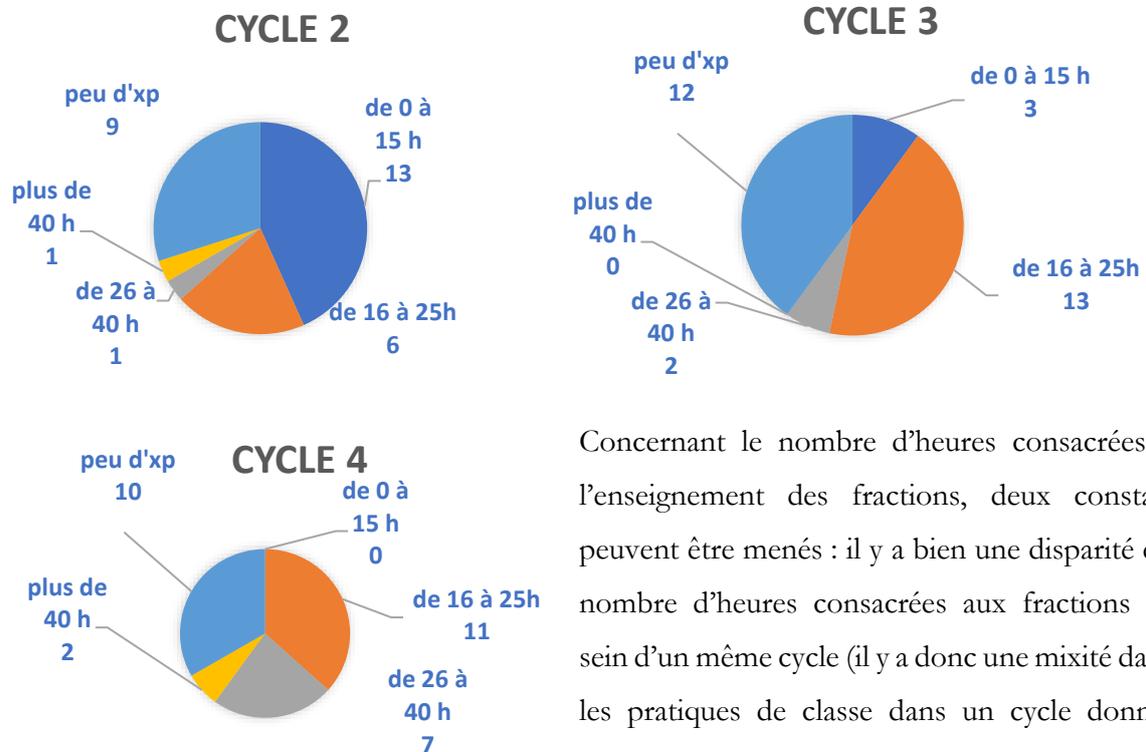
L'échantillon est également composé d'enseignants ayant un nombre d'années d'expérience assez différent (3 enseignants ont enseigné de 0 à 2 ans, 9 de 3 à 10 ans, 11 de 11 à 20 ans et 7 plus de 20 ans).

Le nombre d'années d'expérience dans chaque cycle est également assez disparate puisqu'on trouve des enseignants ayant passé une majorité de leur carrière dans un cycle quand d'autres ont une répartition assez équitable. Il y a donc une mixité dans le parcours de carrière.

**FIG.16: RÉPARTITION DE L'ANCIENNETÉ DES ENSEIGNANTS DANS CHAQUE CYCLE**



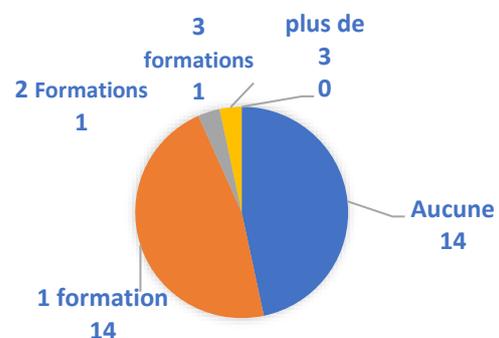
**FIG. 17 NOMBRES D’HEURES CONSACREES AUX FRACTIONS PAR CYCLE**



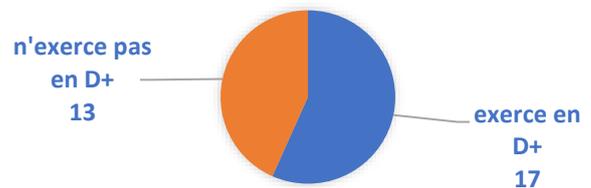
Concernant le nombre d’heures consacrées à l’enseignement des fractions, deux constats peuvent être menés : il y a bien une disparité du nombre d’heures consacrées aux fractions au sein d’un même cycle (il y a donc une mixité dans les pratiques de classe dans un cycle donné) mais, surtout, il y a également une tendance à consacrer plus de temps aux fractions dans les cycles plus élevés. Cette tendance peut être mise en relation avec ce que préconisent les socles de compétences puisque la plupart des compétences relatives aux fractions sont à certifier entre 9 et 14 ans.

On peut également constater qu’approximativement la moitié (16) des enseignants de l’échantillon ont suivi au moins une formation ayant pour sujet l’enseignement des fractions.

**FIG .18 : REPARTITION DU NOMBRE DE FORMATIONS SUIVIES SUR L’ENSEIGNEMENT DES FRACTIONS**



**FIG.19 : REPARTITION DES  
ENSEIGNANTS EXERCANT DANS UNE  
ECOLE EN DISCRIMINA**



Enfin, la répartition des enseignants exerçant dans une école en discrimination positive est assez équitable puisque 17 enseignants exercent dans ce type d'établissement contre 13. Cette mixité est un point positif dans la mesure où il pourrait être avancé que les enseignants exerçant dans une école en D+ seraient davantage confrontés à des difficultés d'élèves (comme démontré dans le rapport PISA 2015 (OCDE, 2016) à travers l'écart de performance entre les écoles composées d'élèves issus d'un milieu socio-économique favorisé et défavorisé), ce qui pourrait avoir des répercussions sur leurs connaissances (en particulier les KCS).

En conclusion, il peut être avancé que dans notre échantillon, il y a bel et bien une mixité concernant les variables pouvant influencer les connaissances pour enseigner.

### ***1.6 Prise de données statique***

Pour collecter les données statiques sur les connaissances pour enseigner, nous avons créé un questionnaire composé de 22 questions (voir annexe 2). Pour la rédaction de ces questions, nous nous sommes fortement inspirés du questionnaire issu de l'étude de Depaepe et al. (2015). Dans cette étude, Depaepe et ses chercheurs tentent de faire un état des lieux des connaissances pour enseigner les nombres rationnels qu'ont les futurs enseignants dans le primaire et le début de l'enseignement secondaire. Pour ce faire, sur la base du modèle MKT, les chercheurs ont développé un questionnaire comportant 48 questions réparties entre le domaine des fractions et des nombres décimaux ainsi qu'entre les CK et PCK.

**Design of the CK and PCK test: distinguished subdomains and number of items.**

Domain	Subdomain	CK		PCK		
				Misconception	Instruction	
Fractions	Concept	4	2		2	
	Operations	Addition	2	1		1
		Subtraction	2	1		1
		Multiplication	2	1		1
		Division	2	1		1
Decimal numbers	Concept	4	2		2	
	Operations	Addition	2	1		1
		Subtraction	2	1		1
		Multiplication	2	1		1
		Division	2	1		1
<b>Total</b>		<b>24</b>	<b>24</b>			

Figure 20 (Depaepe et al., 2015, p.86)

Notre attention s'est portée sur les 24 questions qui ont pour sujet l'enseignement des fractions, dans lesquelles 12 questions portent sur les PCK et 12 portent sur les CK.

Le choix de ce questionnaire a été motivé par trois arguments :

- 1) Le test s'inspire fortement du modèle MKT et a donc un caractère représentatif du paradigme statique.
- 2) Il couvre des niveaux d'enseignement et un domaine facilitant la prise de données du présent travail.
- 3) Il a été validé empiriquement par Depaepe et al. (2015)

Seulement, nous n'avons pas repris le questionnaire en l'état. En effet, nous avons pour objectif de proposer un questionnaire qui soit valide au niveau du contenu. Dès lors, afin que les questions proposées dans notre questionnaire aient un caractère exhaustif vis-à-vis des connaissances pour enseigner pointées dans la partie théorique, de ce qui est préconisé par les socles de compétences pour les cycles visés et des différents types de connaissances illustrées dans le MKT, nous avons dû faire un choix dans la sélection de nos questions. Ainsi, certains points de la théorie n'étaient pas représentés dans le questionnaire produit par Depaepe et al. (2015) et d'autres revenaient trop souvent et auraient allongé le temps de passation sans améliorer la mesure.

Ainsi, de ce questionnaire, nous avons sélectionné 13 questions (les questions 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 16, 17 et 18 du questionnaire en annexe 2) pour construire notre instrument de mesure.

Pour compléter ces 13 questions, et toujours dans un souci d'exhaustivité, nous avons emprunté 5 questions (1, 7, 9, 11 et 20) à l'étude de Hill, Ball et Schilling (2004) portant sur les connaissances pour enseigner les mathématiques.

Nous avons également emprunté la question 15 à l'étude de Bednarz et Proulx (2014) portant sur les connaissances du « tout relatif » lorsqu'il s'agit d'enseigner les fractions.

Enfin, les questions 19, 21 et 22 ont été créées par nos soins afin de pointer des éléments n'étant pas repris dans les autres questions.

Dans le tableau récapitulatif ce que ciblent nos 22 questions, disponible ci-dessous, nous avons croisé, en ordonnée, les connaissances pour enseigner les fractions pointées au travers de notre revue de littérature avec, en abscisse, les différentes facettes du modèle MKT. Nous pouvons donc observer, par exemple, que la question numéro 2 du questionnaire récolte des informations sur le construct « partie d'un tout » et « mesure » de l'étude de Tsai et Li (2017) sous la forme « Knowledge of Content and Student » du modèle MKT de Ball et al. (2008).

		Facettes du Modèle MKT de Ball et al. (2008)			
		CCK	SCK	KCS	KCT
Connaissances pour enseigner les fractions pointées dans la partie théorique.	Dimension 1 de Tsai et Li (2017) : « partie d'un tout »	5	1, 15,20	2,4,11	6,16
	D1 : « mesure »	5	1	2	14,16
	D1 : « quotient »				22
	D1 : « opérateur »				7
	D1 : « rapport »	17			8
	D2 : « fractions équivalentes » + « développer la pensée relationnelle »	3,13	10	12,18,21	9,12,16,19,21
	D3 : « alliance entre procédural et conceptuel »			4,12,18, 21	12,21
	D4 : « relation entre fraction, décimale et pourcentage »				19,22
	D5 : « utiliser différentes représentations tout au long de son apprentissage »			12,21	12,21
	« Approche par résolution de problèmes sensés pour l'élève »			12,21	21
	« Construire sur les représentations initiales et tentatives de résolution »			12,21	21
	« Confusion entre nombre naturel et nombre rationnel »			2,12,18,21	12,21

Figure 21 tableau illustrant la répartition des 22 questions

Comme on peut rapidement le constater, la répartition des connaissances dans le tableau n'est pas uniforme et ce, pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, effectuer une question pour chaque « case » aurait rendu le temps de passation du questionnaire beaucoup trop long. Nous nous sommes donc limités à ce que pour chaque point en ordonnée soit au moins représenté par un point en abscisse ; autrement dit, chaque connaissance est au moins représentée par une facette du modèle MKT.

Ensuite, on constate très rapidement que l'aspect « Content Knowledge » avec ces deux facettes, traduit par les colonnes « SCK » (Specialized Content Knowledge) et « CCK » (Common Content Knowledge), est sous représenté, comparé à l'aspect « Pedagogical Content Knowledge », traduit par les colonnes « KCS » (Knowledge of Content and student) et « KCT » (Knowledge of Content and Teaching). Ce choix est délibéré et fondé sur une raison principale : comme l'affirment Kleickmann et al. (2013) et Depaepe et al. (2013), les CK sont un prérequis aux PCK. Il est donc logique de s'attarder sur les PCK puisque ces connaissances sont basées sur les CK. A travers la mesure d'une PCK on appréhende en partie une CK associée ; si un enseignant sait enseigner l'addition de fractions, il sait lui-même comment effectuer cette opération. L'inverse est plus rare.

Enfin, les 9<sup>ème</sup>, 10<sup>ème</sup> et 11<sup>ème</sup> lignes du tableau sont peu représentées et par les deux mêmes questions. Comme expliqué dans la partie théorique, il s'agit de connaissances qui teintent les situations d'enseignement de manière générale. En partant de ce constat et dans le souci de respecter au mieux à la méthodologie découlant du modèle MKT, nous avons opté pour une question ouverte demandant de penser à une situation d'enseignement sur la base d'une erreur d'élève. Il s'agit là d'une tentative permettant de constater le degré d'explicitation fourni par l'enseignant lors d'une question plus ouverte et demandant une description de leçon. Dès lors, il est à noter que nous prenons le risque d'avoir certaines de ces connaissances qui ne sont pas représentées par ces questions puisque nous sommes tributaires de ce que fournit l'enseignant.

Comme expliqué dans le résumé de notre démarche méthodologique, nous allons ensuite calculer un score global pour les 30 enseignants afin de sélectionner les 2 enseignants dont les scores sont les plus élevés. Nous effectuerons ensuite une analyse plus approfondie de ces questionnaires afin d'en effectuer le diagnostic statique. Celui-ci sera ensuite comparé avec l'analyse dynamique dont la méthodologie est décrite ci-dessous.

## ***1.7 Prise de données dynamique***

L'observation dynamique se passe en deux temps. Tout d'abord, il s'agira de récolter un maximum d'informations sur la leçon de fractions donnée par les deux enseignants. Ensuite, nous les analyserons de manière dynamique.

### ***Récolte des informations***

Pour récolter les informations dynamiques, nous nous sommes rendus dans la classe des deux enseignants concernés par l'approche statique afin d'y disposer deux caméras ; une caméra filmant l'ensemble de la classe et une caméra fixant le tableau. Ainsi, nous avons pu recueillir les interventions de l'enseignant lorsqu'il circulait dans la classe mais également lorsqu'il parlait et écrivait au tableau.

Nous étions également présents lors de la leçon afin de décrire son déroulement général et de prendre quelques notes sur les actions de l'enseignant. De plus, nous avons recueilli une copie des documents fournis et complétés par les élèves (disponibles en annexe 8 et 9).

### ***Analyse des informations***

Pour analyser les informations récoltées et dans le but de respecter la méthodologie dynamique, nous nous sommes inspirés de la méthodologie employée par Rowland (2013) dans son étude : «The Knowledge Quartet : the genesis and application of a framework for analysing mathematics Teaching and deepening teachers' mathematics Knowledge». Dans celle-ci, Rowland explique qu'il analyse les leçons observées à travers la lunette des différentes facettes du « KQ », en présentant des vignettes montrant comment l'enseignant met en œuvre les différentes dimensions des connaissances évaluées. Par exemple, pour l'aspect « contingence », Rowland analyse la manière dont l'enseignant a réagi aux interventions des élèves en classe.

Sur la base des informations récoltées en classe, il s'agira donc d'analyser chaque leçon sous 4 angles :

#### **Les fondations**

Pour rappel, les fondations sont les connaissances professionnelles et croyances envers les mathématiques (voir la description effectuée des différentes facettes dans la revue de littérature).

### **La transformation**

Il s'agit de la capacité qu'a un enseignant à transformer ses propres significations et descriptions afin de les transmettre aux élèves (voir la description effectuée des différentes facettes dans la revue de littérature).

### **La connexion**

Il s'agit de la cohérence que met l'enseignant dans une ou plusieurs de ces leçons mathématiques tout en respectant :

- les connexions entre les différents concepts et procédures liés à un sujet
- la complexité et la demande cognitive que demandent des procédures et concepts mathématiques ainsi que le séquençage qui en découle

La connexion reflète donc dans les choix de priorité et de séquençage que l'enseignant ferait lors de la planification de la leçon (voir la description effectuée des différentes facettes dans la revue de littérature).

### **La contingence :**

Il s'agit de la capacité qu'a l'enseignant de réagir en situation aux contributions de ces élèves. Cela peut souvent se révéler par le fait qu'un enseignant « dévie » de sa préparation de leçon pour réagir à une contribution non-anticipée d'un élève (voir la description effectuée des différentes facettes dans la revue de littérature).

Une fois cette analyse menée, nous aurons les données nécessaires à la comparaison des paradigmes statiques et dynamiques. Cette comparaison nous permettra de répondre à nos deux questions de départ.

## **2. Résultats**

Dans cette partie nous présentons les données que nous avons récoltées de manière dynamique et de manière statique selon la méthodologie précédemment décrite.

Tout d'abord, nous passons en revue les données statiques récoltées via le questionnaire. Pour ce faire, nous commençons par valider statistiquement celui-ci ; mesure-t-il bien ce qu'il prétend mesurer ? Est-il fidèle ?

Ensuite, nous calculons un score total pour chaque enseignant. Nous présentons également le taux de réussite à chaque question. Ces deux derniers feront office de mesure de référence nous permettant de sélectionner les deux meilleurs enseignants. Nous présentons ensuite quelques tendances constatées dans les réponses de l'échantillon que nous mettons en perspective avec les réponses de nos deux enseignants, dans le but de déterminer dans quelle mesure ils se démarquent. Nous clôturons notre analyse statique par une mise au point via un retour sur les hypothèses.

Dans un second temps, nous traitons les données dynamiques récoltées dans les classes des deux enseignants sélectionnés. Cette analyse nous permet de faire également un état des lieux des connaissances pour enseigner les fractions chez ces enseignants. Enfin, Nous effectuons un deuxième retour sur les hypothèses, comme il a été fait pour la prise de données statique.

### ***2.1 Performances du questionnaire***

Pour juger de la performance de notre questionnaire, nous nous inspirons de l'étude de Midy (1996), dans laquelle elle décrit les différents indices permettant de déterminer les performances d'un instrument de mesure : la validité et la fidélité de cet instrument.

#### ***Validité***

La validité est la capacité qu'a un instrument de mesurer ce qu'il prétend mesurer. Selon Midy (1996), il y a trois approches permettant de vérifier la validité : la validité de critère, la validité de construit et la validité de contenu.

La validité de critère est la capacité qu'ont les résultats d'un instrument à corrélérer avec une mesure étalon-or (Midy, 1996). Par exemple, les résultats d'un questionnaire d'aptitude à la course seront comparés avec les résultats d'une course de six minutes. Or, en psychologie et par extension en sciences de l'éducation, il est très souvent difficile d'obtenir cet étalon-or ; celui-ci étant très souvent un concept abstrait plutôt qu'un matériau mesurable. Dans le cadre de notre test, nous ne pouvons pas comparer les résultats du questionnaire aux connaissances réelles du participant puisqu'il n'est pas possible d'entrer dans son cerveau afin de les extraire de manière objective. Cependant, il est également possible de comparer les questionnaires avec un questionnaire de référence pour obtenir cette validité de critère. C'est ce que nous avons fait en puisant la majorité de nos questions hors de questionnaires valides, lors de la création de notre questionnaire.

La validité de construit est la validation d'un phénomène abstrait, difficile à appréhender. Pour la confirmer, il faut passer par la validité de convergence : est-ce que deux instruments qui prétendent mesurer le même construct obtiennent les mêmes résultats (Midy, 1996) ? Ainsi, après nous être

basés sur la théorie pour formuler la similarité qui existerait entre les deux diagnostics (hypothèse 1), nous allons mesurer les deux composantes de l'hypothèse (ici, le diagnostic statique et dynamique) pour analyser leur adéquation. Si, sur le terrain, les diagnostics sont globalement les mêmes, nous pourrions avancer la validité de construit de notre questionnaire (il convient, cependant, de relativiser celle-ci dans la mesure où la comparaison est faite sur deux enseignants uniquement, nous y reviendrons dans la discussion de nos résultats).

Enfin, la validité de contenu a été démontrée, en créant notre questionnaire sur une assise théorique exhaustive et puisée dans de nombreuses sources.

### ***Fidélité***

La fidélité est la capacité qu'a un instrument de mesure à effectuer la mesure de manière répétée et dans des conditions différentes, sans que les données en soient changées (Midy, 1996). Pour questionner la fidélité, nous allons nous pencher sur le coefficient alpha de Cronbach. Celui-ci nous permettra de mesurer la cohérence interne du test. Précisons que le seuil d'acceptabilité de ce coefficient est de 0,70 (Georges & Mallery, 2003).

Dans le cas de notre questionnaire, **l'alpha de Cronbach s'élève à 0,76**. Ceci indique que la fidélité du questionnaire est correcte. Nous avons également calculé cet alpha par facette du modèle MKT et par type de connaissance mais celui-ci est en dessous du seuil, c'est pourquoi nous limiterons notre analyse quantitative au score global des enseignants.

Nous allons également nous intéresser aux r.bis (coefficient de corrélation point bisériale) de chaque question : il s'agit d'un indice permettant de voir l'adéquation du score obtenu à une question avec le score obtenu au reste du test. Il permet de savoir si une question est réussie par les personnes ayant une bonne performance globale au test et si la question est discriminante.

Vous trouverez ci-dessous un graphique présentant les r.bis des 22 items :

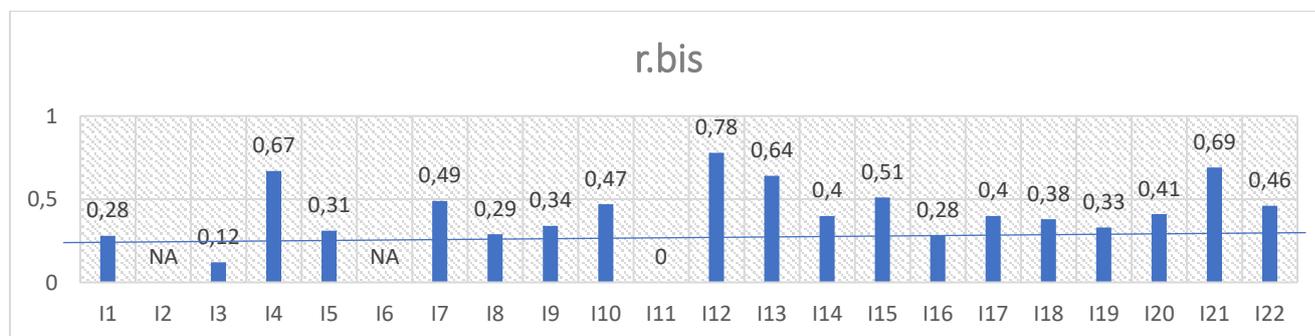


Figure 22 graphique indiquant l'indice r.bis de chaque item

Tout d'abord, comme l'explique George et Mallery (2003), le r.bis peut être considéré comme satisfaisant s'il est supérieur à  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  (n étant le nombre d'items du test). Ici, le seuil est donc de  $\frac{1}{\sqrt{22}}$  soit 0,21 (représenté par un trait horizontal sur le graphique).

En regardant le graphique, on peut rapidement se rendre compte que ce coefficient est supérieur au seuil dans la majorité des cas. Cette supériorité indique donc qu'il n'y a pas d'incohérence entre les résultats à chacune des questions et au test dans son ensemble.

Cependant, deux items (I3 et I11) se situent en dessous de ce seuil, nous avons envisagé de les supprimer mais nous avons finalement décidé de les garder pour plusieurs raisons. Premièrement, après une simulation, l'alpha ne s'en retrouvait amélioré que de très peu. Ensuite, l'item 3 a été raté par 4 enseignants, dont un enseignant ayant un score de 21 sur 22. Le fait que cet enseignant ait raté est la cause de la chute du r.bis de cet item. Pourtant, en se penchant sur cet unique item raté, il semble plutôt que cette erreur soit une faute d'inattention puisqu'au lieu de prendre  $\frac{2}{3}$  d'un litre, comme demandé dans la consigne, cet enseignant en a pris  $\frac{3}{4}$ . Enfin, l'item 3 mesure des CCK, déjà en minorité comparées aux items mesurant des PCK, et l'item 11 mesure des KCS sur la dimension 1 de Tsai et Li (2017), dimension fortement présente dans l'enseignement primaire.

Pour ces diverses raisons, nous avons décidé de le garder.

Notons qu'il y a 2 questions comportant la mention « NA ». Il s'agit des items 2 et 6 dont le taux de réponses correctes est de 100%. Nous pourrions les supprimer mais il faut bien garder en tête que le but des items produits n'est pas uniquement de discriminer les enseignants. En effet, il est bon de savoir que des items basés sur la littérature scientifique soient bien réussis par la majorité des enseignants, ce qui nous permettra, par la suite, de constater quelques tendances au sein de notre échantillon.

### ***Conclusion sur les performances du questionnaire***

En parcourant les différents indices attestant des performances de notre test, on peut affirmer que celui-ci remplit les critères nous permettant de calculer un score global qui serait relativement représentatif des connaissances pour enseigner les fractions. Ainsi, notre questionnaire est valide par son contenu et les questions (reprises de recherches validées empiriquement) qui le composent. L'indice de fidélité est également correct puisque l'alpha est supérieur à 0,70 et la grande majorité des items ont un r.bis supérieur à 0,21.

## 2.2 Diagnostic statique

Après avoir jugé de la capacité du questionnaire à mesurer ce qu'il prétend mesurer, c'est-à-dire les connaissances nécessaires pour enseigner les fractions de manière efficace, nous allons maintenant présenter les résultats obtenus (le tableau des scores bruts est disponible en annexe 6).

Pour ce faire, nous allons commencer par présenter la répartition des scores obtenus au test et, grâce à celle-ci, sélectionner nos deux meilleurs enseignants.

Ensuite, nous tenterons de déterminer les tendances se dessinant autour du taux de réponses correctes de chaque question.

Enfin, nous effectuerons une analyse plus précise des questionnaires des deux enseignants sélectionnés.

### Répartition des scores au test

Voici la répartition des scores des 30 enseignants au questionnaire (score sur 22). Il présente les résultats des enseignants, classés par ordre croissant. En dessous de chaque score est stipulé l'identifiant des enseignants ayant obtenu ce score.

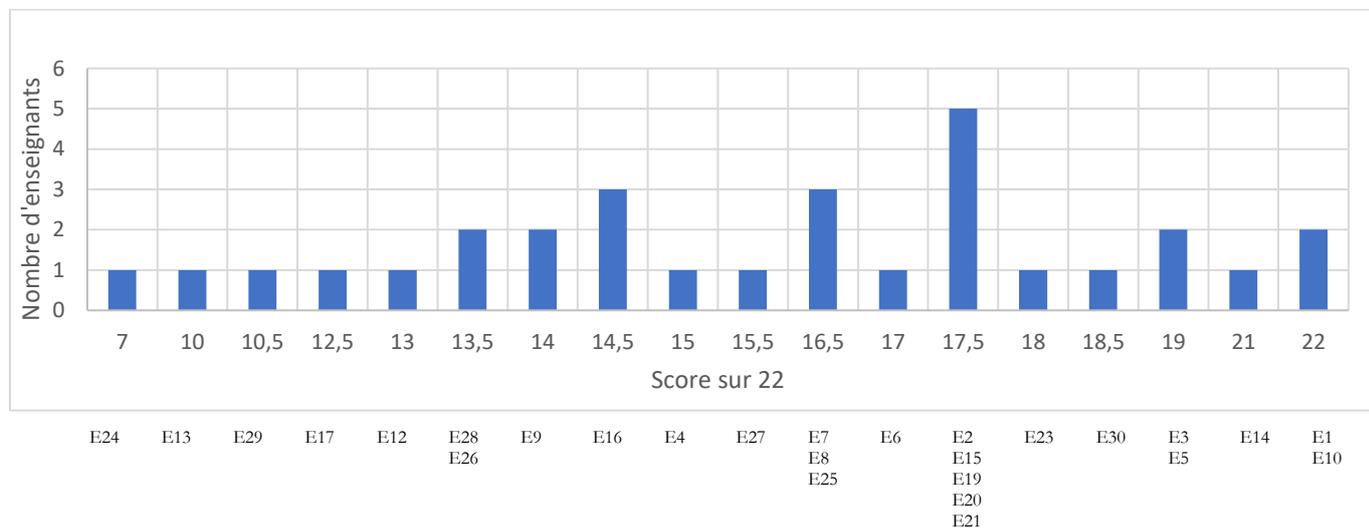


Figure 23 graphique indiquant la répartition des scores au test (sur 22)

Le graphique ci-dessous présente également cette répartition, mais le fait de manière plus synthétique, en présentant des catégories de score, eux-mêmes pondérés sur 100.

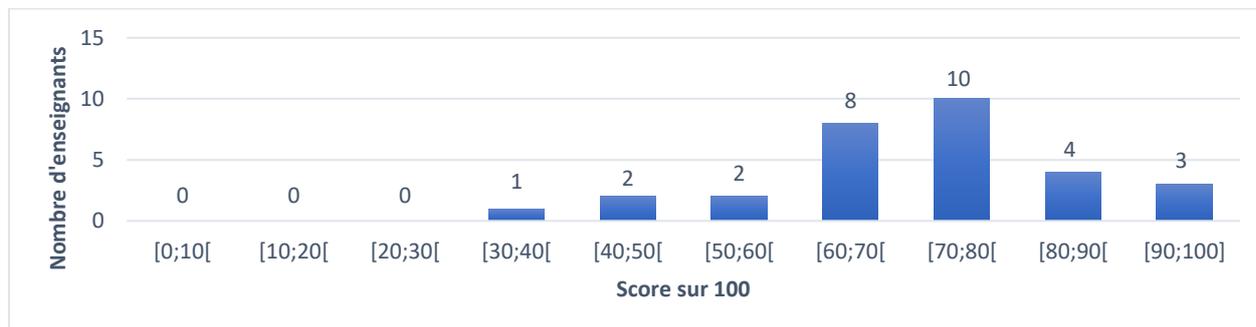


Figure 24 graphique indiquant la répartition des scores au test (sur 100)

	Moyenne	Ecart-type	Minimum	Maximum
Résultats	15,85	3,39	7	22
Résultats sur 100	72,04	15,4	31,82	100

Figure 25 tableau indiquant la moyenne, l'écart-type, le score minimum et maximum de l'échantillon

En observant les graphiques et au regard de la moyenne et de l'écart-type, on peut voir que le test est plutôt bien réussi dans l'ensemble. En effet, la moyenne (72%) est un score plus que correct et la dispersion autour de ce score fait que la plupart des performances ne s'éloignent pas énormément de cette moyenne.

En se penchant sur la forme générale de la courbe (voir figure 24), on peut y observer une minorité d'enseignants figurant aux deux extrémités. Ainsi, 3 enseignants sur 30 (10%) ont un score inférieur à la moitié et démontrent une incompatibilité avec ce que la littérature préconise. A l'inverse, 3 enseignants (10%) ont un score supérieur à 20 sur 22 et démontrent une forte compatibilité avec ce que la littérature préconise.

A première vue, nous sélectionnerons les enseignants E1 et E10 puisque ce sont les deux seuls enseignants à obtenir un score de 100% au questionnaire.

### ***Tendances***

Le graphique ci-après présente le taux de réponses correctes (sur 100) à chaque question. Nous avons fait le choix de séparer ces questions en 3 catégories formées de manière arbitraire : la catégorie 1 réunit les questions que nous estimons « très bien réussies », la catégorie 2 réunit les questions « bien réussies » et la catégorie 3 réunit les questions « moyennement/peu réussies ».

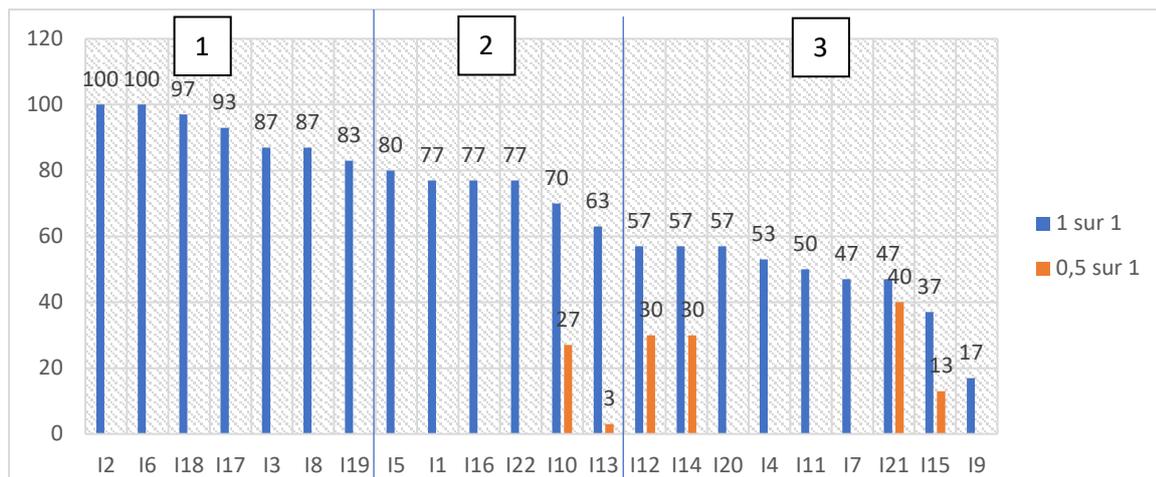


Figure 26 graphique indiquant le taux de réponses correctes (sur 100) de chaque question.

Nous tenions à introduire cette partie en faisant un retour sur la fidélité du questionnaire. Comme nous l'avons expliqué, nous avons calculé l'alpha de Cronbach pour chaque facette du modèle MKT et chaque type de connaissance, mais malheureusement celui-ci se retrouve systématiquement en dessous du seuil et pour cause : nous avons créé notre questionnaire dans le but d'obtenir un score global cohérent afin de choisir les deux enseignants les plus performants. En effet, certaines questions visaient parfois plusieurs facettes et/ou connaissances ce qui rend difficile l'obtention d'une cohérence statistique pour une facette/connaissance donnée. Ainsi, des questions peuvent avoir été très bien réussies quand d'autres ont engendré plus de difficultés, ce qui ne nous permet pas la création d'un sous-score par facette/type de connaissance et nous pousse à effectuer des constats se basant sur nos observations et moins sur des calculs statistiques.

Malgré tout, en effectuant 3 groupes de questions en fonction du taux de réponses correctes et en nous penchant sur les questions reprises dans ces groupes, nous avons réalisé 3 constats.

Tout d'abord, les items mesurant des CCK (3, 5, 13 et 17) n'ont pas engendré de grosses difficultés dans l'ensemble (ils sont essentiellement présents dans le groupe 1 et 2) et confirment les dires de Kleickmann et al. (2013) qui nous expliquaient que les CK étaient un prérequis au PCK. Ainsi, il est normal de constater que les questions de CCK obtiennent un meilleur score que les questions visant des PCK puisque ces premières ne visaient qu'à vérifier si l'enseignant réussit à résoudre des problèmes impliquant des fractions. Malheureusement, nous n'avons pas réussi à déterminer une tendance expliquant les difficultés engendrées par les questions du groupe 3 (comme il vient d'être fait pour les questions plus faciles). En effet, les questions ne se ressemblent ni par les facettes/connaissances qu'elles ciblent, ni par leur formulation.

Ensuite, en observant le groupe 3, on peut voir que les questions 12 et 21 y figurent.

**Question 21**

---

Monsieur Xavier, pour débiter ses exercices de simplification de fraction, propose ce genre de fraction lacunaire :

$$\frac{6}{8} = \frac{\dots}{4}$$

Seulement, un élève a produit cette réponse :

$$\frac{6}{8} = \frac{2}{4}$$

**a) Expliquez comment l'élève pourrait avoir commis cette erreur.**

Réponse :

**b) Quelle situation d'enseignement donneriez-vous à votre classe pour enseigner cet aspect en évitant ce type d'erreur ?**

Réponse :

Comme expliqué dans notre méthodologie, nous avons délibérément laissé la question ouverte afin de déterminer le degré d'explicitation d'un enseignant lorsqu'il doit décrire sa pratique. En effet, dans la deuxième étape de l'item, il leur était demandé d'envisager et de décrire une situation d'enseignement permettant d'enseigner correctement cet aspect.

En se penchant sur le taux de réponses correctes à ces questions, on peut voir que les enseignants ont, en grande majorité au moins 0,5 ce qui, selon notre manière de corriger le questionnaire, prouve qu'ils comprennent et anticipent correctement les erreurs des élèves (ce constat est étayé par le bon taux de réussite aux questions 2 et 18, ciblant cet aspect). Cependant, lorsqu'il s'agissait de décrire une situation d'enseignement, ceux-ci n'ont (à 30% pour l'item 12 et à 40% pour l'item 21) soit pas du tout décrit une situation constructiviste, soit uniquement envisagé une situation où ils expliquaient la bonne procédure de manière explicite (pan procédural trop mis en avant), ce qui, dans les deux cas, n'est pas en adéquation avec ce que la littérature préconise.

Il est malgré tout important, ici, de relativiser ces résultats en soulevant la difficulté que nous avons rencontrée lorsqu'il s'agissait de comprendre ce que l'enseignant voulait exprimer à travers ces différentes questions ouvertes. Nous pensons que cette difficulté provient de plusieurs choses : l'interprétation de la question par l'enseignant (nous allons revenir sur cet aspect plus loin), la complexité de décrire sa pratique réelle (ce qui rejoint les constats de Bressoux (2001), concernant la difficulté d'évoquer avec pertinence sa pratique de classe) et notre propre interprétation de la question.

Enfin, un dernier constat peut être fait concernant la relation au « tout ». Grâce à la question 6 (appartenant au groupe 1 et dont le taux de réponses correctes est de 100%), il peut être avancé que les enseignants comprennent bien que la fraction n'a de sens que lorsqu'elle se rapporte à un référent donné et qu'il faut interpréter avec prudence la comparaison de fractions se rapportant à un référent différent.

**Question 6**

Dans une leçon sur les fractions équivalentes, un enseignant utilise des représentations de  $\frac{1}{2}$  et de  $\frac{2}{4}$  pour comparer ces deux fractions.



Expliquez en quoi ces représentations ne sont pas correctes pour expliquer à vos élèves que  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{2}{4}$  sont des fractions équivalentes.

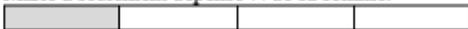
Réponse :

Cependant, ce taux de réponses correctes est beaucoup plus élevé que celui de la question 15 (appartenant au groupe 3 et dont 37% des enseignants ont 1 et 13% ont 0,5) traitant pourtant de la même connaissance.

**Question 15**

Voici un problème et la solution de 5 élèves :

*Jean et Marie ont chacun de l'argent de poche. Marie a dépensé  $\frac{1}{4}$  de sa somme et Jean  $\frac{1}{2}$  de la sienne. Qui a dépensé le plus d'argent : Jean ou Marie ?*

<p><b>Solution A :</b> Jean car <math>\frac{1}{2}</math> c'est plus qu'<math>\frac{1}{4}</math> Ex : <math>\frac{1}{2}</math> de 16 = 8 mais <math>\frac{1}{4}</math> de 16 = 4 !</p>	<p><b>Solution B :</b> Marie <math>\frac{1}{4}</math> Jean <math>\frac{1}{2}</math> = <math>\frac{2}{4}</math> Jean dépense plus que Marie.</p>
<p><b>Solution C :</b> Je pense que c'est Jean car il dépense <math>\frac{1}{2}</math> et Marie seulement <math>\frac{1}{4}</math>.</p>	<p><b>Solution D :</b> Marie a seulement dépensé <math>\frac{1}{4}</math> de sa somme.  Jean a dépensé <math>\frac{1}{2}</math> de la sienne, alors il a plus dépensé. </p>
<p><b>Solution E :</b> <math>\frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}</math> Marie dépense moins. <math>\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}</math> Jean dépense plus.</p>	<p>Par exemple : Ils ont chacun 8 euros. Marie dépense <math>\frac{1}{4}</math> = 2 euros et il lui reste 6 euros. Jean dépense <math>\frac{1}{2}</math> = 4 euros il lui reste 4 euros.</p>

**Donnez une cote (sur deux) à chaque solution en vous justifiant :**

Cela pourrait être expliqué par le fait que lorsqu'il s'agit de prendre une décision aussi radicale que de mettre 0 à tous les élèves (car ceux-ci ne précisent pas que le problème de la question 15 est impossible), les enseignants relativisent la gravité des erreurs. La connaissance n'est donc pas si

bien installée puisque les enseignants la manifestent correctement uniquement lorsqu'on leur présente une situation très explicite et guidée (cf. question 6).

### *Analyse approfondie du questionnaire des deux enseignants*

Une fois nos deux enseignants sélectionnés, nous avons passé en revue chaque connaissance pointée par la littérature et avons effectué un état des lieux plus approfondi des connaissances d'E1 et E10 (les questionnaires d'E1 et E10 complétés sont visibles en annexe 4 et 5). Cette analyse (disponible en annexe 7) justifie verbalement le score maximal et il n'est pas très intéressant de la présenter dans le corps du travail. Au vu de l'adéquation entre l'état des lieux effectué, révélant une adéquation entre ce que préconise la littérature scientifique et les réponses fournies, et le score maximal obtenu par les deux enseignants, nous ne présenterons ici que les points pour lesquels les deux enseignants se démarquent positivement de la globalité de l'échantillon.

Pour commencer, ces deux enseignants ont démontré des connaissances, concernant la relation au « tout », supérieures à la moyenne puisqu'ils ont correctement répondu à la question 15 en indiquant que le problème était impossible (ce qui a posé des difficultés à la majorité des enseignants, comme nous l'avons vu).

Ensuite, il est à noter que les deux enseignants ont bien répondu à la question 9, ayant pourtant engendré le plus de difficulté (13% de réussite). Cela nous amène à penser que ceux-ci ont des capacités supérieures à la moyenne concernant la comparaison de fractions puisqu'ils ont envisagé de passer par les dénominateurs communs ainsi que les numérateurs communs (réponse c), là où la majorité des participants ont opté pour la réponse b, qui ne pousse qu'à passer uniquement par le numérateur commun.

**Question 9**

---

La classe de M. Clavier apprend à comparer et ordonner les fractions. Alors que ses élèves savent comment comparer les fractions en utilisant la méthode du dénominateur commun, M. Clavier veut également qu'ils développent une variété d'autres méthodes intuitives.

**Laquelle de ces listes de fractions pourrait être la meilleure afin d'aider les étudiants à développer plusieurs stratégies pour ordonner les fractions ? (Entourez une réponse)**

a)  $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{20}$   $\frac{1}{19}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{10}$

b)  $\frac{4}{13}$   $\frac{3}{11}$   $\frac{6}{20}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{2}{5}$

c)  $\frac{5}{6}$   $\frac{3}{8}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{7}$   $\frac{1}{12}$

d) Elles pourraient toutes convenir

Enfin, nous tenions à revenir sur les réponses aux questions 12 et 21 car elles sont particulièrement riches en information, que ce soit vis-à-vis des connaissances d'E10 et E1 ou encore de notre comparaison de paradigme.

Question 12 d'E10

Question 12

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$$

a) Prédisez une erreur commune pouvant être produite par les élèves.

Réponse :  $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{3}{3}$  Soustraire les numérateurs et les dénominateurs entre eux

« Soustraire les numérateurs et les dénominateurs entre eux »

b) Expliquez ce que vous feriez avec votre classe pour que cette erreur n'arrive plus

Réponse : 1) Représenter pour visualiser (j'ai encore mieux manipulé avec matériel) 2) insister sur la fraction comme un tout.

« 1 : Représenter pour visualiser ou encore mieux manipuler avec du matériel. 2 : Insister sur la fraction comme un tout »

Question 12 d'E1

Question 12

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$$

a) Prédisez une erreur commune pouvant être produite par les élèves.

Réponse : Les élèves pourraient oublier de remettre sur un même dénominateur les deux fractions avant d'en soustraire une à l'autre. Une erreur commune serait d'opérer avec les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

« Les élèves pourraient oublier de remettre sur un même dénominateur les deux fractions avant d'en soustraire une à l'autre. Une erreur commune serait d'opérer avec les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux »

b) Expliquez ce que vous feriez avec votre classe pour que cette erreur n'arrive plus

Réponse : Vérifier la solution (j'ai 2 éléments incomplets et je me retrouve avec 1 élément complet) avec du matériel de manipulation.

« Vérifier la solution (j'ai deux éléments incomplets et je me retrouve avec un élément complet) avec du matériel de manipulation. »

Là où beaucoup d'enseignants se sont contentés de présenter la réponse correcte à l'élève, on peut constater que les deux enseignants insistent sur la visualisation et la manipulation lorsqu'il s'agit de comparer des fractions ce qui, selon la littérature scientifique parcourue, est un point positif amenant à la pensée relationnelle. E10 a même fourni un exemple plus concret de situation d'enseignement, en présentant les représentations qu'il utiliserait.

De plus, les deux enseignants ont bien insisté sur le fait qu'il faut retravailler le concept et non simplement exposer la procédure correcte comme nous l'avons majoritairement vu dans le reste de l'échantillon.

Question 21 d'E10

Question 21 

Monsieur Xavier, pour débiter ses exercices de simplification de fraction, propose ce genre de fraction lacunaire :

$$\frac{6}{8} = \frac{\dots}{4}$$

Seulement, un élève a produit cette réponse :

$$\frac{6}{8} = \frac{2}{4}$$

a) Expliquez comment l'élève pourrait avoir commis cette erreur.

Réponse : *-4 au numérateur et au dénominateur*

« -4 au numérateur et au dénominateur »

b) Quelle situation d'enseignement donneriez-vous à votre classe pour enseigner cet aspect en évitant ce type d'erreur ?

Réponse : *problème - résolution en groupe - solution amenée par les élèves - exercices représentation/manipulation*

Question 22 

« Problème : résolution en groupe – solution amenée par les élèves - exercices (représentation/manipulation) »

Question 21 d'E1

Question 21 

Monsieur Xavier, pour débiter ses exercices de simplification de fraction, propose ce genre de fraction lacunaire :

$$\frac{6}{8} = \frac{\dots}{4}$$

Seulement, un élève a produit cette réponse :

$$\frac{6}{8} = \frac{2}{4}$$

a) Expliquez comment l'élève pourrait avoir commis cette erreur.

Réponse : *Il a soustrait 4 au dénominateur et fait de même au numérateur*

« Il a soustrait 4 au dénominateur et fait de même au numérateur »

b) Quelle situation d'enseignement donneriez-vous à votre classe pour enseigner cet aspect en évitant ce type d'erreur ?

Réponse : *leçon de sens et de l'égalité et comparer les fractions avec du matériel manipulable : 1 sit prob, 2 rés. et conf., 3 exercices*

Question 22 

« Revoir le sens de l'égalité et comparer les fractions avec du matériel manipulable : 1 sit prob, 2 rés. et conf., 3 exercices »

On peut percevoir l'influence (socio-)constructiviste faisant défaut à la majorité de l'échantillon dans les réponses de la question 21, proposées par E1 et E10. En effet, des termes comme « situation problème », « confrontation » ou encore « solution amenée par les élèves » illustrent bien que ces enseignants mettent l'enfant au centre de l'apprentissage.

Cependant, peu d'informations ont été récoltées vis-à-vis de la situation problème qu'ils envisageaient. Les enseignants ne la décrivent pas et nous ne pouvons dire s'il est important pour eux qu'elle soit sentée pour l'élève ou non. Cela peut être dû à un manque d'explicitation de leur part ou à un manque de précision dans la question. D'ailleurs, les enseignants n'ont pas été aussi explicites sur la question 12 car la consigne n'était pas la même ; les enseignants se sont contentés d'expliquer des manipulations permettant de remédier à ce problème précis. Ainsi, nous n'avons pas compté comme une erreur la situation présentée à la question 12 lorsque celles-ci ne pointaient pas d'éléments (socio-)constructivistes, puisqu'il s'agissait d'une mauvaise formulation de notre part. Ce constat souligne l'importance d'être très clair et précis dans les questions posées ainsi que les divers biais pouvant naître de la création d'une situation fictive par le chercheur.

Il est à noter également que nous devons émettre des réserves vis-à-vis de ce qui est déclaré ici pour deux raisons. Tout d'abord, ce que présentent les enseignants va dans le sens des socles des compétences. Le fait de ne récolter que la pratique déclarée entraîne donc un risque que les réponses soient influencées par la désirabilité sociale, comme nous l'avions anticipé.

Ensuite, dans ces questions ouvertes, une grande part d'interprétation est menée par l'enseignant et par le chercheur qui analyse sa réponse. Ainsi, les réponses d'E1 et E10 auraient pu être interprétées différemment par un autre chercheur, ce qui amène un biais certain.

### ***2.3 Retour sur la prise de mesure statique***

Dans le but de répondre à notre deuxième question de recherche, nous allons maintenant revenir sur diverses hypothèses pour lesquelles la prise de mesure a apporté des informations.

#### ***H2 c : La PDS serait plus fidèle et facilite la comparaison des sujets entre eux.***

Le plus gros avantage de cette prise de mesure statique a été sans nul doute le score attribué à chaque enseignant en fonction des réponses apportées aux questions de l'épreuve. En effet, ce score permet, comme nous l'avons fait, de fournir des informations statistiques attestant des performances du test (pour rappel, il s'agit de la fidélité et de la validité). Notre questionnaire, ayant une bonne validité et une bonne fidélité globale, nous a permis de fournir un score total représentatif de ce qui tente d'être mesuré, ce qui est un avantage certain.

De plus, sous peu que la fidélité et la validité soient correctes au sein des différentes catégories du questionnaire, on pourrait facilement obtenir un score représentant les différentes connaissances. Nous ne nous sommes pas attelés à cet exercice puisque, comme expliqué plus tôt, nos indices de performance à l'intérieur du test n'étaient pas assez élevés. Toutefois, nous avons pu émettre des constats sur de grandes tendances se dessinant, le tout, en analysant qualitativement les questions. En effet, tous les enseignants ont répondu au même questionnaire, ce qui facilite grandement le travail de comparaison.

#### ***H2 a : La PDS permettrait de traiter les données rapidement et facilite la prise de mesure sur un échantillon plus large***

L'utilisation fréquente de questionnaires et le calcul des scores amène également un autre avantage puisqu'il est rapide et permet d'effectuer des constats sur de grandes populations et de manière économique. Dans notre cas, il a été très facile et rapide de calculer un score global pour chaque enseignant et, dans la foulée, de constater que l'échantillon présentait un score moyen de 72% (notre échantillon possède donc, en moyenne, un bon bagage de connaissances lorsqu'il s'agit d'enseigner les fractions). D'autres analyses du questionnaire, plus qualitatives, nous ont permis de tirer d'autres conclusions comme par exemple les connaissances systématiquement possédées ou plus rares.

## ***H2 b : La PDS mesurerait un spectre de connaissances plus exhaustif***

Le fait que le chercheur produise le questionnaire est également un avantage certain puisqu'il va pointer ce qui l'intéresse. Ainsi, comme expliqué dans notre méthodologie, nous avons créé notre questionnaire dans le but de récolter des informations sur chaque connaissance, ce qui a effectivement été le cas : le score global maximal a donc attesté d'une grande adéquation avec la majorité des aspects que préconise la littérature scientifique. Nous avons d'ailleurs retrouvé cette même adéquation en analysant le questionnaire de manière approfondie, ce qui témoigne de l'efficacité du score.

## ***H2 e : La PDD n'exigerait pas l'interprétation de questions par l'enseignant.***

Certes, il est potentiellement possible de prendre des mesures sur chaque connaissance mais il faut être très prudent avec les questions posées, puisque celles-ci doivent être le plus claires possible et ne laisser aucune place à l'ambiguïté. Ainsi, lors de la question 21, nous n'avons pas pu récolter des informations assez précises concernant les situations problèmes envisagées car notre question n'était pas assez guidée. La question 12, elle, n'a récolté aucune information concernant l'aspect (socio-) constructiviste car l'énoncé n'était pas assez clair. C'est d'ailleurs à travers ces deux questions que nous voulons insister sur le travail d'interprétation que l'enseignant doit effectuer puisqu'en créant ses questions, le chercheur simule des situations que l'enseignant doit interpréter. Un risque est donc pris, à chaque question, que l'enseignant ne comprenne pas réellement ce qui lui est demandé et réponde « au mieux ».

## ***H2 d : La PDS, à travers des questions fermées, serait moins soumise à l'interprétation des connaissances de l'enseignant***

Lors des questions ouvertes, ce travail d'interprétation est double puisque le chercheur doit également juger la réponse de l'enseignant et en tirer la donnée qu'il souhaite mesurer. Nous avons d'ailleurs eu beaucoup plus de difficultés à traiter les réponses 12 et 21, ce qui nous a poussé à émettre des réserves sur nos constats. Heureusement, comme nous l'avions anticipé, nous n'avons pas éprouvé ce genre de difficultés face aux questions fermées, notamment lorsqu'il s'agissait de questions à choix multiple.

***H2 g : La PDD permettrait de récolter des informations plus détaillées (le contexte, les improvisations,...) notamment grâce aux situations de contingence.***

Pour remédier à ce problème, nous pourrions croire qu'il s'agirait de créer des questionnaires composés uniquement de réponses fermées mais, lors de l'utilisation de questions fermées, les données manquent de profondeur et ne représenteraient, par exemple, pas efficacement les connaissances guidant les choix de leçon. Pour illustrer nos propos, nous aurions pu, à la question 21, proposer des situations fictives et laisser l'enseignant effectuer un choix. Cependant, ce choix n'aurait peut-être pas reflété ce que l'enseignant aurait répondu à travers une question ouverte ou, mieux, lors d'une observation de sa pratique de classe. Dès lors, on s'éloigne de la connaissance réelle, l'enseignant reconstruit sa pratique « au mieux » dans le cadre strict imposé par le questionnaire, les réponses semblent donc plus artificielles et hors-contexte.

***H2 f : La PDD permettrait de récolter la pratique effective***

Lors de la question 21, que nous avons laissé délibérément ouverte, les enseignants ont présenté une situation de classe, mais rien ne dit qu'ils mettent réellement cette situation en pratique dans leur classe. En effet, il pourrait très bien y avoir un biais de désirabilité sociale puisque ces pratiques sont préconisées par les socles des compétences. C'est un point négatif dont il faut être relativement conscient lors des prises de mesure statiques puisqu'il découle de la prise de position du paradigme lui-même : mesurer les connaissances hors-contexte.

Notons que, jusqu'à présent, les résultats obtenus vont dans le sens de nos hypothèses. Dans la discussion des résultats de ce travail, nous mettrons en perspective ces informations avec un retour sur la prise de mesure dynamique. En effet, un avantage peut se retrouver dans les deux paradigmes, ce qui lui ferait perdre son statut de plus-value. Cette comparaison nous permettra d'émettre une conclusion finale sur nos hypothèses.

***2.4 Diagnostic dynamique***

A l'issue de notre diagnostic statique, nous avons sélectionné deux enseignants sur la base du score obtenu au questionnaire : il s'agit des deux enseignants qui ont obtenu le score maximum au questionnaire. Ce score global contribuera à répondre à notre première question de recherche. Ainsi, après avoir effectué le diagnostic dynamique de ces enseignants, nous pourrions déterminer si ce score maximal est dans la même lignée que les informations récoltées sur le terrain et ainsi conforter notre première hypothèse.

Notre deuxième hypothèse suppose que les diagnostics statiques et dynamiques comportent une série de plus-values propres. Pour déterminer si ce constat théorique se reflète sur le terrain, nous avons effectué une synthèse des points forts et points faibles constatés lors de notre prise de mesure statique. Dans cette même optique, nous allons effectuer la même synthèse mais vis-à-vis de notre prise de mesure dynamique. Enfin, il s'agira, dans la discussion de ce travail, de comparer ces deux synthèses dans le but de déterminer, par la suite, l'éventuelle complémentarité existant entre les deux paradigmes.

Comme expliqué dans la partie « méthodologie » de notre travail, pour l'analyse dynamique, nous nous sommes fortement inspirés de la méthodologie employée par Rowland (2013) dans son étude intitulée : « The Knowledge Quartet : the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge ». Notre choix a été motivé par notre volonté de coller au mieux à la méthodologie dynamique et cette étude en est un bon représentant.

Dès lors, pour effectuer ce diagnostic dynamique, comme Rowland (2013), nous débuterons par une description de l'activité menée par chaque enseignant. Nous analyserons ensuite les actions de chaque enseignant selon les 3 axes du KQ : la transformation, la connexion et la contingence. Ensuite, sur la base des analyses effectuées et de la description de la leçon, nous tenterons de déduire les fondations de chaque enseignant. Nous tenons à insister sur le terme « tentative » puisque, comme Rowland (2013) l'a fait dans son étude, les fondations n'en seront que déduites des actions puisqu'elles sont, par définition, des connaissances hors-contexte.

Nous ferons ensuite un retour sur les performances de l'analyse puis nous terminerons par la synthèse des points forts et points faibles constatés lors de cette prise de mesure dynamique.

### ***Diagnostic dynamique de l'enseignant 10***

#### **Description de l'activité**

Pour rappel, l'enseignant 10 enseigne actuellement dans une classe de 5<sup>ème</sup>/ 6<sup>ème</sup> année. Cette classe comporte 10 élèves ; 6 garçons et 4 filles (que nous nommerons e1,e2,... lors des verbatims).

La leçon observée était la première leçon de fraction de l'année et avait pour objectif principal la maîtrise de la procédure permettant de comparer des fractions en passant par le dénominateur

commun. Nous avons assisté aux deux premières heures de cette leçon dont nous allons faire la description ci-dessous.

L'enseignant a débuté cette leçon en racontant l'activité qu'il avait menée avec les enfants de première année la veille. Lors de cette activité, il leur avait demandé d'effectuer un lancer franc au panier de basket. Chaque élève avait un nombre différent de tentatives. Si bien que certains de ces élèves ont réussi 1 panier sur 2 quand d'autres ont réussi 4 paniers sur 6.

Chaque enfant a reçu ensuite une annexe (visible en annexe 8) sur laquelle est présenté le score des élèves de première année sous des formes différentes (formes partagées, fractions écrites, pourcentages, phrases,...). L'enseignant leur a expliqué qu'il avait prévu d'organiser une remise de prix entre les deux classes mais que pour cela il faudrait effectuer un classement des différents scores obtenus par les élèves de première année.

Après avoir introduit la problématique de départ, l'enseignant a invité chaque enfant à effectuer son classement individuellement. Pendant ce temps, l'enseignant a suscité la réflexion chez les élèves en leur demandant quelles étaient leurs techniques. Pour prolonger cette phase de réflexion, les enfants se sont réunis par groupe de 4 et ont échangé sur leur méthode de classement.

Ensuite, l'enseignant a procédé à une mise en commun où chaque élève a présenté sa méthode à la classe. De cette mise en commun a découlé le fait qu'il était difficile de comparer des scores dont le nombre de tentatives de départ n'était pas identique. Dès lors, l'enseignant a proposé aux élèves un support (visible en annexe 8) sur lequel ils pouvaient représenter les différents rapports afin de pouvoir en effectuer une comparaison visuelle.

Chaque élève a donc représenté le score d'un élève de première année grâce à ce support et l'a affiché au tableau (différents supports visibles en annexe 8). Les élèves ont ensuite effectué le classement sur la base de la représentation visuelle mais celle-ci a démontré quelques limites. En effet, le fait que certaines parts ne soient pas coloriées et découpées de la même manière faisait que certains élèves aux scores proches étaient difficiles à classer.

L'enseignant a donc invité les élèves à chercher, par groupe de 3, une solution. Plusieurs groupes ont amené une solution qui consistait à avoir un découpage similaire dans chaque forme ce qui faciliterait la comparaison puisqu'il n'aurait fallu que compter le nombre de parts coloriées. Un des enfants a émis l'idée de couper chaque forme en 24 (l'annexe s'y prêtait bien) pour ensuite comparer chaque score sur 24. Les élèves se sont attelés individuellement à la tâche et le classement s'est donc fait sur la base du score sur 24.

L'enseignant a terminé l'activité en invitant les élèves à récapituler, via quelques question/réponses, ce qu'ils venaient d'apprendre : il est difficile de comparer deux scores dont le nombre de tentatives n'est pas égal. Une manière de faciliter cette comparaison consiste à se débrouiller pour avoir un nombre de tentatives comparable tout en gardant la même proportion.

***Transformation : les connaissances en action qui se manifestent à travers des choix et planifications de leçon.***

Tout d'abord, l'objectif de la leçon permet de travailler la comparaison de fractions ce qui est un aspect en adéquation avec le cadre de Tsai et Li (2017) et plus particulièrement la dimension 2 (« fractions équivalentes et pensée relationnelle »). A travers le problème de comparaison des scores, le construct « rapport » de la dimension 1 de Tsai et Li (2017) est également abordé puisque la situation demande de dépasser la comparaison des tirs réussis pour se diriger vers une comparaison des rapports tirs réussis/tentatives.

Le fait que l'enseignant démarre par une situation de défi intégrée dans la vie de l'école et donc proche de ce que connaissent les élèves est également intéressant. En effet, cette influence constructiviste est en relative adéquation avec ce que préconisent Empson et Levi (2011). Ainsi, l'enseignant est parti d'une situation sensée pour les élèves dans le but de la résoudre et d'en discuter. La situation avait également une utilité concrète puisqu'il s'agissait d'effectuer un classement afin d'organiser la remise des prix pour les élèves de première année.

Concernant l'annexe reprenant les scores des élèves de première année, celle-ci combine plusieurs points allant dans le sens de la littérature sur le sujet.

Tout d'abord, l'annexe comporte diverses représentations de la fraction, ce qui oblige les élèves à devoir jongler avec celles-ci et ne pas voir la fraction comme un symbole figé. Il s'agit d'un point positif au regard de la dimension 5 de Tsai et Li (2017) (« utiliser différentes représentations tout au long de l'apprentissage ») et de ce qu'avancent Shin et Pedrotty (2015) concernant le fait de passer en revue plusieurs des types de représentations à combiner (images, symboles écrits,...) lors d'une situation.

Mais cela ne s'arrête pas là, puisqu'à travers cette annexe, l'enseignant a fait le choix de présenter également un score via un pourcentage. Cela permet de travailler la relation qui lie les fractions et les pourcentages comme le préconise la dimension 4 de Tsai et Li (2017) (« relation entre fraction, décimale et pourcentage »).

Le choix de ne pas avoir le même nombre tentatives pour chaque score a permis aux enfants de prendre conscience que le référent a une importance puisque c'est à travers celui-ci qu'est donnée la valeur du score ( 1 lancé réussi sur 1 n'a pas la même valeur qu'un lancer réussi sur 6). Ainsi, comme Bednarz et Proulx (2014) l'ont préconisé à travers leur travail sur la place du référent, l'annexe est pensée pour que les élèves soient obligés de remettre les scores sur un même pied d'égalité pour pouvoir être comparés.

***Connexion : les connaissances en action qui se manifestent à travers les choix de priorité et de séquençage.***

Pour commencer, rappelons que cette situation est la première approche des fractions qu'ont eu les élèves lors de cette année scolaire. L'enseignant a donc mis un soin particulier dans la progression.

En effet, l'activité s'est reposée sur les différentes étapes de résolution et c'est bien celles-ci qui ont rythmé la leçon. Chaque tentative de résolution a été discutée et confrontée avec celle des autres. L'enseignant n'a donc rien imposé que ce soit en termes de technique de résolution ou en convention trop hâtive.

Cette manière qu'a eu l'enseignant de centrer l'apprentissage sur les tentatives de résolution et la confrontation entre-élèves est également un élément en faveur de ce que préconisent Empson et Levi (2011) vis-à-vis du (socio-)constructivisme dans la leçon, tout comme la situation de départ, décrite dans la situation de transformation.

L'enseignant a également été très progressif lorsqu'il s'agit d'en venir à la technique de comparaison. En effet, cette leçon visait la procédure de comparaison passant par le dénominateur commun. Or, cette technique n'a été envisagée avec des chiffres qu'au bout de deux heures et sans brûler les étapes. L'enseignant aurait très bien pu exposer la technique et inviter les élèves à s'exercer avec elle mais cela n'a pas été le cas. L'enseignant a donc mis un point d'honneur à construire le concept qui sous-tend la procédure plutôt que de l'imposer telle quelle, ce qui est un point en adéquation avec la dimension 3 (« alliance entre procédural et conceptuel ») du cadre de Tsai et Li (2017).

Cette envie de ne pas se hâter dans la procédure et le symbolique s'est également ressentie dans la manière de n'envisager la fraction sous une forme conventionnelle qu'en fin de leçon en utilisant principalement des représentations très illustrées. Cette progression est un point qui a été mis en avant par Misquitta (2011) concernant la manière progressive de traiter les représentations.

La façon dont les découpages d'une même forme se sont enchaînés durant la leçon a permis aux enfants de développer leur pensée relationnelle, comme l'envisagent Empson et Levi (2011). Les enfants ont démarré d'un rapport qu'il a fallu exprimer autrement pour pouvoir être comparé avec un autre.

**Contingence : les connaissances en action qui se manifestent à travers les réactions de l'enseignant face aux contributions non-anticipées des élèves.**

Concernant cet aspect, nous avons relevé une intervention particulièrement intéressante.

Lors de la leçon, l'enseignant a insisté plusieurs fois sur les différences qui pouvaient exister entre les nombres naturels et rationnels lorsque des enfants étaient coincés dans leur raisonnement basé sur le fonctionnement des nombres naturels.

Voici un verbatim permettant d'illustrer nos propos ; ce moment intervient lors d'une mise en commun.

*e1 : « Monsieur, pourquoi Léonardo est classé plus bas que Rayan alors qu'il n'a réussi que 3 paniers ? Léonardo il en a réussi plus donc il devrait être plus haut, non ? »*

*E10 : « C'est intéressant ce que tu dis parce que même si c'est toi qui as posé la question, tu n'es pas le seul chez qui j'ai vu ça ! Pensez-vous qu'un footballeur qui a le droit de faire 100 pénaltys et en réussit 5 est meilleur qu'un footballeur qui a 5 penaltys et en rentre 4 ? Ce qu'on compare ici c'est le rapport, ou si vous-voulez le « talent ». C'est pas le nombre réussi qui nous intéresse, c'est celui qui s'est le mieux débrouillé en fonction de ses tentatives ! e3, j'ai vu que ton classement, il était pareil qu'e1, tu penses que Aaron qui a réussi 7 lancer mais qui a dû s'y prendre 12 fois a été plus talentueux que Rayan qui a réussi toute ses tentatives ? »*

Par cette explication basée sur une difficulté rencontrée lors de l'exercice, l'enseignant explique bien qu'il ne s'agit pas de comparer des nombres naturels mais bien un rapport, dont le fonctionnement est différent. Cette explication rejoint le constat de Depaepe et al. (2018) qui démontrent l'intérêt de mettre les élèves en face de la limite engendrée par l'utilisation du fonctionnement des nombres naturels sur les nombres rationnels.

### ***Fondations : les connaissances et croyances qui sous-tendent les actions de l'enseignant.***

A travers les 3 facettes du KQ présentées ci-dessus, on peut inférer que l'enseignant possède en grande majorité les connaissances et croyances en adéquation avec ce que nous avons pointé dans la littérature scientifique. Ainsi, nous pouvons déduire des situations présentées que l'enseignant sait :

- que les situations d'enseignement doivent être sensées
- qu'il faut baser les apprentissages sur les tentatives de résolution d'élève
- qu'il ne faut pas mettre l'accent sur la procédure au détriment des concepts
- qu'il faut présenter des représentations multiples et progressives de la fraction
- qu'il faut inviter à la comparaison de fraction afin de développer la pensée relationnelle
- qu'il faut pointer systématiquement les différences entre nombres naturels et rationnels
- qu'il faut enseigner les similitudes entre les différents nombres rationnels
- qu'il faut enseigner la fraction sous ces différents constructs (ici, le tout-relatif, et le rapport)

Pour conclure, nous tenons à insister sur le fait que malgré le fait qu'une grande quantité d'informations ont été récoltées et que celles-ci nous ont permis d'en déduire que l'enseignant possédait de bonnes connaissances pour enseigner les fractions, il ne s'agit que de déductions. En effet, certains choix peuvent être dus au hasard de la situation et non aux connaissances de l'enseignant.

De plus, la singularité de la situation ne nous a pas permis de nous prononcer sur l'intégralité de ce qui a été pointé dans la littérature. Par exemple, nous ne pouvons pas inférer les connaissances que l'enseignant possède vis-à-vis de l'enseignement de la procédure d'addition de fractions puisque nous n'avons pas assisté à une leçon dont c'était l'objectif. Il en va de même pour le construct « mesure » ou encore « quotient ».

Cependant, la récurrence des actes en adéquation avec ce que préconise la littérature scientifique nous conforte dans l'idée que l'enseignant possède de bonnes fondations qui l'ont majoritairement orienté dans ces choix

### ***Diagnostic dynamique de l'enseignant 1***

#### **Description de l'activité**

L'enseignant 1 enseigne dans une classe de 3<sup>e</sup> année. Cette classe comporte 9 élèves ; 7 garçons et 2 filles (que nous nommerons également e1, e2,... lors des verbatims).

La leçon observée survenait après que les élèves aient appris à définir quelle était la fraction représentée par une forme découpée ; les élèves avaient donc déjà eu un contact avec les fractions et leurs symboles. L'objectif de la leçon observée était d'apprendre à fractionner des objets afin de les comparer. Nous avons assisté aux deux premières heures de la leçon décrite ci-dessous.

L'enseignant a commencé la leçon en rappelant le projet que les élèves étaient en train de réaliser : fabriquer des jeux de société pour la classe de garderie. L'enseignant a donc expliqué que le jeu qu'ils allaient fabriquer nécessitait des cartes et que vu qu'ils allaient en faire tout un tas, il fallait trouver une technique pour les fabriquer rapidement. Il a donc expliqué que les dimensions des cartes étaient d' $\frac{1}{8}$  de feuille A4 et qu'ils allaient devoir individuellement chercher cette technique avec tout le matériel dont il pouvait disposer.

Les élèves se sont ensuite mis à la tâche en découpant, en collant et en traçant, le tout dans le but de trouver ce  $\frac{1}{8}$  de feuille. Certains élèves en panne d'inspiration ont reçu une annexe où la feuille A4 était déjà séparée en 32 afin de guider les pliages ou les découpages (voir annexe 9).

Les élèves se sont ensuite regroupés par 4 pour débattre des techniques les plus pertinentes et rapides. Les élèves se sont très vite mis d'accord pour sélectionner le pliage successif comme étant la méthode la plus rapide.

Ensuite, l'enseignant a proposé aux élèves d'effectuer une mise en commun dans laquelle il invitait les élèves à proposer leur technique. À l'issue de celle-ci, les élèves ont eu un extrait de chaque technique et ont pu exprimer en quoi celle-ci était limitée (par sa pertinence ou encore sa rapidité).

L'enseignant a ensuite invité les élèves à revenir sur les pliages successifs afin d'en découvrir leurs propriétés. A chaque étape du pliage, les élèves devaient colorier la fraction obtenue et écrire son symbole (voir annexe 9).

Une fois le défi principal réussi, l'enseignant a proposé une autre série de mini défis aux élèves (voir annexe 9). A travers ces défis, les élèves devaient comparer deux fractions issues de pliages différents, recomposer des fractions à partir de fractions plus petites, comparer des fractions obtenues avec des feuilles de tailles différentes, etc.

La leçon s'est terminée par une mise en commun des réponses aux défis, obtenues par les élèves.

***Transformation : les connaissances en action qui se manifestent à travers des choix et planifications de leçon.***

Tout d'abord, intéressons-nous à la situation présentée et imaginée par l'enseignant. Celle-ci présente un défi ayant une utilité concrète puisqu'il est imbriqué dans un projet plus global. Cet aspect a également été observé chez E10 et nous avons déjà pointé l'adéquation entre ce genre de défi et ce que préconisent Empson et Levi (2011) quant à l'aspect constructiviste des situations d'apprentissage.

Cette situation a également permis de travailler deux dimensions mises en avant par Tsai et Li (2017). La dimension 1 a été travaillée à travers le construct « mesure », lorsque les élèves ont dû trouver une technique permettant d'obtenir le huitième de feuille A4. La dimension 2 a été travaillée grâce au développement de la pensée relationnelle lors de la mise en commun collective. En effet, l'enseignant, à chaque pliage, mettait en avant le fait que la fraction était découpée différemment mais qu'elle restait identique. Par exemple, lorsque les élèves passaient des demis aux quarts, l'enseignant mettait en avant qu'en partageant chaque demi en quart on pouvait voir qu'un demi équivalait à deux quarts. Ce raisonnement a été poursuivi si bien qu'il en a résulté qu'un demi équivalait à deux quarts, quatre huitièmes, etc.

Les défis proposés ensuite (voir annexe 9) ont également travaillé ce dernier aspect puisque, lorsque l'enseignant demande aux élèves : « Trouve différentes façons de composer le quart et le demi », elle invite directement les élèves à travailler leur pensée relationnelle, ce qui leur permettra, à fortiori, de comparer des fractions avec plus d'aisance.

Dans cette même annexe, l'enseignant demande aux élèves de comparer  $\frac{1}{8}$  de feuille A3 et A4. On peut faire un lien direct entre ce choix de défi et ce que préconisent Bednarz et Proulx (2014), qui mettent en avant le fait qu'une fraction est relative à un « tout » et que celui-ci détermine la taille obtenue. Ainsi, les élèves vont constater que malgré qu'il s'agisse, dans les deux cas, d'un huitième, ceux-ci n'ont pas la même taille puisqu'ils sont issus d'un « tout » différent.

***Connexion : les connaissances en action qui se manifestent à travers les choix de priorité et de séquençage.***

Pour commencer, tout comme E10, l'enseignant a rythmé sa leçon à travers les tentatives de résolution des élèves en confrontant successivement en groupes de 4 puis en groupe classe. Ces confrontations successives ont permis aux élèves de trouver la méthode la plus économique pour

obtenir ce huitième à travers des débats sur sa pertinence et sa praticité. Cette volonté de baser la progression de la leçon sur les tentatives de résolution des élèves est en adéquation avec l'aspect socio-constructiviste préconisé par Empson et Levi (2011).

Ensuite, on peut constater que l'enseignant n'a pas brûlé les étapes en voulant imposer trop rapidement la comparaison de fractions en passant par la fraction équivalente. Cette leçon avait pour base de poser le concept sous-jacent à cette procédure ; on constate que des fractions n'ayant pas le même dénominateur peuvent être équivalentes et on pourra se servir plus tard de cette équivalence pour les comparer. D'ailleurs, lors de ses explications, l'enseignant expliquait qu'en pliant en deux, la taille des parts était multipliée par deux et le dénominateur deux fois plus élevé (prémices de ce qui sera la technique permettant de trouver une fraction équivalente à une fraction donnée). Ce choix d'asseoir les concepts avant de formaliser une procédure peut être lié à la dimension 3 (« alliance entre procédural et conceptuel ») de Tsai et Li (2017).

Enfin, l'enseignant a fait le choix de manipuler, puis de repasser sur une représentation en deux dimensions pour enfin expliquer ses dires via des fractions écrites avec des symboles. Ce choix est en adéquation avec ce que Misquitta (2011) avance quant à la relative progression dont doit faire preuve une situation dans son niveau d'abstraction quand il s'agit de représenter des fractions.

***Contingence : les connaissances en action qui se manifestent à travers les réactions de l'enseignant face aux contributions non-anticipées des élèves.***

Plusieurs situations de contingence ont retenu notre attention, nous allons les illustrer à travers des verbatims avant d'en effectuer l'analyse.

Lors de la mise en commun en groupes de 4, l'enseignant a mis en avant les différences de représentation qui pouvaient exister entre les groupes. Il en a profité pour insister sur le fait qu'un huitième peut être illustré de diverses manières.

E1 : « Attendez, stop, écoutez. En me déplaçant dans les groupes je me rends compte que vous n'êtes pas d'accord sur ce à quoi doit ressembler les huitièmes d'une feuille. e1, e5 et e3, allez afficher votre huitième au tableau (Des huitièmes coupés différemment sont affichés). Pensez-vous qu'ils ont tous les 3 fait un huitième de la feuille ?

Groupe classe : (Certains élèves répondent oui, d'autres non)

E1 : « Bon, bon, apparemment on n'est pas d'accord. Pour trouver une solution, rappelez-vous comment on fait, il suffit de savoir si la pièce rentre huit fois dans la feuille A4. »

L'enseignant s'exécute et démontre que les 3 pièces, bien que différentes, rentrent toutes huit fois dans la feuille.

E1 : « Bon, elles rentrent toutes huit fois donc elles valent bien un huitième.

*J'ai même envie d'aller plus loin. On avait appris qu'avec un verre d'eau de 20 cl, on pouvait le rentrer combien de fois dans une bouteille d'un litre ? »*

Groupe classe : « 5 fois ».

L'enseignant prend une bouteille d'un litre et un verre d'eau.

E1 : « Donc quelle est la fraction représentée par ce verre, e4 ? »

e4 : « Euh... »

E1 : *Si elle peut rentrer cinq fois c'est que j'ai coupé ma bouteille en 5 pour obtenir ce verre, donc le dénominateur ce sera quel chiffre ?*

e4 : « Ah oui ! Un sur 5. »

E1 : « oui c'est ça, un cinquième. Je vais maintenant remplir ce verre et le verser dans ce bac en plastique. Vous avez vu ça n'a pas du tout la même taille. Pourtant il y a la même quantité d'eau. Ce que je veux que vous compreniez c'est que peu importe la forme, si la proportion ne change pas ; si on arrive à rentrer cette quantité 5 fois dans la bouteille d'un litre c'est qu'elle équivaut à un cinquième du litre peu importe sa forme. Et bien, c'est pareil pour les cartes ! Si elles rentrent huit fois, c'est qu'elles valent un huitième.

*Maintenant c'est vrai que, pour vous, le huitième qui est le mieux pour notre jeu c'est celui qui ressemble à une carte à jouer mais cela n'enlève rien du fait qu'ils ont bien trouvé un huitième de la feuille A4. »*

Dans cette explication, l'enseignant insiste sur le fait qu'une fraction doit rentrer huit fois dans le « tout » pour être considérée comme un huitième. Nous avons déjà mis en avant ce genre d'explication comme étant bénéfique puisqu'elle permet d'envisager la fraction sous le construct « mesure » et « rapport » en simultané. Ainsi, l'enfant comprend qu'il ne s'agit pas uniquement de couper en 4 mais que les quarts doivent être de la même « taille » puisqu'ils doivent rentrer 4 fois dans le « tout ». (Terwagne et al., 2007).

Le fait d'illustrer une fraction sous différentes proportions et par le biais d'objet en 2 ou 3 dimensions est également un point bénéfique que nous avons soulevé dans notre revue de littérature et à travers l'étude de Shin et Pedrotty (2005).

Un autre verbatim a attiré notre attention. Celui-ci survient lors de la mise en commun dans laquelle l'enseignant illustre les pliages successifs avec des symboles.

E1 : « Et là, du coup quand tu as plié en deux, vous aviez combien de fois plus de parts ? »

Groupe classe : « 2 »

E1 : « Donc, pour deux quarts, au lieu d'avoir deux parts, on en a combien ? Oui, vas-y.

e3 : « 4 »

E1 : « Oui, c'est ça. Et au lieu d'être coupée en 4, du coup la feuille est coupée en combien ? Oui ? »

e2 : « En 8 »

L'enseignant écrit  $\frac{2}{4}$   $\xrightarrow{\times 2}$   $\frac{4}{8}$  au tableau.

E1 : « e3, avec la démonstration qu'on vient de faire, comment est  $\frac{2}{4}$  par rapport à  $\frac{4}{8}$  ? Plus petit, égal ou plus grand ? »

e3 : « plus grand. »

E1 : « Chut. Combien de fois plus grand ? »

e3 : « Deux fois ».

E1 : « Bon, je comprends pourquoi tu me réponds ça et je pense que tu n'aurais pas été le seul. Vous voyez «  $\times 2$  » et un « 4 » qui devient un « 8 » alors vous sautez dedans. Mais il faut bien que vous compreniez qu'ici on compare des pièces (L'enseignant colle la représentation de quatre huitièmes et deux quarts au tableau en dessous de ce qu'il vient d'écrire) qui sont peut-être coupées différemment mais qui ont la même taille, donc elles sont égales. Il ne faut pas vous laissez avoir par des chiffres ; avec les fractions prendre uniquement le dénominateur ou le numérateur ça ne veut rien dire, ce qu'il faut c'est regarder le lien entre le numérateur et le dénominateur. Par exemple, avec deux quarts, j'ai colorié une pièce sur deux et c'est pareil pour quatre huitièmes. Alors, Ok, c'est coupé deux fois plus petit, mais j'en colorie deux fois plus donc ça compense, le rapport entre dénominateur et numérateur est resté le même. Tu comprends ? Donc regarde, je vais couper mes huitièmes en deux pour avoir des seizièmes (l'enseignant trace rapidement des lignes sur la représentation de quatre huitième). Il y a combien de seizièmes, là ? »

e3 : « huit »

E1 : « Donc j'ai 8/16. Est-ce que j'ai colorié quelque chose pour obtenir ces seizièmes »

e3 : « Non »

E1 : « J'ai coupé différemment, mais la proportion. Ah, c'est ça le mot que je cherchais ; la proportion n'a pas changé. Tu vois ? »

Cette situation est assez similaire à celle observée chez E10 dans la mesure où tous deux rebondissent sur des erreurs d'élèves ayant tendance à se servir du fonctionnement des nombres naturels pour les nombres rationnels. E1, ici, profite de cette erreur pour insister sur ce point auprès de la classe. Cette réaction est particulièrement intéressante et rejoint les recommandations de Depape et al. (2018) déjà pointées dans notre analyse de l'intervention d'E10.

### ***Fondations : les connaissances et croyances qui sous-tendent les actions de l'enseignant.***

Tout comme E10, il peut être inféré qu'E1 possède en grande majorité les connaissances et croyances en adéquation avec ce que nous avons pointé dans notre revue de littérature.

Cependant, nous tenions, comme nous l'avons fait pour E10 à revenir sur l'aspect déductif de ces fondations en insistant sur le fait qu'il ne s'agit que d'une supposition et que certaines actions de l'enseignant peuvent avoir été guidées par le contexte dans lequel la leçon a été donnée et non à ses connaissances. Malgré tout, et comme pour E10, le lien qui existe entre tous ces choix ne peut pas être dû uniquement au hasard du contexte et nous conforte dans l'idée qu'E1 possède des connaissances solides en ce qui concerne les points sur lesquels insister lors de l'apprentissage.

Enfin, notons que, même si la grande majorité des actions étaient en adéquation avec ce que la littérature préconise, nous ne pouvons pas nous prononcer sur certaines connaissances pointées dans la revue de littérature. Ainsi, nous n'avons pas recueilli d'informations sur la manière dont l'enseignant envisage la fraction nombre ou encore les similarités entre fractions, nombres décimaux et pourcentages. En effet, la classe étant en troisième année de l'enseignement primaire (Etape 2 des socles), il est plutôt normal que l'enseignant n'insiste pas sur ces points puisque, comme nous l'avons vu, les socles des compétences envisagent ces aspects de manière plus tardive.

### ***2.5 Performances de la prise de donnée dynamique***

Comme nous l'avons fait pour la prise de mesure statique, nous allons maintenant passer en revue les deux critères de Midy (1996) permettant d'attester de la performance de notre instrument de mesure : la validité et la fidélité de l'instrument.

#### ***Validité***

Pour rappel, la validité peut se vérifier sous trois approches, la validité de critère, de construit et de contenu.

Dans le cas de notre prise de données dynamique, la validité de critère n'est pas rencontrée puisqu'il nous est impossible de comparer le construct que nous souhaitons mesurer avec un étalon-or.

Cependant, notre prise de données est valide en termes de contenu, puisque nous avons basé nos analyses sur une assise théorique relativement exhaustive en ce qui concerne les connaissances pour enseigner les fractions, préconisées par la littérature scientifique.

Enfin, nous avancerons la validité de construit de notre observation si notre première hypothèse est validée. En effet, cela confirmera que les deux prises de mesure, prétendant toutes deux mesurer les connaissances pour enseigner, fournissent globalement le même diagnostic.

### ***Fidélité***

La fidélité est la capacité qu'a un instrument de mesure à effectuer la mesure de manière répétée et dans des conditions différentes, sans que les données en soient changées.

Pour cet indice, nous ne pouvons pas nous fier à des indices statistiques comme nous l'avons fait avec le questionnaire. En effet, notre analyse a été essentiellement qualitative et aucune donnée chiffrée n'a été récoltée. Cependant, en se penchant sur la définition de la fidélité, il est difficile d'avancer que cette prise de mesure dynamique est fidèle puisqu'une situation unique est observée ; situation sur laquelle nous devons faire un constat global, ce qui n'est pas suffisant. Ainsi, pour obtenir des résultats fidèles, il faudrait procéder à plusieurs observations dans une même classe et les mettre en perspective pour ne se focaliser que sur les actions qui ne sont pas dues à un contexte singulier.

Pour illustrer nos propos, voici un lien qui peut être fait avec les recherches processus-produits. Dans les années 70, la majorité des recherches postulaient plus ou moins explicitement que l'efficacité de l'enseignant était quelque chose de stable. Cependant, quelques chercheurs (notamment Brophy & Evertson (1976)) ont remis en question ce postulat pour en arriver à la conclusion qu'on ne peut parler, logiquement, d'enseignant efficace qu'à condition d'avoir pu prouver que le même enseignant obtient globalement les mêmes résultats dans des contextes différents. Ainsi, ce même constat peut être fait pour notre prise de mesure : l'efficacité doit être définie sur des bases stables.

### ***Conclusion sur la performance de la prise de mesure dynamique***

Pour conclure, il peut être affirmé que notre analyse dynamique est validée par son contenu. En ce qui concerne sa fidélité, on peut constater que celle-ci laisse à désirer puisqu'elle est basée sur une observation simple.

## ***2.6 Retour sur la prise de mesure dynamique***

Comme nous l'avons fait pour la prise de mesure statique, nous allons maintenant revenir sur les diverses hypothèses pour lesquelles la prise de mesure dynamique a apporté des informations.

***H2 f : La PDD permettrait de récolter la pratique effective***

***H2 e : La PDD n'exigerait pas l'interprétation de questions par l'enseignant.***

L'avantage principal de cette prise de mesure vient sans nul doute du fait que le chercheur observe une situation réelle de classe. Ainsi, en observant ce que fait l'enseignant dans son contexte de classe habituel, on évite les biais dus à une mauvaise adéquation entre pratique déclarée et effective. Lors de notre prise de mesure dynamique, nous nous sommes rendus en classe et avons constaté la pratique réelle de l'enseignant puisque dans notre méthodologie, nous ne lui imposons rien. Dès lors, nous n'avons pas été obligés d'émettre des réserves quant à d'éventuels biais venant de la reconstruction de sa pratique ou d'une mauvaise interprétation de la question.

***H2 g : La PDD permettrait de récolter des informations plus détaillées (le contexte, les improvisations,...) notamment grâce aux situations de contingence.***

Le fait d'être dans la classe permet également d'effectuer une analyse très fine des décisions prises par l'enseignant. Nous avons pu avoir un extrait très précis de la situation de classe, beaucoup plus précis que si elle avait été racontée. En effet, nous avons récolté des informations sur le contexte, la manière dont réagissaient les élèves et la façon dont l'enseignant s'est adapté à ces réactions (contingence), chose difficile à anticiper lorsque nous sommes hors de la classe.

Par exemple, dans le diagnostic dynamique d'E1, nous avons présenté une situation où il a très bien réagi à diverses erreurs constatées chez les élèves. Ceux-ci ne considéraient pas comme équivalents, deux pliages ne se ressemblant pas (et pourtant bien équivalents).

Cette situation était particulièrement intéressante et aurait été difficile à simuler à travers un questionnaire tant l'enseignant s'est servi du matériel disponible autour de lui pour illustrer ses propos. Par-là, nous tenons à insister sur le fait que l'improvisation à laquelle nous avons assisté aurait été difficile à capter à travers un questionnaire dans lequel l'enseignant aurait eu beaucoup plus de temps pour déclarer une pratique qui serait plus formatée.

***H2 c : La PDS serait plus fidèle et facilite la comparaison des sujets***

Comme il a été remarqué lors de notre analyse, il est difficile d'effectuer un constat très fidèle sur la base d'une unique visite dans la classe. En effet, il est difficile, de faire la différence entre ce qui est dû au hasard d'une situation unique (contexte, improvisation) et ce qui revient d'une connaissance réelle ; l'enseignant aurait-il aussi bien réagi dans une autre situation ?

Ainsi, rien ne dit que certaines connaissances que nous avons mesurées ne sont pas le fruit de la singularité du contexte. Dès lors, la mesure prise par cet outil ne peut être considérée comme stable.

Sur la base de ce constat, nous avons également été obligé d'émettre des réserves quant à l'interprétation des connaissances des enseignants.

De plus, il est difficile de comparer globalement les deux diagnostics effectués tant les deux situations de classe que nous avons observées portaient sur des sujets différents.

***H2 b : La PDS mesurerait un spectre de connaissances plus exhaustif.***

La singularité de la situation ne permet également pas de faire un état des lieux complets des connaissances de l'enseignant, nous sommes tributaires de la situation présentée par l'enseignant et si celle-ci ne présente que quelques aspects pouvant attirer notre attention, nous devons nous en contenter.

Lors du diagnostic d'E1, nous avons donc dû émettre des réserves quant à son exhaustivité. En effet, nous n'avons pas pu récolter des informations sur la manière dont il envisage la fraction nombre puisque ce n'était pas le sujet de la leçon.

***H2 a : La PDS permettrait de traiter les données rapidement et facilite la prise de mesure sur un échantillon plus large***

Sur la base de ces points faibles, il pourrait être avancé qu'il suffirait d'effectuer plusieurs observations dans le but de retrouver des connaissances stables. Mais cette solution pourrait être très coûteuse en temps et en argent pour un chercheur puisque pour un unique enseignant, il faudrait revenir plusieurs fois dans la classe, observer et analyser ce qui a été récolté. Dans notre cas, l'analyse a été très longue puisqu'il a fallu assister à la leçon (2X50 min) puis analyser les enregistrements vidéo (plusieurs heures de travail). Si nous avions voulu améliorer la fidélité de la prise de mesure en revenant plusieurs fois en classe, cela aurait été encore plus long. Le constat devient d'autant plus alarmant si l'objectif de la recherche est d'effectuer un état des lieux des connaissances d'un grand échantillon.

***H2 d : La PDS, à travers des questions fermées, serait moins soumise à l'interprétation des connaissances de l'enseignant***

Revenons également sur l'interprétation dont le chercheur doit faire preuve lorsqu'il s'agit de décrire les fondations (les connaissances et croyances hors-contexte guidant les actions des autres facettes du KQ). Lors de notre analyse, nous avons dû déterminer les fondations de l'enseignant sur la base de la leçon observée mais nous avons dû émettre des réserves puisqu'il s'agissait d'interpréter les actions de l'enseignant lors d'une situation unique alors que certaines actions

pouvaient être dues au hasard du contexte. Dès lors, si l'observation est unique, il est préférable d'interpréter les fondations avec des réserves, comme nous l'avons fait.

De plus, les analyses que nous avons effectuées reposent sur nos observations et interprétations ce qui, de fait, nous pousse à prendre des risques quant à l'objectivité de notre mesure puisqu'elles pourraient être interprétées différemment par un autre chercheur.

## **Discussion des résultats**

Dans cette partie, nous allons revenir sur chaque hypothèse de recherche afin de les comparer avec les résultats, dans l'optique d'une éventuelle validation. Ensuite, nous effectuerons une synthèse des apports de ce travail. Enfin, nous terminerons par la description des limites et des perspectives de la recherche.

Nous invitons, d'avance, le lecteur à parcourir cette discussion avec réserve. En effet, la présente partie a pour but de valider les hypothèses formulées dans notre cadre de recherche, avec toutes les limites s'imposant à celui-ci (sur lesquelles nous reviendrons plus tard). Il s'agit donc d'être conscient que ce retour est basé sur la comparaison de deux enseignants performants uniquement et que des perspectives de recherche futures s'imposent dans l'optique d'étendre la portée de ces constats (sur lesquelles nous reviendrons également).

### **1. Retour sur notre première hypothèse**

- *Question 1: Le diagnostic avancé par les recherches issues des paradigmes « statiques » et « dynamiques » des connaissances pour enseigner est-il globalement le même ?*

A l'issue de notre revue de littérature sur le paradigme statique et dynamique des connaissances pour enseigner, nous avons émis l'hypothèse suivante : **les diagnostics fournis par ces deux paradigmes seraient globalement identiques.**

Pour étayer nos propos, nous avons proposé la figure 4 représentant un lien entre le modèle MKT de Ball et al. (2008) et le Quartet des connaissances de Rowland et al. (2005).

A travers cette figure, nous avançons l'idée que les fondations n'étaient en réalité que les connaissances dynamiques vues sous un aspect « cognitif » et qu'elles étaient mesurables via le MKT. Dès lors, les trois types de situations découlant du KQ se puisant dans ces fondations, il n'aurait pas été étonnant qu'une connaissance mesurée à travers le MKT se retrouve en action, en classe, lors de l'observation d'une des 3 types de situation.

Pour tenter de vérifier cette hypothèse, nous avons effectué une mesure statique et une mesure dynamique sur deux même enseignants. Le calcul du score obtenu à travers le questionnaire s'inspirant du modèle MKT nous a permis d'avancer que les deux enseignants avaient de très bonnes connaissances puisqu'ils ont obtenu le score maximal.

A travers l'observation dynamique, nous avons pu constater que les actions menées par l'enseignant étaient en grande majorité en accord avec ce que la littérature scientifique préconise.

La comparaison de ces deux diagnostics confirme notre hypothèse ; **les deux diagnostics émis via des méthodologies représentatives des paradigmes statiques et dynamiques s'avèrent globalement identiques.** En effet, les deux enseignants ont eu un diagnostic très positif, qu'il soit issu d'un paradigme ou de l'autre.

De plus, la majorité des connaissances identifiées via questionnaire ont été observées, en action, lors de la prise de mesure dynamique. Pour illustrer nos propos, voici un tableau comparant des extraits de nos analyses dynamiques et statiques portant sur la même connaissance.

Extrait d'analyse statique (visible en annexe 7)	Extrait d'analyse dynamique (visible dans le travail)
<p>« Ces items (4,12,19 et 21) mesurent essentiellement des KCT puisqu'il s'agit d'un point d'attention très accroché à des situations d'enseignement. En effet, comme nous l'avons expliqué à travers l'étude de Tsai et Li (2017), la littérature préconise de ne pas mettre de côté l'enseignement conceptuel (le fond) au profit d'un enseignement systématique de la forme (la procédure).(...) E1 et E10 (...) proposent des situations permettant de remédier au « pourquoi » de la procédure plutôt qu'au « comment faire » »</p>	<p>« L'enseignant (E10) a également été très progressif lorsqu'il s'agit d'en venir à la technique de comparaison. En effet, cette leçon visait la procédure de comparaison passant par le dénominateur commun. Or, cette technique n'a été envisagée avec des chiffres qu'au bout de deux heures et sans brûler les étapes. L'enseignant aurait très bien pu exposer la technique et inviter les élèves à s'exercer avec elle mais cela n'a pas été le cas. L'enseignant a donc mis un point d'honneur à construire le concept qui sous-tend la procédure plutôt que de l'imposer telle quelle, ce qui est un point en adéquation avec la dimension 3 (alliance entre procédural et conceptuel) du cadre de Tsai et Li (2017). »</p>
<p>« Vis-à-vis des PCK, (...) lorsqu'ils (les enseignants) envisagent de comparer des fractions en tant que telles, ils insistent sur le fait qu'un même référent doit être fixé ce qui</p>	<p>« Dans cette même annexe, l'enseignant (E1) demande aux élèves de comparer 1/8 de feuille A3 et A4. On peut faire un lien direct entre ce choix de défi et ce que préconisent Bednarz et Proulx (2014), qui</p>

<p><i>souligne bien l'importance qu'ils accordent à la clarté de cette notion lorsqu'il s'agit de l'exposer aux élèves (voir question 6). (...) Cette manière d'envisager les fractions uniquement sur la base d'un référent qui peut changer la valeur de la fraction rejoint ce que nous avons mis en avant dans la revue de littérature via l'étude de Bednarz et Proulx (2014). »</i></p>	<p><i>mettent en avant le fait qu'une fraction est relative à un « tout » et que celui-ci détermine la taille obtenue. Ainsi, les élèves vont constater que malgré qu'il s'agisse, dans les deux cas, d'un huitième, ceux-ci n'ont pas la même taille puisqu'ils sont issus d'un « tout » différent. »</i></p>
---	--

Nous avons décidé de ne présenter que deux comparaisons afin de ne pas surcharger inutilement ce travail. En effet, les exemples étaient nombreux et il suffit de prendre une même connaissance et de se pencher sur les deux analyses pour se rendre compte que les connaissances statiques mesurées à travers le questionnaire se retrouvent, en majorité, observées sur le terrain.

L'hypothèse étant confirmée, nous pouvons maintenant avancer que nos deux instruments de mesure ont une bonne validité de construit puisqu'ils prétendent tous deux mesurer les connaissances pour enseigner et obtiennent globalement les mêmes résultats.

Nous tenions à revenir sur l'aspect global de la similarité entre les deux diagnostics. Par là, nous entendons que malgré la concordance de la majorité des savoirs pointés au travers des deux prises de mesure, certaines informations n'ont pu être obtenues que par questionnaire et d'autres, que par observation. Nous reviendrons sur cet aspect lorsque nous passerons en revue la deuxième hypothèse.

Pour conclure, nous pouvons avancer qu'à travers les arguments portés par ce travail, le choix qu'un chercheur doit effectuer, lorsqu'il s'agit de se diriger vers un des deux paradigmes, ne sera pas porté sur sa validité et ce, pour deux raisons. Tout d'abord, nous avons attesté la validité des deux instruments de mesure à travers notre description des résultats. Ensuite, la validation de notre première hypothèse confirme que les deux mesures donnent des diagnostics globalement identiques, le chercheur ne devra donc pas faire le choix d'un paradigme pour sa prétention à être le plus proche de la mesure du construct, mais plutôt pour la méthodologie répondant le mieux aux objectifs de sa recherche. Ce constat nous amène à notre deuxième question de recherche.

## 2. Retour sur notre deuxième hypothèse

- *Question 2: Quelle est la plus-value, en termes d'informations récoltées, d'un paradigme vis-à-vis de l'autre ?*

A travers cette deuxième question, nous voulions effectuer un recensement des avantages méthodologiques d'un paradigme vis-à-vis de l'autre, dans l'optique de guider les choix du chercheur.

Pour répondre à cette question, nous avons effectué une série d'hypothèses sous la forme d'un tableau comparant de manière théorique les deux approches.

Plus-value théorique de la prise de données statique (PDS)	Plus-value théorique de la prise de données dynamique (PDD)
H2 a : La PDS permettrait de traiter les données rapidement et facilite la prise de mesure sur un échantillon plus large	H2 e : La PDD n'exigerait pas l'interprétation de questions par l'enseignant.
H2 b : La PDS mesurerait un spectre de connaissances plus exhaustif	H2 f : La PDD permettrait de récolter la pratique effective
H2 c : La PDS serait plus fidèle et facilite la comparaison des sujets.	H2 g : La PDD permettrait de récolter des informations plus détaillées (le contexte, les improvisations,...) notamment grâce aux situations de contingence.
H2 d : La PDS, à travers des questions fermées, serait moins soumise à l'interprétation des connaissances de l'enseignant	

Pour valider ces hypothèses, nous allons les reprendre une à une et les mettre en perspective avec les points positifs et négatifs constatés lors de notre prise de données dynamique et statique.

***H2 a : La PDS permettrait de traiter les données rapidement et facilite la prise de mesure sur un échantillon plus large (validée)***

Lors de nos prises de données, nous avons rapidement constaté que la prise de mesure dynamique demandait beaucoup plus d'investissement pour recueillir des données auprès d'un seul enseignant. Ainsi, l'investissement demandé pour effectuer un état des lieux d'un échantillon de 30 enseignants par la méthodologie statique a été presque aussi conséquent que d'observer et d'analyser une leçon pour deux enseignants. En effet, lors d'une mesure dynamique, il s'agit d'analyser la situation de classe dans son entièreté, là où chaque questionnaire a été corrigé en quelques minutes.

***H2 b : La PDS mesurerait un spectre de connaissances plus exhaustif (validée)***

En créant notre questionnaire, nous avons pris soin de représenter chaque point de théorie avec au moins une question. Grâce à cela, nous avons pu récolter des données sur tout ce que la littérature préconisait, auprès de nos deux enseignants. En revanche, lors de notre observation de classe, nous avons émis des réserves sur notre diagnostic, puisque la singularité de la situation a engendré une prise de données moins complète ; certains points de la théorie n'ont pas été observés.

***H2 c : La PDS serait plus fidèle et facilite la comparaison des sujets. (validée)***

A travers nos résultats, nous avons passé en revue les performances des deux prises de mesure. En analysant la fidélité de notre prise de mesure statique, nous avons avancé une série d'indices statistiques nous permettant d'attester que la prise de mesure était fidèle. Ainsi, nous avons pu facilement comparer le diagnostic de nos deux enseignants au reste de l'échantillon et identifier des tendances.

A l'inverse, notre prise de données dynamique, étant essentiellement qualitative, ne nous a pas permis de mesurer la fidélité statistiquement. Malgré tout, nous avons rapidement constaté qu'une seule prise de mesure dynamique ne permettait pas d'obtenir des résultats aussi fidèles qu'une prise de données statique dont les performances ont été attestées. Pour franchir cette barrière, il faudrait effectuer plusieurs observations afin de ne garder que les actions dues aux connaissances et non au hasard de la situation, ce qui pourrait se révéler très couteux.

De plus, cette même singularité, rend plus complexe la comparaison des diagnostics puisque le chercheur doit se limiter à relever des régularités sur des points plus précis et se déroulant dans un contexte similaire, comme nous l'avons fait dans notre diagnostic dynamique.

***H2 d : La PDS, à travers des questions fermées, serait moins soumise à l'interprétation des connaissances de l'enseignant. (validée)***

En analysant les fondations de l'enseignant, nous avons émis une réserve quant à nos constats puisque nous devons interpréter les connaissances de l'enseignant sur la base de ses actions. Or, comment savoir, en une seule leçon et sans justification de la part de l'enseignant, ce qui est dû au hasard du contexte ou à une réelle connaissance ? Ce même genre de constat peut être avancé vis-

à-vis de notre analyse qualitative des questionnaires d'E1 et E10. En effet, nous avons dû procéder au même genre de raisonnement par inférence lors des réponses aux questions ouvertes où il s'agissait d'interpréter une connaissance sur la base d'une situation décrite par l'enseignant. En revanche, nous n'avons pas éprouvé ce genre de difficultés lors des questions fermées où il n'y avait pas ou peu de place à l'interprétation, ce qui rejoint ce que nous avons anticipé.

***H2 e : La PDD n'exigerait pas l'interprétation de questions par l'enseignant. (validée)***

Lors de la création de notre questionnaire, il nous a été très difficile de réduire l'ambiguïté de certaines questions. Ainsi, lors de la création d'une question, un cadre artificiel, dont le seul but est de guider l'enseignant à fournir la réponse attendue, est créé. Dès lors, si ce cadre est mal interprété par l'enseignant, la question n'a plus de raison d'être. Par exemple, lors de la question 15, comment être sûr que l'enseignant ne va pas donner une cote sur des critères n'ayant pas de rapport avec les fractions (la longueur de la justification par exemple). Pour éviter ce problème, il faut donc réduire au maximum l'ambiguïté des questions dans le but de ne récolter que ce que nous attendons, ce qui n'est pas toujours chose aisée.

A l'inverse, la prise de mesure dynamique mesure une situation de classe sans interférence de la part du chercheur. En effet, lors de l'observation de l'enseignant, nous ne lui avons pas donné d'indications à respecter, ce qui a réduit le travail d'interprétation à notre seule observation et nous a garanti d'assister à ses propres pratiques.

***H2 f : La PDD permettrait de récolter la pratique effective. (validée)***

Il s'agissait là d'une des hypothèses les plus logiques puisqu'inhérente à l'identité de chaque paradigme. Lorsqu'il répond à un questionnaire, l'enseignant doit faire un travail de reconstruction de sa pratique là où celle-ci est directement observée en observation dynamique. Cet avantage a directement été constaté puisque nous avons récolté des informations reconstruites par l'enseignant lors de la correction de nos questionnaires (avec tous les éventuels biais que cette méthode peut engendrer, ce qui nous a poussé à émettre des réserves sur nos constats), là où nous avons directement pu prélever ces informations à la source, en observant de manière dynamique.

Notons que même si les enseignants ont relativement bien décrit leur pratique (d'où la concordance des diagnostics), cela ne remet pas en cause ce qu'affirme Bressoux (2001) quant à la relative inconscience qu'ont les enseignants envers leur pratique (ce qui fait de l'observation de classe une

plus-value). En effet, notre constat est réalisé avec deux observations et ne peut pas supplanter le constat de Bressoux réalisé à travers la comparaison de plusieurs études. De plus, la description fournie par les enseignants manquait d'informations et de détails, ce qui nous amène à l'hypothèse suivante.

***H2 g : La PDD Permettrait de récolter des informations plus détaillées (le contexte, les improvisations,...) notamment grâce aux situations de contingence. (validée)***

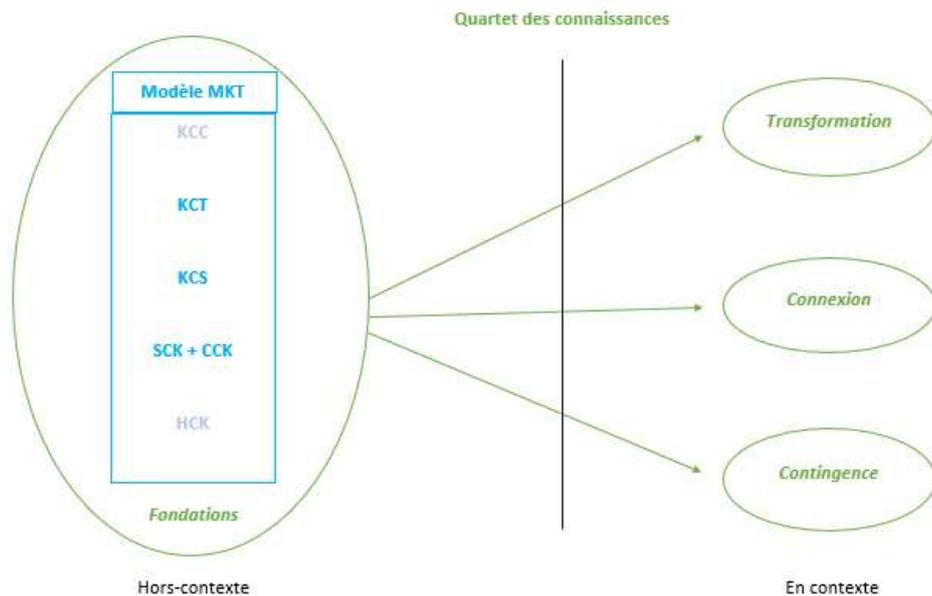
Nous avons émis l'hypothèse que la prise de mesure dynamique donnait, certes, un diagnostic moins exhaustif, mais beaucoup plus profond. Lors de notre analyse des résultats, nous sommes arrivés au même constat. Les informations que nous avons récoltées à travers nos questions étaient beaucoup moins riches en détails que lors de notre observation. Ainsi, là où l'enseignant décrivait sa pratique en quelques mots en répondant à des questions posées, nous avons pu l'observer directement en effectuant une description très précise qui prenait en compte le contexte et les improvisations de l'enseignant et ce, notamment à travers la facette de la « contingence » ; plus-value non-négligeable du KQ.

Pour avoir un exemple concret, il suffit de revenir sur notre tableau de comparaison, effectué pour valider notre première hypothèse. En parcourant une même connaissance récoltée via une méthodologie statique ou via une méthodologie dynamique, on peut constater que l'observation dynamique est plus riche en détail et inscrite dans un contexte réel.

### **3. Synthèse des informations récoltées par ce travail**

Sur la base de la validation de nos différentes hypothèses, et en guise de synthèse des informations récoltées par ce travail, nous proposons la figure 27. Celle-ci reprend le figure 4 tout en y ajoutant les plus-values identifiées pour chaque paradigme.

Modèle décrivant la relation entre le modèle MKT de Ball et al. (2008) et le KQ de Rowland et al. (2005)



**Plus-value de la prise de données statique :**

- permet de traiter les données rapidement et facilite la prise de mesure sur un échantillon plus large
- mesure un spectre de connaissances plus exhaustif.
- est plus fidèle et facilite la comparaison des sujets.
- à travers des questions fermées, est moins soumise à l'interprétation des connaissances de l'enseignant.

**Plus-value de la prise de données dynamique :**

- n'exige pas l'interprétation de questions par l'enseignant.
- permet de récolter la pratique effective
- permet de récolter des informations plus détaillées (le contexte, les improvisations,...), notamment grâce aux situations de contingence.

Figure 27 Synthèse des informations récoltées à travers ce travail

**4. Limites du travail**

A l'issue de ce travail, plusieurs limites peuvent être soulevées.

Pour commencer, il est important de revenir sur le choix qui a été fait d'opter pour la comparaison de deux modèles précis dans le but de représenter un paradigme en particulier. Dès lors, il pourrait être avancé que certaines plus-values appropriées à un paradigme ne sont pas valables pour certaines méthodologies issues de recherches optant pourtant pour ce même paradigme. Par exemple, Weston (2013) a effectué un travail dont le but était de créer un protocole d'observation dans le cadre de la formation initiale des enseignants. Ce protocole utilise le Quartet des connaissances dans le but de quantifier les données récoltées et, ainsi, formuler un diagnostic

quantitatif. Avec une telle démarche, il peut être envisagé de calculer les performances du protocole et d'en tester sa fidélité, bien que cette plus-value ait été identifiée pour la méthodologie issue du paradigme opposé. Notons également que certaines études du paradigme dynamique envisagent un entretien avec l'enseignant après l'activité, dans le but de déterminer si les comportements observés étaient volontaires ou dûs au hasard, ce qui remettrait également en cause la plus-value appropriée au paradigme statique.

Pour répondre à cette limite, nous tenions à insister sur le fait que, comme l'expliquent Depaepe et al. (2013), les modèles choisis ont été particulièrement influents dans leur paradigme, ce qui nous garantit une certaine stabilité des plus-values méthodologiques, bien qu'il existe, comme nous l'avons vu, certaines études dont les méthodologies s'écartent de la norme. Il revient donc au chercheur utilisant nos informations de les traiter avec du recul et en fonction de la recherche qu'il envisage.

Ensuite, il pourrait être avancé que la taille de l'échantillon permettant la comparaison des diagnostics est relativement restreinte (deux enseignants), ce qui réduirait la portée de nos constats, notamment en ce qui concerne la validation de la première hypothèse. Pour pallier cette limite, il pourrait être envisagé d'effectuer une comparaison à plus grande échelle en comparant, par exemple, l'intégralité des questionnaires recueillis avec une observation dans chaque classe en ne se focalisant plus uniquement sur les enseignants performants (nous revenons sur cette idée plus loin).

Le fait que les diagnostics aient été effectués et comparés par un même chercheur apporte un aspect subjectif à certains constats. Cependant, nous tenions à insister sur le fait que les plus-values identifiées dans ce travail le sont à titre informatif et que son but premier n'est pas de créer un référentiel de plus-value incontestables mais plutôt de fournir des éléments d'information permettant de guider le choix d'une méthodologie issue d'un paradigme. Dès lors, en tant que chercheur, il s'agira de mettre cette liste en perspective avec ses objectifs de recherche. Ainsi, dans le cas de la recherche de Weston (2013), celle-ci aurait été consciente que certaines plus-values ne s'appliquent pas dans son cas, quand d'autres sont bel et bien effectives.

Enfin, il pourrait être soulevé que le fait de n'avoir choisi que deux enseignants ayant un niveau élevé de connaissances pour enseigner limite la portée des constats effectués. En effet, ce choix méthodologique a engendré le fait que les données empiriques récoltées auprès de ces deux enseignants n'ont fait que conforter nos hypothèses sans pour autant apporter des informations supplémentaires. A cela, nous répondrons que notre recherche exploratoire s'inscrit comme une première étape nécessaire à la comparaison des paradigmes et qu'il s'agirait effectivement, comme

nous le soulevons plus loin, d'approfondir ces recherches en comparant, notamment, des enseignants de niveau moyen ou faible.

## **5. Perspectives du travail**

La validation des hypothèses avancées dans ce travail et les informations ainsi récoltées nous permettent d'envisager des perspectives intéressantes dans le domaine des mesures des connaissances pour enseigner.

### ***5.1 Un choix de méthodologie informé...***

Comme nous l'avancions dans notre problématique, lorsqu'il s'agit de mesurer les connaissances pour enseigner, les chercheurs se retrouvent relativement démunis face au choix de paradigme à adopter puisqu'à ce jour, peu d'études se sont penchées sur les différences et similitudes entre ces derniers.

A travers la validation de notre première hypothèse, nous pouvons maintenant avancer que, bien que les deux paradigmes affirment mesurer des connaissances différentes (le paradigme statique envisageant ces connaissances de manière cognitives et le paradigme dynamique envisageant ces connaissances en situation de classe), leur diagnostic est globalement le même. En effet, comme l'illustre notre figure 27, il s'agirait en réalité des mêmes connaissances mais émergeant différemment en fonction de la méthodologie employée. Ce qui réduit le choix du chercheur à un choix méthodologique, s'orientant vers l'option la plus pratique en fonction de son objectif de recherche.

En fonction des plus-values formulées en réponse à notre deuxième question de recherche, nous pouvons maintenant guider ce choix.

Ainsi, nous pouvons affirmer que la méthodologie statique permet de toucher un échantillon plus large, mesure un spectre de connaissances plus exhaustif, serait moins soumise à l'interprétation des connaissances de l'enseignant par le chercheur et serait plus fidèle.

Au vu de ces plus-values, la méthodologie statique semble plus pertinente pour effectuer un état des lieux des connaissances pour enseigner d'une population d'enseignants. Ainsi, le chercheur se dirigera plutôt vers ce paradigme puisqu'il permet de constituer et de traiter facilement les données d'échantillons beaucoup plus larges dont leur traitement et la mesure des performances peut être statistique. L'exhaustivité des données recueillies, portant non-seulement sur les connaissances

mais aussi sur le profil des enseignants, permettrait de comparer des enseignants entre eux ou encore de dessiner des tendances permettant notamment, de donner des informations pour le pilotage d'un système éducatif. En effet, si dans un échantillon représentatif, une des connaissances pour enseigner s'avérait être un réel point faible, il pourrait être proposé de renforcer la formation initiale et continue en ciblant ce même point. Notons que le chercheur choisissant cette méthodologie sera également conscient des limites de ce paradigme, puisqu'il ne récolte qu'une pratique déclarée et hors-contexte. Il revient donc au chercheur d'en tenir compte pour exprimer les limites de son travail.

La méthodologie dynamique, quant à elle, se retrouve plus pertinente notamment lorsqu'elle est utilisée dans le cadre envisagé par Rowland et al. (2015) ; l'accompagnement des (futurs) enseignants dans leur pratique de classe. En effet, la méthodologie dynamique se veut plus proche de la pratique réelle de l'enseignant et fournit des informations sur la manière dont il utilise concrètement ces connaissances dans son enseignement. Comme l'affirme Bressoux (2001), l'enseignant n'est pas réellement conscient de ce qui se passe dans sa classe, c'est pourquoi il est important pour le chercheur d'observer directement ses pratiques pour le conseiller. Nous tenons à insister sur la bienveillance dont doit faire preuve le chercheur dans sa démarche puisque les limites de cette méthodologie ne permettent pas de produire un constat fidèle et exhaustif permettant de prendre des mesures drastiques sans prendre le risque de se tromper.

Ces recommandations font directement écho aux objectifs courants de chaque paradigme, avancés par Depaepe et al. (2013), comme décrit dans notre revue de littérature. Ainsi, de manière informelle, la majorité des objectifs de recherche se dirigeait déjà vers le paradigme le plus pertinent. Dès lors, l'apport de ce travail se situe dans les arguments fournis, qui permettent de valider ces choix sur des bases plus solides que de la logique pure.

## ***5.2 ... mais pas obligatoire.***

A travers la validation de notre première hypothèse, nous avons avancé que les deux paradigmes mesuraient globalement les mêmes connaissances mais via des méthodologies différentes. Cependant, contrairement à ce qui se faisait jusqu'alors, un chercheur ne sera pas nécessairement obligé d'effectuer ce choix de méthodologie.

En effet, nous pourrions envisager une méthodologie « mixte » s'inspirant de notre figure 27. Le chercheur pourrait donc commencer par recueillir les connaissances de manière statique à travers un questionnaire pointant les connaissances visées par celui-ci. Ensuite, il observerait sa pratique

de classe pour recueillir des données ne pouvant se recueillir par questionnaire et en garantir leur stabilité. Dès lors, les données recueillies seraient exhaustives, profondes, situées et fidèles. Cette méthodologie « mixte », employant deux méthodologies dont les plus-values compensent en majorité les défauts de la méthodologie opposée, serait donc l'outil idéal pour recueillir les connaissances pour enseigner en limitant les risques de se tromper. Cependant, notons que cette méthodologie reste aussi coûteuse que la méthodologie dynamique puisqu'il s'agit également d'observer des situations de classe. Par conséquent, cette méthodologie sera envisagée dans des contextes où il s'agit de minimiser, autant que faire se peut, les risques de se tromper comme, par exemple, des missions d'inspection ou de sélection (dont les conséquences d'une erreur pourraient nuire aux personnes observées).

Pour conclure, nous tenions à insister sur le fait que nous sommes conscients que la liste des objectifs de recherche envisagés sur la base de la validation de nos hypothèses est loin d'être exhaustive tant le domaine est vaste et les objectifs variés. Cependant, nous sommes convaincus que les plus-values identifiées dans ce travail permettront aux chercheurs d'effectuer un choix de méthodologie pertinent en fonction de leur propre objectif de recherche, aussi singulier soit-il.

### ***5.3 Recherches futures***

Comme nous l'expliquons plus haut, notre recherche est un premier pas permettant de mettre à jour les similitudes et différences entre les paradigmes statiques et dynamiques des connaissances pour enseigner.

Pour approfondir les constats effectués dans notre recherche, outre la comparaison d'échantillons plus conséquents, nous pensons qu'il serait intéressant d'investiguer si les plus-values identifiées dans la comparaison de deux enseignants performants sont toujours aussi marquées lors d'une comparaison d'enseignants moyennement/peu performants ou, dans une autre mesure, si d'autres plus-values pourraient émerger de cette comparaison. En effet, dans le présent travail, les données empiriques ont essentiellement validé nos hypothèses de départ sans apporter d'informations non-anticipées.

Dans cette perspective de recherche, des enseignants moyennement/peu performants selon les résultats d'un questionnaire pourraient obtenir des résultats différents en étant observés dans leur classe. Dans pareil cas, il s'agirait, dans un premier temps, d'investiguer quel instrument est le plus valide, en croisant les données récoltées avec les performances des élèves. Dans un deuxième temps, il s'agirait de donner une explication à ces différences de validité en se basant, notamment, sur les plus-values identifiées.

Notre recherche s'inscrit donc comme pionnière dans une lignée de recherches ayant pour objectif de cerner au mieux les différences et similitudes régnant au sein des paradigmes qui ont découlé des travaux de Shulman (1986).

## **Conclusion**

La recherche exploratoire proposée dans ce mémoire avait pour but d'appréhender une problématique précise : vers quel paradigme se tourner lorsqu'il s'agit de mesurer les connaissances pour enseigner ? Dans quelle mesure sont-ils complémentaires ? Quelles sont les avantages d'un paradigme vis-à-vis de l'autre ?

La revue de littérature a permis de décrire ce qu'il était nécessaire de connaître pour tenter une première comparaison théorique. Nous avons commencé par exprimer la place grandissante qu'occupent les recherches sur les connaissances pour enseigner. Ensuite, les travaux fondateurs de Schulman ainsi que les paradigmes « statiques » et « dynamiques », ayant découlé de ces travaux, ont été développés. Nous avons ensuite sélectionné et décrit deux modèles phares du paradigme statique et dynamique, le modèle MKT de Ball et al. (2008) et la Quartet des connaissances de Rowland et al. (2005). Sur la base de la description de ces modèles, une première comparaison théorique a été effectuée. Enfin, nous avons terminé cette partie par la description des connaissances pour enseigner les fractions, base sur laquelle effectuer notre comparaison pratique ; les deux paradigmes appréhendent-ils de la même manière ces connaissances ?

La partie pratique a été débutée par la formulation de nos deux principales questions et leurs hypothèses, basées sur la comparaison théorique.

Pour tenter de répondre à notre première question : « Dans quelle mesure les diagnostics avancés par les recherches issues des paradigmes « statiques » et « dynamiques » des connaissances pour enseigner est-il globalement le même ? », nous avons émis l'hypothèse que les diagnostics étaient globalement identiques, puisqu'en comparant théoriquement les deux modèles, on retrouve des connaissances similaires. Ainsi, il s'agirait des mêmes connaissances, mais exprimée dans un contexte différent et mesurées via une méthodologie différente.

Pour répondre à notre deuxième question : « Quelle est la plus-value, en termes d'informations récoltées, d'un paradigme vis-à-vis de l'autre ? » nous avons listé les plus-values de chaque paradigme, identifiées à travers la comparaison théorique. La prise de mesure statique permettait de toucher un échantillon plus large, produisait un diagnostic plus exhaustif, était plus fidèle et

moins soumise aux interprétations des connaissances de l'enseignant quand elle employait des questions fermées. La prise de mesure dynamique, quant à elle, permettait de récolter la pratique effective, n'exigeait pas l'interprétation des questions par l'enseignant et récoltait des informations plus détaillées, notamment grâce aux informations sur le contexte et les improvisations.

Dans le but de répondre à ces hypothèses, nous avons effectué le diagnostic statique de 30 enseignants de l'enseignement fondamental primaire, grâce à un questionnaire basé sur le modèle MKT et portant sur les connaissances pour enseigner les fractions, décrites dans notre revue de littérature. Nous avons ensuite analysé le questionnaire des deux meilleurs enseignants de manière approfondie. Pour effectuer le diagnostic dynamique de ces deux enseignants, nous avons assisté à une de leur leçon que nous avons analysée grâce au Quartet des connaissances.

Enfin, sur la base de la comparaison de ces deux diagnostics, formulés à partir de données empiriques, nous sommes revenus sur les différentes hypothèses formulées. À l'issue de cette étape, nous avons pu remarquer que nos hypothèses étaient validées : les diagnostics formulés étaient globalement identiques et les plus-values identifiées de manière théorique ont été également constatées sur le terrain.

Bien que nous soyons conscients des limites de ce travail, dues à son objectif exploratoire (le présent travail est une des premières tentatives de comparaison de données empiriques) et au manque d'envergure de la méthodologie employée (comparaison d'un seul modèle, sur un échantillon restreint composé de deux enseignants performants et effectuée par un seul chercheur dans un domaine particulier), nous tenons à insister sur sa principale force : les perspectives apportées par les informations fournies à l'issue de cette recherche.

En effet, la validation des hypothèses, nous a permis de fournir un modèle de comparaison dont la prétention n'est pas, en effet, d'être incontestable mais plutôt de donner aux chercheurs des clés permettant d'orienter leur choix lorsqu'ils souhaiteront mesurer les connaissances pour enseigner. Ne devant plus faire ce choix uniquement grâce au bon sens, les chercheurs sont maintenant éveillés aux différences et similitudes qui subsistent entre les deux paradigmes et pourront effectuer un choix avisé sur la base de nos indications et en fonction de leur objectif de recherche.

Ainsi, grâce aux données empiriques récoltées par ce travail, les chercheurs voulant, notamment, effectuer un état des lieux de grandes populations auront des arguments permettant de justifier leur choix de méthodologie statique. Il en va de même pour les chercheurs voulant, par exemple, guider la pratique d'un échantillon restreint d'enseignants et optant pour l'observation de classe. Ce travail nous a même permis d'envisager une approche mixte, se basant sur un modèle créé à partir des

deux méthodologies, dont le diagnostic fourni serait très précis et permettrait de prendre des mesures drastiques en limitant les risques de se tromper (les missions d'inspection, par exemple).

Notre étude étant exploratoire, celle-ci pose des bases sur lesquelles de futures études pourraient être menées. Ainsi, des recherches investiguant dans quelle mesure les paradigmes concordent dans d'autres conditions (échantillon plus conséquents et/ou composés d'enseignants de niveaux différents) pourraient étendre la portée de nos résultats et les préciser.

En guise de conclusion, nous voulions insister sur l'importance, pour le chercheur, d'être éclairé dans ses choix de méthodologie. Se trouver face à deux paradigmes ayant une méthodologie différente mais prétendant mesurer le même construct nécessite d'effectuer un choix risqué dont l'interprétation des résultats obtenus pourrait être biaisé et ce, même avec toute la volonté de suivre une démarche scientifique fiable. Fournir des arguments permettant de soutenir ce choix est, selon nous, la raison d'être et la principale force de ce travail.

## **Bibliographie**

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching : what makes it Special ?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. Doi: 10.1177/0022487108324554

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., (...) Tsai, Y. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180. Doi: 10.3102/0002831209345157

Bednarz, N., & Proulx, J. (2014). The (relativity of the) whole as a fundamental dimension in the conceptualization of the fraction. *Fields Mathematics Education Journal*, 2, 27-54.

Bressoux, P. (2001). Réflexions sur l'effet-maître et l'étude des pratiques enseignantes. *Les Dossiers des Sciences de l'éducation*, 5, 35-52.

Brizuela, B. M. (2005). Young children notation of fraction. *Educational studies in mathematics*, 62, 281-305.

- Brophy, J., & Evertson C. (1976). *Texas Teacher Effectiveness Study : Classroom Coding Manual*. ERIC: Washington D.C.
- Bru, M. (2002). Pratiques enseignantes : des recherches à conforter et à développer. *Revue française de pédagogie*, 138, 63-73.
- Cramer, K., Behr, MTP., & Lesh, R. (2013). *Rational number project : initial fraction ideas- abridged for grade three*. Dubuque : Kendall/Hunt Publishing Co.
- Depaepe, F., Torbeyns, J., Vermeesch, N., Janssens, D., Janssen, R., Kelchtermans, G., (...) Van Dooren, W. (2015). Teachers' Content and Pedagogical Content Knowledge on rational numbers : A comparison of prospective elementary and lower secondary school teachers. *Teaching and Teacher Education*, 47, 82-92. Doi : 10.1016/j.tate.2014.12.009
- Depaepe, F., Van Roy , P., Torbeyns, J., Kleickmann, T., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2018). Stimulating pre-service teachers' Content and Pedagogical Content Knowledge on rational numbers. *Educ Stud Math*, 99, 197-216.
- Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical Content Knowledge ; A systematic review of the way in wich the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34, 12-25. Doi: 10.1016/j.tate.2013.03.001
- Empston, S., & Levi, L. (2011). *Extending children's mathematics. Fractions and decimals*. Portsmouth : Heinemann.
- Fédération Wallonie-Bruxelles. (2009). « Socles de compétences ». Bruxelles : Ministère de la Communauté française, Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique. Enseignement fondamental et premier degré de l'Enseignement secondaire.
- Fédération Wallonie-Bruxelles. (2017). *Les indicateurs de l'enseignement*. Bruxelles.
- George, D., & Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference. 11.0 update* (4th ed.) Boston: Allyn & Bacon.
- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79, 1202–1242.
- Hill, H., Ball, D., & Schilling, S. (2004). Developing measures of teachers' mathematics Knowledge for Teaching. *Elementary school journal*, 105(1), 11-30.

- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S., & Baumert, J., (2013). Teachers' Content Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: The Role of Structural Differences in Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, 64(1), 90 –106.
- Lamon, S. (2002). Part-whole comparison with unitizing. In B. Liwiller (Eds.), *Making sense of fractions, ratios and proportions* (pp.79-86). Reston: NCTM.
- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In FK. Lester (Eds.), *Second handbook of research on mathematics Teaching and learning. A project of the National council of teachers of mathematics* (NCTM) (pp.629-667). Reston : NCTM.
- Li, H.-C. (2014). A comparative analysis of British and Taiwanese students' conceptual and procedural Knowledge of fraction addition. *International journal of Mathematical education in science and technology*, 45(7), 968-979.
- Lin, F.-L. & Rowland, T. (2016). Pre-Service and In-Service Mathematics Teachers' Knowledge and Professional Development. In: A. Gutiérrez, G.C. Leder & P. Boero (Eds), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp.483-520). Rotterdam : SensePublishers. Doi : 10.1007/978-94-6300-561-6
- Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities : consideration for identification, diagnosis, and remediation. In D. Lesh, M. Mierkiewicz, MG. Kantowski (Eds.), *Applied Mathematical problem solving* (pp. 111-180). Columbus : ERIC/SMEAC.
- Midy, F. (1996). *Validité et fiabilité des questionnaires d'évaluation de la qualité de vie : une étude appliquée aux accidents vasculaires cérébraux*. Bourgogne: LATEC.
- Misquitta, R. (2011). A review of the literature : Fraction Instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research and Practice*, 26(2), 109-119.
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of ChiefState School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC : auteurs.
- National Mathematics Advisory Panel. (2008). The final Report of the Mathematics Advisory Panel. U.S. Department of Education
- OCDE. (2016). *Rapport d'évaluation PISA 2015*.
- Rittle-Johnson, B. & Koedinger, K. (2009). Iterating between lessons on concepts and procedures can improve mathematics Knowledge. *British journal of Educational Psychology*, 93(2), 346-362.

- Rowland, T. (2013). The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics Teaching and deepening teachers' mathematics Knowledge. *Journal of education*, 1 (3), 15-43.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge ; the Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8 (3), 255-281. Doi : 10.1007/s10857-005-0853-5
- Seidel, T., & Shavelson, R. (2007). Teaching Effectiveness Research in the Past Decade: The Role of Theory and Research Design in Disentangling Meta-Analysis Results. *Review of Educational Research*, 77 (4), 454–499. Doi: 10.3102/0034654307310317
- Shin, M., & Pedrotty, B. (2015). Fraction Interventions for Students Struggling to Learn Mathematics : A Research Synthesis. *Remedial and Special Education*, 36(6), 374-387.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Siegler, R., Carpenter, T., Fennell, F., Geary, D., Lewis, J., Okamoto, Y., (...) Wray, J. (2010). *Developing effective fractions instruction for kindergarten through 8th grade: A practice guide*. Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance.
- Terwagne, M., Hauchart, C., & Lucas, F. (2007). *Oser les fractions dans tous les sens. Guide méthodologique et documents reproductibles*. Bruxelles : De Boeck.
- Tobias, J.-M. (2012). Prospective elementary teachers' development of fraction language for defining the whole. *Journal of mathematics teacher education*, 16(2), 85-103.
- Tsai, T., & Li, H.-C. (2017). Towards a framework for developing students' fraction proficiency. *International journal of Mathematical education in science and technology*, 48(2), 244-255.
- Weston, T. (2013). Using the Knowledge Quartet to quantify Mathematical Knowledge in Teaching: the development of a protocol for Initial Teacher Education. *Research in Mathematics Education*, 15(3), 286-302.