Les connaissances pédagogiques des enseignants nécessaires à l'enseignement des premières opérations. Étude exploratoire auprès d'enseignants du primaire

Auteur : David, Marine
Promoteur(s) : Fagnant, Annick
Faculté : þÿFaculté de Psychologie, Logopédie et Sciences de l Education
Diplôme : Master en sciences de l'éducation, à finalité spécialisée en enseignement
Année académique : 2018-2019
URI/URL : http://hdl.handle.net/2268.2/7922

Annexe A – Analyse du nombre d'heures minimal de formation en didactique et d'enseignement de savoirs disciplinaires nécessaires au développement de connaissances pour l'enseignement des mathématiques et répartition de celles-ci

L'ensemble des programmes des hautes écoles destinés à la formation d'instituteurs primaire est régi par le Décret Paysage (2013) et Décret définissant la formation initiale des instituteurs et des régents (2001). Dans ce dernier décret est défini le nombre d'heures minimal qui doit être consacré à chacune des activités d'enseignement de la formation initiale.

Nous avons tenté de représenter à partir de ce nombre d'heures minimal, le nombre d'heures maximal auquel un étudiant en formation pourrait assister dans le domaine qui nous intéresse c'est-à-dire, le nombre d'heures consacré à l'enseignement de la didactique et des savoirs disciplinaires en mathématiques.

Selon le Décret définissant la formation initiale des instituteurs et des régents (2001), les activités d'enseignement nécessaires à l'atteinte des objectifs de la formation initiale des enseignants se répartissent selon sept axes. Ainsi, l'ensemble des 2345 heures réparties sur les 3 années de bachelier se répartissent comme tel :

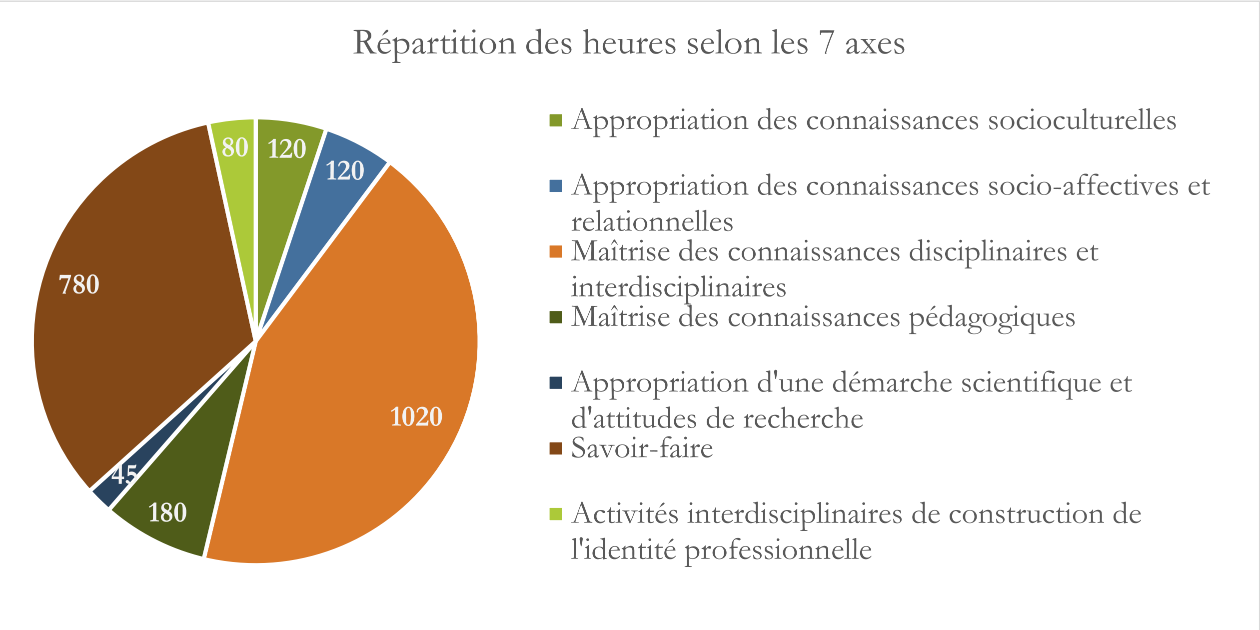


Fig. A – *Graphique de la répartition de l'ensemble des heures de cours du Bachelier Instituteur primaire*

À partir de l'article 7 de ce Décret définissant la formation initiale des instituteurs et des régents (2001) qui définit l'axe de « Maîtrise des connaissances disciplinaires et interdisciplinaires », on peut déterminer que les 1020 heures comprennent l'enseignement des connaissances que nous avons tenté de définir précédemment dans cette étude. En effet, il définit cet axe comme suit :

« *La maîtrise de connaissances disciplinaires et interdisciplinaires correspond à trois aspects :*

1. *la maîtrise écrite et orale de la langue française dont doivent faire preuve tous les enseignants ;*
2. *la connaissance approfondie et interdisciplinaire de toutes les matières que leur titre autorise à enseigner ;*
3. *les outils didactiques spécifiques à la discipline ou au champ disciplinaire. Ils sont notamment formés à utiliser de façon critique les médias et les technologies de l'information et de la communication.*

Tous les contenus disciplinaires, interdisciplinaires et didactiques sont développés dans le but de former les étudiants à une maîtrise qui les rende aptes à rencontrer les exigences des socles de compétences, des compétences terminales et des profils de formation correspondant aux niveaux de leurs futurs élèves et à s'y adapter en permanence.

Afin de garantir la cohérence entre les formations et de faciliter la mobilité des étudiants notamment par l'utilisation des passerelles, les programmes d'études des départements pédagogiques des hautes écoles respectent des grilles de références. » (Article 7 du Décret définissant la formation initiale des instituteurs et des régents, 2001, p.3).

Les points 2 et 3 de cette définition peuvent être mis en parallèle avec la définition des connaissances de contenu et celle des connaissances pédagogiques de contenu. Ces deux points constituent selon le décret un nombre minimal de 870 heures – les 150 autres heures devant être consacrées à la maîtrise orale et écrite de la langue française (90h) et à l'utilisation de l'ordinateur et apport des médias et des TIC en enseignement (60h).

Ainsi, dans cet arrêté 795 heures minimales - une part de l'horaire étant laissée au choix des différentes hautes écoles (75 heures) - sont réparties comme suit :

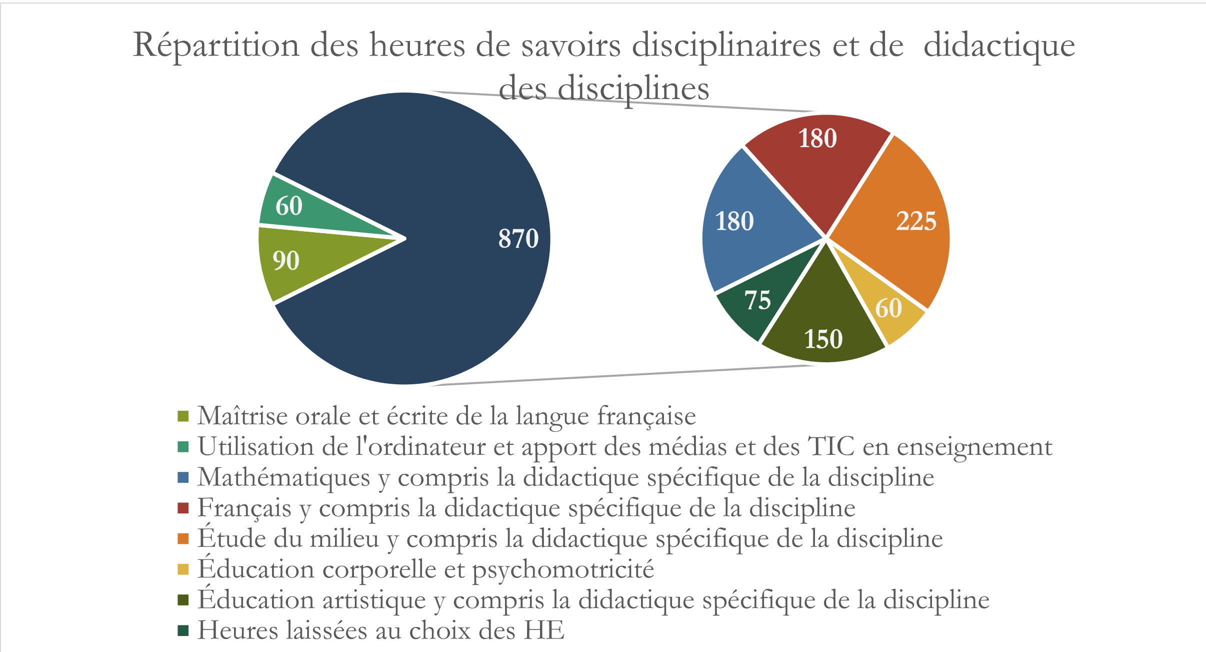


Fig. B – *Graphique de la répartition de l'ensemble des heures de cours destinées à l'enseignement des savoirs disciplinaires et de la didactique des disciplines*

En analysant cette répartition fictive, on peut dire qu'il y a dans le cursus d'un bachelier instituteur primaire approximativement 180 heures qui sont réellement consacrées à l'enseignement des connaissances qui nous intéressent dans la présente étude, c'est-à-dire l'enseignement des connaissances de contenu et des connaissances pédagogiques de contenu spécifiques à l'enseignement des mathématiques. Ce nombre d'heures est à relativiser pour deux raisons essentielles. Premièrement, parce qu'il est sûr que certaines connaissances relatives à la discipline (les mathématiques) peuvent être enseignées durant d'autres heures d'enseignement appartenant à d'autres axes : les heures de savoir-faire (heures d'atelier de formation professionnelle et de stage), par exemple. Deuxièmement , parce qu' il faut également tenir compte du fait que ce nombre d'heures doit également se répartir en fonction des différentes sous-disciplines des mathématiques, qui sont elles aussi précisées dans l'arrêté du Gouvernement de la Communauté française fixant les grilles de référence de la formation disciplinaire et interdisciplinaire prévues dans le décret du 12 décembre 2000 définissant la formation initiale des instituteurs et des régents (2003), à savoir : la logique, les nombres et opérations, les grandeurs et mesures, la géométrie, la résolution de problèmes et le traitement de données.

L'analyse des programmes des hautes écoles (Haute École Albert Jacquard, 2015 ; Haute École Charlemagne, 2015 ; Haute École Francisco Ferrer, 2018 ; Institut Supérieur de Pédagogie Galilée, 2018 ; Haute École en Hainaut, 2018 ; Haute École Lucia de Brouckère, n.d. ; Haute École Léonard de Vinci, 2018 ; Haute École Louvain en Hainaut, 2017 ; Haute École Libre Mosane, n.d. ; Haute École de Namur-Liège-Luxembourg, 2019 ; Haute École Condorcet, 2018 ; Haute École Robert Schuman, 2015 ; Haute École de la Ville de Liège, 2018) de la FWB délivrant un diplôme d'instituteur primaire, nous a permis de réaliser l'histogramme suivant qui fixe la moyenne d'heures consacrées à l'enseignement des savoirs disciplinaires et de la didactique en mathématiques à 192 heures. Après l'analyse plus en profondeur de certains programmes (Haute École Léonard de Vinci, 2018 ; Haute École Libre Mosane, n.d. ; École de Namur-Liège-Luxembourg, 2019 ; Haute École de la Ville de Liège, 2018.), on peut s'apercevoir que certaines écoles consacrent des cours à des domaines ciblés tels que : les apprentissages fondamentaux du cycle 5-8 en mathématiques, la résolution de problèmes ou la numération et les opérations. Il est alors intéressant de se pencher sur les objectifs visés par ces cours s'intéressant plus précisément aux domaines de connaissances ciblés dans la présente étude (cf. *p.39* de notre étude - *Mise en relation des connaissances ciblées par les programmes de HE et des connaissances nécessaires à l'enseignement des premières opérations selon la littérature de recherche*).

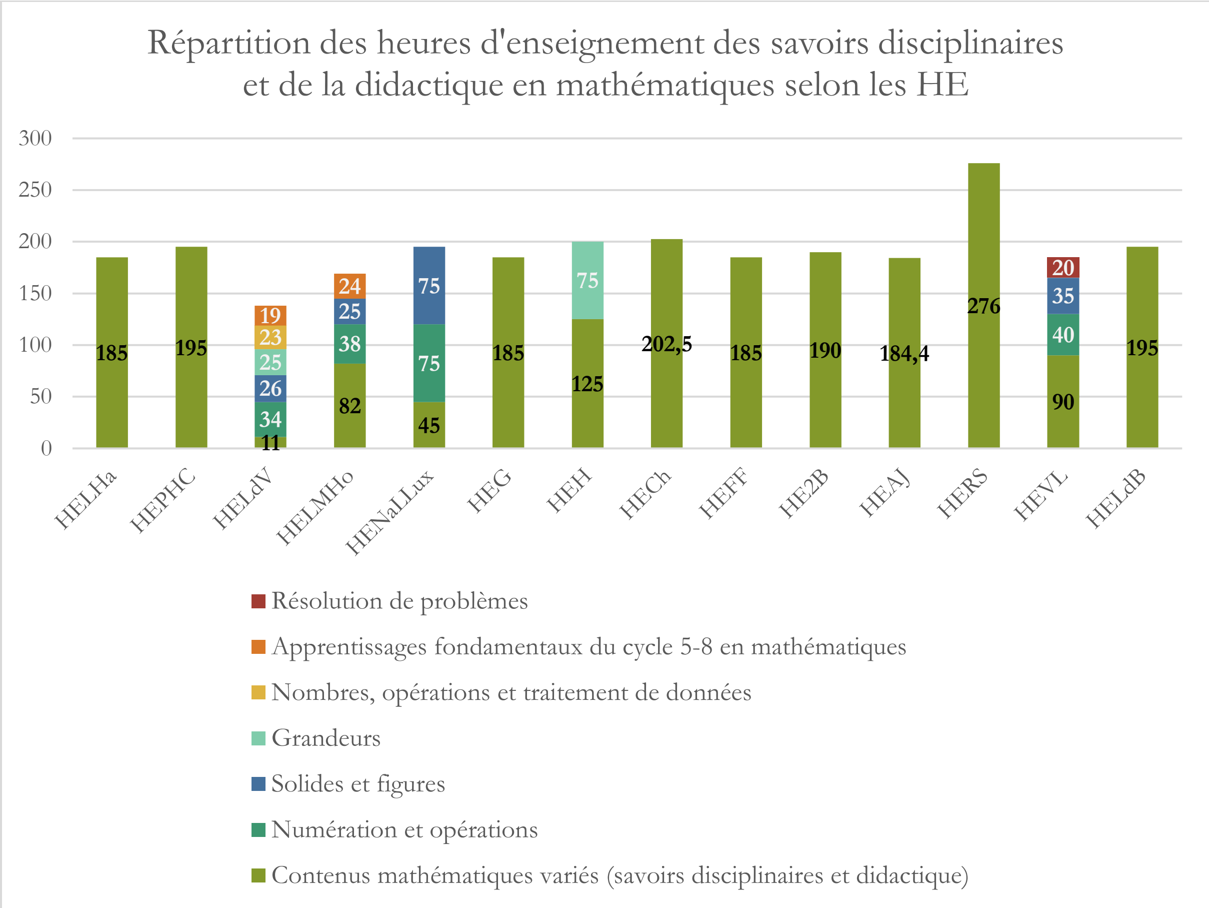


Fig. C – *Graphique de la répartition des heures d'enseignement des savoirs disciplinaires et de la didactique en mathématiques selon les HE*

Annexe B – Analyse de chacun des items composant la partie principale du questionnaire (partie 2) structuré en fonction du tableau synthèse repris dans l'étude selon les types et les catégories de connaissances

Connaissances spécialisées de contenu liées aux types de problèmes et aux variables qui peuvent affecter leurs différences

<table>
<tr><th>Question 2</th><th>Réponse attendue</th></tr>
<tr><td>Le(s)quel(s) de ces problèmes choisiriez-vous pour développer chez vos élèves le principe de commutativité dans les opérations de multiplication ?
A. Sur son champ de bataille, Julien a disposé 3 rangées de 6 petits soldats. Combien a-t-il disposé de petits soldats en tout ?
B. Zoé collectionne les dinosaures miniatures. Aujourd'hui, sa maman lui a acheté 4 boîtes dans lesquelles il y avait à chaque fois 5 dinosaures. Combien a-t-elle reçu de dinosaures aujourd'hui par sa maman ?
C. Sacha construit des tours de briques. Il décide de construire 5 tours de 5 briques. De combien de briques aura-t-il besoin ?

a. Cochez une seule réponse ci-dessous.
a. Le problème A.
b. Le problème B.
c. Le problème C.
d. Les problèmes A et B.
e. Les problèmes B et C.
f. Les problèmes A et C.
g. Les 3 problèmes (A, B et C).
h. Aucun des 3 problèmes.

b. Justifiez ci-dessous votre choix.</td><td>Le problème A est le problème que le répondant devrait choisir s'il souhaite développer le concept de commutativité. En effet, il s'agit d'un problème symétrique.

Ce type de problème permet la commutativité entre les deux termes sans perte de sens dans le problème initial : 3 rangées de 6 soldats ou 6 rangées de 3 soldats, c'est la même chose.

Le problème C peut lui aussi être considéré comme symétrique (on pourrait y voir 5 étages de 5 briques) mais les nombres seraient mal choisis pour développer le concept : 5 x 5 ou 5 x 5, difficile de faire la différence…</td></tr>
<tr><th colspan="2">Codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">1 si le répondant choisit la réponse a, même si la justification n'est pas exacte.
0 si le répondant choisit une autre réponse.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Analyse de la question</th></tr>
<tr><td colspan="2">À partir de cette question, nous tentions de déterminer la capacité du répondant à identifier le type de problème dit « problème symétrique » (Carpenter et al., 2015) permettant de développer le concept de commutativité. Ce type de problème est, en effet, le type de problème le plus intéressant pour développer le concept de commutativité comme l'expliquent Carpenter et al. (2015) dans leur ouvrage. Cependant, pour développer ce concept, il est également essentiel de tenir compte d'un autre paramètre : les nombres choisis dans le problème, qui ne peuvent pas être identiques sinon pas démonstratifs. Cette connaissance est une connaissance spécialisée de contenu puisqu'elle n'est propre qu'à l'enseignant et qu'elle permet à l'enseignant de justifier son choix de problème pour développer un concept.</td></tr>
</table>

Question 6

Voici des problèmes de types différents.

a. Appariez *(une lettre avec un chiffre)* ces différents problèmes en fonction de leur type.

A. *Jules avait quelques billes. Il en a perdu 4 en jouant contre Marie. Maintenant, il en a 8. Combien en possédait-il avant de jouer contre Marie?*	***1.*** *Matthéo a 5 euros dans sa poche. Nassim, lui, a 8 euros. Combien d'euros Nassim a-t-il de plus que Matthéo ?*
B. *Jules a 5 ans. Sa grande sœur, Stéphanie a 3 ans de plus. Quel âge a Stéphanie ?*	***2.*** *Théo avait 5 cartes de foot. Il en a gagné 4 en jouant avec Mathis. Combien Théo possède-t-il de cartes à présent ?*
C. *Ryan a 5 cookies au chocolat noir et 3 cookies au chocolat blanc. Combien a-t-il de cookies en tout ?*	***3.*** *Dans son panier, Mamie a quelques poires et 5 pommes. Elle compte 8 fruits en tout. Combien y a-t-il de poires dans son panier ?*

b. Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.

Réponse attendue

Pour répondre correctement à cette question, le répondant devait apparier les problèmes en fonction de leur type.

Ainsi, le problème A s'appariait avec le problème 2 car il s'agissait de problèmes de type « changement » selon la catégorisation de Carpenter et al. (1988).

Le problème B devait être apparié au problème 1 car il s'agissait de problèmes de type « comparaison », toujours selon cette même catégorisation (Carpenter et al., 1988).

Enfin, le problème C et le problème 3 devaient être associés car il s'agissait de problèmes de type « combinaison » (Carpenter et al., 1988).

Codage

1 si le répondant apparie correctement les problèmes entre eux (A2, B1, C3), même si la justification n'est pas exacte.
0 si le répondant apparie les problèmes autrement.

Analyse de la question

À partir de cette question, nous tentions de déterminer la capacité du répondant à identifier les types de problème en fonction de leur structure. La justification de l'appariement était donc essentielle afin de déterminer les choix d'appariement. Nous ne nous attendions évidemment pas à ce que les enseignants puissent nommer avec exactitude la catégorisation de référence de Carpenter et al. (1988) mais nous espérions qu'ils puissent identifier dans la structure du problème les différences et les ressemblances afin de constituer des paires. Cette connaissance constitue, elle aussi, une connaissance spécialisée de contenu puisqu'elle n'est propre qu'à l'enseignant et qu'elle permet à l'enseignant de se justifier quant à ses choix de problèmes.

Question 8

Voici des problèmes de types différents.

a. **Appariez *(une lettre avec un chiffre)* ces différents problèmes en fonction de leur type.**

A. *Jean a 2 sachets de 8 billes. Combien a-t-il de billes au total ?*	***1.*** *Un scout récolte 8 euros par jour de vente de gâteaux. Après 2 jours de vente, combien devrait-il avoir récolté ?*
B. *Dans la classe, il y a 2 rangées de 8 bancs. Combien y a-t-il de bancs en tout en classe ?*	***2.*** *Rachel a 16 vernis dans sa collection. Elle souhaite les ranger dans de belles boites qui peuvent contenir 8 vernis. Sachant que toutes les boîtes seront remplies, de combien de boîtes a-t-elle besoin ?*
C. *Le vétérinaire a pesé l'éléphanteau qui vient de naître cette semaine. Il a pris 16 kilos depuis sa naissance. Sachant qu'il prend 8 kilos par jour, quand est-il né ?*	***3.*** *Un glacier propose des glaces en cornet ou en pot (2 possibilités). Sachant qu'il propose 8 parfums différents (chocolat, vanille, fraise, …). Combien de choix de glace d'une boule sont possibles ?*

a. **Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.**

Réponse attendue

Pour répondre correctement à cette question, le répondant devait apparier les problèmes en fonction de leur type. Pour ce faire, il fallait se référer à la façon dont Vergnaud (1988) catégorise les problèmes de multiplication et de division.

Ainsi, le problème A s'appariait avec le problème 1 car il s'agissait de problèmes quaternaires de multiplication.

Le problème B devait être apparié au problème 3 car il s'agissait de problèmes ternaires de multiplication.

Enfin, le problème C et le problème 2 devaient être associés car il s'agissait de problèmes quaternaires de division-quotition.

Codage

1 si le répondant apparie correctement les problèmes entre eux (A1, B3, C2), même si la justification n'est pas exacte.
0 si le répondant apparie les problèmes autrement.

Analyse de la question

Cette question nous permettait de déterminer la capacité du répondant à analyser non seulement les problèmes selon le nombre de données qu'ils mettent en jeu (3, ternaire ou 4, quaternaire) mais aussi sa capacité à déterminer la place de l'inconnue au sein de la structure du problème, ce qui distinguaient les deux paires de problèmes quaternaires. Nous ne nous attendions pas à une référence exacte à la catégorisation de Vergnaud. Cette connaissance constitue, elle aussi, une connaissance spécialisée de contenu puisqu'elle n'est propre qu'à l'enseignant et qu'elle permet à l'enseignant de se justifier quant à ses choix de problèmes.

Question 12	Réponse attendue
En début d'apprentissage de la multiplication, Madame Martin a proposé le problème suivant : ***Un garagiste vend des bidons de 15 litres d'essence à 3 euros pièce. Un acheteur décide d'en acheter 5 bidons. Combien d'euros devra-t-il dépenser ?*** **Lors de la correction, elle remarque que tous ses élèves ont échoué face à la résolution de ce problème…** **a. Selon vous, quelles sont les difficultés qui auraient pu poser problèmes aux élèves de Madame Martin ?** **b. Inventez ci-dessous un problème qui réduirait le nombre de difficultés et qui permettrait de travailler la multiplication.**	Pour répondre correctement à cette question, le répondant devait **faire référence à quatre éléments pouvant complexifier le problème (12a)** : les **données parasites** (15 litres), le **choix des nombres** (début de la multiplication : plus facile de faire 3 x 5 que 5 x 3 ; la table de 5 est plus simple), le **choix des mots** (le contexte est très éloigné de la réalité d'un élève lambda) et **le fait que ce problème implique des mesures** (ici, une monnaie, l'euro) et **modifier ces éléments en proposant un autre problème (12b)**. Le répondant étant poussé à l'explicitation de sa réponse, l'analyse approfondie des réponses sera nécessaire car la possibilité d'autres réponses pertinentes peut être envisagée.

Codage

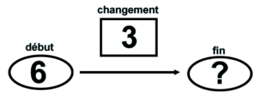
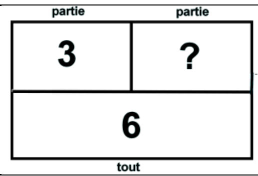
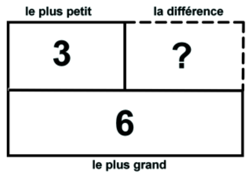
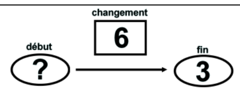
12a
1 si le répondant cite deux des quatre éléments attendus.
0 si le répondant cite moins de deux éléments sur les quatre attendus.
12 b
1 si le répondant modifie deux des quatre éléments attendus.
0 si le répondant modifie moins de deux éléments sur les quatre attendus.

Analyse de la question

Cette question nous a semblé intéressante afin de déterminer la capacité des enseignants à détecter dans un problème les éléments pouvant le complexifier ou le simplifier. Les trois premiers éléments cités dans les réponses attendues font parties des éléments cités par Vergnaud (1988) dans son ouvrage. Le dernier élément fait référence à un élément que citent Carpenter et al. (2015) dans leur ouvrage, quand ils explicitent leur catégorisation des problèmes multiplicatifs et de division, ils abordent les problèmes impliquant des mesures et les classent dans une catégorie « à part ». Ils expliquent dans cette partie de l'ouvrage, l'important d'aborder des problèmes de multiplication très tôt dans les apprentissages des premières opérations mais ils préconisent le travail sur des problèmes n'impliquant pas de mesure dans un premier temps afin de construire une compréhension solide (Carpenter et al., 2015). Il s'agit d'une connaissance spécialisée de contenu puisqu'elle n'est propre qu'à l'enseignant et qu'elle permet à l'enseignant de se justifier quant à ses choix de problèmes.

Question 18	Réponse attendue

Associez chaque problème à sa représentation schématique.

Pour faire sa soupe, Maman a acheté 3 potirons et 6 oignons. Combien a-t-elle acheté de légumes en tout ?	
Zacharie a 6 ans. Yannis, son petit frère, a 3 ans. De combien d'années Zacharie est-il plus âgé ?	
Jules avait 6 chocolats dans sa boîte. Saint-Nicolas lui en a apporté 3 de plus cette nuit. Combien de chocolats a-t-il à présent ?	
Dans mon panier, il y a 6 fruits : 3 poires et quelques pommes. Combien y a-t-il de pommes exactement dans mon panier ?	
Aujourd'hui je suis allée m'acheter un livre à la librairie avec l'argent de ma tirelire. Je l'ai payé 6 euros. Dans ma tirelire, il ne me reste plus que 3 euros. Combien d'euros avais-je dans ma tirelire avant d'acheter mon livre ?	Aucune des représentations schématiques proposées ne correspond à ce problème.

Réponse attendue

Pour répondre correctement à cette question, les répondants devaient associer chaque problème à sa représentation en fonction de la structure du problème (son type et la place de son inconnue).

Ainsi, le premier problème (la soupe de Maman) ne peut être associé à aucune des représentations puisqu'il s'agit d'un problème de combinaison où l'inconnue est le tout.

Le second problème (l'âge des frères) doit être associé à la troisième représentation puisqu'il s'agit d'un problème de comparaison où l'inconnue est la différence, la comparaison.

Le troisième problème (la boîte de chocolats) doit être associé à la première représentation puisqu'il s'agit d'un problème de changement où l'inconnue est la quantité finale.

Le quatrième problème (le panier de fruits) doit être associé à la deuxième représentation puisqu'il s'agit d'un problème de combinaison où l'inconnue est l'une des parties.

Enfin, le cinquième problème (Dans ma tirelire) doit être associé à la quatrième représentation puisqu'il s'agit d'un problème de changement où l'inconnue est la quantité de départ.

Codage

1 si le répondant apparie correctement les problèmes à leur représentation schématique.
0 si le répondant apparie les problèmes et les représentations autrement.

Analyse de la question

L'objectif de cette question était de vérifier si le répondant était capable d'identifier la structure générale du problème et de l'associer à une représentation schématique simple. Cette connaissance constitue une connaissance spécialisée de contenu puisqu'elle n'est propre qu'à l'enseignant et qu'elle lui permet de se justifier quant à ses choix de problèmes. Elle est à différencier de la connaissance liée à la représentation de problèmes qui constitue un outil pour l'enseignant dans son enseignement des premières opérations et qui est représenté par un autre type de connaissance : les connaissances de contenu et de l'enseignement. Nous avons tenté d'étudier cette connaissance particulière au travers des questions 10 et 15 que nous analyserons par la suite.

Connaissances de contenu et des étudiants liées aux types de problèmes et aux variables qui peuvent affecter leurs différences

<table>
<tr><th>Question 5</th><th>Réponse attendue</th></tr>
<tr><td>

Voici différents problèmes. Pouvez-vous les classer du plus facile au plus difficile pour un élève du cycle 2 (première ou deuxième année primaire) ?

A. ***Léo avait une belle collection de billes avant de jouer contre Maxime. En jouant contre lui, il en a perdu 3. Maintenant, il n'en a plus que 9. Combien de billes Léo avait-il avant de jouer contre Maxime ?***

B. ***Patrick avait 12 cartes « Pokémon » avant de rentrer chez lui. Sur le chemin, il en a perdu quelques-unes. À la maison, il n'en avait plus que 9. Combien Patrick a-t-il perdu de cartes ?***

C. ***Laura avait 12 boutons sur son manteau. En jouant dans la cour de récréation, 3 boutons sont tombés. Combien de boutons lui reste-t-il sur son manteau ?***

<table>
<tr><td colspan="3">a. Notez ici votre classement :</td></tr>
<tr><td>le plus facile</td><td>…….. → …….. → ……..</td><td>le plus difficile</td></tr>
</table>

b. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

</td><td>

Le classement attendu se justifie en fonction de la place de l'inconnue qui joue un rôle important dans la stratégie que devra utiliser l'élève pour résoudre le problème. En effet, les 3 problèmes sont de même type et les autres variables (le choix des nombres impliqués, le choix des mots (du contexte), …) qui pourraient le complexifier ont été choisies pour s'équivaloir.

Ainsi, le problème C peut être considéré comme le plus simple car l'inconnue est la quantité finale. Une simple stratégie de modélisation est alors facile à utiliser.

Le problème A constitue quant à lui le problème le plus complexe. L'inconnue est la quantité de départ. Ce problème implique que l'élève doit soit utiliser une stratégie d'essais-erreurs (4 – 3 ? non. 10 – 3 ? non. etc.), soit être en mesure de réaliser l'opération réciproque : ? – 3 = 9 c'est 9 + 3 = ?.

Le problème B est de difficulté intermédiaire. L'inconnue est le changement lui-même. Une stratégie d'essais- erreurs peut également être la solution proposée par l'élève mais celle-ci sera alors plus simple à modéliser que dans le problème A (12-1 = 9 ? non. 12-2 = 9 ? non. 12-3 = 9 ? oui !).

</td></tr>
<tr><th colspan="2">Codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">

1 si le répondant classe correctement les problèmes en fonction de leur difficulté (C, B, A), même si la justification n'est pas exacte.

0 si le répondant classe les problèmes autrement.

</td></tr>
<tr><th colspan="2">Analyse de la question</th></tr>
<tr><td colspan="2">

À partir de cette question, nous tentions d'analyser la connaissance des niveaux de développement des stratégies des élèves nécessaires à la résolution de certains problèmes en fonction de la place de l'inconnue dans ceux-ci, et de leur classification. Cette connaissance est directement liée aux étapes de compréhension par lesquelles passent l'élève et aux stratégies de résolution que l'élève peut utiliser en fonction des problèmes qui lui sont proposés.

</td></tr>
</table>

Question 17	Réponse attendue
Voici différents problèmes. Pouvez-vous les classer du plus facile au plus difficile pour un élève du cycle 2 (première ou deuxième année primaire) ? **A.** ***Léa avait 8 cartes « Pokémon » avant de jouer contre Maxime. En jouant contre lui, elle en a perdu 3. Combien de cartes « Pokémon » Léa a-t-elle maintenant?*** **B.** ***Léon a 8 cartes « Pokémon » dans sa collection. Jules en a 3 de plus. Combien de cartes a Jules dans sa collection ?*** **C.** ***Martin avait 8 cartes « Pokémon » en arrivant à l'école. En jouant à la récréation contre Lucie, il en a gagné 3. Combien Martin a-t-il de cartes maintenant ?*** **c.** Notez ici votre classement : *le plus facile* …….. → …….. → …….. *le plus difficile* **d. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.**	Le classement attendu pour cette question était : C, A, B. Le répondant devait tenir compte de la structure du problème : le problème B est un problème de comparaison mettant en œuvre une relation alors que les problèmes A et C sont des problèmes de changement, ce qui facilite la modélisation directe puisqu'ils mettent en œuvre une action. La différence entre le problème A et le problème C se trouve au niveau de l'opération à effectuer : l'un implique une addition (C), alors que l'autre implique davantage une soustraction (A).

Codage

1 si le répondant classe correctement les problèmes proposés en fonction de leur difficulté, même si la justification n'est pas exacte.
0 si le classement n'est pas correct.

Analyse de la question

À partir de cette question, nous tentions d'analyser la connaissance des niveaux de développement des stratégies des élèves nécessaires à la résolution de certains problèmes en fonction de leur structure/de leur type, et de leur classification. Cette connaissance est directement liée aux étapes de compréhension par lesquelles passent l'élève et aux stratégies de résolution que l'élève peut utiliser en fonction des problèmes qui lui sont proposés.

Connaissances de contenu et de l'enseignement liées aux types de problèmes et aux variables qui peuvent affecter leurs différences

Question 10	Réponse attendue
Voici un problème additif. ***Dans ma soupe, j'ai mis 8 pincées de sel. Mon petit frère, lui, en a mis 6. Combien de pincées de sel ai-je mis en plus par rapport à mon petit frère ?*** **Dessinez dans le cadre ci-dessous une représentation qui pourrait aider l'élève à résoudre ce problème.**	Pour répondre correctement à cette question, l'enseignant doit non seulement avoir les connaissances de contenu suffisantes pour repérer la relation ou l'action dans le problème mais il doit en plus proposer un dessin ou un schéma où cette relation ou cette action est rendue visible. Ici, il s'agit d'un problème de comparaison où il faut comparer deux quantités (8 et 6) et où l'inconnue est la comparaison elle-même. Ainsi, la représentation devait comprendre la relation de comparaison entre les deux quantités mais aussi un signe pour situer l'inconnue dans cette relation.

Question 15	Réponse attendue
Voici un problème additif. ***Emma a quelques crayons dans son plumier. Elle en prête 7 à Célia. Après avoir compté le nombre de crayons qui lui restait, elle se rend compte qu'elle n'en a plus que 5. Combien de crayons avait-elle au départ ?*** **Dessinez dans le cadre ci-dessous une représentation qui pourrait aider l'élève à résoudre ce problème.**	Ici, il s'agit d'un problème de changement où on nous donne le changement et la quantité finale, et où la quantité de départ est l'inconnue. Ainsi, la représentation devait comprendre la relation de changement mais aussi un élément (symbole mathématique ou autre) pour situer l'inconnue dans cette relation.
Codage	
10 et 15 **1 si le répondant propose une représentation dans laquelle la relation ou l'action entre les quantités est visible et où l'inconnue est également rendue visible.** **0 si ce n'est pas le cas.**	
Analyse des questions	
L'objectif de ces questions était de vérifier la capacité des enseignants à proposer une représentation (schéma ou dessin), un outil, qui puisse aider l'élève à résoudre le problème. La représentation est un outil pour l'élève ; l'enseignant doit aider à son développement. Il s'agit dans ce cas d'une connaissance de contenu et de l'enseignement puisqu'il s'agit d'une connaissance liée aux capacités de l'enseignant à recourir à la méthode des représentations pour différencier les apprentissages (aider un élève en difficulté).	

Connaissances spécialisées de contenu liées aux types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent

<table>
<tr><th>Question 3</th><th>Réponse attendue</th></tr>
<tr><td>
Madame Lecomte laisse à ses élèves de première année l'opportunité de résoudre individuellement le problème suivant :
« Louis a 5 bonbons dans sa boîte. Son institutrice lui en donne quelques-uns en plus car il a été sage. Il compte ses bonbons et se rend compte qu'il en a 9 maintenant. Combien de bonbons son institutrice lui a-t-elle donnés ? »
Elle sélectionne ensuite trois élèves ayant résolu le problème correctement mais de différentes façons.
L'élève A a utilisé ses jetons. Il montre a ses camarades et explique : « J'ai pris 5 et j'ai ajouté en comptant jusque 9. Puis, j'ai regardé combien j'avais ajouté. ». La trace de sa résolution est un dessin de sa manipulation.
L'élève B donne son calcul : « 9 – 5 = 4. Ça veut dire que son institutrice lui a donné 4 bonbons. Il en a 9 si on enlève ceux qu'il avait déjà (les 5), on voit qu'il en reste 4. Ce sont ceux que son institutrice lui a donné en plus. ».
L'élève C donne également un calcul : « 5 + … = 9. 5 + 4 = 9. J'ai cherché combien je devais ajouter pour arriver à 9. C'était pas 1, ni 2, ni 3, c'était 4. ».
L'enseignante félicite ses 3 élèves qui ont trouvé la solution au problème puis corrige l'exercice avec l'ensemble de la classe. Elle interroge les élèves sur la stratégie la plus efficace : c'est celle de l'élève B. Elle réexplique la stratégie aux élèves en difficulté. C'est cette stratégie qui est notée en correction.
Que pensez-vous de la méthode d'enseignement de Madame Lecomte ?
</td><td>La réponse attendue devait signifier le mauvais « comportement » (selon la littérature) face à la variété des stratégies des élèves. Dans le cas décrit, l'enseignante impose une stratégie de résolution ce qui ne permet pas un développement de la pensée mathématique efficace chez l'élève.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">1 si le répondant cite l'argument de non-acceptation de stratégies variées pour critiquer la méthode d'enseignement décrite.
0 si ce n'est pas le cas.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Question 7</th><th>Réponse attendue</th></tr>
<tr><td>
Vous évaluez la capacité de l'élève à résoudre une addition de type DU + U et vous proposez le problème suivant.
Sarah a acheté des fruits au marché. Elle a pris 14 poires et 9 pommes. Combien de fruits a-t-elle achetés en tout ?
Voici le descriptif de la façon dont 3 élèves ont tenté de résoudre le problème.
A. Lucie a utilisé des jetons. Elle a pris 14 jetons qu'elle a comptés un à un. Ensuite, elle a pris 9 nouveaux jetons qu'elle a également comptés un par un et elle les a ajoutés aux 14 premiers. Lucie a
</td><td>Le répondant devait pour cette question détecter les différents niveaux de développement de l'élève (un élève résout le problème à l'aide d'une stratégie de modélisation directe, un autre</td></tr>
</table>

	ensuite compté le total de ses jetons et a répondu « *23 fruits* » à la question posée.
B.	Noa a compté à partir de 14. Il a levé un doigt à chaque fois qu'il a ajouté 1. Quand il a vu qu'il avait levé 9 doigts, il a arrêté son comptage. Il a ensuite répondu à la question par « *23 fruits* ».
C.	Romain a donné la réponse presque directement : « *23 fruits* ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment il avait fait, il a répondu ceci : « *J'ai d'abord fait 14 et combien pour faire 20. C'est 14 et 6. Donc 9, c'est 6 et 3. Donc, après j'ai ajouté 3. Et ça fait 23.* ».

Quelle note attribueriez-vous à chaque élève ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de la note
Élève A (Lucie)	0 – 1 – 2	
Élève B (Noa)	0 – 1 – 2	
Élève C (Romain)	0 – 1 – 2	

utilise une stratégie de comptage et le dernier utilise une stratégie de (dé)composition des nombres) et valider les 3 stratégies pareillement. Les 3 réponses sont mathématiquement correctes et répondent à l'objectif de l'évaluation, à savoir : la capacité à résoudre une addition de type DU+U.

Codage

1 si le répondant accorde la note maximale aux 3 élèves, même si la justification n'est pas exacte.
0 si ce n'est pas le cas.

Question 4

Vous évaluez la capacité de l'élève à résoudre une soustraction de type DU – DU et vous proposez le problème suivant.

Ethan a 82 autocollants. Il en colle 37 dans son cahier de dessin. Combien d'autocollants pourra-t-il encore coller maintenant ?

Voici les traces écrites de trois élèves pour la résolution de ce problème.

Élève A

82-30 → 52 → 45 autoc.

Élève B

82-37
(80+2)-(30+7)
80-30=50
2-7=-5
50-5=45 autocollants

Réponse attendue

Le répondant devait pour cette question détecter les différents niveaux de développement de l'élève (développements différents au niveau de la notation mathématique et de l'utilisation des symboles mathématiques) et valider les 3 stratégies pareillement. Les 3 réponses sont mathématiquement correctes et répondent à l'objectif de l'évaluation, à savoir : la capacité à résoudre une addition de type DU-DU.

Élève C $82-37=\overbrace{82-30}^{52}-7=45$

Quelle note attribueriez-vous à chaque élève ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de la note
Élève A	0 – 1 – 2	
Élève B	0 – 1 – 2	
Élève C	0 – 1 – 2	

Codage

1 si le répondant accorde la note maximale aux 3 élèves, même si la justification n'est pas exacte.
0 si ce n'est pas le cas.

Question 14

Trois élèves ont résolu le problème suivant :

Il y a 13 passagers dans le bus. 9 descendent du bus au premier arrêt. Combien de passagers reste-t-il après le premier arrêt ?

Voici le descriptif de la façon dont 3 élèves ont tenté de présenter leur stratégie de résolution aux autres élèves de la classe :

A. Arthur prend 13 jetons. Il montre aux autres élèves qu'il compte les jetons. « 1, 2, 3, … 13. ». Ensuite, il enlève 9 jetons. Il les déplace plus loin en comptant : « 1, 2, 3, … 9. ». Il compte ensuite les jetons restants : « 1, 2, 3, 4. ». Il dit : « Il en reste 4 dans le bus. ».

B. Eleana décompte à partir de 13 en levant un doigt à chaque fois : « 12, 11, 10, … 4. ». Elle s'arrête après avoir levé 9 doigts. Elle répond ensuite : « Il reste 4 passagers dans le bus. ».

C. Luc explique oralement : « J'ai 9. (il compte et lève 1 doigt à chaque comptage) 10, 11, 12, 13. C'est 4 donc je sais qu'il reste 4 passagers dans le bus. ».

Quelle note attribueriez-vous à ces élèves ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de votre note
Stratégie d'Arthur	0 – 1 – 2	
Stratégie d'Eleana	0 – 1 – 2	
Stratégie de Luc	0 – 1 – 2	

Réponse attendue

Tous les élèves méritent la note maximale car ils parviennent à résoudre le problème.
La seule chose qui les différencie est leur niveau de développement de leur pensée mathématique.
Le cas B utilise la stratégie de comptage correspondant à la stratégie de modélisation utilisée par le cas A. Leurs stratégies correspondent toutes deux à la structure du problème. Le cas C, lui, montre qu'il a conscience de la structure fondamentale du problème « partie-tout » (ou combinaison) : il présente clairement le lien entre les parties et le tout. Il démontre une pensée holistique (pensée qui permet de prendre en compte différents éléments et de les mettre en relations).

Codage

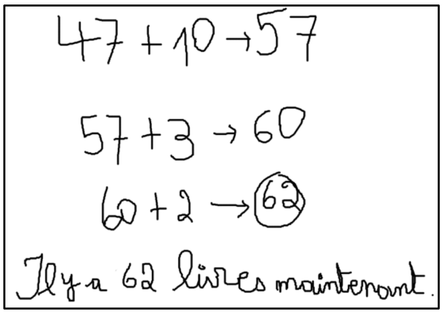
1 si le répondant accorde la note maximale aux 3 élèves, même si la justification n'est pas exacte.
0 si ce n'est pas le cas.

Question 16

Voici un problème proposé à un élève en début de première année primaire.

Dans la bibliothèque de la classe, il y avait 47 livres. Madame en a acheté 15 nouveaux. Combien y a-t-il de livres dans la bibliothèque maintenant?

L'élève a ensuite rendu sa résolution sur papier.



Que pensez-vous de cette résolution de problème ?

Réponse attendue

À cette question, nous attendions que le répondant nous signifie que la résolution est correcte. En effet, même si l'élève – qui est en début de 1ère année primaire, rappelons-le- n'utilise pas encore correctement la notation mathématique, il parvient à résoudre le problème posé malgré sa complexité (nombres élevés, passage par la dizaine supérieure, …). Ici, l'élève utilise la représentation sous la forme de calcul comme outil à sa résolution, il aurait pu utiliser d'autres formes de représentation papier-crayon (un schéma, un dessin, …).

Codage

1 si le répondant propose une réponse affirmant que la réponse de l'élève est correcte.
0 si ce n'est pas le cas.

Analyse des questions

À partir de ces questions, nous tentions de vérifier la connaissance des enseignants des stratégies diverses que les enfants peuvent développer et leur acceptabilité quand bien même elles seraient le reflet de différents stades de développement mathématique des élèves. Il s'agit dans les faits d'une connaissance directement liée aux stratégies des apprenants que l'enseignant doit être capable d'identifier.

Connaissances de contenu et des étudiants liées aux types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent

Question 9	Réponse attendue
Voici trois problèmes d'addition, où la place de l'inconnue varie, proposés à des élèves en début de 1ère année primaire, <u>avant l'introduction des calculs</u>. ***9a Martin avait un paquet de 7 bonbons. À la récré, un copain lui en donne 2 de plus. Combien en possède-t-il à présent ?*** **Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution <u>la plus probable</u> qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.**	En fonction du problème, la réponse attendue divergeait. Pour ce premier problème, deux stratégies sont acceptées : une stratégie de modélisation directe où l'élève assemble les quantités ou une stratégie de comptage à partir d'une des deux quantités.
9b Théo avait quelques billes dans sa collection. À la récré, il en a gagné 5 en jouant contre Mathis. Maintenant, il en a 7. Combien avait-il de billes avant la récréation ? **Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution <u>la plus probable</u> qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.**	Pour ce second problème, un seul type de stratégie est accepté : la stratégie d'essai-erreur.
9c Théo avait 5 billes dans sa collection. À la récré, il en a gagné quelques-unes en jouant contre Mathis. Maintenant, il en a 7. Combien a-t-il perdu de billes pendant la récréation ? **Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution <u>la plus probable</u> qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.**	Pour ce dernier problème, deux stratégies sont acceptées : une stratégie de modélisation directe où l'élève assemble des quantités à partir de 5 pour arriver jusqu'à 7 ou une stratégie de comptage à partir de 5 jusqu'à 7, dans les deux stratégies l'élève garde une trace de la quantité ajoutée (sur ses doigts, avec des jetons, etc.).
Codage	
9a **1 si le répondant cite, décrit ou représente une stratégie de modelage ou de comptage.** **0 si ce n'est pas le cas.** 9b **1 si le répondant cite, décrit ou représente une stratégie d'essais-erreurs.** **0 si ce n'est pas le cas.** 9c **1 si le répondant cite, décrit ou représente une stratégie de modelage ou de comptage.** **0 si ce n'est pas le cas.**	

<table>
<tr><th>Question 11</th><th>Réponse attendue</th></tr>
<tr><td>

Face à ce type de problème précis, quelle erreur typique les élèves pourraient-ils commettre ?

Pierre a 4 bonbons. Combien doit-on encore lui en donner pour qu'il en ait 10 comme le reste des élèves de la classe ?

Choisissez l'erreur typique la plus probable propre à ce type de problème. Cochez une seule proposition.

	Un élève utilisant ses jetons pourrait se tromper dans son comptage. Il utiliserait mal sa stratégie de comptage (il compterait trop vite par exemple) et pourrait arriver à une réponse erronée (5 par exemple).
	Un élève utilisant ses jetons pourrait décider d'ajouter 10 à 4. Il n'aurait pas identifié la structure du problème et répondrait une réponse farfelue (14 par exemple).
	Un élève pourrait s'attarder sur les mots « donner » et « reste » et effectuer une soustraction : 10 – 4 par exemple. Il arriverait à la bonne solution, mais n'aurait pas compris la structure propre du calcul.

</td><td>

La première proposition n'est pas une erreur typique propre à ce type de problème : une fois le dénombrement maîtrisé, elle n'arrive pratiquement pas sur de si petits nombres.

La dernière proposition n'est pas une erreur en soi. Il s'agit plutôt d'une mauvaise stratégie : se référer à des mots « importants » et non au contexte général. Celle-ci n'est pas propre à ce type de problème.

L'erreur typique face à ce type de problème est la description faite dans la deuxième proposition. L'élève ne parvient pas à identifier la place de l'inconnue ; il procède comme si l'inconnue était la quantité finale et qu'il connaissait déjà la quantité de départ et le changement.

</td></tr>
<tr><th colspan="2">Codage</th></tr>
<tr><td colspan="2">

1 si le répondant coche l'erreur typique la plus probable (2ème)
0 si ce n'est pas le cas.

</td></tr>
<tr><th colspan="2">Analyse des questions</th></tr>
<tr><td colspan="2">

L'objectif de ces questions était d'évaluer la capacité des enseignants à fournir les stratégies de résolution les plus probables que des élèves pourraient utiliser ainsi que les erreurs typiques en fonction du problème.

</td></tr>
</table>

Question 1	Réponse attendue
Quatre élèves ont résolu le problème suivant : ***Noéline a acheté 5 régimes de 3 bananes pour faire un cake aux bananes. Combien a-t-elle acheté de bananes en tout?*** **Voici le descriptif de la façon dont 4 élèves ont tenté de résoudre le problème. Un élément important est à savoir : le comptage par 3 n'a pas été enseigné aux élèves, mais le comptage par 5 lui est maîtrisé par tous les élèves.** **A.** Romane a donné la réponse presque directement : « *15 bananes* ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment elle avait fait, elle a répondu ceci : « *J'ai compté par 5. 5, 10, 15. Ça fait 15 bananes.* ». **B.** Léo a utilisé des jetons. Il a constitué 5 groupes de 3 jetons. Il a ensuite compté le total de ses jetons un par un et a répondu « *15 bananes* » à la question posée. **C.** Milan a donné la réponse presque directement : « 14 bananes ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment il avait fait, il a répondu ceci : « *J'ai compté par 3. 3… (pause + 1 doigt levé), 6… (pause + 1 doigt levé), 9 (pause+ 1 doigt levé), 11… (pause + 1 doigt levé), 14… (pause + 1 doigt levé). Ça fait 14 bananes.* ». **D.** Noémie a compté par 3. Elle a levé un doigt à chaque fois qu'elle a ajouté 3. « *3…(pause + 1 doigt levé) 4, 5, 6… (pause + 1 doigt levé) 7, 8, 9… (pause + 1 doigt levé) 10, 11, 12… (pause + 1 doigt levé) 13, 14, 15… (pause + 1 doigt levé).* » Quand elle a vu qu'elle avait levé 5 doigts, elle a arrêté son comptage. Elle a ensuite répondu à la question par « *15 bananes* ». **Pouvez-vous classer les stratégies des élèves de celle démontrant un développement de la pensée mathématique le moins avancé à celle démontrant un développement de la pensée mathématique le plus avancé ?** **…… → …… → …… → ……**	Pour répondre correctement à cette question, il fallait répondre, dans cet ordre, B→D→C→A. En effet, la stratégie utilisée dans l'exemple B est la stratégie démontrant le niveau de compréhension le moins complexe puisqu'il s'agit d'une stratégie de modélisation directe. La stratégie explicitée dans l'exemple D est une stratégie de comptage : l'enfant procède à une addition réitérée pour résoudre ce problème de multiplication. Concernant la stratégie exemplifiée en C, il s'agit également d'une stratégie de comptage. Toutefois celle-ci reflète un niveau de développement plus élevé puisqu'il s'agit d'une stratégie de comptage multiplicative, l'élève utilise le comptage par 3 – qui n'a pas été enseigné, d'où l'erreur de comptage. Enfin, l'exemple A présente la stratégie démontrant le niveau de compréhension le plus complexe. D'une part, il se réfère au comptage par 5, et d'autre part, dans cet exemple, l'élève démontre une preuve de la flexibilité de sa stratégie puisqu'il fait référence au concept de commutativité en inversant les facteurs dans la multiplication.

Codage
1 si le répondant fournit le classement attendu **0 si ce n'est pas le cas.**

Analyse de la question
Cette question est directement en lien avec la connaissance des étapes de développement de la pensée mathématique. Nous tentions d'identifier si l'enseignant est capable de se rendre compte des niveaux de développement à partir des stratégies décrites en faisant fit de la réponse finale proposée par l'élève.

Connaissances de contenu et de l'enseignement liées aux types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent

Question 13	Réponse attendue
Pour aider ses élèves à résoudre différents types problèmes, Madame Lacroix choisit un concept qu'elle souhaite développer : la multiplication, par exemple. **Elle procède en 2 étapes : elle lit le problème à haute voix pour ses élèves et vérifie la compréhension de celui-ci en proposant à un élève de le reformuler avec ses mots puis elle leur propose du matériel varié et les encourage à résoudre seul le problème. Chaque élève exprime ensuite sa stratégie de résolution aux autres. L'enseignante intervient pour encourager l'élève à développer sa pensée. Elle suggère parfois diverses manières de représenter le problème et diverses stratégies de résolution aux élèves qui ne seraient pas parvenu à résoudre seuls le problème.** **Citez l'inconvénient et les 3 avantages principaux de la méthode d'enseignement décrite ci-dessus.**	Pour répondre à cette question correctement, il fallait au minimum relever les avantages et inconvénients suivants. Inconvénient : - Le **concept** que l'enseignante a décidé de développer est **peu précis**. La multiplication est un large concept qu'il vaut mieux subdiviser. Avantages : - Le premier avantage est directement en lien avec les deux étapes proposées par Carpenter et al. (2015) pour poser un problème, à savoir : - **la pose de problème avec vérification de la compréhension et reformulation ;** - **l'aide à la construction de la pensée mathématique en proposant du matériel, des suggestions de représentations diverses** ; - et, du **renforcement** (des encouragements). - Le second avantage est directement lié au **climat de confiance et d'acceptation des stratégies diverses des élèves** (Carpenter et al., 2015).

Codage
1 si le répondant fournit au moins un inconvénient et trois avantages parmi ceux attendu ou tout autre élément jugé acceptable en regarde de la littérature de recherche **0 si ce n'est pas le cas.**

Question 19	Réponse attendue
Pour enseigner les premières opérations, Monsieur Dupont choisit la stratégie de résolution qu'il veut enseigner : repérer les mots clés dans un problème pour choisir la bonne opération, par exemple (en plus, reçoit, … → addition ; reste, en moins, … → soustraction ; paquets,… → multiplication ; etc.). Il propose ensuite un problème à l'ensemble de la classe. **Les élèves doivent dans un premier temps tenter de le résoudre seul. Ils confrontent ensuite leurs stratégies de résolution afin de choisir celle qui sera la plus efficace pour résoudre le problème. L'enseignant peut parfois se montrer en exemple quand aucun élève n'est parvenu à résoudre le**	Pour répondre à cette question correctement, il fallait au minimum relever les avantages et inconvénients suivants. Inconvénients : - Le premier inconvénient est lié à l'enseignement de **stratégies superficielles** (repérer des mots clés dans un problème). - Le second inconvénient est lié à un **climat de « non-acceptation » des stratégies diverses et variées propres aux élèves** et à l'imposition d'une stratégie de résolution considérée comme la plus efficace. Avantage : - L'enseignant, dans cet exemple, propose aux élèves de **confronter leur stratégie** ce

problème en utilisant la stratégie attendue. **Citez l'avantage et les 2 inconvénients principaux de la méthode d'enseignement décrite ci-dessus.**	qui permettrait aux élèves en difficulté de rencontrer des stratégies de résolution diverses qu'ils pourront adapter à leur développement de pensée.

Codage

1 si le répondant fournit au moins un avantage et deux inconvénients parmi ceux attendu ou tout autre élément jugé acceptable en regarde de la littérature de recherche
0 si ce n'est pas le cas.

Analyse des questions

Lors de l'élaboration de ces questions, nous avons réfléchi à un moyen d'évaluer la connaissance des enseignants quant aux méthodes d'enseignement actuelles préconisées par la littérature de recherche. La description d'une pratique enseignante à critiquer nous a alors semblé le moyen le plus efficace d'évaluer les connaissances en évitant le biais de désirabilité qui peut-être plus fortement présent lors de questions interrogeant les pratiques (déclarées) des enseignants.

Annexe C – Tableaux d'analyses statistiques de la fiabilité du questionnaire

Fiabilité - Echelle : ALL VARIABLES

Récapitulatif de traitement des observations

		N	%
Observations	Valide	41	100,0
	Exclu[a]	0	,0
	Total	41	100,0

a. Suppression par liste basée sur toutes les variables de la procédure.

Statistiques de fiabilité

Alpha de Cronbach	Alpha de Cronbach basé sur des éléments standardisés	Nombre d'éléments
,463	,486	22

Statistiques d'éléments

	Moyenne	Ecart type	N
Item 1	,15	,358	41
Item 2	,37	,488	41
Item 3	,80	,401	41
Item 4	,34	,480	41
Item 5	,80	,401	41
Item 6	,10	,300	41
Item 7	,51	,506	41
Item 8	,39	,494	41
Item 9A	,98	,156	41
Item 9B	,05	,218	41
Item 9C	,61	,494	41
Item 10	,46	,505	41
Item 11	,88	,331	41
Item 12A	,49	,506	41
Item 12B	,56	,502	41
Item 13	,34	,480	41
Item 14	,49	,506	41
Item 15	,59	,499	41
Item 16	,76	,435	41
Item 17	,56	,502	41
Item 18	,78	,419	41
Item 19	,37	,488	41

Matrice de corrélation

Matrice de corrélation inter-éléments

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9A	Item 9B	Item 9C	Item 10	Item 11	Item 12A	Item 12B	Item 13	Item 14	Item 15	Item 16	Item 17	Item 18	Item 19
Item 1	1,000	-,028	,204	-,007	,204	-,136	,128	,235	,065	-,094	-,235	,169	,154	-,128	,088	-,007	,148	-,072	,235	,366	,053	,259
Item 2	-,028	1,000	-,137	,094	,118	,092	-,373	-,192	,120	,063	,296	,106	-,026	,272	-,042	-,120	-,032	,228	,313	-,042	,158	,054
Item 3	,204	-,137	1,000	,095	-,242	-,046	,258	,015	,321	,111	-,142	-,036	,193	,111	,309	,095	,111	-,040	,007	,060	,185	,118
Item 4	-,007	,094	,095	1,000	-,035	-,063	,188	-,049	,114	,076	,049	,156	,111	,120	-,088	-,085	,429	-,334	,169	,222	,382	,201
Item 5	,204	,118	-,242	-,035	1,000	-,253	,012	-,237	-,078	,111	-,015	,211	,005	-,012	-,436	-,294	-,012	,210	,294	,060	,036	,118
Item 6	-,136	,092	-,046	-,063	-,253	1,000	-,172	-,095	,052	-,074	,095	,024	,123	-,156	-,040	-,063	-,156	,110	-,005	-,040	-,421	-,079
Item 7	,128	-,373	,258	,188	,012	-,172	1,000	-,120	-,154	-,006	-,181	-,169	,084	-,219	-,077	,085	,464	-,425	,127	,218	,072	,235
Item 8	,235	-,192	,015	-,049	-,237	-,095	-,120	1,000	-,198	,051	,128	-,042	,145	-,281	,204	,057	,020	-,037	-,244	,002	-,180	,015
Item 9A	,065	,120	,321	,114	-,078	,052	-,154	-,198	1,000	,036	,198	,147	-,059	,154	,179	,114	,154	-,133	-,090	,179	,298	,120
Item 9B	-,094	,063	,111	,076	,111	-,074	-,006	,051	,036	1,000	,181	,017	,084	,232	,200	,076	,006	-,039	,129	-,028	,120	,298
Item 9C	-,235	,296	-,142	,049	-,015	,095	-,181	,128	,198	,181	1,000	,242	,160	,081	-,103	-,162	,181	-,064	-,222	,199	,059	-,015

Item 10	,169	,106	-,036	,156	,211	,024	-,169	-,042	,147	,017	,242	1,000	,047	,072	-,065	-,050	,072	,087	,186	,231	,138	,310
Item 11	,154	-,026	,193	,111	,005	,123	,084	,145	-,059	,084	,160	,047	1,000	-,233	-,029	-,203	,215	-,162	-,038	-,029	,163	-,181
Item 12A	-,128	,272	,111	,120	-,012	-,156	-,219	-,281	,154	,232	,081	,072	-,233	1,000	,175	,018	-,074	,029	,100	,273	,282	,272
Item 12B	,088	-,042	,309	-,088	-,436	-,040	-,077	,204	,179	,200	-,103	-,065	-,029	,175	1,000	,222	-,120	-,146	-,274	-,089	,125	-,042
Item 13	-,007	-,120	,095	-,085	-,294	-,063	,085	,057	,114	,076	-,162	-,050	-,203	,018	,222	1,000	,120	-,020	-,070	,119	,009	,094
Item 14	,148	-,032	,111	,429	-,012	-,156	,464	,020	,154	,006	,181	,072	,215	-,074	-,120	,120	1,000	-,466	-,014	,372	,400	,170
Item 15	-,072	,228	-,040	-,334	,210	,110	-,425	-,037	-,133	-,039	-,064	,087	-,162	,029	-,146	-,020	-,466	1,000	,214	-,246	-,207	-,080
Item 16	,235	,313	,007	,169	,294	-,005	,127	-,244	-,090	,129	-,222	,186	-,038	,100	-,274	-,070	-,014	,214	1,000	-,045	-,027	,313
Item 17	,366	-,042	,060	,222	,060	-,040	,218	,002	,179	-,028	,199	,231	-,029	,273	-,089	,119	,372	-,246	-,045	1,000	,243	,264
Item 18	,053	,158	,185	,382	,036	-,421	,072	-,180	,298	,120	,059	,138	,163	,282	,125	,009	,400	-,207	-,027	,243	1,000	,158
Item 19	,259	,054	,118	,201	,118	-,079	,235	,015	,120	,298	-,015	,310	-,181	,272	-,042	,094	,170	-,080	,313	,264	,158	1,000

En colonne - Colonne 1 – Connaissances spécialisées de contenu

Statistiques de fiabilité

Alpha de Cronbach	Alpha de Cronbach basé sur des éléments standardisés	Nombre d'éléments
,378	,343	12

Statistiques de total des éléments

	Moyenne de l'échelle en cas de suppression d'un élément	Variance de l'échelle en cas de suppression d'un élément	Corrélation complète des éléments corrigés	Carré de la corrélation multiple	Alpha de Cronbach en cas de suppression de l'élément
Item 2	5,78	3,726	,008	,367	,402
Item 6	6,05	4,198	-,252	,338	,442
Item 8	5,76	4,139	-,201	,347	,474
Item 12A	5,66	3,430	,155	,422	,348
Item 12B	5,59	3,699	,014	,309	,401
Item 10	5,37	3,238	,374	,510	,276
Item 3	5,34	3,430	,260	,225	,318
Item 4	5,80	3,061	,409	,298	,248
Item 7	5,63	3,538	,097	,535	,371
Item 14	5,66	3,030	,392	,492	,249
Item 16	5,39	3,744	,027	,301	,391
Item 17	5,59	3,149	,323	,315	,279

En colonne - Colonne 2 – Connaissances de contenu et des étudiants

Statistiques de fiabilité

Alpha de Cronbach	Alpha de Cronbach basé sur des éléments standardisés	Nombre d'éléments
,197	,232	6

Matrice de corrélation inter-éléments

	Item 5	Item 1	Item 9A	Item 9B	Item 9C	Item 11
Item 5	1,000	,204	-,078	,111	-,015	,005
Item 1	,204	1,000	,065	-,094	-,235	,154
Item 9A	-,078	,065	1,000	,036	,198	-,059
Item 9B	,111	-,094	,036	1,000	,181	,084
Item 9C	-,015	-,235	,198	,181	1,000	,160
Item 11	,005	,154	-,059	,084	,160	1,000

En colonne - Colonne 3 – Connaissances de contenu et de l'enseignement

Récapitulatif de traitement des observations

		N	%
Observations	Valide	41	100,0
	Exclu[a]	0	,0
	Total	41	100,0

a. Suppression par liste basée sur toutes les variables de la procédure.

Matrice de corrélation inter-éléments

	Item 10	Item 15	Item 13	Item 19
Item 10	1,000	,087	-,050	,310
Item 15	,087	1,000	-,020	-,080
Item 13	-,050	-,020	1,000	,094
Item 19	,310	-,080	,094	1,000

Par ligne - Ligne 1 - Connaissances liées aux types de problèmes et aux diverses variables pouvant entrer en jeu dans chaque type de problème

Statistiques de fiabilité

Alpha de Cronbach	Alpha de Cronbach basé sur des éléments standardisés[a]	Nombre d'éléments
,047	-,043	9

a. La valeur est négative en raison d'une covariance moyenne négative parmi les éléments. Par conséquent, les hypothèses du modèle de fiabilité ne sont pas respectées. Vous pouvez vérifier les codages des éléments.

Statistiques de total des éléments

	Moyenne de l'échelle en cas de suppression d'un élément	Variance de l'échelle en cas de suppression d'un élément	Corrélation complète des éléments corrigés	Carré de la corrélation multiple	Alpha de Cronbach en cas de suppression de l'élément
Item 2	4,17	1,445	,275	,188	-,188[a]
Item 6	4,44	2,102	-,216	,357	,148
Item 8	4,15	2,128	-,255	,249	,242
Item 12A	4,05	1,548	,160	,240	-,086[a]
Item 12B	3,98	1,824	-,053	,261	,098
Item 10	3,76	1,789	,036	,346	,028
Item 5	3,73	1,951	-,096	,370	,112
Item 10	4,07	1,520	,185	,098	-,110[a]
Item 15	3,95	1,648	,085	,156	-,017[a]

a. La valeur est négative en raison d'une covariance moyenne négative parmi les éléments. Par conséquent, les hypothèses du modèle de fiabilité ne sont pas respectées. Vous pouvez vérifier les codages des éléments.

Sans les items 6 et 8

Statistiques de fiabilité

Alpha de Cronbach	Alpha de Cronbach basé sur des éléments standardisés	Nombre d'éléments
,324	,323	7

Statistiques de total des éléments

	Moyenne de l'échelle en cas de suppression d'un élément	Variance de l'échelle en cas de suppression d'un élément	Corrélation complète des éléments corrigés	Carré de la corrélation multiple	Alpha de Cronbach en cas de suppression de l'élément
Item 2	3,68	1,572	,317	,149	,170
Item 12A	3,56	1,552	,308	,159	,172
Item 12B	3,49	2,106	-,110	,231	,440
Item 18	3,27	1,801	,196	,172	,260
Item 5	3,24	1,989	,042	,251	,340
Item 10	3,59	1,699	,185	,070	,259
Item 15	3,46	1,855	,069	,154	,335

Par ligne - ligne 2 – Connaissances que l'enseignant peut avoir des différents types de stratégies de résolution de problèmes qu'un élève peut utiliser et les outils pédagogiques qu'il peut utiliser pour exploiter ces stratégies

Statistiques de fiabilité

Alpha de Cronbach	Alpha de Cronbach basé sur des éléments standardisés	Nombre d'éléments
,580	,577	13

Statistiques de total des éléments

	Moyenne de l'échelle en cas de suppression d'un élément	Variance de l'échelle en cas de suppression d'un élément	Corrélation complète des éléments corrigés	Carré de la corrélation multiple	Alpha de Cronbach en cas de suppression de l'élément
Item 3	6,02	4,524	,240	,319	,559
Item 4	6,49	4,206	,334	,301	,537
Item 7	6,32	4,122	,349	,430	,532
Item 14	6,34	3,780	,538	,493	,482
Item 16	6,07	4,720	,099	,238	,587
Item 17	6,27	4,001	,419	,390	,514
Item 1	6,68	4,572	,258	,412	,557
Item 9A	5,85	4,928	,206	,307	,572
Item 9B	6,78	4,876	,179	,217	,572
Item 9C	6,22	4,926	-,034	,392	,621
Item 11	5,95	4,848	,094	,294	,583
Item 13	6,49	4,806	,028	,181	,606
Item 19	6,46	4,105	,381	,358	,525

Annexe D - Présentation et interprétation des résultats item par item de la partie 2 du questionnaire

Item 1	Taux de réussite à l'item : 6/41 Taux d'échec à l'item : 35/41 Taux de non-réponse : 0/41

Quatre élèves ont résolu le problème suivant :

Noéline a acheté 5 régimes de 3 bananes pour faire un cake aux bananes. Combien a-t-elle acheté de bananes en tout?

Voici le descriptif de la façon dont 4 élèves ont tenté de résoudre le problème.
Un élément important est à savoir : le comptage par 3 n'a pas été enseigné aux élèves, mais le comptage par 5 lui est maîtrisé par tous les élèves.

E.	Romane a donné la réponse presque directement : « *15 bananes* ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment elle avait fait, elle a répondu ceci : « *J'ai compté par 5. 5, 10, 15. Ça fait 15 bananes.* ».
F.	Léo a utilisé des jetons. Il a constitué 5 groupes de 3 jetons. Il a ensuite compté le total de ses jetons un par un et a répondu « 15 *bananes* » à la question posée.
G.	Milan a donné la réponse presque directement : « 14 bananes ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment il avait fait, il a répondu ceci : « *J'ai compté par 3. 3… (pause + 1 doigt levé), 6… (pause + 1 doigt levé), 9 (pause+ 1 doigt levé), 11… (pause + 1 doigt levé), 14… (pause + 1 doigt levé). Ça fait 14 bananes.* ».
H.	Noémie a compté par 3. Elle a levé un doigt à chaque fois qu'elle a ajouté 3. *« 3…(pause + 1 doigt levé) 4, 5, 6… (pause + 1 doigt levé) 7, 8, 9… (pause + 1 doigt levé) 10, 11, 12… (pause + 1 doigt levé) 13, 14, 15… (pause + 1 doigt levé).* » Quand elle a vu qu'elle avait levé 5 doigts, elle a arrêté son comptage. Elle a ensuite répondu à la question par « 15 *bananes* ».

Pouvez-vous classer les stratégies des élèves de celle démontrant un développement de la pensée mathématique le moins avancé à celle démontrant un développement de la pensée mathématique le plus avancé ?

…… → …… → …… → ……

Présentation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
13 participants sur 41 parviennent à identifier la stratégie de l'élève B, stratégie de comptage par 1 avec aide par la manipulation de jetons, comme étant la stratégie démontrant un développement de la pensée mathématique le moins avancé. 24 participants sur 41 parviennent à identifier la stratégie de l'élève A, stratégie de comptage par 5 avec commutativité des facteurs du produit, comme étant la stratégie la plus élaborée sur le plan du développement de la pensée mathématique.	Les stratégies A (stratégie de comptage par 5 avec commutativité des facteurs du produit, 12/41), C (stratégie de comptage par 3 avec erreur dans le comptage et appui des doigts pour garder une trace du comptage, 8/41) et D (stratégie de comptage par 3 avec appui du comptage par 1 et des doigts pour garder une trace) sont régulièrement reprises par les répondants comme étant les stratégies les moins élaborées. Parmi les répondants, 9 d'entre eux, proposent également la stratégie B (stratégie de comptage par 1 avec aide par la manipulation de jeton) comme étant la stratégie la plus élaborée.

Interprétation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Près d'un tiers des participants ont identifié la stratégie de comptage 1 à 1 avec manipulation comme étant la stratégie démontrant un développement de la pensée mathématique moins développé. Plus de la moitié des participants parviennent à identifier la stratégie de comptage par 5 utilisée à la suite d'une stratégie de commutativité des facteurs comme étant la stratégie la plus élaborée sur le plan du développement de la pensée mathématique. Ces deux phénomènes démontrent une capacité à classer les stratégies des élèves en au moins deux catégories : les « moins avancées » et les « plus avancées » sur le plan du	Le taux de réponse correcte étant relativement faible (6/41), il est important de s'interroger sur les biais éventuels liés à la question elle-même. Tout d'abord, nous avons relevé dans notre rédaction un changement par rapport à l'item 5 qui demandait lui aussi un classement (item réussi par 33 participants sur 41). Nous n'avons pas proposé aux extrémités des termes pour rappeler au répondant l'ordre attendu : du moins avancé au plus avancé. La question demandant un temps de réflexion relativement long, nous nous sommes demandé si

développent de la pensée mathématique. Il est intéressant de mettre en parallèle à cette question les questions 9 et 11 qui s'intéressaient également aux connaissances qu'avaient les enseignants quant aux stratégies de résolution que pouvaient utiliser leurs élèves.	des répondants n'auraient alors pas pu inverser le classement ou omettre (pour ensuite la replacer) une des propositions puisque 4 cas étaient explicités. Cependant, seuls 2 répondants sur 41 inversent totalement le classement. Aussi, nous avons volontairement proposé dans les stratégies explicitées, une stratégie démontrant un développement de la pensée mathématique relativement avancé mais aboutissant à une solution incorrecte (cas C). Nous avons fait ce choix en vue d'identifier les enseignants qui ne différencieraient pas la stratégie de résolution de l'élève de la solution qu'il peut proposer. Il s'avère que 6 participants placent le cas C en dernière position.

Item 2	Taux de réussite à l'item : 14/41 Taux d'échec à l'item : 27/41 Taux de non-réponse : 0/41

Le(s)quel(s) de ces problèmes choisiriez-vous pour développer chez vos élèves le principe de commutativité dans les opérations de multiplication ?

D. *Sur son champ de bataille, Julien a disposé 3 rangées de 6 petits soldats. Combien a-t-il disposé de petits soldats en tout ?*

E. *Zoé collectionne les dinosaures miniatures. Aujourd'hui, sa maman lui a acheté 4 boîtes dans lesquelles il y avait à chaque fois 5 dinosaures. Combien a-t-elle reçu de dinosaures aujourd'hui par sa maman ?*

F. *Sacha construit des tours de briques. Il décide de construire 5 tours de 5 briques. De combien de briques aura-t-il besoin ?*

c. Cochez une seule réponse ci-dessous.

- **i.** Le problème A.
- **j.** Le problème B.
- **k.** Le problème C.
- **l.** Les problèmes A et B.
- **m.** Les problèmes B et C.
- **n.** Les problèmes A et C.
- **o.** Les 3 problèmes (A, B et C).
- **p.** Aucun des 3 problèmes.

d. Justifiez ci-dessous votre choix.

Présentation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
14 participants sur 41 parviennent à justifier à l'aide des deux critères le choix du problème A pour développer le concept de commutativité dans les opérations de multiplication. Ces deux critères étant : le choix de nombres différents et l'utilisation d'un problème symétrique.	13 participants citent par ailleurs l'un de ces deux critères dans leur justification mais ne tiennent pas compte du second et ne parviennent donc pas à faire le meilleur choix possible. 6 d'entre eux repèrent les problèmes symétriques mais ne tiennent pas compte des nombres choisis et sélectionnent alors les problèmes A et C ; alors que, 7 autres repèrent la pertinence du choix de nombres différents dans le problème pour démontrer la commutativité mais n'identifient pas les problèmes symétriques et sélectionnent alors les problèmes A et B.

Interprétation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Près de 2/3 des participants (27/41) identifient au moins un critère leur permettant de justifier leur choix de problème.	Comme le disent Polotskaia et al. (2015), les enseignants doivent être capables de confronter les élèves à différents types de problèmes s'ils souhaitent développer la pensée mathématique de leur élève. Des connaissances pédagogiques de contenu précises doivent permettre à l'enseignant d'être compétent quant à la justification de ses choix pédagogiques en matière de contenu, et donc dans le choix du problème le plus pertinent pour développer un contenu. Cependant, il est possible que le double critère attendu à cette question ait induit certains participants en erreur. Peut-être se sont-ils contentés d'un seul critère pour faire leur choix ? Cela semble être le cas de 27 participants sur 41.

<table>
<tr><td colspan="2">Item 3
Taux de réussite à l'item : 33/41
Taux d'échec à l'item : 8/41
Taux de non-réponse : 0/41</td></tr>
<tr><td colspan="2">Présentation des résultats à l'item</td></tr>
<tr><td colspan="2">Madame Lecomte laisse à ses élèves de première année l'opportunité de résoudre individuellement le problème suivant :
« Louis a 5 bonbons dans sa boîte. Son institutrice lui en donne quelques-uns en plus car il a été sage. Il compte ses bonbons et se rend compte qu'il en a 9 maintenant. Combien de bonbons son institutrice lui a-t-elle donnés ? »
Elle sélectionne ensuite trois élèves ayant résolu le problème correctement mais de différentes façons.
L'élève A a utilisé ses jetons. Il montre a ses camarades et explique : « J'ai pris 5 et j'ai ajouté en comptant jusque 9. Puis, j'ai regardé combien j'avais ajouté. ». La trace de sa résolution est un dessin de sa manipulation.
L'élève B donne son calcul : « 9 – 5 = 4. Ça veut dire que son institutrice lui a donné 4 bonbons. Il en a 9 si on enlève ceux qu'il avait déjà (les 5), on voit qu'il en reste 4. Ce sont ceux que son institutrice lui a donné en plus. ».
L'élève C donne également un calcul : « 5 + … = 9. 5 + 4 = 9. J'ai cherché combien je devais ajouter pour arriver à 9. C'était pas 1, ni 2, ni 3, c'était 4. ».
L'enseignante félicite ses 3 élèves qui ont trouvé la solution au problème puis corrige l'exercice avec l'ensemble de la classe. Elle interroge les élèves sur la stratégie la plus efficace : c'est celle de l'élève B. Elle réexplique la stratégie aux élèves en difficulté. C'est cette stratégie qui est notée en correction.
Que pensez-vous de la méthode d'enseignement de Madame Lecomte ?</td></tr>
<tr><td>Les points positifs</td><td>Les obstacles potentiels</td></tr>
<tr><td>Parmi les participants à notre enquête, 33 parviennent à citer le climat d'acceptation de stratégies diverses propres aux élèves comme une condition nécessaire à un enseignement efficace en résolution de problèmes.</td><td>Les autres participants (8/41) valident partiellement ou entièrement la méthode explicitée dans l'item. Certains proposent l'imposition d'une stratégie qu'ils disent plus efficaces (3/8), d'autres considèrent l'imposition d'une stratégie comme une méthode efficace et explicitent leur choix en citant la confrontation des stratégies préalables (4/8).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Interprétation des résultats à l'item</td></tr>
<tr><td>Les points positifs</td><td>Les obstacles potentiels</td></tr>
<tr><td>La plupart des participants sont en accord avec la littérature de recherche et défendent des méthodes favorisant l'acceptation des stratégies diverses proposées par l'élève.
Il sera intéressant de confronter les résultats de cet item avec les résultats des items 4, 7, 14 et 16 qui permettent d'identifier comment l'enseignant réagit en pratique face à la diversité des stratégies des élèves.</td><td></td></tr>
</table>

Item 4

Taux de réussite à l'item : 14/41
Taux d'échec à l'item : 27/41
Taux de non-réponse : 0/41

Vous évaluez la capacité de l'élève à résoudre une soustraction de type DU – DU et vous proposez le problème suivant.

> *Ethan a 82 autocollants. Il en colle 37 dans son cahier de dessin. Combien d'autocollants pourra-t-il encore coller maintenant ?*

Voici les traces écrites de trois élèves pour la résolution de ce problème.

Élève A

82-30 → 52 → 45 autoc.

Élève B

82-37
(80+2)-(30+7)
80-30=50
2-7=-5
50-5=45 autocollants

Élève C

$82-37=\overbrace{82-30}^{52}-7=45$

Quelle note attribueriez-vous à chaque élève ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de la note
Élève A	0 – 1 – 2	
Élève B	0 – 1 – 2	
Élève C	0 – 1 – 2	

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
14 participants sur 41 attribuent la note maximale (2) aux 3 élèves et signifient dans leur justification qu'il y a une différence de stratégie entre les 3 élèves mais que tous les élèves sont parvenus à résoudre le problème proposé.	12 participants sur 41 n'accordent la note maximale qu'aux stratégies des deux derniers élèves (B et C) : 5 d'entre eux se justifient en abordant le symbole d'égalité manquant dans la trace écrite de l'élève A, 7 autres se justifient en abordant une partie manquante de la réflexion (*52-7*) et, enfin, l'un d'eux utilise ces deux justifications. 10 autres participants n'accordent la note maximale qu'à l'élève C. La plupart d'entre eux (8/10) proposent ces deux justifications : une première liée aux procédés manquants ou mal transcrits dans les traces écrites des élèves A (*52-7*) et B (*retranscription inadaptée)* et une seconde liée à l'utilisation d'un nombre négatif dans le procédé. Enfin, 3 participants n'accordent la note maximale qu'à l'élève B et se justifient en expliquant que les traces écrites des élèves A et B ne respectent pas les codes liés à l'écriture mathématique : A utilise des flèches à la place des symboles d'égalité conventionnels (=) et C omet l'utilisation des parenthèses (*(82-30)-7*).

Interprétation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
1/3 des participants sont en accord avec la théorie d'un climat d'acceptation de stratégies	21 des participants ayant répondu correctement à l'item 3 et favorisant des méthodes d'enseignement permettant

variées. Parmi eux, 2 participants (E5 et E16) avaient pourtant mal répondu à l'item 3 dans lequel il s'agissait de critiquer un enseignant qui imposait une stratégie de résolution à l'ensemble de sa classe. Il est alors intéressant de se pencher davantage sur les justifications de ces participants à l'item 3. Ainsi, E5 justifie que l'enseignant aurait dû choisir une stratégie moins complexe et E16 considère la confrontation des stratégies des élèves suffisante et n'envisage pas l'imposition d'une stratégie par l'enseignant comme un problème. On peut alors envisager un manque de connaissances quant aux développements des stratégies chez les élèves et à la nécessité que celles-ci soient propres aux élèves en parallèle à une acceptation des stratégies diverses de l'élève en exercice ou en évaluation.	l'acceptation des stratégies diverses des élèves produisent une réponse à l'item 4 en désaccord avec celle formulée à l'item 3. Ceci pourrait vouloir dire que les connaissances théoriques vastes « il faut accepter la diversité des stratégies des élèves » ne sont pas toujours prises en compte dans la pratique. Il est important de signaler que les réponses sont d'autant plus dommageables que la consigne précisait qu'il s'agissait de trace écrite de résolution et non pas de solution à proprement parlé. Dans les réponses, on peut également constater que bon nombre des participants se focalisent sur l'écriture mathématique alors que comme le disaient Carpenter et al. (2015), l'usage de ses propres représentations est plus intuitif pour l'élève et ce, même si l'adulte pense plus aisée l'utilisation de calculs (d'équations).

Item 5

Taux de réussite à l'item : 33/41
Taux d'échec à l'item : 8/41
Taux de non-réponse : 0/41

Voici différents problèmes. **Pouvez-vous les classer du plus facile au plus difficile pour un élève du cycle 2 (première ou deuxième année primaire) ?**

D. *Léo avait une belle collection de billes avant de jouer contre Maxime. En jouant contre lui, il en a perdu 3. Maintenant, il n'en a plus que 9. Combien de billes Léo avait-il avant de jouer contre Maxime ?*

E. *Patrick avait 12 cartes « Pokémon » avant de rentrer chez lui. Sur le chemin, il en a perdu quelques-unes. À la maison, il n'en avait plus que 9. Combien Patrick a-t-il perdu de cartes ?*

F. *Laura avait 12 boutons sur son manteau. En jouant dans la cour de récréation, 3 boutons sont tombés. Combien de boutons lui reste-t-il sur son manteau ?*

e. Notez ici votre classement :		
le plus facile	…….. → …….. → ……..	***le plus difficile***

f. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs

33 participants sur 41 parviennent à classer correctement les problèmes proposés en fonction de leur difficulté.
Parmi les 33 participants ayant réussi à classer les problèmes proposés en fonction de leur difficulté pour un élève du cycle 2, 27 proposent une justification en lien avec la place de l'inconnue dans le problème.

E5 :

b. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

A. Il me semble que les calculs canoniques sont les plus faciles
B. L'origine est donnée. La recherche de cette dernière pose souvent problème aux élèves

Les obstacles potentiels

Parmi les 33 participants ayant réussi à classer les problèmes proposés en fonction de leur difficulté pour un élève du cycle 2, 6 proposent une justification peu claire.

E9 :

b. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

Le calcul est plus simple en C. Après B et A il y a une manipulat° mentale supplémentaire. (Il faut voir avec certains élèves…)

E11 :

b. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

C → énoncé court, données claires et l'opération à faire est assez claire.
B → énoncé court, données claires mais l'opération à faire l'est moins.
C → Beaucoup trop long, l'opération à faire n'est pas
QUESTION 6 claire pour eux…

E21 :

b. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

- Le problème C est plus court (moins de détails). L'opération sera plus facile à identifier car le contenu est plus direct.
- Le problème B contient des détails qui pourraient nuire à la bonne compréhension de l'énoncé.
- Le problème A demande une réflexion plus grande car les informations ne sont pas données dans un ordre "logique" pour l'enfant.
QUESTION 6 Ce problème pourrait être soumis en exercice de dépassement.

E27 :

b. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

C → concret
B → concret mais infos inutiles
C → Trop d'infos

6 des participants ayant échoué à cet item proposent le classement CAB (à la place de CBA). 2 d'entre eux se justifient en expliquant que le problème A peut amener à une addition simple (9 + 3 =…) et qu'il est par conséquent plus simple que le problème B.

<table>
<tr><th colspan="2">Interprétation des résultats à l’item</th></tr>
<tr><th>Les points positifs</th><th>Les obstacles potentiels</th></tr>
<tr><td>Près des 2/3 des participants répondent correctement et se justifient correctement. En observant les réponses à cet item, on pourrait croire que la plupart des participants à notre étude sont capables d’identifier des critères pour justifier leur choix dans la sélection d’un problème en fonction du niveau de leurs élèves.</td><td>On peut constater que 6 des participants ayant répondu correctement ne parviennent pas à justifier leur classement. Cela pourrait signifier deux choses : le classement de 3 problèmes laisse la possibilité d’un fort taux de réponse aléatoire correcte ou, il se peut également, que les enseignants ne détiennent pas les clés théoriques (les mots) pour décrire une compétence qu’ils possèdent et qu’ils utilisent en classe (« Je sais que X est plus difficile que Y pour les élèves mais je ne sais pas pourquoi… »).

On peut également constater, à travers les justifications de certains participants, une croyance persistante selon laquelle les soustractions sont plus complexes que les additions quel que soit le type de problème auxquels ces opérations sont liées.
Les problèmes proposés ont pourtant été conçus de telle sorte à ce qu’ils correspondent tous (si on les modélise) à des soustractions.
Ce constat est d’autant plus interpellant puisque l’on sait que 26 des 41 participants déclarent introduire l’addition en amont de l’introduction de la soustraction.</td></tr>
</table>

Item 6	Taux de réussite à l'item : 4/41 Taux d'échec à l'item : 33/41 Taux de non-réponse : 4/41

Voici des problèmes de types différents.

c. **Appariez** *(une lettre avec un chiffre)* **ces différents problèmes en fonction de leur type.**

D. *Jules avait quelques billes. Il en a perdu 4 en jouant contre Marie. Maintenant, il en a 8. Combien en possédait-il avant de jouer contre Marie?*	***4.*** *Matthéo a 5 euros dans sa poche. Nassim, lui, a 8 euros. Combien d'euros Nassim a-t-il de plus que Matthéo ?*
E. *Jules a 5 ans. Sa grande sœur, Stéphanie a 3 ans de plus. Quel âge a Stéphanie ?*	***5.*** *Théo avait 5 cartes de foot. Il en a gagné 4 en jouant avec Mathis. Combien Théo possède-t-il de cartes à présent ?*
F. *Ryan a 5 cookies au chocolat noir et 3 cookies au chocolat blanc. Combien a-t-il de cookies en tout ?*	***6.*** *Dans son panier, Mamie a quelques poires et 5 pommes. Elle compte 8 fruits en tout. Combien y a-t-il de poires dans son panier ?*

d. **Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement**.

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
4 participants parviennent à apparier les problèmes selon leur type. 3 d'entre eux se justifient en utilisant des termes plus ou moins précis pour expliciter les différents types de problèmes appariés. E5 : **b. Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.** B 1 → Problème avec une comparaison. A 2 → Problème avec un changement C 3 → Problème avec des parties pour recomposer le tout E23 : **b. Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.** B1 A2 C3 J'ai apparié en fonction du type d'informat[ions] demandées E33 : **b. Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.** B-1 → notion "de plus que" C-3 A-2 → même réflexion sauf que dans l'un il s'agit d'une soustraction et l'autre une addition. En plus des 4 participants ayant apparié correctement tous les problèmes, 6 autres participants parviennent à apparier les problèmes B et 1 en explicitant avec leurs mots qu'il s'agit de problèmes de comparaison. E35 : A/3 → On recherche la première donnée. (1er terme) B/1 → le terme "de plus" est employé dans les 2. C/2 → On recherche la somme	12 participants sur 41 proposent une justification de leur appariement en lien avec la place de l'inconnue dans les problèmes – ce qui dans le cas des problèmes tels qu'ils ont été rédigés est impossible. E16 : **D. Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.** B1 : 5-3=... / 8-5=... A3 : ...-4=8 / ...-5=8 C2 : 5+3=... / 4+5=... D'autres participants rédigent une justification incohérente, incomplète ou incompréhensible… (8/41). Enfin, certains enseignants ne parviennent pas à justifier leur appariement et le font signifier dans leur justification (1/41), ne se justifient pas (1/41) ou ne respectent pas les consignes d'appariement et apparient 3 problèmes entre eux (4/41). E15 : Je ne vois pas bien les types. C et 2 simples A et 3 Plus de démarches B et 1 "de plus"

Interprétation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels

Malgré un taux de réponse correcte relativement bas, certains enseignants parviennent à apparier correctement les problèmes entre eux et à se justifier. Il nous semble opportun de mettre en lien les réponses à cet item avec les réponses à l'item 8 qui évaluent également la connaissance des enseignants en matière de « types de problèmes » mais qui se focalisent sur les problèmes multiplicatifs.	Le taux de réponse incorrecte étant relativement élevé, il nous semble important de se pencher d'autant plus sur notre question en elle-même avant d'interpréter ces résultats. Premièrement, on pourrait émettre l'hypothèse d'un biais lié à un *effet de contexte*. Celui-ci serait causé par l'item 5 précédent notre item 6. En effet, dans cette question, l'enseignant devait identifier le changement de place de l'inconnue dans un problème pour en déterminer la difficulté. On peut donc penser que certaines réponses auraient été biaisées et que, par conséquent, certains enseignants auraient lié les deux questions. On constate d'ailleurs que 12 participants proposent une justification en lien avec la place de l'inconnue et que 8 autres rédigent une justification incohérente, incomplète ou incompréhensible… On peut également constater que l'expression « type de problème » tel qu'indiqué dans la consigne, ne semble pas être signifiant pour la plupart des participants puisque déjà 12 d'entre eux parlent de la place de l'inconnue dans le problème… Nous pourrions mettre en évidence ce constat avec le nombre d'enseignants déclarant n'avoir jamais suivi de formation en lien avec les premières opérations et le curriculum indéfini proposé par les hautes écoles dont sont issus les participants. Enfin, nous sommes forcés de constater que la question telle qu'elle a été formulée (un appariement) offrait aux participants un fort taux de réponse aléatoire correcte. Ainsi, le taux de non-réponse ajouté aux justifications incohérentes, absentes ou signifiant un manque de connaissance pourrait nous signifier une difficulté de la question pour les enseignants participants à notre épreuve.

Item 7	Taux de réussite à l'item : 21/41 Taux d'échec à l'item : 20/41 Taux de non-réponse : 0/41

Vous évaluez la capacité de l'élève à résoudre une addition de type DU + U et vous proposez le problème suivant.

> *Sarah a acheté des fruits au marché. Elle a pris 14 poires et 9 pommes. Combien de fruits a-t-elle achetés en tout ?*

Voici le descriptif de la façon dont 3 élèves ont tenté de résoudre le problème.

D.	Lucie a utilisé des jetons. Elle a pris 14 jetons qu'elle a comptés un à un. Ensuite, elle a pris 9 nouveaux jetons qu'elle a également comptés un par un et elle les a ajoutés aux 14 premiers. Lucie a ensuite compté le total de ses jetons et a répondu « *23 fruits* » à la question posée.
E.	Noa a compté à partir de 14. Il a levé un doigt à chaque fois qu'il a ajouté 1. Quand il a vu qu'il avait levé 9 doigts, il a arrêté son comptage. Il a ensuite répondu à la question par « *23 fruits* ».
F.	Romain a donné la réponse presque directement : « *23 fruits* ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment il avait fait, il a répondu ceci : « *J'ai d'abord fait 14 et combien pour faire 20. C'est 14 et 6. Donc 9, c'est 6 et 3. Donc, après j'ai ajouté 3. Et ça fait 23.* ».

Quelle note attribueriez-vous à chaque élève ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de la note
Élève A (Lucie)	0 – 1 – 2	
Élève B (Noa)	0 – 1 – 2	
Élève C (Romain)	0 – 1 – 2	

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
21 participants sur 41 attribuent la note maximale (2) aux 3 élèves et signifient dans leur justification qu'il y a une différence de stratégie entre les 3 élèves mais que tous les élèves sont parvenus à résoudre le problème proposé.	4 participants sur 41 n'accordent la note maximale qu'aux stratégies des deux derniers élèves (B et C) : tous offrent une justification en lien avec la lenteur du procédé utilisé par l'élève A (comptage par 1, recomptage, manipulation). 7 autres participants n'accordent la note maximale qu'à l'élève C et accordent 1 point aux élèves A et B. Ils se justifient en explicitant avec leurs mots la différence de niveau de développement mathématique des élèves visibles à travers leurs stratégies. Enfin, 9 participants proposent d'autres notations diverses avec des justifications courtes ou incomprises (parfois sans justification).

Interprétation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
Plus de la moitié des participants sont en accord avec le climat d'acceptation des stratégies. Parmi eux, 2 participants (E16 et E20) avaient pourtant mal répondu à l'item 3 dans lequel il s'agissait de critiquer un enseignant qui imposait une stratégie de résolution à l'ensemble de sa classe. On retrouve également parmi ces 21 participants ayant répondu à la question, 11 participants ayant répondu correctement à l'item 3 mais ayant échoué à l'item 4 (item similaire à	Contrairement à l'item 4 où 21 des participants échouaient à l'item alors qu'ils avaient répondu correctement à l'item 3, seulement 3 participants ayant répondu correctement à l'item 3 et favorisant des méthodes d'enseignement permettant l'acceptation des stratégies diverses des élèves produisent une réponse à l'item 7 en désaccord avec celle formulée à l'item 3. Ceci pourrait infirmer notre hypothèse selon laquelle les enseignants de notre échantillon possèderaient des connaissances théoriques vastes (« *il faut accepter la diversité des stratégies des élèves* ») qu'ils ne prennent pas toujours en compte dans leur pratique. Aussi, cela nous permet de nous intéresser davantage au taux d'échec de l'item 4 (27/41). Toutefois, cela signifie également que 17 participants sur 41 échouent à l'item 3 et à l'item 7 : ils semblent en désaccord avec l'acceptabilité de stratégies diverses. À l'item 4, les enseignants sanctionnaient des stratégies d'élèves en mettant essentiellement en cause leur mauvaise retranscription en langage mathématique. Dans l'item 7, la description de la stratégie proposée ne permettait pas aux participants de notre étude de visualiser une quelconque trace écrite de la stratégie de l' élève. Chaque élève utilisait une stratégie différente : stratégie de manipulation, stratégie de comptage ou stratégie de décomposition sur les nombres.

notre item 7). Enfin, 8 des participants répondent correctement aux items 3, 4 et 7.	Ainsi, on peut imaginer que, pour une partie de notre échantillon (11/21 qui ont mal répondu à l'item 4 mais correctement à l'item 7), la trace écrite, même si ce n'est pas précisé dans l'item 4, doit présenter la solution en respectant les conventions des notations mathématiques. Celle-ci n'est alors pas considérée comme un outil pour aider l'élève dans sa résolution de problèmes.

Item 8	Taux de réussite à l'item : 16/41 Taux d'échec à l'item : 22/41 Taux de non-réponse : 3/41

Voici des problèmes types différents.

b. Appariez *(une lettre avec un chiffre)* **ces différents problèmes en fonction de leur type.**

D. *Jean a 2 sachets de 8 billes. Combien a-t-il de billes au total ?*	***4.*** *Un scout récolte 8 euros par jour de vente de gâteaux. Après 2 jours de vente, combien devrait-il avoir récolté ?*
E. *Dans la classe, il y a 2 rangées de 8 bancs. Combien y a-t-il de bancs en tout en classe ?*	***5.*** *Rachel a 16 vernis dans sa collection. Elle souhaite les ranger dans de belles boites qui peuvent contenir 8 vernis. Sachant que toutes les boîtes seront remplies, de combien de boîtes a-t-elle besoin ?*
F. *Le vétérinaire a pesé l'éléphanteau qui vient de naître cette semaine. Il a pris 16 kilos depuis sa naissance. Sachant qu'il prend 8 kilos par jour, quand est-il né ?*	***6.*** *Un glacier propose des glaces en cornet ou en pot (2 possibilités). Sachant qu'il propose 8 parfums différents (chocolat, vanille, fraise, …). Combien de choix de glace d'une boule sont possibles ?*

b. Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs

16 participants parviennent à apparier les problèmes selon leur type (parmi eux, 14 justifient leur appariement). 3 d'entre eux se justifient en utilisant des termes plus ou moins précis pour expliciter les différents types de problèmes appariés. 11 autres proposent une justification discutable, incomplète ou exprimant un manque de connaissance.

E32 :

C 2 car les 2 calculs demandent une division
A 1 ça me semble logique mais je ne sais pas
B 3 l'expliquer.

E16 :

J'ai du mal avec le 3… ☺

A 2×8 =… 1 8×2 =…
B 2×8 =… 2 16:2 =…
C 16:8 =… 3

Les obstacles potentiels

22 participants ne parviennent pas à apparier les problèmes en fonction de leur type. Parmi eux, 7 ne respectent pas la consigne d'appariement 1 à 1 et apparient 2 problèmes à 1 seul, par exemple.

Interprétation des résultats à l'item

Les points positifs

L'item proposé évaluait la capacité des enseignants à identifier des types de problèmes multiplicatifs et à les apparier entre même type. En comparaison avec l'item 6 qui proposait également d'évaluer la capacité des enseignants à apparier des problèmes en fonction de leur type, mais des problèmes d'addition ou de soustraction dans ce cas, le taux de réussite à l'item 8 est largement plus élevé.

Les obstacles potentiels

Bien que le taux de réponses incorrectes soit inférieur à celui de l'item 6, il reste supérieur à la moitié de notre échantillon. Il nous semble donc intéressant, comme pour l'item 6, de se pencher sur les justifications des réponses incorrectes.
Parmi les justifications des réponses incorrectes, on retrouve principalement des justifications que nous qualifierons de justifications incohérentes, incomplètes ou absentes. On retrouve également parmi les 22 réponses incorrectes, 7 réponses ne répondant pas à la consigne d'appariement 1

	à 1. On pourrait y voir une certaine forme de détresse face à la question qui poserait problème aux participants. Dans la même optique, on observe également un taux de non-réponse qui s'élève à 3 participants sur 41 ce qui peut sembler peu élevé mais qui, pourtant, fait partie de nos taux de non-réponses les plus élevés (Taux de non-réponse des différents items dans l'ordre décroissant : item 13 = 5, item 6 = 4, item 8 = 3, item 12b/17 = 2, item 9a/9c/14 = 1). Ces constats nous permettent d'envisager plus sérieusement l'hypothèse émise lors de l'interprétation des résultats de l'item 6 selon laquelle l'expression « type de problème » tel qu'indiquée dans la consigne, ne semble pas être signifiante pour la plupart des participants… Enfin, nous rappelons que, comme pour l'item 6, la question, telle qu'elle a été formulée (un appariement), offrait aux participants un fort taux de réponse aléatoires correctes. Ainsi, le taux de non-réponse ajouté aux justifications incohérentes, absentes ou signifiant un manque de connaissance pourrait nous indiquer une difficulté de répondre à cette question pour les enseignants participants à notre épreuve.

Item 9A

Taux de réussite à l'item : 40/41
Taux d'échec à l'item : 0/41
Taux de non-réponse : 1/41

Voici trois problèmes d'addition, où la place de l'inconnue varie, proposés à des élèves en début de 1ère année primaire, <u>avant l'introduction des calculs</u>.

Martin avait un paquet de 7 bonbons. À la récré, un copain lui en donne 2 de plus. Combien en possède-t-il à présent ?

Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution <u>la plus probable</u> qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.

Présentation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Le taux de réponse correcte est de 40/41. Tous les enseignants ayant proposé une réponse à cette question parviennent à proposer une réponse explicitant une stratégie de modélisation directe où l'élève assemble les quantités (souvent représentées par un dessin) ou une stratégie de comptage à partir d'une des deux quantités (souvent représentée par un calcul). Exemple : 7+2 = ...	Malgré le fait qu'il soit précisé dans la consigne, que nous demandons aux participants de décrire la stratégie de l'élève, la plupart d'entre eux ne décrivent pas la stratégie (40/41). 17 d'entre eux proposent une représentation pour résoudre le problème (par le dessin ou un schéma) : on a alors considéré qu'ils imaginaient la trace écrite de l'élève. 13 autres participants (parmi les 40 ayant répondu correctement à l'item) proposent un calcul canonique (7+2) : on a alors considéré que les enseignants signifiaient que l'élève utiliseraient une stratégie directe (modélisation ou comptage) pour résoudre cette opération.

Interprétation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Le taux de réponse élevé suppose que les enseignants de notre échantillon disposent des connaissances suffisantes pour décrire la stratégie la plus probable face à ce type de problème pour un élève en début de première année primaire.	Comme nous l'avons présenté ci-dessus, la plupart des participants (40/41) ne décrivent pas de stratégie. Ils proposent le calcul ou une représentation. On pourrait émettre l'hypothèse que ceux-ci ne distinguent pas les stratégies (manipulation, comptage, décomposition des nombres) des traces écrites que l'élève peut utiliser pour garder une trace de sa stratégie (dessin, schéma, calcul).

Item 9B

Taux de réussite à l'item : 2/41
Taux d'échec à l'item : 39/41
Taux de non-réponse : 0/41

Voici trois problèmes d'addition, où la place de l'inconnue varie, proposés à des élèves en début de 1ère année primaire, <u>avant l'introduction des calculs</u>.

Théo avait quelques billes dans sa collection. À la récré, il en a gagné 5 en jouant contre Mathis. Maintenant, il en a 7. Combien avait-il de billes avant la récréation ?

Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution <u>la plus probable</u> qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.

Présentation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
2 participants parviennent à décrire ou à citer la stratégie d'essais-erreurs. E21 : L'enfant dessine quelques billes (10) par exemple et en ajoute 5 sur le côté. Pour visualiser les sept billes, il entoure le paquet de 5 et un autre paquet de 2 ou entoure directement avec un seul paquet les billes mises sur le côté en incluant deux du départ	Comme pour l'item 9A, la majorité des participants (39/41) ne décrivent pas la stratégie de l'élève malgré le fait que cela soit précisé dans la consigne. 11 d'entre eux proposent une représentation pour résoudre le problème (par le dessin ou un schéma) : on a alors considéré qu'ils imaginaient la trace écrite de l'élève.

E7 : Il en prend 5 puis essai/erreur jusqu'à 7 + constater ce qui a été (« ce qui a été ajouté »)	20 autres participants proposent un calcul – alors que la question telle que formulée précisait qu'il s'agissait d'une activité proposée avant l'introduction des calculs - : on a alors considéré que les enseignants signifiaient que l'élève utiliseraient une stratégie directe (modélisation ou comptage) pour résoudre cette opération. Enfin, 8 participants proposent une description de stratégie de modélisation directe.
Interprétation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
	Parmi les 20 propositions de calculs, on retrouve 9 réponses proposant le calcul « … +5=7 » incitant à la modélisation directe qui entraînerait une stratégie d'essais-erreurs mais ne développant pas leur explication, 4 réponses proposant un calcul erroné « 5+7= … » ou « 7+5= … » et 7 réponses proposant le calcul renversé « 7-5=… ». Les 9 réponses proposant le calcul « …+5=7 » auraient pu être considérées comme des réponses valables mais nous avons considéré ces réponses trop peu développées pour être considérées comme correctes. À ces 9 réponses, on peut ajouter 13 autres proposant une description (4) ou une représentation (9) de modélisation directe qui devraient également amener l'élève à une stratégie d'essais-erreurs. Concernant les 4 propositions de calculs erronés auxquelles on peut ajouter 4 autres réponses de participants exprimant par écrit que l'enfant se tromperait, elles nous permettent d'émettre l'hypothèse selon laquelle ces 8 enseignants considèrent ce problème trop difficile pour des élèves en début de première année et qu'ils ne le proposeraient donc pas à leurs élèves en début de première année. Quant aux 2 participants proposant le calcul inversé, on peut imaginer qu'ils considèrent que les élèves de début de première maîtrisent le caractère de réversibilité des opérations d'addition et de soustraction puisqu'ils proposent un calcul renversé.

Item 9C	Taux de réussite à l'item : 26/41 Taux d'échec à l'item : 14/41 Taux de non-réponse : 1/41
Voici trois problèmes d'addition, où la place de l'inconnue varie, proposés à des élèves en début de 1ère année primaire, <u>avant l'introduction des calculs</u>. *Théo avait 5 billes dans sa collection. À la récré, il en a gagné quelques-unes en jouant contre Mathis. Maintenant, il en a 7. Combien a-t-il gagné de billes pendant la récréation ?*	

Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution <u>la plus probable</u> qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.	
Présentation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Le taux de réponse correcte est de 26/41. Tous les enseignants ayant proposé une réponse correcte à cette question parviennent à proposer une réponse explicitant ou démontrant par une représentation (calcul, dessins ou schéma) une stratégie de modélisation directe où l'élève assemble des quantités à partir de 5 pour arriver jusqu'à 7 ou une stratégie de comptage à partir de 5 jusqu'à 7, dans les deux stratégies l'élève garde une trace de la quantité ajoutée (sur ses doigts, avec des jetons, etc.).	Comme aux items 9A et 9B, malgré le fait qu'il soit précisé dans la consigne que nous demandions aux participants de décrire la stratégie de l'élève, la plupart d'entre eux ne décrivent pas la stratégie (40/41). 10 d'entre eux proposent une représentation pour résoudre le problème (par le dessin ou un schéma) : on a alors considéré qu'ils imaginaient la trace écrite de l'élève. 10 autres participants (parmi les 26 ayant répondu correctement à l'item) proposent un calcul (5+…=7) : on a alors considéré que les enseignants signifiaient alors que l'élève utiliserait une stratégie directe (modélisation ou comptage) pour résoudre cette opération.
Interprétation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Le taux de réponse aux questions 9A et 9C étant relativement élevé, on peut émettre l'hypothèse d'une certaine forme de connaissance de contenu et des étudiants en ce qui concerne les stratégies les plus probablement utilisées par les élèves selon différentes formes de problèmes (en fonction de la place de l'inconnue). Certains enseignants décrivent à cet item réellement la stratégie de comptage ou de modélisation attendue. E16 : 5 + … = 7	Le taux de réponse incorrecte aux items 9B (39/41) et 9C (14/41) est également relativement élevé. Comme nous en avions émis l'hypothèse lors de l'analyse de l'item 9A, il semble possible que les enseignants ne distinguent pas clairement les différents types de stratégies que l'élève peur utiliser pour résoudre un problème.

Item 10	Taux de réussite à l'item : 19/41 Taux d'échec à l'item : 22/41 Taux de non-réponse : 0/41

Voici un problème additif.

Dans ma soupe, j'ai mis 8 pincées de sel. Mon petit frère, lui, en a mis 6. Combien de pincées de sel ai-je mis en plus par rapport à mon petit frère ?

Dessinez dans le cadre ci-dessous une représentation qui pourrait aider l'élève à résoudre ce problème.

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
Pour répondre correctement à cette question, l'enseignant devait non seulement avoir les connaissances de contenu suffisantes pour repérer la relation ou l'action dans le problème (son type) mais il devait en plus proposer un dessin ou un schéma où cette relation ou cette action était rendue visible. 19 participants parviennent à mettre en avant la comparaison où il faut comparer deux quantités (8 et 6) et où l'inconnue est la comparaison elle-même. 17 participants proposent un dessin et 2 autres, un schéma.	Parmi les 22 réponses incorrectes, 10 réponses rendent visible la comparaison des deux quantités sans mettre en évidence l'inconnue, 10 réponses ne présentent pas la comparaison (ils présentent le calcul « 8-5 », représentent à l'aide d'un diagramme de Venn, etc.) et 2 réponses proposent des représentations incorrectes.

Interprétation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
Près de la moitié des participants parviennent à proposer une représentation répondant aux critères que Polotskaia et al. (2015) considèrent comme des facteurs essentiels d'une « bonne » représentation qui permet à l'élève de comprendre davantage le problème : la relation ou l'action est représentée et l'inconnue est rendue visible.	Le taux de réponse incorrecte étant relativement élevé – plus de la moitié des participants -, nous nous sommes davantage penchés sur les réponses incorrectes. Un bon nombre de participants ayant mal répondu à cet item (10/22) omet dans sa représentation de représenter l'inconnue ce qui ne permet pas à l'élève d'avoir un « *accès visuel rapide à l'ensemble du système de relations quantitatives décrites dans le problème* » (Polotskaia et al., 2015, p.256).

<table>
<tr><td colspan="2">Item 11
Taux de réussite à l'item : 36/41
Taux d'échec à l'item : 5/41
Taux de non-réponse : 0/41</td></tr>
<tr><td colspan="2">Face à ce type de problème précis, quelle erreur typique les élèves pourraient-ils commettre ?
Pierre a 4 bonbons. Combien doit-on encore lui en donner pour qu'il en ait 10 comme le reste des élèves de la classe ?
Choisissez l'erreur typique la plus probable propre à ce type de problème. Cochez une seule proposition.
<table>
<tr><td></td><td>Un élève utilisant ses jetons pourrait se tromper dans son comptage.
Il utiliserait mal sa stratégie de comptage (il compterait trop vite par exemple) et pourrait arriver à une réponse erronée (5 par exemple).</td></tr>
<tr><td></td><td>Un élève utilisant ses jetons pourrait décider d'ajouter 10 à 4.
Il n'aurait pas identifié la structure du problème et répondrait une réponse farfelue (14 par exemple).</td></tr>
<tr><td></td><td>Un élève pourrait s'attarder sur les mots « donner » et « reste » et effectuer une soustraction : 10 – 4 par exemple. Il arriverait à la bonne solution, mais n'aurait pas compris la structure propre du calcul.</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><th colspan="2">Présentation des résultats à l'item</th></tr>
<tr><th>Les points positifs</th><th>Les obstacles potentiels</th></tr>
<tr><td>36 participants sur 41 choisissent l'erreur typique la plus probable face à ce type de problème.</td><td>3 participants sélectionnent la première erreur qui sous-tend à une erreur de comptage de la part de l'élève.
1 participant sélectionne la dernière proposition d'erreur et 1 autre ne répond pas à la consigne et coche la première et la deuxième proposition.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Interprétation des résultats à l'item</th></tr>
<tr><th>Les points positifs</th><th>Les obstacles potentiels</th></tr>
<tr><td>Plus des 2/3 des participants répondent correctement à cet item. Cela nous encourage à croire que les enseignants de notre échantillon sont capables d'identifier une erreur typique propre à un type de problème face à d'autres erreurs.</td><td>Malgré le taux de réponse incorrecte peu élevé, il est essentiel de rappeler que ce type de question telle qu'elle a été formulée (une question à choix multiple) offrait aux participants un fort taux de réponse aléatoire correcte.
C'est la raison pour laquelle nous pensons qu'une version de notre questionnaire avec davantage de questions sur cette connaissance précise permettrait d'avoir des analyses plus précises.
Nous ne pourrons donc pas émettre d'hypothèse tangible sur la seule base de cette question mais nous pouvons confronter nos analyses aux items 1, 9a, 9b, 9c et 11 puisqu'elles portent toutes sur des items évaluant les connaissances de contenu et des étudiants liées aux types de stratégies et aux façons dont les enseignants les exploitent. Nous réaliserons cette analyse plus globale au sein de notre travail.</td></tr>
</table>

Item 12A

Taux de réussite à l'item : 16/41
Taux d'échec à l'item : 25/41
Taux de non-réponse : 0/41

En début d'apprentissage de la multiplication, Madame Martin a proposé le problème suivant :

Un garagiste vend des bidons de 15 litres d'essence à 3 euros pièce. Un acheteur décide d'en acheter 5 bidons. Combien d'euros devra-t-il dépenser ?

Lors de la correction, elle remarque que tous ses élèves ont échoué face à la résolution de ce problème…

c. Selon vous, quelles sont les difficultés qui auraient pu poser problèmes aux élèves de Madame Martin ?

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
16 participants répondent correctement à cette partie de l'item. Parmi les réponses correctes, aucun participant ne cite plus de deux des quatre éléments pouvant complexifier le problème. Ils citent : - le choix des nombres (5/16) ; - le choix des mots (contexte) (9/16) ; - les données parasites (15/16) ; - et, l'implication de mesures (5/16). Parmi les arguments corrects cités par les participants ayant répondu correctement à cette question, certains citent d'autres arguments moins pertinents, voire en désaccord avec notre théorie. C'est le cas de E21 qui, en plus de citer l'argument en lien avec le contexte du problème et du vocabulaire et l'argument en lien avec les données inutiles, dit : « *Puisque les élèves sont en début d'apprentissage, il est, à mon sens, trop tôt pour effectuer des problèmes impliquant la multiplication.* ». E21 : L'inconvenient est pour celui qui ne réussit pas car face à la multitude de stratégies il ne saura laquelle choisir et sa pensee sera embrouillée. les avantages. Les Es pourront choisir leur stratégie en fonction de leur maturité d'esprit, ils pourront choisir entre le concret, le semi-concret ou l'abstrait, ils pourront aussi manipuler, dessiner et calculer. Ils pourront combiner les stratégies	25 participants ne parviennent pas à citer plus d'un des quatre éléments attendus. 20 participants citent tout de même 1 élément alors que 5 autres ne citent aucun des éléments attendus. Parmi ces 5 réponses ne citant aucun élément attendu, ils citent d'autres éléments qui complexifieraient selon eux le problème : - une certaine confusion entre l'addition et la multiplication (1/5) ; - des erreurs de calcul de la part des élèves (2/5) ; - et, d'autres arguments incomplets ou incompris (2/5).

Interprétation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
Parmi les réponses incorrectes, on retrouve 20 réponses proposant un des quatre éléments attendus. En majeure partie (18/20), ces participants relèvent les données parasites présentes dans le problème. Cela signifie que 35 participants sur 41 relèvent les données parasites dans le problème comme un élément complexifiant ce dernier.	Au total, seuls 6 participants sur 41 relèvent le choix des nombres comme un facteur pouvant complexifier le problème. Aussi, 6 participants relèvent le choix des mots dans un problème et la majeure partie d'entre eux (5/6) concentrent leur explication sur le vocabulaire via le mot « pièce ». Enfin, seuls 5 participants considèrent l'implication de mesures

	dans un problème comme un élément pouvant complexifier le problème.

Item 12B	Taux de réussite à l'item : 23/41 Taux d'échec à l'item : 16/41 Taux de non-réponse : 2/41
En début d'apprentissage de la multiplication, Madame Martin a proposé le problème suivant : *Un garagiste vend des bidons de 15 litres d'essence à 3 euros pièce. Un acheteur décide d'en acheter 5 bidons. Combien d'euros devra-t-il dépenser ?* Lors de la correction, elle remarque que tous ses élèves ont échoué face à la résolution de ce problème… **b. Inventez ci-dessous un problème qui réduirait le nombre de difficultés et qui permettrait de travailler la multiplication**	
Présentation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
23 participants parviennent à modifier au moins deux des quatre éléments attendus. Parmi les 16 participants parvenant à citer au moins deux éléments attendus à l'item 12A : - 7 participants proposent un problème modifiant 3 éléments attendus ; E7 cite le contexte et les données parasites mais modifie en plus les nombres pour faire « 3x5 » : E1 cite les nombres et les données parasites mais modifie également le contexte : E14 cite la donnée parasite et le vocabulaire mais modifie les nombres en proposant « 3x1 » : E21 cite le vocabulaire et la donnée inutile mais modifie également les nombres en proposant « 3x2 » : E25 cite les données inutiles et les mesures impliquées et modifie en plus le contexte et complexifie en modifiant les nombres « 3x6 » : E41 modifie le contexte en plus de ce qu'il a cité mais il complexifie en proposant le comptage par « 5x3 » : - et, 3 participants proposent un problème modifiant 2 éléments attendus qu'ils avaient cités à l'item 12A. Sur les 20 participants ne citant qu'un seul élément attendu à l'item 12A : - 11 participants ne modifient effectivement que l'élément préalablement cité – ils ont tous simplement supprimé la donnée inutile du problème; - 6 participants modifient deux éléments – ils modifient en plus des données inutiles, les nombres ou le contexte du problème - ; - enfin, 2 participants modifient 3 éléments.	Parmi les 16 participants parvenant à citer au moins deux éléments attendus à l'item 12A : - 2 participants proposent un problème modifiant 2 éléments attendus qu'ils n'avaient pas cité à l'item 12A E13 complexifie en modifiant les nombres 4 x 3 E6 complexifie également en modifiant les nombres - et, 4 participants proposent un problème ne modifiant qu'un des éléments attendus et pointés à l'item 12 A. Sur les 20 participants ne citant qu'un seul élément attendu à l'item 12A, 1 participant ne répond pas à la question 12B.

E26 cite la donnée inutile mais modifie le contexte et les nombres en plus : E8 cite les nombres mais modifie le contexte et supprime par conséquent la donnée inutile et les mesures impliquées : Parmi les 4 participants ne citant aucun des éléments attendus, 3 participants modifient 3 éléments. E12 modifie le contexte et supprime par conséquent la donnée inutile et les mesures impliquées : E4 modifie le contexte et supprime par conséquent la donnée inutile et les mesures impliquées, il modifie en plus les nombres en proposant de faire « 4 x 2 » : E3 modifie le contexte et supprime par conséquent la donnée inutile, il modifie en plus les nombres en proposant de faire « 3 x 5 » :	
Interprétation des résultats à l'item	
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Le taux de réponse correcte à l'item 12 B est supérieur au taux de réponse correcte à l'item 12 A. Cela pourrait signifier encore une fois que la pratique permet aux enseignants de notre échantillon de simplifier un problème sans qu'ils ne puissent mettre des mots sur ce qu'ils font. La source des connaissances des enseignants de notre échantillon serait davantage intuitive que formelle, si nous reprenons les termes du modèle 3D de Leikin (2006).	À cet item, le taux d'échec relativement élevé (16/41 près de la moitié des participants) nous permet d'émettre l'hypothèse suivante. Certains enseignants complexifient le problème. Il est possible qu'ils n'aient pas conscience qu'un des facteurs (le choix des nombres) que nous avions relevé est un facteur pouvant complexifier les problèmes.

Item 13

Taux de réussite à l'item : 14/41
Taux d'échec à l'item : 22/41
Taux de non-réponse : 5/41

Pour aider ses élèves à résoudre différents types problèmes, Madame Lacroix choisit un concept qu'elle souhaite développer : la multiplication, par exemple.
Elle procède en 2 étapes : elle lit le problème à haute voix pour ses élèves et vérifie la compréhension de celui-ci en proposant à un élève de le reformuler avec ses mots puis elle leur propose du matériel varié et les encourage à résoudre seul le problème. Chaque élève exprime ensuite sa stratégie de résolution aux autres. L'enseignante intervient pour encourager l'élève à développer sa pensée. Elle suggère parfois diverses manières de représenter le problème et diverses stratégies de résolution aux élèves qui ne seraient pas parvenu à résoudre seuls le problème.
Citez l'inconvénient et les 3 avantages principaux de la méthode d'enseignement décrite ci-dessus.

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
14 participants proposent une réponse correcte. Ils citent 3 éléments sur 5. 10 font référence à l'aide au développement de la pensée mathématique par le matériel varié proposé et les représentations diverses, 13 font référence à la pose du problème par la vérification de la compréhension en proposant une reformulation, 7 font référence aux encouragement (au renforcement), 11 font référence au climat d'acceptation des stratégies, aucun d'entre eux ne fait référence au fait que le concept sélectionné est trop peu précis. 16 participants échouent à l'item mais parviennent tout de même à citer 2 éléments sur 5. 10 font référence à l'aide au développement de la pensée mathématique par le matériel varié proposé et les représentations diverses, 12 font référence à la pose du problème par la vérification de la compréhension en proposant une reformulation, 4 font référence aux encouragement (au renforcement), 6 font référence au climat d'acceptation des stratégies et aucun d'entre eux ne fait référence au fait que le concept sélectionné est trop peu précis. 6 participants échouent à l'item mais parviennent tout de même à citer 1 élément sur 5. 2 font référence à l'aide au développement de la pensée mathématique par le matériel varié proposé et les représentations diverses, 2 font référence à la pose du problème par	Le taux de non-réponse à cet item s'élève à 5. Même si certains formulent des propositions correctes, ils se contredisent parfois. E10 fait, par exemple, référence au climat d'acceptation des stratégies mais contredit ce même argument dans la suite de son explication : - ~~Problème de vocabulaire + connaissance des tables~~ - Il y a trois données dans cet énoncé dont une ne sert à rien pour la résolution du problème. - Les enfants n'ont pas identifié l'opération à effectuer puisqu'ils sont en début d'apprentissage de la multiplication. - Puisque les en. sont en début d'apprentissage, il est, à mon sens, trop tôt pour effectuer des problèmes impliquant la multiplication. Parmi les avantages et inconvénients relevés dans les réponses incorrectes, voici les catégories ajoutées par les participants que nous avons relevées. Concernant les inconvénients, - 3 participants relèvent le travail individuel ; - 3 participants relèvent la lecture collective du problème ; - 1 participant relève la reformulation par un seul élève ; - 1 participant relève le fait de proposer du matériel ; - 4 participants expliquent que l'activité proposée est trop longue ; - 4 participants expliquent que le partage de stratégies diverses pourrait embrouiller les élèves ; - 3 participants ne favorisent pas les suggestions de stratégie par le maitre ; - enfin, 1 participant regrette l'absence de situation concrète dans cette situation d'apprentissage. Concernant les avantages, - 3 participants relèvent le travail individuel ; - et, 8 autres relèvent la mise en commun collective.

<table>
<tr><td>la vérification de la compréhension en proposant une reformulation et 2 autres font référence au climat d'acceptation des stratégies.</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="2">Interprétation des résultats à l'item</th></tr>
<tr><th>Les points positifs</th><th>Les obstacles potentiels</th></tr>
<tr><td>Parmi les avantages cités, 27 participants sur 41 citent la reformulation du problème comme avantage. Ce qui signifie que pour plus de la moitié de nos participants la reformulation d'un problème dans le but de s'assurer que tous les élèves le comprenne est importante. 22 participants sur 41 citent l'aide au développement de la pensée mathématique par le matériel varié proposé. 19 font référence au climat d'acceptation des stratégies. 11 participants sur 41 font référence aux encouragement (au renforcement) quand on leur demande les avantages de cette méthode.

Ainsi, parce que nous avions demandé de formuler 3 avantages seulement (sur les 5 que nous acceptions), nous pouvons sur base des réponses les plus fréquentes émettre l'hypothèse des 3 éléments les plus pertinents dans une méthode d'enseignement des premières opérations pour les enseignants de notre échantillon. L'élément le plus cité est la reformulation du problème pour en vérifier sa compréhension auprès des élèves. Selon Carpenter et al. (2015), il s'agit d'une étape essentielle de la pose d'un problème qui assurerait la compréhension des élèves. Le second avantage le plus souvent révélé par notre échantillon est le recours au matériel varié pour répondre au besoin de développement mathématique de l'enfant. Enfin, le troisième argument le plus cité est la référence au climat d'acceptation des stratégies. Rappelons que cet élément est plus qu'essentiel puisque les élèves qui sont confrontés à des problèmes divers permettant de développer les concepts d'addition, de soustraction, de multiplication ou de division, utilisent des stratégies différentes quand bien même ils sont confrontés aux mêmes apprentissages (Polotskaia et al., 2015).</td><td>Le taux de non-réponse à cet item est le plus élevé. Il nous semble donc intéressant de nous pencher davantage sur cet item avant d'approfondir nos analyses de résultats.
La question étant longue et en treizième position dans le questionnaire, il se peut qu'un effet de fatigue entre en jeu dans notre taux de non-réponse.</td></tr>
</table>

Item 14

Taux de réussite à l'item : 20/41
Taux d'échec à l'item : 20/41
Taux de non-réponse : 1/41

Trois élèves ont résolu le problème suivant :

Il y a 13 passagers dans le bus. 9 descendent du bus au premier arrêt. Combien de passagers reste-t-il après le premier arrêt ?

Voici le descriptif de la façon dont 3 élèves ont tenté de présenter leur stratégie de résolution aux autres élèves de la classe :

D.	Arthur prend 13 jetons. Il montre aux autres élèves qu'il compte les jetons. « 1, 2, 3, … 13. ». Ensuite, il enlève 9 jetons. Il les déplace plus loin en comptant : « 1, 2, 3, … 9. ». Il compte ensuite les jetons restants : « 1, 2, 3, 4. ». Il dit : « Il en reste 4 dans le bus. ».
E.	Eleana décompte à partir de 13 en levant un doigt à chaque fois : « 12, 11, 10, … 4. ». Elle s'arrête après avoir levé 9 doigts. Elle répond ensuite : « Il reste 4 passagers dans le bus. ».
F.	Luc explique oralement : « J'ai 9. (il compte et lève 1 doigt à chaque comptage) 10, 11, 12, 13. C'est 4 donc je sais qu'il reste 4 passagers dans le bus. ».

Quelle note attribueriez-vous à ces élèves ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de votre note
Stratégie d'Arthur	0 – 1 – 2	
Stratégie d'Eleana	0 – 1 – 2	
Stratégie de Luc	0 – 1 – 2	

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
20 participants sur 41 attribuent la note maximale (2) aux 3 élèves et signifient dans leur justification qu'il y a une différence de stratégie entre les 3 élèves mais que tous les élèves sont parvenus à résoudre le problème proposé.	Les 20 participants ayant répondu de façon incorrecte proposent des notes très variées. 4 participants sur 41 n'accordent la note maximale qu'aux stratégies des deux derniers élèves (B et C) : tous décrivent la stratégie de l'élève A comme lente et laborieuse. Ils parlent de « recomptage », de « comptage 1 à 1 » et des manipulations de l'élève. 5 autres participants n'accordent la note maximale qu'à l'élève C. Tous se justifient en explicitant la différence notable du développement des stratégies des élèves. C'est également le cas de 2 participants qui attribuent comme suit : 2 à la stratégie de l'élève C, 1 à la stratégie de l'élève B, 0 à la stratégie de l'élève A. 2 participants abordent dans leur justification le décomptage pour justifier le fait d'attribuer moins de points à la stratégie de l'élève B. Enfin, 3 participants sur 41 n'accordent la note maximale qu'aux stratégies des deux premiers élèves (A et B) : dans leur justification, ils parlent de l'utilisation de l'opération réciproque.

Interprétation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
La moitié des participants sont en accord avec le climat d'acceptation des stratégies. C'est plus qu'à l'item 4 qui évaluait de la même façon les enseignants sur leur capacité à accepter une variété de stratégies. Parmi eux, 3 participants (E5, E6 et E16) avaient pourtant mal répondu à l'item 3 dans lequel il s'agissait de critiquer un enseignant qui imposait une stratégie de résolution à l'ensemble de sa classe.	16 des participants ayant répondu correctement à l'item 3 et favorisant des méthodes d'enseignement permettant l'acceptation des stratégies diverses des élèves produisent une réponse à l'item 14 en désaccord avec celle formulée à l'item 3. Ceci nous montre, comme lors de l'analyse de l'item 4, que les connaissances théoriques vastes « il faut accepter la diversité des stratégies des élèves » ne sont pas toujours prises en compte dans la pratique. Dans les réponses, on peut également constater que bon nombre des participants se focalisent sur diverses formes de stratégie qu'ils hiérarchisent : le

	comptage 1 à 1 est considéré comme laborieux, les manipulations ralentissent la procédure de résolution, …

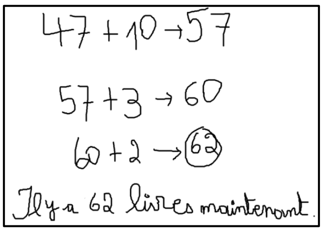
<table>
<tr><th>Item 15</th><th>Taux de réussite à l'item : 28/41
Taux d'échec à l'item : 13/41
Taux de non-réponse : 0/41</th></tr>
<tr><td colspan="2">Voici un problème additif.
Emma a quelques crayons dans son plumier. Elle en prête 7 à Célia. Après avoir compté le nombre de crayons qui lui restait, elle se rend compte qu'elle n'en a plus que 5. Combien de crayons avait-elle au départ ?
Dessinez dans le cadre ci-dessous une représentation qui pourrait aider l'élève à résoudre ce problème.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Présentation des résultats à l'item</td></tr>
<tr><td>Les points positifs</td><td>Les obstacles potentiels</td></tr>
<tr><td>Cet item évaluait, comme l'item 10, la capacité de l'enseignant à fournir une représentation permettant d'aider l'élève à identifier l'action ou la relation dans le problème. Pour répondre correctement à cette question, l'enseignant devait donc non seulement avoir les connaissances de contenu suffisantes pour repérer la relation ou l'action dans le problème (son type) mais il devait en plus proposer un dessin ou un schéma où cette relation ou cette action et l'inconnue étaient rendues visibles.
28 participants parviennent à mettre en avant le changement avec comme inconnue la situation initiale, comme changement 7 et comme situation finale 5. Parmi eux, 24 participants proposent un schéma ou un dessin représentant une situation de changement alors que les 4 autres proposent un schéma ou un dessin représentant une combinaison.</td><td>Parmi les 13 réponses incorrectes, 10 réponses rendent visible le changement ou la combinaison entre les deux quantités sans mettre en évidence l'inconnue, et 3 réponses proposent des représentations incorrectes.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Interprétation des résultats à l'item</td></tr>
<tr><td>Les points positifs</td><td>Les obstacles potentiels</td></tr>
<tr><td>Le taux de réponse correcte élevé nous permet d'émettre l'hypothèse d'une compétence maitrisée pour la plupart des participants de nos échantillons concernant la capacité à proposer une représentation (schéma ou dessin), un outil, qui puisse aider l'élève à résoudre le problème. La représentation est un outil pour l'élève ; l'enseignant doit aider à son développement. Il s'agit dans ce cas d'une connaissance de contenu et de l'enseignement puisqu'il s'agit d'une connaissance liée aux capacités de l'enseignant à recourir à la méthode des représentations pour différencier les apprentissages (aider un élève en difficulté). C'est-à-dire que près des 3/4 des participants parviennent à proposer une représentation répondant aux critères que Polotskaia et al. (2015) considèrent comme des facteurs essentiels d'une « bonne » représentation qui permet à l'élève de comprendre davantage le problème : la relation ou l'action est représentée et l'inconnue est rendue visible.</td><td>Le problème choisi peut être reconceptualisé comme un problème de type combinaison.
Nous avons donc dû accepter les 2 formes de représentations tant que l'inconnue et les quantités étaient représentées. La question ne nous permet donc pas d'affirmer que l'enseignant parvient à déterminer le type de problème avant de proposer une représentation.</td></tr>
</table>

Item 16	Taux de réussite à l'item : 31/41 Taux d'échec à l'item : 10/41 Taux de non-réponse : 0/41

Voici un problème proposé à un élève en début de première année primaire.

> *Dans la bibliothèque de la classe, il y avait 47 livres. Madame en a acheté 15 nouveaux. Combien y a-t-il de livres dans la bibliothèque maintenant?*

L'élève a ensuite rendu sa résolution sur papier.



Que pensez-vous de cette résolution de problème ?

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
31 participants répondent correctement à la question. Ils signifient dans leur réponse que la résolution est correcte même si l'élève – qui est en début de 1ère année primaire, rappelons-le- n'utilise pas encore correctement la notation mathématique.	Parmi les 31 participants ayant répondu correctement, 8 d'entre eux expriment, par ailleurs, un étonnement quant à la résolution proposée pour un élève de 1ère année. Parmi les 10 participants ayant mal répondu : 5 s'étonnent de la difficulté du problème proposé à un élève de 1ère année et n'abordent pas la résolution, 4 signifient qu'il manque des signes d'égalité et 1 dernier s'exprime sur la décomposition du nombre 15 qui n'est pas rendu suffisamment explicite selon lui.

Interprétation des résultats à l'item

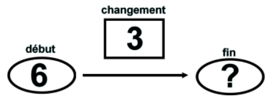
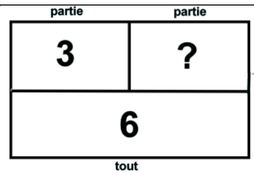
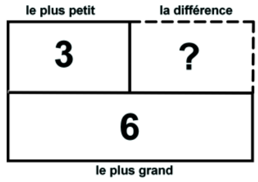
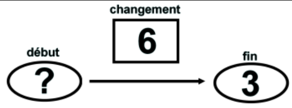
Les points positifs	Les obstacles potentiels
Plus des 3/4 des participants sont en accord avec le climat d'acceptation des stratégies. Parmi eux, 4 participants avaient pourtant mal répondu à l'item 3 dans lequel il s'agissait de critiquer un enseignant qui imposait une stratégie de résolution à l'ensemble de sa classe. On retrouve également parmi ces 31 participants ayant répondu correctement à la question, 17 participants ayant répondu correctement à l'item 3 mais ayant échoué à l'item 4 ou à l'item 7 (items similaires à notre item 16). Enfin, 8 des participants répondent correctement aux items 3, 4, 7, 14 et 16. Ce qui signifie que tous les participants ayant répondu correctement aux items 3, 4, 7 et 14 répondent correctement à l'item 16.	Alors que l'item 4 nous permettait d'émettre l'hypothèse selon laquelle les enseignants de notre échantillon possèderaient des connaissances théoriques vastes (« *il faut accepter la diversité des stratégies des élèves* ») qu'ils ne prennent pas toujours en compte dans leur pratique (nombre de participants ayant répondu correctement à l'item 3 et incorrectement à l'item 4 élevé) et que l'item 7 aurait pu infirmer cette hypothèse(nombre de participants ayant répondu correctement à l'item 3 et incorrectement à l'item 7 faible), l'analyse des réponses aux items 14 et 16 nous permet de considérer à nouveau cette hypothèse. En effet, 21 participants ayant répondu correctement à l'item 3 et explicitant leur accord avec l'acceptabilité des stratégies diverses et variées répondent mal à l'item 16 (5/21) ou à l'item 14 (16/21) qui tentaient de vérifier la connaissance des enseignants des stratégies diverses que les enfants peuvent développer et leur acceptabilité quand bien même elles seraient le reflet de différents stades de développement mathématique des élèves. Aussi, cela nous permet de nous intéresser davantage au taux d'échec de l'item 16 (10/41). À l'item 16 comme aux items 4 et 14, les enseignants sanctionnent des stratégies d'élèves en mettant en cause leur mauvaise retranscription en langage mathématique. Cependant, il est également essentiel de relever le nombre de participants ne répondant pas à la consigne parce qu'ils estiment le problème trop complexe pour un élève de 1ère année. Or, dans la question, rien n'indique les conditions de proposition de ce problème, - une seule information est donnée : le problème est proposé à **un** élève - il s'agissait peut-être d'une différenciation ou autre, mais pour ces enseignants ce problème est trop complexe dans tous les cas.

<table>
<tr><td colspan="2">Item 17
Taux de réussite à l'item : 23/41
Taux d'échec à l'item : 18/41
Taux de non-réponse : 0/41</td></tr>
<tr><td colspan="2">Voici différents problèmes. Pouvez-vous les classer du plus facile au plus difficile pour un élève du cycle 2 (première ou deuxième année primaire) ?
D. Léa avait 8 cartes « Pokémon » avant de jouer contre Maxime. En jouant contre lui, elle en a perdu 3. Combien de cartes « Pokémon » Léa a-t-elle maintenant?
E. Léon a 8 cartes « Pokémon » dans sa collection. Jules en a 3 de plus. Combien de cartes a Jules dans sa collection ?
F. Martin avait 8 cartes « Pokémon » en arrivant à l'école. En jouant à la récréation contre Lucie, il en a gagné 3. Combien Martin a-t-il de cartes maintenant ?
g. Notez ici votre classement :
le plus facile …….. → …….. → …….. le plus difficile

h. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Présentation des résultats à l'item</th></tr>
<tr><td>Les points positifs</td><td>Les obstacles potentiels</td></tr>
<tr><td>23 participants sur 41 parviennent à classer correctement les problèmes proposés en fonction de leur difficulté.
Parmi les 23 participants ayant réussi à classer les problèmes proposés en fonction de leur difficulté pour un élève du cycle 2, 22 proposent une justification en lien avec le type et la structure additive ou soustractive du problème.</td><td>Parmi les 18 propositions de classement incorrect, on retrouve 8 classements de type « CBA ». Les participants ayant réalisé ce classement se justifient principalement en expliquant qu'une soustraction est plus complexe qu'une addition sans tenir compte du type de problème (7/8).
7 autres participants établissent le classement « ACB » : ils proposent alors des justifications en lien avec le vocabulaire (2/7), des justifications incomprises (2/7) ou pas de justification du tout (3/7).
Enfin, 3 participants proposent le classement « BCA » sans se justifier (2/3) ou en abordant dans leur justification le vocabulaire plus simple du problème B (1/3).</td></tr>
<tr><th colspan="2">Interprétation des résultats à l'item</th></tr>
<tr><td>Les points positifs</td><td>Les obstacles potentiels</td></tr>
<tr><td>Pratiquement tous les participants ayant répondu correctement à l'item sont parvenus à donner la justification attendue (22/23). La place du hasard dans le taux de réponse correcte est donc quasiment nulle.
Cela signifierait que plus de la moitié de nos participants (22/41) sont capables de classer des problèmes de types différents et avec des opérations différentes en fonction de leur difficulté.</td><td>Le taux de réponse incorrecte reste cependant relativement élevé.
Nous pouvons clairement identifier que le facteur « opération différente » a joué son rôle de distracteur. Ainsi, pour 7 participants sur 41, ce facteur semble plus important que le type du problème en lui-même en ce qui concerne la complexité d'un problème. Cette observation va de pair avec les observations menées dans la partie introductive de notre questionnaire où – comme nous le rappelions à l'item 5 (item similaire à l'item 17) - 26 des 41 participants déclaraient introduire l'addition en amont de l'introduction de la soustraction.</td></tr>
</table>

Item 18	Taux de réussite à l'item : 32/41 Taux d'échec à l'item : 9/41 Taux de non-réponse : 0/41

Associez chaque problème à sa représentation schématique.

Pour faire sa soupe, Maman a acheté 3 potirons et 6 oignons. Combien a-t-elle acheté de légumes en tout ?	
Zacharie a 6 ans. Yannis, son petit frère, a 3 ans. De combien d'années Zacharie est-il plus âgé ?	
Jules avait 6 chocolats dans sa boîte. Saint-Nicolas lui en a apporté 3 de plus cette nuit. Combien de chocolats a-t-il à présent ?	
Dans mon panier, il y a 6 fruits : 3 poires et quelques pommes. Combien y a-t-il de pommes exactement dans mon panier ?	
Aujourd'hui je suis allée m'acheter un livre à la librairie avec l'argent de ma tirelire. Je l'ai payé 6 euros. Dans ma tirelire, il ne me reste plus que 3 euros. Combien d'euros avais-je dans ma tirelire avant d'acheter mon livre ?	Aucune des représentations schématiques proposées ne correspond à ce problème.

Présentation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
32 participants sur 41 parviennent à apparier chaque problème à sa représentation schématique.	9 participants sur 41 répondent mal à cet item. 3 d'entre eux confondent la représentation du problème de changement et du problème de combinaison et cela malgré le fait que l'inconnue diffère. Les 6 autres participants proposent des appariements divers ne respectant pas toujours la consigne d'appariement 1 à 1 (5/6).

Interprétation des résultats à l'item

Les points positifs	Les obstacles potentiels
Le taux de réponse correcte élevé pourrait signifier que la plupart des enseignants de notre échantillon sont capables d'identifier la structure d'un problème pour sélectionner le schéma le plus pertinent pour le représenter.	Il est important de noter que le taux de réponse correcte est à relativiser à cause de la façon dont nous avons décidé de formuler la question. En effet, il s'agit d'une question où il suffit d'apparier des éléments deux par deux ce qui offre un taux de réponse aléatoire correcte élevé. Aussi, comme nous pensions que cet item aurait pu avoir biaisé les résultats des items 10 et 15, nous l'avons placé en fin de questionnaire. Lors du pré-test, cet item 18 précédait les items 10 et 15. Nous nous sommes alors rendu compte lors de nos observations que les participants revenaient à l'item 18 pour réaliser un schéma adapté aux items 10 et 15. En changeant l'ordre de nos items, nous espérions ainsi éviter ce biais. Nous pouvons remarquer qu'il a été en partie évité puisque seuls 2 participants proposent des schémas et ceux-ci diffèrent de ceux proposés à l'item 18. L'intérêt de conserver cette question repose dans le fait qu'elle évalue autre chose que les items 10 et 15. En effet, cet item évalue une connaissance de contenu de l'enseignant puisqu'elle n'est propre qu'à l'enseignant et qu'elle permet à l'enseignant de se justifier quant à ses choix de problèmes. Elle est à différencier de la connaissance liée à la représentation de problèmes – évaluée par les items 10 et 15 - qui constitue un outil pour l'enseignant dans son

	enseignement des premières opérations et qui est représenté par un autre type de connaissance : les connaissances de contenu et de l'enseignement.

<table>
<tr><td colspan="2">Item 19
Taux de réussite à l'item : 15/41
Taux d'échec à l'item : 24/41
Taux de non-réponse : 2/41</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pour enseigner les premières opérations, Monsieur Dupont choisit la stratégie de résolution qu'il veut enseigner : repérer les mots clés dans un problème pour choisir la bonne opération, par exemple (en plus, reçoit, … → addition ; reste, en moins, … → soustraction ; paquets,… → multiplication ; etc.). Il propose ensuite un problème à l'ensemble de la classe.
Les élèves doivent dans un premier temps tenter de le résoudre seul. Ils confrontent ensuite leurs stratégies de résolution afin de choisir celle qui sera la plus efficace pour résoudre le problème. L'enseignant peut parfois se montrer en exemple quand aucun élève n'est parvenu à résoudre le problème en utilisant la stratégie attendue.
Citez l'avantage et les 2 inconvénients principaux de la méthode d'enseignement décrite ci-dessus.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Présentation des résultats à l'item</th></tr>
<tr><th>Les points positifs</th><th>Les obstacles potentiels</th></tr>
<tr><td>15 participants proposent une réponse correcte. Ils citent 2 (13/15) ou 3 (2/15) éléments sur 3. Parmi ces réponses, 7 font référence à la stratégie superficielle enseignée, 11 font référence au climat de non-acceptation des stratégies variées et 12 font référence à la confrontation de stratégies.

18 participants échouent à l'item mais parviennent tout de même à citer 1 éléments sur 3. Parmi ces réponses, 5 font référence à la stratégie superficielle enseignée, 6 font référence au climat de non-acceptation des stratégies variées et 7 font référence à la confrontation de stratégies.</td><td>Le taux de non-réponse à cet item s'élèvent à 2.
Même si certains formulent des propositions correctes, ils proposent parfois d'autres propositions que celles envisagées qui sont parfois en contradiction avec notre théorie.
Ainsi, on retrouve parmi les réponses correctes, 2 réponses faisant référence au fait que l'enseignant se donne en exemple quand aucun élève ne parvient à résoudre le problème en tant qu'inconvénient, 4 réponses faisant référence au fait que les élèves travaillent seuls (2 participants citent cet élément dans leur liste des avantages de la méthode alors que les 2 autres le cite dans leurs inconvénients), enfin, 2 réponses font référence au manque de travail de groupe en tant qu'inconvénient.

Parmi les avantages et inconvénients relevés dans les réponses incorrectes, voici les catégories ajoutées par les participants que nous avons relevées.
Concernant les inconvénients,
- 9 participants relèvent le fait que l'enseignant se donne en exemple quand aucun élève ne parvient à résoudre le problème ;
- 6 participants relèvent le fait que l'élève travaille seul ;
- 1 participant relève un trop plein de matière sur une même séquence ;
- 1 participant relève le fait de proposer différentes stratégies parce qu'elles embrouilleraient les élèves ;
- 2 participants expliquent que l'activité proposée est trop longue ;
- enfin, 1 participant regrette qu'aucun matériel ne soit proposé aux élèves.
Concernant les avantages,
- 3 participants relèvent le fait que l'enseignant reformule le problème et explique le vocabulaire ;
- 2 participants relèvent le travail individuel ;
- 2 participants relèvent le fait que le maître se donne en exemple ;
- et, 8 autres relèvent le choix pédagogique de l'enseignant de proposer un défi comme situation mobilisatrice.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Interprétation des résultats à l'item</th></tr>
<tr><th>Les points positifs</th><th>Les obstacles potentiels</th></tr>
<tr><td></td><td>Bien qu'il soit inférieur à celui de l'item 13 (item similaire à notre item 19 dont le taux de non-réponse s'élevait à 5), le taux de non-réponse à cet item reste non-négligeable (il fait partie des 5 items sur 19 ayant reçu le plus haut taux de non-réponse dans notre étude).
Nous pourrions émettre des hypothèses quant aux taux de non-réponses de ces deux items (13 et 19). Nous envisageons deux biais possibles des effets de caractéristiques formelles de notre questionnaire.
En observant les participants lors du pré-test, nous avions déjà remarqué que</td></tr>
</table>

	ces deux items prenaient plus de temps que la plupart des autres items. De par leur formulation d'une part, qui oblige le répondant à rédiger une réponse plus ou moins courte répondant à des critères précis (un certain nombre d'avantages et d'inconvénients), ces items pourraient avoir découragé nos participants. D'autre part, il s'avère que ces deux items se trouvaient en fin de questionnaire. Ce qui aurait également pu décourager les répondants (effet de fatigue). Cependant, cette hypothèse ne se confirme pas lorsqu'on observe le taux de non-réponse de l'item 13 par rapport à celui de l'item 19. Aussi, la complexité de la question telle que formulée offrait de nombreuses possibilités de réponses variées. Ce qui aurait également pu décourager les répondants. Il important de souligner que dans les réponses supplémentaires qui n'étaient pas attendues, nous relevons des réponses en désaccord avec notre théorie (9 participants relèvent le fait que l'enseignant se donne en exemple quand aucun élève ne parvient à résoudre le problème et 1 participant relève le fait de proposer différentes stratégies parce qu'elles embrouilleraient les élèves en tant qu'inconvénients).

Annexe E - Questionnaire

Madame, Monsieur,

Étudiante à l'Université de Liège, je réalise actuellement mon mémoire dans le domaine des Sciences de l'éducation. Ma recherche vise à explorer les connaissances des enseignants au sujet de l'enseignement des premières opérations en première et deuxième année du primaire.

Ce questionnaire s'adresse à tous les instituteurs de l'enseignement primaire exerçant en Fédération Wallonie-Bruxelles. Il ne vous faudra qu'une quarantaine de minutes pour y répondre.

Dans le contexte de cette recherche, il vous est demandé de remplir ce livret comportant des tâches mathématiques et des situations pédagogiques pouvant apparaitre dans le cadre de l'enseignement des premières opérations. Vous trouverez trois parties dans ce dossier. La partie A1 nous permettra de récolter des données générales anonymes sur l'échantillon (âge, sexe, diplôme, nombres d'années d'ancienneté, année scolaire dans laquelle vous enseignez actuellement et formations complémentaires suivies), la partie A2 nous permettra de recueillir quelques informations relatives à votre pratique d'enseignement. La partie B est, quant à elle, constituée d'une quinzaine de tâches et de situations pédagogiques portant sur l'enseignement des premières opérations. Veuillez lire attentivement toutes les questions et formuler une réponse à chaque question.

Ce questionnaire a une visée exploratoire et toutes les données obtenues seront traitées de façon strictement anonyme.

Si vous désirez obtenir les résultats de cette recherche ou pour toute question ou remarque, vous pouvez me contacter par mail à l'adresse suivante : marine.david@student.uliege.be

D'avance, je vous remercie pour votre précieuse collaboration à ce travail,

Marine DAVID.

PARTIE 1 : PROFIL DU PARTICIPANT

PARTIE 1A : PROFIL DE L'ÉCHANTILLON

1. **Quelle est votre tranche d'âge ?**
   moins de 25 ans … □1 entre 25 et 40 ans … □2 plus de 40 ans … □3

2. **Êtes-vous un homme ou une femme ?**

   Homme …□1 Femme … □2

3. **En quelle année enseignez-vous actuellement ?**

   1ère…□1 2ème…□2 3ème…□3 4ème…□4 5ème…□5 6ème…□6

4. **Depuis combien d'années enseignez-vous ?**

   de 0 à 5 ans .... □1 de 6 à 10 ans .... □2 de 11 à 20 ans .... □3 plus de 20 ans .... □4

5. **À combien d'années estimeriez-vous votre expérience dans le cycle 2 de l'enseignement fondamental primaire ? (si votre expérience se compte en mois, arrondissez à l'année supérieure.)**

   Cycle 2 : ……… an(s)

6. **Avez-vous suivi des formations ayant pour sujet principal l'enseignement des premières opérations arithmétiques ?**

   aucune.... □1 1.... □2 2.... □3 3... □4 plus de 3... □5

PARTIE 1B : PROFIL D'ENSEIGNEMENT

Concernant l'introduction des premières opérations arithmétiques, quelles sont les situations que vous favorisez ? *Numérotez toutes les situations que vous proposez aux élèves (en 1ère et/ou en 2ème) par ordre de fréquence : de celle que vous proposez le plus fréquemment (1) à celle que vous proposez le moins souvent (ex. 5).*	
L'étude d'un nombre et ses décompositions additives	
Les graphes fléchés	
Les problèmes à résoudre	
Les calculs classiques	
Les opérations représentées dans des ensembles (diagrammes de Venn)	
Autre : ……………………………………………………………………………………………….	

À quel moment de la première année primaire introduire l'addition et la soustraction ? **Si vous enseignez actuellement en première année primaire, veuillez répondre en fonction de vos pratiques effectives.** **Si vous n'enseignez pas actuellement en première primaire, veuillez répondre en fonction de la pratique qui vous semble la plus efficace.** *Cochez la proposition qui vous correspond le mieux.*	
L'addition est introduite dès le début de l'année ; la soustraction vient beaucoup plus tard, lorsque l'addition est déjà bien installée.	
L'addition est introduite dès le début de l'année, la soustraction vient quelques semaines plus tard.	
L'addition et la soustraction sont introduites en même temps, dès le début de l'année.	
L'addition et la soustraction sont introduites en même temps, relativement tard dans l'année.	

À quel moment de la première année primaire introduire la multiplication et la division ? **Si vous enseignez actuellement en première année primaire, veuillez répondre en fonction de vos pratiques effectives.** **Si vous n'enseignez pas actuellement en première primaire, veuillez répondre en fonction de la pratique qui vous semble la plus efficace.** ***Cochez <u>la</u> proposition qui vous correspond le mieux.***	
La multiplication et la division sont introduites <u>en même temps</u> <u>dès le début de la première année primaire</u>, en même temps que l'addition et la soustraction.	
La multiplication et la division sont introduites <u>en même temps</u> <u>quelques semaines après l'introduction</u> de l'addition et de la soustraction en première année primaire.	
La <u>multiplication</u> est introduite <u>dès le début</u> de la première année primaire en même temps que l'addition et que la soustraction, mais la <u>division est introduite quelques semaines plus tard</u> quand la multiplication a déjà été introduite.	
La multiplication et la division sont introduites <u>en même temps</u> <u>beaucoup plus tard</u> (en milieu ou fin de première année primaire) lorsque l'addition et la soustraction sont déjà bien installées.	
La <u>multiplication</u> est introduite <u>dès le début</u> de la première année primaire en même temps que l'addition et que la soustraction, mais la <u>division</u> est introduite <u>beaucoup plus tard</u> quand la multiplication est déjà bien installée.	
La multiplication et la division ne sont pas introduites en première année mais plutôt au <u>début de la deuxième année</u> du primaire.	

Quand introduisez-vous la résolution de problèmes dans votre enseignement des premières opérations ? ***Cochez <u>la</u> proposition qui vous correspond le mieux.***	
J'introduis la résolution de problèmes dans mon enseignement des premières opérations <u>en début de première année</u>.	
J'introduis la résolution de problèmes dans mon enseignement des premières opérations <u>après les congés d'hiver</u>.	
J'introduis la résolution de problèmes dans mon enseignement des premières opérations <u>en fin de première année primaire</u>.	
J'introduis la résolution de problèmes dans mon enseignement des premières opérations <u>en début de deuxième année primaire</u>.	

Citez 5 mots-clés qui reflètent la résolution de problèmes arithmétiques.   **Notez ci-dessous un mot clé dans chaque case.**
1.
2.
3.
4.
5.

Quels sont pour vous les objectifs de la résolution de problèmes dans l'enseignement des premières opérations arithmétiques ? ***Cochez <u>la</u> proposition qui vous correspond le mieux.***	
Rendre les mathématiques amusantes	
Montrer que les opérations formelles vues en classe peuvent s'appliquer dans des situations concrètes	
Développer la compréhension des opérations arithmétiques de base	
Construire les apprentissages en s'appuyant sur le comptage	
Autre :	

Dans les problèmes, quelles sont les composantes qui peuvent, selon vous, engendrer des difficultés dans l'apprentissage des premières opérations arithmétiques ?   ***Notez ci-dessous la liste des composantes présentes dans les problèmes pouvant engendrer des difficultés d'apprentissage. Explicitez vos choix.***

PARTIE 2 : ANALYSE DES CONNAISSANCES SUR L'ENSEIGNEMENT DES PREMIÈRES OPÉRATIONS

QUESTION 1

Quatre élèves ont résolu le problème suivant :

> *Noéline a acheté 5 régimes de 3 bananes pour faire un cake aux bananes. Combien a-t-elle acheté de bananes en tout?*

Voici le descriptif de la façon dont 4 élèves ont tenté de résoudre le problème.
Un élément important est à savoir : le comptage par 3 n'a pas été enseigné aux élèves, mais le comptage par 5 lui est maîtrisé par tous les élèves.

I.	Romane a donné la réponse presque directement : « *15 bananes* ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment elle avait fait, elle a répondu ceci : « *J'ai compté par 5. 5, 10, 15. Ça fait 15 bananes.* ».
J.	Léo a utilisé des jetons. Il a constitué 5 groupes de 3 jetons. Il a ensuite compté le total de ses jetons un par un et a répondu « 1*5 bananes* » à la question posée.
K.	Milan a donné la réponse presque directement : « 14 bananes ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment il avait fait, il a répondu ceci : « *J'ai compté par 3. 3… (pause + 1 doigt levé), 6… (pause + 1 doigt levé), 9 (pause+ 1 doigt levé), 11… (pause + 1 doigt levé), 14… (pause + 1 doigt levé). Ça fait 14 bananes.* ».
L.	Noémie a compté par 3. Elle a levé un doigt à chaque fois qu'elle a ajouté 3. *« 3…(pause + 1 doigt levé) 4, 5, 6… (pause + 1 doigt levé) 7, 8, 9… (pause + 1 doigt levé) 10, 11, 12… (pause + 1 doigt levé) 13, 14, 15… (pause + 1 doigt levé).* » Quand elle a vu qu'elle avait levé 5 doigts, elle a arrêté son comptage. Elle a ensuite répondu à la question par « 1*5 bananes* ».

Pouvez-vous classer les stratégies des élèves de celle démontrant un développement de la pensée mathématique le moins avancé à celle démontrant un développement de la pensée mathématique le plus avancé ?

…… → …… → …… → ……

QUESTION 2

Le(s)quel(s) de ces problèmes choisiriez-vous pour développer chez vos élèves le principe de commutativité dans les opérations de multiplication ?

- **G.** *Sur son champ de bataille, Julien a disposé 3 rangées de 6 petits soldats. Combien a-t-il disposé de petits soldats en tout ?*
- **H.** *Zoé collectionne les dinosaures miniatures. Aujourd'hui, sa maman lui a acheté 4 boîtes dans lesquelles il y avait à chaque fois 5 dinosaures. Combien a-t-elle reçu de dinosaures aujourd'hui par sa maman ?*
- **I.** *Sacha construit des tours de briques. Il décide de construire 5 tours de 5 briques. De combien de briques aura-t-il besoin ?*

e. Cochez une seule réponse ci-dessous.

- **q.** Le problème A.
- **r.** Le problème B.
- **s.** Le problème C.
- **t.** Les problèmes A et B.
- **u.** Les problèmes B et C.
- **v.** Les problèmes A et C.
- **w.** Les 3 problèmes (A, B et C).
- **x.** Aucun des 3 problèmes.

f. Justifiez ci-dessous votre choix.

QUESTION 3

Madame Lecomte laisse à ses élèves de première année l'opportunité de résoudre individuellement le problème suivant :

> « *Louis a 5 bonbons dans sa boîte. Son institutrice lui en donne quelques-uns en plus car il a été sage. Il compte ses bonbons et se rend compte qu'il en a 9 maintenant. Combien de bonbons son institutrice lui a-t-elle donnés ?* »

Elle sélectionne ensuite trois élèves ayant résolu le problème correctement mais de différentes façons.

L'élève A a utilisé ses jetons. Il montre a ses camarades et explique : « *J'ai pris 5 et j'ai ajouté en comptant jusque 9. Puis, j'ai regardé combien j'avais ajouté.* ». La trace de sa résolution est un dessin de sa manipulation.

L'élève B donne son calcul : « *9 – 5 = 4. Ça veut dire que son institutrice lui a donné 4 bonbons. Il en a 9 si on enlève ceux qu'il avait déjà (les 5), on voit qu'il en reste 4. Ce sont ceux que son institutrice lui a donné en plus.* ».

L'élève C donne également un calcul : « *5 + … = 9. 5 + 4 = 9. J'ai cherché combien je devais ajouter pour arriver à 9. C'était pas 1, ni 2, ni 3, c'était 4.* ».

L'enseignante félicite ses 3 élèves qui ont trouvé la solution au problème puis corrige l'exercice avec l'ensemble de la classe. Elle interroge les élèves sur la stratégie la plus efficace : c'est celle de l'élève B. Elle réexplique la stratégie aux élèves en difficulté. C'est cette stratégie qui est notée en correction.

Que pensez-vous de la méthode d'enseignement de Madame Lecomte ?

QUESTION 4

Vous évaluez la capacité de l'élève à résoudre une soustraction de type DU – DU et vous proposez le problème suivant.

> *Ethan a 82 autocollants. Il en colle 37 dans son cahier de dessin. Combien d'autocollants pourra-t-il encore coller maintenant ?*

Voici les traces écrites de trois élèves pour la résolution de ce problème.

Élève A

$82-30 \rightarrow 52 \rightarrow 45$ autoc.

Élève B

$82-37$

$(80+2)-(30+7)$

$80-30=50$

$2-7=-5$

$50-5=45$ autocollants

Élève C

$82-37 = \overbrace{82-30}^{52}-7 = 45$

Quelle note attribueriez-vous à chaque élève ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de la note
Élève A	0 – 1 – 2	
Élève B	0 – 1 – 2	
Élève C	0 – 1 – 2	

QUESTION 5

Voici différents problèmes. **Pouvez-vous les classer du plus facile au plus difficile pour un élève du cycle 2 (première ou deuxième année primaire) ?**

- **G.** *Léo avait une belle collection de billes avant de jouer contre Maxime. En jouant contre lui, il en a perdu 3. Maintenant, il n'en a plus que 9. Combien de billes Léo avait-il avant de jouer contre Maxime ?*
- **H.** *Patrick avait 12 cartes « Pokémon » avant de rentrer chez lui. Sur le chemin, il en a perdu quelques-unes. À la maison, il n'en avait plus que 9. Combien Patrick a-t-il perdu de cartes ?*
- **I.** *Laura avait 12 boutons sur son manteau. En jouant dans la cour de récréation, 3 boutons sont tombés. Combien de boutons lui reste-t-il sur son manteau ?*

i. Notez ici votre classement :		
le plus facile	…….. → …….. → ……..	***le plus difficile***

j. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

QUESTION 6

Voici des problèmes de types différents.

e. Appariez *(une lettre avec un chiffre)* **ces différents problèmes en fonction de leur type.**

G. *Jules avait quelques billes. Il en a perdu 4 en jouant contre Marie. Maintenant, il en a 8. Combien en possédait-il avant de jouer contre Marie?*	***7.*** *Matthéo a 5 euros dans sa poche. Nassim, lui, a 8 euros. Combien d'euros Nassim a-t-il de plus que Matthéo ?*
H. *Jules a 5 ans. Sa grande sœur, Stéphanie a 3 ans de plus. Quel âge a Stéphanie ?*	***8.*** *Théo avait 5 cartes de foot. Il en a gagné 4 en jouant avec Mathis. Combien Théo possède-t-il de cartes à présent ?*
I. *Ryan a 5 cookies au chocolat noir et 3 cookies au chocolat blanc. Combien a-t-il de cookies en tout ?*	***9.*** *Dans son panier, Mamie a quelques poires et 5 pommes. Elle compte 8 fruits en tout. Combien y a-t-il de poires dans son panier ?*

f. Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.

QUESTION 7

Vous évaluez la capacité de l'élève à résoudre une addition de type DU + U et vous proposez le problème suivant.

Sarah a acheté des fruits au marché. Elle a pris 14 poires et 9 pommes. Combien de fruits a-t-elle achetés en tout ?

Voici le descriptif de la façon dont 3 élèves ont tenté de résoudre le problème.

G.	Lucie a utilisé des jetons. Elle a pris 14 jetons qu'elle a comptés un à un. Ensuite, elle a pris 9 nouveaux jetons qu'elle a également comptés un par un et elle les a ajoutés aux 14 premiers. Lucie a ensuite compté le total de ses jetons et a répondu « *23 fruits* » à la question posée.
H.	Noa a compté à partir de 14. Il a levé un doigt à chaque fois qu'il a ajouté 1. Quand il a vu qu'il avait levé 9 doigts, il a arrêté son comptage. Il a ensuite répondu à la question par « *23 fruits* ».
I.	Romain a donné la réponse presque directement : « *23 fruits* ». Quand son institutrice lui a demandé d'expliquer comment il avait fait, il a répondu ceci : « *J'ai d'abord fait 14 et combien pour faire 20. C'est 14 et 6. Donc 9, c'est 6 et 3. Donc, après j'ai ajouté 3. Et ça fait 23.* ».

Quelle note attribueriez-vous à chaque élève ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de la note
Élève A (Lucie)	0 – 1 – 2	
Élève B (Noa)	0 – 1 – 2	
Élève C (Romain)	0 – 1 – 2	

QUESTION 8

Voici des problèmes de types différents.

c. **Appariez** *(une lettre avec un chiffre)* **ces différents problèmes en fonction de leur type.**

G.	*Jean a 2 sachets de 8 billes. Combien a-t-il de billes au total ?*	***7.***	*Un scout récolte 8 euros par jour de vente de gâteaux. Après 2 jours de vente, combien devrait-il avoir récolté ?*
H.	*Dans la classe, il y a 2 rangées de 8 bancs. Combien y a-t-il de bancs en tout en classe ?*	***8.***	*Rachel a 16 vernis dans sa collection. Elle souhaite les ranger dans de belles boites qui peuvent contenir 8 vernis. Sachant que toutes les boîtes seront remplies, de combien de boîtes a-t-elle besoin ?*
I.	*Le vétérinaire a pesé l'éléphanteau qui vient de naître cette semaine. Il a pris 16 kilos depuis sa naissance. Sachant qu'il prend 8 kilos par jour, quand est-il né ?*	***9.***	*Un glacier propose des glaces en cornet ou en pot (2 possibilités). Sachant qu'il propose 8 parfums différents (chocolat, vanille, fraise, …). Combien de choix de glace d'une boule sont possibles ?*

c. **Justifiez ci-dessous le choix de votre appariement.**

QUESTION 9

Voici trois problèmes d'addition, où la place de l'inconnue varie, proposés à des élèves en début de 1[ère] année primaire, avant l'introduction des calculs.

> *Martin avait un paquet de 7 bonbons. À la récré, un copain lui en donne 2 de plus. Combien en possède-t-il à présent ?*

Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution la plus probable qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.

> *Théo avait quelques billes dans sa collection. À la récré, il en a gagné 5 en jouant contre Mathis. Maintenant, il en a 7. Combien avait-il de billes avant la récréation ?*

Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution la plus probable qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.

> *Théo avait 5 billes dans sa collection. À la récré, il en a gagné quelques-unes en jouant contre Mathis. Maintenant, il en a 7. Combien a-t-il gagné de billes pendant la récréation ?*

Décrivez ci-dessous la stratégie de résolution la plus probable qu'un élève utiliserait pour résoudre ce problème.

QUESTION 10

Voici un problème additif.

Dans ma soupe, j'ai mis 8 pincées de sel. Mon petit frère, lui, en a mis 6. Combien de pincées de sel ai-je mis en plus par rapport à mon petit frère ?

Dessinez dans le cadre ci-dessous une représentation qui pourrait aider l'élève à résoudre ce problème.

QUESTION 11

Face à ce type de problème précis, quelle erreur typique les élèves pourraient-ils commettre ?

Pierre a 4 bonbons. Combien doit-on encore lui en donner pour qu'il en ait 10 comme le reste des élèves de la classe ?

Choisissez l'erreur typique la plus probable propre à ce type de problème. Cochez une seule proposition.

	Un élève utilisant ses jetons pourrait se tromper dans son comptage. Il utiliserait mal sa stratégie de comptage (il compterait trop vite par exemple) et pourrait arriver à une réponse erronée (5 par exemple).
	Un élève utilisant ses jetons pourrait décider d'ajouter 10 à 4. Il n'aurait pas identifié la structure du problème et répondrait une réponse farfelue (14 par exemple).
	Un élève pourrait s'attarder sur les mots « donner » et « reste » et effectuer une soustraction : 10 – 4 par exemple. Il arriverait à la bonne solution, mais n'aurait pas compris la structure propre du calcul.

QUESTION 12

En début d'apprentissage de la multiplication, Madame Martin a proposé le problème suivant :

Un garagiste vend des bidons de 15 litres d'essence à 3 euros pièce. Un acheteur décide d'en acheter 5 bidons. Combien d'euros devra-t-il dépenser ?

Lors de la correction, elle remarque que tous ses élèves ont échoué face à la résolution de ce problème…

d. Selon vous, quelles sont les difficultés qui auraient pu poser problèmes aux élèves de Madame Martin ?

e. Inventez ci-dessous un problème qui réduirait le nombre de difficultés et qui permettrait de travailler la multiplication.

QUESTION 13

Pour aider ses élèves à résoudre différents types problèmes, Madame Lacroix choisit un concept qu'elle souhaite développer : la multiplication, par exemple.

Elle procède en 2 étapes : elle lit le problème à haute voix pour ses élèves et vérifie la compréhension de celui-ci en proposant à un élève de le reformuler avec ses mots puis elle leur propose du matériel varié et les encourage à résoudre seul le problème. Chaque élève exprime ensuite sa stratégie de résolution aux autres. L'enseignante intervient pour encourager l'élève à développer sa pensée. Elle suggère parfois diverses manières de représenter le problème et diverses stratégies de résolution aux élèves qui ne seraient pas parvenu à résoudre seuls le problème.

Citez l'inconvénient et les 3 avantages principaux de la méthode d'enseignement décrite ci-dessus.

QUESTION 14

Trois élèves ont résolu le problème suivant :

> *Il y a 13 passagers dans le bus. 9 descendent du bus au premier arrêt. Combien de passagers reste-t-il après le premier arrêt ?*

Voici le descriptif de la façon dont 3 élèves ont tenté de présenter leur stratégie de résolution aux autres élèves de la classe :

G.	Arthur prend 13 jetons. Il montre aux autres élèves qu'il compte les jetons. « 1, 2, 3, … 13. ». Ensuite, il enlève 9 jetons. Il les déplace plus loin en comptant : « 1, 2, 3, … 9. ». Il compte ensuite les jetons restants : « 1, 2, 3, 4. ». Il dit : « Il en reste 4 dans le bus. ».
H.	Eleana décompte à partir de 13 en levant un doigt à chaque fois : « 12, 11, 10, … 4. ». Elle s'arrête après avoir levé 9 doigts. Elle répond ensuite : « Il reste 4 passagers dans le bus. ».
I.	Luc explique oralement : « J'ai 9. (il compte et lève 1 doigt à chaque comptage) 10, 11, 12, 13. C'est 4 donc je sais qu'il reste 4 passagers dans le bus. ».

Quelle note attribueriez-vous à ces élèves ? Entourez une note (0, 1 ou 2) et justifiez votre choix.

	Note attribuée	Justification de votre note
Stratégie d'Arthur	0 – 1 – 2	

Stratégie d'Eleana	0 – 1 – 2	
Stratégie de Luc	0 – 1 – 2	

QUESTION 15

Voici un problème additif.

> *Emma a quelques crayons dans son plumier. Elle en prête 7 à Célia. Après avoir compté le nombre de crayons qui lui restait, elle se rend compte qu'elle n'en a plus que 5. Combien de crayons avait-elle au départ ?*

Dessinez dans le cadre ci-dessous une représentation qui pourrait aider l'élève à résoudre ce problème.

QUESTION 16

Voici un problème proposé à un élève en début de première année primaire.

> *Dans la bibliothèque de la classe, il y avait 47 livres. Madame en a acheté 15 nouveaux. Combien y a-t-il de livres dans la bibliothèque maintenant?*

L'élève a ensuite rendu sa résolution sur papier.

47 + 10 → 57

57 + 3 → 60

60 + 2 → 62

Il y a 62 livres maintenant.

Que pensez-vous de cette résolution de problème ?

QUESTION 17

Voici différents problèmes. **Pouvez-vous les classer du plus facile au plus difficile pour un élève du cycle 2 (première ou deuxième année primaire) ?**

- **G.** *Léa avait 8 cartes « Pokémon » avant de jouer contre Maxime. En jouant contre lui, elle en a perdu 3. Combien de cartes « Pokémon » Léa a-t-elle maintenant?*
- **H.** *Léon a 8 cartes « Pokémon » dans sa collection. Jules en a 3 de plus. Combien de cartes a Jules dans sa collection ?*
- **I.** *Martin avait 8 cartes « Pokémon » en arrivant à l'école. En jouant à la récréation contre Lucie, il en a gagné 3. Combien Martin a-t-il de cartes maintenant ?*

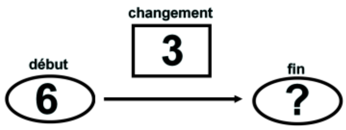
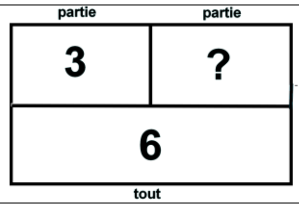
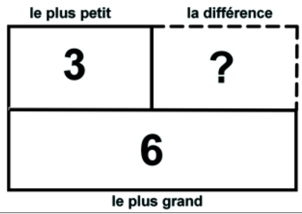
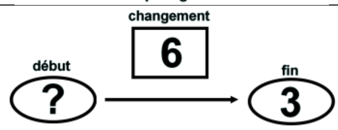
k. Notez ici votre classement :

le plus facile	…….. → …….. → ……..	***le plus difficile***

l. Justifiez ci-dessous le choix de votre classement.

QUESTION 18

Associez chaque problème à sa représentation schématique.

Pour faire sa soupe, Maman a acheté 3 potirons et 6 oignons. Combien a-t-elle acheté de légumes en tout ?	
Zacharie a 6 ans. Yannis, son petit frère, a 3 ans. De combien d'années Zacharie est-il plus âgé ?	
Jules avait 6 chocolats dans sa boîte. Saint-Nicolas lui en a apporté 3 de plus cette nuit. Combien de chocolats a-t-il à présent ?	
Dans mon panier, il y a 6 fruits : 3 poires et quelques pommes. Combien y a-t-il de pommes exactement dans mon panier ?	
Aujourd'hui je suis allée m'acheter un livre à la librairie avec l'argent de ma tirelire. Je l'ai payé 6 euros. Dans ma tirelire, il ne me reste plus que 3 euros. Combien d'euros avais-je dans ma tirelire avant d'acheter mon livre ?	Aucune des représentations schématiques proposées ne correspond à ce problème.

QUESTION 19

Pour enseigner les premières opérations, Monsieur Dupont choisit la stratégie de résolution qu'il veut enseigner : repérer les mots clés dans un problème pour choisir la bonne opération, par exemple (en plus, reçoit, … → addition ; reste, en moins, … → soustraction ; paquets,… → multiplication ; etc.). Il propose ensuite un problème à l'ensemble de la classe.

Les élèves doivent dans un premier temps tenter de le résoudre seul. Ils confrontent ensuite leurs stratégies de résolution afin de choisir celle qui sera la plus efficace pour résoudre le problème. L'enseignant peut parfois se montrer en exemple quand aucun élève n'est parvenu à résoudre le problème en utilisant la stratégie attendue.

Citez l'avantage et les 2 inconvénients principaux de la méthode d'enseignement décrite ci-dessus.
