
Les connaissances pédagogiques des enseignants nécessaires à l'enseignement des premières opérations. Étude exploratoire auprès d'enseignants du primaire

Auteur : David, Marine

Promoteur(s) : Fagnant, Annick

Faculté : Faculté de Psychologie, Logopédie et Sciences de l'Éducation

Diplôme : Master en sciences de l'éducation, à finalité spécialisée en enseignement

Année académique : 2018-2019

URI/URL : <http://hdl.handle.net/2268.2/7922>

Avertissement à l'attention des usagers :

Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative"(BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.

Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.



LIÈGE
université

Université de Liège Faculté de Psychologie, de
Logopédie et des Sciences de l'Éducation

Les connaissances pédagogiques des enseignants
nécessaires à l'enseignement des premières
opérations. Étude exploratoire auprès d'enseignants
du primaire.

Marine David

Mémoire présenté sous la direction de la Professeure

Annick Fagnant

en vue de l'obtention du grade de Master en Sciences de l'Éducation à finalité
spécialisée en Enseignement

Année académique 2018-2019

Remerciements

Il me semble plus qu'essentiel d'adresser mes remerciements à toutes les personnes qui ont, de près ou de loin, contribué à la réalisation de ce présent mémoire.

Tout d'abord, je tiens à remercier ma promotrice, Madame Annick Fagnant, pour les précieux conseils et enrichissements partagés tout au long de la réalisation de ce mémoire.

J'exprime ensuite ma gratitude à mes lecteurs, Valérie Quittre et Francis Pérée, pour l'attention qu'ils porteront à ce mémoire lors de sa lecture et de sa présentation en vue de son évaluation.

Je remercie également tous les enseignants qui ont accepté de participer à cette recherche ; sans eux, ce mémoire n'aurait pas été possible.

Enfin, je tiens à témoigner toute ma reconnaissance à ma famille, à mes amis et collègues, et plus particulièrement à Michel Radovic et Rodrigue Willem, qui m'ont accompagnée durant toute la réalisation de ce mémoire.

Le soutien sans faille, les conseils et l'aide qu'ils m'ont consacrés m'ont permis d'accomplir ce travail.

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude et souhaite une agréable lecture.

Table des matières

Introduction	5
Revue de littérature	8
I. Définition des concepts de connaissances pédagogiques de contenu (Pedagogical Content Knowledge, PCK) et de connaissances de contenu (Content Knowledge, CK), à travers l'étude de différents modèles de connaissances	10
A. Le modèle de Shulman, modèle de référence dans le domaine	10
B. Divers modèles spécifiques aux mathématiques	12
C. Le modèle « Mathematical Knowledge for Teaching » (MKT) de Ball et al. (2008) ...	16
D. Focus sur les types de connaissances retenus au sein du modèle MKT	20
II. Les connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations mathématiques	22
A. Les types de problèmes et variables qui affectent leurs différences	22
B. Les types de stratégies des élèves et les façons dont les enseignants peuvent les exploiter	29
III. Les connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations mathématiques selon le curriculum de formation initiale des instituteurs en Fédération Wallonie-Bruxelles	37
A. Mise en relation des connaissances ciblées par les programmes de HE et des connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations selon la littérature de recherche	39
Formulation de la question de recherche.....	41
Méthodologie de la recherche.....	42
I. Méthodes et instruments	42
A. Construction du questionnaire	43
II. Définition de l'échantillon.....	48
III. Attentes en regard de la question de recherche formulée.....	48
A. Attentes en regard de notre première question de recherche	48
B. Attentes en regard de notre seconde question de recherche.....	49
Présentation des résultats	50

I.	Analyse descriptive des données récoltées	50
A.	Données descriptives de la partie 1 du questionnaire	50
B.	Données récoltées à partir de l'analyse des connaissances des enseignants (partie 2).....	55
	Interprétation	58
I.	Interprétation des données.....	58
A.	Dans quelle mesure le questionnaire tel qu'il a été construit permet-il d'évaluer les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations ?.....	58
B.	Quelles sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ?.....	68
	Discussion	79
I.	Discussion des données	79
A.	Question de recherche 1 : De quelle manière l'outil tel qu'il est construit permet-il d'évaluer les connaissances des enseignants liées à l'enseignement des premières opérations ?	
	79	
B.	Question de recherche 2 : Quelles sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ?	81
	Limites et intérêts de la recherche.....	84
	Conclusion et perspective	85
I.	Perspectives	85
II.	Conclusion	86
	Bibliographie	90

Liste des acronymes

CCK	Common Content Knowledge <i>ou connaissances communes de contenu</i>
CK	Content Knowledge <i>ou connaissances de contenu</i>
COACTIV	Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers
FI	Formation Initiale
FWB	Fédération Wallonie-Bruxelles
HCK	Horizon Content Knowledge <i>ou connaissances de l'horizon des contenus de la discipline</i>
KCC	Knowledge of Content and Curriculum <i>ou connaissances du contenu et du curriculum</i>
KCS	Knowledge of Content and Students <i>ou connaissances de contenu et des étudiants</i>
KCT	Knowledge of Content and Teaching <i>ou connaissances du contenu et de l'enseignement</i>
MKT	Mathematical Knowledge for Teaching <i>ou connaissances mathématiques pour enseigner</i>
PCK	Pedagogical Content Knowledge <i>ou connaissances pédagogiques de contenu</i>
SCK	Specialized Content Knowledge <i>ou connaissances spécialisées de contenu</i>
SMK	Subject Matter Knowledge <i>ou connaissances de contenu matière</i>
TEDS-M	Teacher Education and Development Study in Mathematics <i>ou études du développement et de l'enseignement des enseignants en mathématiques</i>

Introduction

« Le développement précoce de compétences mathématiques peut améliorer la réussite scolaire ainsi que les perspectives de carrière à l'âge adulte. Il est important de reconnaître l'importance de la qualité de l'enseignement des mathématiques dans la petite enfance parce que cette éducation peut jeter les bases d'expériences mathématiques réussies tout au long du parcours scolaire. » (Anders & Rossabach, cités par Lee, 2017, p.231).¹

L'enseignement des premières opérations arithmétiques au début de scolarité primaire est fondamental. Il est important de développer la compréhension des opérations auprès des jeunes élèves si l'on veut qu'ils puissent appréhender une logique mathématique pour le reste de leur vie.

Pour développer cette compréhension des premières opérations mathématiques, les enseignants doivent maîtriser certaines connaissances mathématiques spécifiques. « De nombreuses études (MacDonalds et al. 2012 ; Gervasoni et al., 2012), ont souligné l'importance des connaissances pédagogiques de contenu (Pedagogical Content Knowledge, PCK) en mathématiques afin d'offrir aux enfants une formation mathématique de haute qualité. »² (Lee, 2017, p.231). Cependant, des études comme celles de Chapman (2007), de Morin (2008) ou de Guberman (2014), principalement intéressées aux futurs enseignants, ont souligné le manque de connaissances de ces derniers pour enseigner certains concepts mathématiques fondamentaux. Il semble donc intéressant de se pencher sur les connaissances que les enseignants devraient posséder pour enseigner efficacement les mathématiques, mais qui semblent déficientes pour nombre d'entre eux.

Depuis plusieurs décennies maintenant, les recherches en sciences de l'éducation et en didactique s'intéressent aux connaissances des enseignants. En effet, selon Carpenter et son équipe, « [...] les connaissances des enseignants devraient être une variable fondamentale dans la recherche sur l'enseignement. »³ (Carpenter, Fennema, Peterson & Carey, 1988, p.385). Cependant, à l'heure actuelle, encore très peu d'études portent sur les connaissances des enseignants liées aux premiers apprentissages mathématiques, en début d'enseignement primaire. Depaepe, Verschaffel et Kelchtermans (2013) ont d'ailleurs récemment réalisé une revue systématique mettant en lumière 60 articles de recherches sur les connaissances pédagogiques de contenu (PCK). Parmi ceux-ci seulement une quinzaine faisaient référence à des recherches européennes (dont une seule en

¹ Traduit de l'anglais: « *Early development of mathematical skills can enhance school achievement as well as increasing career opportunities in adulthood. It is important to recognize the significance of quality mathematics education in early childhood because such education can lay the foundation for successful mathematics experiences through school.* »

² Traduit de l'anglais: « *Many studies have emphasized the importance of teacher's pedagogical content knowledge (PCK) in mathematics in order to provide high-quality early mathematics education to children.* »

³ Traduit de l'anglais: « *[...] teachers' knowledge should be a primary variable in the study of teaching.* »

Belgique) mais aucune ne portait son intérêt sur les premiers apprentissages des opérations. Si l'on reprend les résultats de cette revue systématique, on peut également constater que peu d'études s'intéressent aux connaissances mathématiques des enseignants du début primaire (grade 1 et 2) et à l'enseignement, pourtant essentiel, des premières opérations arithmétiques (Depaepe et al., 2013).

Sur la base de ces réflexions, les objectifs de la présente étude sont d'identifier précisément la nature des connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations arithmétiques en début d'enseignement primaire et d'analyser leur disponibilité auprès d'un public d'enseignants volontaires disposant du titre requis pour enseigner au début de l'enseignement fondamental.

Plus précisément, le premier objectif de la recherche est de construire, sur la base d'éléments théoriques recueillis dans la littérature de recherche, un questionnaire permettant d'évaluer les différents types de connaissances des enseignants sur l'enseignement des premières opérations arithmétiques. Ce questionnaire s'appuie principalement sur le modèle *Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)* de Ball, Thames et Phelps (2008) qui établit une distinction théorique entre différents types de connaissances nécessaires à l'enseignement et les répartit en deux grandes sections : les connaissances de contenu (CK) et les connaissances pédagogiques de contenu (PCK). Dans le cadre de cette recherche, ce sont principalement les PCK qui sont investiguées et opérationnalisées dans le questionnaire. Nous développons les arguments qui nous ont conduits à faire ce choix dans notre revue de la littérature.

Sur la base du questionnaire ainsi construit, le deuxième objectif de la recherche est de réaliser une étude exploratoire en vue de recueillir des informations descriptives relatives aux connaissances des enseignants dans ce domaine. Une fois les données récoltées, il s'agit alors d'analyser les réponses afin de voir à quel point les connaissances recueillies correspondent aux connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations en première et deuxième année du primaire selon la littérature scientifique.

Ainsi, dans un premier temps, nous présenterons une revue de littérature permettant de justifier nos choix quant aux modèles théoriques des connaissances pour enseigner repris pour l'élaboration de notre questionnaire. Il s'agira également de révéler les enjeux liés au niveau scolaire que nous avons choisi de cibler. Nous présenterons ensuite les connaissances relevées dans la littérature comme nécessaires à l'enseignement des premières opérations, constituant le cœur même du questionnaire. Enfin, nous tenterons de faire un lien entre ce que la littérature scientifique internationale préconise et ce qui est inscrit dans les curriculums de formation initiale des enseignants en Fédération Wallonie-Bruxelles dont seront issus les participants à notre recherche.

Dans un second temps, nous expliciterons notre méthodologie avant d'analyser les résultats obtenus auprès de 41 participants et de les discuter au regard de notre revue de littérature. Cette recherche étant exploratoire et, à notre connaissance, aucune étude n'ayant été réalisée dans ce domaine ciblé, aucune hypothèse spécifique ne sera formulée. Nous formulerons cependant des attentes en lien avec ce que nous aurons relevé dans la littérature de recherche auxquelles nous tenterons de répondre lors de nos interprétations des résultats. L'analyse des résultats sera alors guidée par nos deux questions de recherche : *Dans quelle mesure notre questionnaire tel qu'il a été construit nous permet-il d'évaluer les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ?* et *Quelles sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ?*. Ainsi, pour répondre à notre première question de recherche, nous évaluerons à l'aide des outils statistiques la validité et la fidélité de notre questionnaire puis nous évaluerons plus qualitativement ce dernier. Pour répondre à notre seconde question de recherche, nous analyserons les données en regard des catégories de connaissances étudiées. Ensuite, nous proposerons une discussion de nos résultats toujours en regard de nos deux questions de recherche. Nous profiterons de cette discussion pour aborder les limites et intérêts de notre recherche. Enfin, nous finaliserons notre travail en proposant des perspectives de recherches futures dans la continuité de notre étude ainsi qu'une conclusion.

Revue de littérature

Dans leur article, Jordan, Kaplan, Locuniak et Ramineni (2007) démontrent l'importance d'un enseignement mathématique de haute qualité dès le début de l'enseignement. Ils valident la corrélation entre le développement de la compréhension des nombres en début de parcours scolaire et ce même développement de la compréhension mathématique lors de la suite du parcours scolaire. L'enseignement des premières opérations au début de la scolarité semble donc un objet d'étude essentiel.

Selon Lee (2017), le processus de développement des connaissances des enseignants en mathématiques est très important pour l'éducation des jeunes enfants et cela dès la maternelle. C'est en lisant des articles de référence comme celui de Lee (2017) et en nous apercevant lors de nos recherches que les études qui mobilisent d'autres modèles tels que le modèle MKT de Ball et al. (2008) qui s'intéressent peu au début du primaire, qu'il nous a semblé intéressant de faire un détour vers les modèles utilisés en maternelle, peut-être plus proche de notre problématique du sens des opérations en début de scolarité.

Toujours selon Lee (2017) le modèle de Ball et al. (2008) – que nous avons repris dans notre recherche – a permis d'identifier les types de contenus et de pédagogie qui pourraient constituer de bonnes connaissances pédagogiques en mathématiques et a fourni des orientations claires quant à la formation initiale des enseignants. Cependant, ce modèle n'apporte pas les informations nécessaires quant à l'enseignement efficace de concepts mathématiques élémentaires en maternelle. Les mathématiques en maternelle représentent un ensemble de connaissances informelles alors qu'en primaire, des connaissances formelles sont développées lors de moments fixes et s'appuient sur des notations écrites (les schémas, par exemple) (Lee, 2017). Ces arguments nous montrent que les modèles pensés pour étudier les connaissances des enseignants dans le primaire, tel que le modèle MKT de Ball et al. (2008), ne sont pas appropriés. Malheureusement, il s'avère que les modèles pensés pour l'étude des connaissances des enseignants en maternelle et la façon dont sont évaluées les PCK des enseignants ne nous semblent pas non plus convenir pour étudier les PCK en début primaire. En effet, l'étude des connaissances des enseignants au départ de vignettes décrivant des situations de jeu libre par ex., comme le propose Lee (2017) dans son étude, se penche davantage sur les connaissances informelles développées en maternelle et se distinguent des connaissances formelles développées au début du primaire. L'inadéquation de modèles centrés sur les connaissances informelles développées en maternelle, tel que celui de Lee (2017), avec l'enseignement primaire nous empêche de le retenir comme modèle de référence et nous conduit à privilégier des modèles centrés sur les apprentissages réalisés en primaire, tel que le

modèle MKT de Ball et al. (2008). C'est la raison pour laquelle notre première partie de revue de littérature sera consacrée à l'analyse de différents modèles de référence liés à l'étude des connaissances des enseignants en primaire.

Dans la seconde partie de notre revue de littérature, nous nous intéresserons plus précisément aux connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations mathématiques selon la littérature de recherche car celles-ci constituent un moyen pertinent d'améliorer notre enseignement. En effet, selon Loughran (cité par Lee, 2017, p. 240) :

« Avoir de telles compétences permet non seulement une meilleure interprétation de la pensée mathématique des élèves, mais permet également aux enseignants de décider de ce qui est le plus important à enseigner, ce qui devrait être enseigné maintenant plutôt que plus tard, et quel genre de problème pourrait être posé aux élèves qui faciliterait probablement leur compréhension de concepts mathématiques particuliers. »⁴.

De nombreuses études (Ball et al., 2008 ; Leikin, 2006) sont parvenues dans leurs résultats à corrélérer les apprentissages des élèves aux connaissances de qualité de leur enseignant. Ce qui porte à croire qu'en améliorant une variable – les connaissances des enseignants –, il serait possible d'améliorer la seconde – les apprentissages des élèves.

Cependant, comme l'explique Guberman (2014) dans son article, les connaissances nécessaires à l'enseignement arithmétique sont nombreuses et complexes. *« Comme il ressort d'une revue de littérature de recherche, les connaissances des enseignants requises pour l'enseignement des mathématiques doivent être profondes et vastes (Ball et al., 2008 ; Ma, 1999). L'enseignant doit comprendre les mathématiques élémentaires afin de savoir non seulement ce qu'elles sont, mais aussi comment elles fonctionnent. »⁵* (cité par Guberman, 2014, p.753).

Au vu des enjeux explicités précédemment, il nous a semblé essentiel de définir précisément ces connaissances dans la seconde partie de notre revue de littérature.

⁴ Traduit de l'anglais: *« Having such skills not only enables better interpretation of children's mathematical thinking but also enables teachers to decide what is most important to teach, what should be taught now rather than later, and what kind of problems could be posed to students that would most likely facilitate their understanding of particular mathematical ideas. »*

⁵ Traduit de l'anglais: *« As it emerges for a review of the literature, the required mathematical knowledge of teachers must be deep and broad (Ball et al., 2008; Ma, 1999). The teacher must understand elementary mathematics in order to know not only what, but also why something works.»*

I. Définition des concepts de connaissances pédagogiques de contenu (Pedagogical Content Knowledge, PCK) et de connaissances de contenu (Content Knowledge, CK), à travers l'étude de différents modèles de connaissances

Bien que l'étude des connaissances des enseignants soit devenue un paradigme de recherche internationalement populaire – plus particulièrement en dehors de l'Europe –, le sujet n'en reste pas moins complexe. Ceci peut expliquer l'existence de nombreux modèles dans le domaine servant de cadre à la définition des différents types de connaissances mathématiques (Guberman, 2014).

« *Les chercheurs ont proposé des cadres de connaissances mathématiques nécessaires pour l'enseignement, tels que les domaines de la connaissance mathématique pour l'enseignement (Ball, Thames & Phelps, 2008), le quatuor de connaissances (Rowland, Huckstep & Twaites, 2005), le modèle 3D des connaissances des enseignants en mathématiques (Leikin, 2006), le modèle de médiation entre la connaissance pédagogique du contenu mathématique et la connaissance du contenu (Baumert et coll., 2010), et ainsi de suite. Le but de ces cadres est de répondre à une seule et même question : À quelles connaissances mathématiques les enseignants doivent-ils être bien préparés pour leur travail ?* »⁶ (Guberman, 2014, pp. 740-741).

A. Le modèle de Shulman, modèle de référence dans le domaine

Le modèle de Shulman (1986) correspond au modèle précurseur du paradigme de recherche des connaissances des enseignants. En effet, Shulman est le premier chercheur à avoir proposé ce concept de connaissances pédagogique de contenu (PCK). En définissant le concept, Shulman a tenté de mettre l'accent sur les PCK propre à une discipline et, par conséquent, de démontrer le lien entre le contenu et la pédagogie (Depaepe et al., 2013).

Shulman définit cette catégorie de connaissances comme « ... *cet amalgame spécial entre le contenu et la pédagogie qui est propre au domaine des enseignants, leur propre forme spécifique de compréhension professionnelle.* »⁷ (cité par Depaepe et al., 2013, p.12). Selon lui, cette catégorie est propre à l'enseignement, car elle permet de distinguer la connaissance d'un spécialiste de la discipline de celle de n'importe quel pédagogue (Depaepe et al., 2013). Carpenter et al. (1988) explicitent cette définition comme ceci :

⁶ Traduit de l'anglais : « *The researchers proposed frameworks of mathematical knowledge needed for teaching, such as domains of mathematical knowledge for teaching (Ball, Thames & Phelps, 2008), the knowledge quartet (Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005), 3D model of mathematics teachers' knowledge (Leikin, 2006), the mediation model between pedagogical content knowledge and content knowledge (Baumert et coll., 2010), and so on. The aim of these frameworks is to answer the question: What mathematical knowledge do teachers need to be well prepared for their job?* »

⁷ Traduit de l'anglais : « ... *that special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers their own special form of professional understanding* »

« La connaissance de contenu pédagogique comprend les connaissances conceptuelles et procédurales à apporter à l'étudiant lors de l'apprentissage d'un sujet, les idées fausses sur le sujet que les élèves peuvent développer, et les étapes de la compréhension qu'ils sont susceptibles de passer lors d'un passage d'un état de construction de la compréhension du sujet à la maîtrise de celui-ci. Elle comprend également la connaissance des techniques d'évaluation de l'étudiant et le diagnostic de leurs idées fausses, la connaissance des stratégies d'enseignement qui peuvent être utilisées pour permettre aux étudiants de relier ce qu'ils apprennent à la connaissance qu'ils possèdent déjà, et la connaissance des stratégies éducatives pour éliminer les idées fausses qu'ils ont pu développer. ⁸ » (Carpenter et al., 1988, p. 386).

Shulman a réparti les connaissances des enseignants en sept catégories : *connaissances de contenu, connaissances pédagogiques de contenu, connaissances de pédagogie générale, connaissances du curriculum, connaissances relatives aux élèves et à leurs caractéristiques, connaissances relatives aux contextes éducationnels et des connaissances des fins éducatives, des buts et des valeurs, et de leurs motifs philosophiques et historiques* ⁹ (cité par Depaepe et al., 2013, p.14).

Ces catégories ont également permis de mettre en évidence la place importante des CK parmi l'ensemble des connaissances professionnelles de l'enseignant (Carpenter et al., 1988). Ces deux formes de connaissances doivent coexister pour permettre un enseignement efficace. Selon Shulman, « *la simple connaissance du contenu est susceptible d'être aussi inutile pédagogiquement que la compétence sans contenu.* ¹⁰ » (cité par Carpenter et al., 1988, p.391).

Même si cette catégorisation des connaissances de l'enseignant fut à de nombreuses reprises critiquée, elle a constitué une base solide pour de nombreuses recherches (Carpenter et al., 1988 ; Lee, 2017) sur les connaissances des enseignants.

Selon Depaepe et al. (2013), on peut rassembler les critiques à l'encontre du modèle de Shulman en 5 catégories. Premièrement, ce modèle révèle un manque d'ancrage théorique et empirique permettant de discriminer les PCK comme une catégorie distincte d'autres formes de connaissances. Selon Gess-Newsome (cité par Depaepe et al., 2013), le modèle de Shulman est considéré comme un modèle transformatif – modèle distinguant les PCK des autres formes de

⁸ Traduit de l'anglais : « *Pedagogical content knowledge includes knowledge of the conceptual and procedural knowledge that student bring it the learning of a topic, the misconceptions about the topic that they may have developed, and the stages of understanding that they are likely to pass through in moving from a state of having little understanding of the topic to mastery of it. It also includes knowledge of techniques for assessing student's understanding and diagnosing their misconceptions, knowledge of instructional strategies that can be used to enable students to connect what they are learning to the knowledge they already possess, and knowledge of instructional strategies to eliminate the misconceptions they may have developed.* »

⁹ Traduit de l'anglais: « *Content knowledge, pedagogical content knowledge, general pedagogical knowledge, curriculum knowledge, knowledge of learners and their characteristics, knowledge of educational contexts, knowledge of educational ends, purposes and values, and their philosophical and historical grounds.* »

¹⁰ Traduit de l'anglais: « *mere content knowledge is likely to be useless pedagogically as content-free skill* »

connaissances -, en opposition à un modèle intégratif qui intégrerait les PCK dans un ensemble plus vaste de connaissances de l'enseignant. Deuxièmement, comme d'autres modèles (par exemple Ball et al., 2008), ce modèle défend une vision statique de l'étude des connaissances des enseignants, c'est-à-dire qu'il n'étudie pas les connaissances des enseignants dans leur contexte de classe. Troisièmement, du fait que ce modèle soit transformatif, il distingue théoriquement les CK des PCK. Cette distinction est mise en doute théoriquement et empiriquement par une partie de la communauté scientifique s'intéressant à ce paradigme de recherche. Quatrièmement, selon différents chercheurs (Grossman, 1990 ; Friederichsen, Van Driel, & Abell, 2010 ; Zembylas, 2007, cités par Depaepe et al., 2013), le concept de PCK doit être défini plus largement, d'autres composantes doivent être comprises dans sa définition : la connaissance du curriculum, les croyances ou les émotions, par exemple. Enfin, le concept de PCK défini en termes « d'enseignement expert d'une discipline » est normatif – « Selon Tirosh, Tsamir, Levenson & Tabach, *ce qui est accepté comme PCK par les experts est en accord avec les normes culturellement acceptées.* ¹¹» (cité par Depaepe et al., 2013) - et dépendrait du système éducatif dans lequel il s'inscrit (Depaepe et al., 2013).

Toutes ces critiques sont le reflet de la complexité de définir et de catégoriser les connaissances des enseignants. De nombreux chercheurs sont d'ailleurs, toujours à l'heure actuelle, en désaccord quant à la catégorisation des connaissances et à la définition de chaque catégorie.

À cet argument, nous ajoutons que ce modèle étant généraliste, nous préférons nous baser sur un modèle propre à notre discipline de recherche, les mathématiques. Ce sont les raisons pour lesquelles nous avons pris la décision de choisir de faire référence à un modèle correspondant davantage à la recherche imaginée.

B. Divers modèles spécifiques aux mathématiques

Il existe une variété de modèles s'intéressant aux PCK et aux CK des enseignants, la plupart s'inspirant du modèle précurseur des connaissances des enseignants de Shulman (1986).

Tout d'abord, il faut savoir qu'il existe deux grandes catégories de modèles : les modèles dynamiques et les modèles statiques. Nous avons décidé d'établir la distinction entre ces deux types de modèles afin de sélectionner un modèle correspondant au mieux à notre étude.

Ensuite, comme nous l'avons cité précédemment, Guberman (2014) cite dans son article deux autres modèles de référence concernant les connaissances des enseignants : le modèle 3D des connaissances des enseignants en mathématiques de Leikin (2006) et le modèle de médiation entre

¹¹ Traduit de l'anglais: « *What is accepted as PCK of experts is "in accordance with culturally accepted norms* »

la connaissance pédagogique du contenu mathématique et la connaissance du contenu de Baumert et al. (2010). Nous avons donc décidé de nous pencher également sur ces modèles afin d'élargir nos références.

Enfin, selon Depaepe et al. (2013), l'un des modèles les plus influents en mathématiques dans ce paradigme de recherche d'enseignement est sans doute le modèle MKT de Ball (Ball, Thames, & Phelps., 2008), modèle lui aussi inspiré de celui de Shulman (1986). C'est la raison pour laquelle nous avons décidé d'analyser en profondeur ce modèle.

1. *Le modèle dynamique du Quartet de Rowland*

Comme explicité ci-dessus, il existe deux grandes catégories de modèles quant aux connaissances des enseignants. D'un côté, il y a les modèles dont la vision est plus statique (par exemple le modèle MKT de Ball & al., 2008) « *qui considèrent cela [les PCK] d'un point de vue principalement cognitif comme le "savoir nécessaire pour l'enseignement d'un sujet spécifique"* (Krauss et al., 2008, p.716)¹² » (cité par Depaepe et al., 2013). De l'autre, il y a les modèles dont la vision est dite dynamique telle que le modèle du Quartet de Rowland, Huckstep et Twaites (2005), modèle de référence dans cette vision de l'étude des connaissances des enseignants. Cette vision dynamique correspond à une vision des connaissances pour enseigner « en action », dans un contexte de classe. À l'heure actuelle, aucune vision ne semble plus pertinente qu'une autre, les chercheurs sont encore en désaccord sur le sujet (Depaepe et al., 2013).

Le modèle dynamique du Quartet constitue, dans sa vision, une référence. Il aborde les connaissances des enseignants à partir d'un quatuor de connaissances, subdivisibles en sous-catégories de connaissances, permettant d'étudier les connaissances des enseignants dans leur contexte de classe : « *la fondation, la transformation, la connexion et la contingence*¹³ » (cité par Rowland et al., 2005, p.239).

« *La première partie du Quatuor [fondation] est enracinée dans la base des antécédents théoriques et des croyances des stagiaires [des enseignants, plus largement]. Il concerne les connaissances des stagiaires [des enseignants], la compréhension et le recours à leur apprentissage à l'Académie [lors de la formation initiale],*

¹² Traduit de l'anglais: « *who conceived it from a mainly cognitive perspective as the "knowledge needed for teaching a specific subject"* (Krauss et al., 2008, p.716) »

¹³ Traduit de l'anglais : « *foundation, transformation, connection, contingency* »

*en préparation pour leur rôle dans la classe. Il diffère des trois autres unités dans le sens qu'il s'agit de connaissances possédées, indépendamment de savoir s'il est mis à usage ponctuel.*¹⁴» (cité par Rowland et al., 2005, p. 260).

Cette première partie semble correspondre, en quelque sorte, à une vision statique de ce modèle puisqu'il tient compte des connaissances possédées sans tenir compte de leur usage en contexte. Dans leur article, Rowland et al. (2005), insistent sur l'importance de ces connaissances qu'ils considèrent fondamentales – d'où le terme fondation - sans lesquelles il ne peut y avoir un enseignement efficace (Rowland et al., 2005). Il semble donc intéressant de se pencher sur cette partie commune aux deux visions.

De plus, dans le cas de la présente recherche, étudier les connaissances des enseignants dans le but de faire un « état des lieux » ou, du moins, tenter de déterminer la nature des connaissances des enseignants d'une population, à partir d'un échantillon, faire référence à un modèle statique des connaissances des enseignants, semble être le moyen le plus économique d'un point de vue méthodologique. En effet, alors qu'en adoptant une vision dynamique, il aurait fallu étudier chaque cas dans son contexte de classe, une vision plus statique, nous permettra de proposer un questionnaire à un échantillon plus large.

Enfin, comme le rappellent Depaepe et al. (2013) dans leur article, à l'heure actuelle, les chercheurs sont toujours en désaccord quant à la façon d'étudier les connaissances des enseignants. Alors que certains étudient de façon statique les connaissances qu'ils conçoivent dans « *une perspective principalement cognitive comme « une connaissance nécessaire à l'enseignement d'un sujet spécifique » (Krauss et al., 2008, p.716)*» (cité par Depaepe et al., 2013, p.15).», d'autres défendent l'étude des connaissances de façon dynamique car ils considèrent les PCK comme « *des connaissances en actions (Seymour & Lebrer, 2006)*» (cité par Depaepe et al., 2013, p.15). Ce dernier argument nous permet d'appuyer notre choix économique d'étude statique.

2. *D'autres modèles statiques...*

Le *modèle 3D* de Leikin (2006) est un modèle, comme son nom l'indique, étudiant les connaissances des enseignants sous 3 dimensions : le type de connaissance, sa forme et sa source. Comme le dit son auteur, ce modèle est un assemblage de modèles de références complémentaires. En effet, pour construire son modèle, Leikin (2006) fait référence au modèle de Shulman (1986) pour étudier sa première dimension, c'est-à-dire le type de connaissance. Il reprend ainsi les trois

¹⁴ Traduit de l'anglais: « *The first member of the quartet is rooted in the foundation of the trainees' theoretical background and beliefs. It concerns trainees' knowledge, understanding and ready recourse to their learning in the academy, in preparation (intentionally or otherwise) for their role in the classroom. It differs from the other three units in the sense that it is about knowledge possessed, irrespective of whether it is being put to purposeful use.* »

catégories principales selon lui et les nomme respectivement : *Subject Matter Knowledge* (SMK ou connaissances de contenu matière) - cette catégorie pourrait être renommée *Content Knowledge* au vu de la définition qu'il en fait et du modèle de référence dont il se sert -, *Pedagogical Content Knowledge* (PCK ou connaissances pédagogiques de contenu) et *Curricular Content Knowledge* (CCK ou connaissances de contenu curriculaire). Dans son chapitre, Leikin (2006) définit ces catégories plus largement que Shulman ne le fait, ce qui montre à nouveau la difficulté de délimiter clairement chacune des catégories. Bien que cette première dimension puisse correspondre à notre recherche, les suivantes complexifient le modèle et son utilisation. La deuxième dimension, basée sur le modèle de Kennedy (2002) aborde la source de la connaissance de l'enseignant. Cette dimension est particulièrement intéressante puisqu'elle permet d'envisager le processus d'apprentissage des connaissances des enseignants depuis son origine. Cependant, elle ne nous permettrait pas de répondre à notre question de recherche s'intéressant à des connaissances recueillies à l'aide d'un questionnaire auprès d'enseignants en service. Force est de constater qu'il en est de même pour la troisième dimension du modèle, elle aussi basée sur le modèle de Kennedy (2002) qui concerne la forme de la connaissance de l'enseignant : formelle, intuitive ou liées aux croyances. Ces deux dimensions nous précisent le sujet d'étude de Leikin (2006) qui, plus que d'étudier les connaissances mathématiques des enseignants, s'intéresse davantage aux processus d'apprentissage des connaissances des enseignants.

Le modèle de médiation entre la connaissance pédagogique du contenu mathématique et la connaissance du contenu de Baumert et al. (2010) est un modèle qui a permis de distinguer conceptuellement et empiriquement les CK et les PCK. De ce fait, il s'avère déjà très intéressant. De plus, ce modèle s'inspire grandement du modèle MKT ainsi que d'autres modèles cités précédemment. Bien que l'étude menée par Baumert et son équipe (2010), appuyée par les données du COACTIV (Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers), s'inspire de différents modèles, ils donnent dans leur article leur propre définition des CK et PCK. Ainsi, ils définissent pratiquement de la même manière que Ball et al. (2008), le concept de CK, comme « *une profonde compréhension mathématique des contenus curriculaires à enseigner.*¹⁵ » (cité par Baumert et al., 2010, p.166) mais se différencie d'autres modèles dans leur définition des PCK. Baumert et al. (2010), distinguent trois composantes définissant cette catégorie de compétence. Ils se réfèrent à de nombreuses études, dont celle de Shulman (1986), et citent ces 3 composantes : les connaissances liées aux tâches et outils pédagogiques, les connaissances liées aux processus de pensée des étudiants et à l'évaluation de leur compréhension, et, les connaissances liées aux

¹⁵ Traduit de l'anglais: « [...] *a profound mathematical understanding of the curricular content to be taught.* »

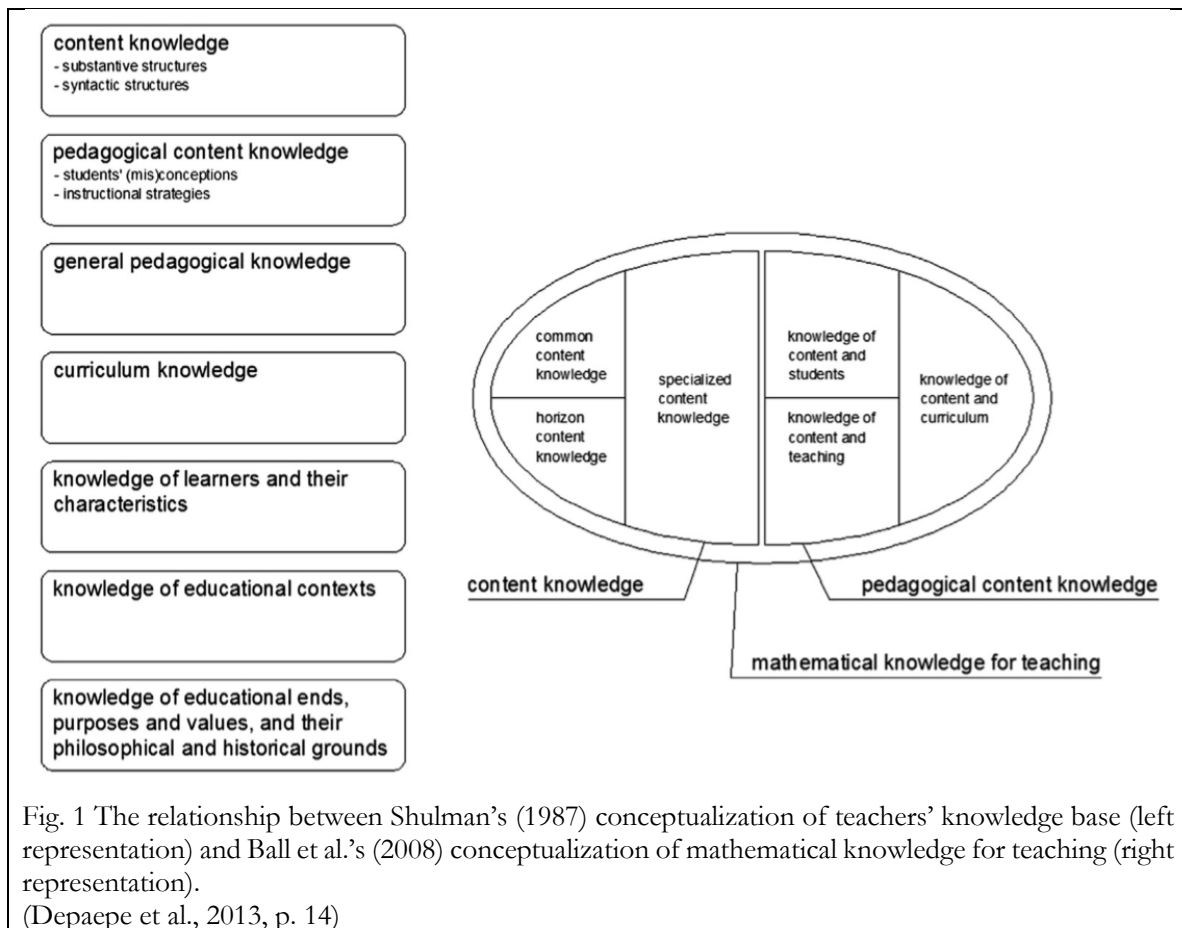
représentations multiples et aux explications des problèmes mathématiques. Ce modèle, bien que s'approchant du modèle MKT – auquel nous avons choisi de faire référence - nous apporte des compléments aux définitions de CK et de PCK enrichissantes dont nous tiendrons compte lors de la redéfinition des catégories de connaissances retenues pour la présente étude.

C. Le modèle « Mathematical Knowledge for Teaching » (MKT) de Ball et al. (2008)

Selon Depaepe et al. (2013), en plus de constituer un modèle de référence des plus influents en mathématiques, le modèle MKT répond à divers intérêts. Premièrement, il est le résultat de recherches empiriques ce qui permet d'appuyer sa validité. Deuxièmement, les chercheurs l'ayant conçu ont développé une mesure valide (le MKT-test). Enfin, il a permis d'établir une relation entre les PCK des enseignants et l'apprentissage des élèves.

Ce modèle a été conçu pour étudier la connaissance professionnelle en mathématiques et a été validé empiriquement par l'étude de l'enseignement réel des mathématiques et théoriquement sur la base de l'analyse de problèmes mathématiques. Les chercheurs se sont, dans un premier temps, centrés sur le rôle essentiel des CK dans l'enseignement et sur sa définition avant de s'intéresser, dans un second temps, à la compréhension du contenu qu'ont les enseignants (Ball et al. 2008).

La figure proposée dans l'article de Depaepe et al. (2013) ci-dessous souligne les liens pouvant être faits entre le modèle MKT et celui de Shulman et reprend une figure permettant d'identifier les deux grandes catégories du modèle MKT, à savoir les CK et les PCK :



Le modèle MKT fait ainsi référence à deux grandes catégories (CK et PCK), toutes deux subdivisées en 3 sous-catégories de connaissances (Ball et al. 2008).

Nous esquissons brièvement ci-dessous la définition des différentes catégories de connaissances du modèle mais nous reviendrons plus précisément par la suite sur les trois catégories-clés que nous avons décidé de retenir pour notre étude.

Les auteurs définissent ces différentes catégories dans leur article de 2008 comme suit :

- Les connaissances communes de contenu (Common Content Knowledge, CCK) : « [...] connaissances mathématiques et compétences utilisées dans des paramètres autres que l'enseignement ¹⁶ » (cité par Ball et al., 2008, p. 399)
- Les connaissances spécialisées du contenu (Specialized Content Knowledge, SCK) : « [...] connaissances mathématiques qui ne sont généralement pas nécessaires à des fins autres que l'enseignement. ¹⁷ » (cité par Ball et al., 2008, p. 400)

¹⁶ Traduit de l'anglais: « [...] the mathematical knowledge and skill used in settings other than teaching. »

¹⁷ Traduit de l'anglais: « [...] mathematical knowledge not typically needed for purposes other than teaching. »

- Les connaissances du contenu et des étudiants (Knowledge of Content and Students, KCS) : « [...] *connaissances qui combinent le fait de connaître les élèves et de connaître les mathématiques.*¹⁸ » (cité par Ball et al., 2008, p. 401)
- Les connaissances du contenu et de l'enseignement (Knowledge of Content and Teaching, KCT) : « [...] *connaissances [...] qui allient savoir enseigner et connaissance des mathématiques.*¹⁹ » (cité par Ball et al., 2008, p. 399)

Ces quatre catégories constituent la base du modèle auquel les auteurs ont ajouté, à partir du modèle de référence de Shulman (1986), deux autres catégories.

- Les connaissances de l'horizon des contenus de la discipline (Horizon Content Knowledge, HCK) : « [...] *connaissance de la façon dont les sujets mathématiques sont liés au cours de la durée des mathématiques incluses dans le curriculum.*²⁰ » (cité par Ball et al., 2008, p. 403)
- Les connaissances du contenu et du curriculum (Knowledge of Content and Curriculum, KCC) : « [...] *les connaissances curriculaires [...]*²¹ » (cité par Ball et al., 2008, p. 402)

Dans leur article, les auteurs soulignent les limites d'une distinction théorique entre ces 6 catégories. Ils précisent que celles-ci pourraient être révisées et que certaines d'entre elles pourraient même être supprimées. Ils discutent notamment des deux catégories ajoutées à partir du modèle de Shulman qui pourraient ne pas constituer de catégories à part entière car elles pourraient fonctionner à travers différentes catégories. Cependant, dans leur conclusion, les auteurs explicitent les raisons essentielles de recourir à un modèle comme le leur, structurant la carte conceptuelle des connaissances des enseignants et permettant l'étude de celles-ci (Ball & al., 2008).

Ainsi, les auteurs précisent que la frontière entre les différentes catégories est mince et qu'il peut être difficile de la discerner. C'est pour cette raison que certaines définitions peuvent sembler floues. Cependant, les auteurs insistent sur le fait que ces catégories permettent de travailler de façon empirique et conceptuelle sur les connaissances des enseignants. C'est là que cette catégorisation trouve son intérêt (Ball et al., 2008).

Ball et son équipe insistent principalement sur l'importance d'identifier et d'étudier les deux grandes catégories de connaissances des enseignants : les CK et les PCK (Ball et al., 2008).

¹⁸ Traduit de l'anglais: « [...] *knowledge that combines knowing about students and knowing about mathematics.* »

¹⁹ Traduit de l'anglais: « [...] *knowledge [...] combines knowledge about teaching and knowing about mathematics.* »

²⁰ Traduit de l'anglais: « [...] *an awareness of how mathematical topics are related over span of mathematics include in the curriculum.* »

²¹ Traduit de l'anglais: « [...] *curricular knowledge [...]* »

« Les enseignants qui ne connaissent pas eux-mêmes correctement un sujet ne sont pas susceptibles d'avoir les connaissances dont ils ont besoin pour aider les élèves à apprendre ce contenu. Dans un même temps, cependant, simplement connaître correctement un sujet ne peut être suffisant pour l'enseignement. »²² » (Ball et al., 2008, p.404)

Cependant, dans notre cas, les connaissances communes de contenu (CCK) étant élémentaires, elles ne feront pas l'objet d'une étude approfondie. En effet, il va de soi que les enseignants maîtrisent les connaissances relatives au contenu des apprentissages liés aux premières opérations. Toutefois, l'étude des connaissances spécialisées de contenu (SCK) appartenant, selon le modèle de Ball et al. (2008), aux CK– ce qui fut critiqué par différents auteurs (Petrou et Goulding, 2011 cités par Depaepe, 2013, p.14)-, pourrait apporter des réponses à notre question de recherche, il sera donc intéressant de les étudier.

Comme tout modèle, celui-ci possède également des limites. Tout d'abord, les distinctions théoriques proposées ne se retrouvent pas nécessairement empiriquement au travers d'analyses factorielles notamment (Ball et al., 2008). Enfin, ce modèle correspond à une vision statique des connaissances de l'enseignant, en opposition à une vision dynamique, puisqu'il ne teste que des connaissances en dehors du contexte de classe dans lequel elles devraient être utilisées (Depaepe et al., 2013).

Malgré les limites de ce modèle, nous avons décidé de le retenir comme modèle de référence pour la présente étude sur la base des trois arguments principaux suivants. Premièrement, il s'agit d'un modèle statique d'étude des connaissances des enseignants, ce qui correspond davantage à nos choix méthodologiques de recherche. De plus, ce choix de faire référence à un modèle statique plutôt qu'à un modèle dynamique ne constitue pas une limite à notre étude. En effet, comme nous l'avons cité précédemment, aucune vision ne semble plus pertinente qu'une autre, les chercheurs sont encore en désaccord sur le sujet (Depaepe et al., 2013). Deuxièmement, il correspond à notre domaine de recherche puisqu'il s'agit d'un modèle de référence dans l'étude des connaissances des enseignants en mathématiques. Enfin, il répond à des intérêts spécifiquement liés à notre recherche : il est le résultat de recherches empiriques, ce qui permet d'appuyer sa validité, les chercheurs l'ayant conçu ont développé une mesure valide le MKT-test – dont nous avons pu nous inspirer – et, il a permis d'établir une relation entre le PCK des enseignants et l'apprentissage des élèves.

²² Traduit de l'anglais: *« Teachers who do not themselves know a subject well are not likely to have the knowledge they need to help students learn this content. At the same time, however, just knowing a subject well may not be sufficient for teaching. »*

D. Focus sur les types de connaissances retenus au sein du modèle MKT

À la suite de ces réflexions basées sur des références dans le domaine et au vu des arguments formulés précédemment, nous avons décidé d'étudier seulement trois des catégories de connaissances du modèle de Ball et al. (2008) par le biais de notre questionnaire : les connaissances spécialisées de contenu (SCK), les connaissances de contenu et des étudiants (KCS) et les connaissances de contenu et de l'enseignement (KCI). Cependant, nous avons souhaité redéfinir avec précision chacun des trois types de connaissances précédemment sélectionnés afin qu'ils correspondent au mieux à notre recherche. Aussi, il est important de rappeler que ces catégories restent théoriques et ne peuvent être entièrement cloisonnées (Ball et al., 2008).

	Connaissances spécialisées de contenu	Connaissances de contenu et des étudiants	Connaissances de contenu et de l'enseignement
Catégories de connaissances : CK ou PCK	Ces connaissances appartiennent à la grande catégorie des connaissances de contenu (CK) selon le modèle MKT.	Ces connaissances appartiennent à la grande catégorie des connaissances pédagogiques de contenu (PCK) selon le modèle MKT.	
Définition selon Ball et al. (2008)	« [...] <i>connaissance mathématique qui n'est généralement pas nécessaire à des fins autres que l'enseignement.</i> » (Cité par Ball et al., 2008, p. 400)	« [...] <i>connaissance qui combine le fait de connaître les élèves et de connaître les mathématiques.</i> » (Cité par Ball et al., 2008, p. 401)	« [...] <i>connaissance [...] qui allie savoir enseigner et connaissance des mathématiques.</i> » (Cité par Ball et al., 2008, p. 399)

Compléments aux définitions d'autres auteurs influent dans le domaine	<p>Dans sa définition des connaissances de contenu, Shulman (1986) explique : « <i>Les enseignants doivent non seulement être capables de définir pour les élèves les vérités acceptées dans un domaine. [...] Le professeur de biologie [ou d'un autre domaine plus largement] bien préparé reconnaîtra ces formes alternatives d'organisation et les motifs pédagogiques de sélection d'un sujet dans certaines circonstances et d'autres dans des circonstances différentes. Le même professeur comprendra également la syntaxe même de la biologie [ou de sa discipline, plus largement]. [...] Nous nous attendons à ce que la compréhension du contenu de l'enseignant soit au moins égale à celle de son collègue profane en la matière. L'enseignant doit non seulement comprendre que quelque chose est ainsi ; l'enseignant doit comprendre pourquoi il en est ainsi, pour quelles raisons son brevet peut être invoqué, et dans quelles circonstances notre croyance en sa justification peut être affaiblie et même refusée. De plus, nous nous attendons à ce que l'enseignant comprenne pourquoi un sujet donné est particulièrement central à une discipline alors qu'un autre peut être quelque peu périphérique.</i> »²³ » (Shulman, 1986, p.9).</p>	<p>« <i>La connaissance de contenu pédagogique comprend les connaissances conceptuelles et procédurales à apporter à l'étudiant lors de l'apprentissage d'un sujet, les idées fausses sur le sujet que les élèves peuvent développer, et les étapes de la compréhension qu'ils sont susceptibles de passer lors d'un passage d'un état de construction de la compréhension du sujet à la maîtrise de celui-ci [cette première partie de la définition des connaissances pédagogiques de contenu ferait davantage référence aux connaissances de contenu et des étudiants (KCS) selon le modèle de Ball et al. (2008)]. Elle comprend également la connaissance des techniques d'évaluation de l'étudiant et le diagnostic de leurs idées fausses, la connaissance des stratégies d'enseignement qui peuvent être utilisées pour permettre aux étudiants de relier ce qu'ils apprennent à la connaissance qu'ils possèdent déjà, et la connaissance des stratégies éducatives pour éliminer les idées fausses qu'ils ont pu développer [cette seconde partie ferait, quant à elle, davantage référence aux connaissances de contenu et de l'enseignement (KCI)].</i> »²⁴ » (Carpenter et al., 1988, p. 386).</p>	
Définition élargie pour notre recherche	<p>Connaissances propres à l'enseignement liées aux connaissances profondes des contenus du sujet d'enseignement actualisées et à la compétence de justification de ses choix pédagogiques en matière de contenu.</p>	<p>Connaissances de l'étudiant liées aux connaissances conceptuelles et procédurales à apporter à l'étudiant lors de l'apprentissage, aux idées fausses que l'étudiant peut se faire dans le domaine, aux étapes de compréhension par lesquelles passent l'élève et aux stratégies de résolution que l'élève peut utiliser en fonction des problèmes qui lui sont proposés.</p>	<p>Connaissances de l'enseignement liées aux méthodes d'enseignement, aux techniques d'évaluation de l'étudiant, au diagnostic de ses idées fausses et aux stratégies éducatives pour les éliminer.</p>

Fig. 2 – Tableau redéfinissant les différents types de connaissances pour l'étude

²³ Traduit de l'anglais: « *Teachers must not only be capable of defining for students the accepted truths in a domain. [...] The well-prepared biology teacher will recognize these and alternative forms of organization and the pedagogical grounds for selecting one under some circumstances and others under different circumstances. The same teacher will also understand the syntax of biology. [...] We expect that the subject matter content understanding of the teacher be at least equal to that of his or her lay colleague, the mere subject matter major. The teacher need not only understand that something is so; the teacher must further understand why it is so, on what grounds its warrant can be asserted, and under what circumstances our belief in its justification can be weakened and even denied. Moreover, we expect the teacher to understand why a given topic is particularly central to a discipline whereas another may be somewhat peripheral.* »

²⁴ Traduit de l'anglais : voir page 8.

II. Les connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations mathématiques

Selon nos recherches, il semblerait que l'on puisse classer les connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations dans deux grandes catégories : d'une part, les connaissances liées aux types de problèmes et aux diverses variables pouvant entrer en jeu dans chaque type de problème, et, d'autre part, les connaissances que l'enseignant peut avoir des différents types de stratégies de résolution de problème qu'un élève peut utiliser et les outils pédagogiques qu'il peut utiliser pour exploiter ces stratégies. Chacune de ces deux grandes catégories de connaissances peuvent être étudiées sous des angles différents. Nous les étudierons en fonction des types de connaissances - que nous avons repris de nos modèles de référence et redéfinis afin d'en faciliter la compréhension : les SCK, les KCS et les KCT. Nous expliciterons cette analyse dans la partie méthodologique de ce travail. Avant cela, nous définissons dans cette partie les deux grandes catégories de connaissances relevées dans la littérature nécessaires à l'enseignement des premières opérations.

A. Les types de problèmes et variables qui affectent leurs différences

Comme explicité précédemment, un enseignement efficace des mathématiques exige de l'enseignant une série de connaissances de contenu complexes propres aux enseignants. Dans le domaine de l'enseignement des premières opérations mathématiques, l'un des concepts arithmétiques essentiels à cet enseignement au début du primaire, repris par de nombreux chercheurs, est la capacité à catégoriser les problèmes arithmétiques en fonction de variables pertinentes pour l'apprentissage des élèves. Il s'agit là d'un premier argument nous obligeant à nous pencher davantage sur ces variables permettant de catégoriser les problèmes.

De plus, comme le disent Carpenter, Fennema, Peterson et Carey (2015) dans leur ouvrage intitulé « *Children's mathematics : Cognitively Guided Instruction* », l'enfant qui opère, réfléchit en termes de relations et d'actions au contraire de l'adulte qui réfléchit en terme d'opération, de « calculs ». Cette affirmation constitue un second argument qui nous amène à nous intéresser aux catégorisations de problèmes plutôt qu'aux opérations en tant que telles (addition, soustraction, multiplication, division) car les problèmes en fonction de leur type exposent les relations et les actions liées aux opérations.

Levain et Vergnaud (1994-1995) expliquent pourtant dans leur article qu'il existe un grand nombre de facteurs pouvant complexifier un problème. Ils citent 3 grandes catégories de facteurs : *la structure mathématique du problème* – il s'agit dans sa définition des types de problèmes comme nous allons tenter de les définir ci-dessous -, *les valeurs numériques impliquées (nombres petits ou grands, ...)*, et,

la plus ou moins grande familiarité du domaine de référence de l'énoncé ou éventuellement l'ordre de présentation des informations (cité par Levain et Vergnaud, 1994-1995, p.56). Ces facteurs font également partie des éléments à prendre en compte par l'enseignant lors de l'enseignement qu'il fait des premières opérations puisqu'ils peuvent également complexifier ou faciliter la structure du problème – Vergnaud (1994) parle de « sous-classes » dans son ouvrage. Cependant, même si d'autres facteurs peuvent influencer la difficulté des problèmes et qu'il est important que l'enseignant puisse s'en rendre compte, ce sont principalement aux structures des problèmes que nous allons nous intéresser.

1. La catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction

De nombreuses études se sont intéressées à une catégorisation des problèmes liés aux opérations. Carpenter et al. (1988) ont notamment construit une catégorisation reprise dans différentes recherches. Ils s'intéressent aux problèmes d'addition ou de soustraction et considèrent 4 catégories de problèmes : les problèmes de changement additif (*join problem*), les problèmes de changement soustractif (*separate problem*), les problèmes de combinaison (*combinaison problem*) et les problèmes de comparaison (*compare problem*). Les deux premières catégories se distinguent par le type d'action qu'elles impliquent alors que les catégories 3 et 4 décrivent des relations statiques : les problèmes de combinaison impliquent une relation de type « partie-tout » et les problèmes de comparaison impliquent, quant à eux, la comparaison de deux ensembles de données. Chaque catégorie se distingue également par la position de l'inconnue : l'inconnue peut être dans un problème de type « changement » : le résultat, le changement ou la quantité de départ ; dans un problème de type « combinaison » : une partie, l'autre partie ou le tout ; ou, dans un problème de type « comparaison » : le plus petit comparé, le plus grand comparé ou la comparaison.

Nous reprenons ci-dessous un tableau de l'étude de Carpenter et al. (1988) illustrant cette catégorisation de problèmes :

Type	Problem		
	Result unknown	Change unknown	Start unknown
Join	1. Connie had 5 marbles. Jim gave her 8 more marbles. How many does Connie have altogether?	2. Connie has 5 marbles. How many more marbles does she need to win to have 13 marbles altogether?	3. Connie had some marbles. Jim gave her 5 more marbles. Now she has 13 marbles. How many marbles did Connie have to start with?
Separate	4. Connie had 13 marbles. She gave 5 marbles to Jim. How many marbles does she have left?	5. Connie had 13 marbles. She gave some to Jim. Now she has 5 marbles left. How many marbles did Connie give to Jim?	6. Connie had some marbles. She gave 5 to Jim. Now she has 8 marbles left. How many marbles did Connie have to start with?
Combine	7. Connie has 5 red marbles and 8 blue marbles. How many marbles does she have?	8. Connie has 13 marbles. Five are red and the rest are blue. How many blue marbles does Connie have?	
Compare	9. Connie has 13 marbles. Jim has 5 marbles. How many more marbles does Connie have than Jim?	10. Jim has 5 marbles. Connie has 8 more than Jim. How many marbles does Connie have?	11. Connie has 13 marbles. She has 5 more than Jim. How many marbles does Jim have?

Fig. 3 *Classification of Word Problems.*
(Carpenter et al., 1988, p. 388)

« Comme on peut le voir dans ces exemples, un certain nombre de problèmes sémantiquement distincts peuvent être générés en variant la structure du problème, même si la plupart des mêmes mots apparaissent dans chaque problème.²⁵ » (cité par Carpenter et al., 1988, p.388).

Dans leur ouvrage, Carpenter et al. (2015) reprennent ces catégories, les définissent à nouveau et insistent davantage sur la place que l'inconnue peut avoir dans chacun d'eux. En effet, selon ces chercheurs, le type de problème et la place de l'inconnue dans ce dernier sont en étroite relation avec les stratégies que l'élève pourrait davantage utiliser. Il semble donc essentiel que l'enseignant soit également conscient que cet élément est essentiel car il peut amener à des stratégies de résolution bien différentes. De plus, selon Gvozdic et Sander (2018), cela permettrait également de donner une variété de « sens » aux opérations d'addition et de soustraction, ce qui dès lors permettrait de dépasser les modèles intuitifs liés à ces opérations.

Dans leur recherche, Willis et Fuson (1988) utilisent la schématisation pour faciliter la distinction entre les différentes structures au sein de ces différents types de problèmes.

²⁵ Traduit de l'anglais: « As can be seen from these examples, a number of semantically distinct problems can be generated by varying the structure of the problem, even though most of the same words appear in each problem. »

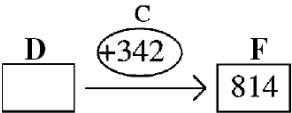
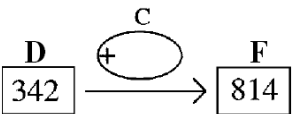
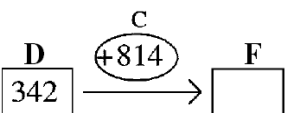
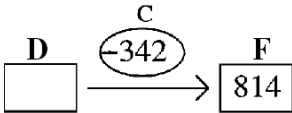
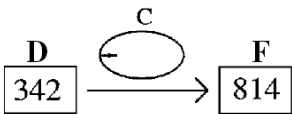
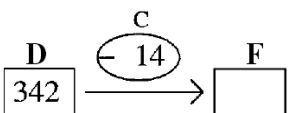
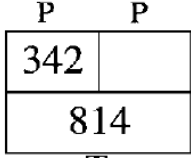
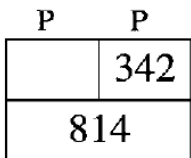
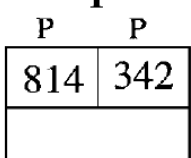
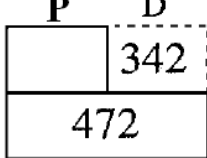
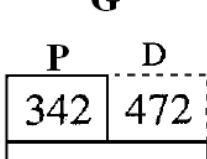
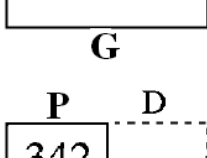
	Problèmes de changement additif	Problèmes de changement soustractif	Problèmes de combinaison	Problèmes de comparaison
Représentations schématiques	D= début C = changement F = fin   	D= début C = changement F = fin   	P = partie T = Tout   	P= le plus petit G = le plus grand D = la différence, la comparaison   

Fig. 4 – Tableau des schémas représentatifs les différents types de problèmes repris dans la catégorisation de Carpenter et al. (1988).

Dans leur article, Polotskaia, Saverd et Freiman (2015) citent d'autres chercheurs ayant développé leur propre catégorisation de problème permettant d'identifier les difficultés des élèves liées à la résolution de problèmes. Toutefois, selon les recherches, celles qui semblent faire consensus au sein de la recherche dans ce domaine sont celles de Carpenter et al. (1988) et de Riley et al. (1983) (Fagnant, 2013). Ces deux catégorisations étant très proches, nous avons pris la décision de nous pencher sur l'une d'entre elle, celle de Carpenter et al. (1988).

La distinction entre ces catégories de problèmes a permis de refléter la diversité des stratégies de résolution des élèves (Polotskaia et al., 2015). Il semble donc intéressant pour l'enseignant de pouvoir les distinguer afin d'analyser finement les stratégies de résolution de ses élèves.

2. La catégorisation des problèmes de multiplication et de division

Concernant les opérations de multiplication et de division, il nous semble essentiel de rappeler, dans un premier temps, leur importance dans le développement de la pensée des élèves.

En effet, comme l'expliquent Carpenter et al. (2015), il y a de nombreuses bonnes raisons d'introduire un enseignement précoce des opérations de multiplication et de division même si ce n'est pas toujours le cas dans les classes. Premièrement, les élèves en sont capables. Des élèves parviennent, dès la maternelle, à résoudre des multiplications et des divisions simples en utilisant du matériel ou en dessinant. Par la suite, les élèves des grades 1 et 2, parviennent à utiliser une variété de stratégies pour résoudre ces opérations. Deuxièmement, l'intégration de problèmes de multiplication et de division dès le début de l'enseignement mathématique, comme celle des problèmes d'addition et de soustraction – notamment celle liée à la catégorisation explicitée précédemment –, améliore la compréhension fondamentale des opérations et offre des opportunités de résoudre des problèmes dans des contextes variés. Ces contextes variés amènent l'élève à l'élaboration de stratégies complexes et permettent de limiter l'usage de stratégies superficielles. Enfin, aborder la multiplication et la division dès le début du primaire offre aux enfants l'opportunité de développer une compréhension profonde du concept fondamental de groupement – le concept de base 10, concept de groupement par 10, est en lien direct avec ce concept fondamental de groupement (Carpenter et al., 2015).

Tout comme pour l'addition et la soustraction, il existe différents modèles catégorisant les problèmes de multiplication et de division. Dans ce travail, nous avons décidé de faire référence à deux modèles de catégorisation très proches : la catégorisation de Vergnaud (1994) reprise dans son ouvrage « *L'enfant, la mathématique et la réalité* » et la catégorisation de Carpenter et al. (2015) reprise dans leur ouvrage « *Children's mathematics : Cognitively Guided Instruction* » - ce même ouvrage qui nous a également servi de référence pour la catégorisation des problèmes additifs et soustractifs. La première catégorisation de Vergnaud, considère que les opérations de multiplication et de division appartiennent aux problèmes de proportionnalité et plus largement au « *champ conceptuel des structures multiplicatives* » que les auteurs définissent comme « *l'ensemble des situations dont le traitement implique une ou plusieurs multiplications ou divisions et l'ensemble des concepts et théorèmes qui lui permettent d'analyser ces situations : proportion simple et proportion multiple, fonction linéaire et non-linéaire, [...]* » (cité par Levain et Vergnaud, 1994-1995, p.56).

Vergnaud (1994) établit deux types de problèmes multiplicatifs : les problèmes quaternaires, qu'il nomme également « problèmes d'isomorphisme de mesure » et les problèmes ternaires, qu'il nomme aussi « problèmes de produit de mesure ». Ce qui distingue ces deux types de problèmes ce sont le nombre de données qui entrent en jeu. Alors qu'à l'école primaire, on pourrait penser que les problèmes multiplicatifs (comprenant multiplications et divisions) les plus fréquents ne concernent que 3 quantités ($a \times b = c$ ou $c : b = a$), il s'avère que ce sont principalement des problèmes quaternaires qui sont proposés aux élèves. L'erreur vient du fait que la résolution

proposée à l'élève est souvent transcrite sous la forme d'une simple multiplication ou d'une simple division (Vergnaud, 1994).

Prenons par exemple un problème multiplicatif typique du début de l'enseignement primaire : « *Jeanne achète 2 crayons à 3 euros. Combien va-t-elle payer ?* ». On pourrait penser que la résolution la plus simple serait de faire : $2 \times 3\text{€} = 6\text{€}$. Toutefois, s'il on s'attarde davantage sur la structure du problème quatre données sont à considérer et l'on pourrait les représenter comme suit :

Nombre de crayon	Prix
1	3
2	?

Fig. 5 – Exemple de problème multiplicatif typique permettant de démontrer que de nombreux problèmes sont des problèmes de proportionnalité.

Cet exemple démontre parfaitement ce que Vergnaud (1994) explique dans son ouvrage : il démontre en quoi ces problèmes sont des problèmes de proportionnalité – dans les « classiques » de 4^e proportionnelle, aucune valeur n'est égale à 1 au départ. Nous comprenons alors l'intérêt de son approche qui approfondit l'analyse de la structure des problèmes. Bien qu'ils puissent être définis comme des problèmes de proportionnalité, ces problèmes sont assez aisément appréhendables par les enfants. Ceux-ci ne se les représentent évidemment pas comme des problèmes de proportionnalité tel qu'indiqué dans le tableau ci-dessus mais les abordent comme des additions répétées ; des partages équitables ou autres.

Aussi, l'auteur distingue 3 catégories parmi ce type de problème et cela en fonction de la place qu'à l'inconnue dans la structure du problème : les multiplications, les divisions-partitions et les divisions-quotitions.

L'auteur définit également dans son ouvrage les problèmes ternaires comme des problèmes dont la « [...] *structure consiste en une relation ternaire, entre trois quantités, dont l'une est le produit des deux autres.* » (cité par Vergnaud, 1994, p. 171). Dans cette catégorie de problème, l'auteur explicite une forme particulière qu'il nomme « problème de produits de mesure », autrement appelée par Carpenter (2015) « problème symétrique », que les auteurs définissent comme des problèmes ternaires où les deux termes peuvent être échangés sans perte de sens dans le problème (Vergnaud, 1994).

Nous proposons ci-dessous un tableau reprenant la catégorisation des problèmes multiplicatifs selon Vergnaud (1994) qui facilitera, nous l'espérons, la compréhension de celle-ci.

Types de problèmes	Sous-classes	Représentations	Exemple
Quaternaire	Multiplication	$\begin{array}{c} 1 \longrightarrow \longrightarrow a \\ b \longrightarrow \longrightarrow ? \end{array}$	<i>1 stylo coûte 2 euros. Combien coûtent 3 stylos ?</i>
	Division-partition	$\begin{array}{c} 1 \longrightarrow \longrightarrow ? \\ b \longrightarrow \longrightarrow c \end{array}$	<i>Combien coûte 1 stylo sachant que j'ai payé 6 euros pour 3 ?</i>
	Division-quotition	$\begin{array}{c} 1 \longrightarrow \longrightarrow a \\ ? \longrightarrow \longrightarrow c \end{array}$	<i>Maman a payé 6 euros à la caisse pour mes stylos. Sachant qu'1 stylo coûte 2 euros, combien m'a-t-elle acheté de stylos ?</i>
Ternaire	Multiplication	$\begin{array}{l} a \times b = ? \\ b \times a = ? \end{array}$	<i>À l'anniversaire de Nicolas, il y a 4 filles et 5 garçons. Combien peuvent-ils former de couple si chaque garçon danse avec chaque fille, et chaque fille avec chaque garçon ?</i>
	Division	$\begin{array}{l} ? \times b = c \\ a \times ? = c \end{array}$	<i>À l'anniversaire de Nicolas, il y a quelques filles et 5 garçons. Combien de filles étaient présentes sachant que l'on a pu former 20 couples différents tout au long de la soirée et que chaque garçon a dansé avec chaque fille, et chaque fille avec chaque garçon ?</i>

Fig. 6 – Tableau d'exemples de la catégorisation de problèmes multiplicatifs de Vergnaud

Nous pouvons mettre en parallèle à ces deux catégories de problèmes de multiplication et de division définies par Vergnaud (1994) – les problèmes ternaires et les problèmes quaternaires -, deux catégories que Carpenter et al. (2015) citent dans leur ouvrage. Alors que Vergnaud (1994) définit les problèmes quaternaires comme des problèmes impliquant quatre données et se subdivisant en 3 types : les multiplications, les divisions-partitions et les division-quotitions ; Carpenter et son équipe (2015) parlent de 3 types de problèmes qu'ils nomment : multiplications, divisions de partage et divisions de contenance. Bien que les auteurs ne définissent pas leurs trois catégories de façon similaire, il nous semble évident qu'ils parlent de 3 mêmes catégories lorsque l'on observe leurs exemples. Aussi, Carpenter et al. (2015), nous parlent d'une autre catégorie de problème qu'ils considèrent plus complexe pour l'élève, les problèmes comparatifs multiplicatifs. Dans ces problèmes, nous retrouvons la catégorie des problèmes ternaires de Vergnaud explicités ci-dessus qu'ils définissent comme une catégorie de problème à part entière permettant de comparer des quantités et dans laquelle ils regroupent des problèmes qu'ils disent « symétriques » - des problèmes où le nombre de groupe et la quantité dans le groupe peuvent s'inverser - : les problèmes de surfaces, les problèmes de rangs et les problèmes de comparaison.

C'est en mettant en parallèle ces deux catégorisations des problèmes multiplicatifs que nous avons pensé notre questionnaire. Ainsi, nous n'accordons pas d'importance aux termes utilisés par les auteurs pour définir leurs catégories de problèmes multiplicatifs mais bien à la catégorisation elle-même, commune aux deux auteurs. C'est cette connaissance que nous tenterons d'évaluer auprès de notre échantillon.

B. Les types de stratégies des élèves et les façons dont les enseignants peuvent les exploiter

1. *S'intéresser à ce qui se passe dans la tête de l'élève*

Confrontés à des problèmes divers permettant de développer les concepts d'addition, de soustraction, de multiplication ou de division, les élèves utilisent des stratégies différentes quand bien même ils sont confrontés aux mêmes apprentissages (Polotskaia et al., 2015).

Face à certaines formes d'apprentissage, les élèves peuvent développer des modes de pensée différents. Certains auteurs opposent, par exemple, la pensée dite « relationnelle ou holistique », pensée qui permet de prendre en compte différents éléments et de les mettre en relation, à une pensée dite « instrumentale ou séquentielle », qui correspondrait davantage à une forme de pensée favorisant une compréhension de la situation comme un processus, comme une séquence d'événements (Polotskaia et al., 2015). Selon Skemp (1987), « *la pensée relationnelle ou instrumentale que les élèves utilisent pour comprendre les problèmes détermine fortement le développement des connaissances.*²⁶ » (cité par Polotskaia et al., 2015, p. 254). Un autre chercheur (Wachsmuth, 1981) insiste quant à lui sur l'importance de développer les deux modes de pensée si l'enseignant vise une pensée mathématique réussie (cité par Polotskaia et al., 2015).

Nesher et al. (1982) et Riley et al. (1984), cités par Polotskaia et al. (2015, p. 253), ont également développé une théorie selon laquelle le développement des connaissances relatives à la résolution de problèmes arithmétiques se ferait en 3 grandes étapes : une étape initiale liée à une compréhension séquentielle ou instrumentale, à cette étape l'élève a une compréhension étroitement liée à la compréhension des actions décrites dans le problème et a besoin de matériel pour se représenter ces actions; une seconde étape, ou plutôt, différentes étapes intermédiaires liées à la capacité de résolution de catégories de problèmes difficiles, mais pas de tous ; et, une étape finale relative à un mode de pensée holistique où l'élève est capable de voir la situation dans son intégralité et de manière flexible. Ces étapes pourraient constituer un autre moyen d'explication du développement des capacités de résolution de problèmes chez les élèves. Ce développement de la

²⁶ Traduit de l'anglais: « *The relational or instrumental thinking students use to understand word problems strongly determines further knowledge development (Skemp, 1987).* »

pensée de l'élève en résolution mathématique se reflète dans les stratégies de résolution que l'élève utilise. Il est donc nécessaire que l'enseignant ait une connaissance profonde de ces stratégies. Il devrait être capable de les analyser s'il souhaite comprendre ce qui se passe dans la tête de l'élève et utiliser des outils pédagogiques adaptés pour le guider dans son apprentissage.

Les stratégies de résolution des élèves

Cette connaissance essentielle à l'enseignement des premières opérations est, comme nous l'avons explicité précédemment, la connaissance des stratégies de résolution des élèves face à la variété de problèmes que l'on peut leur proposer. L'enseignant doit posséder les connaissances relatives aux stratégies utilisées par les élèves pour résoudre des problèmes s'il veut s'assurer de la maîtrise de l'apprentissage par ses élèves. Pour cela une analyse experte des stratégies de l'élève est nécessaire. En effet, comme le soulignent Polotskaïa et al. (2015) dans leur article, la solution proposée par l'élève peut parfois cacher une résolution inappropriée. « *Le phénomène de substitution de la structure et la stratégie directe peuvent [parfois] donner l'impression qu'un élève a atteint les étapes intermédiaires du développement de la compréhension de la résolution de problèmes* ²⁷ » alors que ce n'est pas le cas (Polotskaïa et al., 2015, p.256), c'est pour cela qu'il est essentiel que l'enseignant puisse discuter avec ses élèves de leurs stratégies ou conserver des traces de ces stratégies dans le but de réaliser une analyse plus approfondie de son niveau de compréhension face à un apprentissage précis.

Les stratégies de modélisation directe

Selon Carpenter et al. (1988), la plupart des jeunes enfants inventent des stratégies de résolutions informelles face aux différents types de problèmes qui leur sont proposés. Les différents types de problèmes seraient en relation étroite avec les types de stratégies utilisés par les élèves. Au début de leur apprentissage, les jeunes élèves se limiteraient à des stratégies de modélisation directe, telle que l'utilisation de leurs doigts ou d'objets pour représenter les quantités dans les problèmes, et ne pourraient représenter que l'action spécifique ou la relation décrite dans le problème. Certains problèmes ayant des structures plus complexes seraient donc moins évident à résoudre, car moins évident à « mettre en acte ». En effet, ces stratégies de modélisation directe, bien que très efficaces pour les plus jeunes élèves, peuvent amener les élèves au développement d'erreurs typiques si ceux-ci sont mis face à certains types de problèmes (Carpenter et al., 2015). Dans leur ouvrage, Carpenter et son équipe (2015), donnent un exemple d'erreur typique pouvant être développée chez les élèves utilisant des stratégies de modélisation directe. Dans un problème de type changement additif où l'inconnue est le changement : *Pierre a 3 bonbons. Combien doit-on encore lui en donner pour qu'il en ait 10*

²⁷ Traduit de l'anglais « *The structure substitution phenomenon and the direct translation strategy may create the impression that a student has reached the intermediate stages of word problem solving knowledge development.* »

comme le reste des élèves de la classe ? L'erreur typique d'un élève utilisant la stratégie de modélisation directe dans ce cas est de prendre la quantité de départ (3) d'y ajouter le changement pour arriver à la quantité finale (10) sans garder une trace de la quantité ajoutée (7). Il n'est alors pas capable de répondre correctement à la question posée. L'élève ne planifie pas la modélisation qu'il va faire ce qui le handicape, il ne tient pas compte de la question qui lui est posée. Il est essentiel que l'enseignant puisse analyser le détail descriptif de la stratégie que l'enfant utilise afin de la comprendre : l'enfant utilise-t-il ses doigts comme matériel de modélisation ou s'en sert-il de traces ? Le doigt est l'outil, il ne traduit pas la stratégie en soit. Tous ces arguments, nous ont permis de comprendre l'intérêt pour l'enseignant d'avoir une connaissance profonde des différents types de problèmes ainsi que des étapes du développement et des stratégies de résolution des élèves qui y sont étroitement liées.

Les stratégies de comptage

Toujours selon Carpenter et al. (2015), les stratégies de résolution de problèmes des élèves deviendraient plus abstraites à partir du moment où des problèmes de résolution directe amèneraient les élèves à des stratégies de comptage verbal. L'utilisation des stratégies de comptage remplaçant progressivement les stratégies de modélisation directe est une preuve du développement des concepts sur les nombres et le reflet d'une habileté sur les nombres devenus abstraits pour l'élève. Il est toutefois important de rappeler que l'utilisation des stratégies de modelage direct et des stratégies de comptage verbal sont souvent concourantes. L'utilisation de stratégies de comptage s'applique généralement dans un premier temps à des problèmes particuliers et où la stratégie de comptage est « facile » à appliquer.

En 1988, Carpenter et son équipe distinguaient déjà trois stratégies de comptage verbal : la stratégie de « counting on » - $8 + ? = 11 \rightarrow 8, 9, 10, 11.$ -, que l'on peut traduire par « comptage à partir de... », la stratégie de « counting on to » - $3 + 8 = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.$ -, que l'on peut traduire par « surcomptage » et, la stratégie de « counting back » - $8 + ? = 11 \rightarrow 11, 10, 9, 8.$ - que l'on peut traduire par « décomptage ». Dans leur ouvrage de 2015, Carpenter et al. abordent également le « skip counting », que l'on pourrait traduire par « le comptage par... » (comptage par un autre nombre que par 1, par exemple « le comptage par 3 », etc.). Ce type de comptage demande à l'enfant la compréhension du concept qu'un groupe (une quantité) de plusieurs éléments peut être totalisée comme un seul élément. Cette stratégie de comptage est davantage liée aux problèmes de multiplication ou de division. Ainsi, contrairement aux stratégies de comptage pour les problèmes d'addition ou de soustraction, les enfants n'utilisent pas aussi tôt des stratégies de comptage pour les problèmes de multiplication ou de division car elles sont plus difficiles à utiliser.

Les stratégies de (dé)compositions de nombres ou « techniques mémorisées »

Les premières années de l'apprentissage des nombres et des opérations constituent une longue période durant laquelle les élèves développent à la fois leurs concepts de nombre (en tant que quantité) mais aussi leurs stratégies de comptage. Durant cette période, certains élèves développent également, certains plus rapidement que d'autres, des (dé)compositions de nombres. Il peut s'avérer difficile de différencier l'utilisation extrêmement efficace (et rapide) de stratégies de comptage et l'utilisation de stratégies de (dé)compositions de nombres (Carpenter et al., 2015). Ces combinaisons constituent des « techniques mémorisées » leur permettant de résoudre plus efficacement d'autres combinaisons de nombres. Par exemple, un élève qui sait que $6 + 6 = 12$ et qui doit résoudre $6 + 8 = ?$, pourrait retrouver dans cette addition $6 + 6 = 12$ donc $6 + 8$ c'est 2 de plus que 12, soit $12 + 2 = 14$. Ces techniques mémorisées, bien qu'elles puissent sembler complexes, sont essentielles à tous les élèves en apprentissage qu'ils soient « bons » ou « en difficulté » (Carpenter et al., 1988). On pourrait penser que ces stratégies complexes ne sont utilisées que par les élèves les plus avancés mais ce n'est pas le cas. Même sans apprentissage spécifique, la plupart des enfants développent certaines techniques mémorisées sur les nombres avant de maîtriser toutes les techniques mémorisées sur les nombres de même niveau. Ces stratégies de (dé)compositions de nombres sont directement liées à la mémoire et entraînées par l'expérience répétée (Carpenter et al., 2015). Il est donc essentiel que l'enseignant confronte régulièrement l'élève à une variété de problèmes de différents types s'il veut l'aider à développer ces stratégies complexes mais efficaces. D'autant plus que selon les auteurs (Carpenter et al., 2015) et comme nous l'avons explicité précédemment, c'est le recours à un choix flexible de stratégies qui semble être le niveau le plus complexe de l'apprentissage des nombres et opérations.

Des stratégies plus complexes et variées

Selon Polotskaia et al. (2015), les stratégies directes et séquentielles, relevant d'un mode de pensée instrumentale, inhérentes au début de l'apprentissage des opérations, telles que les stratégies de comptage ou de manipulation peuvent s'avérer très lourdes quand les quantités, dans les problèmes, deviennent plus grandes et que les relations entre les quantités se complexifient. Pour ces problèmes, les élèves doivent développer de nouvelles stratégies plus adaptées comme les techniques mémorisées (citées ci-dessus) ou les stratégies de représentation.

Même si l'adulte pense plus aisée l'utilisation de calculs (d'équations), il semble plus intuitif pour l'enfant d'utiliser ses propres représentations. Ainsi, l'usage des flèches comme symbole, par exemple, semble plus confortable pour les enfants que les équations mettant en jeu le symbole d'égalité (Carpenter et al., 2015). Les élèves développent rapidement, quand les problèmes se complexifient, la stratégie papier-crayon. Cette stratégie de représentation se différencie de la

modélisation directe dans le sens où elle est davantage « statique » contrairement à la stratégie de modélisation directe qui est « dynamique ». L'avantage de cette stratégie pour l'élève mais aussi pour l'enseignant est qu'elle permet de garder une trace de la stratégie de résolution. Ainsi, cette stratégie permet à l'enseignant de comprendre comment l'élève a résolu un problème même s'il n'est pas présent lors de la résolution (Carpenter et al., 2015).

Selon Carpenter et al. (1988), l'analyse des différents types de problèmes et des stratégies utilisées par les élèves pour les résoudre offre un moyen efficace d'évaluer les PCK des enseignants en mathématiques. Aussi, toujours selon Carpenter et al. (2015), il est essentiel pour l'enseignant de distinguer les différents problèmes puisque ceux-ci influenceront les stratégies de résolution des élèves. Il sera donc intéressant d'évaluer ces catégories de connaissances auprès des enseignants de notre échantillon.

À la lumière des découvertes apportées par la recherche, il semble important que l'enseignant ait conscience des modes de pensée, des étapes de développement et des stratégies de résolution qu'il développe chez ses élèves. Il s'agit de connaissances profondes sur le sujet, parmi un grand nombre d'autres, que l'enseignant doit posséder s'il vise un enseignement efficace et le développement de la pensée mathématique de ses élèves.

2. S'intéresser à ce qui peut être mis en place par l'enseignant

Selon Carpenter et al. (2015), l'essentiel pour l'enseignant est de connaître ses élèves et leur mode de pensée afin d'y réagir au mieux. Le cadre explicité dans les paragraphes précédents donne à l'enseignant une base de compréhension du développement mathématique de l'enfant. Il permet d'identifier les problèmes que l'enfant peut résoudre et ceux dont il n'est pas encore capable de trouver la solution. Les auteurs insistent sur le fait qu'on ne peut proposer aux enseignants une marche à suivre ou une suite d'instructions pour aider les élèves à développer leur pensée mathématique. Cependant, comme de nombreux autres chercheurs, ils proposent dans leur ouvrage de nombreux outils pédagogiques à étudier et à adapter aux élèves.

Les problèmes en mots

Un premier outil pédagogique – outil dont nous avons parlé tout au long de cette revue de littérature - est l'enseignement des premières opérations via les problèmes en mots plutôt que par les opérations seules (sous forme de calculs). En effet, selon Carpenter et al. (2015), les problèmes en mots permettent aux élèves de développer leurs stratégies sur les nombres car les enfants se réfèrent au contexte (des boîtes, des cupcakes,...), pour faire la différence entre le nombre de groupes, le nombre dans le groupe et le total dans une multiplication par exemple. Proposer aux élèves une simple « équation » (un simple calcul) ne leur permettrait pas de pouvoir faire cette

distinction. Dans un cas de problème en mots, les enfants se réfèrent au contexte de l'histoire pour expliquer les liens entre les quantités.

L'enseignement des stratégies de résolution

Un second outil proposé par les chercheurs est l'enseignement des stratégies de résolution. En effet, bien que les élèves soient capables de développer eux-mêmes des stratégies de résolution efficaces, ce n'est pas le cas de tous les enfants. Il est donc plus qu'important d'enseigner ces stratégies en offrant aux enfants les opportunités de les construire et de les développer en discutant avec leurs pairs ou les enseignants eux-mêmes. Le partage de stratégies avec le maître ou les pairs fait partie intégrante du développement de la pensée mathématique des élèves (Carpenter et al., 2015). Ces stratégies étant complexes et variées – et cela, dès le plus jeune âge – il va de soi que les connaissances liées à leur enseignement soient tout aussi complexes et variées (Roy, 2014). C'est la raison pour laquelle il semble opportun de les étudier, afin, dans la mesure du possible, de les améliorer.

D'autres chercheurs ont également démontré l'efficacité de stratégies d'enseignement quant au développement des stratégies de résolution de problème chez les élèves. Ainsi, Polotskaia et al. (2015, p. 256-257) citent dans leur article, la recherche de Neef et al. (2003) sur l'apprentissage des rôles de chaque donnée dans un problème, celle de Deblois (2006) sur la rétroaction sur le problème résolu permettant la coordination des représentations et des procédures de résolution, mais aussi, celle d'Erdniev (1979) sur la résolution parallèle d'un problème et de son problème inverse et celle de Zamzam et Tselisheva (2010) sur la composition d'un problème inverse à la suite de la résolution d'un problème direct.

Carpenter et al. (2015) insistent quant à eux sur l'instauration d'un climat de confiance et d'acceptation où chaque élève développe ses propres stratégies individuelles et où chacun est libre de critiquer les stratégies de ses pairs. L'enseignant doit tenir compte des conceptions initiales de l'élève sur les mathématiques et le guider pour qu'il développe son propre mode de pensée mathématique. En effet, le fait de laisser les enfants résoudre avec leurs propres stratégies les problèmes permet d'éviter de nombreuses conceptions erronées souvent induites par l'imitation d'une stratégie du maître. Même si les stratégies ne sont pas toujours correctes, elles permettent à l'enfant de comprendre ses erreurs et de les corriger. Et, même si certaines stratégies propres à l'enfant semblent moins efficaces que les stratégies standards qui auraient pu être enseignées par le maître, laisser l'enfant développer ses propres stratégies lui permet d'éviter les conceptions erronées et les erreurs qui peuvent s'ancrer par la suite.

Toutefois, dans l'enseignement des stratégies, il est un enseignement qu'il faut à tout prix éviter, c'est l'enseignement de stratégies superficielles telles que « repérer les mots clés dans les problèmes », par exemple. Ces types de stratégies ne permettent pas à l'enfant de développer sa pensée mathématique et de voir un problème comme un tout unifié qu'il faut résoudre. Il faut aider l'élève à développer ses propres stratégies. La résolution de problème par des stratégies propres n'est pas résolument possible qu'avec les enfants rapides et qui apprennent facilement. Tous les enfants détiennent une base de modèles de résolution qui leur est propre. Et il est essentiel que l'enfant développe cette base pour mieux comprendre plutôt qu'on tente de lui apprendre des stratégies de résolution qui n'ont pas de sens pour lui (Carpenter et al., 2015).

La représentation des stratégies de résolution par l'élève

La littérature de recherche s'accorde également sur l'importance d'amener l'élève à représenter ses stratégies de quelque manière que ce soit. Elle donne deux arguments principaux pour défendre cette idée (Depaepe et al., 2013).

Premièrement, l'enseignement des représentations – et plus largement de la résolution de problème - amène à l'enseignement de la notation mathématique. En effet, la résolution de problème est un outil pour enseigner les symboles mathématiques car ceux-ci ont alors un sens pour l'enfant qui s'en sert pour exprimer des idées qu'il a déjà comprises. L'apprentissage des symboles et des procédures mathématiques ne s'enseigne pas pour lui-même, c'est un apprentissage qui doit s'insérer dans l'apprentissage de résolution de problèmes. Ainsi, les procédures enseignées sont flexibles et adaptées à toutes les situations puisque c'est en les rencontrant dans diverses situations que l'élève les apprend (Carpenter et al. 2015).

Ensuite, la représentation de stratégies sous n'importe quelle forme (schémas, dessins libres, ...) est un outil de réflexion pour le maître et pour l'élève. C'est un outil réflexif de métacognition, elle permet à l'élève et à l'enseignant de déterminer si la stratégie est correcte, si on peut appliquer cette stratégie dans différents cas et ce qui peut rendre la stratégie plus efficace. De plus, c'est également un outil de développement entre élèves, puisqu'elle permet, pour les autres élèves, de comprendre la stratégie d'un pair (Depaepe et al., 2013).

Des recherches contemporaines en matière d'enseignement des premières opérations via la résolution de problèmes révèlent que l'instruction basée sur le schéma permettrait de développer les connaissances profondes des élèves leur permettant de devenir de « bons solutionneurs » de problèmes. Certains chercheurs ont même démontré le lien entre certaines formes de représentations de problèmes et des stratégies efficaces de résolution (Polotskaia et al., 2015).

« Toute représentation graphique ou schématique donne potentiellement aux élèves un accès visuel rapide à l'ensemble du système de relations quantitatives décrites dans le problème. ²⁸ » (cité par Polotskaia et al., 2015, p. 256).

Principes et objectifs d'un enseignement des stratégies de résolution

Polotskaia et al. (2015), dans la conclusion de leur recherche, insistent sur deux objectifs principaux liés à un enseignement explicite efficace des premières opérations en mathématique : la connaissance des relations entre les nombres – qui se fait par la confrontation des élèves à des problèmes de types variés - et le développement d'une pensée holistique et flexible chez les élèves – qui se fait, quant à elle, par le développement des stratégies de résolution des élèves.

Carpenter et al. (2015) citent également deux étapes à l'enseignement de la pensée mathématique. Ces étapes correspondent aux objectifs cités ci-dessus par Polotskaia et al. (2015). La première étape consiste à poser le problème. C'est-à-dire choisir un problème dans un contexte proche de l'élève, accessible, proposant un défi à l'enfant, permettant d'amener l'enfant à atteindre l'objectif fixé en termes de types de problèmes et de nombres. Cette étape nécessite que l'enseignant soit capable de choisir le type de problème adapté à l'enseignement qu'il souhaite mener. La seconde étape consiste quant à elle à susciter la réflexion de l'élève. C'est-à-dire adapter les outils proposés pour supporter leur pensée, encourager l'élève à la résolution et créer un environnement de travail où l'enfant voit que les stratégies différentes sont respectées et célébrées. Cette étape correspond, en d'autres mots, au développement des stratégies de résolution de l'élève.

Dans leur ouvrage, Carpenter et al. (2015) explicitent ces deux étapes afin de guider les enseignants dans leur enseignement. Ils explicitent ainsi les principes liés à chacune de ces deux grandes étapes.

Concernant l'étape qui consiste à poser le problème, Carpenter et al. (2015) proposent trois principes liés à cette étape : la lecture du problème (par le maître, par les élèves collectivement ou par l'élève lui-même), la vérification de la compréhension de l'histoire (dépendante des stratégies que l'élève utilisera) et la reformulation du problème par l'élève ou les élèves afin d'assurer la compréhension. Les auteurs insistent sur le fait que la reformulation ne doit pas être un début de résolution. La seconde étape qui consiste à « susciter la réflexion chez les élèves » impose le respect de six principes quant à elle : interroger régulièrement les élèves sur leurs pensées, trouver des façons pour que chaque élève puisse expliquer au maître ou à ses pairs sa façon de penser, suivre/surveiller les interrogations spécifiques que les élèves partagent ou font, questionner les stratégies correctes, incorrectes et incomplètes, observer les élèves dire ou montrer ce qu'ils ont

²⁸ Traduit de l'anglais: « Any graphical or schematic representation potentially gives students rapid visual access to the entire system of quantitative relationships described in the problem. »

fait et les aider à adapter leur stratégie ou à essayer une nouvelle, écouter et observer les élèves et essayer de ne pas imposer nos idées aux élèves (Carpenter et al., 2015).

Ces principes sont des conseils que les auteurs donnent à l'enseignant et qui correspondent à ce que nous avons pu trouver dans la littérature et expliciter en amont dans ce travail. C'est pourquoi nous avons décidé de nous y référer pour construire notre questionnaire de recherche.

Toutes les recherches citées démontrent la variété des démarches méthodologiques possibles liées au développement de la compréhension des opérations des élèves. Il semble donc intéressant de se pencher sur les connaissances qu'ont les enseignants des stratégies d'enseignement efficaces citées dans la littérature. Notre axe d'analyse s'attardera donc plus précisément sur la sélection des outils proposés à l'élève (le type de problème, par exemple) ainsi que sur l'enseignement des stratégies de résolution de problèmes et le développement de la pensée holistique de l'élève.

III. Les connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations mathématiques selon le curriculum de formation initiale des instituteurs en Fédération Wallonie-Bruxelles

Comme nous l'avons relevé au début de cette revue de littérature, l'une des limites de l'utilisation d'un modèle de référence des types de connaissances étranger – que ce soit celui de Shulman de 1986 ou celui auquel nous avons choisi de faire référence de Ball et al. de 2008 – est que le concept de PCK défini en terme « d'enseignement expert d'une discipline » est normatif (Depaepe et al. 2013). C'est-à-dire que ce qui est défini par la littérature comme connaissances nécessaires pour un enseignement expert dans une discipline est en accord avec les normes culturelles du système éducatif dans lequel cet enseignement s'inscrit (Depaepe et al., 2013). C'est la raison pour laquelle nous avons décidé de nous pencher sur les connaissances que le curriculum de formation initiale (FI) en Fédération Wallonie-Bruxelles (FWB) visent pour ces futurs enseignants. Nous espérons ainsi pouvoir faire des liens entre ce que la littérature – principalement anglophone – à laquelle nous faisons référence préconise et ce que notre système éducatif en FWB préconise pour nos enseignants du primaire.

Selon le Décret de la Communauté française du 18 décembre 2013 définissant le paysage de l'enseignement supérieur et l'organisation académique des études (2013) (ou décret Paysage), en F.W.B, 14 hautes écoles – sur les 19 reconnues en FWB - délivrent un diplôme pédagogique. Certaines de ces hautes écoles comportent plusieurs implantations. Au total, ce sont 27 implantations différentes qui peuvent délivrer un diplôme d'instituteur primaire. Nous proposons

en annexe un tableau reprenant la répartition des hautes écoles et de leurs implantations délivrant un diplôme pédagogique d'instituteur primaire sur le territoire de la FWB – sur la base des annexes du décret Paysage (2013) (*Annexe A – Analyse du nombre d'heures minimal de formation en didactique et d'enseignement de savoirs disciplinaires nécessaires au développement de connaissances pour l'enseignement des mathématiques et répartition de celles-ci*).

L'ensemble des programmes des hautes écoles de la FWB destinés à la formation d'instituteurs primaire est régi par les décrets Paysage (2013) et Décret de la Communauté française du 19 janvier 2001 définissant la formation initiale des instituteurs et des régents (2001). Dans ce dernier décret sont définies les nombres d'heures minimales qui doivent être consacrés à chacune des activités d'enseignement de la formation initiale.

Sur la base des décrets cités précédemment et des curriculums de formations des hautes écoles de la FWB proposant la formation initiale d'instituteur primaire, nous avons réalisé une analyse dans le but de définir, dans un premier temps, le nombre d'heures maximal consacré à l'enseignement de la didactique et des savoirs disciplinaires en mathématiques et, dans un second temps, le nombre d'heures moyen consacré à l'enseignement de la didactique et des savoirs disciplinaires en mathématiques lié à l'enseignement des opérations plus précisément. Cette analyse complète se retrouve également en annexe (cf. *Annexe A*).

Ainsi, sur la base de notre analyse et de l'Arrêté du Gouvernement de la Communauté française fixant les grilles de référence de la formation disciplinaire et interdisciplinaire prévues dans le décret du 12 décembre 2000 définissant la formation initiale des instituteurs et des régents (2003), nous pouvons dire qu'il y a dans le cursus d'un bachelier instituteur primaire approximativement 180 heures qui sont réellement consacrées à l'enseignement des connaissances qui nous intéressent dans la présente étude, c'est-à-dire l'enseignement des CK et des PCK spécifiques à l'enseignement des mathématiques. Cependant, ce nombre d'heures est à relativiser pour deux raisons essentielles. Premièrement, parce qu'il est certain que certaines connaissances relatives à la discipline (les mathématiques) peuvent être enseignées durant d'autres heures d'enseignement appartenant à d'autres axes : les heures de savoir-faire (heures d'atelier de formation professionnelle et de stage), par exemple. Deuxièmement, parce qu'il faut également tenir compte du fait que ce nombre d'heures doit également se répartir en fonction des différentes sous-disciplines des mathématiques, qui sont elles aussi précisées dans l'Arrêté du Gouvernement de la Communauté française fixant les grilles de référence de la formation disciplinaire et interdisciplinaire prévues dans le décret du 12 décembre 2000 définissant la formation initiale des instituteurs et des régents (2003), à savoir : la logique, les nombres et opérations, les grandeurs et mesures, la géométrie, la résolution de

problèmes et le traitement de données. Il est à noter que la FWB semble distinguer les « nombres et opérations » de la « résolution de problème ».

L'analyse approfondie des programmes des hautes écoles de la FWB délivrant un diplôme d'instituteur primaire, nous a permis de réaliser un histogramme (cf. *Annexe A*) fixant la moyenne d'heures consacrées à l'enseignement des savoirs disciplinaires et de la didactique en mathématiques à 192 heures. Après l'analyse plus en profondeur de ces programmes, on peut s'apercevoir que certaines hautes écoles consacrent des cours à des domaines ciblés – liés à notre recherche – tels que : les apprentissages fondamentaux du cycle 5-8 en mathématiques, la résolution de problèmes ou la numération et les opérations. Il est alors intéressant de se pencher sur les objectifs visés par ces cours s'intéressant plus précisément aux domaines de connaissances ciblés dans la présente étude.

A. Mise en relation des connaissances ciblées par les programmes de HE et des connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations selon la littérature de recherche

Après avoir analysé l'ensemble des programmes de Haute École de la FWB disponibles (cf. *Annexe A*), nous pouvons affirmer qu'il est impossible de vérifier sur la base de ceux-ci une correspondance quelconque avec les objectifs précis préconisés par la littérature de recherche à laquelle nous avons fait référence. En effet, la plupart de ces programmes restent flous concernant leurs objectifs. De plus, sur la base de notre analyse, nous pouvons faire l'hypothèse d'une divergence entre les programmes des hautes écoles.

Par ailleurs, nous pouvons nous baser sur les objectifs communs – plus larges, certes – que chaque Haute École doit viser : ceux définis dans le décret définissant la formation initiale des instituteurs et des régents (2001). Ainsi, les objectifs tels que définis dans l'article 7 de ce décret, définissent certains objectifs pouvant être mis en lien avec les connaissances préconisées par la littérature de recherche : avoir une connaissance approfondie de la matière qu'il enseigne, maîtriser les outils didactiques spécifiques à la discipline enseignée et rendre l'enseignant apte à rencontrer les exigences du terrain et à s'y adapter en permanence (Article 7 du Décret définissant la formation initiale des instituteurs et des régents, 2001, p.3). Ces objectifs, ainsi explicités, nous confortent dans la nécessité d'actualisation des connaissances des enseignants au regard de la littérature de recherche dans chacun des domaines dans lequel ils enseignent. Cette littérature de recherche, principalement étrangère, étant ce qui semble être le plus actuel dans le domaine, nous pouvons considérer que les enseignants de FWB devraient y être familiers. L'étude des connaissances des

enseignants de FWB à partir de modèles d'étude des connaissances étrangers ne semble alors pas constituer un frein à notre recherche.

Formulation de la question de recherche

Le principal objectif de notre recherche est l'étude des connaissances de enseignants nécessaires à l'enseignement des premières opérations arithmétiques en début d'enseignement primaire. Pour ce faire, nous avons construit un questionnaire, puisqu'il n'en existe pas à notre connaissance.

Ainsi notre première question de recherche peut être formulée comme suit : « Dans quelle mesure notre questionnaire tel qu'il a été construit nous permet-il d'évaluer les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ? ». À travers cette question de recherche, nous tenterons d'identifier les limites de notre questionnaire afin d'envisager d'éventuelles améliorations qui permettraient de réutiliser cet outil dans d'autres études. Nous répondrons à cette question en analysant en profondeur les données récoltées auprès de notre échantillon lors de notre étude exploratoire.

Notre seconde question de recherche se penche, quant à elle, sur l'étude exploratoire des connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations arithmétiques en début d'enseignement primaire des enseignants de notre échantillon. Ainsi, nous formulerons cette seconde question de recherche comme telle : « Quelles sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ? ». À travers cette seconde question de recherche, nous tenterons de mettre en parallèle les connaissances des enseignants telles que nous les avons mesurées et celles préconisées par la littérature de recherche.

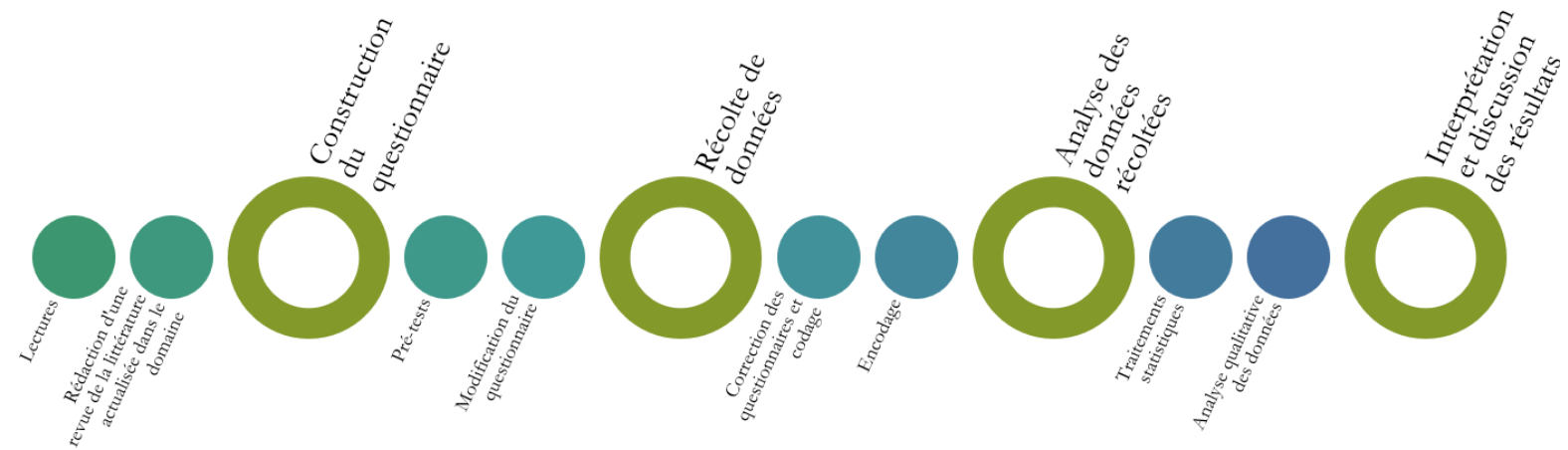
Méthodologie de la recherche

I. Méthodes et instruments

Pour notre étude, nous avons décidé de recourir à une méthodologie exploratoire. Ce qui veut dire que cette étude se veut être une étude pilote dans le domaine précis cité précédemment.

Nous présentons ci-dessous un schéma représentant les étapes méthodologiques de notre recherche qui est composée de différentes sous-étapes s'interposant entre ces quatre étapes principales :

- la construction de l'outil de récolte de données, du questionnaire ;
- la récolte de données ;
- l'analyse des données récoltées ;
- et, l'interprétation et la discussion des résultats de la recherche.



A. Construction du questionnaire

1. Synthèse des connaissances liées à l'enseignement des premières opérations

TYPES DE CONNAISSANCES		
	Connaissances de contenu et de l'enseignement	Connaissances de contenu et des étudiants
CATEGORIES DE CONNAISSANCES	Connaissances spécialisées de contenu	Connaissances liées à la complexité du problème par rapport à la place de l'inconnue ou au type de problème en fonction du niveau de développement mathématique de l'élève.
	Les types de problèmes et variables qui affectent leurs différences	<ul style="list-style-type: none"> Connaissances liées aux types de problèmes additifs, soustractifs, de multiplication ou de division, à la catégorisation des problèmes arithmétiques (également liées au développement de concepts arithmétiques tel que la commutativité, par ex.). Connaissances liées aux facteurs influençant le type/ la structure du problème : valeurs numériques impliquées, vocabulaire de l'énoncé,...
	Connaissances de contenu et de l'enseignement	Connaissances liées aux stratégies reflétant les niveaux de développement de la pensée mathématique de l'élève.
	Connaissances de contenu et de l'enseignement	Connaissances liées aux stratégies les plus utilisées/ les plus probables en fonction du problème (et de la place de l'inconnue dans le problème) proposé.
	Connaissances de contenu et de l'enseignement	Connaissances liées aux erreurs typiques des élèves face à certains types de problème.
	Connaissances de contenu et de l'enseignement	Connaissances des méthodes d'enseignement efficaces et inefficaces (selon la littérature de recherche).
	Connaissances de contenu et de l'enseignement	Connaissances liées aux stratégies informelles des élèves et au comportement de l'enseignant lié à ces stratégies.

Fig. 7 – Tableau reprenant la synthèse des connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations

Notre revue de littérature de recherche, et la synthèse qui en a été faite ci-dessus, constituent la base de la construction de notre questionnaire. Celle-ci nous a permis d'envisager le présent questionnaire selon deux axes principaux à partir de différents modèles catégorisant les connaissances des enseignants (le *modèle 3D de Leikin* (2006), le *modèle de Shulman* (1986), le *modèle de médiation entre la connaissance pédagogique du contenu mathématique et la connaissance du contenu de Baumert et al.* (2010) et le *modèle « Mathematical Knowledge for Teaching » (MKT) de Ball et al.* (2008)). Le premier axe est constitué des différents types de connaissances que nous avons retenus dans notre revue de la littérature : les *connaissances spécialisées de contenu (SCK)*, des connaissances actualisées propres à l'enseignement liées aux connaissances profondes des contenus du sujet d'enseignement et à la compétence de justification de ses choix pédagogiques en matière de contenu ; les *connaissances de contenu et des étudiants (KCS)*, des connaissances de l'étudiant liées aux connaissances conceptuelles et procédurales à apporter à l'étudiant lors de l'apprentissage, aux idées fausses que l'étudiant peut se faire dans le domaine, aux étapes de compréhension par lesquelles passent l'élève et aux stratégies de résolution que l'élève peut utiliser en fonction des problèmes qui lui sont proposés ; et, les *connaissances de contenu et de l'enseignement (KCT)*, des connaissances de l'enseignement liées aux méthodes d'enseignement, aux techniques d'évaluation de l'étudiant, au diagnostic de ses idées fausses et aux stratégies éducatives pour les éliminer. Nous avons choisi de construire un questionnaire permettant d'évaluer ces trois types de connaissances. Ainsi, nous avons fait le choix de rédiger un nombre relativement équitable d'items pour évaluer chaque type de connaissance.

Pour rédiger ces items, nous avons également envisagé un second axe. Ce second axe comprend les deux grandes catégories de connaissances que nous avons relevées dans notre revue de littérature de recherche, c'est-à-dire : les types de problèmes et variables qui affectent leurs différences et, les types de stratégies et méthodes d'enseignement pour les exploiter. Nous avons donc également décidé de répartir de façon équitable le nombre d'items rédigés entre ces deux catégories de connaissances. Ainsi, nous disposons de sous-ensembles d'items évaluant chaque type de connaissance dans chaque catégorie de connaissance donnée.

Même si le questionnaire construit fut envisagé autour des axes principaux cités ci-dessus, nous avons décidé d'ajouter à cet ensemble d'items une première partie. L'intérêt de cette partie est simplement de décrire notre échantillon. Ainsi, dans cette première partie, nous avons posé des questions générales nous permettant de décrire notre échantillon en conservant l'anonymat des participants (âge, année d'ancienneté, etc.) ainsi que des questions principalement liées aux pratiques d'enseignement des participants à notre étude. Notre objectif étant de mettre en lumière les pratiques déclarées par les enseignants participants à notre étude et de les mettre en lien avec les pratiques préconisées par la littérature de recherche. Pour cette partie, nous nous sommes

principalement inspirés de l'enquête auprès des enseignants du cycle 5-8 de l'enseignement ordinaire et de l'enseignement spécialisé de Fagnant et Hindryckx (2005) qui s'interrogeait plus largement sur les pratiques enseignantes liées aux premiers apprentissages mathématiques et à la place qu'y occupe la résolution de problèmes.

Comme nous venons de le préciser ci-dessus, l'axe principal de notre questionnaire s'intéresse aux connaissances des enseignants dans le domaine de l'enseignement des premières opérations de façon ciblée. Pour construire cette seconde partie de notre questionnaire, nous avons tenté de réaliser une revue de la littérature de recherche actualisée et la plus pertinente possible. Nous avons également analysé des questionnaires existants dans le domaine de l'étude des connaissances des enseignants tels que le MKT Measures de Ball et al. (2008) ou encore les échantillons d'items proposés dans les études de la TEDS-M (2008). Cependant, nous avons été forcés de constater qu'aucune étude ne se penchait précisément sur notre sujet d'étude et que, par conséquent, aucun questionnaire existant n'y était adapté. C'est pour cela que nous avons pris la décision de construire notre questionnaire en rédigeant chacun des items qui le composent.

2. *Structure du questionnaire*

Le questionnaire construit est ainsi composé de deux parties :

- Une partie descriptive de l'échantillon : profils de l'échantillon (l'identification) et profil d'enseignement (les pratiques déclarées des enseignants liées à l'enseignement des premières opérations) ;
- Et, une seconde partie nous permettant d'explorer la variété des connaissances (de tous types et des deux grandes catégories concernées) nécessaires à l'enseignement des premières opérations.

Partie 1 : description de l'échantillon

L'identification (partie 1A du questionnaire)

Cette première partie du questionnaire a un objectif purement informatif. Il nous a permis de récolter des informations quant aux participants de notre étude telles que : leur âge, leur sexe, l'année d'enseignement dans laquelle ils enseignent, le nombre d'années d'enseignement, le nombre d'années d'enseignement dans le degré concerné par notre étude et le nombre de formations spécifiques à l'enseignement des premières opérations suivies.

Le choix de ces items a notamment été influencé par l'étude de Kleickmann (2013), étude évaluant les PCK des enseignants, citant l'expérience de terrain (*ancienneté*) et la formation continue

et initiale (*nombre de formations spécifique à l'enseignement des premières opérations suivies*) comme sources potentielles de développement des connaissances en matière d'enseignement.

Les pratiques déclarées des enseignants liées à l'enseignement des premières opérations (partie 1B du questionnaire)

Dans cette partie, deux thématiques principales ont été abordées : l'introduction des premières opérations (méthodes d'enseignement liées aux représentations des opérations et moment d'introduction des différentes opérations) et l'introduction des problèmes arithmétiques (moment d'introduction, lien entre cet enseignement et l'enseignement des premières opérations et conceptions).

L'objectif étant d'analyser les pratiques déclarées au sein de notre échantillon et de les mettre en lien avec les pratiques prônées par la littérature de recherche. Il s'agissait notamment d'observer l'éventuel décalage entre l'introduction de l'addition et celle de la soustraction, ou encore de l'addition et de la soustraction par rapport à la multiplication et à la division, ce qui ne correspond pas à ce que les recherches préconisent. Il s'agissait également d'interroger les enseignants sur les représentations utilisées lors de l'introduction des premières opérations (diagramme de Venn, calculs, problèmes, ...) et sur l'importance accordée à la résolution de problèmes arithmétiques dans l'apprentissage des premières opérations.

Partie 2 : Étude de la variété des connaissances (de tous types et des deux grandes catégories concernées) nécessaires à l'enseignement des premières opérations

Dans cette partie, constituant le cœur même du questionnaire, notre objectif était d'analyser précisément les connaissances des enseignants quant à l'enseignement des premières opérations. Pour ce faire, nous proposons aux participants 19 tâches et situations pédagogiques auxquelles l'enseignant devait réfléchir et pour lesquelles il devait, dans la plupart des cas, fournir une explication détaillée ou une justification à sa réponse (12/19).

Cette partie était basée sur le tableau présenté précédemment synthétisant les connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations selon la littérature de recherche. Chaque cellule de ce tableau étant représentée par une question au minimum.

3. Formulation des questions

Comme nous l'avons explicité précédemment, pour formuler les questions de notre questionnaire, nous nous sommes non seulement basé sur le tableau synthétisant les connaissances préconisées par la littérature de recherche mais également, pour ce qui est de la rédaction des questions elles-mêmes, de questionnaires existants dans le domaine de l'étude des connaissances des enseignants tels que le MKT Measures de Hill, Schilling et Ball 2004 ou encore les échantillons d'items proposés dans les études de la TEDS-M (2008).

Nous présentons en annexe (*Annexe B – Tableaux d'analyse de chaque item*) une analyse de chacun des items composant la partie principale du questionnaire (partie 2) structurée en fonction du tableau synthèse repris ci-dessus selon les types et les catégories de connaissances. Au regard de chacun de ces items, nous proposons la réponse attendue, le codage appliqué ainsi qu'une courte analyse en lien avec la littérature de recherche.

Nous vous présentons ci-dessous un exemple de tableau du type de ceux présentés de façon détaillée en annexe.

Question 2	Réponse attendue
<p>Le(s)quel(s) de ces problèmes choisiriez-vous pour développer chez vos élèves le principe de commutativité dans les opérations de multiplication ?</p> <p>A. <i>Sur son champ de bataille, Julien a disposé 3 rangées de 6 petits soldats. Combien a-t-il disposé de petits soldats en tout ?</i></p> <p>B. <i>Zoé collectionne les dinosaures miniatures. Aujourd'hui, sa maman lui a acheté 4 boîtes dans lesquelles il y avait à chaque fois 5 dinosaures. Combien a-t-elle reçu de dinosaures aujourd'hui par sa maman ?</i></p> <p>C. <i>Sacha construit des tours de briques. Il décide de construire 5 tours de 5 briques. De combien de briques aura-t-il besoin ?</i></p> <p>a. Cochez une seule réponse ci-dessous.</p> <p>a. Le problème A.</p> <p>b. Le problème B.</p> <p>c. Le problème C.</p> <p>d. Les problèmes A et B.</p> <p>e. Les problèmes B et C.</p> <p>f. Les problèmes A et C.</p> <p>g. Les 3 problèmes (A, B et C).</p> <p>h. Aucun des 3 problèmes.</p> <p>b. Justifiez ci-dessous votre choix.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 450px; margin-top: 5px;"></div>	<p>Le problème A est le problème que le répondant devrait choisir s'il souhaite développer le concept de commutativité. En effet, il s'agit d'un problème symétrique.</p> <p>Ce type de problème permet la commutativité entre les deux termes sans perte de sens dans le problème initial : 3 rangées de 6 soldats ou 6 rangées de 3 soldats, c'est la même chose.</p> <p>Le problème C pourrait lui aussi être considéré comme symétrique (on pourrait y voir 5 étages de 5 briques) mais les nombres seraient mal choisis pour développer le concept : 5×5 ou 5×5, difficile de faire la différence...</p>
Codage	
<p>1 si le répondant choisit la réponse a, même si la justification n'est pas exacte. 0 si le répondant choisit une autre réponse.</p>	
Analyse de la question	
<p>À partir de cette question, nous tentions de déterminer la capacité du répondant à identifier le type de problème dit « problème symétrique » (Carpenter et al., 2015) permettant de développer le concept de commutativité. Ce type de problème est, en effet, le type de problème le plus intéressant pour développer ce concept de commutativité comme l'expliquent Carpenter et al. (2015) dans leur ouvrage. Cependant, pour développer ce concept, il est également essentiel de tenir compte d'un autre paramètre : les nombres choisis dans le problème, qui ne peuvent pas être identiques sinon pas démonstratifs. Cette connaissance est une SCK puisqu'elle n'est propre qu'à l'enseignant et qu'elle permet à l'enseignant de justifier son choix de problème pour développer un concept.</p>	

Fig. 8 – Exemple de tableau d'analyse d'un item

II. Définition de l'échantillon

Pour cette étude, nous avons réalisé un échantillon de convenance. Nous avons récolté lors de cette étude 41 questionnaires. Le nombre de participants attendus se situant entre 30 et 50 participants, nous sommes donc satisfaits quant à notre récolte de données. Ce nombre a été envisagé sur la base d'autres études (An, Kulm et Wu, 2004 ; Carpenter et al., 1988) approximativement similaires et étudiant les connaissances d'enseignant de façon statique. Nous avons décidé de recruter des instituteurs(trices) exerçant dans l'enseignement primaire, quelle que soit l'année dans laquelle ils enseignent puisque leur formation initiale et leur diplôme les autorisent à exercer dans les différentes classes du primaire. Ceci nous a permis d'élargir la sélection de participants. Pour atteindre cet effectif, deux méthodes de collecte de données ont été utilisées : la procédure de recrutement s'est donc faite via le « bouche à oreille » ainsi que par l'intermédiaire d'institutions (les établissements scolaires fondamentaux) de la région liégeoise. Nous avons demandé l'accord des directeurs d'établissement pour remettre en main propre à chaque enseignant un questionnaire. S'agissant d'une étude exploratoire où nous souhaitons récolter des informations quant à l'efficacité d'un outil créé dans un premier temps et quant aux connaissances d'un échantillon d'enseignants dans un second temps, nous avons distribué aléatoirement les questionnaires sans tenir compte d'autres critères que ceux cités précédemment. L'échantillon n'est par conséquent pas représentatif de la population, ce qui confirme bien le statut exploratoire de l'étude.

III. Attentes en regard de la question de recherche formulée

A. Attentes en regard de notre première question de recherche

En regard de notre première question de recherche, « Dans quelle mesure le questionnaire tel qu'il a été construit permet-il d'évaluer les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations ? », nous avons diverses attentes quant aux résultats de la présente étude.

Nous avons organisé deux prétests durant lesquels les enseignants répondaient dans un premier temps seuls aux différents items du questionnaire sous l'observation du chercheur, avant de commenter avec ce dernier chacun de items (questionnement, incompréhension, reformulation, etc.). À la suite des prétests, nous avons modifié le questionnaire afin de répondre à des limites que nous avons pu repérer.

Ainsi, nous avons reformulé certaines questions dont le sens posait problème au répondant, nous avons inséré davantage de sous-questions demandant à l'enseignant une justification et nous

avons également modifié l'ordre des questions car certaines questions influençaient la réponse à d'autres questions et d'autres questions demandant une longue concentration de la part du répondant arrivaient trop tôt ou trop tard dans le questionnaire.

Malgré les modifications réalisées, nous avons conscience des limites qui pourraient être liées à notre questionnaire. Premièrement, nous avons fait le choix d'étudier trois types de connaissances de l'enseignant pour chacune des deux catégories de connaissances liées à l'enseignement des premières opérations. Ce choix nous a contraints à proposer un questionnaire composé de 19 items dont une grande partie demande la rédaction d'une réponse ou d'une justification. La durée de complétion du questionnaire, approximativement 40 minutes, peut par conséquent constituer une limite à notre recherche. En effet, comme le formule Midy (1996) dans son étude, un des biais possibles pouvant entraîner une erreur de mesure est notamment ce qu'elle appelle un « *effet de caractéristiques formelles* » qui peut être lié à la complexité ou à la longueur d'un questionnaire (Midy, 1996, p.3).

Deuxièmement, « un effet de contexte », concernant l'ordre des items pourrait également constituer un biais à notre étude. En effet, même si nous avons modifié l'ordre de nos questions à la suite des discussions avec les répondants lors de nos prétests, nous ne pouvons affirmer avoir éliminé cet effet qui peut donc toujours constituer un biais puisque nous n'avons pas retesté les répondants par la suite.

Enfin, la dernière limite que nous avons envisagée était liée à la classification de nos items dans notre tableau en fonction des types de connaissances et des catégories de connaissances. En effet, bien que nous ayons construit notre questionnaire sur la base de nos propres définitions des types et des catégories de connaissances, nous rappelons que ces catégories restent théoriques et ne peuvent être entièrement cloisonnées (Ball et al., 2008). Cette limite nous laisse présager une faible cohérence interne entre les items d'une même colonne ou d'une même ligne de notre tableau (types et catégories de connaissances).

B. Attentes en regard de notre seconde question de recherche

Par rapport à notre seconde question de recherche qui était formulée comme suit « Quelles sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ? », nous n'avions pas d'attente particulière. En effet, comme nous l'avons déjà signifié dans notre introduction, aucune étude de ce genre n'a encore été réalisée à notre connaissance. Nous ne pouvons donc pas émettre d'hypothèse tangible. Par ailleurs, au vu de nos recherches sur la formation initiale des instituteurs primaires, nous

pouvons imaginer que les résultats pourraient être très variables en raison des programmes variés auxquels ces derniers auraient pu être confrontés.

Présentation des résultats

I. Analyse descriptive des données récoltées

A. Données descriptives de la partie 1 du questionnaire

Nous avons décidé d'insérer dans notre questionnaire une première partie. Cette première partie se subdivise en deux : les données d'identification et les données liées aux profils d'enseignement. Nous espérons obtenir, grâce à cette première partie, des données pour décrire notre échantillon en termes de données d'identification tels que leur âge, leur sexe, etc. (partie 1 A- données d'identification) ainsi que des données liées à leurs pratiques déclarées d'enseignement des premières opérations (partie 1B – profils d'enseignement). Ainsi, nous espérons décrire davantage les données obtenues en regard de notre échantillon.

1. Données d'identification (partie 1A)

Dans la partie A de cette première partie du questionnaire, nous avons proposé 6 items nous permettant de décrire notre échantillon. Ceux-ci s'intéressaient à l'âge, au sexe, à l'année d'enseignement en cours, à l'ancienneté, à l'ancienneté dans le cycle 2 et aux nombres de formations spécifiques à l'enseignement des premières opérations suivies par l'enseignant participant.

Nous vous présentons ci-dessous un tableau reprenant ces données quantifiant le nombre de participant selon chaque critère (sur 41).

Sexe	Homme		Femme		
	8		33		
Âge	- de 25 ans	25 à 40 ans		+ de 40 ans	
	7	20		14	
Cycle d'enseignement	Cycle 2	Cycle 3	Cycle 4	Pas de réponse	
	17	13	9	2	
Ancienneté	0 à 5 ans	6 à 10 ans	11 à 20 ans	+ de 20 ans	Pas de réponse
	11	12	7	10	1

Ancienneté dans le cycle 2	0 à 5 ans		6 à 10 ans		11 à 20 ans		+ de 20 ans	
		29		5		5		2
Nombre de formations spécifiques suivies	0	1	2	3	+ de 3	Pas de réponse		
	29	5	4	1	1	1		

Fig. 9 – Tableau synthétisant les données récoltées à partir de l'identification (partie 1A)

À partir de ce tableau, on peut observer une répartition homme/femme inégale. Cette répartition, en faveur des femmes, est en cohérence avec les chiffres relevés par les indicateurs de l'enseignement de 2018 qui relevait 82% de femmes dans la fonction d'instituteur dans l'enseignement primaire (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2017). Concernant les âges des participants, on peut observer une répartition légèrement en faveur de la tranche 25-40 ans. Cette répartition pourrait s'expliquer par la méthode de récolte de données. La plupart des données ayant été récoltées par le bouche-à-oreille, il est possible qu'il y ait eu un « effet d'entourage », c'est-à-dire que la plupart des participants volontaires seraient des personnes proches du chercheur et correspondraient davantage à cette tranche d'âge. Au niveau de l'ancienneté, tout cycle confondu, la répartition est équitable. À partir des données récoltées à l'aide des 4 premiers items, on peut observer une certaine mixité au sein de notre échantillon.

Les items 5 et 6, nous ont permis de relever des tendances qui pourraient nous être utiles dans la suite de nos analyses. La répartition en fonction de l'ancienneté d'enseignement dans le cycle 2, nous montre, par exemple, que la plupart des enseignants interrogés ont moins de 5 ans d'ancienneté dans ce cycle. Enfin, concernant le nombre de formations spécifiques à l'enseignement des premières opérations suivies, on peut observer que la plupart des participants à l'étude n'ont jamais suivi de formations de ce type (29 participants sur 41 affirment n'avoir suivi aucune formation sur le sujet depuis le début de leur carrière).

2. Données liées aux profils d'enseignement (partie 1B)

Dans cette partie B de notre première partie du questionnaire, nous tentions d'obtenir des données descriptives quant aux pratiques déclarées des enseignants liées à leur enseignement des premières opérations.

Le tableau suivant présente une synthèse des données récoltées en regard des thématiques principales abordées dans la partie liée aux profils d'enseignement du questionnaire (cf. *Annexe E – Questionnaire*, partie 1B) que nous mettons en perspective avec ce que notre revue de la littérature de recherche préconise.

Situations favorisées lors de l'introduction des premières opérations	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Les enseignants interrogés accordent une certaine place à la résolution de problème.	La plupart des enseignants interrogés citent la résolution de problème comme approche pour introduire les premières opérations en 4 ^{ème} ou 5 ^{ème} position (23/41). Si l'on compte ceux qui placent cette approche en 3 ^{ème} position, le nombre de participants préférant d'autres approches que celle de la résolution de problème passe à 32 participants sur 41. Les enseignants interrogés accordent davantage d'importance à l'introduction des premières opérations par l'étude du nombre et de ses décompositions pour introduire les opérations. La majeure partie d'entre eux (37/41) citent l'étude du nombre et de ses décompositions en 1 ^{ère} (32/41) ou en 2 ^{ème} position (5/41) comme situation d'introduction favorisée pour aborder les premières opérations. Parmi eux, une majeure partie (25/41) favorisent également cette introduction par des calculs classiques (calculs classiques en 1 ^{ère} position : 7/41 ; calculs classiques en 2 ^{ème} position : 18/41).

Fig. 10a – Tableaux synthétisant les données récoltées à partir de l'analyse des profils d'enseignement (partie 1B)

Il semblerait que la majorité des participants de notre échantillon favorise un enseignement des opérations sans avoir recours à l'enseignement par les problèmes. Cela peut être considéré comme un obstacle à un apprentissage efficace des premières opérations puisque comme le disent Carpenter et al. (2015) dans leur ouvrage intitulé « Children's mathematics : Cognitively Guided Instruction », l'enfant qui opère, réfléchit à partir de relations et d'actions au contraire de l'adulte qui réfléchit à partir d'opération, de « calculs ». Cette affirmation nous amène à envisager l'enseignement des opérations par les problèmes plutôt que par les opérations en tant que telles (addition, soustraction, multiplication, division) car les problèmes en fonction de leur type exposent les relations et les actions liées aux opérations. Ils permettent aux enfants de développer leurs stratégies sur les nombres car les enfants se réfèrent au contexte (des boites, des cupcakes,...), pour faire la différence entre le nombre de groupes, le nombre dans le groupe et le total dans une multiplication par exemple (Carpenter et al., 2015). Ainsi, proposer aux élèves une simple « équation » (un simple calcul) ne leur permettrait pas de pouvoir faire cette distinction. Les problèmes en mots permettent aux enfants de se référer au contexte de l'histoire pour expliquer les liens entre les quantités.

L'introduction des additions et des soustractions	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
14 participants sur 41 déclarent introduire l'addition et la soustraction au même moment.	26 participants sur 41 déclarent quant à eux introduire l'addition avant la soustraction.
L'introduction des multiplications et des divisions	
Les points positifs	Les obstacles potentiels

35 participants sur 41 déclarent introduire la multiplication et la division au même moment. Parmi eux, 3 participants déclarent introduire ces deux opérations en même temps que l'addition et la soustraction et 6 déclarent les introduire quelques semaines après l'introduction de l'addition et de la soustraction.	Parmi les 35 participants déclarant introduire la multiplication et la division au même moment, 17 d'entre eux affirment introduire ces opérations tard dans l'année (en 1 ^{ère} primaire) et 9 autres déclarent n'aborder ces opérations qu'en 2 ^{ème} année primaire.
---	---

Fig. 10b – Tableaux synthétisant les données récoltées à partir de l'analyse des profils d'enseignement (partie 1B)

Le fait d'envisager l'introduction des 4 opérations à des moments différents peut constituer un obstacle dans le développement de la pensée mathématique de l'élève. Premièrement, parce que ce n'est pas l'opération qui complexifie un problème mais sa structure (son type, sa forme de relation ou d'action) et la place de son inconnue. Carpenter et al. (1988) définissent d'ailleurs 4 types de problèmes d'additions et de soustractions ainsi que 3 types de problèmes de multiplication et de division. Cela démontre l'importance de la structure d'un problème plus que celle de l'opération en soi. Les auteurs insistent d'ailleurs sur la complexité de résoudre certains types de problèmes sans aborder les opérations en tant que telles. Deuxièmement, il y a de nombreuses bonnes raisons d'introduire précocement – c'est-à-dire au même moment que les opérations d'addition et de soustraction - des opérations de multiplication et de division même si ce n'est pas toujours le cas dans les classes (Carpenter et al., 2015). Tout d'abord, parce que les élèves sont capables, dès la maternelle, de résoudre des multiplications et des divisions simples en utilisant du matériel ou en dessinant. Les élèves des grades 1 et 2 parviennent, quant à eux, par la suite, à utiliser une variété de stratégies pour résoudre ces opérations. Ensuite, parce que l'intégration de problèmes de multiplication et de division dès le début de l'enseignement mathématique, comme celle des problèmes d'addition et de soustraction, améliore la compréhension fondamentale des opérations et offre des opportunités de résoudre des problèmes dans des contextes variés qui amènent l'élève à l'élaboration de stratégies complexes et permettent de limiter l'usage de stratégies superficielles. Enfin, parce qu'aborder la multiplication et la division dès le début du primaire offre aux enfants l'opportunité de développer une compréhension profonde du concept fondamental de groupement – le concept de base 10, concept de groupement (Carpenter et al., 2015). Tous ces arguments nous permettent d'imaginer que les pratiques déclarées concernant l'introduction des différentes opérations est, pour la majorité des participants de notre échantillon, en contradiction avec ce que la littérature de recherche préconise.

L'introduction des problèmes arithmétiques lors de l'enseignement des premières opérations	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
La majeure partie de notre échantillon (33/41) déclarent introduire les problèmes arithmétiques lors de leur enseignement des premières opérations avant les congés d'hiver (lors de la 1 ^{ère} année primaire).	7 participants sur 41 déclarent n'introduire les problèmes arithmétiques dans leur enseignement des premières opérations qu'à la fin de la 1 ^{ère} année primaire (4/41) ou au début de la 2 ^{ème} année primaire (3/41).

Les conceptions liées à l'enseignement de problèmes arithmétiques
<p>La résolution de problèmes évoque une multitude de mots-clés aux participants de notre échantillon. Parmi ces mots-clés (près de 90 mots différents), certains reviennent plus fréquemment que d'autres. Par exemple, les mots <i>comprendre</i> et <i>compréhension</i> sont cités à 20 reprises par les participants. Parmi les autres mots revenant à de nombreuses reprises, il y a également : <i>opérations</i> (12 fois), <i>calculs</i> (12 fois), <i>représentation</i> (11 fois), <i>réfléchir/réflexion</i> (9 fois), <i>lire/lecture</i> (8 fois) ou encore <i>dessin</i> (8 fois).</p>
<p>Parmi les objectifs proposés liés à la résolution de problèmes dans l'enseignement des premières opérations, les participants choisissent principalement deux objectifs. L'objectif principal de cette résolution de problème est, pour 20 participants sur 41, de <i>montrer que les opérations formelles vues en classe peuvent s'appliquer dans des situations concrètes</i>. Pour 12 des participants, l'objectif principal de cet apprentissage est plutôt de <i>développer la compréhension des opérations arithmétiques de base</i>. Certains participants proposent d'autres objectifs (3/41) tel que « donner du sens », « montrer que les situations concrètes peuvent être formulées en opérations formelles » ou « résoudre pour apprendre à résoudre ». Enfin, d'autres participants ne parviennent pas à choisir entre les objectifs proposés et sélectionnent plusieurs objectifs (4/41).</p>
<p>À la question interrogeant les enseignants sur les composantes de l'apprentissage des premières opérations dans les problèmes pouvant entraîner des difficultés d'apprentissage, les participants relèvent de nombreux éléments (28). Les composantes les plus citées sont notamment : <i>la compréhension</i> (23 fois), <i>la lecture</i> (13 fois), <i>le vocabulaire</i> (9 fois), <i>le choix de l'opération</i> (6 fois), ou encore, <i>la longueur d'un énoncé</i> (5 fois) ou <i>la recherche des données utiles</i> (5 fois). On peut observer des réponses liées à des croyances en contradiction avec la littérature de recherche comme le fait qu'il faut savoir lire pour commencer à résoudre des problèmes ou qu'un problème dont l'énoncé est long est obligatoirement plus complexe qu'un problème avec un énoncé court.</p>

Fig. 10c – Tableaux synthétisant les données récoltées à partir de l'analyse des profils d'enseignement (partie 1B)

Le fait que les enseignants de notre échantillon déclarent en majorité introduire les problèmes arithmétiques en début de première année primaire est en accord avec ce que la littérature de recherche préconise : introduire précocement la résolution de problèmes divers et variés pour permettre aux élèves de développer les concepts d'addition, de soustraction, de multiplication ou de division, en utilisant des stratégies différentes quand bien même ils sont confrontés aux mêmes apprentissages (Polotskaia et al., 2015). Aussi, plusieurs participants utilisent des mots tels qu'« opérations », « représentations », « réfléchir/réflexion » ou encore « dessin » quand on leur demande de citer des termes qui leur évoque la résolution de problèmes. Ces mots pourraient correspondre aux termes qu'utiliseraient les auteurs pour définir ce qu'est la résolution de problème, c'est-à-dire : un enseignement permettant de développer la compréhension/ la réflexion mathématique de l'élève en lui offrant des possibilités de résoudre des problèmes en ayant recours à ses propres stratégies (de représentation comme le dessin et autres) et en donnant du sens aux équations (aux calculs) (Carpenter et al., 2015 ; Polotskaia et al., 2015).

Cependant, en s'intéressant davantage aux conceptions des enseignants de notre échantillon quant à l'enseignement de problèmes arithmétiques, on peut remarquer certaines récurrences qui tendent à contredire ce que la littérature de recherche préconise. Premièrement, pour une grande majorité des participants (20/41) de notre échantillon, l'objectif principal d'un apprentissage lié aux problèmes arithmétiques est de *montrer que les opérations formelles vues en classe peuvent s'appliquer dans*

des situations concrètes. Or, cet objectif est l'objectif inverse de celui préconisé par la littérature de recherche. En effet, l'objectif d'un apprentissage lié aux problèmes arithmétiques est de donner du sens aux opérations à l'aide de situation concrètes. Les problèmes ne doivent pas être un moyen d'exemplifier à quoi sert la résolution d'opération mais bien un moyen d'enseigner la résolution d'opération en lui donnant du sens (Carpenter et al., 2015). Deuxièmement, quand il s'agit d'envisager les variables qui peuvent complexifier un problème, certains participants repèrent des difficultés qui relèvent de croyances injustifiées et contraires à ce que la littérature de recherche envisage telles que : la compréhension, la lecture, le vocabulaire ou encore la longueur d'un énoncé. En effet, bien que ces facteurs soient à prendre en compte dans l'enseignement des problèmes, il s'agit en réalité de facteurs liés à l'enseignement en général et non pas aux problèmes en soi. Comme l'expliquent Carpenter et al. (2015) dans leur ouvrage, la lecture du problème peut être réalisée par le maître, c'est lui qui doit s'assurer de la compréhension de l'histoire – et de son vocabulaire - par ses élèves, cela n'implique en rien la réflexion mathématique demandée. Enfin, la longueur d'un énoncé n'est pas considérée comme une variable pertinente liée à la complexité d'un problème. Un problème court peut s'avérer plus complexe qu'un problème avec un énoncé plus long, et inversement (Vergnaud, 1994).

Ces observations et interprétations des données relatives aux profils d'enseignement de notre échantillon nous permettront par la suite de compléter nos analyses qualitatives quant aux données récoltées en vue de répondre à notre seconde question de recherche.

B. Données récoltées à partir de l'analyse des connaissances des enseignants (partie 2)

Nous vous présentons ci-dessous un tableau récapitulatif reprenant les taux de réussites, d'échecs et de non-réponses obtenus pour chaque item de la partie 2 de notre questionnaire.

	Taux de réussite à l'item	Taux d'échec à l'item	Taux de non-réponse
Item 1	6	35	0
Item 2	14	27	0
Item 3	33	8	0
Item 4	14	27	0
Item 5	33	8	0
Item 6	4	33	4
Item 7	21	20	0
Item 8	16	22	3
Item 9A	40	0	1
Item 9B	2	39	0
Item 9C	26	14	1
Item 10	19	22	0
Item 11	36	5	0

Item 12A	16	25	0
Item 12B	23	16	2
Item 13	14	22	5
Item 14	20	20	1
Item 15	28	13	0
Item 16	31	10	0
Item 17	23	18	0
Item 18	32	9	0
Item 19	15	24	2

Fig. 11 – Tableau synthétisant les taux de réussites, d'échecs et de non-réponses de notre questionnaire

En observant ce tableau, on peut déjà se rendre compte que près de la moitié des items (10/22) ne sont pas réussis par la moitié des participants de notre échantillon. Cela signifie par conséquent qu'un peu plus de la moitié des items (12/22) sont réussis par plus de la moitié des participants. On peut également constater des taux de non-réponses relativement faibles. Cette variabilité des taux de réussites et d'échecs nous semble peu informative, c'est pour cette raison que nous avons décidé de réaliser une analyse détaillée de chacun des items. Cette analyse item par item des données récoltées dans la seconde partie de notre questionnaire est disponible en annexe (*Annexe D – Présentation et interprétation des résultats*).

Nous vous présentons ci-dessous un exemple des tableaux que vous pourrez retrouver en annexe. Dans chacun de ces tableaux, nous rappelons l'item en question, nous informons sur les taux de réussites, d'échecs et de non-réponses de l'item afin d'amener une présentation et une interprétation des résultats plus précises. Pour guider la présentation et l'interprétation de nos résultats, nous avons décidé de répondre à deux types de questions directement liées à nos questions de recherche. Elles permettent de relever ce que l'on peut considérer comme étant des points positifs et des obstacles potentiels à un enseignement efficace des premières opérations mais aussi de relever les biais éventuels liés à la construction de notre questionnaire :

1. Quelle est la proportion de réponses correctes ? Que peut-on retirer de correct dans les réponses incorrectes ? Que pourraient signifier ces observations ? Le taux de réponse correcte élevé peut-il être expliqué par un biais lié au questionnaire lui-même ?
2. Quelles sont les réponses incorrectes récurrentes ? Que pourraient-elles signifier ? Le taux de réponses incorrectes élevé peut-il être expliqué par un biais lié au questionnaire lui-même ?

Item 1	Taux de réussite à l'item : 6/41 Taux d'échec à l'item : 35/41 Taux de non-réponse : 0/41
<p>Quatre élèves ont résolu le problème suivant :</p> <p><i>Noéline a acheté 5 régimes de 3 bananes pour faire un cake aux bananes. Combien a-t-elle acheté de bananes en tout?</i></p> <p>Voici le descriptif de la façon dont 4 élèves ont tenté de résoudre le problème.</p> <p>Un élément important est à savoir : le comptage par 3 n'a pas été enseigné aux élèves, mais le comptage par 5 lui est maîtrisé par tous les élèves.</p>	

<p>A. Romane a donné la réponse presque directement : « 15 bananes ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment elle avait fait, elle a répondu ceci : « J'ai compté par 5. 5, 10, 15. Ça fait 15 bananes. ».</p> <p>B. Léo a utilisé des jetons. Il a constitué 5 groupes de 3 jetons. Il a ensuite compté le total de ses jetons un par un et a répondu « 15 bananes » à la question posée.</p> <p>C. Milan a donné la réponse presque directement : « 14 bananes ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment il avait fait, il a répondu ceci : « J'ai compté par 3. 3... (pause + 1 doigt levé), 6... (pause + 1 doigt levé), 9 (pause+ 1 doigt levé), 11... (pause + 1 doigt levé), 14... (pause + 1 doigt levé). Ça fait 14 bananes. ».</p> <p>D. Noémie a compté par 3. Elle a levé un doigt à chaque fois qu'il a ajouté 3. « 3... (pause + 1 doigt levé) 4, 5, 6... (pause + 1 doigt levé) 7, 8, 9... (pause + 1 doigt levé) 10, 11, 12... (pause + 1 doigt levé) 13, 14, 15... (pause + 1 doigt levé). » Quand elle a vu qu'il avait levé 5 doigts, elle a arrêté son comptage. Elle a ensuite répondu à la question par « 15 bananes ».</p>	
<p>Pouvez-vous classer les stratégies des élèves de celle démontrant un développement de la pensée mathématique le moins avancé à celle démontrant un développement de la pensée mathématique le plus avancé ?</p> <p>..... → → →</p>	
Présentation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
<p>13 participants sur 41 parviennent à identifier la stratégie de l'élève B, stratégie de comptage par 1 avec aide par la manipulation de jetons, comme étant la stratégie démontrant un développement de la pensée mathématique le moins avancé.</p> <p>24 participants sur 41 parviennent à identifier la stratégie de l'élève A, stratégie de comptage par 5 avec commutativité des facteurs du produit, comme étant la stratégie la plus élaborée sur le plan du développement de la pensée mathématique.</p>	<p>Les stratégies A (stratégie de comptage par 5 avec commutativité des facteurs du produit, 12/41), C (stratégie de comptage par 3 avec erreur dans le comptage et appui des doigts pour garder une trace du comptage, 8/41) et D (stratégie de comptage par 3 avec appui du comptage par 1 et des doigts pour garder une trace) sont régulièrement reprises par les répondants comme étant les stratégies les moins élaborées.</p> <p>Parmi les répondants, 9 d'entre eux, proposent également la stratégie B (stratégie de comptage par 1 avec aide par la manipulation de jeton) comme étant la stratégie la plus élaborée.</p>
Interprétation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
<p>Près d'un tiers des participants ont identifié la stratégie de comptage 1 à 1 avec manipulation comme étant la stratégie démontrant un développement de la pensée mathématique le moins développée. Plus de la moitié des participants parviennent à identifier la stratégie de comptage par 5 utilisée à la suite d'une stratégie de commutativité des facteurs comme étant la stratégie la plus élaborée sur le plan du développement de la pensée mathématique. Ces deux phénomènes démontrent une capacité à classer les stratégies des élèves en au moins deux catégories : les « moins avancées » et les « plus avancées » sur le plan du développement de la pensée mathématique. Il est intéressant de mettre en parallèle à cette question les questions 9 et 11 qui s'intéressaient également aux connaissances qu'avaient les enseignants quant aux stratégies de résolution que pouvaient utiliser leurs élèves.</p>	<p>Le taux de réponse correcte étant relativement faible (6/41), il est important de s'interroger sur les biais éventuels liés à la question elle-même.</p> <p>Tout d'abord, nous avons relevé dans notre rédaction un changement par rapport à l'item 5 qui demandait lui aussi un classement (item réussi par 33 participants sur 41).</p> <p>Nous n'avons pas proposé aux extrémités des termes pour rappeler au répondant l'ordre attendu : du moins avancé au plus avancé. La question demandant un temps de réflexion relativement long, nous nous sommes demandé si des répondants n'auraient alors pas pu inverser le classement ou omettre (pour ensuite le replacer) une des propositions puisque 4 cas étaient explicités. Cependant, seuls 2 répondants sur 41 inversent totalement le classement.</p> <p>Aussi, nous avons volontairement proposé dans les stratégies explicitées, une stratégie démontrant un développement de la pensée mathématique relativement avancé, mais aboutissant à une solution incorrecte (cas C). Nous avons fait ce choix en vue d'identifier les enseignants qui ne différencieraient pas la stratégie de résolution de l'élève de la solution qu'il peut proposer. Il s'avère que 6 participants placent le cas C en dernière position.</p>

Fig. 12 – Exemple d'un tableau de présentation et d'interprétation des données récoltées pour un item

Nous vous présentons dans la suite du travail l'interprétation générale élaborée sur la base de la description précise (item par item) des données récoltées et sur l'interprétation de chacun des items que vous pourrez retrouver en annexe (*Annexe D – Présentation et interprétation des résultats*).

Interprétation

Dans cette partie de notre travail, nous vous fournissons une synthèse de l'interprétation des données récoltées. Comme précisé précédemment, un document présentant le résultat de nos analyses approfondies item par item est disponible en annexe (*Annexe D – Présentation et interprétation des résultats*).

Pour aborder l'interprétation de nos résultats, nous avons fait le choix de les décrire en regard de nos deux questions de recherche.

I. Interprétation des données

A. Dans quelle mesure le questionnaire tel qu'il a été construit permet-il d'évaluer les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations ?

1. Évaluation psychométrique de notre instrument

« *Devant la prolifération de ces études [les études ayant recours au questionnaire comme méthode d'évaluation], on peut s'interroger quant à leur qualité en évaluant la part d'erreur de mesure, d'ailleurs inévitable, dans les résultats obtenus. L'évaluation psychométrique d'un instrument de mesure doit permettre d'assurer de la non-significativité des erreurs de mesure, en distinguant les erreurs systématiques et les erreurs aléatoires. Les propriétés psychométriques correspondantes sont respectivement la validité et la fiabilité.* » (Midy, 1996, p. 1).

Toujours selon Midy (1996), il est « *illusoire de croire que l'on peut avoir adéquation complète entre la valeur observée et la vraie valeur de l'objet étudiée* » (Midy, 1996, p.2). Il existe en effet deux catégories d'erreurs entrant en jeu lors de toute mesure : les erreurs aléatoires liées à la fiabilité du questionnaire et les erreurs systématiques liées à la validité du questionnaire (Midy, 1996).

Pour illustrer ces deux types d'erreurs Midy (1996) fait référence à une cible à viser. Elle dit : « *Un peu à la manière d'un archer, le chercheur doit s'assurer que la cible visée est la bonne (validité) et qu'il peut l'atteindre (fiabilité).* » (Midy, 1996, p.4).

Validité du questionnaire

Selon Nunnally (cité par Midy, 1996, p.5), « *D'une façon générale, un instrument de mesure est dit valide, s'il mesure ce pour quoi il a été construit.* ». Aussi, toujours selon Nunnally (cité par Midy, 1996, p.5) « *Strictement parlant, on ne valide pas un instrument de mesure, mais plutôt l'utilisation qui en est faite* ». C'est pour cette raison que nous devons évaluer la validité de notre questionnaire avant d'interpréter nos résultats (Midy, 1996).

Il existe 3 types de validités, ou plutôt 3 méthodes pour évaluer la validité d'un outil : la validité de critère, la validité de contenu et la validité de construit.

La validité de critère est la capacité qu'ont les résultats d'un instrument à corrélérer avec un étalon-or (Midy, 1996). Comme on peut l'imaginer, en sciences de l'éducation, il est très souvent impossible d'établir cet étalon-or puisque celui-ci est très souvent un concept abstrait non-mesurable. Dans le cadre de notre recherche, il s'avère impossible de comparer les connaissances mesurées par notre questionnaire avec les connaissances réelles des participants puisqu'il faudrait pouvoir entrer dans leur cerveau pour en extraire une mesure objective. Cependant, Midy (1996) explique dans son article qu'il est possible, dans des cas comme le nôtre où l'étalon-or n'est pas mesurable, de comparer ses résultats avec ceux d'un questionnaire de référence lui-même validé mesurant les mêmes données. Malheureusement, comme nous l'avons explicité précédemment, il ne semble pas exister au sein de la littérature de recherche, et à l'heure actuelle, un questionnaire évaluant les connaissances que nous souhaitons évaluer.

Nous appliquerons ce même dernier argument pour justifier le fait que nous ne pourrions mesurer la validité de construit. Cette forme de validité permet de valider un phénomène abstrait. Elle se confirme par la validité de convergence qui vérifie si deux instruments de mesure prétendant mesurer le même construct obtiennent les mêmes résultats (Midy, 1996).

Dans notre cas, nous aurons par conséquent recours à la validité de contenu. Tout d'abord, car c'est la seule méthode réalisable pour notre étude et aussi parce que selon Midy (1996) c'est la méthode qu'il est préférable d'adopter « *pour justifier un questionnaire en terme de validité de contenu, [...] la technique de consensus entre experts a le mérite d'afficher explicitement sa subjectivité* » (Midy, 1996, p.10).

Comme l'explique Midy (1996) dans la partie de sa recherche concernant la validité de contenu, pour tester un individu dans un domaine vaste, le chercheur doit procéder à des choix dans la création d'items de façon à ce qu'ils soient représentatifs du domaine et qu'ils permettent d'évaluer tous les aspects de ce domaine. C'est ce que nous avons fait lors de la création de nos items. En effet, en réalisant la synthèse des connaissances des enseignants nécessaires à l'enseignement des premières opérations sous forme de tableau, nous avons pu créer des items entrant dans chaque case de ce tableau (au minimum un item par type de connaissance en lien avec une catégorie de connaissance). Nous avons donc ainsi tenté de répondre au mieux au critère d'exhaustivité de la validité de contenu. Ensuite, puisque nous nous sommes basés sur des références d'experts dans le domaine pour construire ce questionnaire, nous avons également tenté de répondre au critère de pertinence, second critère lié à la validité de contenu. Ainsi, parce que nous avons tenté de répondre aux critères d'exhaustivité et de pertinence, parce que nous avons

mené une recherche bibliographique poussée dans notre domaine et parce que notre premier travail de recherche s'appuie sur les références d'experts, nous pouvons supposer la validité de contenu de notre questionnaire. De plus, même si cette méthode est subjective, car elle ne peut démontrer scientifiquement la représentativité des items construits par rapport à l'ensemble des items possibles dans un domaine, les deux autres méthodes « plus rigoureuses » permettant l'évaluation de la validité d'un questionnaire ne peuvent être vérifiées dans notre cas et « *semblent* [selon Midy (1996, p.10)] *dangereuses car elles masquent des faiblesses certaines par des méthodes statistiques reconnues* ».

Pour conclure, nous reprendrons les dires de Guyatt (cité par Midy, 1996, p.11), « *Nous ne devrions peut-être jamais conclure qu'un questionnaire a été validé, mais plutôt suggérer qu'une forte présomption de validité a été observée [...]* ».

Fiabilité du questionnaire

Bien que la validité soit une condition nécessaire à la validation d'un questionnaire, celle-ci n'est pas suffisante. Il est essentiel d'évaluer la fiabilité d'un questionnaire avant d'interpréter les résultats qu'il peut apporter, cela permet d'évaluer l'erreur de mesure aléatoire (Midy, 1996).

Comme pour l'étude de la validité, il existe différentes méthodes pour évaluer la fiabilité d'un questionnaire. Concernant l'évaluation de la fiabilité de notre questionnaire, nous avons choisi d'utiliser la méthode statistique du coefficient alpha de Cronbach. Celui-ci nous a non seulement permis d'estimer la fiabilité de notre questionnaire, mais aussi de mesurer la cohérence interne de notre questionnaire, ou homogénéité des items (Midy, 1996).

Nous proposons en annexe (*Annexe C – Tableaux d'analyses statistiques de la fiabilité du questionnaire*) les résultats des analyses statistiques calculés à l'aide du logiciel SPSS pour l'ensemble du test et pour les différentes catégories de connaissances présumées. À la suite de ces analyses statistiques, nous sommes forcés de constater des alphas largement inférieurs à 0.70 (seuil d'acceptabilité) que ce soit pour l'ensemble du test ou pour chacune des catégories de connaissances présumées. Le fait que nous ayons obtenus des alphas de Cronbach relativement faibles pour chacune de nos catégories de connaissances ne nous a pas grandement étonnés. Nous avions en effet envisagé cette limite liée à la classification de nos items en fonction des types de connaissances et des catégories de connaissances. Et même si nous avons construit notre questionnaire sur la base de nos propres définitions des types et des catégories de connaissances, cette classification est grandement basée sur le modèle MKT proposé par Ball et al. (2008). Comme ses auteurs l'explicitent dans leur article de 2008, les données issues de leur recherche ne permettent pas de distinguer empiriquement les catégories de connaissances. Selon eux, il n'existe pas réellement de frontière entre les différentes catégories car celles-ci peuvent s'entremêler (Ball et al., 2008). Ces catégories de connaissances

restent donc théoriques. Baumert et al. (2010) confirment cette limite en citant dans leur article d'autres études comme celle de Hill et al. de 2004 ou encore, celle de Schillings en 2007, ne parvenant également pas à distinguer empiriquement leurs catégories de connaissances.

Même s'il semble commun d'obtenir de faibles indices statistiques quand il s'agit de calculer la fidélité au sein des catégories de connaissances dans les différentes études, le fait d'obtenir un faible score de fidélité pour l'ensemble du questionnaire – comme c'est le cas pour notre questionnaire – est moins commun. Notre alpha de Cronbach pour l'ensemble de notre questionnaire s'élève à 0.463, ce qui s'avère être relativement faible. Cependant, même s'il est certain que nous ne puissions affirmer la fiabilité de notre questionnaire en obtenant un indice aussi faible nous souhaitons rappeler les limites liées à cette méthode d'évaluation de la fiabilité. Premièrement, « *le coefficient alpha de Cronbach est fonction du nombre d'items. Un alpha significativement faible peut donc révéler un questionnaire trop court ou une mauvaise cohérence interne.* » (cité par Midy, 1996, p. 20). Il est effectivement possible que notre questionnaire soit trop court puisque l'ensemble des connaissances que nous souhaitons étudier est relativement vaste et diversifié. Malheureusement, il nous semblait impossible d'insérer davantage d'items dans notre questionnaire tel qu'il a été imaginé car celui-ci demandait déjà un temps conséquent – approximativement 40 minutes - de concentration aux participants. Deuxièmement, « *la cohérence interne ne serait pas un bon indicateur de fiabilité (Hattie, 1985)* » (cité par Midy, 1996, p. 20). « *Un fort coefficient (0.90) peut être interprété positivement comme la preuve d'une faible part d'erreur de mesure [...] mais il peut également être le signe d'une redondance des items, la conclusion est alors négative pour le questionnaire puisqu'il « suggère que le questionnaire est trop étroit et trop spécifique... si on construit des items qui sont virtuellement des paraphrases les uns des autres, les résultats seront d'une cohérence interne élevée et d'une validité très faible.* » (Kline, 1979) » (cité par Midy, 1996, pp. 20-21). Ce problème met en opposition deux facteurs d'évaluation d'un questionnaire : la fiabilité et la validité. En effet, pour que notre questionnaire obtienne une bonne validité de contenu, il devait contenir un nombre suffisant d'items pour qu'ils soient représentatifs du domaine et qu'ils permettent d'évaluer tous les aspects de ce domaine. Or, en proposant des items aussi diversifiés, il n'est pas étonnant d'obtenir une faible fiabilité. Enfin, comme l'explique Boyle (cité par Midy, 1996, p.20), « *Dans le cas d'un domaine vaste [comme le nôtre], le concept d'homogénéité des items perd tout son sens. Dans tous les cas, [...] une homogénéité des items modérée à faible [comme c'est le cas pour notre questionnaire] est réellement préférable si l'on veut s'assurer d'une couverture large des construits mesurés.* »

Malgré ces limites, « *il est impossible à l'heure actuelle de publier une recherche sans test préalable de ses propriétés psychométriques, et le coefficient alpha de Cronbach est la technique la plus employée. [...] les critiques que nous avons développées à son encontre, concernent moins sa construction ou le modèle sur lequel il repose que les interprétations qui en sont faites. [...] Ce n'est pas l'alpha qui est à remettre en cause, mais son interprétation*

systematique en termes de cohérence interne des items. Dans l'état actuel des recherches, le coefficient alpha est certainement le plus acceptable. » (cité par Midy, 1996, p.26). Ces arguments nous permettent d'affirmer qu'une analyse qualitative approfondie de nos résultats est la solution la plus pertinente, la fiabilité de notre questionnaire n'étant pas validée. Cependant, nous profiterons de nos analyses statistiques pour nous pencher plus particulièrement sur les items dysfonctionnant (corrélations négatives).

2. *Analyse qualitative de notre instrument*

Après avoir évalué la validité et la fidélité de notre questionnaire à l'aide des indices statistiques, nous avons tenté une interprétation qualitative au regard de notre première question de recherche et des attentes que nous avons formulées.

Premières analyses qualitatives en regard des attentes formulées

Dans un premier temps nous avons décidé de conduire nos analyses en fonction des attentes que nous avons formulées en regard de notre première question de recherche.

Premièrement, comme nous venons de l'explicitier ci-dessus, nous savions que la cohérence interne de notre questionnaire risquait d'être faible puisqu'elle évaluait différents types de connaissances et parce que ces types de connaissances étaient – comme la littérature de recherche nous l'avait indiqué - difficilement catégorisables et que nous les avons tout de même catégorisés. En observant, les données statistiques récoltées, nous pouvons confirmer nos inquiétudes. Nos alphas de Cronbach sont faibles qu'on les calcule pour une catégorie de connaissance ou pour l'ensemble du questionnaire en lui-même. Pour cette raison, nous ne pouvons calculer aucun score. Par ailleurs, cela ne nous empêchera pas d'interpréter qualitativement les données récoltées en regard de nos catégories et types de connaissances pour répondre à notre seconde question de recherche.

Deuxièmement, nous nous attendions à un éventuel biais lié à un effet de fatigue dû à la longueur du questionnaire. Celui-ci aurait dû, par conséquent, engendrer un taux de non-réponse ou un taux de réponse incorrecte grandissant au fil des items de notre questionnaire. Or, en observant le tableau synthétisant les taux de réussites, d'échecs et de non-réponses (cf. *Fig. 11*), on constate que ces taux restent aléatoires. Il ne semble pas y avoir d'effet lié à la position de l'item. Les 5 derniers items, s'il l'on ne tient pas compte de l'item 19, sont d'ailleurs des items où le taux de réussite dépasse le taux d'échecs et où le taux de non-réponse est nul. Par conséquent, on ne peut pas dire que la longueur du questionnaire ait été un frein à la réussite des participants de notre échantillon face à notre questionnaire. Toutefois, il est important de rappeler qu'aucun observateur n'était présent lors de la passation de ce questionnaire, ce qui signifie que chaque participant pourrait avoir répondu aux items du questionnaire dans un ordre différent de celui proposé.

Cependant, en observant les différents types de questions au sein de notre questionnaire, nous avons constaté que les derniers items ressemblaient dans leur formulation à d'autres items placés en début de questionnaire. Ainsi, nous pouvons émettre l'hypothèse qu'il n'y avait pas de raison particulière de ne pas respecter l'ordre établi des items. Enfin, si nous tenons compte des interprétations formulées ci-dessus, il est à noter que lors de nos analyses nous déplorons l'absence de certains items. En effet, lorsque nous analysions certains résultats, il nous a semblé difficile d'interpréter ceux qui, parce qu'ils évaluaient une connaissance très précise, se trouvaient être uniques dans le questionnaire. Sur base d'une seule question, il est difficile d'interpréter des données liées aux connaissances des participants de notre échantillon. L'item 11 (cf. *Annexe E – Questionnaire*) est l'exemple qui nous a permis de nous rendre compte qu'il manquait peut-être des items dans notre questionnaire.

Cet item évaluait la capacité des enseignants à identifier l'erreur typique correspondant à un type de problème. Cet item est le seul qui évaluait cette connaissance précise. Même si d'autres items évaluaient des connaissances de même catégorie - à savoir, les connaissances liées aux types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent - et, de même type - à savoir, des connaissances de contenu et des étudiants -, seul l'item 11 abordait les erreurs types pouvant être commises par les élèves. Parce que nous n'avons pas observé d'effet de fatigue lié à la longueur du questionnaire et parce que nous avons remarqué, lors de nos analyses de données, que certains types d'items manquaient, nous pouvons avancer l'intérêt d'ajouter d'autres items à ce questionnaire si notre questionnaire devait être réutilisé.

Troisièmement, nous avons imaginé qu'il puisse y avoir un effet de contexte lié à l'ordre des questions. Lors des prétests, nous avons déjà constaté que cet effet était intervenu dans la production de réponses de nos prétestés. En effet, l'un de nos participants était retourné voir l'actuel item 18 pour résoudre les actuels items 9A, 9B et 9C (cf. *Annexe E – Questionnaire*).

L'item 18 qui précédait les items 9A, 9B, 9C demandait à l'enseignant de relier des représentations proposées à des problèmes en fonction de leur type. Les items 9A, 9B et 9C, quant à eux, demandaient à l'enseignant de fournir une description de la stratégie la plus probable pour un type de problème donné. En observant les enseignants retourner à l'item 18 pour résoudre ces items, nous nous sommes rendu compte de l'influence non négligeable qu'engendrait cet item sur les items 9A, 9B et 9C. Malgré le fait que l'item demandait à l'enseignant une description de stratégie, l'enseignant proposait aux items 9A, 9B et 9C un exemple de trace écrite que pourrait proposer un élève face aux différents problèmes. Évidemment, ces traces écrites étaient relativement proches des schémas proposés à l'item 18, parfois seul les nombres changeaient. Nous

avons par conséquent veillé à ce que l'ordre des items ne puisse plus influencer nos répondants en plaçant les items 9A, 9B et 9C bien avant l'item 18. Ainsi, même si le retour en arrière était possible, nous pensions diminuer l'importance de cet effet de contexte. Même si nous avons tenté d'éviter ce type d'effet de contexte en analysant plus attentivement l'ordre de nos items, nous ne pouvions nous assurer qu'aucun effet de ce genre ne puisse survenir lors de notre étude sur un nouvel échantillon plus large. Lors de nos analyses, nous pensons d'ailleurs avoir observé un effet de contexte entre deux autres items : les items 5 et 6 (cf. *Annexe E – Questionnaire*).

À l'item 5, il s'agissait de classer des problèmes en fonction de leur difficulté qui dépendait directement de la place de l'inconnue dans l'opération à effectuer. À l'item 6, nous tentions d'évaluer la capacité des participants à associer des problèmes de même type : les problèmes de changement (A et 2), les problèmes de comparaison (B, 1) et les problèmes de combinaison (C, 3). Nous avons fait en sorte que les problèmes ne puissent pas être associés autrement : nous avons vérifié qu'ils ne puissent pas être associés en fonction de l'opération directe qu'ils suggèrent, en fonction de la place de l'inconnue dans leur structure ou de la proximité des nombres, etc. Malgré cela, 12 participants (sur 41) ne parviennent pas à associer les problèmes de l'item 6 en fonction de leur type parce qu'ils essaient – c'est ce qu'ils expriment dans leur justification - d'associer les problèmes proposés en fonction de la place de l'inconnue dans l'opération à effectuer. Ces résultats démontrent clairement un effet de contexte entre l'item 5 et l'item 6 influençant grandement nos résultats puisque plus d'un quart des participants sont influencés. Alors, il nous semble important s'il l'on souhaite réutiliser notre questionnaire de modifier l'ordre des items dans le but de placer l'item 6 bien avant l'item 5 afin que cet effet de contexte soit moindre, voir nul.

Analyses qualitatives d'éléments non-anticipés

Au cours des analyses de nos résultats, nous avons constaté d'autres paramètres pouvant influencer les résultats de notre questionnaire. Dans un premier temps, nous avons remarqué des irrégularités dans la formulation de nos questions. En voici un exemple avec un extrait des items 1 et 5.

QUESTION 1

Pouvez-vous classer les stratégies des élèves de celle démontrant un développement de la pensée mathématique le moins avancé à celle démontrant un développement de la pensée mathématique le plus avancé ?

..... → → →

QUESTION 5

a. Notez ici votre classement :		
le plus facile → →	le plus difficile

Fig. 13 – *Extraits des items 1 et 5*

Les deux extraits d’items repris ci-dessus sont repris d’items où l’on demande au participant de classer des éléments. Cependant, dans l’item 5, on répète le sens du classement en proposant les extrêmes de part et d’autre du classement (« le plus facile » et « le plus difficile ») alors qu’à l’item 1 les extrêmes ne sont pas rappelés. La présentation des deux items demandant un classement différent. Même s’ils évaluent deux connaissances appartenant à des catégories de connaissances différentes - l’item 1 évalue les KCS liées aux étapes de développement de la pensée mathématiques, l’item 5, quant à lui, évalue les KCS liées à la complexité d’un problème par rapport à ces étapes de développement de la pensée mathématiques de l’élève-, il nous a semblé opportun de s’interroger sur le rôle de la présentation de nos items dans les résultats obtenus. D’autant plus que seuls 6 participants (sur 41) réussissent l’item 1 contre 33 participants (sur 41) pour l’item 5.

Nous avons donc tenté de vérifier si la présentation du classement dans la question aurait pu entraîner un biais pour l’item 1, qui ne répète pas la consigne. Pour ce faire, nous avons vérifié les réponses erronées. Nous devions vérifier si le fait de ne pas répéter les extrêmes aurait, notamment, pu pousser le participant à inverser son classement. Il s’avère que très peu de participants inversent le classement totalement (2/41). Aussi, nous avons constaté que notre distracteur avait en réalité joué son rôle dans les résultats à cet item. Nous proposons une stratégie relativement efficace démontrant un niveau de développement de la pensée mathématique relativement élevée mais où l’élève se trompait dans sa solution (cas C de l’item 1). Ce distracteur a relativement fonctionné puisque 6 participants (sur 41) classent ce cas en dernier parce qu’ils ne tiennent pas compte de la stratégie de l’élève mais plutôt de sa solution finale. Nous pouvons donc rejeter l’hypothèse selon laquelle la présentation du classement dans la question serait la cause du fort taux de réponse

incorrecte à l’item 1 puisqu’il serait plus probable que le distracteur ait joué un rôle dans ces résultats.

Concernant la formulation de nos questions, nous avons également remarqué, et cela pour plusieurs de nos items, que chaque item offrait aux participants un pourcentage de réponses aléatoires correctes élevé. En effet, même si nous avons demandé des justifications ou des réponses courtes argumentées pour la plupart de nos questions, nous proposons très souvent des classements, des appariements, des questions à choix multiples, etc. Aussi, pour être certains d’obtenir des résultats discutables et parce que nous savions que nos participants ne possédaient pas forcément des connaissances égales au départ (cf. Revue de littérature - III. *Les connaissances nécessaires à l’enseignement des premières opérations mathématiques selon le curriculum de formation initiale des instituteurs en Fédération Wallonie-Bruxelles*), nous avons fait le choix de coder sans tenir compte de la justification. Ainsi, même si certaines justifications pouvaient être incomplètes ou mal interprétées par le correcteur, les participants n’étaient pas pénalisés si la réponse donnée était correcte mais que la justification ne l’était pas. Les taux de réussites aux différents items sont donc à relativiser en ce sens. L’analyse qualitative des réponses est par conséquent plus qu’essentielle. Nous pensons que si l’on envisageait de modifier le questionnaire dans le but de l’utiliser pour réaliser une étude plus quantitative, il serait sans aucun doute essentiel de rendre plus rigides les critères de correction en tenant compte des justifications proposées par les participants.

Nous avons également décidé de nous pencher plus particulièrement sur les items 6 et 8 dont les indices de corrélation avec les items de la même catégorie de connaissance, avec les items évaluant le même type de connaissance et avec l’ensemble des items du questionnaire sont particulièrement faibles voir négatifs (cf. *Annexe C. – Tableaux d’analyses statistiques de la fiabilité du questionnaire*). Nous avons alors constaté que le vocabulaire choisi dans les questions ne semblait pas toujours familier aux participants.

En effet, même si le terme « types » de problème était précisé pour déterminer la façon d’apparier les problèmes entre eux dans les items 6 et 8, beaucoup de participants échouent à la question. De plus, rappelons que nous avons fait en sorte que les problèmes ne puissent pas être associés autrement ni en fonction de l’opération directe qu’ils suggèrent, ni en fonction de la place de l’inconnue dans leur structure, ni autrement. Or, comme nous l’avons déjà mentionné précédemment, à l’item 6, 12 participants décident d’apparier les problèmes en fonction de la place de l’inconnue dans l’opération qu’ils suggèrent. Nous pouvons donc, suite à ces observations, émettre l’hypothèse que l’expression « types de problèmes » n’est pas signifiante pour les participants à notre étude puisque les participants n’en tiennent pas compte et tentent d’apparier

ces problèmes autrement. Cela semble confirmer ce que nous avons appris des curriculums en haute école pour la formation des instituteurs en FWB (cf. *Annexe D - Présentation et interprétation des résultats*).

Nous avons également constaté que certaines formulations de question ou critères de correction étaient plus exigeants que d'autres, ce qui pouvait rendre variable le degré de complexité de certaines questions. L'item 2 exemplifie cette observation (cf. *Annexe E – Questionnaire*).

Pour répondre correctement à cet item, le participant devait tenir compte de deux critères pour faire son choix. Or, rien n'indiquait dans la question qu'il aurait fallu tenir compte de ce double critère pour faire sa sélection. Ainsi, 27 participants (sur 41) tiennent compte d'un seul critère et échouent à la question. Ce double critère complexifie donc la question. D'autant plus, que rares étaient les questions où il fallait tenir compte de plus d'un élément pour faire un choix pour une question à choix multiples. Aussi, comme nous l'avons explicité précédemment, certains items étaient formulés à l'aide de termes théoriques précis – tel que l'expression « types de problèmes » - qui pouvaient dès le départ rendre la question complexe si le participant n'avait pas connaissance des termes techniques utilisés. Certaines questions demandant une réponse plus longue, par rapport à d'autres, semblent également être plus complexes au vu des résultats obtenus. Ainsi, les items 13 et 19, dont le taux d'échecs et de non-réponses sont particulièrement élevés, demandaient aux participants la rédaction d'une réponse relativement courte mais contenant plusieurs éléments (cf. réponses attendues dans l'*annexe B – Tableaux d'analyse de chaque item*).

Ces items, bien que les critères de correction soient relativement ouverts à différentes propositions de réponse, font partie des items possédant les plus hauts taux de non-réponses et des taux d'échecs relativement élevés (plus de la moitié des participants échouent à ces items). Ces observations nous permettent de confirmer notre hypothèse selon laquelle certains items sont réellement plus complexes – par leur formulation ou par leur exigence de correction, par exemple - que d'autres et peuvent ainsi entraîner des biais liés à des effets de caractéristiques formelles tels que : la complexité de l'item ou sa longueur (Midy, 1996).

En résumé, même si nous avons constaté que plusieurs changements pourraient être apportés à notre questionnaire, nous pensons que celui-ci permet d'évaluer les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations. Les quelques observations nous permettent de fournir aux potentiels utilisateurs de notre questionnaire des pistes d'améliorations que nous développerons par la suite plus précisément tels que : l'ajout d'items, une rectification dans l'ordre des items, des critères de correction moins ouverts ou encore une exemplification de certaines expressions théoriques.

B. Quelles sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ?

Pour interpréter nos résultats en regard de notre seconde question de recherche, nous allons procéder en fonction des différents types et catégories de connaissances – lignes et colonnes du tableau reprenant la synthèse des connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations (Fig.7).

Rappelons que nous avons catégorisé les connaissances selon deux catégories : les types de problèmes et les variables qui peuvent affecter leurs différences, et, les types de stratégies et les façons dont les enseignants les exploitent. Aussi, nous avons défini trois types et deux catégories de connaissances à partir de différents modèles catégorisant les connaissances des enseignants (le modèle 3D de Leikin (2006), le modèle de Shulman (1986), le modèle de médiation entre la connaissance pédagogique du contenu mathématique et la connaissance du contenu de Baumert et al. (2010) et le modèle « *Mathematical Knowledge for Teaching* » (MKT) de Ball et al. (2008)). Ainsi, nous avons choisi de répartir les connaissances des enseignants selon ces trois types de connaissances : les SCK, les KCS, et, les KCT.

À partir de ces types et catégories de connaissances, nous avons construit notre instrument : le questionnaire utilisé pour cette recherche (Annexe E – *Questionnaire*). Nous avons fait le choix d'étudier chacun des types et catégories de connaissances en insérant au sein de notre questionnaire au minimum un item reflétant ces catégories et types de connaissances. Par conséquent, nous vous présenterons nos interprétations de nos résultats sur la base de cette catégorisation.

1. Les types de problèmes et les variables qui peuvent affecter leurs différences

Dans cette catégorie de connaissance, nous nous intéressons principalement aux catégorisations des types de problèmes d'addition, de soustraction, de multiplication et de division ainsi qu'aux variables pouvant complexifier un problème, relevées dans notre revue de la littérature de recherche, c'est-à-dire : les valeurs numériques impliquées, la familiarité avec le domaine de référence, l'ordre des informations données dans les problèmes (Levain et Vergnaud, 1994-1995). L'interprétation des données suivantes s'intéresse par conséquent aux items évaluant ces éléments appartenant à cette catégorie de connaissance et se structure en fonction des types de connaissances que nous avons choisi d'étudier (SCK, KCS et KCT).

Les connaissances spécialisées de contenu (SCK)

Nous avons construit 5 items évaluant les SCK liées aux types de problèmes et aux variables qui peuvent affecter leurs différences pour notre questionnaire : les items 2, 6, 8, 12 et 18 (cf. *Annexe E – Questionnaire*). Ces 5 items recouvraient l'ensemble des éléments relevés dans notre littérature

de recherche, soit : les différentes variables pouvant affecter la complexité d'un problème ainsi que les catégorisations des problèmes d'additions, de soustractions, de multiplication et de division.

Les items 2 et 12 (A et B) nous permettaient d'étudier les SCK des enseignants en lien avec les variables pouvant affecter les différences entre problèmes. Les scores obtenus à ces items (taux de réussite à l'item 2 : 14/41 ; taux de réussite à l'item 12A : 16/41 ; taux de réussite à l'item 12B : 23/41) pourraient signifier que les enseignants de notre échantillon ne possèdent pas dans la majorité ces connaissances.

En approfondissant nos analyses, nous nous rendons compte que certains enseignants parviennent à identifier une variable parmi d'autres. Par exemple, à l'item 2 où deux variables devaient être repérées – le type de problème qui était symétrique et le choix des nombres -, bon nombre de participants n'identifient qu'une seule variable (6 participants identifient le type de problème ; 7 participants identifient le choix des nombres) ce qui leur fait faire le mauvais choix quant au problème idéal à choisir pour travailler la commutativité.

À l'item 12A, le même constat peut être fait, plus de la moitié des participants (30/41) ne cite qu'un des quatre critères à identifier pour simplifier le problème. Cependant, quand il s'agit, à l'item 12B, de reformuler le problème en tenant compte des critères relevés, nombreux sont les participants qui reformulent le problème en modifiant d'autres variables qu'ils n'avaient pourtant pas citées. Ce phénomène s'observe facilement au travers des taux de réussites à l'item 12A (16/41) et à l'item 12B (23/41). La plupart ne cite pas le choix des nombres comme variable pouvant affecter la complexité d'un problème mais modifie tout de même intuitivement cette variable lorsqu'ils reformulent le problème à la question 12B. Si l'on s'appuie sur nos modèles théoriques, et plus précisément, sur le modèle 3D de Leikin (2006), nous pourrions penser que les enseignants ne possèdent pas les connaissances formelles leur permettant de citer les variables pouvant influencer la complexité d'un item mais qu'ils possèdent, par ailleurs, les connaissances intuitives, parce qu'ils les vivent dans leur pratique de classe, pour modifier ces variables. Toutefois, nous préférons rester prudents quant à cette observation car la différence entre ces deux taux de réussites reste faible – seulement 7 participants sur 41 sont dans ce cas -, et, parce que nous nous appuyons sur une question unique pour formuler cette dernière.

Les items 6, 8 et 18 nous permettaient d'étudier les SCK des enseignants quant aux catégorisations de problème.

Les items 6 et 8 ont obtenu des taux de réussites particulièrement faibles : le taux de réussite de l'item 6 s'élève à 8/41 alors que le taux de réussite à l'item 8 s'élève à 19/41. Rappelons que ces

deux items ont également obtenu des indices de corrélation, avec les items de la même catégorie de connaissance, avec les items évaluant le même type de connaissance et avec l'ensemble des items du questionnaire, particulièrement faibles voire négatifs. Nous pensons que ces items ont réellement posé problème aux participants de notre échantillon. Pour expliquer ces résultats, nous nous sommes penchés davantage sur les justifications de nos participants à ces questions. Nous avons alors constaté, ce que nous avons qualifié de « détresse » face à ces questions. Premièrement, ces items obtiennent un taux de non-réponse faisant partie des plus hauts taux de non-réponses de notre échantillon. Deuxièmement, bien qu'il soit indiqué dans les deux consignes qu'il était demandé d'apparier ces problèmes selon le type de problème, très rares sont les participants (3 participants pour l'item 6 et 3 pour l'item 8) qui parviennent à apparier les problèmes en proposant dans leur justification une explication en lien avec la structure/ le type de problème. Nous pensons donc que l'expression théorique « type de problème » n'a pas de signification pour la plupart des participants de notre échantillon. Enfin, la plupart des participants proposent des justifications incomplètes, incohérentes voir pas de justification, qu'ils parviennent à apparier ou non. La formulation de la question permettant un taux de réussite aléatoire élevé, les taux de non-réponses, ainsi que les justifications incohérentes, absentes ou incomplètes, nous permettraient d'expliquer les faibles indices statistiques de cohérence interne obtenus. En effet, il est possible que des participants possédant de faibles connaissances quant aux apprentissages mathématiques au premier cycle, soient parvenus à apparier les problèmes correctement sans proposer de justification - si nous avons tenu compte de la justification dans nos critères de correction, seuls 3 participants auraient réussi les deux items (au lieu de 27). À l'instar de cette hypothèse, il est possible que des participants possédant de bonnes connaissances quant aux apprentissages mathématiques au premier cycle, soient réellement en « détresse » face à ce type de connaissance précis. Cela expliquerait notamment pourquoi des enseignants tentent, tant bien que mal, d'apparier ces problèmes en fonction de la place de l'inconnue dans l'opération à l'item 6, ou encore, qu'ils décident de ne pas respecter la consigne d'appariement un à un pour que leur appariement puisse être justifié selon une autre de leur connaissance (en fonction de l'opération, des nombres, etc.).

Le fait que l'item 18 obtienne un taux de réussite relativement élevé (32/41) ne semble pas contredire nos interprétations puisque cet item, tel qu'il a été formulé, diffère totalement des deux premiers. Effectivement, pour réussir l'item 18, le répondant doit apparier un problème à une représentation de celui-ci et non pas à un autre problème de même type. Le répondant est alors aidé par des propositions d'exemplification de la structure qui est totalement à décortiquer dans les items 6 et 8. Selon nos interprétations, nous pensons donc que la plupart des enseignants de notre échantillon ne possèdent pas les SCK liées aux typologies des problèmes.

Nous avons trouvé intéressant de nous pencher sur les 3 réponses des participants (cf. *Annexe D- Présentation et interprétation des résultats* : E5, E23, E33) ayant été capables de fournir une justification correcte à leur appariement pour l’item 6. En observant les données d’identification de ces participants, on s’aperçoit rapidement qu’il y a des points communs qui pourraient appuyer le fait qu’ils possèdent une bonne connaissance de la typologie des problèmes. Déjà, au moment de l’évaluation, tous 3 enseignaient au cycle 2 (première ou deuxième année du primaire) – cycle principalement concerné par les connaissances que nous étudions. De plus, ces 3 participants font partie des 11 répondants (sur 41) ayant déclaré avoir suivi au moins une formation dans le domaine de l’enseignement des premières opérations arithmétiques. Il nous semble intéressant de constater que les 3 participants ayant été capables de justifier leur connaissance quant aux typologies de problème soient des enseignants ayant suivi une formation dans le domaine étudié par notre recherche et exerçant dans le cycle 2 – cette dernière observation est à relativiser dans le sens où un grand nombre de nos participants exerçaient au cycle 2 au moment de la récolte de données (17/41)-.

Les connaissances de contenu et des étudiants (KCS)

Nous avons construit 2 items évaluant les KCS liées aux types de problèmes et aux variables qui peuvent affecter leurs différences pour notre questionnaire : les items 5 et 17 (cf. *Annexe E – Questionnaire*). Ces 2 items évaluaient la connaissance des enseignants des niveaux de développement des stratégies des élèves nécessaires à la résolution de certains problèmes en fonction de la place de l’inconnue dans ceux-ci, et de leur classification. Cette connaissance est directement liée aux étapes de compréhension par lesquelles passe l’élève et aux stratégies de résolution que l’élève peut utiliser en fonction des problèmes qui lui sont proposés. Dans ces items, les participants devaient classer 3 problèmes du plus facile au plus difficile en tenant compte du type de problème ou de variables pouvant affecter leur complexité comme la place de l’inconnue, par exemple.

Ces items obtiennent des taux de réussites relativement élevés (taux de réussite à l’item 5 : 33/41 ; taux de réussite à l’item 17 : 23/41) ce qui pourrait signifier que les enseignants possèdent ces KCS. Toutefois, en analysant attentivement les justifications, on peut observer que bon nombre d’enseignants qui parviennent à classer correctement les 3 problèmes proposés ne parviennent pas à proposer une justification cohérente. Ce phénomène pourrait être expliqué par deux causes. Premièrement, ces items tels qu’ils ont été formulés – un classement de 3 problèmes - peuvent entraîner un taux de réussite aléatoire élevé. Deuxièmement, il est possible, une fois encore, que les participants à notre étude possèdent les connaissances intuitives de contenu et des étudiants liées aux types de problèmes et aux variables pouvant affecter leurs différences mais pas les connaissances formelles. Cela signifierait que les enseignants de notre échantillon, grâce à leur

pratique de classe, parviennent à identifier les problèmes qui pourraient être plus complexes pour leurs élèves mais qu'ils ne possèdent pas les connaissances formelles/ théoriques pour expliquer leur choix. D'autant plus, que certaines justifications reflètent parfois des arguments contraires à ce que la littérature de recherche préconise. Notamment, quand les participants décident de justifier leur classement en fonction de l'opération à effectuer, justifiant qu'une soustraction est plus complexe qu'une addition et cela sans tenir compte du type de problème. Cette observation va de pair avec ce que nous observions déjà dans la partie 1B de notre questionnaire qui présentait les données récoltées à partir de l'analyse des profils d'enseignement et où l'on constatait que 26 participants sur 41 déclaraient enseigner la résolution d'additions en amont de celle de soustractions.

Les connaissances de contenu et de l'enseignement (KCT)

Nous avons construit 2 items évaluant les KCT liées aux types de problèmes et aux variables qui peuvent affecter leurs différences pour notre questionnaire : les items 10 et 15. Ces 2 items évaluaient la capacité des enseignants à proposer une représentation (schéma ou dessin), un outil, qui puisse aider l'élève à résoudre le problème. La représentation est un outil pour l'élève ; l'enseignant doit aider à son développement. Il s'agit dans ce cas d'une KCT puisqu'il s'agit d'une connaissance liée aux capacités de l'enseignant à recourir à la méthode des représentations pour différencier les apprentissages (aider un élève en difficulté). Dans ces items, les participants devaient non seulement identifier le type de problème, sa structure de relation ou d'action, et son inconnue, mais ils devaient également fournir une représentation permettant d'aider un élève en difficulté reflétant la structure du problème et son inconnue.

Les taux de réussites à ces items sont très variables (l'item 10 obtient un taux de réussite s'élevant à 19/41 alors que l'item 15 obtient, quant à lui, un taux de réussite s'élevant à 28/41).

Une erreur récurrente nous a cependant interpellé. Le problème choisi pour l'item 15 devait être interprété comme un problème de type changement.

Question 15
<p>Voici un problème additif.</p> <p><i>Emma a quelques crayons dans son plumier. Elle en prête 7 à Célia. Après avoir compté le nombre de crayons qui lui restait, elle se rend compte qu'elle n'en a plus que 5. Combien de crayons avait-elle au départ ?</i></p> <p>Dessinez dans le cadre ci-dessous une représentation qui pourrait aider l'élève à résoudre ce problème.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>

Fig. 14 –item 15

Cependant, bien que nous l'ayons envisagé comme un problème de type changement parce qu'il entraînait une action et qu'il ne nous semblait pas statique. Certains participants ont proposé une autre interprétation du problème. Ils ont reconceptualisé le problème en termes de partie-tout. Du fait que l'on écrivait « Après avoir compté le nombre de crayons qui lui restait... », ils ont considéré que c'est seulement à ce moment que la relation débute entre ce qu'Emma voit dans son plumier, ce qu'elle sait qu'elle a prêté et ce qu'elle avait en tout au départ. Cela s'avère en effet correct mais c'est une abstraction et, cela n'en fait pas un problème de type combinaison pour autant. En réalité, tous les problèmes peuvent être reconceptualisés sous cette forme ; c'est d'ailleurs ce que certains auteurs préconisent quand ils proposent des schémas uniques, comme les schémas range-tout de Polotskaia et ses collaborateurs (Ducharme et Polotskaia, 2008, 2009 ; Polotskaia, 2009 ; Polotskaia et Consultant, 2010 cités par Auquier, Demonty et Fagnant, 2018, p. 3) par exemple. Ainsi, même si cette proposition de départ nous semble plus éloignée de la structure propre du problème, nous avons décidé de l'accepter. Cependant, ce choix n'engendre pas de changement considérable dans nos résultats puisque seuls 4 participants sur les 28 ayant fourni une réponse correcte, envisagent le problème comme un problème de type combinaison.

Par conséquent, nous resterons toutefois très prudents quant à l'interprétation de nos données pour dire que plus de la moitié des participants, en moyenne, parviennent à fournir une représentation répondant aux critères que Polotskaia et al. (2015) considèrent comme des facteurs essentiels d'une « bonne » représentation qui permet à l'élève de comprendre davantage le problème, soit : la relation ou l'action et l'inconnue.

2. Les types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent

Dans cette catégorie de connaissance, nous nous intéressons principalement aux étapes de développement de la pensée mathématique d'un élève, aux modes de pensées de l'élève (holistique ou instrumentale), aux diverses stratégies de résolution que les élèves peuvent développer (stratégies de modélisation directe, stratégies de comptage, stratégies de décomposition des nombres, etc.) ainsi qu'aux outils pédagogiques permettant de développer la pensée mathématique des élèves (les problèmes en mots, l'enseignement de stratégies de résolution, la représentation des stratégies et son enseignement, les principes et étapes de l'enseignement des stratégies). L'interprétation des données suivantes s'intéresse par conséquent aux items évaluant ces éléments appartenant à cette catégorie de connaissance et se structure en fonction des types de connaissances que nous avons choisis d'étudier (SCK, KCS et KCT).

Les connaissances spécialisées de contenu (SCK)

Nous avons construit 5 items évaluant les SCK liées aux types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent pour notre questionnaire : les items 3, 4, 7, 14 et 16.

L'item 3 nous a permis d'évaluer dès le début du questionnaire les enseignants sur leur connaissance de l'importance de confronter les élèves à des stratégies de résolution de problème variées. Cet item obtient un taux de réussite relativement élevé de 33/41. Nous avons ensuite glissé des items où la « mise en pratique » de cette connaissance était évaluée plus subtilement. En effet, alors que dans l'item 3, il s'agissait de valider ou non une méthode d'enseignant favorisant un climat d'acceptation des stratégies variées des élèves, les items 4, 7, 14 et 16 demandent aux répondants d'évaluer des stratégies de résolution de différents élèves sur base d'une description de cette stratégie (items 7 et 14) ou sur la base de traces écrites d'élèves (items 4 et 16).

En analysant les réponses à ces différents items, on remarque différents éléments en contradiction avec ce que la littérature de recherche préconise. Premièrement, tous ces items obtiennent un taux de réussite inférieur à celui de l'item 3 (taux de réussite à l'item 4 : 14/41 ; taux de réussite à l'item 7 : 21/41 ; taux de réussite à l'item 14 : 20/41 ; taux de réussite à l'item 16 : 31/41). Cela signifie que, dans la plupart des cas, les enseignants évaluent différemment des stratégies d'élèves quand bien même, celle-ci s'avère efficace pour l'élève. Cela semble contredire les résultats obtenus à l'item 3. Deuxièmement, les enseignants se focalisent sur certains éléments comme la notation mathématique, la lenteur d'un procédé, la nécessité de matériel pour justifier le rejet partiel ou complet d'une stratégie. À l'item 4, par exemple, les participants se focalisent sur l'écriture mathématique des traces écrites qui leur sont proposées – trace écrite où l'on peut observer la solution correcte du problème – pour justifier une cotation moindre. Pourtant, comme nous l'avons relevé dans notre revue de littérature de recherche, Carpenter et al. (2015) insistent sur le fait que l'usage de ses propres représentations est plus important pour l'élève, car elle sont plus intuitives, et ce même si l'adulte pense aisée l'utilisation de calculs, d'autant plus qu'elle mène à l'apprentissage sensé de la notation mathématique. Enfin, il semblerait que les enseignants de notre échantillon ne fassent pas de distinction entre les stratégies de résolution et les traces écrites de ces stratégies. En effet, à l'item 4 alors qu'il est demandé à l'enseignant d'évaluer la stratégie de l'élève, bon nombre d'enseignants s'attardent sur la trace écrite pour justifier leur évaluation. Ils se focalisent sur l'écriture mathématique et justifient une cotation moindre par le fait qu'il manque des étapes dans le procédé de résolution ou que le procédé est mal transcrit ou encore parce qu'on retrouve dans la trace écrite de l'élève un nombre négatif dans son procédé. Certains expliquent également que les élèves ne respectent pas les codes liés à l'écriture mathématique : l'élève A utilise des flèches à la place des symboles d'égalité conventionnels (=) et l'élève C omet l'utilisation des

parenthèses ((82-30)-7). À l'item 16, alors que l'élève parvient à résoudre le problème, les enseignants qui doivent évaluer la stratégie de l'élève sur la base de sa trace écrite sanctionnent l'élève pour une « mauvaise retranscription mathématique » de sa stratégie. En effet, face à cet item, 4 participants signifient qu'il manque des signes d'égalité et 1 autre s'exprime sur la décomposition du nombre 15 qui n'est pas rendu suffisamment explicite selon lui.

Ainsi, même si une majeure partie des enseignants de notre échantillon semble en accord avec un climat d'acceptation des stratégies variées de résolution, il semblerait qu'en pratique ils sanctionnent, dans de nombreux cas, les stratégies jugées trop lentes ou trop laborieuses et leurs traces écrites.

Nous avons observé un phénomène inattendu lors de l'analyse de nos données. Dans de nombreux cas, face à des items où un problème était formulé, qu'il s'agisse d'un item où l'on demandait de juger la stratégie de l'élève face un problème (ex : item 16) ou non (ex : item 9B), les enseignants rendent explicite le fait qu'ils trouvent le problème trop complexe pour qu'il soit proposé à des élèves de première année. Certains d'entre eux décident même de ne pas répondre à ces items dans certains cas. Ces observations semblent encore une fois en contradiction avec ce que la littérature de recherche préconise. En effet, selon Carpenter et al. (2015) la seconde étape d'un enseignement efficace de la résolution de problème mathématique, est celle où l'on suscite la réflexion de l'élève pour qu'il puisse développer ses stratégies. Pour susciter cette réflexion, il est nécessaire que l'élève soit régulièrement confronté à des problèmes variés et relevant véritablement d'un défi pour celui-ci. Or, sans que le contexte soit explicité – contexte qui pourrait être celui d'une différenciation visant au dépassement de l'élève -, sans que le niveau de développement de l'élève soit développé, certains enseignants semblent rejeter catégoriquement certains problèmes. Ce phénomène semblerait confirmer nos interprétations de résultats démontrant que les enseignants ne confronteraient pas leurs élèves à une variété de problèmes mais plutôt à une catégorie restreinte et qu'ils ne développeraient également que certaines formes de stratégies de résolution.

Nous pouvons également faire un lien avec les analyses de la partie 1B de notre questionnaire s'intéressant aux profils d'enseignement de nos participants où nous constatons que la majorité des participants de notre échantillon favorisait un enseignement des opérations sans avoir recours à l'enseignement par les problèmes. Les enseignants interrogés déclaraient accorder davantage d'importance à l'introduction des premières opérations par l'étude du nombre et de ses décompositions pour introduire les opérations et citaient comme objectif principal d'un apprentissage lié aux problèmes arithmétiques le fait de *montrer que les opérations formelles vues en classe*

peuvent s'appliquer dans des situations concrètes. Toutes ces observations vont dans le sens de ce que nous venons d'interpréter. Les enseignants de notre échantillon ne semblent pas intégrer régulièrement les problèmes dans leur enseignement. Il ne nous semble, par conséquent, pas surprenant qu'ils s'étonnent de la complexité de certains problèmes que l'on peut proposer à des élèves qui ont été confrontés à une variété de problèmes précocement, depuis la maternelle peut-être.

Les connaissances de contenu et des étudiants (KCS)

Nous avons construit 5 items évaluant les KCS liées aux types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent pour notre questionnaire : les items 1, 9A, 9B, 9C et 11. Ces 5 items évaluaient la capacité des enseignants à fournir les stratégies de résolution les plus probables que des élèves pourraient utiliser ainsi que les erreurs typiques en fonction du problème et à hiérarchiser ces stratégies en fonction des niveaux de développement de la pensée mathématique d'un élève.

Comme nous l'avons explicité dans l'interprétation de nos résultats au regard de notre première question de recherche, l'item 11 est un item qui évalue une connaissance précise – la capacité de l'enseignant à identifier une erreur type – qui n'est évaluée que par cette unique question. Les interprétations liées à ce type de connaissance précise sont donc à faire avec une grande prudence d'autant plus que cet item obtient l'un des plus hauts taux de réussite (36/41) tout item confondu. Le fait que près des 2/3 des participants parviennent à répondre correctement à cet item nous encourage à croire qu'une bonne partie des enseignants de notre échantillon sont capables d'identifier l'erreur la plus probable face à un type de problème précis – dans notre cas un problème de changement dont le changement lui-même est l'inconnue. Cependant, comme pour plusieurs de nos items, l'item 11 est formulé de telle sorte que le taux de réponse aléatoire correcte est élevé – il s'agit d'une question à choix multiple où il faut faire le choix entre 3 propositions sans se justifier. De ce fait, nous pensons que le taux de réussite à cet item est à relativiser.

L'item 1 demandait au participant une hiérarchisation de 4 stratégies explicitées en fonction du niveau de développement de la pensée mathématique qu'elle nécessite. Seuls 6 participants parviennent à classer correctement ces 4 stratégies. À l'inverse de ce que nous avons pu constater pour l'item 6, aucune caractéristique identitaire ne semble rassembler ces 6 participants (âge varié, ancienneté variée, etc.). Comme nous l'avons explicité dans la partie synthétisant nos interprétations en regard de notre première question de recherche, le distracteur que nous avons inséré dans cet item a joué un rôle important. En effet, nous proposons parmi les stratégies, une stratégie relativement efficace mais où une erreur de distraction menait l'élève à une solution erronée. Étant donné que nous demandions à l'enseignant de se focaliser sur les stratégies et non

sur la résolution en soi, cet élément était un distracteur pour les participants. 6 participants sur 41 se laissent piéger par ce distracteur et placent alors la stratégie de l'élève amenant à une solution erronée en dernière position malgré le fait qu'elle reflète un développement de la pensée mathématique déjà avancé – il s'agit d'une stratégie de comptage par 3 - par rapport aux autres stratégies proposées – stratégie de comptage par 1 ou stratégie de modélisation directe à l'aide de matériel.

Enfin les items 9A, 9B, 9C demandaient à l'enseignant de décrire la stratégie la plus probable qu'un élève utiliserait pour résoudre différents types de problèmes. Le premier constat que nous avons fait était que, malgré que cela soit indiqué dans la consigne, aucun participant (excepté deux participants qui décrivent la stratégie d'essai-erreur à l'item 9B) ne décrit de stratégie d'élèves. À l'instar de ce que nous avons pu constater pour l'item 1, aucune caractéristique identitaire ne semble rassembler ces 2 participants (âge varié, ancienneté variée, etc.). Tous les participants (ou presque) proposent une représentation modélisant directement l'action ou la relation du problème. Cette observation semble confirmer ce que nous avons interprété sur la base des items 4 et 16 : la majeure partie des participants de notre échantillon ne distinguent pas les stratégies d'élèves de leurs traces écrites. C'est parce que notre correction a peut-être été trop ouverte, parce que nous avons supposé que le schéma, le dessin ou l'opération proposée par le répondant reflétait la stratégie de modélisation directe ou de comptage attendue, que les taux de réussites aux questions 9A et 9C sont si élevés car à la question 9B, lorsque la réponse attendue ne pouvait pas être représentée par un calcul ou un dessin simple – puisque la stratégie attendue était une stratégie d'essais-erreur – le taux de réussite n'atteint que 2/41. Nous ne pouvons donc pas affirmer que les enseignants de notre échantillon soient capables de décrire la stratégie de résolution la plus probable face à divers types de problèmes puisque ceux-ci ne nous fournissent pas (ou très peu) de réelle description de stratégie.

Les connaissances de contenu et de l'enseignement (KCT)

Nous avons construit 2 items évaluant les KCT liées aux types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent : les items 13 et 19. Ces 2 items évaluaient la connaissance des enseignants quant aux méthodes d'enseignement actuelles préconisées par la littérature de recherche. La description d'une pratique enseignante à critiquer, nous a alors semblé le moyen le plus efficace d'évaluer les connaissances en évitant le biais de désirabilité qui peut-être plus fortement présent lors de questions interrogeant les pratiques (déclarées) des enseignants.

Les taux de réussites obtenus face à ces deux items sont relativement faibles : l'item 13 obtient un taux de réussite de 14/41 et l'item 19 obtient, quant à lui, un taux de réussite de 15/41.

Face à ces items, nous demandions aux enseignants de critiquer la méthode d'un enseignant décrite en citant les avantages et les inconvénients. Notre correction était relativement flexible dans le sens où nous demandions moins d'avantages et d'inconvénients que ce que l'on pouvait accepter et que tout avantage ou inconvénient en cohérence avec notre revue de la littérature de recherche était accepté qu'il ait été envisagé par le correcteur ou non. Pourtant, la majorité des participants ne répond pas correctement à ces items. Nombreux sont les participants qui ne fournissent qu'une partie des éléments attendus. Parmi ceux-là, beaucoup proposent en plus des éléments attendus, des éléments de réponse en contradiction avec ce la littérature de recherche préconise. Le fait de proposer ces éléments comme inconvénients d'une méthode est en contradiction avec les deux étapes d'un enseignement efficace des premières opérations mathématiques que Carpenter et al. (2015) défendent notamment dans leur ouvrage, qui reflètent les objectifs cités par Polotskaia et al. (2015) et qui sont : l'étape où l'on pose le problème puis, l'étape où l'on suscite la réflexion de l'élève. Pour poser le problème, Carpenter et al. (2015) proposent trois principes liés à cette étape : la lecture du problème (par le maître, par les élèves collectivement ou par l'élève lui-même), la vérification de la compréhension de l'histoire (dépendante des stratégies que l'élève utiliseras) et la reformulation du problème par l'élève ou les élèves afin d'assurer la compréhension. Nos participants citent pourtant comme inconvénients : la lecture du problème collective et la reformulation du problème par un élève. La seconde étape qui consiste à « susciter la réflexion chez les élèves » impose le respect de six principes selon Carpenter et al. (2015) : interroger régulièrement les élèves sur leurs pensées, trouver des façons pour que chaque élève puisse expliquer au maître ou à ses pairs sa façon de penser, suivre/surveiller les interrogations spécifiques que les élèves partagent ou font, questionner les stratégies correctes, incorrectes et incomplètes, observer les élèves dire ou montrer ce qu'ils ont fait et les aider à adapter leur stratégie ou à essayer une nouvelle, écouter et observer les élèves et essayer de ne pas imposer nos idées aux élèves. Parmi ces six principes, trois sont contredits dans les critiques fournies par nos participants : l'intérêt pour l'élève d'expliquer sa façon de penser avec ses pairs puisque les participants déplorent dans certains cas le partage de stratégie (c'est le cas de 5 participants sur 41), l'aide fournie par le maître pour aider l'élève à adapter sa stratégie ou à essayer une nouvelle puisque certains participants (12/41) déplorent la démonstration de stratégie par le maître, ainsi que, le fait d'interroger régulièrement les élèves sur leurs pensées (propres) puisque certains participants (9/41) déplorent le choix de faire travailler individuellement les élèves avant qu'ils ne confrontent leur stratégie de résolution. Ces constats semblent démontrer que dans certains cas, les enseignants de notre échantillon favoriseraient des méthodes en contradiction avec ce qui serait préconisé par la littérature de recherche.

Discussion

I. Discussion des données

A. Question de recherche 1 : De quelle manière l'outil tel qu'il est construit permet-il d'évaluer les connaissances des enseignants liées à l'enseignement des premières opérations ?

Nous avons fait le choix de construire un questionnaire permettant l'évaluation des connaissances des enseignants dans le domaine précis qu'est l'enseignement des premières opérations, en dépit d'avoir trouvé un instrument existant dans le domaine. En effet, nous rappelons que malgré l'abondance d'études existantes visant l'étude des connaissances des enseignants, il semblerait qu'aucune n'ait encore construit un instrument permettant l'étude statique des connaissances des enseignants liées à l'enseignement des premières opérations au cycle 2.

Ce choix de réalisation de questionnaire nous a contraint à vérifier l'efficacité de l'instrument construit. C'est pour cette raison que notre première question de recherche devait amener à apporter des réponses quant à l'évaluation de la qualité de notre instrument. Grâce aux données récoltées nous avons pu apporter des réponses et ainsi atteindre notre premier objectif qui était d'identifier les limites de notre questionnaire afin d'envisager d'éventuelles améliorations qui permettraient de réutiliser cet outil dans d'autres études.

Les indices statistiques que nous avons calculés ne nous ont pas permis de valider la fiabilité de notre questionnaire. Cependant, nous étions conscients que cela pouvait arriver puisque de nombreuses études ayant étudié les connaissances des enseignants dans d'autres domaines et faisant référence au modèle MKT de Ball et al. (2008) obtenaient des résultats similaires (Baumert et al., 2010). De plus, nos recherches nous ont permis de mieux comprendre ces résultats et de conforter les données obtenues par la validité de contenu que nous avons pu confirmer pour notre outil. En effet, pour que notre instrument obtienne une validité de contenu suffisante, il était nécessaire que notre questionnaire contienne un nombre d'items suffisants pour permettre d'évaluer tous les aspects du domaine étudié (Midy, 1996). Cependant, notre questionnaire composé de ces 19 items demandait déjà une quarantaine de minutes à chaque participant pour être complété. Il était par conséquent difficilement envisageable d'allonger ce temps de passation. Le problème est que, pour obtenir des indices statistiques permettant d'appuyer la fiabilité de notre instrument de mesure, il est nécessaire de disposer d'items suffisamment homogènes pour valider une cohérence interne. Or, des items homogènes ne sont pas envisageables si l'on veut assurer de couvrir l'étendue des

construits à mesurer tout en gardant un nombre d'items relativement restreint (Midy, 1996). Par conséquent, nous pensons qu'une solution pour améliorer nos indices statistiques de cohérence interne serait de scinder le questionnaire en fonction de nos deux catégories de connaissances. Ainsi, nous obtiendrions deux questionnaires auxquels nous pourrions ajouter des items évaluant les différents types de connaissances pour chacune des catégories.

La réflexion menée sur les résultats statistiques obtenus rejoint celle réalisée à partir des analyses qualitatives. En effet, nous avons avancé l'intérêt d'ajouter d'autres items parce que certaines connaissances très précises – comme la capacité de repérer l'erreur typique d'un élève face à certains types de problèmes (item 11)- n'étaient pas évaluées par suffisamment d'items différents. Aussi, il n'est pas difficile d'envisager d'autres items évaluant les mêmes connaissances que ceux construits. Il est vrai que nous avons parfois dû faire le choix délibéré de proposer à l'enseignant un type de problème en particulier plutôt qu'un autre dans un item. Par exemple, nous proposons un problème de comparaison pour que le répondant puisse démontrer sa connaissance liée à la proposition d'outil de représentation pour soutenir l'élève dans sa résolution. Nous aurions alors pu proposer ce même item et changer le type de problème en question.

D'autres modifications mineures pourraient également être apportées si l'on envisageait de reconstruire un – ou deux – questionnaire(s). Nous avons notamment relevé des différences de présentation qui ne semblaient pas avoir eu d'impact sur les résultats mais qui pourraient tout de même être régularisées. Nous pensons également proposer une exemplification des termes théoriques pointus. C'est le cas de l'expression « types de problèmes » qui pourrait être brièvement expliquée dans la consigne par ces mots : relations ou actions engendrées dans les problèmes.

Enfin, nous pensons qu'il sera nécessaire de modifier les codages utilisés. Nous pensons que, même si ceux qui ont été appliqués nous ont permis d'approfondir nos analyses qualitatives parce qu'ils étaient très ouverts, un codage prenant en compte la justification du répondant dans la validation de sa réponse permettrait peut-être d'obtenir des indices de cohérence interne plus élevés, permettant de calculer des scores chez les participants. Cela permettrait notamment d'envisager une étude à plus large échelle.

Pour répondre à notre seconde question de recherche, nous concluons en avançant que les résultats obtenus pour répondre à notre première question de recherche nous permettent d'apporter des réponses à la recherche exploratoire menée. Les données qualitatives récoltées permettent effectivement d'apporter un début de réponse sur ce que sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations arithmétiques.

B. Question de recherche 2 : Quelles sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ?

Comme nous venons de l'expliquer, le second objectif que nous avons formulé pour cette recherche était la réalisation d'une étude exploratoire qui permettrait d'évaluer les connaissances d'un échantillon de participants en matière d'enseignement des premières opérations. Nos analyses qualitatives nous ont permis d'apporter des réponses sur les types de connaissances qui semblaient être maîtrisés ou non par la majorité de notre échantillon.

Comme nous l'avons déjà exprimé à plusieurs reprises, nous avons répertorié les connaissances liées à l'enseignement des premières opérations préconisées par la littérature de recherche en les scindant en deux catégories de connaissances. Pour chacune de ces catégories de connaissances, nous avons tenté d'évaluer les 3 types de connaissances que nous avons retenues parmi les modèles de connaissances de référence que nous avons étudiés.

1. Les types de problèmes et les variables qui peuvent affecter leurs différences

La première catégorie de connaissance que nous avons tenté d'évaluer – soit les types de problèmes et les variables qui peuvent affecter leurs différences – nous a permis d'identifier différents types de connaissances maîtrisées par la majorité de notre échantillon.

Le modèle de connaissances de Leikin (2006), nous a permis d'identifier ce qu'il nomme « des connaissances intuitives » auprès de notre échantillon. Face à différents items, nous pensons en effet avoir observé des connaissances relevant de la pratique de classe de l'enseignant. Les participants parvenaient à fournir des réponses correctes mais leurs justifications semblaient démontrer un manque de connaissances « formelles », de connaissances théoriques. C'est ce que nous avons notamment pu observer quand nous évaluons les SCK des enseignants de notre échantillon liées aux variables pouvant affecter les différences entre problèmes ou encore les items évaluant les KCS des enseignants face à cette même catégorie de connaissance. Un autre constat que nous avons pu faire en lien avec l'étude des SCK des enseignants de notre échantillon est ce que nous avons qualifié de « détresse » face à la catégorisation des problèmes selon leur type. Les taux de réussites face aux items évaluant ces connaissances étaient relativement faibles et les justifications nous permettaient de voir à quel point ces items semblaient difficiles pour les participants à notre étude. Alors qu'il s'agit d'une des connaissances les plus citées du domaine dans la littérature de recherche, il semble que ce soit également celle qui soit la moins bien maîtrisée par nos répondants.

En terme de KCT liées à notre première catégorie de connaissance, nous avons obtenu des résultats nous laissant croire que la majorité des enseignants de notre échantillon sont capables de fournir une représentation correspondant aux critères validés par Polotskaia et al. (2015), permettant à l'élève de visualiser la relation ou l'action au sein de problèmes de différents types.

2. Les types de stratégies et les façons dont les enseignants les exploitent

La seconde catégorie de connaissance que nous avons tenté d'évaluer – soit les types de stratégies et les façons dont les enseignants les exploitent – nous a permis d'identifier d'autres connaissances, de différents types, maîtrisées par la majorité de notre échantillon.

Le premier type de connaissance que nous avons évalué était les SCK liées aux différents types de stratégies. Les observations que l'on a pu faire, à travers les données recueillies par différents items, nous ont amenés à croire que la majorité des enseignants de notre échantillon ne différenciaient pas les stratégies de l'élève de ses traces écrites. Par exemple, dans les items où il est demandé de décrire la stratégie la plus probable à laquelle aura recours un élève face à un certain type de problème, pratiquement tous les enseignants de notre échantillon proposent une trace écrite que pourrait fournir un élève. Le fait que les enseignants justifient leurs classements de stratégies de celle démontrant une pensée mathématique plus développée à celle démontrant une pensée mathématique moins développée en citant des éléments propres à la trace écrite de l'élève constitue un autre exemple qui justifierait notre analyse.

Nous avons également d'autres éléments qui nous mènent à croire que la majorité des participants de notre échantillon ne possèdent pas les connaissances spécialisés de contenu nécessaires à la compréhension des stratégies des élèves face à des problèmes arithmétiques. Alors qu'ils s'expriment en faveur d'un climat d'acceptation des stratégies diverses dans leurs réponses à notre item 3, la majorité d'entre eux classifient les stratégies quand on leur demande de les évaluer. Certains accordent moins de points à des stratégies qu'ils disent trop lentes, trop laborieuses parce qu'elles demandent du matériel ou encore mal retranscrites dans les traces écrites quand bien même celles-ci mènent à une résolution correcte du problème. En tentant d'évaluer les KCS de cette catégorie de connaissance, nous nous sommes rendus compte que très peu d'enseignants de notre échantillon étaient capables de classer les stratégies en fonction du niveau de développement de la pensée mathématique qu'elle reflétait. Cela semble être en accord avec le fait qu'ils ne disposent pas des SCK nécessaires pour décrire les différents types de stratégies qu'un enfant peut développer. En effet, les CK comme celles-ci nous semblent plus qu'essentielles si l'on veut disposer des PCK permettant d'identifier ces différentes stratégies dans des cas concrets décrits où l'élève les utilise.

Nos résultats ne nous ont pas apporté davantage d'informations quant aux KCS de nos enseignants en lien avec les stratégies et méthodes d'enseignement pour les développer. Concernant les KCT de nos participants, celles-ci sont très variables. Certains enseignants parviennent à identifier, dans des situations d'enseignement, des méthodes qui, en accord avec ce que la littérature de recherche préconise, permettraient de développer la pensée mathématique de l'élève. Mais, dans de nombreux cas, nous avons également relevé des réponses en désaccord avec ce que la littérature préconisait. Cette variabilité de réponses semble correspondre à ce que nous attendions. En effet, en analysant les programmes de formation initiale, nous savions que ceux-ci offraient des formations pouvant être fortement diversifiées dans notre domaine. Il ne nous semble par conséquent pas étonnant d'observer des connaissances variables face à différents types de connaissances.

3. Liens avec les données d'identification et de profils d'enseignement

Au cours de nos analyse, nous avons également tenté de faire des liens entre les données récoltées à partir de la partie 2 de notre questionnaire s'intéressant aux différentes connaissances liées à l'enseignement des premières opérations et les parties 1A et 1B qui nous apportaient des informations liées aux données d'identification de notre échantillon (âge, ancienneté, etc.) et aux profils d'enseignement à partir des pratiques déclarées par les enseignants eux-mêmes. Nous n'avons pas pu relever suffisamment de points communs au niveau de leur identité entre les participants qui fournissaient des réponses particulièrement intéressantes face à des items où les taux de réponses correctes étaient relativement faibles ou inversement. Une seule observation ayant été faite, nous ne pouvions pas amener de réponse suffisamment certaine.

Cependant, nous avons constaté deux éléments intéressants concernant les données recueillies dans la partie 1B. Premièrement, la plupart des enseignants déclaraient introduire l'enseignement des additions en amont de celles des soustractions, des multiplications et des divisions. Cette première observation se reflète dans les réponses obtenues face à certains items. Les enseignants justifient leur classification de problèmes en expliquant qu'un problème est plus complexe qu'un autre sans tenir compte du type de problème mais plutôt parce qu'ils classent selon la complexité supposée les opérations engendrées par les problèmes : selon certains d'entre eux, une soustraction est plus complexe qu'une addition peu importe les types de problèmes concernés.

Un second élément nous a interpellé lors de nos analyses en lien avec la partie 1B de notre questionnaire. Une grande majorité des enseignants de notre échantillon déclarent introduire l'enseignement des premières opérations par d'autres méthodes que celles liées aux problèmes arithmétiques – l'enseignement des nombres et de leurs décompositions étant le plus souvent cité.

Nous avons fait le lien entre cette observation et le fait que, pour plusieurs des items proposés, les enseignants n'ont pas fourni de réponse parce qu'ils considéraient les problèmes utilisés dans la question trop complexes pour des élèves du cycle 2. Ainsi, nous avons pu faire le parallèle entre le choix de méthodes d'enseignement n'intégrant que très peu souvent ou très tardivement les problèmes dans l'enseignement des opérations et l'étonnement face à certains types de problèmes, voir le rejet complet de ceux-ci, par les enseignants de notre échantillon. Cette observation semble nous montrer une contradiction entre les méthodes auxquelles les enseignants de notre échantillon ont recours et celles valorisées par la littérature de recherche qui insistent sur l'importance de confronter l'élève à une variété de problèmes.

Si nous devons conclure, il n'est pas concevable de donner une seule réponse à cette large question. D'autant plus que nous proposons une recherche exploratoire dont l'axe d'analyse était qualitatif. Nous avons constaté des forces et des faiblesses au sein des connaissances que nous avons évaluées. Certaines observations peuvent sembler plus surprenantes que d'autres mais nous pensons que nos résultats n'apportent qu'un début de réponse à cette question et qu'il serait très intéressant d'approfondir les recherches dans le domaine. Nous reviendrons sur ce point dans la partie suivante.

Limites et intérêts de la recherche

Comme dans chaque recherche, nous devons faire part des limites de celle-ci.

Premièrement, même si nous avons envisagé un échantillon de 30 à 50 participants avant d'entamer la distribution de nos questionnaires, nous avons eu beaucoup de difficultés à récolter les 41 questionnaires que nous avons obtenus. La recherche étant exploratoire ce nombre de participants suffisait. Cependant, envisager cette même étude à plus large échelle nous semble plus qu'intéressant. Malheureusement, nous craignons que la récolte de données auprès d'un plus large échantillon soit d'autant plus difficile. Pour récolter ces 41 questionnaires, il nous a fallu près de 4 mois et nous nous sommes rendus dans près de 25 établissements scolaires dans la région liégeoise. Nous pensons qu'une des raisons principales de la difficulté que nous avons ressentie pour récolter ces questionnaires est sa longueur. En effet, pour répondre à notre objectif d'évaluation des connaissances dans le domaine que nous investiguons, nous avons créé un questionnaire avec un nombre d'items suffisant pour pouvoir évaluer tous les aspects de ce domaine. La durée de complétion du questionnaire était par conséquent de 40 minutes approximativement. De plus, comme nous l'avons relevé précédemment, certains de nos items ont placé nos participants dans des situations de « détresse » et d'autres étaient réellement complexes, ce qui demandait aux

participants une réflexion intense. Pour répondre à cette première limite, la perspective de réaliser deux questionnaires en scindant les deux catégories de connaissances et en ajoutant suffisamment d'items pour obtenir des indices de cohérence interne plus élevés tout en réduisant le temps de complétion de ceux-ci semble être une solution.

Deuxièmement, le fait qu'il n'existe aucun instrument évaluant les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations ne nous permet pas de comparer l'efficacité de celui-ci à un autre. De plus, cela signifie que nous avons dû développer cet outil sur la base de notre revue de la littérature de recherche ainsi que sur des structures de questionnaire étudiant les connaissances des enseignants dans d'autres domaines sans pouvoir s'assurer de sa fiabilité et de sa validité avant d'entamer notre récolte de données.

Le développement de cet outil bien qu'il puisse être considéré comme une limite à notre recherche peut également être considéré comme un intérêt propre à celle-ci. Un tel instrument de mesure des connaissances des enseignants ne semblant pas exister dans la littérature de recherche actuelle, il va de soi que sa création trouve tout son intérêt. Aussi, le fait de l'avoir mis à l'épreuve dans notre étude, nous permet d'amener des réponses quant à sa qualité pour évaluer les connaissances des enseignants. Un second intérêt lié à notre recherche telle qu'elle a été menée est d'avoir pu apporter un début de réponse sur les connaissances que possèdent ou non les enseignants d'un échantillon donné en matière d'enseignement des premières opérations, matière qui ne semble pas encore avoir été étudiée. Cette recherche exploratoire permet donc de soulever des éléments qui pourraient être étudiés plus précisément – la connaissance des catégories de problèmes, par exemple.

Conclusion et perspective

I. Perspectives

L'étude que nous avons menée permet d'envisager différentes recherches dans le domaine. Nous avons démontré à travers notre revue de littérature l'intérêt de ce domaine précis qu'est l'étude des connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations au cycle 2. La réalisation d'un questionnaire permettant l'évaluation de ces connaissances auprès d'enseignants du primaire et la recherche exploratoire que nous avons menée ont apporté de nouvelles données à investiguer.

Dans un premier temps, l'amélioration du questionnaire permettrait d'amener davantage de réponses. Le fait d'envisager de scinder le questionnaire en fonction des deux catégories que nous avons ciblées au sein de notre revue de la littérature de recherche permettrait de réaliser des études

moins vastes et donc plus pointues sur chacune d'entre elle. De plus, la révision du questionnaire telle que nous l'avons précédemment décrite permettrait d'envisager ces études à plus large échelle. Il serait intéressant de proposer ce type de recherche à un échantillon représentatif d'une population comme celle de la Fédération Wallonie-Bruxelles. D'autant plus que nous avons amené un début d'information concernant les curriculums en formation initiale en FWB dans le domaine des opérations arithmétiques.

Dans un second temps, les observations que nous avons réalisées quant aux connaissances de notre échantillon pourraient servir d'hypothèses de recherche si l'on voulait reproduire cette étude à plus large échelle. Elles amèneraient également des pistes pour la construction de nouveaux items.

Enfin, d'autres études à plus large échelle dans ce domaine pourraient amener des informations nécessaires à un pilotage avisé du système. En effet, nous avons constaté, par nos recherches et par nos résultats, une variété de connaissances chez les enseignants de notre échantillon, tous issus de la formation initiale des instituteurs en FWB. Des études à plus large échelle permettant de cibler davantage les forces et les faiblesses des enseignants dans leur enseignement des premières opérations pourraient amener à la révision des programmes de formation initiale et/ou continue.

II. Conclusion

« *Les enseignants doivent connaître le sujet qu'ils enseignent.* » (Ball et al., 2008, p. 404)²⁹.

De nombreuses études l'ont démontré, les enseignants doivent posséder de bonnes connaissances du sujet qu'ils enseignent s'ils veulent pouvoir aider leurs élèves à apprendre ce sujet. Le domaine des opérations arithmétiques en début de scolarité est un domaine peu étudié qui pourtant est essentiel pour l'élève. L'élève qui développe précocement ses compétences en mathématiques au travers des stratégies de résolution des opérations arithmétiques, développe sa pensée mathématique tout au long de sa vie (Anders et Rossabach, cités par Lee, 2017, p.231).

L'étude que nous avons menée avait pour objectif d'étudier les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations. Nous souhaitons tenter une première étude exploratoire dans le domaine afin de pouvoir évaluer qualitativement les connaissances d'enseignants de notre échantillon. Pour atteindre cet objectif, nous sommes passés par différentes étapes de réflexion. Nous avons, dans un premier temps, réalisé des recherches dans le domaine de l'étude des connaissances des enseignants. Nous avons alors découvert différents modèles de chercheurs réputés dans le domaine permettant d'étudier les différents types de

²⁹ Traduit de l'anglais: « *Teachers must know the subject they teach.* »

connaissances d'un enseignant. Après avoir sélectionné certains modèles, et en nous basant principalement sur le modèle MKT de Ball et al. (2008), nous avons sélectionné et redéfini les trois types de connaissances que nous souhaitons étudier auprès de notre échantillon de participants, soit : les connaissances spécialisées de contenu (SCK), les connaissances de contenu et des étudiants (KCS) et les connaissances de contenu et de l'enseignement (KCT). Pour étudier ces connaissances, nous avons fait le choix d'avoir recours à un questionnaire afin de réaliser une étude statique – ce qui nous permettait d'envisager un échantillon plus large que pour une étude dynamique. Aucun questionnaire n'existant dans le domaine, nous avons été contraints de construire nous-même notre instrument de mesure pour évaluer les connaissances de nos enseignants. Une revue de littérature précise définissant les connaissances nécessaires à un enseignement efficace des premières opérations arithmétiques était alors nécessaire. Dans cette revue de la littérature, nous avons également réalisé une analyse des curriculums de formation initiale en FWB afin d'en savoir un peu plus sur ce que pouvait être les connaissances de notre échantillon de participants tous issus de formations initiales en FWB. Ainsi, la synthèse de cette revue de la littérature nous a permis d'élaborer des items en regard des trois types de connaissances que nous souhaitons évaluer.

Le questionnaire ainsi construit devait être évalué en termes de validité et de fiabilité. Nous avons donc décidé d'ajouter à notre objectif principal, un nouvel objectif concernant notre outil de mesure : vérifier son efficacité à mesurer ce que l'on souhaitait mesurer. Nos deux questions de recherche se trouvaient donc être : *Dans quelle mesure notre questionnaire tel qu'il a été construit nous permet-il d'évaluer les connaissances des enseignants en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ?* et *Quelles sont les connaissances des enseignants de notre échantillon en matière d'enseignement des premières opérations en début d'enseignement primaire ?*. En regard de ces questions de recherche, nous avons formulé des attentes à partir des pré-tests réalisés et de ce que nous avons identifié au sein de la littérature de recherche. Ces attentes nous ont en partie guidés dans nos réflexions pour la suite de notre recherche.

Une fois notre outil de mesure construit et pré-testé, nous nous sommes rendus dans des établissements scolaires primaires pour récolter nos données. Nous avons récolté 41 questionnaires auprès de participants volontaires. Ceux-ci nous ont fourni les données suffisantes pour apporter des réponses à nos deux questions de recherche. Nos analyses statistiques menées à l'aide du logiciel SPSS ne nous ont pas permis d'affirmer la fiabilité de notre questionnaire mais nos recherches et nos analyses qualitatives nous ont par ailleurs permis de supposer la validité de contenu et d'ainsi réaliser l'analyse qualitative des connaissances des enseignants de notre échantillon.

Notre questionnaire tel qu'il a été construit permet d'apporter des informations qualitatives à notre seconde question de recherche. Même si les résultats obtenus face aux différents items étaient relativement variables, nous avons pu réaliser quelques observations. Premièrement, la catégorisation de problèmes semble avoir été une réelle difficulté pour une majeure partie des enseignants de notre échantillon. Or, cette connaissance semble constituer la base des connaissances de ce domaine. Deuxièmement, nous pensons avoir observé dans différents cas, face à différents items, des connaissances dites « intuitives » selon le modèle de Leikin (2006). En effet, face à certains items, les enseignants se sont montrés capables de formuler une réponse correcte sans pouvoir justifier cette dernière comme s'ils ne possédaient pas les connaissances théoriques nécessaires pour le faire. La troisième observation que nous avons réalisée est relative à la connaissance qu'ont les enseignants des stratégies que les élèves peuvent développer. Il semblerait que la majorité des enseignants de notre échantillon ne soient pas capable d'identifier ou de décrire ces stratégies, qu'ils les confondraient même avec les traces écrites des élèves.

Enfin, même si ces observations semblent présenter certaines faiblesses liées aux connaissances des enseignants de notre échantillon, il faut également relever différents éléments démontrant leurs forces. D'abord, face à l'évaluation de certaines connaissances, les résultats peuvent être très variables. Cela démontre une certaine variabilité des connaissances au sein de notre échantillon qui semble totalement indépendante des caractéristiques identitaires de nos participants (âge, ancienneté, nombre de formation suivie, ...). Ce constat n'entre pas en contradiction avec ce que nous avons découvert suite à l'analyse des curriculums de formation initiale en FWB. Ensuite, après avoir analysé les profils d'enseignement en interrogeant les enseignants sur leurs pratiques, nous avons également pu réaliser d'autres observations en faisant des parallèles avec les données liées aux connaissances récoltées. La plupart des enseignants de notre échantillon déclaraient n'avoir recours aux problèmes pour introduire les opérations qu'après avoir abordé celles-ci via d'autres méthodes telles que la décomposition des nombres. Cette information permet de mieux comprendre nos résultats : le fait qu'ils n'aient pas recours aux problèmes peut s'expliquer par leurs faibles connaissances dans le domaine ou, au contraire, leurs faibles connaissances du sujet peut s'expliquer par le fait qu'ils n'utilisent pas les problèmes pour introduire les premières opérations arithmétiques. De la même façon, nous pouvons imaginer que le fait que les enseignants déclarent introduire les opérations dans un certain ordre en fonction de la complexité qu'ils prêtent à celles-ci permet d'expliquer les réponses erronées liées à la classification de problème selon leur complexité supposée. Plutôt que de s'intéresser aux relations ou actions qu'engendrent les problèmes en fonction de leur type, les enseignants de notre

échantillon s'intéressent davantage à l'opération que les problèmes suggèrent. Toutes ces informations apportent un début de réponse à notre seconde question de recherche.

En conclusion, notre étude telle qu'elle a été imaginée, permet d'ouvrir les portes d'un domaine de recherche encore peu exploité et qu'il serait plus qu'intéressant d'approfondir. Nos réflexions nous ont permis d'imaginer les possibilités qu'offre cette étude, par la création d'un instrument de mesure permettant d'évaluer les connaissances des enseignants et par l'étude exploratoire que nous avons menée. Enfin, nous pensons que même si cette recherche possède ses limites, essentiellement liées à son aspect exploratoire, elle offre un début de réponse dans un domaine où il n'y en avait pratiquement aucune.

Bibliographie

An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the US. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145-172. DOI: <https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000021943.35739.1c>

Arrêté du Gouvernement de la Communauté française du 17 octobre 2003 fixant les grilles de référence de la formation disciplinaire et interdisciplinaire prévues dans le décret du 12 décembre 2000 définissant la formation initiale des instituteurs et des régents. (2003). *Moniteur Belge*, 17 octobre, p.26112.

Auquier, A., Demonty, I. & Fagnant, A. (2018). Impact des structures sémantiques et de l'introduction de schématisations sur les performances et les démarches de résolution de problèmes. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 23, 41-68.

Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: what makes it Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. DOI: 10.1177/0022487108324554

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A. & Tsai, Y. M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180. DOI: 10.3102/0002831209345157

Carpenter, T. P., Fennema, E., Loef Franke, M., Levi, L. & Empson, S. B. (2015). *Children's mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P. & Carey, D. (1988). Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Students' Problem Solving in Elementary Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385-401.

Chapman, O. (2007). Facilitating preservice teacher's development of mathematics knowledge for teaching arithmetic operations. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 341-349. DOI: 10.1007/s10857-007-9046-8.

Décret de la Communauté française du 19 janvier 2001 définissant la formation initiale des instituteurs et des régents. (2001). *Moniteur belge*, 19 janvier, p.25501.

Décret de la Communauté française du 18 décembre 2013 définissant le paysage de l'enseignement supérieur et l'organisation académique des études. (2013). *Moniteur belge*, 18 décembre, p.39681.

Depaepe, F., Verschaffel, L. & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge; A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research.

Teaching and Teacher Education, 34, 12-25. DOI: 10.1016/j.tate.2013.03.001

Fagnant, A. (2013). Opérations arithmétiques et symbolisations variées : Partir des démarches informelles des élèves pour donner du sens aux apprentissages. *Education & Formation*, 23-38.

Fagnant, A. & Hindryckx, G. (2005). *Développer la résolution de problèmes au cycle 5-8 pour donner du sens aux premiers apprentissages mathématiques en s'appuyant sur les démarches spontanées des enfants*. Rapport final de la première année de recherche. Université de Liège : document non publié.

Fédération Wallonie-Bruxelles. (2017). *Les indicateurs de l'enseignement*. Bruxelles.

Guberman, R. (2014). Development of Arithmetical Thinking: Evaluation of Subject Matter Knowledge of Pre-service Teachers in Order to Design the Appropriate Course. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14, 739-755. DOI: 10.1007/s10763-014-9600-7

Gvozdic, K. & Sander, E. (2018). When intuitive conceptions overshadow pedagogical content knowledge: Teachers' conceptions of students' arithmetic word problem solving strategies. *Educational Studies in Mathematics*. DOI: 10.1007/s10649-018-9806-7

Haute École Albert Jacquard. (2015). *Programme des cours 2018-2019*. Retrieved from http://progcours.heaj.be/cocoon/programmes/P1NPRI01_C.html.

Haute École Charlemagne. (2015). *Programme des cours 2018-2019*. Retrieved from http://progcours.hech.be/cocoon/programmes/P1PRIH01_C.html

Haute École Condorcet. (2018). *Programme instituteur primaire*. Retrieved from <https://www.condorcet.be/instituteur-primaire/programme/instituteur-primaire-debut-de-cycle.html>

Haute École de la ville de Liège. (2018). *Instituteur(trice) primaire profession en pénurie*. Retrieved from <https://www.hel.be/instituteurtrice-primaire-profession-en-penurie>

Haute École de Namur-Liège-Luxembourg. (2019). *Infocursus*. Retrieved from <https://services.henallux.be/paysage/public/cursus/infocursus/idCursus/17>

Haute École en Hainaut. (2018). *Bachelier instituteur(trice) primaire : détail du cursus*. Retrieved from <https://www.heh.be/cursus-2-17-163-1-2-Bachelier-Instituteurtrice-Primaire--Deuxieme-annee-Cycle-1-Bloc-1>

Haute École Francisco Ferrer. (2018). *Normal primaire (horaire de jour et horaire adapté) - 2018-2019*. Retrieved from http://www.he-ferrer.eu/sites/default/files/fichiers-formation/visio-normale_primaire_horaire_de_jour_et_horaire_adapte_e_0.pdf

- Haute Ecole Léonard De Vinci. (2018). *Bachelier instituteur primaire*. Retrieved from http://www.vinci.be/fr-be/Fiches_Completes_Par_Orientation/PRI.pdf
- Haute École Libre Mosane. (n.d.). *Bachelier en instituteur primaire : présentation de la formation et du profil d'enseignement*. Retrieved from <http://www.helmo.be/CMS/Documents/Transversal/Programmes-d-etudes/HELMo-Presentation-de-la-formation-et-du-prof-%2819%29.aspx>
- Haute Ecole Louvain en Hainaut.(2017). *Instuteur primaire*. Retrieved from <https://www.helha.be/etude/pedagogique/instituteurtrice-primaire/mons-instituteurtrice-primaire/grille-horaire-41/>
- Haute École Lucia de Brouckère. (n.d.). *Programme du bachelier en instituteur(trice) primaire*. Retrieved from <http://www.helldb.be/fr/formations-et-enseignement/formations/pedagogique/instituteur-primaire/programme-cursus>
- Haute École Robert Schuman. (2015). *Programme des cours 2018-2019*. Retrieved from http://progcours.hers.be/cocoon/programmes/P1PRIM01_C.html
- Hill, H. C., Schilling, S. G. & Ball, D. (2004). Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. *The Elementary School Journal*, 10(1), 105, 11-30.
- Institut Supérieur de Pédagogie Galilée. (2018). *Programme - bachelier instituteur primaire. 2018-2019 – institut supérieur pédagogique galilée*. Retrieved from https://www.ispg.be/system/files/uploads/ispg_programme_2018-2019_bachelier_instituteur_primaire_web.pdf
- Jordan, N. C., Kaplan D., Locuniak, M. N. & Ramineni, C. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 36–46.
- Kennedy, M. M. (2002). Knowledge and Teaching. *Teachers and Teaching*, 8(3), 355-370. DOI: 10.1080/135406002100000495
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' Content Knowledge and Pedagogical Content Knowledge : The Role of Structural Differences in Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, 64(1),90-106. DOI: 10.1177/0022487112460398
- Lee, J. (2017). Preschool Teachers' Pedagogical Content Knowledge in Mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 49(2), 229-243. DOI: 10.1007/s13158-017-0189-1

- Leikin, R. (2006). Learning by teaching: The case of sieve of Eratosthenes and one elementary school teacher. In Zazkis R. & Campbell S. (Eds.), *Number theory in mathematics education: Perspectives and prospects* (pp. 115–140). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Levain, J.-P. & Vergnaud, G. (1994-1995). Proportionnalité simple et proportionnalité multiple. *Grand N*, 56, 55-66.
- Midy, F. (1996). *Validité et fiabilité des questionnaires d'évaluation de la qualité de vie : une étude appliquée aux accidents vasculaires cérébraux*. Bourgogne: LATEC
- Morin, M.-P. (2008). Les connaissances mathématiques et didactiques chez les futurs maîtres du primaire: quatre cas à l'étude. *Canadian Journal of Education*, 31(3), 537-566.
- Polotskaia, E., Savard, A. & Freiman, V. (2015). Duality of Mathematical Thinking When Making Sense of Simple Word Problems: Theoretical Essay. *Eurasia Journal of Mathematics, Sciences & Technology Education*, 11(2), 251-261. DOI: 10.12973/eurasia.2015.1325a
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge; the Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8 (3), 255-281. DOI: 10.1007/s10857-005-0853-5
- Roy, G. J. (2014). Developing Prospective Teachers' Understanding of Addition and Subtraction with Whole Numbers. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*, 2, 1-15.
- Schilling, S. G. (2007). The role of psychometric modeling in test validation: An application of multidimensional item response theory. *Measurement : Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5(2), 93–106.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Vergnaud, G. (1994). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne : Peter Lang.
- Willis, G.B. & Fuson, K.C. (1988). Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*, 80(2), 192-201.