
**Modélisation des phénomènes thermiques dans les procédés de
fabrication par addition de matière de type SLM**

par

M. A. Haro Rodriguez, ir

Travail de fin d'études réalisé en vue de l'obtention du grade de
Master Ingénieur Civil Mécanicien, à Finalité Approfondie

Promoteur ULg
Professeur P. Duysinx

Promoteur SIRRIS
O. Rigo

Composition du jury :

JP. Ponthot, JF. Debonnie, J. Lecompte-Beckers, S. Bauduin, A. Mertens

Travail réalisé au sein de l'entreprise SIRRIS

Année Académique 2015-2016

Résumé

Année Académique 2015-2016

Master Ingénieur Civil Mécanicien, à Finalité Approfondie

Modélisation des phénomènes thermiques dans les procédés de fabrication par addition de matière de type SLM

Résumé

Ce travail a pour objectif de réaliser une modélisation numérique, au moyen du logiciel Matlab, permettant de simuler les phénomènes thermiques existants lors de la production de pièces par le procédé de production additive SLM (Selective Laser Melting).

Dans un premier temps, les considérations théoriques nécessaires à la bonne compréhension générale des phénomènes thermiques au sein d'un solide ont été explicitées de manière succincte mais claire. Ensuite, une introduction utile dans le domaine de la fabrication additive est donnée avec une explication plus détaillée du procédé SLM et des tests QUALAM qui doivent être réalisés au sein du centre de recherche SIRRIS en vue de mieux appréhender ces mêmes phénomènes thermiques.

Pour des raisons d'organisation, ceux-ci n'ont pas pu être réalisés complètement et utilisés pour valider le modèle numérique dont il est question dans ce TFE mais certains tests préliminaires ont tout de même apporté des informations essentielles au bon paramétrage de la simulation Matlab.

Le dernier chapitre décrit la démarche intellectuelle utilisée pour réaliser ce code et montre les divers résultats numériques. Diverses simplifications ont dû être faites, au prix d'une perte de précision du modèle, afin de rendre celui-ci exploitable dans des temps acceptables pour l'utilisateur.

Nous concluons en apportant les pistes à suivre, dans le cadre d'un éventuel autre TFE, afin de consolider et améliorer le modèle. Une corrélation entre celui-ci et les expériences nous semble incontournable dans ce sens.

Remerciements

Je voudrais exprimer ma gratitude et mes remerciements sincères à Monsieur Pierre Duysinx, Professeur à l'Université de Liège et Monsieur Olivier Rigo, Senior Engineer au sein de l'entreprise SIRRIS qui m'ont fait l'honneur d'être les promoteurs de mon travail. Leurs conseils précieux, leurs aides inestimables et leurs encouragements m'ont permis de réaliser au mieux ce travail.

La partie expérimentale de ce travail ayant été réalisée au sein des installations de l'entreprise SIRRIS, j'adresse également mes remerciements au personnel de l'entreprise SIRRIS et plus précisément à Raoul Carrus, Senior Engineer et Julien Magnien, Engineer pour leur collaboration enrichissante.

Je tiens également à remercier les membres de l'Université de Liège qui m'ont apporté leur aide, et en particulier Monsieur Simon Bauduin pour ses éclaircissements scientifiques utiles.

J'adresse également mes remerciements au personnel du CC R&A, et plus précisément aux Chefs de Corps et Directeurs Techniques qui se sont succédés ces 3 dernières années et qui m'ont octroyé des facilités organisationnelles importantes afin de suivre le Master Ingénieur Civil Mécanicien à l'ULg et de réaliser ce TFE dans de bonnes conditions de travail.

Je tiens à adresser toute ma reconnaissance et ma gratitude à toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont aidé, conseillé et encouragé.

Finalement, je n'aurais pas pu réaliser ce travail sans le soutien et la compréhension de mon épouse et de ma famille, que je remercie vivement, et pour lesquelles ces trois dernières années ont été plus difficiles que d'habitude.

A mes enfants qui m'ont encouragé à bien faire mes devoirs de "l'Ecole des Grands".

Table des matières

	Table des matières	i
	Table des formules.....	iii
	Table des figures.....	v
1	INTRODUCTION	1
2	THEORIE DES PHENOMENES THERMIQUES	2
	2.1 Conductivité thermique.....	2
	2.2 Charges thermiques.....	4
	2.3 Bilan thermique et équation de chaleur.....	6
	2.4 Résolution d'un problème thermique - Forme différentielle	7
	2.5 Formes intégrales forte et faible.....	7
	2.6 Méthode des éléments finis.....	8
	2.7 Discrétisation de la forme intégrale faible	10
	2.8 Assemblage des matrices	12
	2.9 Régime stationnaire.....	13
	2.10 Régime transitoire	14
3	PROCESSUS DE PRODUCTION ADDITIVE.....	16
	3.1 Introduction à la fabrication additive	16
	3.2 Selective Laser Manufacturing	24
	3.3 Essais QUALAM	34

4	MODELISATION NUMERIQUE DU PROCEDE SLM	45
4.1	Discrétisation du domaine.....	45
4.2	Conduction en régime stationnaire.....	53
4.3	Conduction et convection en régime stationnaire	68
4.4	Conduction et convection en régime transitoire.....	76
5	CONCLUSION	100

Bibliographie

Table des formules

<i>F 1 : Vecteur densité de flux thermique</i>	<i>2</i>
<i>F 2 : Densité de flux thermique.....</i>	<i>2</i>
<i>F 3 : Tenseur de conductivité thermique (cas anisotrope)</i>	<i>3</i>
<i>F 4 : Tenseur de conductivité thermique (cas isotrope)</i>	<i>3</i>
<i>F 5 : Echange de chaleur par convection</i>	<i>5</i>
<i>F 6 : Echange de chaleur par radiation</i>	<i>5</i>
<i>F 7 : Relation entre les flux surfaciques et la loi de Fourier</i>	<i>5</i>
<i>F 8 : Bilan thermique au sein d'un volume arbitraire d'un corps</i>	<i>6</i>
<i>F 9 : Bilan thermique modifié (théorème d'Ostrogradski)</i>	<i>6</i>
<i>F 10 : Equation de chaleur en un point</i>	<i>6</i>
<i>F 11 : Expression d'un problème thermique avec conditions limites et initiale.....</i>	<i>7</i>
<i>F 12 : Résidu de l'équation de chaleur.....</i>	<i>7</i>
<i>F 13 : Forme intégrale forte de l'équation de chaleur</i>	<i>8</i>
<i>F 14 : Forme intégrale faible de l'équation de chaleur.....</i>	<i>8</i>
<i>F 15 : Champ de températures local au sein d'un élément</i>	<i>9</i>
<i>F 16 : Champ de températures global au sein du domaine discrétisé.....</i>	<i>9</i>
<i>F 17 : Forme intégrale faible discrétisée de l'équation de chaleur.....</i>	<i>10</i>
<i>F 18 : Partitionnement des matrices et vecteur caractéristiques sur base des degrés de liberté</i>	<i>11</i>
<i>F 19 : Forme intégrale faible discrétisée sur base des degrés de liberté</i>	<i>11</i>
<i>F 20 : Forme intégrale faible discrétisée générale de l'équation de chaleur.....</i>	<i>12</i>
<i>F 21 : Forme intégrale faible discrétisée simplifiée de l'équation de chaleur</i>	<i>12</i>

<i>F 22 : Calcul intégral des matrices et vecteur élémentaires</i>	13
<i>F 23 : Assemblage des matrices C et K et du vecteur F</i>	13
<i>F 24 : Forme intégrale faible discrétisée dans le cas d'un régime stationnaire</i>	13
<i>F 25 : Vecteur variation du champ de températures ΔT_L</i>	14
<i>F 26 : Vecteur des dérivées temporelles du champ de températures.....</i>	14
<i>F 27 : Forme intégrale faible discrétisée dans le cas d'un régime transitoire.....</i>	15

Table des figures

<i>(1) Représentation de la densité de flux thermique.....</i>	<i>2</i>
<i>(2) Anisotropie - non colinéarité des vecteurs densité de flux et gradient thermique.....</i>	<i>3</i>
<i>(3) Isotropie - colinéarité des vecteurs densité de flux et gradient thermique.....</i>	<i>4</i>
<i>(4) Représentation de charges et flux thermiques.....</i>	<i>4</i>
<i>(5) Relation entre les flux surfaciques et la loi de Fourier.....</i>	<i>5</i>
<i>(6) Bilan thermique au sein d'un volume arbitraire d'un corps.....</i>	<i>6</i>
<i>(7) Domaine plan (2D) discrétisé en 12 éléments reliés entre eux par 15 nœuds.....</i>	<i>9</i>
<i>(8) Représentation d'un élément fini (e) au sein du domaine global.....</i>	<i>12</i>
<i>(9) Variation linéaire de la température sur l'intervalle Δt.....</i>	<i>14</i>
<i>(10) Classification (non exhaustive) des méthodes de fabrication additive.....</i>	<i>16</i>
<i>(11) Evolution des ventes de machines de fabrication additive (M\$).....</i>	<i>17</i>
<i>(12) Evolution des revenus en produits et services du secteur de la fabrication 3D (M\$).....</i>	<i>17</i>
<i>(13) Utilisation des pièces produites par la fabrication additive (2010).....</i>	<i>18</i>
<i>(14) Illustration du processus de production additive DED.....</i>	<i>19</i>
<i>(15) Illustration du processus de production additive FDM.....</i>	<i>19</i>
<i>(16) Illustration du processus de production additive PBF.....</i>	<i>20</i>
<i>(17) Illustration du processus de production additive de type « material jetting ».....</i>	<i>21</i>
<i>(18) Illustration du processus de production additive de type « binder jetting ».....</i>	<i>22</i>
<i>(19) Illustration du processus de production additive de type « sheet lamination ».....</i>	<i>23</i>
<i>(20) Illustration du processus de production additive de type « VAT photopolymerization ».....</i>	<i>23</i>
<i>(21) Principe de travail du processus SLM.....</i>	<i>24</i>

(22) Machine SLM 280 HL de la marque SLM Solutions	25
(23) Porte d'accès à la chambre de production (machine SLM 250 HL - SIRRIS)	25
(24) Gants intégrés à porte d'accès (machine SLM 250 HL - SIRRIS)	25
(25) Plateau de production (machine SLM 250 HL - SIRRIS)	26
(26) Distributeur de poudre (machine SLM 250 HL - SIRRIS)	26
(27) Racle en polymère (wiper) après une production (machine SLM 250 HL - SIRRIS)	27
(28) Racle en polymère (wiper) après remplacement (machine SLM 250 HL - SIRRIS)	27
(29) Fusion de la poudre par laser (SLM)	28
(30) Lentille laser (machine SLM 250 HL - SIRRIS)	28
(31) Système de filtration (machine SLM 250 HL - SIRRIS)	29
(32) Modèle STL tranché couche par couche pour la production 3D	29
(33) Influence de l'orientation de la pièce sur la distribution de chaleur	30
(34) Phénomène de WARPING (gauchissement) sur les grandes pièces minces et horizontales	30
(35) Optimisation des supports (au niveau transfert de chaleur et post-processing)	31
(36) Influence de l'épaisseur de la pièce sur les supports	31
(37) Orientation nécessaire en cas de blocs épais pour éviter la surchauffe et déformation	31
(38) Exemple de pièce réalisée au moyen de la production additive de type SLM	32
(39) Option de supervision du processus de la marque SLM	33
(40) Installation d'une caméra thermique IR pour les tests QUALAM	35
(41) Installation de thermocouples pour les tests QUALAM	35
(42) Positionnement des thermocouples pour les tests QUALAM	36
(43) Installation de débitmètres pour les tests QUALAM	36
(44) Représentation de la pièce RECTANGLE pour les tests QUALAM	38
(45) Représentation de la pièce PYRAMIDE pour les tests QUALAM	39
(46) Représentation de la pièce Y pour les tests QUALAM	40
(47) Représentation et dimensions de la machine SLM pour les tests QUALAM	41

(48) Caractéristiques thermiques de la poudre et des pièces en Ti6Al4V	42
(49) Caractéristiques thermiques et massiques des parois de la cuve de production	42
(50) Paramètres de production dans le cadre du projet QUALAM.....	43
(51) Stratégie de balayage en « stripes ».....	44
(52) Discrétisation du domaine de production pour la pièce modèle RECTANGLE	45
(53) Calcul de la matrice des « lambdas » pour le RECTANGLE sous MATLAB	46
(54) Calcul des « lambdas » en fonction de la température par matériaux sous MATLAB	46
(55) Tracé du coefficient de conduction thermique du titane en fonction de la température	47
(56) Tracé du coefficient de conduction thermique de la poudre en fonction de la température	48
(57) Calcul de la matrice des « lambdas » pour la PYRAMIDE sous MATLAB	49
(58) Discrétisation du domaine de production pour la pièce modèle PYRAMIDE	49
(59) Calcul de la matrice des « lambdas » pour le Y sous MATLAB.....	50
(60) Discrétisation du domaine de production pour la pièce modèle Y	50
(61) Calcul de l'état d'avancement de la production sous MATLAB	51
(62) Calcul des matrices d'épaisseur des pièces modèles sous MATLAB	52
(63) Représentation de la matrice des épaisseurs (mm) pour la pièce PYRAMIDE.....	53
(64) Imposition des conditions limites en température sous MATLAB	54
(65) Encodage des charges laser pour pièce Y sous MATLAB.....	55
(66) Encodage de la forme intégrale faible discrétisée sous MATLAB	56
(67) Encodage de la matrice de conductivité thermique élémentaire sous MATLAB	56
(68) Assemblage de la matrice de conductivité thermique globale sous MATLAB	57
(69) Champ de températures sans charges thermiques sous MATLAB	58
(70) Vérification des charges laser en grandeur et position sous MATLAB	59
(71) Champ de températures du RECTANGLE avec charge laser 350 W sous MATLAB	59
(72) Champs de températures du RECTANGLE avec charge laser 2W sous MATLAB	60
(73) Champ de températures de la PYRAMIDE avec charge laser 2W sous MATLAB	61

(74) Champ de températures du Y avec charge laser 2W sous MATLAB.....	61
(75) Evolution des températures suivant le pourcentage de production sous MATLAB	62
(76) Code pour le calcul du champ de vecteurs de flux thermique sous MATLAB.....	63
(77) Représentation des flux thermiques de la pièce RECTANGLE sous MATLAB	64
(78) Représentation des flux thermiques de la pièce PYRAMIDE sous MATLAB.....	64
(79) Représentation des flux thermiques de la pièce Y sous MATLAB	65
(80) Champ de températures de la pièce RECTANGLE avec maillage 1 mm	66
(81) Champ de températures de la pièce RECTANGLE avec maillage 0,50 mm	66
(82) Champ de températures de la pièce RECTANGLE avec maillage 0,25 mm	67
(83) Champ de températures de la pièce RECTANGLE avec maillage 0,1 mm	67
(84) Tableau des coefficients d'échange par convection	68
(85) Coefficients d'échange par convection sous Matlab.....	69
(86) Matrices élémentaires de convection thermique	69
(87) Assemblage de la matrice de conduction et convection thermique combinées	70
(88) Charges thermiques (fictives) de convection sous Matlab	70
(89) Champ de températures avec convection sans charge laser	71
(90) Champ de températures avec charge laser et convection – frontière supérieure	72
(91) Champ de températures avec charge laser et convection – frontière latérale.....	73
(92) Flux thermique sans charge laser et avec convection forcée	75
(93) Flux thermique sans charge laser et avec convection naturelle	75
(94) Champ de températures initial pour la modélisation en régime transitoire sous Matlab.....	76
(95) Implémentation de la mise à jour du champ initial à chaque itération sous Matlab	77
(96) Calcul du temps de charge laser appliquée sous Matlab.....	78
(97) Calcul du vecteur ΔT pour la phase de charge sous Matlab	78
(98) Matrice de capacité thermique élémentaire sous Matlab	79
(99) Courbe des températures maximales pour la pièce RECTANGLE sous Matlab	80

(100) Champ de températures à l'instant 2,3 secondes pour la pièce RECTANGLE sous Matlab	81
(101) Influence de la convection pour la pièce RECTANGLE sous Matlab	81
(102) Champ de températures sans convection pour la pièce RECTANGLE sous Matlab	82
(103) Courbe de températures maximales sans convection pour la pièce RECTANGLE	82
(104) Flux pour la pièce RECTANGLE en régime transitoire sous Matlab	83
(105) Champ de températures de la couche 100 pour la pièce RECTANGLE sous Matlab	84
(106) Champ de températures de la couche 150 pour la pièce RECTANGLE sous Matlab	84
(107) Comparaison des résultats pour la pièce RECTANGLE pour divers Δt	85
(108) Comparaison des résultats pour la pièce RECTANGLE pour divers « layers »	86
(109) Intégration de cycles de charge et refroidissement par couche	87
(110) Variation des temps de calcul en fonction de la couche	87
(111) Adaptation du Δt pour le refroidissement	88
(112) Courbe de températures sur 3 couches successives	89
(113) Courbe de T° maximales en fonction des itérations (simulation de la couche 1 à 200)	90
(114) Evolution de la T° sur la ligne centrale de la pièce (simulation de la couche 1 à 200)	90
(115) Champ de températures final après flashing laser (simulation de la couche 1 à 200)	91
(116) Courbe de T° maximales en fonction des itérations (simulation de la couche 151 à 200)	91
(117) Comparaison des évolutions de la température sur la ligne centrale de la pièce	92
(118) Courbe de températures maximales en fonction des itérations avec conductivité variable	93
(119) Champ de températures final après flashing laser avec conductivité variable	94
(120) Mapping des lambdas de la couche finale avec conductivité variable	95
(121) Evolution de la température sur la ligne centrale de la pièce avec conductivité variable	95
(122) Courbe de températures maximales en fonction des itérations avec conductivité variable	96
(123) Champ de températures final après flashing laser de la pièce PYRAMIDE	97
(124) Mapping des lambdas de la couche finale de la pièce PYRAMIDE	97
(125) Evolution de la température sur la ligne centrale de la pièce PYRAMIDE	98

<i>(126) Champ de températures final après flashing laser de la pièce Y</i>	<i>99</i>
<i>(127) Mapping des lambdas de la couche finale de la pièce Y</i>	<i>99</i>

1 INTRODUCTION

Les techniques de production additive, plus communément appelées techniques d'impression 3D, connaissent de nos jours un essor impressionnant dans le monde industriel. Ces techniques, dédiées à des fins de prototypage rapide dans le passé, deviennent actuellement des processus de fabrication à part entière.

Les recherches dans ce domaine sont nombreuses, particulièrement afin de mieux contrôler le processus au niveau qualitatif. Dans ce sens, l'effort d'optimisation des processus porte tout d'abord sur la supervision de ce dernier qui permet de corriger, si possible en temps réel et en boucle fermée, les éventuels paramètres de production inadaptés ou déviant de leur consigne optimale.

Parallèlement à cette amélioration du monitoring du processus, un deuxième axe de recherche porte sur la modélisation des processus afin de prédire les problèmes de production potentiels lors de la fabrication réelle. Ces modèles numériques sont souvent complexes et lourds à implémenter, ce qui nécessite des temps de calcul beaucoup trop longs pour être utilisés de manière conviviale dans des fabrications réelles, même avec des ordinateurs très puissants. De plus, les approximations numériques générées par ces modèles sont encore souvent bien loin de la réalité des phénomènes physiques et mécaniques rencontrés lors de ces processus.

Un des problèmes majeurs dans le cadre de la production additive, plus particulièrement de type SLM (Selective Laser Melting), est le contrôle des effets thermiques sur la pièce à produire. Une mauvaise gestion des paramètres de production peut très vite mener à des phénomènes de déformation thermique et surchauffe au sein de celle-ci ayant pour conséquence néfaste une non-conformité au niveau qualitatif de l'élément à fabriquer.

L'objectif de ce travail de fin d'études (TFE) est donc d'analyser, de manière générale, tout d'abord les phénomènes thermiques existants lors du processus SLM et de créer, au moyen du logiciel Matlab, un modèle thermique numérique par la méthode bien connue des éléments finis (MEF ou plus communément FEM en anglais) simulant au mieux les phénomènes thermiques lors de l'impression laser 3D. Ce modèle doit être le plus rapide possible, il doit rester simple et donc un consensus entre qualité et rapidité de celui-ci devra être trouvé. L'approximation se fera en deux dimensions afin d'assurer une rapidité de calcul la plus haute possible.

Des recherches pratiques dans ce domaine, subsidiées au niveau régional et nommées QUALAM, sont également prévues au sein du centre de recherche SIRRIIS. Celles-ci permettront de vérifier l'efficacité du modèle. Malheureusement toutefois, seuls quelques tests préliminaires ont pu être réalisés durant la période de ce TFE. Les résultats de ceux-ci seront très utiles en tant que paramètres de base du modèle numérique mais ne suffiront pas pour valider celui-ci. Ce dernier sera mis à disposition de l'ULg et de SIRRIIS pour amélioration ultérieure sur base des résultats obtenus aux tests QUALAM complets.

2 THEORIE DES PHENOMENES THERMIQUES

2.1 Conductivité thermique

La conductivité thermique est un phénomène thermique très fréquent en pratique. Il suffit en effet qu'il y ait une différence de température au sein du corps pour qu'il y ait un transfert de chaleur proportionnel à ce gradient de température.

La loi de Fourier, fondement de la conductivité thermique, modélise ce phénomène par l'expression mathématique ci-dessous :

$$\vec{\varphi} = -\bar{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T$$

F 1 : Vecteur densité de flux thermique

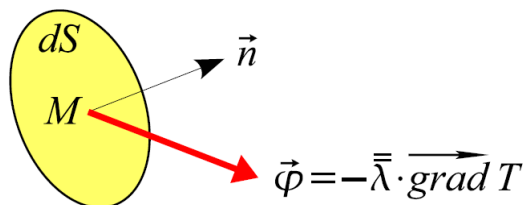
Il s'agit du **vecteur densité de flux thermique**. Il se calcule en un point d'un corps et s'exprime en W/m².

En tous points d'un corps au sein duquel il subsiste un champ de température non uniforme, il est donc possible, si ce champ est connu, de déterminer en chaque point quel est le vecteur densité de flux thermique associé. Ce champ de vecteurs permet de visualiser le « chemin » parcouru par conduction lors du transfert d'énergie thermique. Cette indication visuelle est très parlante et permet de bien comprendre le phénomène thermique en cours dans certains cas d'études thermiques.

En plus d'identifier le vecteur $\vec{\varphi}$ en un point, il est parfois aussi utile de déterminer la **densité de flux thermique** φ (qui n'est pas un vecteur mais une grandeur). Cette quantité se calcule également en un point (M) mais surtout **par rapport à une direction** (\vec{n}). Cette direction est associée à une surface (dS) dont on désire calculer le flux thermique ($d\Phi$) qui traverse celle-ci. Ce flux se mesure en W.

$$\varphi = \vec{n} \cdot \vec{\varphi} = \frac{d\Phi}{dS}$$

F 2 : Densité de flux thermique



(1) Représentation de la densité de flux thermique

En ce qui concerne le **tenseur de conductivité thermique**, celui-ci est caractéristique d'un matériau et a pour représentation matricielle dans le repère orthonormé $\{x, y, z\}$:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{xy} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \text{sym.} & \lambda_{yz} & \lambda_{zz} \end{bmatrix}$$

F 3 : Tenseur de conductivité thermique (cas anisotrope)

La conductivité thermique s'exprime en W/(m.K). Elle est le pendant, au niveau thermique, du tenseur de contraintes en mécanique. Les éléments de la matrice sont tous différents dans le cas général à savoir pour un matériau anisotrope.

Une considération importante qui découle de cette anisotropie du matériau est que le vecteur densité de flux et le gradient thermique ne sont pas nécessairement colinéaires. La

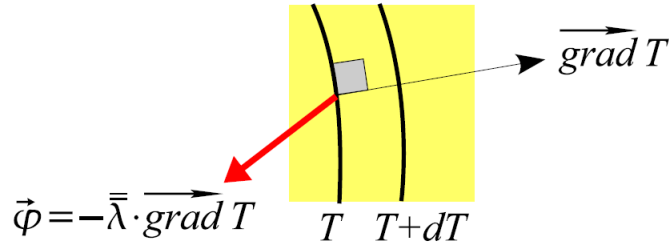


figure (2) illustre bien ce fait :

(2) Anisotropie - non colinéarité des vecteurs densité de flux et gradient thermique

En cas de matériau **isotrope**, la matrice de conductivité se réduit à :

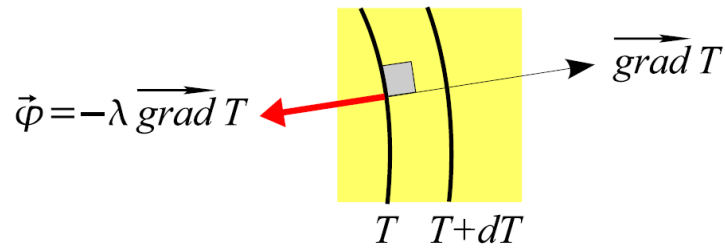
$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

F 4 : Tenseur de conductivité thermique (cas isotrope)

où λ est le **coefficient de conductivité thermique** du matériau.

Dans le cas de figure isotrope, la colinéarité entre les vecteurs densité de flux et gradient thermique est bel et bien vérifiée.

L'isotropie du matériau est une hypothèse de base dans le cadre de l'étude thermique numérique dont il est question dans ce TFE.

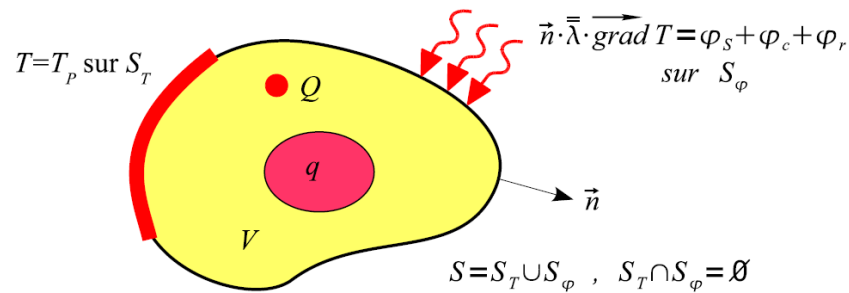


(3) Isotropie - colinéarité des vecteurs densité de flux et gradient thermique

2.2 Charges thermiques

A l'instar des charges mécaniques, les charges thermiques sont le point de départ d'une analyse thermique. C'est en appliquant ces charges que l'on va modifier le champ de température existant dans un corps et créer des flux de chaleur divers en son sein.

Ces sources de chaleur peuvent être de types divers :



(4) Représentation de charges et flux thermiques

- Source de chaleur ponctuelle (Q) : Elle est définie par la puissance thermique apportée au corps. Elle s'exprime donc en W.
- Source de chaleur volumique (q) : Elle est définie par la puissance thermique générée par unité de volume. Elle s'exprime en W/m³.
- Température prescrite (imposée) T_p sur une surface S_T : Il s'agit de conditions aux limites, comme en mécanique. La température peut être imposée en un point ou sur une surface.
- Densité de flux phi_s imposée sur une surface S_{phi} : Elle s'exprime en W/m².

- Echange de chaleur par convection sur une surface S_φ : Il s'agit d'un cas particulier de la densité de flux surfacique. La convection est l'échange de chaleur entre un solide et un fluide (liquide ou gaz). Soit T la température en un point de surface du solide et T_f la température du fluide au voisinage de ce point. L'expérience montre que la puissance (par unité de surface) reçue par le solide vaut :

$$\varphi_c = h (T_f - T)$$

F 5 : Echange de chaleur par convection

où h est le **coefficient d'échange par convection** et s'exprime en $W/(m^2K)$.

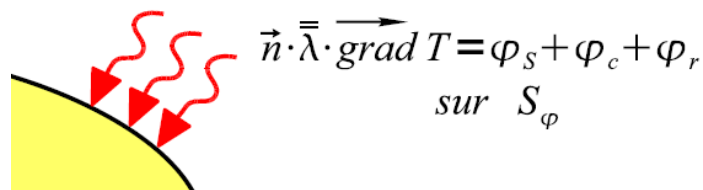
- Echange de chaleur par radiation en milieu infini sur une surface S_φ : Il s'agit également d'un cas particulier de la densité de flux surfacique. La puissance reçue par le solide (par unité de surface) considéré comme un corps gris à température T et rayonnant vers l'extérieur considéré comme un corps noir à température T_∞ est égale à :

$$\varphi_r = \varepsilon \sigma (T_\infty^4 - T^4)$$

F 6 : Echange de chaleur par radiation

Il s'agit de la **loi de Stefan-Boltzmann** avec $\varepsilon < 1$ (émissivité - sans dimension) et σ la constante de Stefan ($= 5,67 \cdot 10^{-8} W/(m^2.K^4)$).

A l'instar de la mécanique, nous avons donc des conditions limites en température à considérer en surface du corps concerné et également les charges thermiques volumiques internes et des flux aux travers de la surface limite à intégrer dans les calculs. Ces derniers sont liés au champ de température par la loi de Fourier.

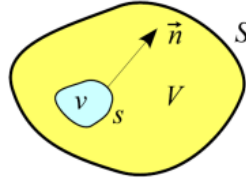


(5) Relation entre les flux surfaciques et la loi de Fourier

F 7 : Relation entre les flux surfaciques et la loi de Fourier

2.3 Bilan thermique et équation de chaleur

Considérons un corps soumis à des charges thermiques volumiques et à des flux thermiques au travers de sa surface. La puissance thermique stockée dans une partie quelconque (nommée v) limitée par la surface s est égale à la somme des puissances générées par les sources volumiques contenues dans v et par les flux thermiques au travers de s .



(6) Bilan thermique au sein d'un volume arbitraire d'un corps

$$\int_v \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dv = \int_v q dv + \int_s -\vec{n} \cdot (-\vec{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T) ds$$

F 8 : Bilan thermique au sein d'un volume arbitraire d'un corps

ρ est la masse volumique (kg/m³) et c_p est la capacité thermique massique (J/kg.K). Le terme de gauche représente la capacité du matériau à stocker l'énergie tandis que le terme de droite reprend les charges thermiques appliquées ainsi que les flux traversant le volume concerné.

Après transformation de l'intégrale de surface au moyen du **théorème d'Ostrogradski** [https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_de_flux-divergence], il vient :

$$\int_v (\rho c_p \dot{T} - \text{div} (\vec{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T) - q) dv = 0$$

F 9 : Bilan thermique modifié (théorème d'Ostrogradski)

Le domaine v étant arbitraire, on peut en déduire :

$$\rho c_p \dot{T} - \text{div} (\vec{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T) - q = 0$$

F 10 : Equation de chaleur en un point

Cette équation est appelée **équation de chaleur**. Elle est à considérer en tout point du solide.

2.4 Résolution d'un problème thermique - Forme différentielle

Résoudre un problème thermique consiste à trouver un champ de températures $T(x, y, z, t)$ tel que l'équation de chaleur (*formule F 10*) est vérifiée en tout point du solide tout en respectant les conditions aux limites et la condition initiale :

$$\rho c_p \dot{T} - \text{div} (\bar{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T) - q = 0$$

$$T = T_p \text{ sur } S_T$$

$$\vec{n} \cdot (\bar{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T) = \varphi_s + h(T_f - T) + \varepsilon \sigma (T_\infty^4 - T^4) \text{ sur } S_\varphi$$

$$S = S_T \cup S_\varphi$$

$$S_T \cap S_\varphi = \emptyset$$

$$T(x, y, z, t_0) = T_0(x, y, z)$$

F 11 : Expression d'un problème thermique avec conditions limites et initiale

Il est bien évidemment très compliqué voir même impossible de résoudre analytiquement ce problème lorsque le cas de figure est complexe que ce soit au niveau de la géométrie du solide qu'au niveau de l'implémentation des conditions aux limites.

2.5 Formes intégrales forte et faible

Il est possible, sous certaines conditions de régularité, de résoudre le problème, à l'origine différentiel, en utilisant la **méthode des résidus pondérés** dans la **formulation de Galerkin**.

Il est tout d'abord nécessaire d'introduire la notion de **résidu** de l'équation différentielle *F 10* :

$$r(T) = \rho c_p \dot{T} - \text{div} (\bar{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T) - q$$

F 12 : Résidu de l'équation de chaleur

Le résidu est nul si T est solution de l'équation et est différent de 0 dans le cas contraire. Il nous donne donc en chaque point du solide une indication nous informant si nous sommes proches ou non de la solution exacte.

La méthode des résidus pondérés requière de multiplier la formule ci-dessus (*formule F 12*) par une fonction arbitraire T^* (appelée **fonction de pondération** ou **fonction test**) et d'intégrer cette nouvelle équation sur le domaine global (V) du solide.

Nous retrouvons l'équation intégrale ci-dessous :

$$W(T, T^*) = \int_V T^* r(T) dV = \int_V T^* (\rho c_p \dot{T} - \text{div}(\bar{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T) - q) dV = 0 \quad \forall T^*$$

F 13 : Forme intégrale forte de l'équation de chaleur

Cette équation (appelée **forme intégrale forte**) peut être retravaillée mathématiquement, en utilisant entre autres de nouveau le théorème d'Ostrogradski et en imposant que $T^* = 0$ sur S_T , pour en déduire finalement la relation ci-dessous :

$$W(T, T^*) = \int_V T^* \rho c_p \dot{T} dV + \int_V \overrightarrow{\text{grad}} T^* \cdot \bar{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T dV - \int_{S_\varphi} T^* (\varphi_s + h(T_f - T) + \varepsilon \sigma (T_\infty^4 - T^4)) dS - \int_V T^* q dV = 0 \quad \forall T^*$$

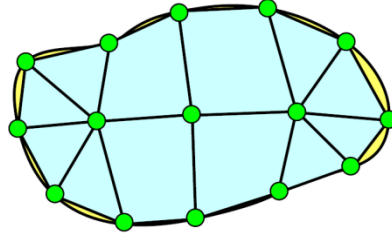
F 14 : Forme intégrale faible de l'équation de chaleur

Il est donc possible de résoudre le problème thermique, à l'origine sous la forme différentielle, en passant par sa **formulation intégrale faible**. Les conditions aux limites $T = T_p$ sur S_T et la condition initiale $T(x, y, z, t_0) = T_0(x, y, z)$ doivent bien entendu être également vérifiées.

Cette formulation intégrale est l'analogue thermique du principe des **travaux virtuels** en mécanique. Au même titre donc qu'en mécanique, les fonctions T (champ de températures réelles) et T^* (champ de températures virtuelles) doivent être « suffisamment » régulières pour que les relations différentielles et intégrales soient équivalentes. L'avantage pratique de travailler avec les formes intégrales faibles plutôt que fortes est que la fonction T ne doit être dérivable qu'une fois en non deux. Ceci est un atout important pour pouvoir exploiter ces formules numériquement et en particulier par la **méthode des éléments finis**, quasiment incontournable dans des cas de figure complexes.

2.6 Méthode des éléments finis

Comme déjà dit précédemment, trouver une solution aux problèmes thermiques via la forme différentielle devient très rapidement impossible une fois que celui-ci se complexifie un peu. La forme intégrale faible reste elle aussi quasi inaccessible pour les problèmes complexes. Toutefois, elle est un tremplin incontournable si on désire travailler avec la **méthode (numérique) des éléments finis**. Cette dernière permet de trouver une solution **approchée** et est en pratique un cas particulier de la méthode de Galerkin : le champ de températures T et les fonctions test T^* appartiennent au même **espace de dimension finie**. L'essence même de cette méthode repose sur la **discrétisation** du domaine (V) en un certain nombre fini d'**éléments** (de forme géométrique paramétrable) reliés entre eux en des points appelés **nœuds**.



(7) Domaine plan (2D) discrétisé en 12 éléments reliés entre eux par 15 nœuds

Ce maillage est défini par deux tables : la **table des nœuds** et la **table des éléments**. Ce sont ces tables qui permettent de lier les éléments et les nœuds entre eux et de les définir de manière univoque dans le domaine (V).

Il est possible de représenter **localement** le champ de températures, tout d'abord au sein d'un élément même, au moyen de l'expression ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 T^e(x, y, z, t) &= [N_1^e(x, y, z) \dots N_i^e(x, y, z) \dots N_{n^e}^e(x, y, z)] \begin{Bmatrix} T_1^e(t) \\ T_i^e(t) \\ T_{n^e}^e(t) \end{Bmatrix} \\
 &= [N^e(x, y, z)] \{T^e(t)\}
 \end{aligned}$$

F 15 : Champ de températures local au sein d'un élément

n^e est le nombre de nœuds de l'élément et les expressions $N_i^e(x, y, z)$ sont les **fonctions d'interpolation élémentaires**. On en déduit la **matrice d'interpolation élémentaire** $[N^e(x, y, z)]$. Le vecteur $\{T^e(t)\}$ contient quant à lui les températures des nœuds de l'élément.

De manière similaire, cette représentation locale peut être « étendue » au domaine global (V) :

$$\begin{aligned}
 T(x, y, z, t) &= [N_1(x, y, z) \dots N_i(x, y, z) \dots N_n(x, y, z)] \begin{Bmatrix} T_1(t) \\ T_i(t) \\ T_n(t) \end{Bmatrix} \\
 &= [N(x, y, z)] \{T(t)\}
 \end{aligned}$$

F 16 : Champ de températures global au sein du domaine discrétisé

n est le nombre total de nœuds du maillage et les expressions $N_i(x, y, z)$ sont les fonctions d'interpolation (également appelées **fonctions de forme**). La matrice $[N(x, y, z)]$ est la **matrice d'interpolation** et le vecteur $\{T(t)\}$ le **vecteur des températures nodales**.

2.7 Discrétisation de la forme intégrale faible

L'expression du champ de températures vue au point précédent (*F 16*) permet donc d'obtenir le champ de températures en tous points du domaine global par **interpolation** (au moyen des fonctions de forme) des valeurs de température nodales.

L'objectif, dans le cadre de la résolution d'un problème thermique au moyen de la méthode des éléments finis, est donc d'obtenir le **vecteur de températures nodales**.

La forme intégrale faible *F 14* peut également être discrétisée afin d'obtenir une équation dont la solution est le vecteur de températures nodales. Les expressions ci-dessous permettent de déduire cette équation :

$$\{T\} = [N] \{T\}$$

$$\{\dot{T}\} = [N] \{\dot{T}\}$$

$$\{grad T\} = [B] \{T\}$$

$$\{B_i\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{array} \right\}$$

$$\{T^*\} = [N] \{T^*\} = \{T^*\}^T [N]^T$$

$$\{grad T^*\} = [B] \{T^*\}$$

$$\{grad T^*\}^T = \{T^*\}^T [B]^T$$

$$W(\{T\}, \{T^*\}) = \{T^*\}^T ([C] \{\dot{T}\} + [K] \{T\} - \{F\}) = 0 \quad \forall \{T^*\}$$

F 17 : Forme intégrale faible discrétisée de l'équation de chaleur

avec

$$[C] = \int_V \rho c_p [N]^T [N] dV$$

$$[K] = \int_V [B]^T [\lambda] [B] dV + \int_{S_\phi} h [N]^T [N] dS$$

$$\{F\} = \int_V [N]^T q dV + \int_{S_\phi} [N]^T (\varphi_s + h T_f + \varepsilon \sigma (T_\infty^4 - T^4)) dS$$

$[C]$ est la **matrice de capacité thermique** (J/K). Elle joue un rôle en régime transitoire. Elle caractérise la capacité à stocker l'énergie par le solide. Elle est symétrique par construction.

$[K]$ est la **matrice de conductivité thermique** (W/K). Elle joue un rôle en régime transitoire et permanent. Elle caractérise la capacité du solide à transférer l'énergie. Contrairement à sa dénomination, elle contient tout de même un terme caractérisant la convection thermique. Elle est également symétrique par construction.

$\{F\}$ est la **matrice des flux nodaux** (W). Elle contient aussi bien l'influence des charges thermiques volumiques que les flux au travers des surfaces du solide. Toutes ces charges et flux sont transformés en flux nodaux afin d'être exploitables par la méthode des éléments finis.

$\{T\}$ est le **vecteur des températures nodales** (K). C'est la solution recherchée au problème thermique posé.

Pour des raisons de calcul, il est utile de partitionner ces matrices et vecteurs sur base des degrés de liberté, ce qui nous donne :

$$[C] = \begin{bmatrix} [C_{LL}] & [C_{LP}] \\ [C_{PL}] & [C_{PP}] \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{LL}] & [K_{LP}] \\ [K_{PL}] & [K_{PP}] \end{bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} \{F_L\} \\ \{F_P\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_L\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

F 18 : Partitionnement des matrices et vecteur caractéristiques sur base des degrés de liberté

On peut donc également écrire la forme discrétisée d'un problème thermique sous la forme :

$$W(\{T_L\}, \{T_L^*\}) = \{T_L^*\}^T \left(\begin{bmatrix} [C_{LL}] & [C_{LP}] \\ [K_{LL}] & [K_{LP}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{T}_L\} \\ \{T_L\} \end{Bmatrix} - \{F_L\} \right) = 0 \quad \forall \{T_L^*\}$$

F 19 : Forme intégrale faible discrétisée sur base des degrés de liberté

Etant donné que cette équation est valable pour un vecteur $\{T^*\}$ quelconque, on peut en conclure que les températures nodales **inconnues** $\{T_L(t)\}$ sont donc solution de l'équation :

$$[C_{LL}] \{\dot{T}_L\} + [K_{LL}] \{T_L\} = \{F_L\} - [C_{LP}] \{\dot{T}_P\} - [K_{LP}] \{T_P\}$$

F 20 : Forme intégrale faible discrétisée générale de l'équation de chaleur

avec comme condition initiale $\{T_L(t_0)\} = \{T_{L,0}\}$.

Afin de simplifier le modèle numérique sous MATLAB, nous posons comme hypothèse que les températures imposées sous forme de conditions limites $\{T_P\}$ restent constantes tout au long du problème thermique. Cette hypothèse est tout à fait réaliste par rapport à notre problème particulier, à savoir l'impression 3D de type SLM, car les températures correspondantes restent effectivement constantes pendant le processus de production.

L'expression générale ci-dessus (F 20) se simplifie donc en :

$$[C_{LL}] \{\dot{T}_L\} + [K_{LL}] \{T_L\} = \{F_L\} - [K_{LP}] \{T_P\}$$

F 21 : Forme intégrale faible discrétisée simplifiée de l'équation de chaleur

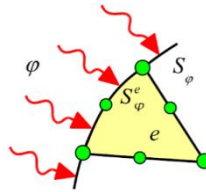
Il est donc nécessaire de retransformer mathématiquement cette expression pour isoler le vecteur champ de températures $\{T_L\}$ recherché. Dans le cas d'un problème en **régime stationnaire**, cela est assez simple car le terme capacitif s'annule du fait que $\{\dot{T}_L\}$ est nul. Malheureusement, en **régime transitoire**, cela est plus complexe mais reste possible.

Le modèle numérique permettra de trouver des approximations de solutions aussi bien en régime stationnaire que transitoire. Nous verrons dans les chapitres suivants comment l'expression ci-dessus (F 21) peut être transformée pour être exploitable dans ces deux cas de figures.

2.8 Assemblage des matrices

Les matrices $[C]$ et $[K]$ ainsi que le vecteur $\{F\}$ sont construits en pratique élément par élément. Cette opération est appelée **l'assemblage**.

Il est tout d'abord nécessaire de calculer les matrices $[c^e]$ et $[k^e]$ et le vecteur $\{f^e\}$ caractéristiques de chaque élément dont V_e représente le volume de l'élément (e) et S_φ^e la partie de S_φ qui appartient à la frontière de l'élément (e), comme illustré sur la *figure (8)* :



(8) Représentation d'un élément fini (e) au sein du domaine global

On obtient ces matrices et vecteurs caractéristiques élémentaires au moyen des formules suivantes :

$$\begin{aligned}
[\mathbf{c}^e] &= \int_{V^e} \rho c_p [\mathbf{N}^e]^T [\mathbf{N}^e] dV \\
[\mathbf{k}^e] &= \int_{V^e} [\mathbf{B}^e]^T [\lambda] [\mathbf{B}^e] dV + \int_{S_\varphi^e} h [\mathbf{N}^e]^T [\mathbf{N}^e] dS \\
\{f^e\} &= \int_{V^e} [\mathbf{N}^e]^T q dV + \int_{S_\varphi^e} [\mathbf{N}^e]^T (\varphi_s + h T_f + \varepsilon \sigma (T_\infty^4 - T^4)) dS
\end{aligned}$$

F 22 : Calcul intégral des matrices et vecteur élémentaires

Ces quantités peuvent parfois être calculées analytiquement mais en pratique, elles sont fréquemment évaluées numériquement.

Ces matrices et vecteurs sont ensuite modifiées par **expansion** afin d'avoir la même dimension que les matrices et vecteur globaux. Elles sont nommées $[\mathbf{C}^e]$, $[\mathbf{K}^e]$ et $\{F^e\}$ et leurs seuls termes non nuls sont les termes associés aux degrés de liberté de l'élément (e).

Les matrices et vecteur globaux se calculent dès lors par :

$$[\mathbf{C}] = \sum_e [\mathbf{C}^e] \quad , \quad [\mathbf{K}] = \sum_e [\mathbf{K}^e] \quad , \quad \{F\} = \sum_e \{F^e\}$$

F 23 : Assemblage des matrices $[\mathbf{C}]$ et $[\mathbf{K}]$ et du vecteur $\{F\}$

2.9 Régime stationnaire

Après un temps suffisamment long (théoriquement infini) de chargement thermique, on peut considérer que le champ de température a atteint un **régime stationnaire** : la température en chaque point reste fixe. Il n'y a donc plus de variation de température et on considère que $\{\dot{T}_L\}$ est nul. L'expression discrétisée reprise en F 21 se simplifie et devient dès lors :

$$\{T_L\} = [\mathbf{K}_{LL}]^{-1} (\{F_L\} - [\mathbf{K}_{LP}] \{T_P\})$$

F 24 : Forme intégrale faible discrétisée dans le cas d'un régime stationnaire

Cette expression n'est valable que dans le cas d'un **problème thermique linéaire**. Ceci est le cas si on se limite aux phénomènes de conduction et convection dans des matériaux linéaires. En présence de **rayonnement** ou de **non linéarité** du matériau (au niveau du coefficient de conductivité thermique par exemple), il est nécessaire de résoudre l'équation discrétisée générale (qui devient elle-même non linéaire) de manière **itérative** par la méthode de **substitution**, la méthode de **Newton-Raphson** ou une méthode mixte. Nous n'aborderons pas ce cas de figure dans le cadre de ce TFE.

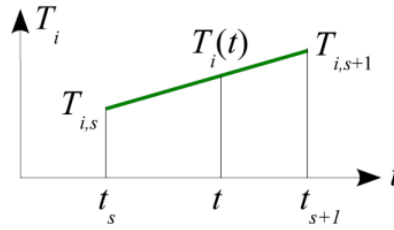
2.10 Régime transitoire

Il est rare en pratique de vouloir étudier des problèmes thermiques en régime stationnaire. Les cas de figure transitoires sont assez fréquents et il s'avère donc utile de se pencher de manière théorique sur ceux-ci. Le problème thermique rencontré dans le cadre de la production additive de type SLM ne peut se modéliser de manière réaliste qu'avec des approximations numériques successives de type transitoire.

Pour ce faire, nous devons discrétiser également le domaine temporel et plus particulièrement la durée de chargement en intervalles de temps :

$$[t_0, t_1], [t_1, t_2], [t_s, t_{s+1}] \dots$$

On considère une variation linéaire de la température sur l'intervalle t_s à t_{s+1} , comme représenté par la *figure (9)* :



(9) Variation linéaire de la température sur l'intervalle Δt

Nous définissons de manière évidente le vecteur de variation du champ de températures par :

$$\{\Delta T_L\} = \{T_L\}_{s+1} - \{T_L\}_s$$

F 25 : Vecteur variation du champ de températures $\{\Delta T_L\}$

et on en déduit l'approximation :

$$\{\dot{T}_L\} = \frac{\{\Delta T_L\}}{\Delta t}$$

F 26 : Vecteur des dérivées temporelles du champ de températures

Celle-ci est d'autant plus exacte que l'intervalle Δt est petit.

Dans le cadre de notre analyse théorique, nous nous limiterons également à des problèmes transitoires linéaires (comme pour le régime stationnaire) et nous considérerons le vecteur de charges et flux $\{F_L\}$ ainsi que le vecteur des conditions limites en température $\{T_P\}$ constants **durant cet intervalle de temps**. Nous verrons dans les chapitres ultérieurs que ces hypothèses simplificatrices correspondent bien aux conditions pratiques du processus SLM.

L'expression qui régit le problème transitoire discrétisé devient donc :

$$\begin{aligned}
[\mathbf{C}_{LL}] \{\dot{T}_L\} + [\mathbf{K}_{LL}] \{T_L\} &= \{F_L\} - [\mathbf{C}_{LP}] \{\dot{T}_P\} - [\mathbf{K}_{LP}] \{T_P\} \\
[\mathbf{C}_{LL}] \frac{\{\Delta T_L\}}{\Delta t} + [\mathbf{K}_{LL}] (\{T_L\}_s + \{\Delta T_L\}) &= \{F_L\} - [\mathbf{C}_{LP}] \{\dot{T}_P\} - [\mathbf{K}_{LP}] \{T_P\} \\
\{\Delta T_L\} [\mathbf{C}_{LL}] + [\mathbf{K}_{LL}] \Delta t &= [\{F_L\} - [\mathbf{K}_{LL}] \{T_L\}_s - [\mathbf{K}_{LP}] \{T_P\}] \Delta t \\
\{\Delta T_L\} &= [\mathbf{C}_{LL}] + [\mathbf{K}_{LL}] \Delta t)^{-1} [\{F_L\} - [\mathbf{K}_{LL}] \{T_L\}_s - [\mathbf{K}_{LP}] \{T_P\}] \Delta t
\end{aligned}$$

F 27 : Forme intégrale faible discrétisée dans le cas d'un régime transitoire

Il devient donc possible d'approximer, au moyen de la méthode des éléments finis, la variation du champ de température à partir d'un champ initial défini $\{T_L\}_s$ et d'un chargement thermique $\{F_L\}$ constant durant un intervalle de temps Δt . Plus cet intervalle de temps est petit, plus l'approximation sera proche de la solution exacte.

Un problème thermique pratique pourra donc être modélisé de manière itérative par une succession de calculs du champ de températures au moyen de la méthode des éléments finis, en reprenant comme champ initial $\{T_L\}_s$ la solution de l'itération précédente.

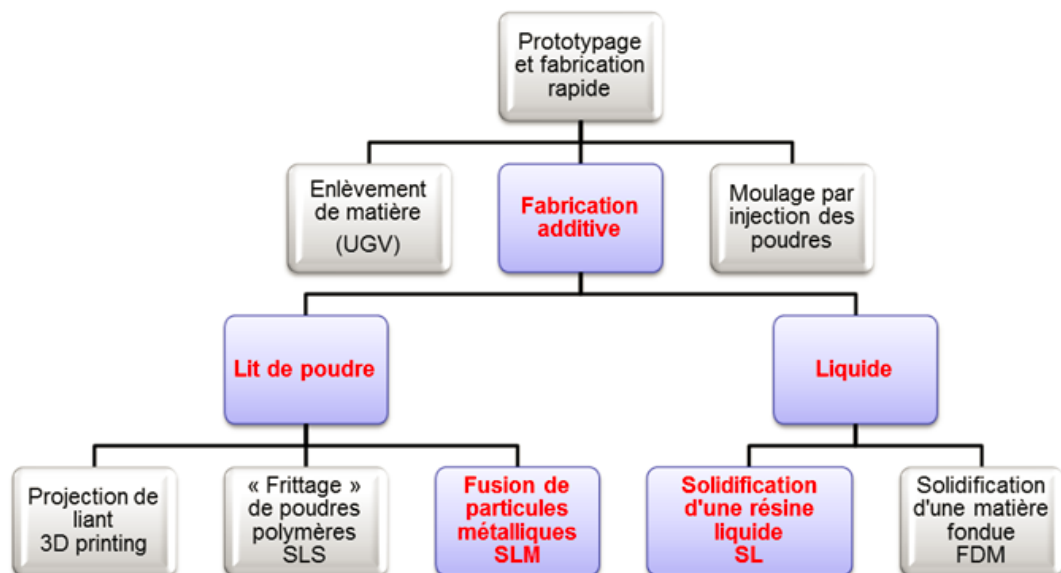
Comme déjà mentionné précédemment, l'exactitude de la solution sera d'autant meilleure que l'intervalle de temps sera petit. Toutefois, étant donné que pour une même période de temps à modéliser, il sera nécessaire de procéder à plus d'itérations si l'intervalle de temps Δt est petit et qu'à chaque itération, un calcul FEM est nécessaire, il est clair qu'il faudra trouver un compromis entre temps de calcul et précision de la solution.

3 PROCESSUS DE PRODUCTION ADDITIVE

3.1 Introduction à la fabrication additive

Le prototypage rapide est un terme qui désigne l'ensemble des techniques dédiées à la fabrication de pièces en trois dimensions à partir de modèles numériques élaborés à l'aide d'un ordinateur. Afin de fabriquer des prototypes ou des pièces fonctionnelles, plusieurs technologies ont été développées dès les années soixante. Le progrès de l'informatique et de la robotique fait apparaître la Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO) : ce procédé consiste à fabriquer des pièces par une machine à commande numérique par ordinateur (CNC) à partir d'un modèle virtuel développé sur ordinateur. Deux méthodes sont utilisées pour les machines à commande numérique (MCN) : l'enlèvement de matière à partir d'un brut ou l'ajout de matière couche par couche. Nous nous intéressons dans le cadre de ce TFE à la fabrication additive : la fabrication par l'ajout de matière.

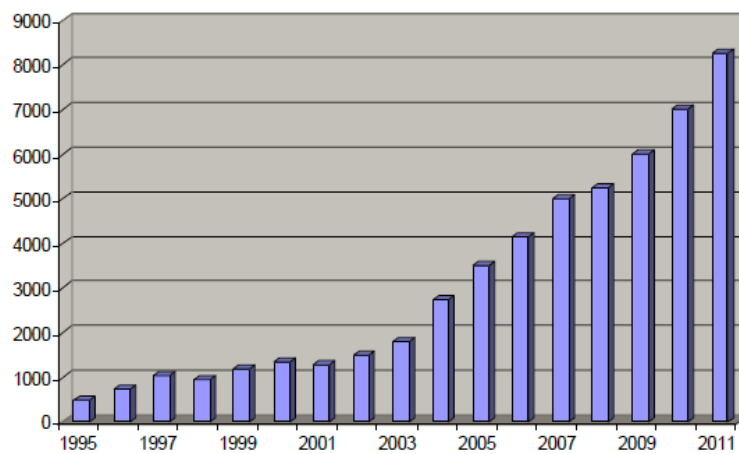
La fabrication additive est un processus de prototypage ou de fabrication rapide qui consiste à empiler des couches une par une afin de construire une pièce complète à partir des données numériques d'un modèle 3D. Elle permet la réalisation d'objets sans contraintes de forme : pièces creuses, à parois minces, contre-dépouilles, etc. Ces performances technologiques ouvrent des horizons afin de faire évoluer cette technique en termes de matériaux, de flexibilité du design, de précision et de rapidité d'exécution.



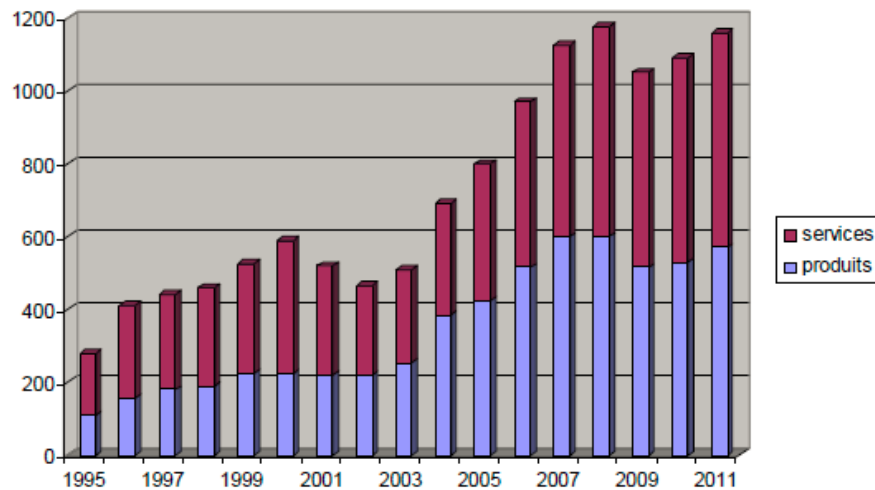
(10) Classification (non exhaustive) des méthodes de fabrication additive

La demande des pièces fabriquées par cette technologie est de plus en plus importante. La croissance dans ce domaine paraît donc assurée et permet d'espérer d'importantes retombées économiques. En l'espace de quinze ans, le nombre de machines vendues sur le marché mondial s'est multiplié par dix, comme le montre la *figure (11)*. Cette croissance est particulièrement importante à partir de 2004, ce qui correspond à la commercialisation de nouveaux systèmes de fabrication additive directe comme les imprimantes 3D ou les appareils de frittage de poudres (SLS/SLM).

Ce secteur économique ne se limite pas à la vente des machines, il s'enrichit bien entendu de matériaux consommables, de logiciels et de services : maintenance, formation, conseil et recherche. Le graphique en *figure (12)* illustre bien l'évolution de ce marché. Les prévisions de vente des produits et des services de la fabrication additive dans le monde sont estimées à 5000 M\$ pour 2020.

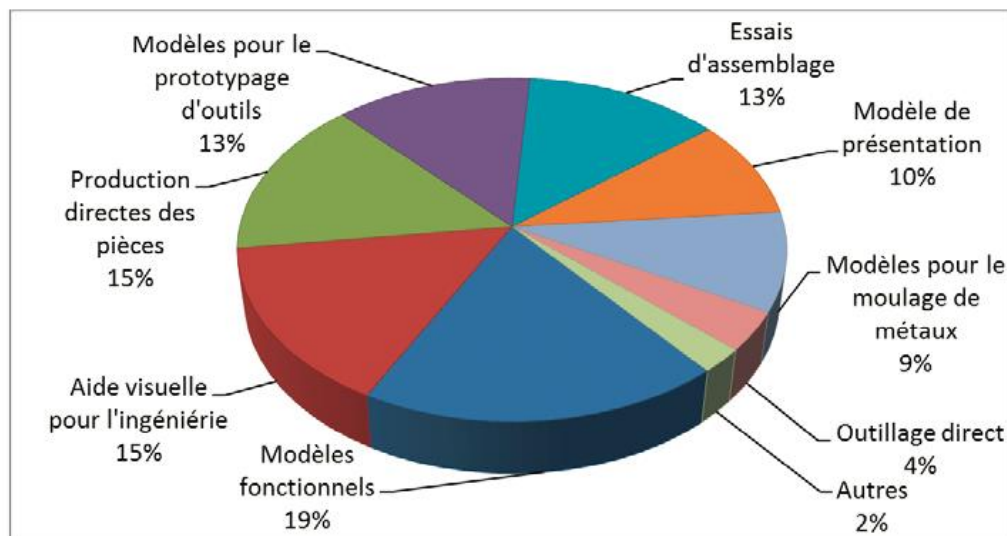


(11) Evolution des ventes de machines de fabrication additive (M\$)



(12) Evolution des revenus en produits et services du secteur de la fabrication 3D (M\$)

Les secteurs d'application des procédés de fabrication rapide sont très variés : le médical et le dentaire (prothèses et implants), l'automobile et l'aéronautique, l'architecture et l'ingénierie, la défense, l'enseignement ainsi que d'autres domaines divers. Actuellement ce sont les pièces finies, les prototypes et les modèles (fonctionnels ou de présentation) qui constituent l'essentiel des produits réalisés, comme le montre la *figure (13)*. Initialement développés pour réaliser des modèles visuels ou des prototypes, ces procédés sont devenus concurrentiels à la fabrication par enlèvement de matière des pièces à morphologie complexe. Même si la production des pièces fonctionnelles ne représentent encore que 19 % des fabrications additives, cette technologie est prometteuse.



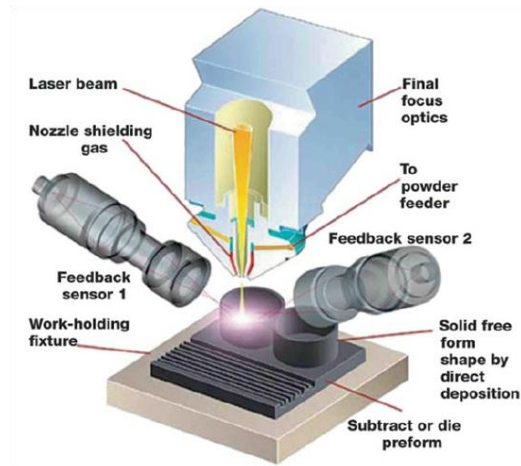
(13) Utilisation des pièces produites par la fabrication additive (2010)

Une classification officielle normalisée existe sous forme de norme **ASTM F2792**. Celle-ci classe les divers processus de production additive suivant 7 catégories distinctes :

- Dépôt de matériau et fusion (direct energy deposition - DED)

Appelée également souvent « cladding », il s'agit d'un processus de production additive complexe utilisé généralement pour réparer ou ajouter de la matière additionnelle à des composants structurels existants.

Une machine DED classique est composée d'un bec injecteur (nozzle), monté sur un bras multi axes (jusqu'à 5 axes), qui dépose de la matière en fusion sur une surface déterminée où elle se solidifie. La fusion peut se faire au moyen d'un laser, d'un plasma ou d'un faisceau d'électrons. Les opérations se font couche par couche pour atteindre l'épaisseur de recharge désirée. Il peut être utilisé pour des polymères et céramiques mais il est typiquement dédié aux métaux, sous forme de poudre ou fil.

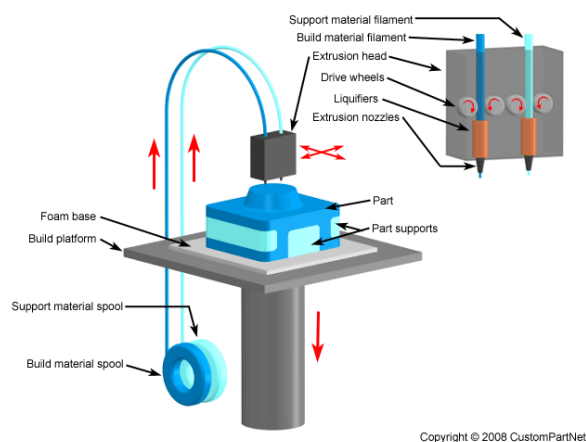


(14) Illustration du processus de production additive DED

- Extrusion de matériau (material extrusion - fuse deposition modelling - FDM)

Le processus FDM est un processus d'extrusion de matière labellisé par Stratasys. Le matériau est extrudé hors d'un bec après avoir été chauffé. Il est déposé couche par couche. L'injecteur se déplace horizontalement tandis que la plateforme de fabrication se meut verticalement à chaque application de couche. C'est une technologie utilisée généralement sur des imprimantes 3D bon marché destinée à une utilisation de loisirs domestique.

Ce processus est fortement influencé au niveau qualité du modèle final par pas mal de facteurs mais il a un grand potentiel quand ceux-ci sont bien contrôlés. Le matériau d'apport est apporté via le bec d'extrusion sous pression constante et de manière continue. La stabilité de la pression ainsi que la régularité de la vitesse d'extrusion sont des paramètres essentiels à la bonne fabrication de la pièce désirée. Les différentes couches de matière peuvent se lier au moyen de contrôle de la température ou via des agents chimiques. La matière première est souvent ajoutée sous forme de bobine.



Copyright © 2008 CustomPartNet

(15) Illustration du processus de production additive FDM

- Fusion sur lit de poudre (powder bed fusion - PBF)

La production additive de type PBF peut se différencier en diverses sous catégories de production telles que le frittage laser métallique (direct metal laser sintering - DMLS), le frittage sélectif par apport de chaleur (selective heat sintering - SHS), le frittage laser sélectif (selective laser sintering - SLS), la fusion par faisceau d'électrons (electron beam melting - EBM) et la fusion laser sélective (selective laser melting - SLM). C'est ce dernier processus que nous analysons dans ce TFE et que nous approfondirons dans les chapitres suivants.

La méthode PBF utilise donc aussi bien le laser que le faisceau d'électrons pour fusionner le matériau en poudre. Le processus EBM nécessite une ambiance sous vide pour fonctionner et permet de réaliser des pièces fonctionnelles métalliques ou en alliages divers. L'avantage de cette méthode est qu'elle est nettement moins sensible aux contraintes résiduelles néfastes à la qualité de la pièce. Tous les processus PBF sont caractérisés par une application successive de couches de poudre. Des réservoirs de stockage de poudre sont utilisés comme tampon permettant d'apporter la matière première.

Le procédé DMLS est identique au SLS mais utilise des métaux à la place de matières plastiques. Le processus fritte la poudre plutôt que de la fusionner, également couche après couche. SHS diffère des autres processus car il utilise une tête d'impression chauffée thermiquement qui fait fondre la poudre.

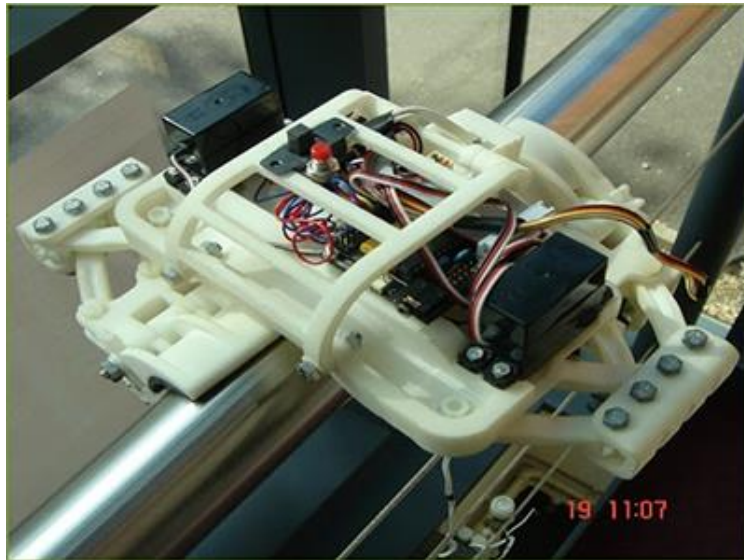


(16) Illustration du processus de production additive PBF

- Jet de matériau (material jetting)

La méthode de jet de matière crée des objets de façon similaire à une imprimante à jet d'encre 2D traditionnelle. Le matériau est jeté sur une plateforme de fabrication soit sous forme continue soit à la demande (Drop on Demand - DOD). Le matériau se solidifie et est fabriqué couche après couche. La matière est déposée au moyen d'un bec (nozzle) qui se déplace horizontalement le long de la plateforme de production. Les machines varient en complexité et en méthode de contrôle de la quantité de matière déposée. Les couches successives sont durcies au moyen de lumière UV.

Comme le matériau se dépose en gouttelettes, le nombre de matériaux utilisables reste limité. Les polymères et cires sont adaptés à cette méthode de production et sont les matériaux les plus souvent utilisés dans ces applications, grâce à leur nature visqueuse et leur capacité à former des gouttelettes aisément.



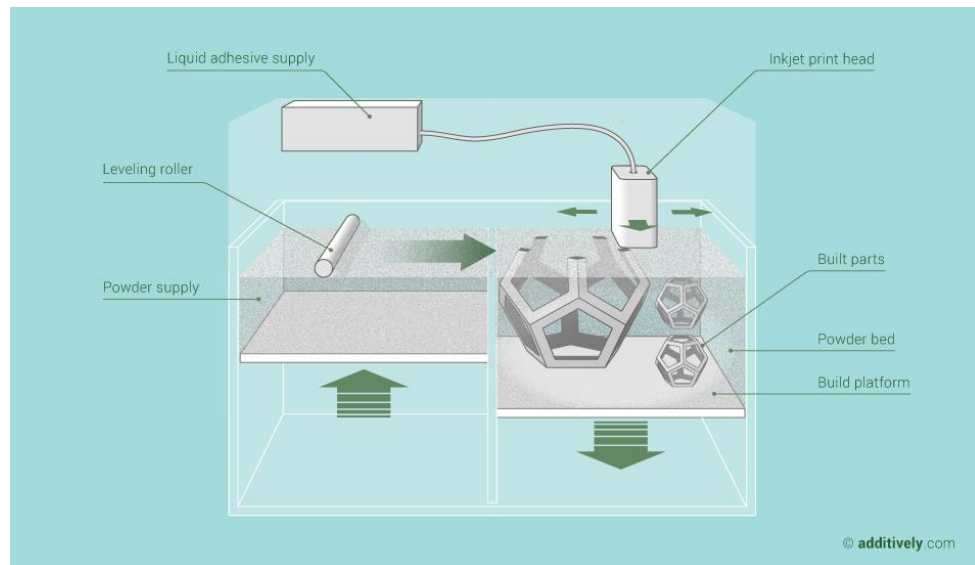
(17) Illustration du processus de production additive de type « material jetting »

- Jet de liant (binder jetting)

Ce processus utilise simultanément deux matériaux : une matière sous forme de poudre et un liant. Ce dernier joue le rôle d'adhésif, de colle entre deux couches distinctes. Il est habituellement sous forme liquide tandis que la matière est poudreuse. La tête d'impression se déplace horizontalement suivant 2 axes (x et y) de la machine et dépose alternativement des couches de matière première et de liant. L'objet est produit sur une plateforme de production que se déplace verticalement après application des couches successives.

Du fait qu'on utilise du liant, peu résistant aux charges mécaniques, ce processus n'est en général pas adapté à la production de pièces structurales. Bien que relativement rapide, le travail post-production peut influencer négativement le temps de production global du processus. En effet, comme c'est le cas avec d'autres méthodes basées sur des poudres, l'objet qui est imprimé est intégré dans la poudre et doit être désolidarisé de la poudre non solidifiée.

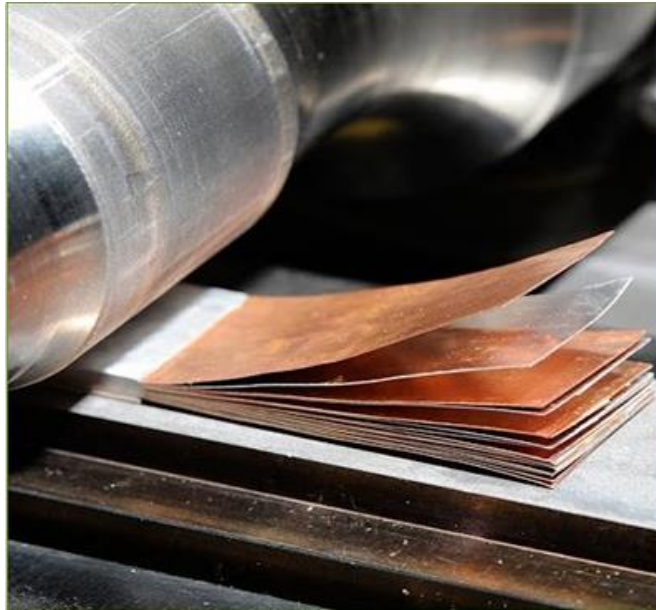
Cette technologie est communément appelée technologie 3DP et a un copyright sous ce label.



(18) Illustration du processus de production additive de type « binder jetting »

- Lamination de feuilles (sheet lamination)

Cette technologie de production 3D reprend la fabrication additive par ultrasons (ultrasonic additive manufacturing - UAM) et la fabrication d'objets par lamination (laminated object manufacturing - LOM). Le premier processus utilise des feuilles métalliques qui sont solidarisées entre elles par soudage ultrasonique. Il requière de l'usinage CNC complémentaire et désolidarisation du métal non lié, souvent durant le processus même de soudage. La lamination utilise une approche similaire (couche par couche) mais avec du papier comme matériau et de l'adhésif à la place du soudage. La méthode LOM utilise un hachurage croisé pour faciliter le nettoyage de l'objet après la production. Les objets laminés sont souvent utilisés pour une modélisation esthétique et visuelle mais certainement pas pour des réalisations fonctionnelles. UAM utilise des métaux tels que l'aluminium, le cuivre, l'acier inoxydable et le titane. La fabrication se fait à basse température et permet la création de géométries intérieures. Des matériaux différents peuvent aussi être liés et peu d'énergie est nécessaire pour la fabrication vu qu'il n'y a pas de fusion du métal.



(19) Illustration du processus de production additive de type « sheet lamination »

- Photopolymérisation en cuve (vat photopolymerization)

La polymérisation en cuve utilise une cuve de résine liquide photopolymère à partir de laquelle le modèle est construit couche par couche. Une lumière UV est utilisée pour solidifier la résine aux endroits désirés et une plateforme descend après chaque couche.

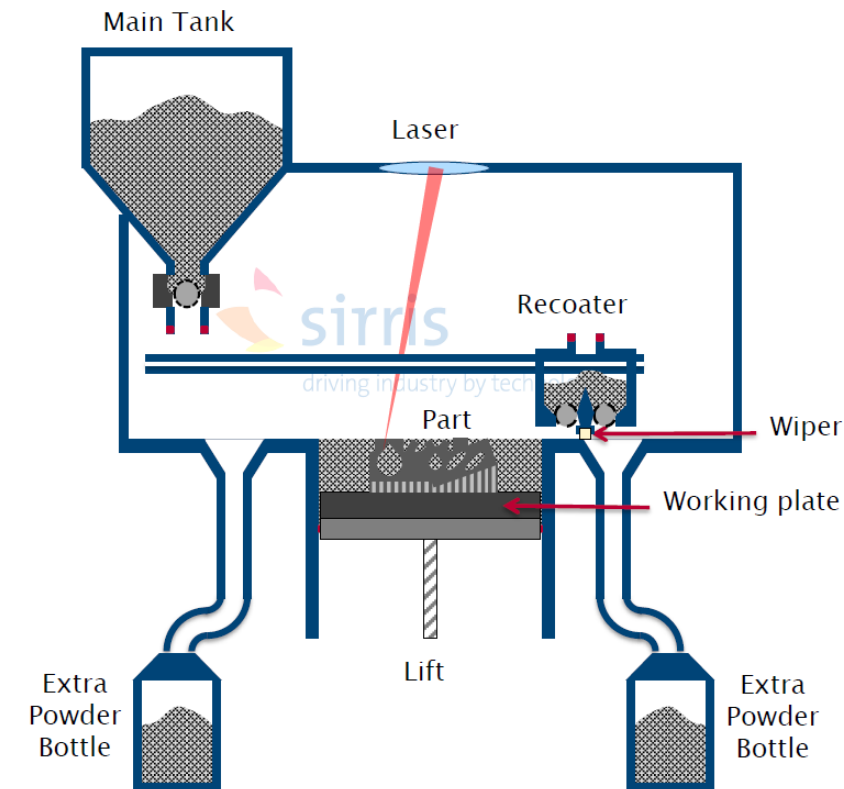
Comme un liquide est utilisé pour former les objets, il n'y a pas proprement dit un support structurel du matériau durant la production, comme pour les méthodes à base de poudre. Les résines sont durcies via un processus de photopolymérisation ou lumière UV où la lumière est dirigée au travers de la surface de la résine au moyen de miroirs contrôlés en position par de petits moteurs.



(20) Illustration du processus de production additive de type « VAT photopolymerization »

3.2 Selective Laser Manufacturing

Le processus de fabrication analysé dans le cadre de ce TFE est de type **SLM** (Selective Laser Melting - Fusion Laser Sélective). Comme son nom l'indique, ce processus utilise l'énergie d'un faisceau laser pour amener en fusion de la poudre métallique. Une machine SLM peut être équipée avec un ou éventuellement plusieurs lasers. Comme déjà mentionné auparavant, il fait partie de la famille Powder Bed Fusion (PBF), à l'instar d'autres processus utilisant des sources d'énergie différentes telles que le faisceau d'électrons (EBM - Electron Beam Melting).

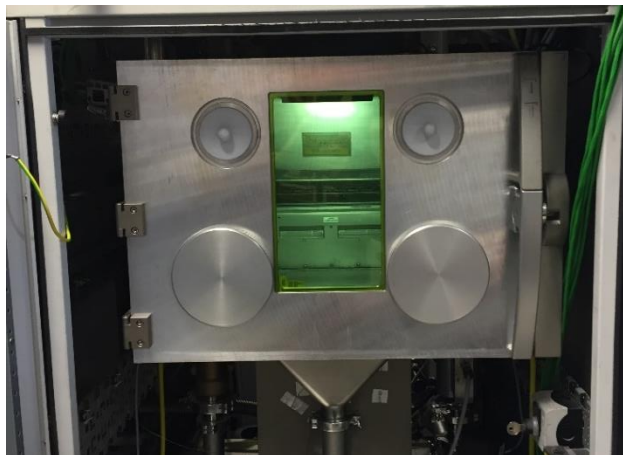


(21) Principe de travail du processus SLM

Comme illustré dans la *figure (21)* ci-dessus, l'élément de base de ce processus est le plateau de travail (working plate) ou plateau de fabrication. C'est sur ce plateau que la pièce va être fabriquée. Celui-ci doit être reconditionné avant chaque production, au moyen d'un microbillage, afin de lui apporter un aspect rugueux nécessaire à l'accrochage de la poudre métallique. Les dimensions de ce plateau limitent en largeur et profondeur la taille maximale de la pièce pouvant être produite. Ce plateau se situe dans une chambre de fabrication accessible au moyen d'une porte d'accès. Différents orifices sont prévus sur celle-ci afin de pouvoir accéder à la zone de production visuellement ou par contact manuel avec des gants de protection intégrés à la machine. Ceux-ci sont utilisés pour nettoyer la pièce ou la chambre de production avec un aspirateur intégré à la machine sans ouvrir la porte d'accès. L'aspiration au moyen d'aspirateurs industriels puissants externes est fréquente mais nécessite des gants et un masque anti-poussière pour des raisons de santé évidentes.



(22) Machine SLM 280 HL de la marque SLM Solutions



(23) Porte d'accès à la chambre de production (machine SLM 250 HL - SIRRIS)



(24) Gants intégrés à porte d'accès (machine SLM 250 HL - SIRRIS)

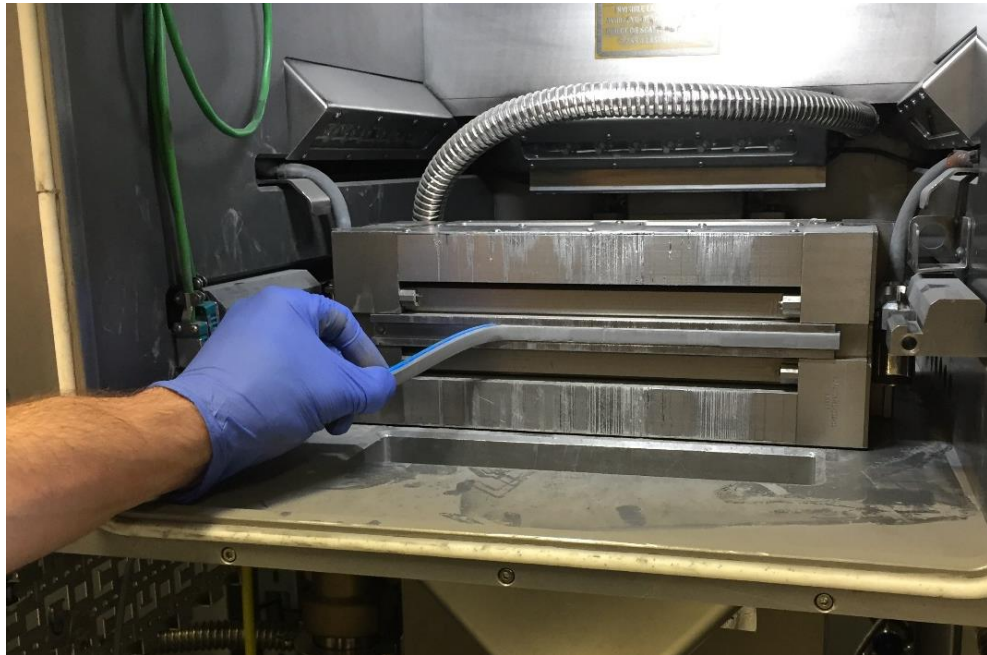


(25) Plateau de production (machine SLM 250 HL - SIRRIS)

Un autre élément important est le distributeur de poudre (recoater). Celui-ci est rempli de poudre métallique provenant de la bouteille principale (main tank) et permet d'appliquer les fines couches de poudre sur le plateau. Afin d'optimiser le temps du processus, l'application de poudre se fait dans les deux sens : lorsque le distributeur démarre de l'arrière (back) et se dirige vers l'avant (front), côté porte d'accès, mais aussi inversement en démarrant en position « front » jusqu'à la position « back ». Cet élément est équipé d'un joint en polymère qui fait office de raclette (wiper) qui assure la bonne distribution et épaisseur de poudre et permet également de rejeter le surplus de poudre dans les rainures amenant la poudre excédentaire dans les bouteilles ad-hoc (extra powder bottles). Ce joint doit être nettoyé (et si nécessaire remplacé) soigneusement à chaque production.



(26) Distributeur de poudre (machine SLM 250 HL - SIRRIS)



(27) *Racle en polymère (wiper) après une production (machine SLM 250 HL - SIRRIS)*

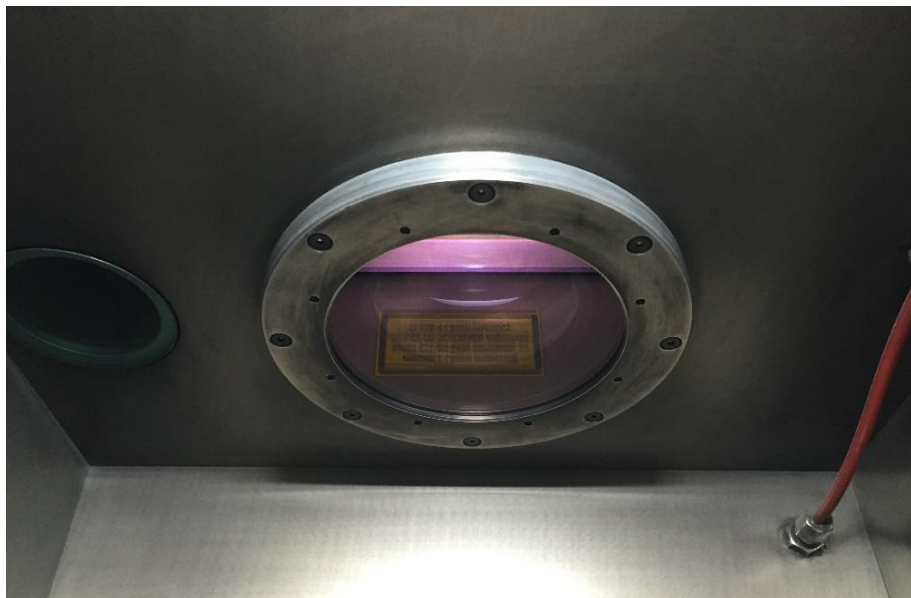


(28) *Racle en polymère (wiper) après remplacement (machine SLM 250 HL - SIRRIS)*

Lors de chaque application de poudre en fine couche, le laser fusionne celle-ci de manière sélective c'est-à-dire en choisissant les zones de la pièce à solidifier. Le plateau descendant (lift) d'un cran (paramétrable) à chaque application de poudre, la pièce est ainsi fabriquée couche par couche. La course maximale de ce mouvement de descente impose la hauteur maximale de la pièce à produire.



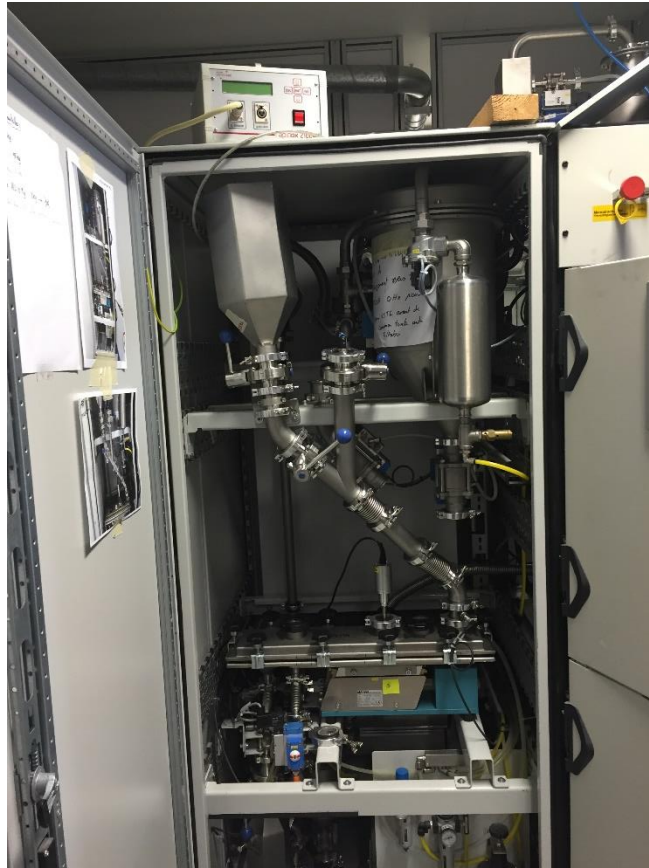
(29) Fusion de la poudre par laser (SLM)



(30) Lentille laser (machine SLM 250 HL - SIRRIS)

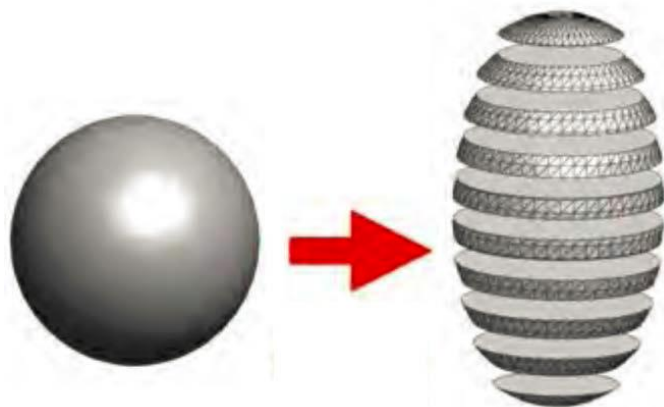
Il existe, afin d'optimiser le processus, une stratégie de balayage du laser. En effet, lors de la solidification d'une même couche, on commence par les supports de production, dont nous parlerons plus en détail ci-après. Ensuite, ce sont les contours qui sont fusionnés pour terminer avec le corps de la pièce. Ces stratégies de balayage optimisées et paramétrables permettent une diminution de la surchauffe lors de la production et donc une meilleure qualité dimensionnelle de la pièce en fin de fabrication.

Un système de filtration de la poudre est aussi utilisé offline. Ceci permet de recycler la poudre utilisée en production. Le taux de réutilisation est dépendant de l'état de pollution de la poudre.



(31) Système de filtration (machine SLM 250 HL - SIRRIS)

En ce qui concerne le volet logiciel, les pièces à fabriquer sont d'abord conçues avec des logiciels CAO divers. Les fichiers sont exportés (en format .stl) vers un logiciel spécifique fourni avec la machine qui transforme le modèle 3D en une multitude de tracés 2D représentant chacune des couches à produire, comme illustré sur la *figure (32)*. Ce sont ces surfaces 2D qui sont utilisées comme référence pour la fusion de la poudre.

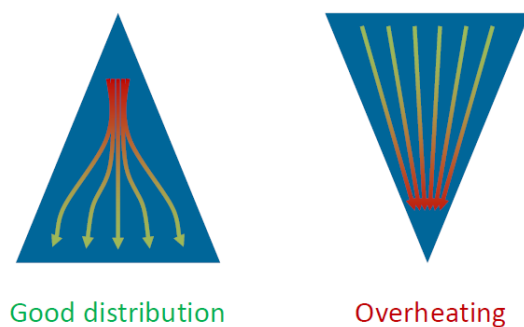


(32) Modèle STL tranché couche par couche pour la production 3D

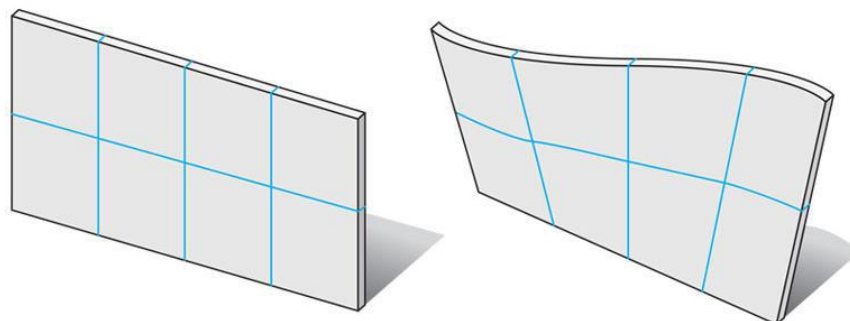
Ce processus de production a divers points forts. Tout d'abord, grâce à l'utilisation de la technologie laser, il est possible d'atteindre un niveau de détail fin. De plus, le temps mort entre deux productions est faible car la remise en ordre de la machine est aisée. Contrairement à d'autres processus, la matière première (dans notre cas la poudre métallique) s'enlève facilement et le nettoyage de la pièce est relativement simple. Finalement, une large panoplie de matériaux est utilisable avec ce processus.

Des points négatifs subsistent malheureusement aussi dont le plus contraignant est la présence de contraintes thermiques importantes (et donc déformations thermiques) au sein des pièces produites. Ceci engendre deux inconvénients majeurs : des supports doivent être intégrés à la pièce lors de la production et des opérations post-production doivent être prévues.

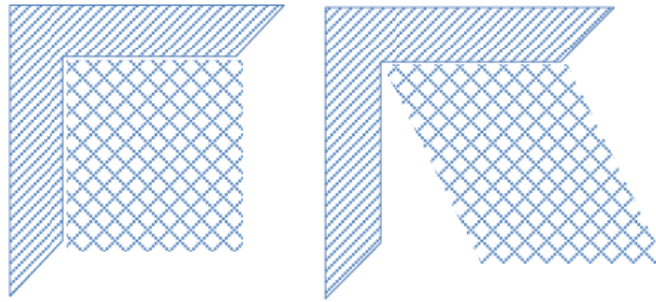
Au niveau des supports, ceux-ci doivent être suffisamment résistants afin de contrecarrer les déformations thermiques de la pièce. Dans le cas contraire, la pièce est sujette à des non conformités qualitatives. Ils doivent être intelligemment conçus car en plus d'immobiliser la pièce, ils doivent permettre une bonne conduction de chaleur (pour minimiser les contraintes thermiques et la surchauffe de la pièce) et doivent être faciles à enlever (au moyen d'une petite disqueuse). Ci-après quelques règles de base et problèmes potentiels en production SLM.



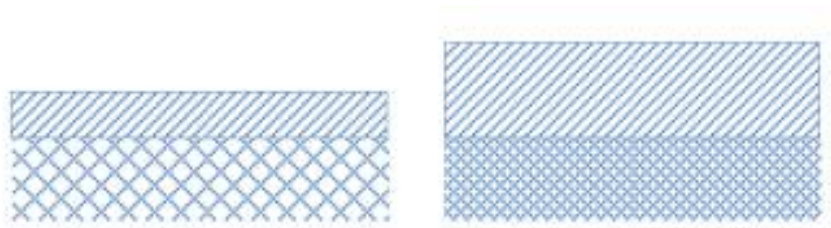
(33) Influence de l'orientation de la pièce sur la distribution de chaleur



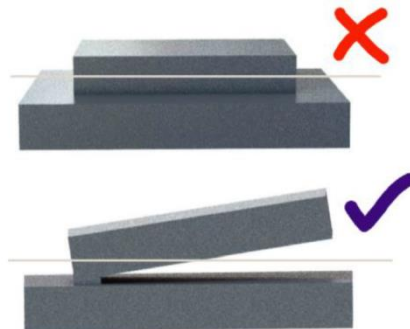
(34) Phénomène de WARPING (gauchissement) sur les grandes pièces minces et horizontales



(35) Optimisation des supports (au niveau transfert de chaleur et post-processing)



(36) Influence de l'épaisseur de la pièce sur les supports



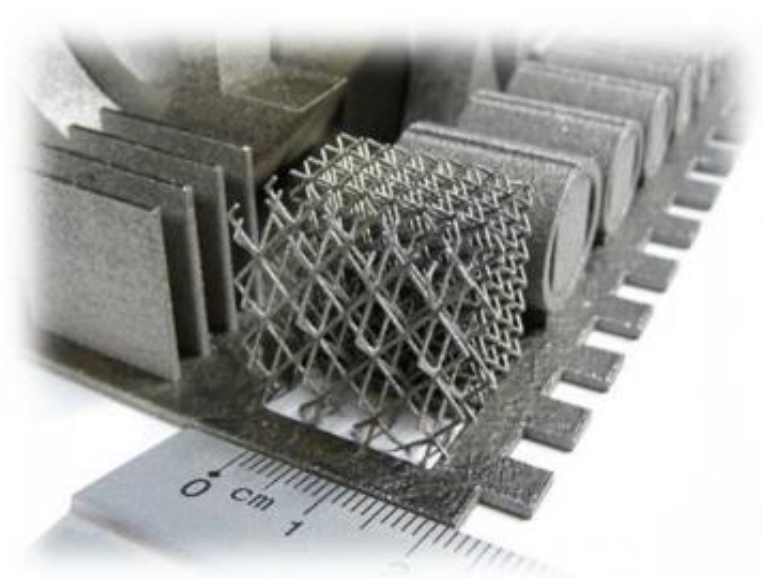
(37) Orientation nécessaire en cas de blocs épais pour éviter la surchauffe et déformation

Les opérations de post-production seront (si nécessaire) des traitements thermiques adaptés afin de diminuer les contraintes thermiques mais aussi des actions d'usinage afin d'atteindre d'éventuelles tolérances fonctionnelles imposées. En effet, le niveau de précision de ce processus est similaire à celui du brut de fonderie et ne peut être comparé aux tolérances pratiquées en usinage traditionnel.

Ce processus est également assez sensible à la qualité de l'environnement. En effet, le bain de fusion doit constamment être sous atmosphère d'argon afin d'éviter une éventuelle corrosion au sein de la pièce (si oxygène présent) et éviter également le risque de porosité. Un flux laminaire d'argon est maintenu au-dessus de la pièce en permanence dans ce sens.

Pour terminer, contrairement à d'autres processus de production additive, il n'est pas possible, ou du moins conseillé, de superposer les pièces à fabriquer. Ceci est dû à la sensibilité de ce processus aux déformations thermiques et à la superposition des erreurs de pièce à pièce.

Comme le montre l'*image (38)* ci-dessous, de très petites pièces peuvent être réalisées avec le processus SLM tout en atteignant une qualité et une finesse de détail très importantes.



(38) Exemple de pièce réalisée au moyen de la production additive de type SLM

Les machines de production additive peuvent se comparer entre-elles au moyen de caractéristiques générales diverses dont les plus usuelles, du moins pour le processus SLM, sont reprises ci-dessous :

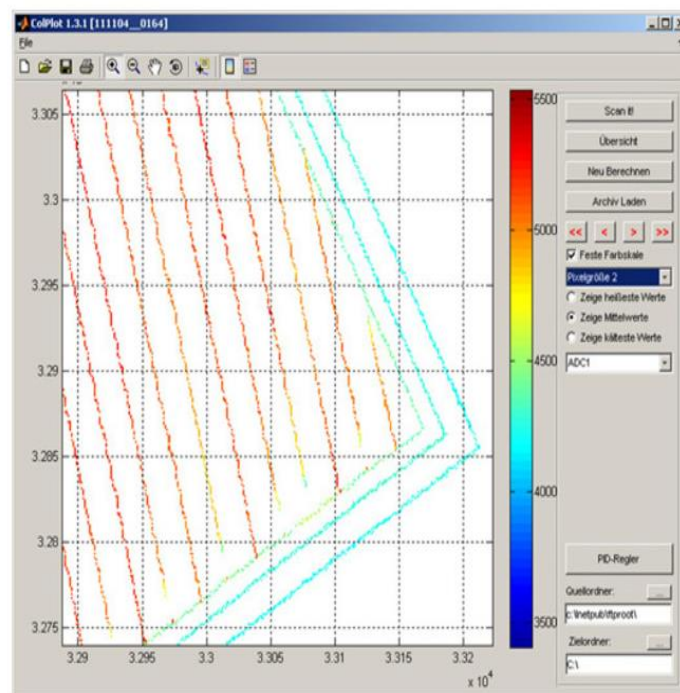
- Volume de fabrication maximal : 630 x 400 x 500
- Epaisseur de couche : 30 - 60 μm
- Taille de la poudre : 20 - 60 μm
- Taille minimale d'épaisseur de paroi : 0,2 mm
- Précision moyenne : 0,1 % (avec un minimum de 0,1 mm)
- Mono matériau (pas de possibilité de combinaison)
- Porosité : 0,5 - 2 %
- Rugosité Ra : 7 - 15 μm

La palette des matériaux utilisables en SLM est large dont par exemple le titane (Ti6Al4V), l'aluminium (AlSi7Mg, AlSi10Mg, AlSi12), l'inconel (Inconel 625, Inconel 718) en passant aussi par l'inox (316L), l'acier à outillage, le cuivre, etc.

Le temps de fabrication peut s'avérer très long, même pour des fabrications de pièces relativement petites. Les productions se font souvent pendant la nuit également. Il est donc évidemment très important de bien maîtriser le paramétrage du processus et de bien concevoir les supports nécessaires afin d'éviter d'éventuels problèmes durant les périodes sans supervision humaine. Étonnement, aucun système de monitoring n'est implémenté dans la plupart des machines actuellement commercialisées. Il s'agit là d'options encore souvent en cours de développement et très onéreuses.

The Melt Pool Monitoring system (MPM) will detect the thermal radiation which is emitted from the melting track of the Laser on the powder bed. This Data can be analyzed to judge Irregularities during the selective laser melting process, which might lead to potential defects in the ready made part. The system is suitable to document the building process for quality assurance procedures. Furthermore an effective analysis and improvement of build parameters is possible based on this data. The temp.data can be visualized layer by layer at the moment. Further analysis options will be available in future software updates. Each optical track is equipped with an own sensor. Retrofit options are under preparation and will be realized through exchange of the optical track inside the machine.

Availability in 2016.



(39) Option de supervision du processus de la marque SLM

3.3 Essais QUALAM

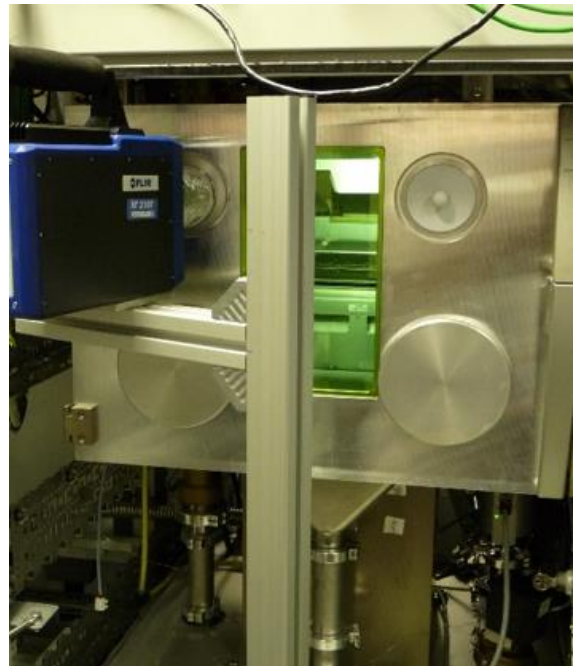
Comme déjà mentionné en introduction, l'objectif de ce travail de fin d'études est de modéliser numériquement, par la méthode des éléments finis, les phénomènes thermiques présents lors de processus de production additive de type SLM. Ce travail repose sur des recherches scientifiques et techniques qui sont effectuées chez SIRRIS, centre de recherche reconnu dans le domaine des techniques de production 3D. En effet, des fonds régionaux ont été attribués à cette entreprise afin d'effectuer des tests thermiques sur des pièces modèles et en tirer un maximum d'informations utiles pour mieux comprendre les phénomènes thermiques existants lors de processus de type SLM.

Le projet QUALAM, d'une durée de 2 ans, vise à obtenir une meilleure connaissance des échanges thermiques du processus SLM grâce à la modélisation thermique en temps réel couplée à la mesure des températures de surface, pour assurer une meilleure maîtrise du procédé et une optimisation des paramètres en fonction des variations en cours de fabrication. Un pas de plus vers l'assurance qualité et la traçabilité attendue par les industriels.

La combinaison du méta-modèle thermique et des mesures de températures à la surface libre de la pièce en fabrication donnera à terme l'historique thermique en tous points, grâce à une vue 3D des échanges thermiques, là où les mesures ne sont pas accessibles.

SIRRIS évaluera l'état de l'art des solutions existantes et définira des spécifications. Il adaptera les équipements à la chaîne de mesure. Enfin, sur base de pièces d'étude simples, il établira les corrélations entre microstructures, propriétés mécaniques et paramètres de process. Le centre évaluera aussi les améliorations obtenues en termes de qualité.

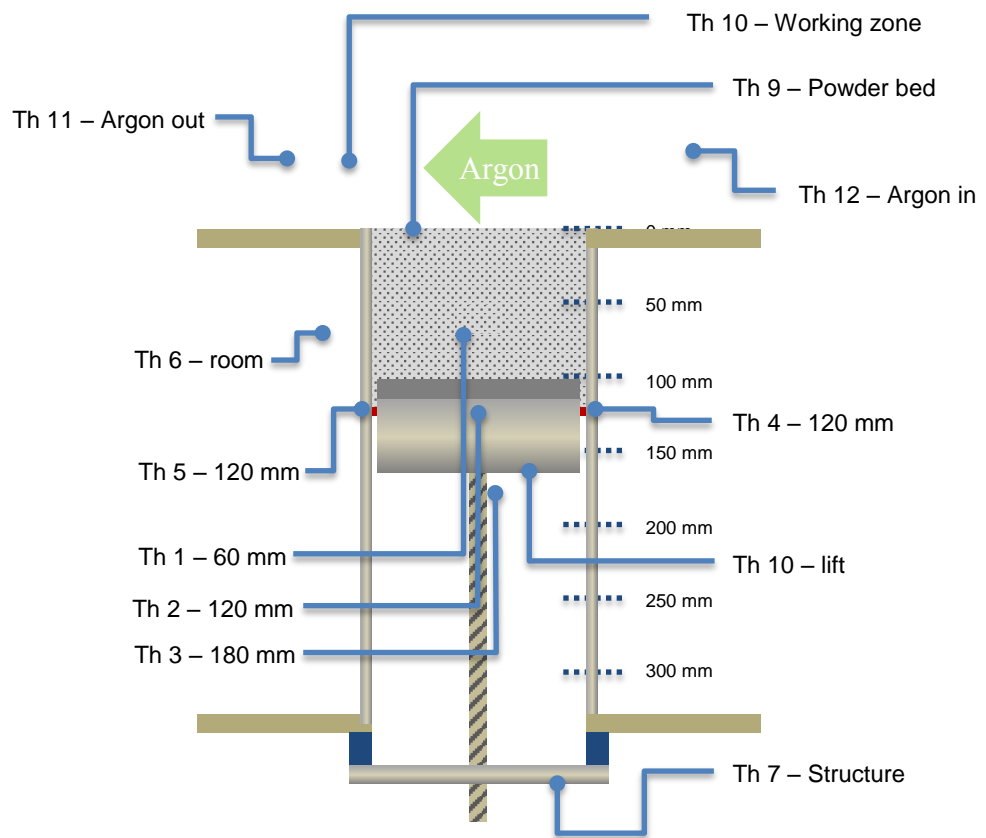
Pour ce faire, des modifications doivent être effectuées au niveau de la machine de production additive, en y ajoutant une caméra thermique IR ainsi que des capteurs de température et de débit. L'objectif de la caméra IR est de visualiser l'empreinte thermique sur la couche supérieure de production et d'en tirer des informations en ce qui concerne le champ existant à différents moments critiques tels que lors du flashing laser, l'application de poudre et le refroidissement de la pièce entre deux flashings. Les capteurs de températures sont intéressants afin de connaître les températures en jeu lors de la production à différents endroits importants tels que dans la poudre, dans le flux d'argon ou à l'extérieur des parois de la cuve de production. Ces informations sont primordiales, comme nous le verrons plus tard, pour modéliser correctement les phénomènes thermiques tels que la convection. Les débitmètres seront utiles quant à eux pour quantifier le débit du flux d'argon et en déduire éventuellement des informations concernant la convection forcée sur la couche en production.



(40) Installation d'une caméra thermique IR pour les tests QUALAM



(41) Installation de thermocouples pour les tests QUALAM



(42) Positionnement des thermocouples pour les tests QUALAM



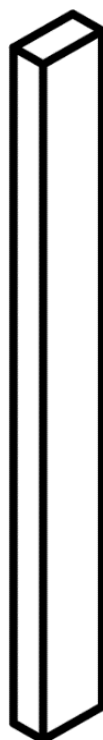
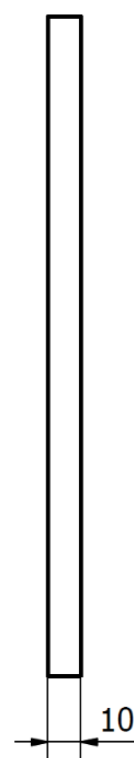
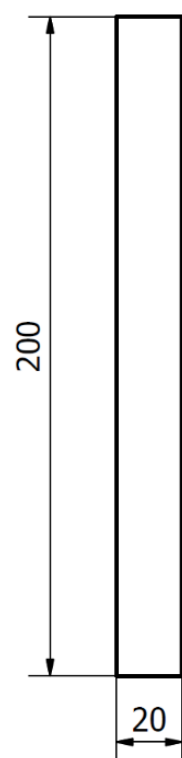
(43) Installation de débitmètres pour les tests QUALAM

La modélisation numérique de ce travail se base donc sur ces mêmes pièces modèles afin de pouvoir comparer les résultats théoriques numériques obtenus par le modèle Matlab et les résultats pratiques obtenus lors de la supervision thermique des pièces modèles au sein de SIRRIS.

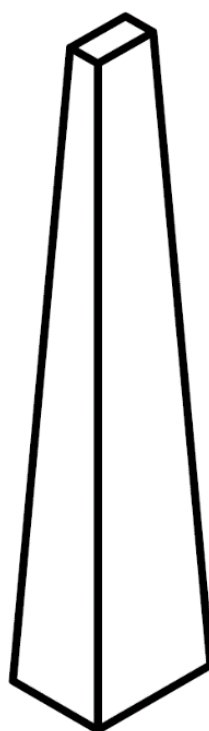
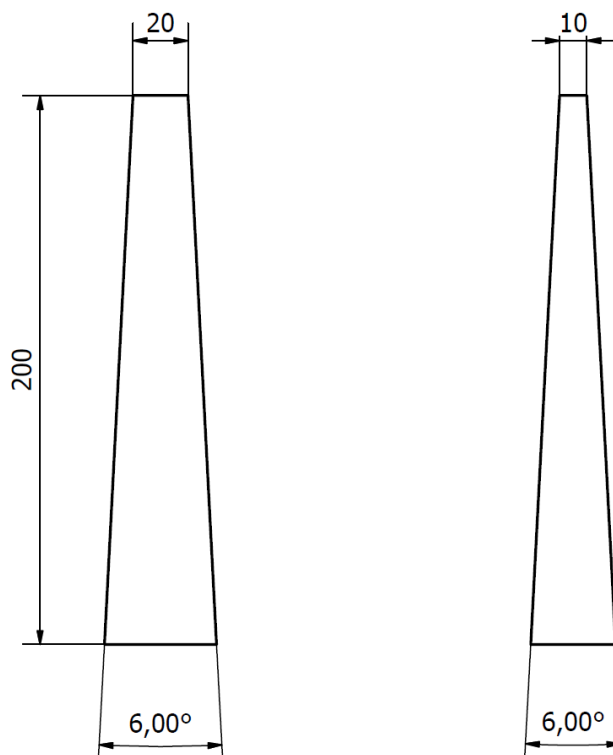
Ce TFE se limitera malheureusement à l'établissement du modèle thermique sur Matlab de ces pièces modèles mais ne pourra malheureusement pas être vérifié pratiquement sur base des résultats QUALAM consolidés pour des raisons d'organisation et de timing différents. Toutefois, le modèle pourra être éventuellement repris par SIRRIS ou l'ULg dans le cadre d'un doctorat ou un autre TFE afin de réaliser la comparaison et adapter celui-ci si nécessaire pour une utilisation pratique ultérieure afin de prévoir les problèmes thermiques potentiels lors de la fabrication de pièces SLM.

Nous avons toutefois eu l'occasion de tout de même réaliser des tests préliminaires afin de préparer les tests définitifs. Ces pré-tests avaient pour but de monter la machine avec les divers capteurs prévus (caméra IR, thermocouples, débitmètres, ...) pour vérifier leur bon fonctionnement et réaliser leur étalonnage. Une pièce modèle a été produite et certaines données intéressantes ont tout de même pu en être retirées afin de mieux paramétrer le modèle numérique.

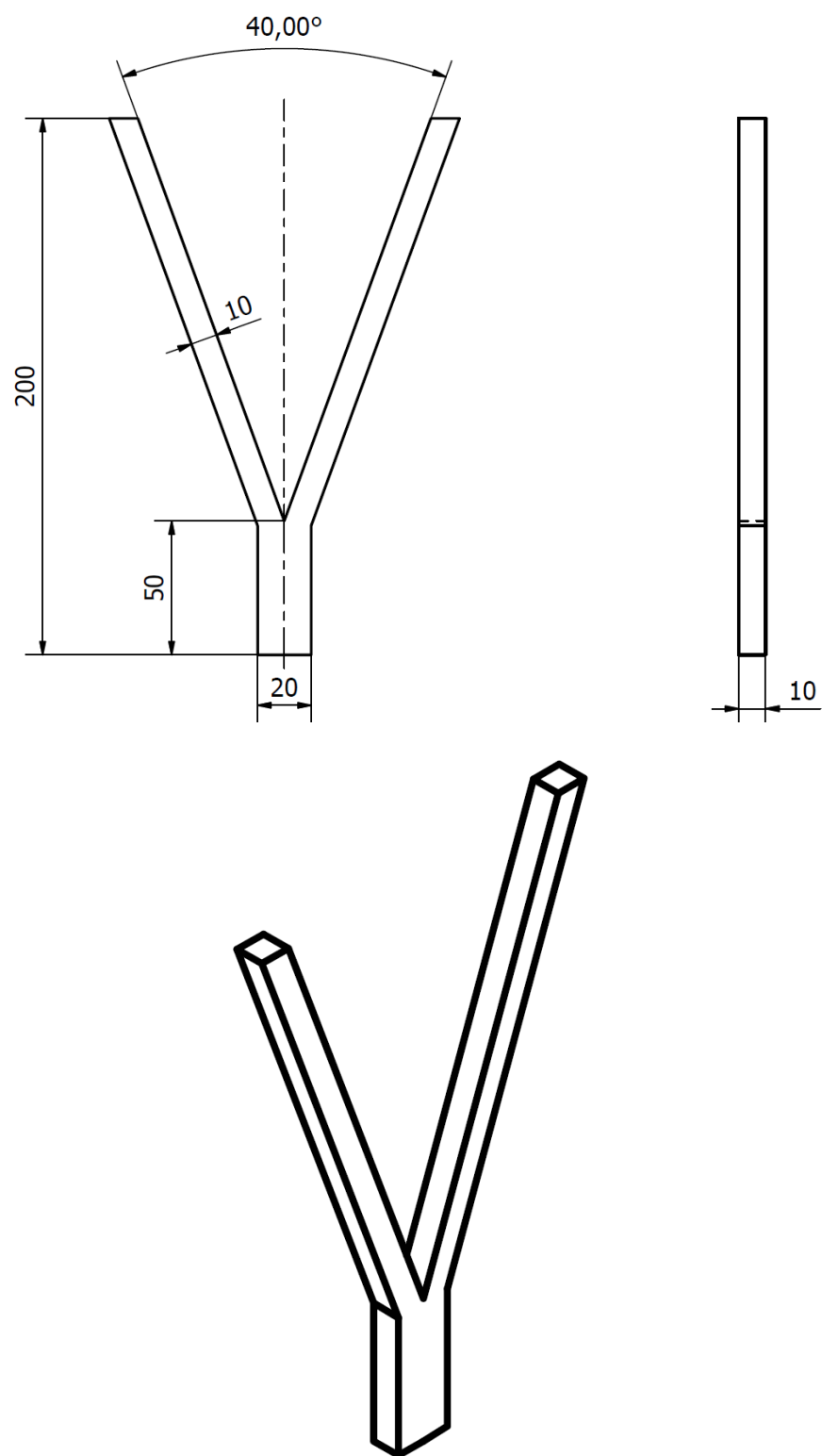
Les pièces modèles prévues dans l'étude QUALAM sont au nombre de trois, que nous appellerons respectivement le RECTANGLE, la PYRAMIDE et le « Y », de par leur aspect 2D ou 3D. Les modélisations CAO 2D et 3D des pièces modèles concernées par le programme QUALAM sont illustrées ci-après :



(44) Représentation de la pièce RECTANGLE pour les tests QUALAM

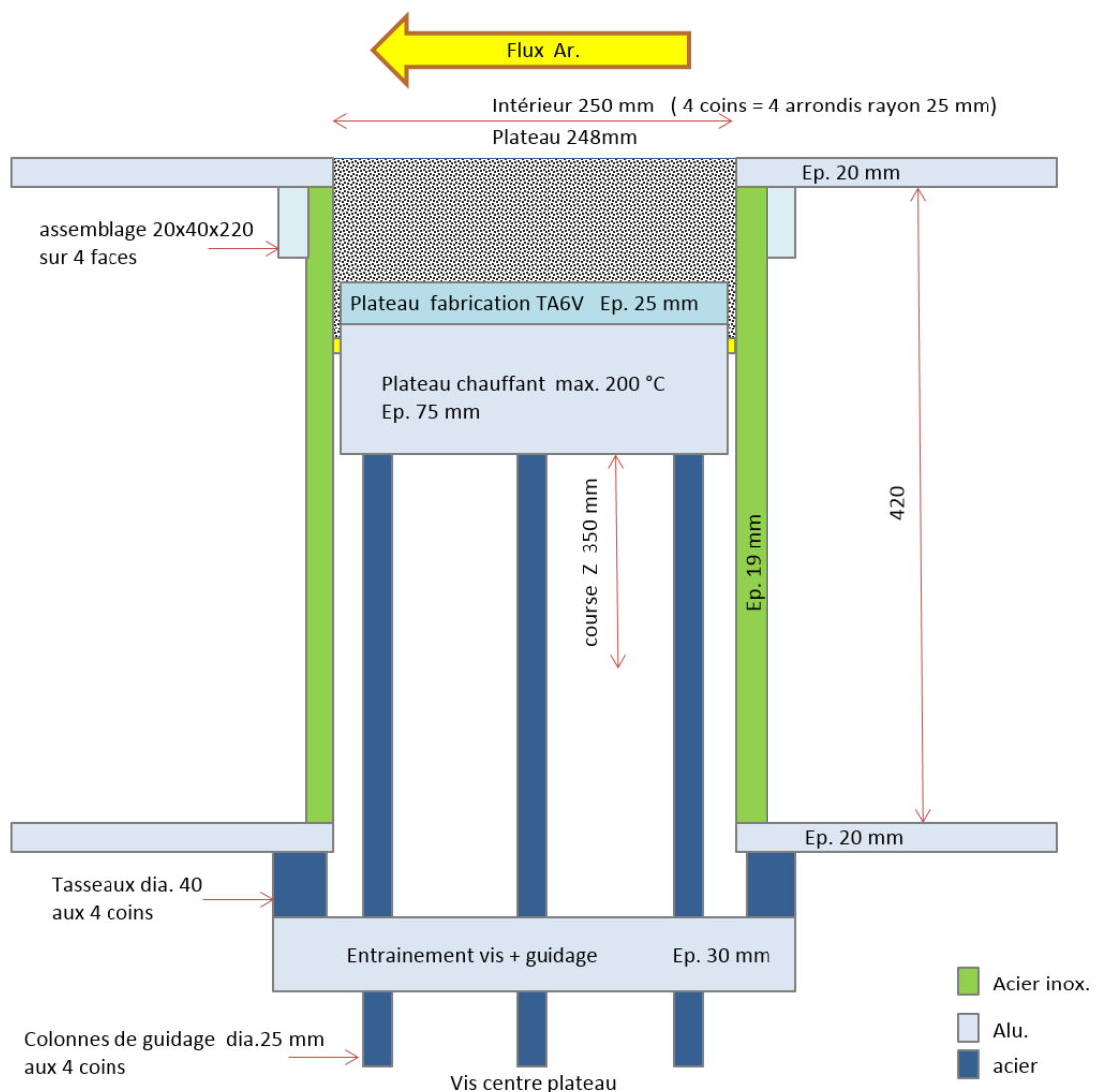


(45) Représentation de la pièce PYRAMIDE pour les tests QUALAM



(46) Représentation de la pièce Y pour les tests QUALAM

Au niveau des dimensions des plateaux de fabrication et chauffant, celles-ci sont de **248 mm x 248 mm**. Les parois de la cuve de production sont en **acier inoxydable** et ont une épaisseur de **19 mm**. Il existe un jeu de **1 mm** entre plateaux et parois. Ces plateaux ont un mouvement vertical entre les 4 parois de la cuve. Un joint d'étanchéité existe entre le plateau chauffant et les parois. Ce joint a pour but de rendre la cuve étanche et empêcher la poudre de s'échapper de celle-ci. Un autre rôle de ce joint est d'isoler thermiquement la plaque des parois latérales de la cuve et ainsi éviter une température trop élevée des parois lorsque le plateau chauffant est porté à haute température. Ces informations sont nécessaires au modèle numérique.



(47) Représentation et dimensions de la machine SLM pour les tests QUALAM


Ces pièces sont en titane **Ti6Al4V**, comme c'est le cas également pour le plateau de fabrication. Ce dernier est maintenu à température constante à savoir **95 °C** tout le long de la fabrication. Seules les 6 à 8 premières couches sont maintenues à 200 °C pour des raisons d'accrochage de la poudre. Cette température plus élevée temporaire sera considérée à 95 °C dans le modèle numérique pour des raisons de simplification de celui-ci. Le **coefficient de conduction thermique** ainsi que la **capacité thermique massique** pour ce type de matériau sont illustrés dans le *tableau (48)* ci-dessous :

Property	Material State	Temperature Range (°C)	Polynomial Function ($y = A + B \cdot T + C \cdot T^2 + D \cdot T^3$)	Linear Fit (R^2)
Heat Capacity C_p (J/g.K)	Powder	23<T<1650	$C_p = 0.52036 - (8.34 \cdot 10^{-6})T(^{\circ}\text{C}) - (4.46 \cdot 10^{-7})T^2(^{\circ}\text{C}) + (5.44 \cdot 10^{-10})T^3(^{\circ}\text{C})$	0.98167
	Solid	23<T<1650	$C_p = 0.54058 + (1.02 \cdot 10^{-4})T(^{\circ}\text{C}) + (1.35 \cdot 10^{-7})T^2(^{\circ}\text{C}) - (6.50 \cdot 10^{-11})T^3(^{\circ}\text{C})$	0.99645
	Liquid [78]	1650<T<1950	0.83	--
Thermal Conductivity k (W/m.K)	Powder	23<T<1650	$k = 0.9315 - 0.00339T(^{\circ}\text{C}) + (6.55 \cdot 10^{-5})T^2(^{\circ}\text{C}) - (1.41 \cdot 10^{-8})T^3(^{\circ}\text{C})$	0.9894
	Solid Parallel	23<T<1650	$k = 6.95757 + 0.00224T(^{\circ}\text{C}) + (1.69 \cdot 10^{-5})T^2(^{\circ}\text{C}) - (7.58 \cdot 10^{-9})T^3(^{\circ}\text{C})$	0.99138
	Solid Orthogonal	23<T<1650	$k = 8.23346 - 6.30 \cdot 10^{-3}T(^{\circ}\text{C}) + (1.43 \cdot 10^{-5})T^2(^{\circ}\text{C}) - (2.97 \cdot 10^{-9})T^3(^{\circ}\text{C})$	0.94678
	Liquid Metal [119]	1650<T<2700	$k = -1.6614 + 0.0183 T(^{\circ}\text{C})$	1.0

(48) Caractéristiques thermiques de la poudre et des pièces en Ti6Al4V

On remarque dans ce tableau que les caractéristiques thermiques sont dépendantes de la température sous forme de fonctions polynomiales. Les valeurs sont disponibles pour le Ti6Al4V sous forme de poudre et sous forme solide, états qui nous concernent dans le cadre de la production additive. Pour la conductivité thermique, une distinction est faite suivant l'orientation du flux thermique à savoir soit parallèlement au sens de fabrication de la pièce (verticalement dans notre cas) soit perpendiculairement au sens de fabrication de la pièce (horizontalement dans notre cas). On peut ajouter à ces informations la **masse volumique** du matériau, qui s'avère être identique sous forme solide ou en poudre et qui vaut **4430 kg/m³**, environ 60% de la densité de l'acier.

Les parois de la cuve sont en **acier inoxydable**. Nous considérerons pour ce matériau les valeurs suivantes :

 Propriétés			
Type d'acier	inox ferritique 430	inox austénitique 304	acier au carbone pour emboutissage DC06
Densité (g/cm ³)	7.7	7.9	7.7
Résistance électrique (10 ⁻⁶ Ω m)	0.6	0.72	0.22
Chaleur spécifique (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	460	500	460
Conductivité thermique (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	26	15	90
Coefficient de dilatation thermique (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	10.5	16	12
Module de Young (GPa)	220	200	215
Limite élastique (MPa)	350	280	120
Résistance mécanique (MPa)	530	650	280
Allongement sous traction (%)	26	50	40

(49) Caractéristiques thermiques et massiques des parois de la cuve de production

Après vérification du caractère non magnétique des parois, nous en concluons qu'il s'agit d'acier inox de type **austénitique**. Nous considérerons donc les valeurs ad hoc dans notre modèle numérique.

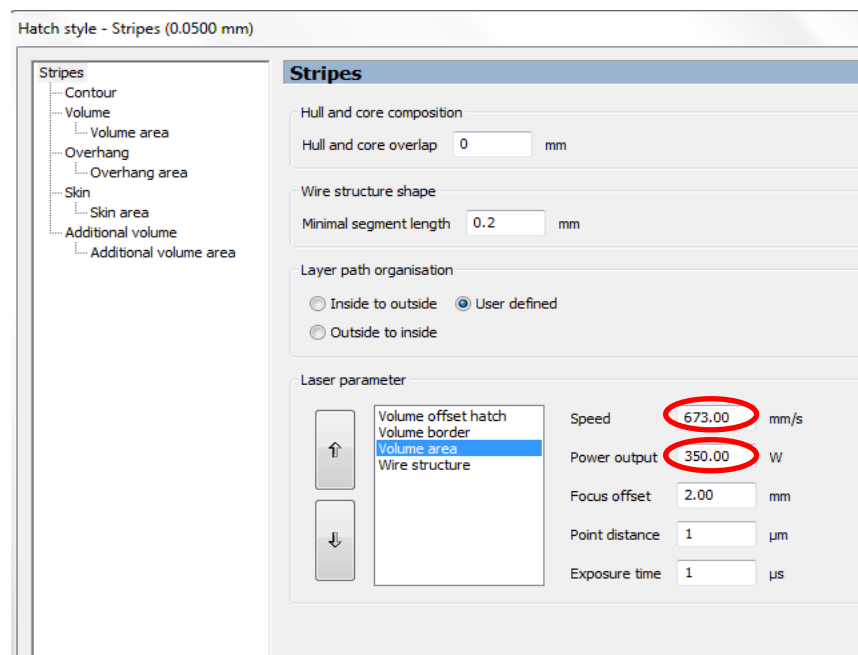
Parallèlement au phénomène de conduction thermique évident qui se passe au sein de la pièce, nous devons aussi prendre en compte la convection. Celle-ci est à considérer aussi bien sous forme de convection forcée avec le flux laminaire d'argon au niveau de la couche en cours de production que sous forme de convection naturelle avec l'air ambiant en contact avec les parois de la cuve de production. Le débit d'argon ainsi que les températures du flux et de l'ambiance mentionnés précédemment sont donc des informations utiles pour modéliser la convection dans le modèle.

Les tests préliminaires réalisés dans le cadre du projet QUALAM ont permis de tirer certaines informations dans ce sens :

- Débit du flux d'argon : 11 m³ / h
- La température du flux d'argon est de l'ordre de 35 - 40 °C
- La température ambiante voisine à la cuve est de l'ordre de 25 °C

Les paramètres de production utilisés pour les tests QUALAM sont aussi importants pour la modélisation. Ceux-ci ont été fixés aux valeurs ci- dessous :

- Puissance du laser : 350 W
- Vitesse de balayage : 673 mm/s

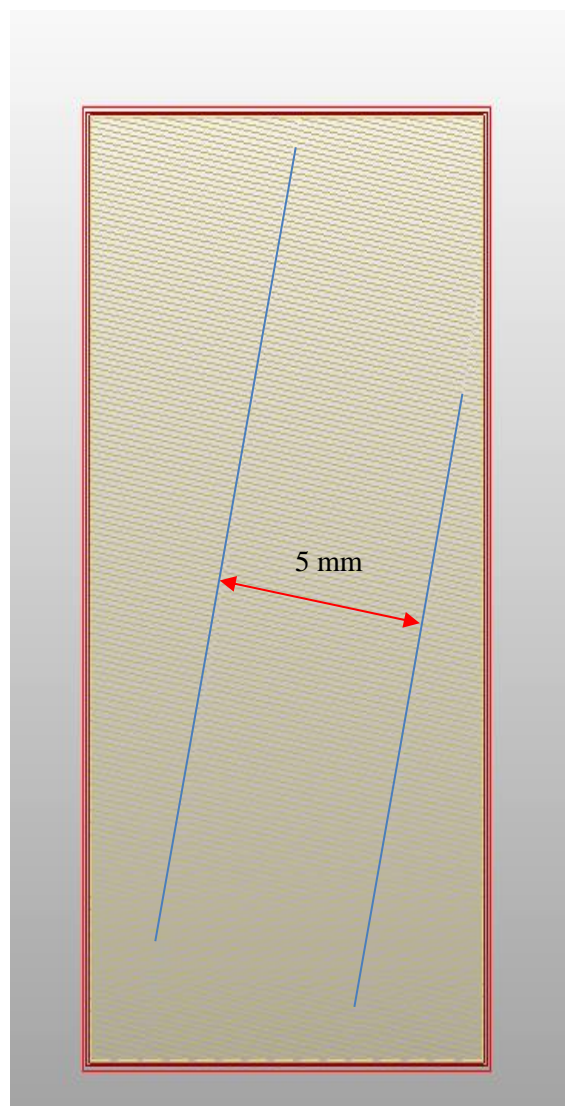
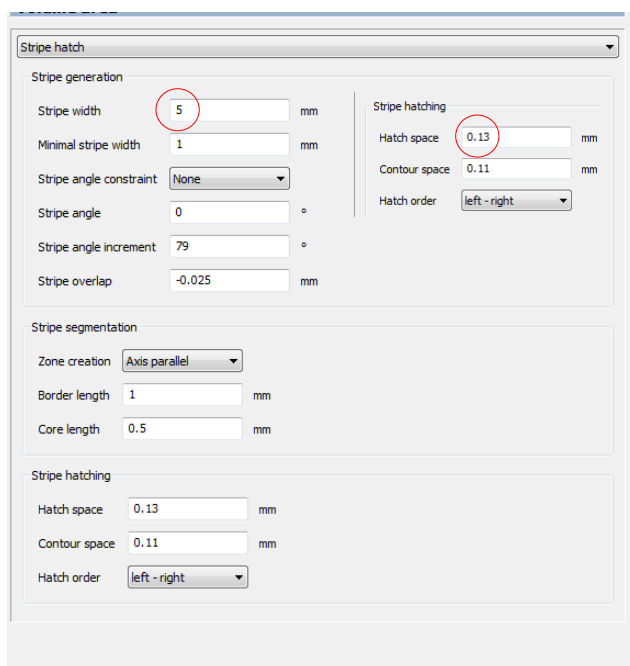


(50) Paramètres de production dans le cadre du projet QUALAM

Deux autres paramètres importants pour la modélisation sont l'épaisseur de couche de production, fixée à **50 μm** ainsi que le diamètre du faisceau laser, qui se détermine au point focal. On peut considérer pour ce genre de processus un diamètre de l'ordre de **75 μm** et que l'écart entre les cordons de soudure (**hatch space**) est de **130 μm** .

Entre deux flashing laser, un temps de refroidissement de l'ordre de **25 secondes** est prévu, période pendant laquelle la poudre est appliquée.

Comme expliqué précédemment, le balayage est optimisé par soucis de qualité de production. Celui-ci est paramétré de sorte à d'abord fusionner la poudre sur les contours de la surface à balayer. Ensuite, le laser travaille par bandes (stripes), de largeur de quelques mm, qu'il balaye successivement. Ces bandes ont un angle déterminé et constant pour une même couche mais est variable de couche en couche.



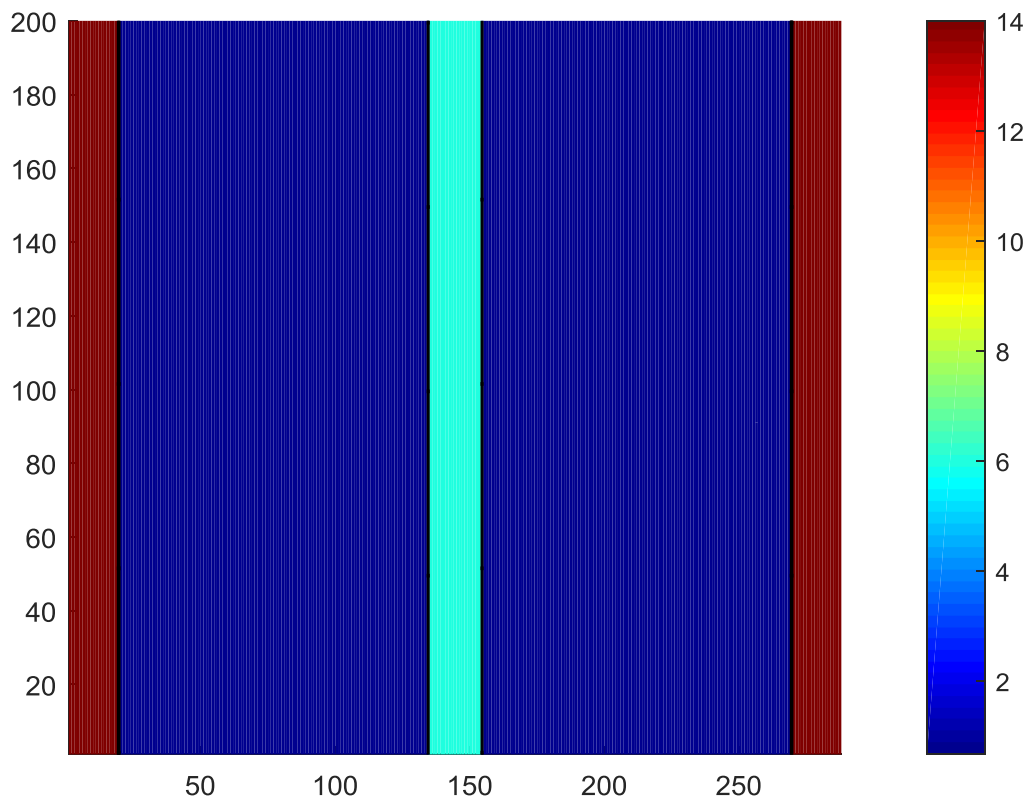
(51) Stratégie de balayage en « stripes »

4 MODELISATION NUMERIQUE DU PROCEDE SLM

4.1 Discrétisation du domaine

Pour rappel, l'objectif de la modélisation par éléments finis est de calculer le champ de températures (2D) existant dans la pièce en fabrication à un certain moment déterminé. L'apport d'énergie se fait au moyen du laser et une condition limite est le plateau qui est maintenu à température (95 °C).

Le domaine à discrétiser sera toutefois plus large que la pièce elle-même car la poudre, bien que faiblement conductrice, ainsi que les parois jouent un rôle sur la distribution de températures finale.



(52) Discrétisation du domaine de production pour la pièce modèle RECTANGLE

On remarque sur la *figure (52)* ci-dessus que l'axe vertical comprend **200 éléments**. Nous avons défini des éléments carrés, à 4 nœuds de taille **1 x 1 mm**. Ces dimensions peuvent être bien entendu modifiées afin d'affiner le maillage du domaine. La hauteur du domaine vaut donc **200 mm**, dimension caractérisant chacune de nos pièces modèles. La pièce représentée au centre du domaine est la pièce modèle de type **RECTANGLE** avec une largeur de **20 mm**. Les **parois** sont modélisées au moyen de **19 éléments**. Le code a été réalisé pour qu'en cas de changement de taille des éléments, les dimensions des différents composants du domaine analysé restent conformes aux dimensions réelles.

Au niveau de la **largeur**, nous avons divisé le domaine en **288 éléments** de 1 mm. Il s'agit de la largeur de la cuve de production (inclus les parois). La figure précédente montre **la répartition du champ de coefficients de conduction thermique** pour chaque élément. On voit clairement que les parois sont les plus conductrices (avec un $\lambda = 15$) et que la poudre de titane est quasi isolante (avec un $\lambda = 0,66$) par rapport à la pièce en fabrication (avec un $\lambda = 7,32$). Ces valeurs ont été calculées sur base d'une température homogène sur tout le domaine identique à celle du plateau (95 °C).

A titre informatif, contrairement aux us et coutumes mathématiques, l'axe vertical représentant la HAUTEUR est l'axe des X et l'axe horizontal illustrant la largeur de la cuve est l'axe des Y. Cette information peut être utile afin de comprendre le code

```
% RECTANGLE
```

```
largeur_piece = 20 ; % largeur pièce (rectangulaire) à fabriquer(mm)
largeur_parois = 19 ; % épaisseur des parois(mm)

nb_elm_titane = largeur_piece / layer ; % nombre d'éléments de la pièce (r
nb_elm_poudre = (nely - nb_elm_titane) / 2 ; % nombre d'éléments de poudre
nb_elm_parois = largeur_parois / layer ; % nombre d'éléments composants ch

lambda(1:nely,1:nelx) = lambda_titane ; % initialisation du domaine : tout
lambda(1:nb_elm_poudre,1:nelx) = lambda_poudre ; % partie droite du domain
lambda(nely-nb_elm_poudre+1:nely,1:nelx) = lambda_poudre ; % partie gauche
lambda(1:nb_elm_parois,1:nelx) = lambda_parois ; % partie droite (19 mm) d
lambda(nely-nb_elm_parois+1:nely,1:nelx) = lambda_parois ; % partie gauche
```

MATLAB ci-après qui illustre comment le domaine a été partitionné :

(53) Calcul de la matrice des « lambdas » pour le RECTANGLE sous MATLAB

Les coefficients de conduction thermique (calculés pour chaque élément séparément) sont dépendants de la température. Cette dépendance engendre deux difficultés majeures. Tout d'abord, le champ de températures se calcule sur les nœuds (**un seul degré de liberté** par nœud) et non au niveau de l'élément même. Il faudra donc trouver un moyen cohérent pour déterminer la température caractéristique de l'élément permettant de calculer son coefficient λ . L'autre problème est que le champ de température évolue de manière discrète tout au long de la modélisation et donc que le champ des λ doit a priori être « rafraîchi » à chaque nouveau calcul du champ de températures. Nous verrons en fin de rapport comment ces deux difficultés ont été contournées.

```
% CARACTERISTIQUES THERMIQUES DES MATERIAUX
```

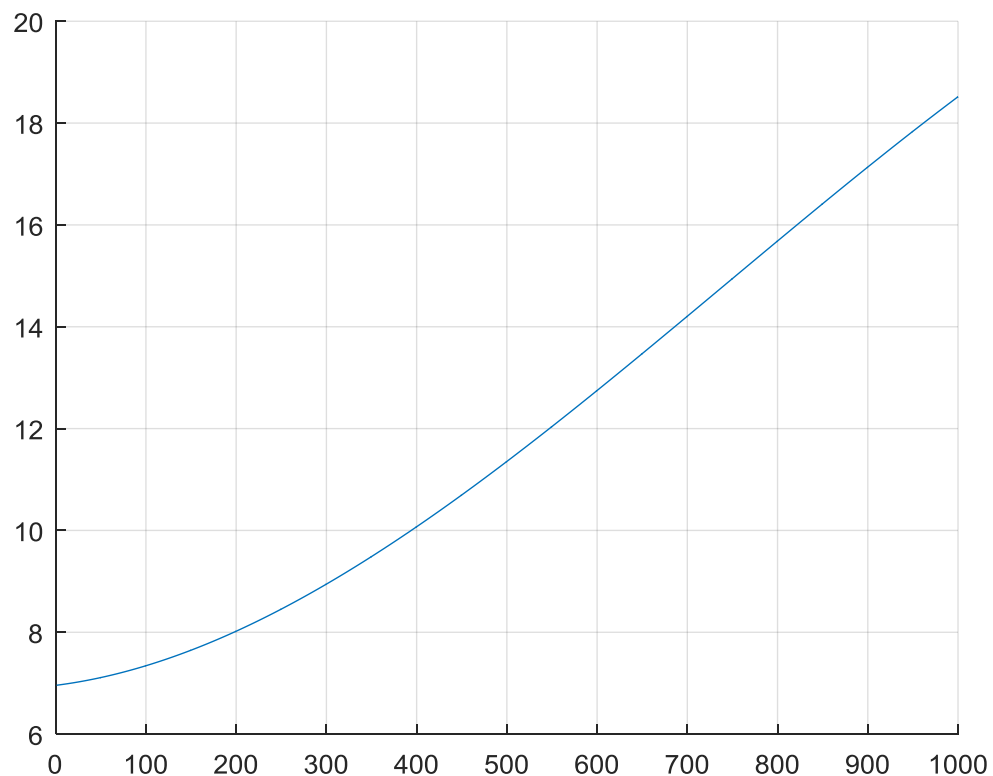
```
lambda_titane = 6.95757+0.00224*T_plaque+(1.69E-5)*T_plaque^2-(7.58E-9)*T_plaque^3 ;
lambda_poudre = 0.9315-0.00339*T_plaque+(6.55E-6)*T_plaque^2-(1.41E-9)*T_plaque^3 ;
lambda_parois = 15 ; % (W/m.°C)
```

(54) Calcul des « lambdas » en fonction de la température par matériaux sous MATLAB

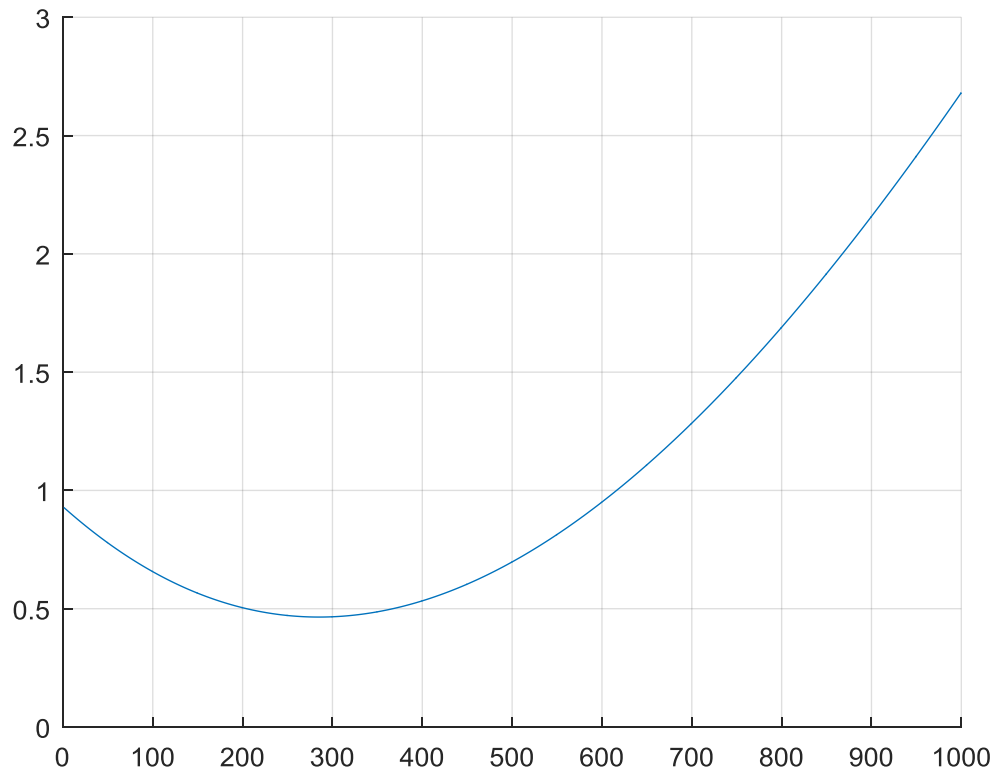
Le code repris ci-dessus montre les fonctions polynomiales utilisées pour le calcul des coefficients de conductivité thermique en fonction de la température. Comme expliqué précédemment, 2 formules distinctes existent suivant l'orientation du flux thermique. Nous avons opté pour la formule correspondante à un flux **parallèle** à la direction de production de la pièce. En effet, nous verrons plus tard via le modèle que le flux part de la couche en production, au niveau de laquelle le laser est appliqué, vers le plateau de fabrication maintenu à température. Ceci est de plus intuitivement cohérent de par la configuration du domaine et le positionnement des charges thermiques et des conditions limites.

Un raisonnement similaire peut être fait pour la capacité thermique massique pour laquelle le code devra également tenir compte au final de la variation de cette caractéristique par rapport à la température.

Afin de visualiser la tendance des coefficients de conduction thermique par rapport à la température, nous avons tracé les polynômes correspondants :



(55) Tracé du coefficient de conduction thermique du titane en fonction de la température



(56) Tracé du coefficient de conduction thermique de la poudre en fonction de la température

Nous remarquons que **le lambda du titane augmente sensiblement et rapidement avec la température**. Il devient donc de plus en plus conducteur au fur et à mesure que la température augmente. Il faudra donc tenir compte de cette évolution dans le modèle. Au niveau du lambda de la poudre, on voit tout d'abord une diminution du lambda pour ensuite augmenter de nouveau, en passant par un minimum aux alentours des 280 °C. L'influence de la température sur cette caractéristique thermique de la poudre est donc à considérer également sous peine de fausser le modèle.

Nous avons vu précédemment la discrétisation 2D de la première pièce modèle à savoir le RECTANGLE ainsi que la répartition élément par élément des valeurs lambda dans ce domaine suivant le matériau à considérer. Il est donc évidemment nécessaire de faire cette même démarche avec les 2 autres pièces à savoir la PYRAMIDE et le « Y ».

Pour la pyramide, il a été nécessaire de tenir compte du rétrécissement au fur et à mesure que la production avance, sous un angle de 3° de part et d'autre de la pièce. Ce calcul est entouré dans le *code* (57). La distribution des valeurs lambda pour la PYRAMIDE est illustrée par la *figure* (58).

```

if FORME == 2 % PYRAMIDE

largeur_haut_piece = 20 ; % largeur en partie haute pièce (pyramide) à fabriquer (mm)
nb_elm_titane_haut_piece = largeur_haut_piece/layer ; % nb d'éléments en partie haute

for i = 1:1:nelx

    nb_elm_titane_pyramide = round(tand(3)*(nelx-i))+ nb_elm_titane_haut_piece/2 ;

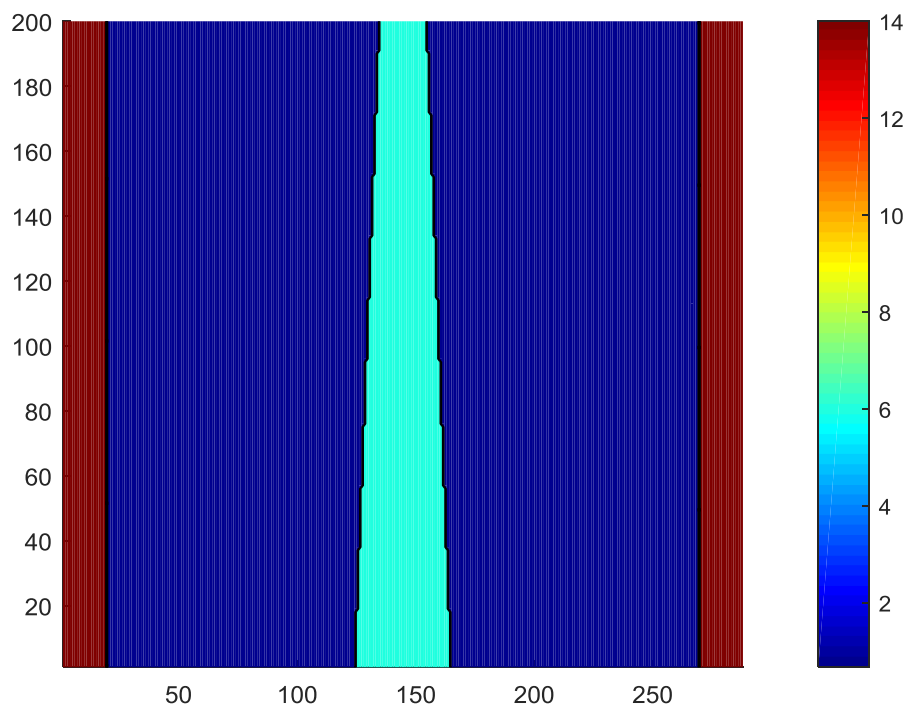
    lambda(1:nely,i) = lambda_poudre ; % initialisation de la couche : poudre sur t
    lambda(nely/2+1:nely/2+nb_elm_titane_pyramide,i) = lambda_titane ; % partie cen
    lambda(nely/2-nb_elm_titane_pyramide+1:nely/2,i) = lambda_titane ; % partie cen

end

end
end

```

(57) Calcul de la matrice des « lambdas » pour la PYRAMIDE sous MATLAB



(58) Discrétisation du domaine de production pour la pièce modèle PYRAMIDE

```

if FORME == 3 % Y
    % partie basse Y

    largeur_bas_piece = 20 ; % largeur bas de la pièce (Y) à fabriquer (mm)
    hauteur_bas_piece = 50 ; % hauteur bas de la pièce (Y) à fabriquer (mm)

    nb_elm_titane_bas_piece = largeur_bas_piece / layer ; % nombre d'éléments bas de la pièce (Y) à fabriquer (mm)
    nb_elm_poudre_bas_piece = (nely - nb_elm_titane_bas_piece) / 2 ; % nombre d'éléments de poudre de part et d'autre
    nb_elm_hauteur_bas_piece = hauteur_bas_piece / layer ; % nombre d'éléments hauteur partie basse de la pièce (Y)

    lambda(1:nb_elm_poudre_bas_piece,1:nb_elm_hauteur_bas_piece) = lambda_poudre ; % partie droite du domaine avec de
    lambda(nely-nb_elm_poudre_bas_piece+1:nely,1:nb_elm_hauteur_bas_piece) = lambda_poudre ; % partie gauche du domai

    % partie haute Y

    nb_elm_titane_Y = nb_elm_titane_bas_piece/2 ;

    for i = nb_elm_hauteur_bas_piece+1:1:nely

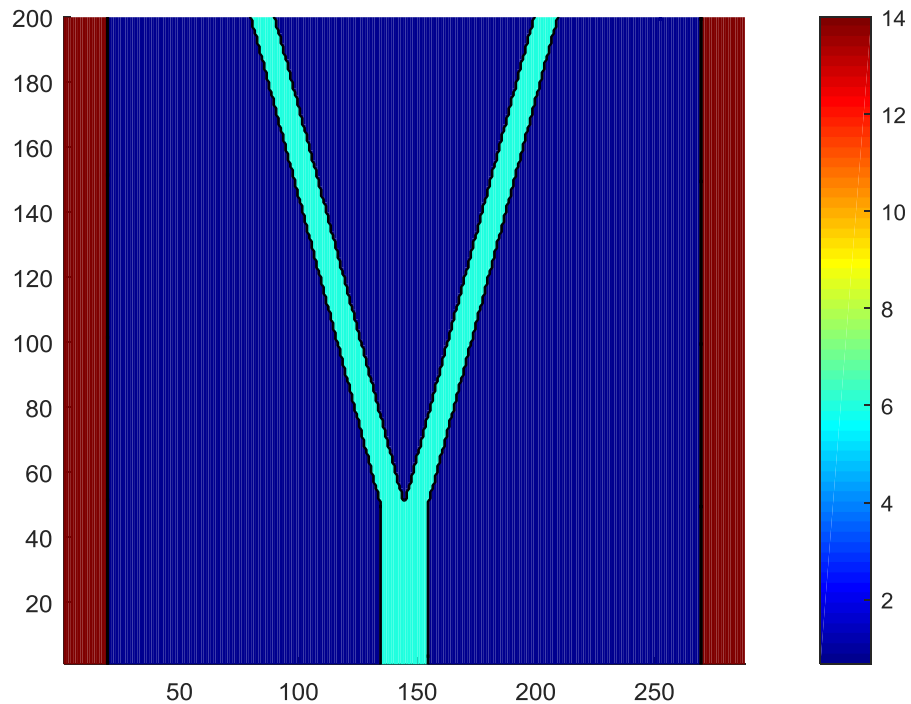
        nb_elm_poudre_interieur_Y = round(tand(20)*(i-nb_elm_hauteur_bas_piece)) ;

        lambda(1:nely,i) = lambda_poudre ; % initialisation de la couche : poudre sur toute la couche
        lambda(nely/2+nb_elm_poudre_interieur_Y+1:nely/2+nb_elm_poudre_interieur_Y+nb_elm_titane_Y,i) = lambda_titane ;
        lambda(nely/2-nb_elm_poudre_interieur_Y-nb_elm_titane_Y+1:nely/2-nb_elm_poudre_interieur_Y,i) = lambda_titane ;

    end
end
end

```

(59) Calcul de la matrice des « lambdas » pour le Y sous MATLAB



(60) Discrétisation du domaine de production pour la pièce modèle Y

Quant à la pièce modèle nommée Y, il a été nécessaire de diviser en 2 parties la zone à discrétiser : la partie basse de 50 mm de hauteur et la partie haute divisée en 2 bras obliques symétriques. Le code illustrant cette subdivision est repris en *code (59)* et la distribution des coefficients de transmission thermique pour cette pièce modèle, intégrée dans la cuve de production, est illustrée en *figure (60)* ci-avant.

Il est opportun de rappeler, pour la bonne compréhension de l'analyse du problème, que les 3 distributions de coefficients de conductivité thermique illustrés précédemment correspondent aux 3 pièces modèles, pour chacune desquelles sont représentées les 3 zones de conductivité différente à savoir l'acier inoxydable, le titane et la poudre. Pour ces deux derniers, la conductivité est fonction de la température et a été représentée sur les graphiques précédents pour une température de référence de 95 °C. Il s'agit là d'une simplification temporaire évitant de complexifier le code pendant son élaboration. Il faudra impérativement, d'une façon ou une autre, tenir compte de ce caractère variable en fin de code car il est évident que les températures générées au sein des pièces sont élevées et modifient sensiblement la conductivité du titane (solide ou en poudre).

Les domaines explicités ci-avant représentent l'encombrement (2D) de la **pièce finie** noyée dans la poudre et comprise entre les parois de la cuve de production. Etant donné que nous désirons modéliser le champ de températures à un certain moment donné de la production de la pièce, nous avons intégré une partie de code qui simule un **pourcentage de production de la pièce**. On a intégré, de manière similaire à ce qui se fait dans le domaine de **l'optimisation topologique**, la notion de **densité** au sein des éléments. Comme illustré dans le *code (61)* ci-dessous, nous assignons une densité égale à 1 (pleine) aux éléments qui ont déjà été produits et une densité nulle (vide) aux éléments encore à produire. Ces derniers éléments ne joueront aucun rôle dans les divers calculs de la simulation numérique pour le niveau de production en cours de calcul. La température des nœuds correspondants à ces éléments sera nulle au niveau de la représentation du champ de températures dans le domaine 2D global.

```
%% ETAT D'AVANCEMENT DE LA PRODUCTION

nelx_piece = round (nelx * RATIO_PIECE / 100) ;

x(1:nely,1:nelx_piece) = 1 ; % partie déjà produite
x(1:nely,nelx_piece+1:nelx) = 0 ; % partie pas encore produite
```

(61) Calcul de l'état d'avancement de la production sous MATLAB

L'épaisseur n'est pas prise en compte dans la discrétisation 2D du domaine mais jouera un rôle important dans le calcul des matrices caractéristiques et dans la charge thermique appliquée. En effet, comme vu en théorie, les matrices thermiques et le vecteur de charge sont calculées au moyen d'intégrales volumiques, d'où l'influence inévitable du paramètre « épaisseur ». Nous reparlerons plus en détail de l'épaisseur par la suite. Cette discrétisation 2D est donc une modélisation **d'une coupe centrale de la cuve de production**. Cette modélisation 2D de la cuve a pour inconvénient principal de négliger les effets de convection naturelle sur 2 des 4 parois de la cuve. Il sera donc intéressant de vérifier l'impact de la convection naturelle sur le modèle pour en estimer l'importance de l'erreur.

Pour les pièces RECTANGLE et Y, l'épaisseur des pièces vaut **10 mm** tandis que pour la pièce PYRAMIDE, elle est variable en partant de 10 mm sur la partie haute et en s'élargissant sous un angle de 3° de part et d'autre de la pièce. Une matrice a été créée afin de stocker les valeurs des épaisseurs des pièces et réutiliser ses éléments dans les calculs divers ultérieurs.

```
%% EPAISSEUR DES PIECES MODELES

t_ref = 10 ; % (mm)

t(1:nely,1:nelx) = 0 ; % initialisation de la matrice des épaisseurs

if FORME == 1 % RECTANGLE

    t(1:nely,1:nelx) = t_ref ; % matrice des épaisseurs de pièce (RECTANGLE)

end

if FORME == 3 % Y

    t(1:nely,1:nelx) = t_ref ; % matrice des épaisseurs de pièce (Y)

end

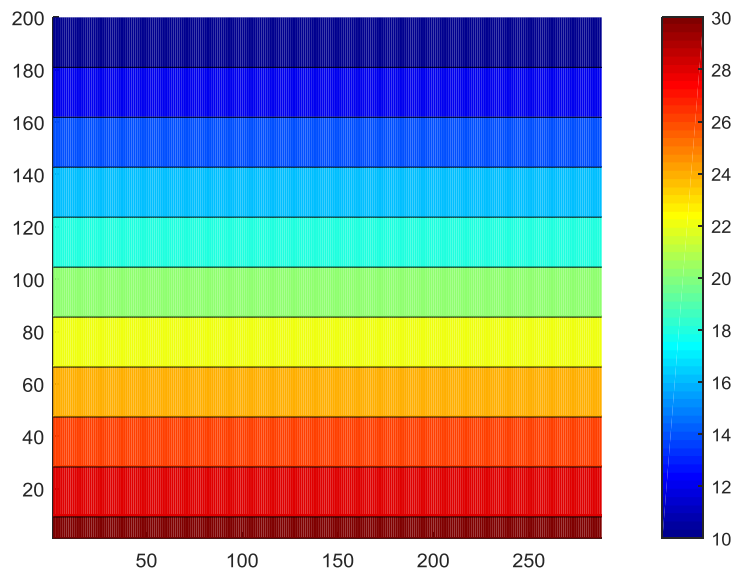
if FORME == 2 % PYRAMIDE

    for i = 1:1:nelx

        t(1:nely,i) = tand(3)*(nelx-i)*2 + t_ref ; % remplissage matrice des ép

    end

end
```

(63) Représentation de la matrice des épaisseurs (mm) pour la pièce PYRAMIDE

Afin d'être complètement exact dans la modélisation, il est normalement nécessaire de considérer comme épaisseur de chaque élément fini l'ensemble des épaisseurs composé de l'épaisseur de la pièce + épaisseur de la poudre + épaisseur des parois. Ceci n'est pas possible en modélisation 2D et ne peut être considéré qu'en 3D. Le fait de prendre uniquement l'épaisseur de la pièce en titane nous a semblé toutefois judicieux car c'est la pièce elle-même qui va jouer un rôle plus prépondérant dans les transferts thermiques existants. En effet, les charges laser sont appliquées sur celle-ci et la poudre entourant la pièce est fortement isolante. Nous devons donc accepter qu'il s'agisse là d'une simplification inévitable au caractère simplifié de notre modèle 2D.

4.2 Conduction en régime stationnaire

Dans la modélisation numérique du processus SLM, nous avons opté par commencer à modéliser les échanges thermiques en régime stationnaire. Ces calculs ne correspondent pas à la réalité mais nous permettent de mettre en place les fondements de la modélisation et de vérifier au fur et à mesure l'encodage Matlab de celle-ci. Certaines conclusions intéressantes pourront de plus en être tirées.

En ce qui concerne tout d'abord le plateau (qui est dans le même matériau que la pièce à savoir le titane dans notre cas de figure), il est chauffé et maintenu à température constante lors du processus de production. Nous modéliserons ce plateau comme condition limite en température imposée. Cette dernière peut être différente suivant les pièces produites mais dans le cadre des essais QUALAM, elle a été fixée à **95 °C**.

Etant donné que cette température est considérée constante, une simplification peut donc être prise en compte dans l'expression du calcul du champ de températures. Nous parlerons plus en détail de ce point ultérieurement. Les éventuels échanges de chaleur par conduction qui ont lieu au travers du plateau, via les vis et axes qui permettent le mouvement vertical du plateau, ne sont pas à considérer. De même, l'éventuelle convection existante derrière le plateau ne doit pas être modélisée. En effet, le fait d'imposer une condition limite à une surface du volume analysé nous évite d'étudier les phénomènes qui permettent d'imposer cette condition. Ceci est une bonne chose vu la complexité de ces phénomènes au niveau du plateau. Le fait que le plateau soit en titane n'est pas exploité non plus dans le modèle vu l'imposition des températures sur celui-ci. En pratique, il est évident que des transferts se font au travers de ce plateau vers des zones diverses de la machine SLM.

```
%% DETERMINATION DES NOEUDS FIXES / LIBRES

largeur_joint = 1 ; % largeur joint entre plateau et paroi (mm)
nb_elm_joint = largeur_joint / layer ; % nombre d'éléments composants le joint

alldofs = [1:(nely+1)*(nelx+1)] ; % tous les DOFs
fixeddofs = (nb_elm_parois+nb_elm_joint+1:nely-nb_elm_parois-nb_elm_joint+1) ;
freedofs = setdiff(alldofs,fixeddofs) ; % DOFs libres à calculer

% CONDITIONS LIMITES (EN TEMPERATURE) SUR LARGEUR DU PLATEAU DE FABRICATION

T(fixeddofs,:) = T_plaque ;
```

(64) Imposition des conditions limites en température sous MATLAB

On remarque dans ce code que les conditions limites ont bel et bien été appliquées sur les nœuds correspondant au plateau de fabrication en s'assurant bien de laisser libres les nœuds des parois et des joints d'étanchéité latéraux.

Au niveau de l'application de la puissance laser, nous avons fixé la puissance totale apportée par le laser à **350 W**, comme prévu dans les paramètres des tests QUALAM. La différence suivant la pièce fabriquée est la puissance attribuée à chaque élément concerné par le flashage laser. Nous diviserons donc la puissance totale par le nombre d'éléments concernés. Cette puissance laser élémentaire sera répartie équitablement sur les 2 nœuds de l'élément situés sur la surface limite du domaine à savoir la couche en production. La difficulté la plus importante est de localiser efficacement les degrés de liberté, soumis à cette charge dans le domaine global, qui sont dépendants de l'état d'avancement de la production.

```

if FORME == 3 % Y
charge_therm_elm = charge_therm_totale / (nb_elm_titane_Y*2) ; % puissance par élément apportée p

if nelx_piece > nb_elm_hauteur_bas_piece

nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece = round(tand(20)*(nelx_piece-nb_elm_hauteur_bas_piece)) ;

else

nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece = 0 ;

end

[dofs_source_milieu_droite] = finddofs (nelx_piece,nely/2+nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece+1
[dofs_source_gauche_droite] = finddofs (nelx_piece,nely/2+nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece+1
[dofs_source_droite_droite] = finddofs (nelx_piece,nely/2+nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece+n

[dofs_source_milieu_gauche] = finddofs (nelx_piece,nely/2-nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece-n
[dofs_source_gauche_gauche] = finddofs (nelx_piece,nely/2-nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece-n
[dofs_source_droite_gauche] = finddofs (nelx_piece,nely/2-nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece,[

if nb_elm_poudre_interieur_Y_nelx_piece == 0

P_LASER(dofs_source_milieu_droite,1) = charge_therm_elm ; % charge elementaire sur noeuds sou
P_LASER(dofs_source_milieu_gauche,1) = charge_therm_elm ; % charge elementaire sur noeuds sou
P_LASER(dofs_source_droite_droite,1) = charge_therm_elm / 2 ; % demi-charge elementaire sur noe
P_LASER(dofs_source_gauche_gauche,1) = charge_therm_elm / 2 ; % demi-charge elementaire sur noe

else

P_LASER(dofs_source_milieu_droite,1) = charge_therm_elm ; % charge elementaire sur noeuds sourc
P_LASER(dofs_source_gauche_droite,1) = charge_therm_elm / 2 ; % demi-charge elementaire sur noe
P_LASER(dofs_source_droite_droite,1) = charge_therm_elm / 2 ; % demi-charge elementaire sur noe

P_LASER(dofs_source_milieu_gauche,1) = charge_therm_elm ; % charge elementaire sur noeuds sourc
P_LASER(dofs_source_gauche_gauche,1) = charge_therm_elm / 2 ; % demi-charge elementaire sur noe
P_LASER(dofs_source_droite_gauche,1) = charge_therm_elm / 2 ; % demi-charge elementaire sur noe

end

end
end

```

(65) Encodage des charges laser pour pièce Y sous MATLAB

En régime stationnaire, la puissance du laser et le nombre d'éléments sur lesquels est appliquée cette puissance suffisent pour la modélisation des charges laser. On remarque bien dans le *code* (65) ci-dessus que la charge laser par élément est appliquée équitablement sur chacun des 2 nœuds périmétriques de l'élément.

En régime transitoire, nous devons en plus tenir compte d'autres paramètres tels que la vitesse de balayage laser, l'épaisseur de la pièce au niveau de la couche de production, l'écart du faisceau laser, etc. Ceux-ci détermineront les temps d'application du laser par couche, paramètre essentiel pour la discrétisation temporelle en régime transitoire.

La forme intégrale faible discrétisée illustrée par la *formule F24* est la loi qui permet de calculer, au moyen de la méthode des éléments finis, la matrice caractérisant le champ des températures des nœuds libres. Il s'agit d'une expression simplifiée dans le sens où les conditions limites restent fixes tout au long du calcul. Cette expression a été encodée en Matlab sous la forme :

```
%% CALCUL DU CHAMP DE TEMPERATURE
```

```
T(freedofs,:) = K(freedofs,freedofs)\(P(freedofs,:)-K(freedofs,fixeddofs)*T(fixeddofs,:)) ;
```

(66) Encodage de la forme intégrale faible discrétisée sous MATLAB

En régime stationnaire, il est donc possible de calculer directement, avec un seul calcul matriciel et sans aucune itération, le champ de températures résultant de l'application d'un laser à une certaine puissance et sur certains nœuds bien définis combiné à l'imposition de températures constantes limites, situées au niveau du plateau de fabrication dans notre cas. Pour atteindre cet état final stationnaire, il faut que le processus soit appliqué un temps théoriquement infini, ce qui ne correspond pas à la réalité du processus car les charges thermiques du laser sont extrêmement courtes. Comme déjà dit précédemment, le modèle en régime stationnaire est un tremplin pour modéliser le régime transitoire ultérieurement.

Afin de calculer le vecteur $\{T_L\}$, nous nécessitions les vecteurs de charge thermique (à ce stade uniquement la puissance laser), le vecteur de températures imposées ainsi que la matrice de conductivité thermique K. Nous avons déjà expliqué l'encodage en Matlab de ces deux vecteurs précédemment dans ce chapitre. La matrice K doit quant à elle encore être assemblée à partir des matrices de conductivité thermique élémentaires, comme expliqué dans la partie théorique.

```
% MATRICE DE CONDUCTIVITE THERMIQUE ELEMENTAIRE ( / t & lambda)
```

```
KE = [ 2/3  -1/6  -1/3  -1/6;
      -1/6   2/3  -1/6  -1/3;
      -1/3  -1/6   2/3  -1/6;
      -1/6  -1/3  -1/6   2/3];
```

(67) Encodage de la matrice de conductivité thermique élémentaire sous MATLAB

La matrice KE élémentaire ci-dessus a été calculée au moyen des intégrales vues au chapitre théorique, en considérant le volume et la surface d'un élément-même et en exploitant les simplifications de calcul apportées par la transformation des éléments carrés (à 4 nœuds & 4 degrés de liberté) en éléments isoparamétriques. Chaque élément de la matrice est aisément calculable au moyen d'outils mathématiques on-line (par exemple <http://www.wolframalpha.com/>). Il s'agit de la matrice de conductivité thermique élémentaire à un facteur multiplicatif près. Ce dernier comprend l'épaisseur (t) ainsi que la valeur lambda de l'élément. On tiendra compte de ce facteur dans l'assemblage.

Le code d'assemblage de la matrice **K** globale est décrit ci-dessous :

```
% ASSEMBLAGE DE LA MATRICE DE CONDUCTIVITE GLOBALE

I = zeros(nelx*nely*16,1);
J = zeros(nelx*nely*16,1);
X = zeros(nelx*nely*16,1);
U = zeros((nely+1)*(nelx+1),1);

ntriplets = 0;

for elx = 1:nelx
    for ely = 1:nely
        n1 = (nely+1)*(elx-1)+ely ;
        n2 = (nely+1)* elx +ely ;
        edof = [n1 n2 n2+1 n1+1] ;

        xval = x(ely,elx);
        lambdaval = lambda(ely,elx);

        for krow = 1:4
            for kcol = 1:4
                ntriplets = ntriplets+1;
                I(ntriplets) = edof(krow);
                J(ntriplets) = edof(kcol);

                X(ntriplets) = xval*lambdaval*t/1000*KE(krow,kcol);

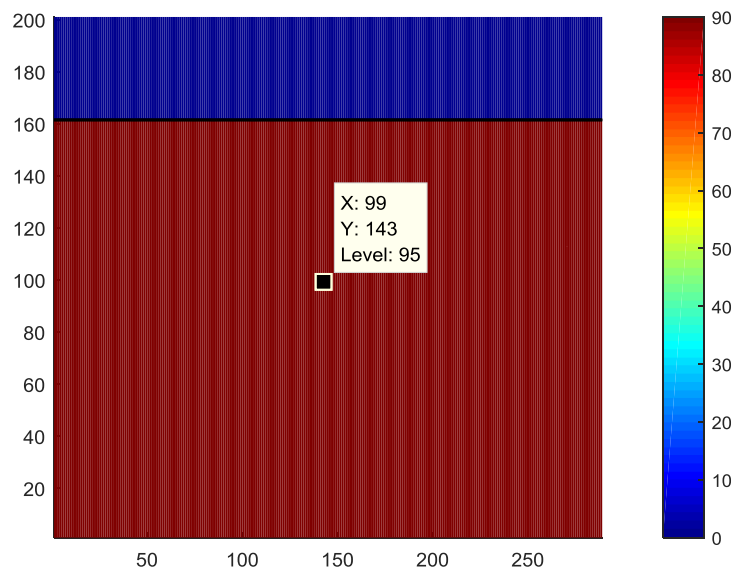
            end
        end
    end
end

K = sparse(I,J,X,(nelx+1)*(nely+1),(nelx+1)*(nely+1));
```

(68) Assemblage de la matrice de conductivité thermique globale sous MATLAB

Ce dernier intègre la densité des éléments, la valeur du coefficient de conductivité thermique et l'épaisseur de ceux-ci. La matrice **KE** est identique pour tous les éléments du domaine discrétisé car ils ont tous la même taille, même forme et mêmes fonctions de forme.

Afin de vérifier l'efficacité du modèle, nous allons tout d'abord lancer un premier calcul avec uniquement les conditions limites et sans aucune application de charge laser :

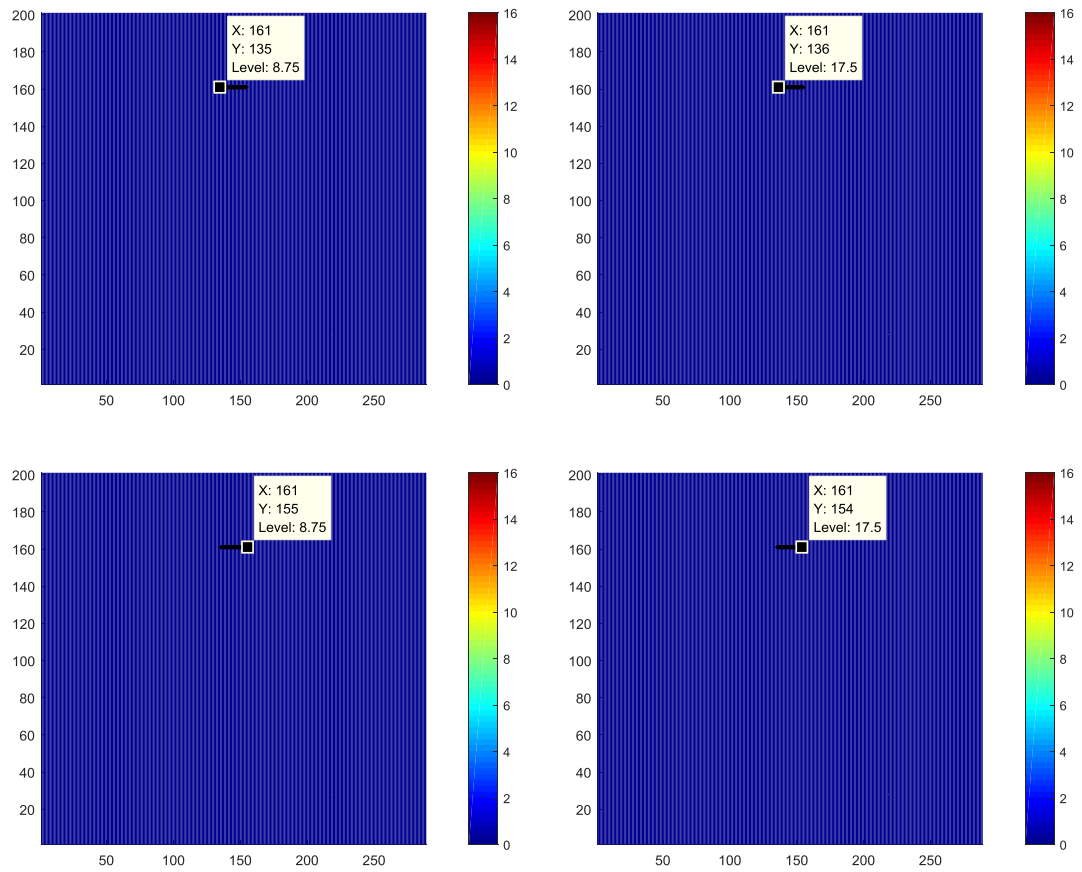


(69) Champ de températures sans charges thermiques sous MATLAB

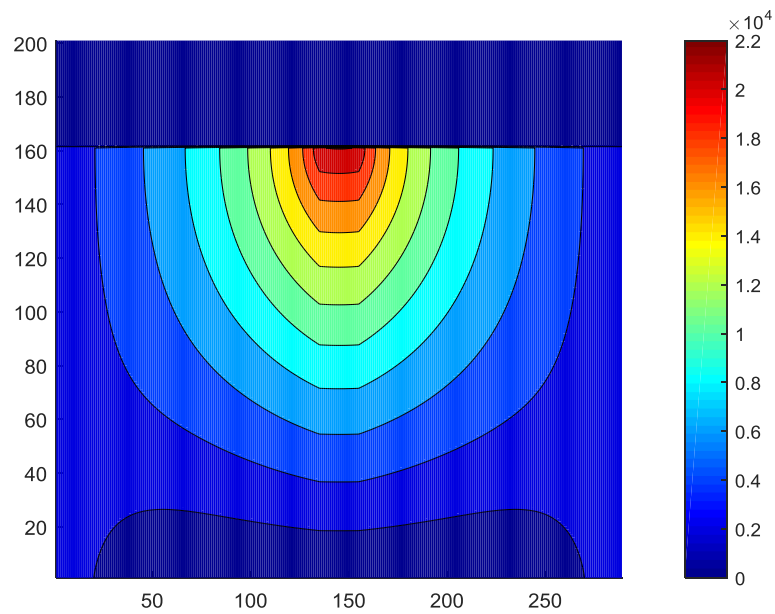
Nous obtenons un champ de températures homogène à 95°C, température du plateau chauffé. Ceci est le cas quel que soit le pourcentage de fabrication demandé et la pièce modèle testée. Ceci valide dans un premier temps la fiabilité du modèle encodé pour les différentes pièces en ce qui concerne la simulation de la conductivité thermique. En réalité ce champ de températures est théorique car en pratique les phénomènes de convection perturbent cette homogénéité, surtout en périphérie du domaine.

Nous allons maintenant lancer les simulations pour un niveau de production de 80 % (par exemple) pour la pièce rectangulaire. Sur les *figures (70)* ci-après, nous retrouvons 4 figures Matlab montrant les valeurs des puissances appliquées sur certains nœuds caractéristiques.

L'image supérieure gauche nous donne une charge de 8,75 W sur le nœud extrême gauche 135. L'image de droite nous donne le nœud 136 avec le double de puissance (17,5 W). Cette puissance est appliquée sur chaque nœud jusqu'au nœud 154 pour finalement valoir de nouveau 8,75 W sur le dernier nœud de droite (155). Il y a donc bien 21 nœuds correspondants à 20 éléments de 1 mm ce qui nous donne la largeur de la pièce (20 mm). On remarque aussi qu'ils sont bien symétriques et que la somme des puissances nodales nous donne 350 W, puissance du laser. Les extrémités de la charge valent bien la moitié des charges centrales qui sont en fait une superposition des charges nodales adjacentes. Ceci nous confirme bien que pour cette pièce, l'encodage des charges en Matlab est correct. Cette même vérification a été réalisée pour différents pourcentages de fabrication et pour l'ensemble des trois pièces et les résultats sont concluants pour l'ensemble des vérifications.



(70) Vérification des charges laser en grandeur et position sous MATLAB



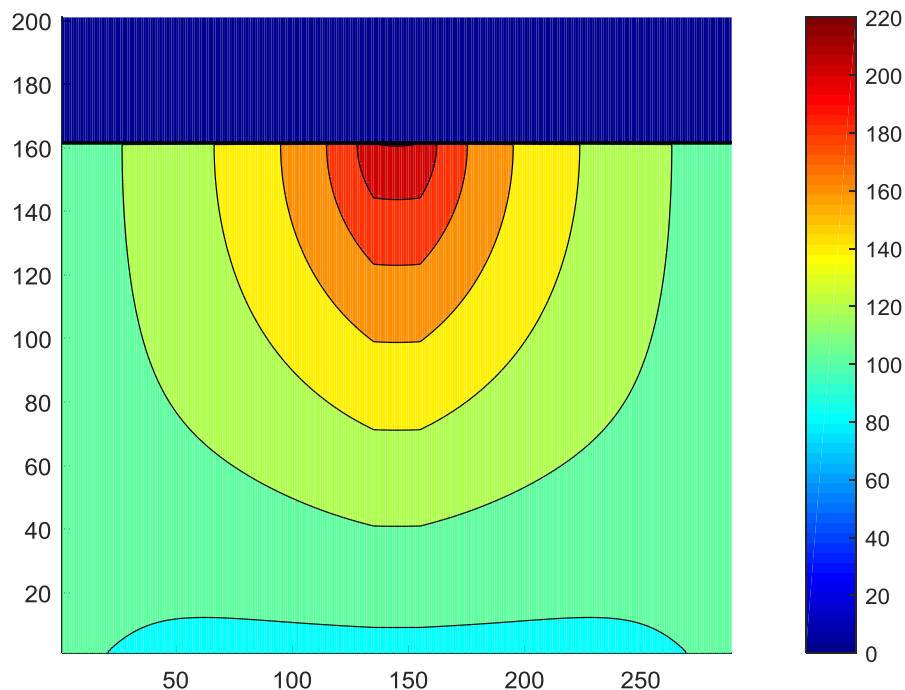
(71) Champ de températures du RECTANGLE avec charge laser 350 W sous MATLAB

Nous obtenons pour cette même simulation (80% et 350 W) le champ de températures illustré ci-dessus à la *figure (71)*. On peut interpréter ce résultat comme un champ de températures obtenu à partir d'une pièce produite à 80%, que l'on a laissé refroidir (suffisamment longtemps) jusqu'à obtenir un champ de températures homogène de 95°C et à laquelle a été appliquée ensuite une puissance laser de 350 W pendant une durée suffisamment longue (en théorie infinie) pour atteindre un équilibre en température. Les conditions limites sont maintenues constantes à 95°C.

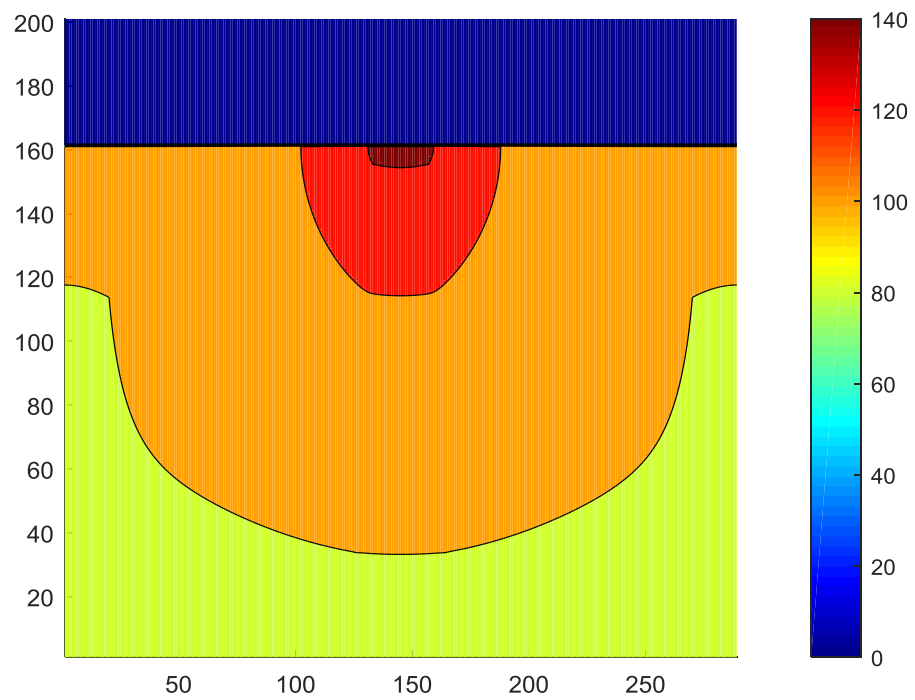
On remarque des températures maximales énormes, ne correspondant pas du tout à la réalité pratique. Ceci est bien entendu dû au fait que la puissance laser est appliquée en pratique de manière très brève contrairement au modèle qui travaille sur une période infinie. L'énergie apportée est donc très importante en comparaison des cas réels d'où des résultats totalement irréalistes au niveau des températures.

Une autre limitation de ce modèle est que les coefficients de conductivité thermique sont considérés constants et non dépendants de la température variable en chaque point du domaine. En effet et malheureusement, comme le calcul en stationnaire ne comporte qu'un et un seul calcul FEM, il nous est intrinsèquement impossible de considérer une évolution intermédiaire des températures. Les valeurs λ se basent sur les températures initiales de 95°C du champ de départ. Vu les différences de températures entre les états initial et final, ces coefficients sont pourtant très différents. La simulation stationnaire est donc fortement limitée, au niveau de son exactitude, dans ce sens également.

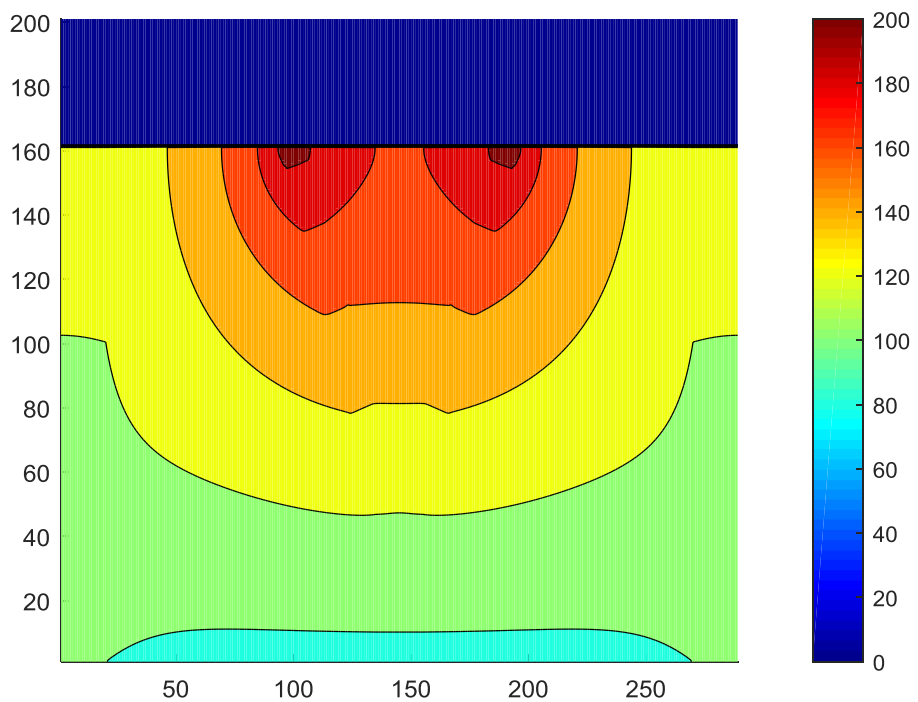
Heureusement toutefois, certaines informations intéressantes peuvent en être retirées. Pour ce faire, nous allons diminuer la charge thermique (2 W au lieu de 350 W) pour des raisons de facilité d'interprétation. Nous montrons ci-après les champs de températures des trois pièces sous cette charge.



(72) Champs de températures du RECTANGLE avec charge laser 2W sous MATLAB



(73) Champ de températures de la PYRAMIDE avec charge laser 2W sous MATLAB

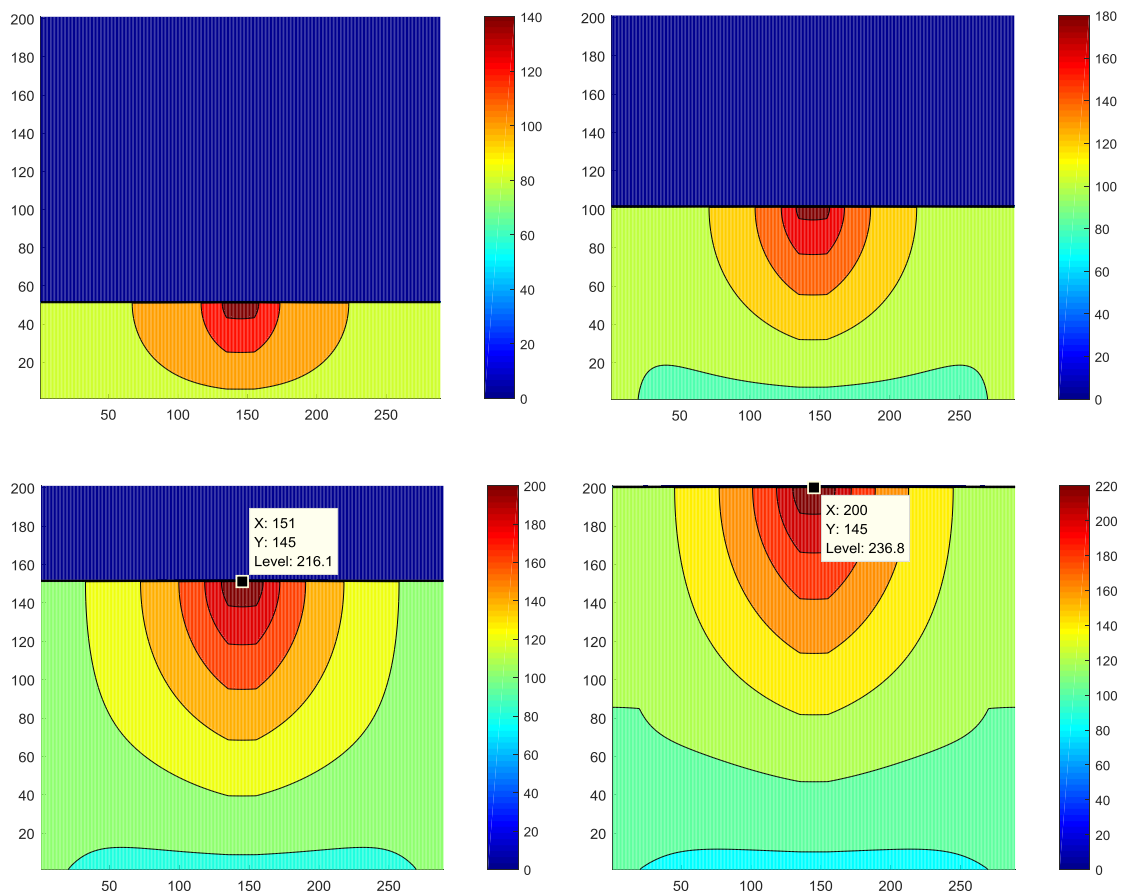


(74) Champ de températures du Y avec charge laser 2W sous MATLAB

Nous pouvons constater sur les trois figures ci-dessus que les températures maximales atteintes sont plus élevées pour le RECTANGLE que pour les deux autres pièces. En ce qui concerne le Y, on remarque donc que pour une même surface de flashage laser, il est plus intéressant d'avoir des pièces avec 2 branches obliques qu'une seule pièce centrale car la surchauffe potentielle apparaîtra plus vite sur ce type de pièce.

Pour la PYRAMIDE, on remarque que la différence de température est encore nettement plus importante. Ceci s'explique de manière assez évidente et intuitive par le fait que la pièce « s'ouvre » (aussi bien en largeur qu'en épaisseur) dans la direction des températures les plus basses (conditions limites) et que le domaine analysé comporte plus de matière conductrice que les autres cas de figure.

Pour le RECTANGLE, il est également visible sur les champs de températures ci-dessous que les températures maximales, toujours plus importantes sur la dernière couche produite (et donc chauffée par le laser), augmentent au fur et à mesure que la pièce est fabriquée. Ceci est dû au fait que la chaleur a de plus en plus de mal à s'évacuer lorsque la charge thermique appliquée s'éloigne de la partie froide (plateau de production). Cet état de fait se confirme également pour les autres pièces du projet QUALAM.



(75) Evolution des températures suivant le pourcentage de production sous MATLAB

On peut déjà conclure que réaliser une analyse thermique au moyen du modèle stationnaire peut donner une idée de la capacité de la pièce à évacuer la chaleur, en comparaison bien entendu avec une autre pièce bien connue. Sur base de ces informations, le technicien en charge de la production de la pièce peut déjà prévoir une optimisation des supports afin d'améliorer la conductivité thermique générale de la pièce.

Nous avons également implémenté dans le code un calcul et une visualisation du champ de vecteurs de densité de flux thermique. Le code et les figures correspondantes sont illustrés ci-dessous :

```
%% FLUX DE CHALEUR

Bx = [ -1/4  1/4  1/4 -1/4];
By = [ -1/4 -1/4  1/4  1/4];

PHI_X(1:nely,1:nelx) = 0 ;
PHI_Y(1:nely,1:nelx) = 0 ;

for elx = 1:nelx
    for ely = 1:nely

        [dofs_T1] = finddofs (elx,ely,[1],nelx,nely) ;
        [dofs_T2] = finddofs (elx,ely,[3],nelx,nely) ;
        [dofs_T3] = finddofs (elx,ely,[4],nelx,nely) ;
        [dofs_T4] = finddofs (elx,ely,[2],nelx,nely) ;

        TE = zeros(1,4);

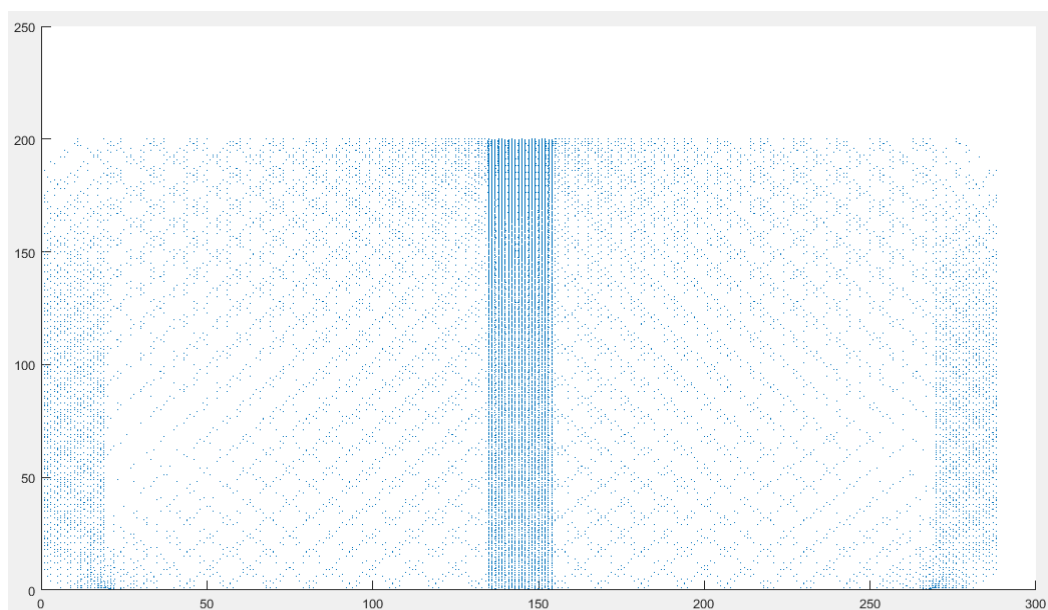
        TE1 = T(dofs_T1);
        TE2 = T(dofs_T2);
        TE3 = T(dofs_T3);
        TE4 = T(dofs_T4);

        TE = [TE1 TE2 TE3 TE4] ;
        TET = transpose (TE) ;

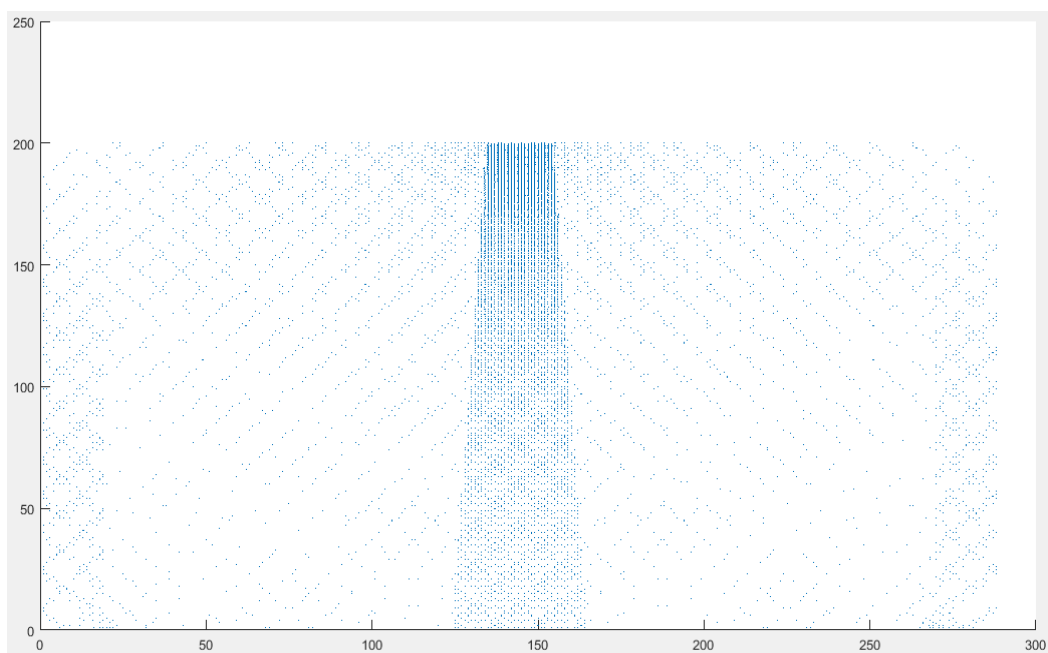
        PHI_X(ely,elx) = -lambda(ely,elx) * Bx * TET * 2 / layer * x(ely,elx) ;
        PHI_Y(ely,elx) = -lambda(ely,elx) * By * TET * 2 / layer * x(ely,elx) ;

    end
end
```

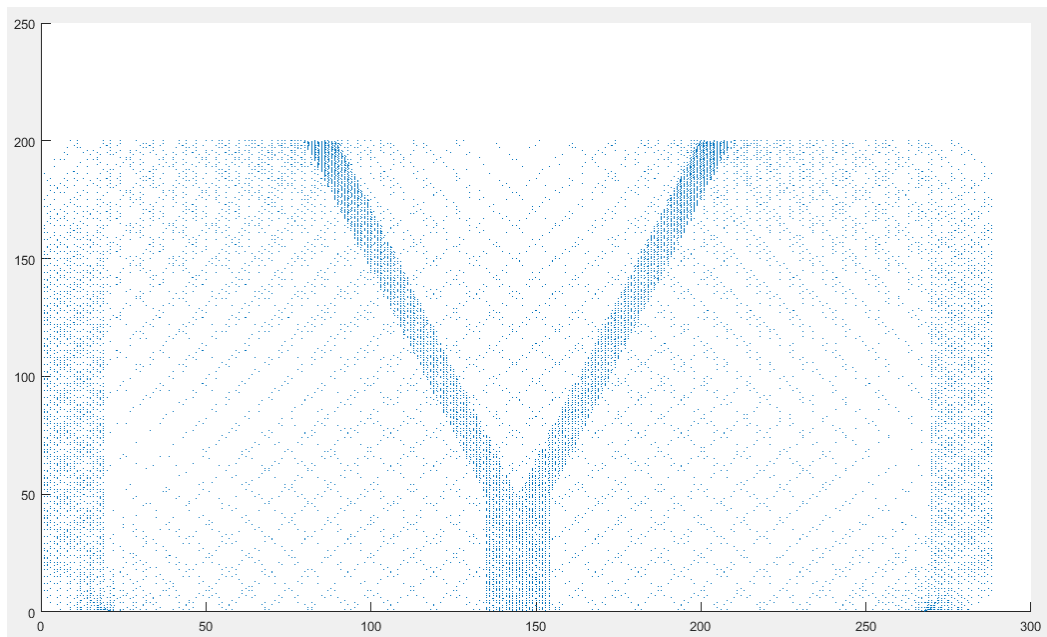
(76) Code pour le calcul du champ de vecteurs de flux thermique sous MATLAB



(77) Représentation des flux thermiques de la pièce RECTANGLE sous MATLAB



(78) Représentation des flux thermiques de la pièce PYRAMIDE sous MATLAB

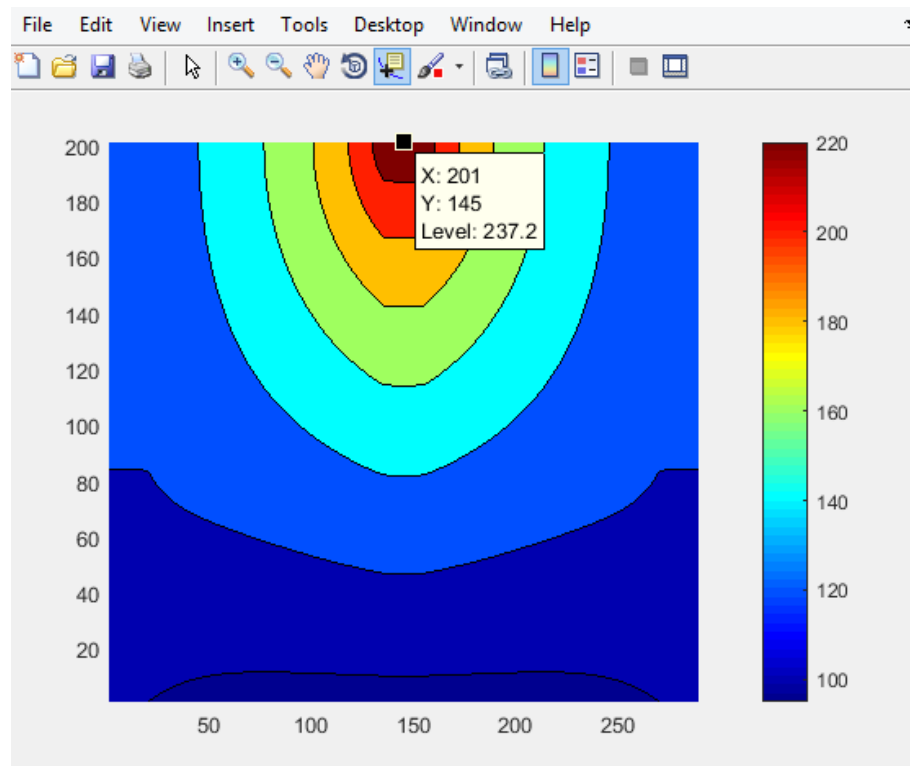


(79) Représentation des flux thermiques de la pièce Y sous MATLAB

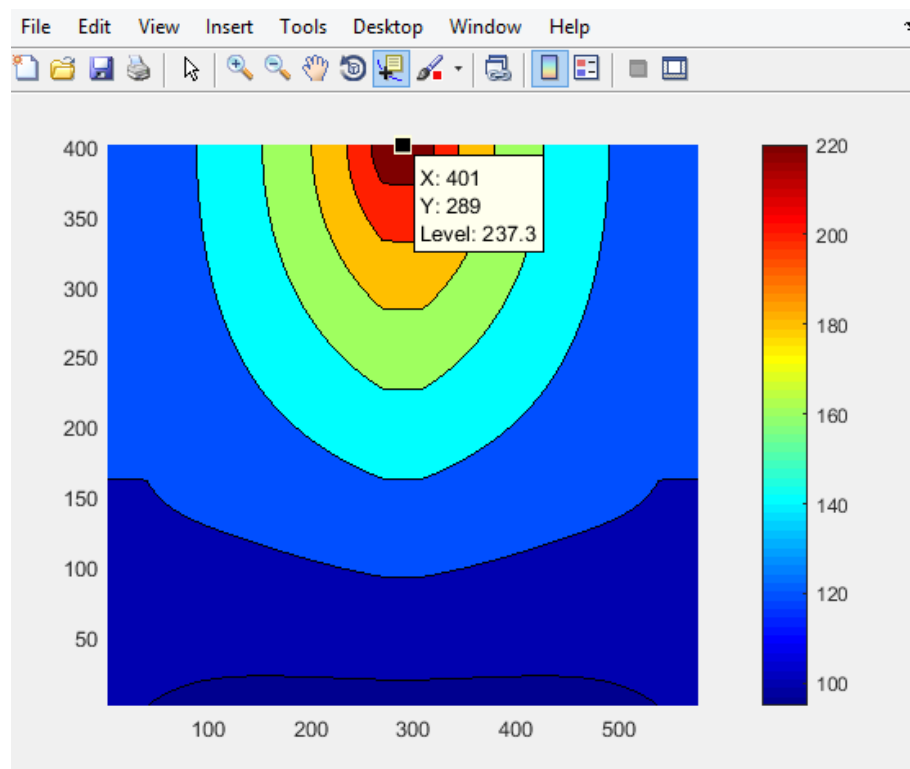
Les champs de vecteurs de densité de flux nous montrent bien que la grande majorité du flux passe bel et bien par la pièce produite elle-même. Le flux au sein de la poudre est proportionnellement très faible. On peut remarquer qu'au sein des parois le flux est quelque peu plus dense que dans la poudre de par le caractère plus conducteur du matériau. Ce flux au sein des parois semble de plus être plus important si les pièces sont moins conductrices (RECTANGLE et Y), comme s'il s'agissait d'un effet de compensation naturel.

Au niveau du maillage, celui-ci est bien entendu paramétrable en changeant le code Matlab. Diverses simulations, illustrées aux *figures (80) à (83)* ont été effectuées en modifiant ce paramètre. On voit clairement sur les figures ci-dessous représentatives d'un même champ de températures pour une pièce produite à 100% de type RECTANGLE que le champ ainsi que les valeurs maximales affichées varient très peu. Etant donné que la simulation en régime stationnaire a plutôt comme objectif de comparer les pièces entre-elles, il n'y a aucune plus-value à augmenter la précision au moyen du maillage dans ce sens, ce qui pénalise de plus le temps de calcul à savoir :

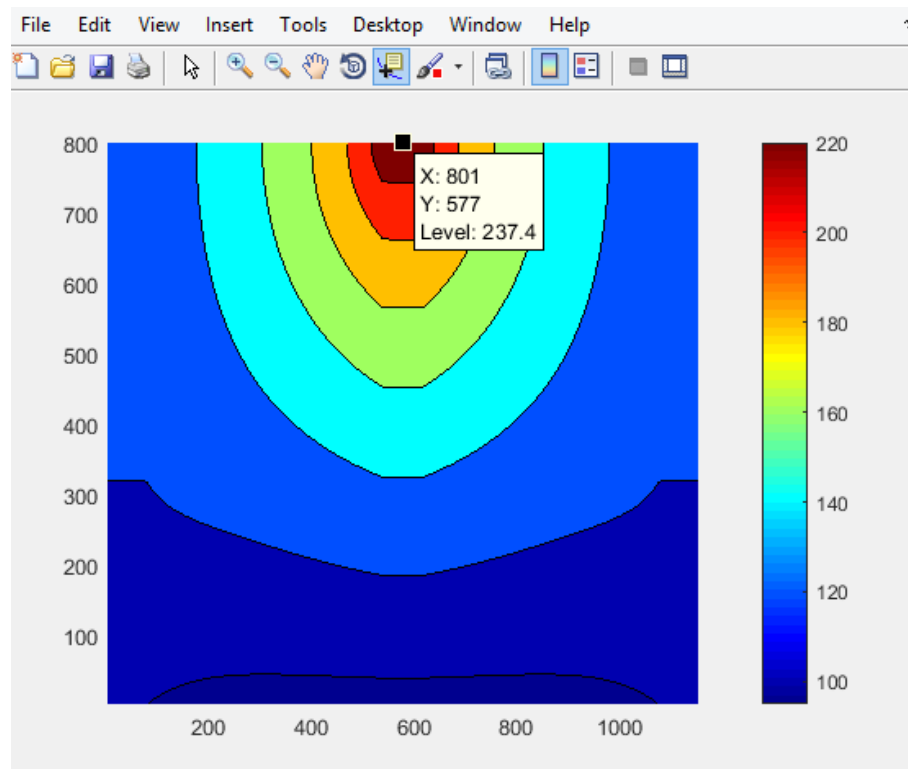
- Maillage 1 mm (*figure 80*) : 32 secondes
- Maillage 0,5 mm (*figure 81*) : 52 secondes
- Maillage 0,25 mm (*figure 82*) : 156 secondes
- Maillage 0,1 mm (*figure 83*) : 390 secondes



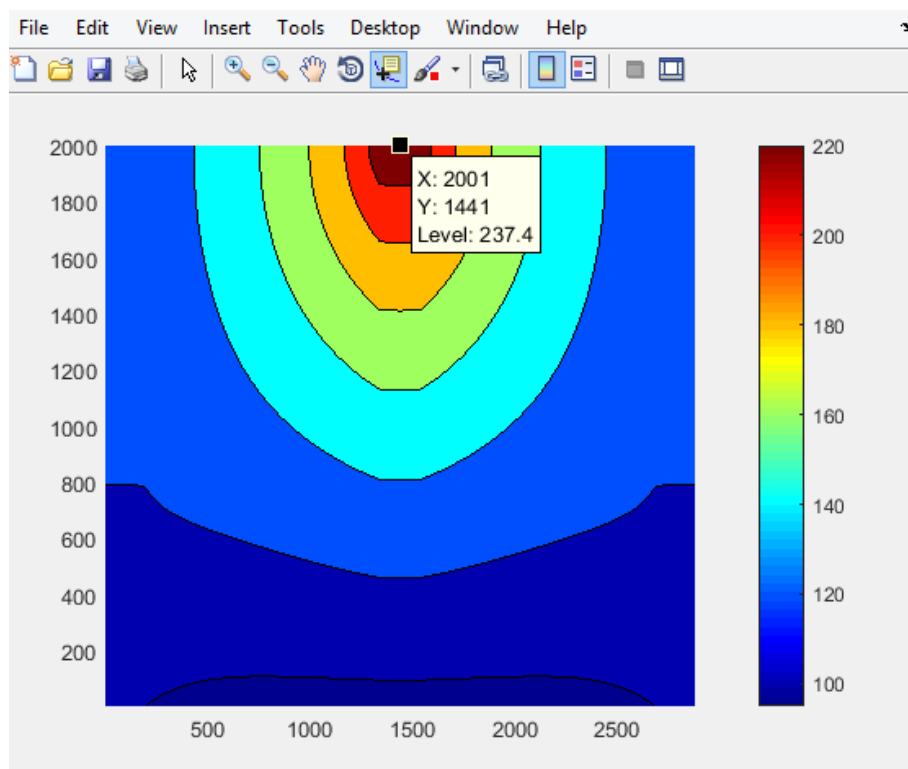
(80) Champ de températures de la pièce RECTANGLE avec maillage 1 mm



(81) Champ de températures de la pièce RECTANGLE avec maillage 0,50 mm



(82) Champ de températures de la pièce RECTANGLE avec maillage 0,25 mm



(83) Champ de températures de la pièce RECTANGLE avec maillage 0,1 mm

4.3 Conduction et convection en régime stationnaire

Après avoir établi un modèle stable au niveau de la conduction thermique, nous devons maintenant compléter celui-ci avec les phénomènes de convection existant dans le processus SLM. Nous en avons déjà parlé auparavant mais, en résumé, nous allons modéliser 2 catégories de convection différentes à savoir la **convection forcée** avec le flux d'argon et la **convection naturelle** avec l'air ambiant extérieur aux deux parois de la cuve de production.

Comme nous l'avons déjà vu dans la partie théorique, la convection se caractérise par le **coefficient d'échange par convection h** , qui s'exprime en $\text{W/m}^2\text{K}$. Ce coefficient est différent s'il s'agit de convection naturelle (compris entre 5 et 25) ou de convection forcée (25 à 250). Ce dernier est dépendant du type de gaz concerné et de sa vitesse (m/s) tandis que le premier est plutôt dépendant de la différence de température air/paroi.

Convection naturelle				
Position de la paroi	Valeur de h_c en $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$			
	Ecart de température Air-Paroi			
	10 °C	100 °C	200 °C	400 °C
Verticale	4	7	8	10
Horizontale	5	9	11	13

Convection forcée				
Paroi verticale	Vitesse en m.s^{-1}	1	5	25
	h_c en $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$	9	23	81

(84) Tableau des coefficients d'échange par convection

Dans le cadre de notre TFE, nous n'avons pas approfondi ces calculs théoriques car nous considérons que ce travail sera à faire parallèlement aux tests QUALAM par des mesures expérimentales plus poussées (avec mesure par anémomètre dans la chambre de production par exemple). Toutefois, nous pouvons déjà dire grâce aux débits et températures mesurés lors des tests préliminaires QUALAM que nous sommes en présence de convection forcée avec un flux d'argon à faible vitesse et de convection naturelle avec ΔT assez faible. Nous prendrons donc les valeurs minimales mentionnées précédemment à savoir 5 et 25 $\text{W/m}^2\text{K}$ respectivement pour la convection naturelle et forcée. Il s'agit, comme déjà dit précédemment, de valeurs indicatives permettant d'établir le modèle numérique de la convection qui doivent être précisées et confirmées par de plus amples essais expérimentaux. Aussi, les températures moyennes mesurées lors de ces tests préliminaires sont respectivement de 25 °C pour l'air ambiant (convection naturelle) et de 40 °C pour l'argon (convection forcée).


```

% coefficients d'échange par convection

% convection forcee (argon)
|
h_argon_force = 25 ; % coeff échange par convection forcée (W/(m2.K))
T_argon = 40 ; % temperature argon (°C)

% convection naturelle (air ambiant)

h_air_naturel = 5 ; % coeff échange par convection naturelle (W/(m2.K))
T_air = 25 ; % temperature air ambiant (°C)

```

(85) Coefficients d'échange par convection sous Matlab

Comme déjà vu dans la partie théorique, la convection intègre tout d'abord un terme sous forme intégrale dans la matrice **K** de conduction thermique, élargie dès lors en plus de la conduction à la convection. Un autre terme incluant la température de l'air ou du gaz est à intégrer dans les charges thermiques appliquées. Comme il est visible dans le *code* (86) ci-dessous, des matrices de convection thermique élémentaires sont à calculer indépendamment suivant la frontière du domaine concernée par la convection. Ces calculs théoriques sont similaires à ceux réalisés pour la matrice **KE**. Ces matrices de convection sont donc ajoutées à la matrice de conduction thermique **K** lors de la phase d'assemblage.

```

% MATRICES DE CONVECTION THERMIQUE ELEMENTAIRE ( / t & h & L/2)

% AIR FORCE

K_CONV_HAUT = [ 0  0  0  0;
                0 2/3 1/3 0;
                0 1/3 2/3 0;
                0  0  0  0;];

% AIR NATUREL (LATERAL DROIT)

K_CONV_LAT_DROIT = [ 2/3 1/3 0 0 ;
                    1/3 2/3 0 0 ;
                    0  0  0  0 ;
                    0  0  0  0 ;];

% AIR NATUREL (LATERAL GAUCHE)

K_CONV_LAT_GAUCHE = [ 0  0  0  0 ;
                     0  0  0  0 ;
                     0  0 2/3 1/3 ;
                     0  0 1/3 2/3 ;];

```

Illustration 86 : Matrices élémentaires de convection thermique

```

X(ntriplets) = xval * ( lambdaval*tval/1000*KE(krow,kcol)
+ hval_force*tval/1000*K_CONV_HAUT(krow,kcol)*layer/2000
+ hval_naturel_gauche*tval/1000*K_CONV_LAT_GAUCHE(krow,kcol)*layer/2000
+ hval_naturel_droit*tval/1000*K_CONV_LAT_DROIT(krow,kcol)*layer/2000 ) ;

```

(87) Assemblage de la matrice de conduction et convection thermique combinées

En ce qui concerne le membre intégré dans les charges thermiques, le code Matlab est le suivant :

```

% CHARGES (FICTIVES) POUR LA MODELISATION DE LA CONVECTION

% CONVECTION FORCEE

if CONV_FORCEE == 1

[dofs_source_conv_forcee] = finddofs (nelx_piece,1:nely,[34],nelx,nely) ;
[dofs_source_conv_forcee_ext_gauche] = finddofs (nelx_piece,1,[3],nelx,nely) ;
[dofs_source_conv_forcee_ext_droite] = finddofs (nelx_piece,nely,[4],nelx,nely) ;

P_CONV_FORCEE(dofs_source_conv_forcee,1) = T_argon*layer/1000*t(nely/2,nelx_piece)/1000*t
P_CONV_FORCEE(dofs_source_conv_forcee_ext_gauche,1) = T_argon*layer/2000*t(nely/2,nelx_pi
P_CONV_FORCEE(dofs_source_conv_forcee_ext_droite,1) = T_argon*layer/2000*t(nely/2,nelx_pi

end

if CONV_NAT == 1

[dofs_source_conv_naturel_gauche] = finddofs (2:nelx_piece-1,1,[13],nelx,nely) ;
[dofs_source_conv_naturel_gauche_ext_bas] = finddofs (1,1,[1],nelx,nely) ;
[dofs_source_conv_naturel_gauche_ext_haut] = finddofs (nelx_piece,1,[3],nelx,nely) ;

P_CONV_NAT_GAUCHE(dofs_source_conv_naturel_gauche,1) = T_air*layer/2000*t(1,1:nelx_piece-
P_CONV_NAT_GAUCHE(dofs_source_conv_naturel_gauche_ext_bas,1) = T_air*layer/2000*t(1,1)/10
P_CONV_NAT_GAUCHE(dofs_source_conv_naturel_gauche_ext_haut,1) = T_air*layer/2000*t(1,nelx

[dofs_source_conv_naturel_droite] = finddofs (2:nelx_piece-1,nely,[24],nelx,nely) ;
[dofs_source_conv_naturel_droite_ext_bas] = finddofs (1,nely,[2],nelx,nely) ;
[dofs_source_conv_naturel_droite_ext_haut] = finddofs (nelx_piece,nely,[4],nelx,nely) ;

P_CONV_NAT_DROITE(dofs_source_conv_naturel_droite,1) = T_air*layer/2000*t(1,1:nelx_piece-
P_CONV_NAT_DROITE(dofs_source_conv_naturel_droite_ext_bas,1) = T_air*layer/2000*t(1,1)/10
P_CONV_NAT_DROITE(dofs_source_conv_naturel_droite_ext_haut,1) = T_air*layer/2000*t(1,nelx

end

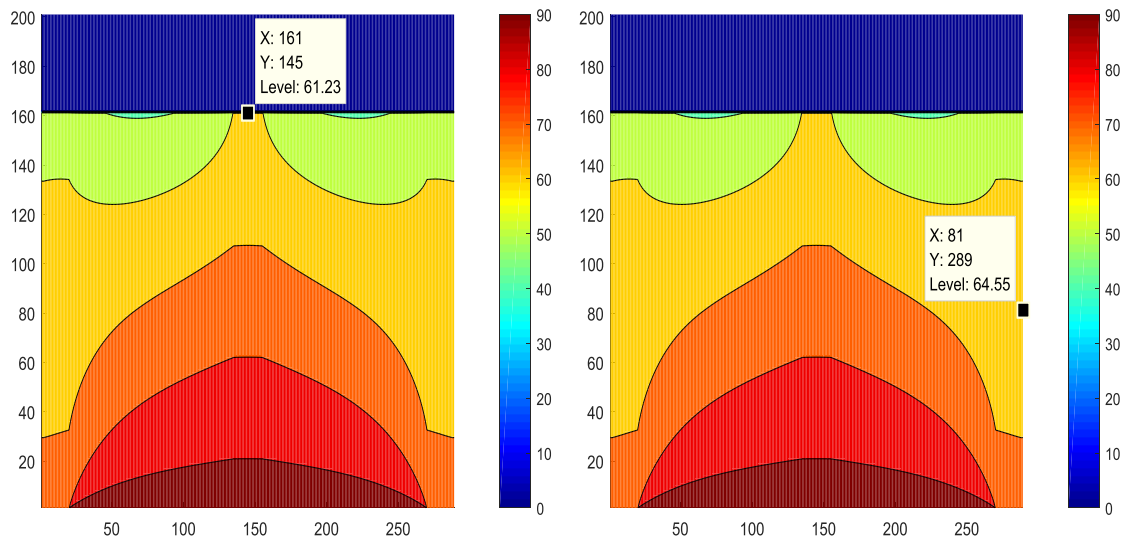
P = P_LASER + P_CONV_FORCEE + P_CONV_NAT_GAUCHE + P_CONV_NAT_DROITE ;

```

(88) Charges thermiques (fictives) de convection sous Matlab

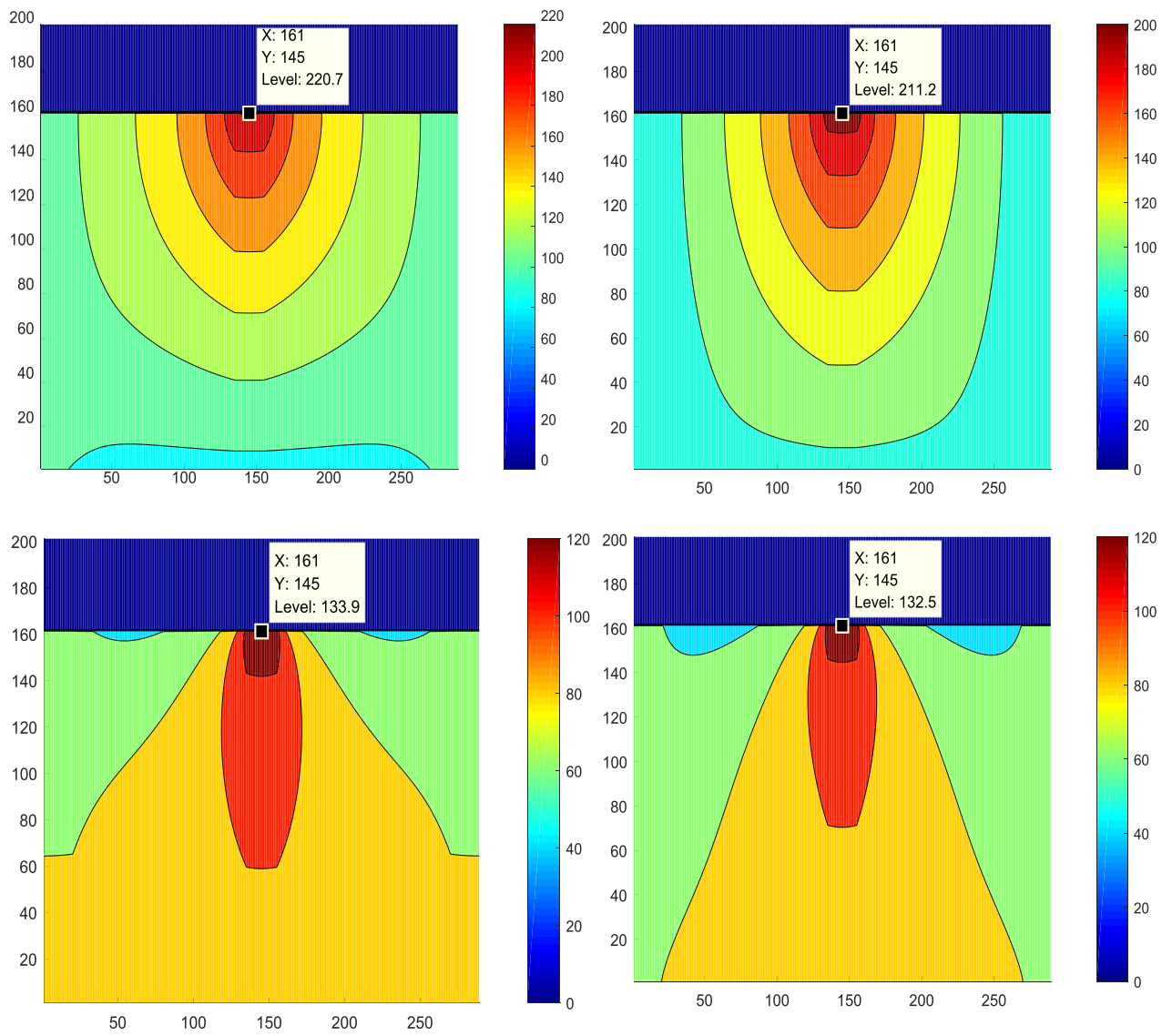
Une première difficulté est d'identifier les degrés de liberté concernés par la convection. Ceux-ci évoluent au fur et à mesure que la production de la pièce progresse. De plus, le code doit tenir compte de l'influence de l'épaisseur de la pièce, qui est variable au fur et à mesure de la production de celle-ci, du moins pour la pièce modèle PYRAMIDE. Comme la charge fictive de convection aux différents nœuds est une superposition des degrés de liberté adjacents (comme pour les charges réelles), il a fallu donc diviser la formule en deux termes pour tenir compte des épaisseurs différentes des éléments adjacents susmentionnés.

Il est donc possible, après toutes ces considérations, de lancer une simulation pour vérifier si le modèle est fonctionnel. Nous lançons tout d'abord une simulation de la convection sans application de charge laser pour vérifier l'influence sur le champ théorique homogène à 95 °C. On remarque sur les *figures* (89) ci-dessous que les températures aux frontières ont bel et bien diminué suite aux effets du phénomène de convection.

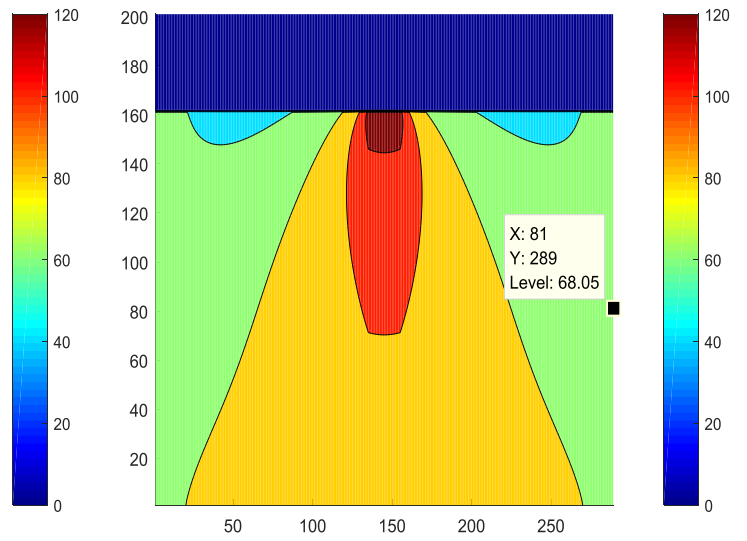
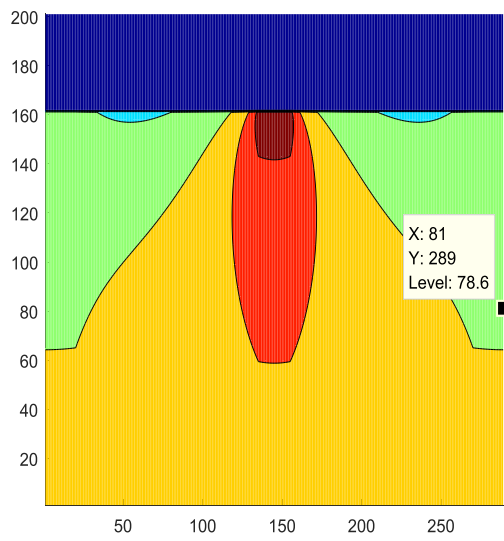
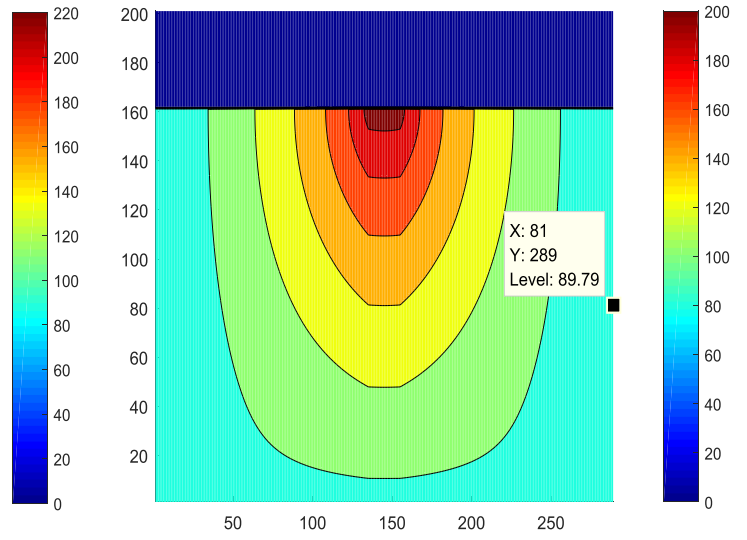
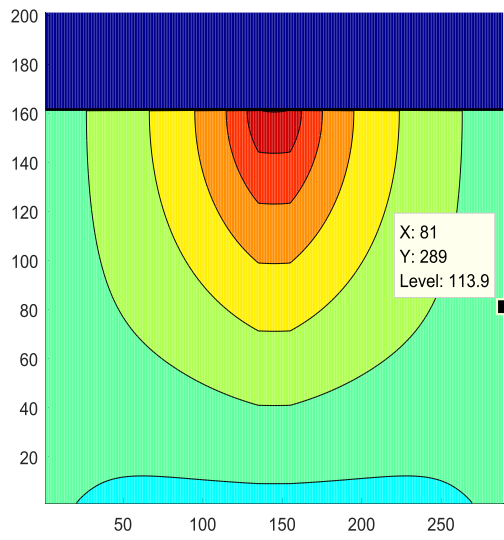


(89) Champ de températures avec convection sans charge laser

Après application de la convection sur le champ de températures homogène, nous considérons la convection en combinaison avec les charges thermiques laser. La *figure* (90) ci-dessous, subdivisée en 4 sous-figures, montre sur celle située en haut à gauche le champ obtenu sans convection mais avec charge laser. Directement à droite, nous avons ajouté la convection naturelle latérale. Cette dernière génère une diminution faible de la température au point de température maximale. Ceci est assez logique vu l'éloignement de la convection naturelle latérale par rapport à ce point. En dessous à gauche, nous avons l'effet de la convection forcée sans convection naturelle. On voit par contre dans ce cas de figure une diminution sensible de la température maximale. Ceci est également logique vu que cette convection se passe sur la couche supérieure, là où les températures maximales se situent. Finalement, la figure en bas à droite nous montre la combinaison complète des convections naturelle et forcée.



(90) Champ de températures avec charge laser et convection – frontière supérieure



(91) Champ de températures avec charge laser et convection – frontière latérale

Les 4 figures suivantes nous montrent les mêmes champs de températures que ceux explicités ci-avant mais en ciblant la température au milieu de la paroi latérale. En ce point localisé proche des convections naturelles, aussi bien celles-ci que la convection forcée ont une influence sensible sur le champ de températures de base avec charge laser. Sur base de ces constatations, nous pouvons conclure que la modélisation de la convection est fonctionnelle dans le code Matlab. Elle correspond aux effets attendus intuitivement.

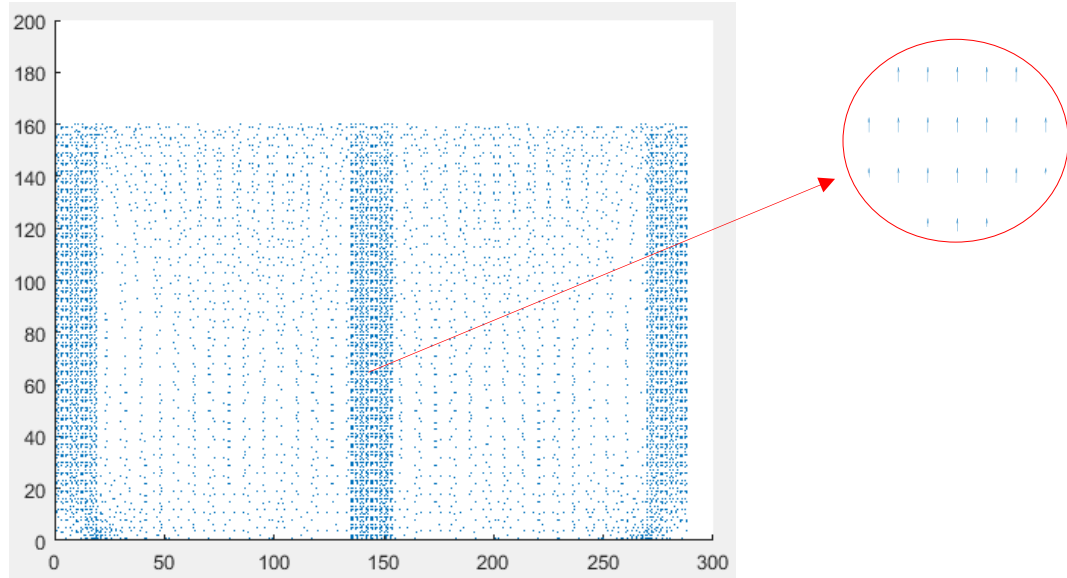
Une première conclusion importante est que la convection joue a priori un rôle essentiel dans les phénomènes thermiques qui se déroulent en fabrication additive SLM. Elle doit donc être impérativement intégrée dans le modèle numérique. Nous rappelons toutefois que la puissance a été réduite à 2 W au lieu de 350 W pour des raisons de visualisation. Il est donc normal que plus la puissance de la charge laser est faible, plus les phénomènes de convection jouent un rôle important. Il faudra donc confirmer cette influence sensible en régime transitoire avec une pleine puissance de 350 W. De plus, en régime permanent, la convection a le temps de marquer son effet vu la durée d'application considéré infinie, ce qui ne sera pas nécessairement le cas en transitoire.

Une question qui se pose, vu cette influence non négligeable, est de savoir si les simplifications faites ne faussent pas de trop le modèle. Tout d'abord, au niveau de la convection forcée, nous n'avons considéré, dans le sens de la profondeur de la cuve de production, que l'épaisseur de la pièce, de 10 mm pour le RECTANGLE et le Y et variable de 10 mm à environ 30 mm pour la PYRAMIDE. Toutefois, la profondeur totale de la cuve est de l'ordre de 290 mm, composée surtout de poudre. Le flux d'argon balaye également cette surface et y apporte aussi une influence probable en convection forcée. L'autre simplification concerne la convection naturelle qui n'a été modélisée que pour deux des quatre parois de la cuve vu qu'il s'agit d'un modèle 2D. Les tests QUALAM ont en partie pour but de lever ces incertitudes.

Nous sommes persuadés que bien que le modèle stationnaire établi puisse apporter une bonne visualisation des phénomènes thermiques dans ce régime, les données chiffrées, telles que les températures aux divers points du domaine, restent approximatives suite aux simplifications inévitables pour un modèle 2D. Cette erreur pourra a priori, comme déjà dit précédemment, être estimée en comparant le modèle aux résultats QUALAM obtenus expérimentalement.

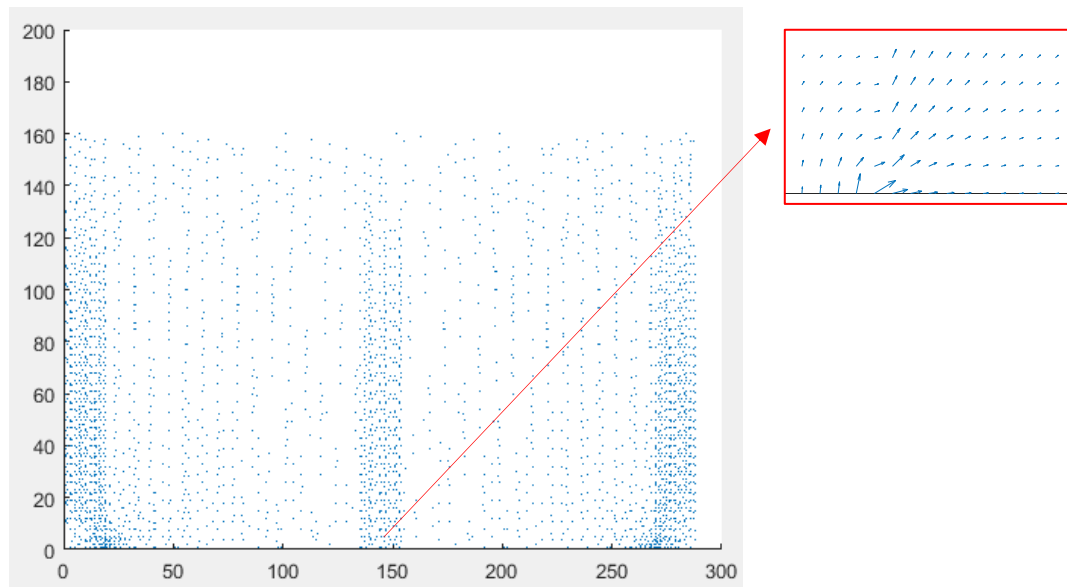
La **radiation**, phénomène thermique pouvant potentiellement aussi jouer un rôle en pratique, a également été négligée. Cette simplification peut donc aussi augmenter l'erreur entre le modèle et la réalité. Ce phénomène peut être modélisé numériquement, comme vu en théorie, mais cela alourdirait considérablement le modèle car le calcul du champ de températures deviendrait non linéaire et des méthodes itératives telles que Newton-Raphson deviennent incontournables dans ce cas. En cas d'influence éventuelle notoire de la radiation remarquée lors des tests QUALAM, ce phénomène pourrait aussi faire l'objet d'un TFE ultérieur pour compléter notre simulation numérique.

Le calcul et la visualisation du champ de vecteurs de densité de flux est également intéressante dans le cas de la convection pour comprendre et vérifier ce phénomène. Nous voyons sur la *figure (92)* ci-dessous, montrant le flux thermique pour un cas de figure sans charge laser et uniquement de la convection forcée, que le flux a été inversé et va du plateau de fabrication vers la couche supérieure (libre de charge thermique). De plus, les parois fortement conductrices jouent dans ce cas un rôle significatif dans ce flux



inverse.

(92) Flux thermique sans charge laser et avec convection forcée



(93) Flux thermique sans charge laser et avec convection naturelle

De même, nous remarquons, dans le cas de convection naturelle seule, que le flux est également dans le sens inverse mais tout de même avec une intensité moindre. Les vecteurs sont également influencés latéralement suite à la convection naturelle aux parois latérales. Ce calcul et visualisation du flux thermique nous confirme bien aussi que le modèle est correct et correspond aux constatations intuitives attendues.

4.4 Conduction et convection en régime transitoire

Après avoir créé un modèle en régime stationnaire, nous allons maintenant modifier celui-ci afin qu'il représente la réalité. En effet, le modèle stationnaire a été très utile pour établir les bases du code Matlab et valider les fondements du modèle. Ce régime, comme déjà expliqué précédemment, permet de calculer le champ de températures à partir de conditions limites et charges thermiques initiales pour obtenir après calcul le champ en régime stationnaire c'est-à-dire après un temps théoriquement infini. La charge est donc appliquée pendant une durée indéterminée. Nous avons constaté d'ailleurs que nous atteignons des températures maximales exorbitantes ne correspondant pas du tout avec la réalité.

Tout comme nous avons fait avec le domaine spatial, nous allons maintenant discrétiser le domaine temporel. Nous partirons donc d'un champ de températures de référence, qui sera dans un premier temps un champ homogène à la même température que les conditions limites à savoir 95°C. Ce champ initial sera calculé pour un nombre de couches déterminé correspondant au niveau de production de la pièce et correspondra à un équilibre de températures sur la pièce produite à un instant déterminé de référence (t_0). Il ne tiendra pas compte de charges thermiques appliquées ni réelles (laser) ni virtuelles (convection). On peut interpréter ce champ de base comme le champ obtenu après avoir laissé refroidir la pièce, partiellement produite, suffisamment longtemps dans un domaine non soumis à la convection. Cet état de base initial ne correspond pas tout à fait à la réalité mais sera utilisé dans un premier temps pour des raisons de simplification du modèle.

Ci-dessous le code permettant de calculer ce champ de températures de référence initial. Le champ est homogène partout où la pièce a été produite et les températures valent zéro aux nœuds des éléments non encore produits. Ce champ initial sera donc notre point de départ, peu importe à quel moment (ou plutôt à quel niveau de production de la pièce) nous voulons commencer notre simulation de calcul transitoire.

```
% CHAMP T° INITIAL

T0(freedofs,:) = T_plaque ;

for i = 1:1:nelx-nelx_piece_initial

[dofs_vide] = finddofs (nelx_piece_initial+i,1:nely,[34],nelx,nely) ;

T0(dofs_vide,:) = 0 ;

end
```

(94) Champ de températures initial pour la modélisation en régime transitoire sous Matlab

La durée de production d'une couche est scindée en deux grandes parties à savoir une période de flashing laser (temps de charge thermique) et une période de refroidissement (temps de décharge) pendant laquelle la poudre est étalée sur la couche supérieure. Les couches de production initiale et finale seront définies par l'utilisateur. La production d'une couche correspondra dans le modèle à une itération principale composée elle-même d'un nombre déterminé de sous-itérations comportant chacune un calcul par éléments finis de champ de températures. Nous obtiendrons donc ainsi une série de champs thermiques avec écart temporel (Δt) constant et petit déterminé également par l'utilisateur.

Comme déjà dit, le modèle va toujours considérer une première phase de charge thermique suivie d'une deuxième phase de refroidissement. Il ne tiendra compte d'une augmentation du domaine spatial, par ajout de la couche de poudre, qu'au début de la phase suivante de flashing laser. Le fait d'appliquer la nouvelle couche de poudre pendant la phase de refroidissement n'est pas pris en compte par le modèle, ce qui est une simplification pouvant générer une erreur d'approximation car le fait d'ajouter de la poudre à température de la chambre de fabrication doit probablement influencer le refroidissement. De plus, cette dernière couche de poudre implémentée dans le modèle à l'itération suivante, sera considérée instantanément à la même température que la couche inférieure, a priori à haute température par rapport à la poudre appliquée. Le code ci-dessous implémente cet update du champ de températures à chaque itération :

```
for nelx_piece = nelx_piece_initial:1:nelx_piece_final

% CHAMP DE T° INITIAL MIS A JOUR AVEC UNE COUCHE EN PLUS A CHAQUE ITERATION !!

if nelx_piece == 1 % on garde le To de base (avant itérations)

end

if nelx_piece == nelx_piece_initial % on garde le To de base (avant itérations)

end

if nelx_piece > nelx_piece_initial % on rajoute une ligne au champ de T° précédent

[dofs_couche_precedente] = finddofs (nelx_piece-1,1:nely,[34],nelx,nely) ;
[dofs_couche_prod] = finddofs (nelx_piece,1:nely,[34],nelx,nely) ;
T0(dofs_couche_prod,:) = T0(dofs_couche_precedente,:) ;

end
```

(95) Implémentation de la mise à jour du champ initial à chaque itération sous Matlab

Afin de diviser chaque itération en phases de chauffe et de refroidissement cohérents, il est nécessaire de calculer la durée de ces deux phases. Tout d'abord pour la phase de chauffe, le laser fusionne une surface calculée par la largeur de la couche en production multipliée par l'épaisseur celle-ci. Si on divise cette surface par la vitesse du laser et l'écart entre chaque faisceau laser, on obtient la durée (en secondes) du flashing laser. La petite subtilité pour ce calcul a été d'implémenter dans le code les largeur et épaisseur variables de la PYRAMIDE, comme illustré ci-après :

```

if FORME == 2 % PYRAMIDE

    largeur_haut_piece = largeur_ref ; % largeur en partie haute pièce (pyramide) à fabriquer
    largeur_nelx_piece = 2*layer*round(tand(3)*(nelx-nelx_piece),2) + largeur_haut_piece ;

else

    largeur_nelx_piece = largeur_ref ;

end

Surf_nelx_piece = Ep_nelx_piece * largeur_nelx_piece ; % Surface d'application de charge

hatch_space = 0.13 ; % écart entre fascicules laser

vitesse_laser = 673 ; % vitesse de déplacement du laser (mm/s)

t_nelx_piece_charge = Surf_nelx_piece / (hatch_space*vitesse_laser) ; % calcul du temps

t_nelx_piece_charge = round (t_nelx_piece_charge,1) ; % arrondi vers multiple 0,1

```

(96) Calcul du temps de charge laser appliquée sous Matlab

Au niveau du temps de décharge (refroidissement), nous avons intégré une durée de 25 secondes, mesurées grâce aux tests préliminaires QUALAM. Cette durée sera subdivisée en un nombre déterminé de Δt identiques à ceux imposés pour la charge. Ceci a pour but d'avoir les images des champs de températures à des intervalles de temps constants de sorte à les intégrer dans une vidéo en fin de calcul et pouvoir visualiser de manière cohérente le film des charges et décharges successives.

Une fois les durées des charge et décharge calculées, le code Matlab va ainsi pouvoir calculer le vecteur ΔT correspondant à chaque Δt . Le code Matlab pour la charge est repris ci-dessous :

```

%% CALCUL DU CHAMP DE TEMPERATURE EN CHARGE

nb_iter_charge = t_nelx_piece_charge / delta_t ; % calcul nb itérations charge

nb_iter_charge = int64(nb_iter_charge) ; % transformation en "integer" pour boucle "for"

for i = 1:nb_iter_charge

    delta_T(freedofs,:) = (C(freedofs,freedofs) + K(freedofs,freedofs)*delta_t) \ (delta_t*(P(freedofs,:) - K(freedofs,fixeddofs)*T(fixeddofs,:) - K(freedofs,freedofs)*T0(freedofs,:))) ;

    T(freedofs,:) = T0(freedofs,:) + delta_T(freedofs,:) ;

    round(T,3) ;

    T0(freedofs,:) = T(freedofs,:) ;

```

(97) Calcul du vecteur ΔT pour la phase de charge sous Matlab

Ce code provient de l'expression mathématique vue en partie théorique (F 27) et correspond au calcul avec charge laser. Le vecteur de charge P contient donc la puissance laser appliqué et les charges fictives de convection. Il nécessite le calcul d'une matrice complémentaire de **capacité thermique C** et intègre aussi les vecteurs de conditions limites et de champ initial, mis à jour après chaque calcul comme on peut le constater également dans ce code. Le champ de températures s'obtient en additionnant au champ initial le vecteur d'incrément en températures ΔT . Il faut donc bien comprendre qu'il s'agit d'un ensemble d'itérations pour lesquelles il y a un calcul par éléments finis à chacune d'elle qui sont elles-mêmes intégrées dans une autre boucle correspondant à la succession de couches de production de la pièce. Pour la phase de décharge, l'expression est identique sauf que le vecteur de charge thermique P ne contient plus que les charges fictives de convection, vu que la charge laser n'est plus appliquée durant cette période de refroidissement.

La matrice de capacité thermique élémentaire illustrée dans le *code* (98) est identique pour tous les éléments, à l'instar de la matrice de conductivité thermique, et est calculée en suivant la même logique. De plus, la matrice globale correspondante est assemblée de manière similaire à la matrice de conductivité thermique.

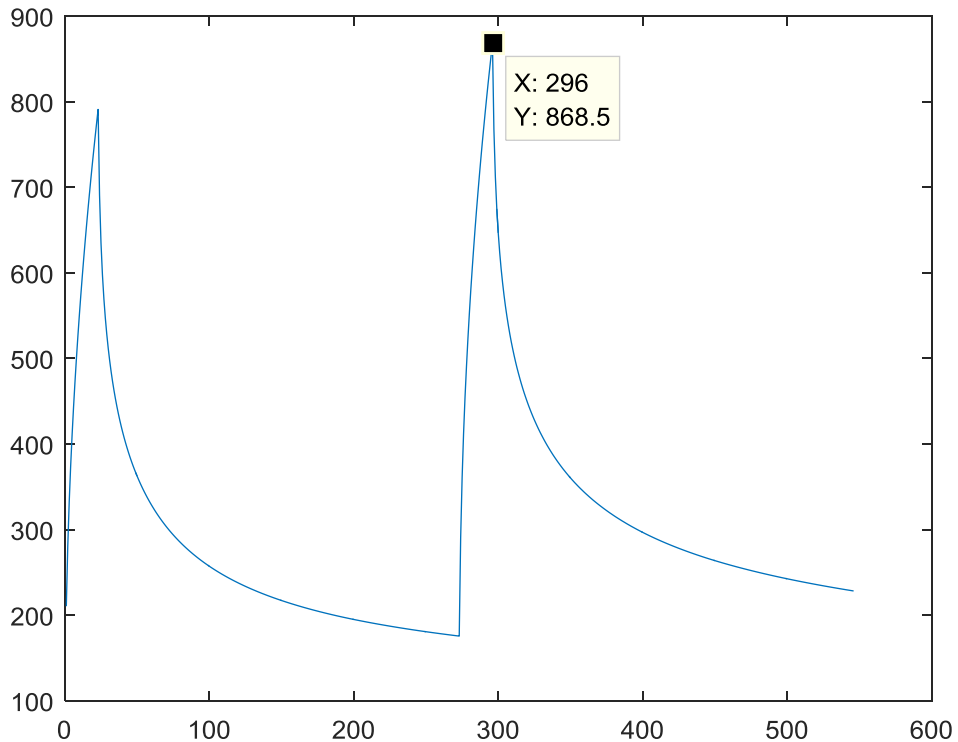
```
% MATRICE DE CAPACITE THERMIQUE (/ t & rho & Cp & L^2/4)
```

```
CpE = [ 4/9 2/9 1/9 2/9;  
        2/9 4/9 2/9 1/9;  
        1/9 2/9 4/9 2/9;  
        2/9 1/9 2/9 4/9];
```

(98) Matrice de capacité thermique élémentaire sous Matlab

Maintenant que nous avons posées les bases du code, nous allons pouvoir lancer quelques simulations et en tirer certaines conclusions. Nous allons garder le même maillage qu'en stationnaire, à savoir **1 mm**, même si cela ne correspond pas à la réalité (couches de l'ordre de **50 μm**). Ceci permet de faire des simulations assez rapidement. Nous envisagerons de passer à des maillages plus réalistes par la suite. En *figure* (99), on retrouve une courbe traçant la température maximale du champ thermique en fonction des itérations (dans notre cas tous les dixièmes de secondes) pour la pièce RECTANGLE et pour les couches 50 et 51.

Le programme calcule donc un champ de températures toutes les **0,1 secondes**, pendant une période de 2,3 secondes, durée calculée par le code suivant les paramètres QUALAM, pour la période de charge laser. Ensuite, il fait de même en décharge, pendant une période de 250 itérations (25 secondes).



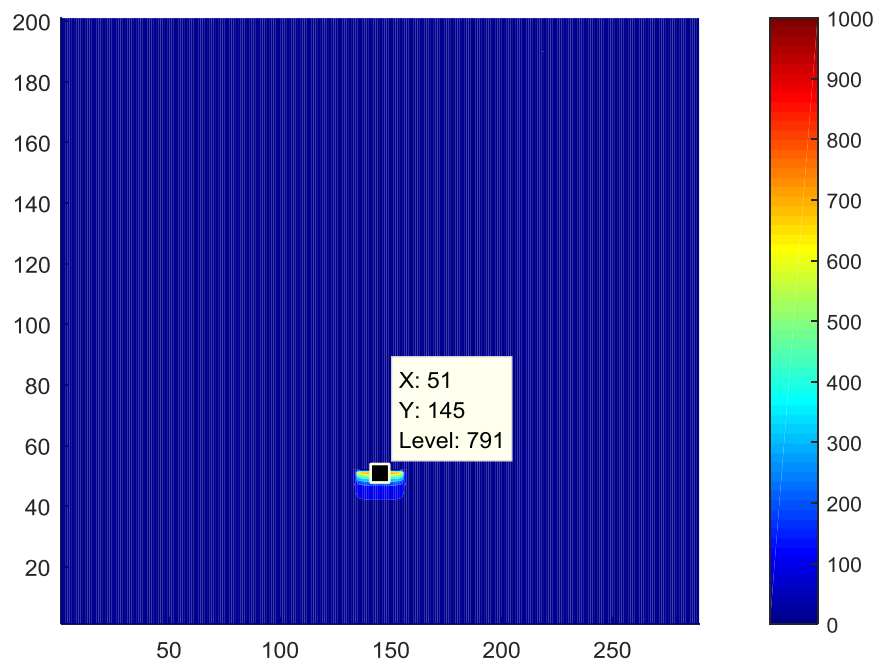
(99) Courbe des températures maximales pour la pièce RECTANGLE sous Matlab

On remarque bien sur cette courbe qu'il y a tout d'abord un accroissement très rapide de la température, jusqu'à **791°C**, pour ensuite subir une diminution « amortie » dû au caractère capacitif du matériau jusqu'à une température moindre de **176°C**. La deuxième partie de la courbe, correspondant à la couche 51, subit également un pic de température atteignant **868°C**, tout de même sensiblement supérieur au maximum de la courbe antérieure. Pour terminer, la courbe diminue progressivement pour atteindre après 25 secondes de refroidissement une température également supérieure à la couche précédente à l'instant équivalent à savoir **228°C**.

Nous pouvons déjà en conclure que si ces cycles sont répétés maintes fois, nous aurons un accroissement des pics de températures après chaque application du laser. Ceci est donc a priori néfaste car après un certain nombre de couches important, des surchauffes sont sans aucun doute à prédire. L'effet capacitif ne permet pas de redescendre assez bas en température que pour atteindre de nouveau, en fin de refroidissement, la température du plateau chauffant de 95°C.

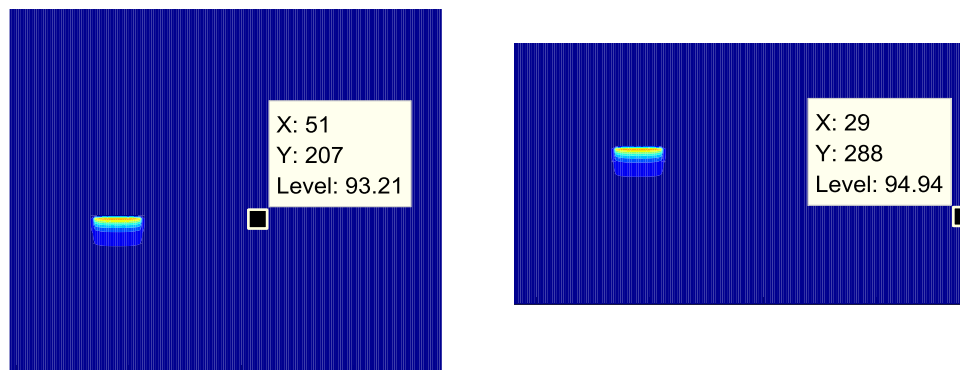
Le code demande en fin de calcul si l'utilisateur désire une visualisation du champ de températures à un instant au choix. Sur base de la courbe des températures susmentionnée, l'utilisateur peut donc choisir un « instant t » qui l'intéresse et en visualiser le champ calculé. Ci-après, la *figure (100)* montre le champ pour l'instant correspondant au pic maximal de température de la couche 50, après 2,3 secondes.

Cette visualisation permet à l'utilisateur de déterminer l'endroit exact de ce pic, qui se trouve dans le cas du RECTANGLE au centre de la couche en production.



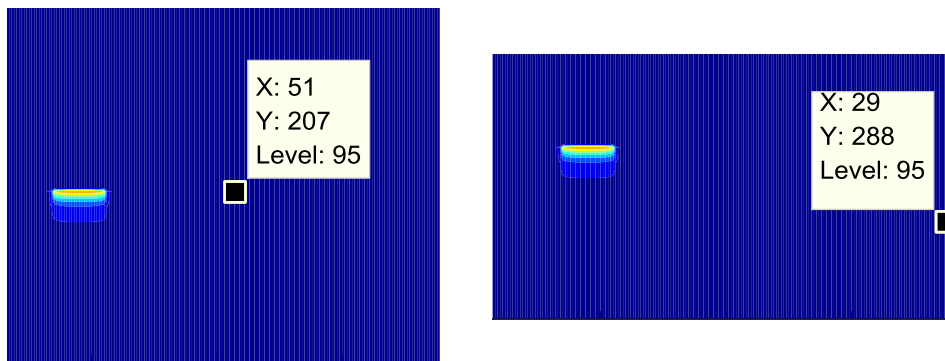
(100) Champ de températures à l'instant 2,3 secondes pour la pièce RECTANGLE sous Matlab

La température maximale correspond bien à la valeur de la courbe des températures de la *figure (99)*. La zone d'influence du laser est assez limitée et la poudre ainsi que les parois restent à des températures de 95°C en majorité, sauf aux frontières de la cuve de production où celles-ci sont un peu plus faibles à savoir de l'ordre de 93,2°C à la frontière supérieure et de 94,9°C aux frontières latérales. Ceci s'explique bien évidemment par les effets de convections forcée et naturelle, qui s'avèrent être nettement moins sensibles que dans les simulations en régime stationnaire. Nous travaillons en effet en transitoire avec des puissances nettement plus importantes (350 W au lieu de 2 W) ce qui rend l'influence de la convection moins prépondérante.

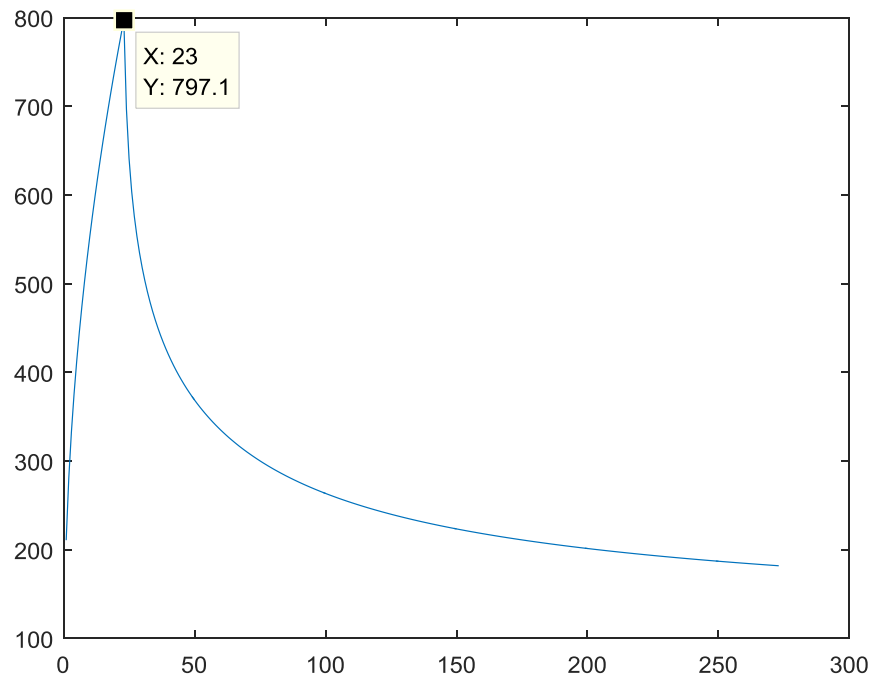


(101) Influence de la convection pour la pièce RECTANGLE sous Matlab

En désactivant l'option convection dans le code, nous remarquons en *figure (102)* que les valeurs aux frontières reprennent les valeurs de 95°C, ce qui confirme bien les propos précédents à savoir qu'il s'agit bien des effets de convection aux frontières qui influencent les températures à celles-ci. De plus, la courbe des températures maximales en *figure (103)* montre bien que celle-ci est très peu influencée par les effets de convection à savoir 6,1°C (environ 0,8% de différence relative) en plus qu'avec les convections forcée et naturelle. On peut donc en conclure aisément que la convection permet effectivement d'atténuer le champ de températures mais toutefois dans des proportions relativement faibles. Ceci nous amène à dire que la simplification du modèle 2D qui ne tient compte que de 2 au lieu de 4 parois convectives est a priori valable.

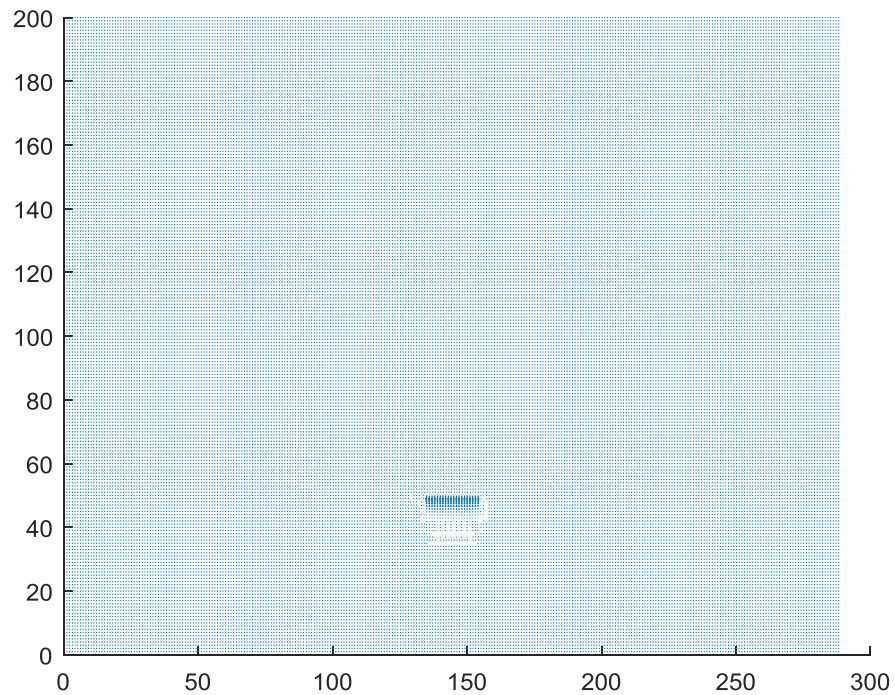


(102) Champ de températures sans convection pour la pièce RECTANGLE sous Matlab



(103) Courbe de températures maximales sans convection pour la pièce RECTANGLE

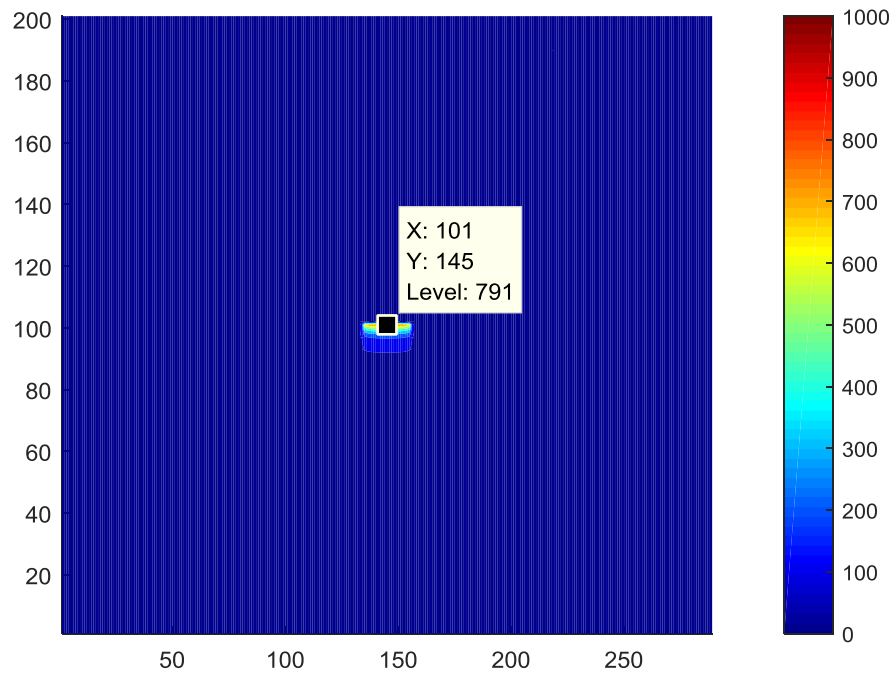
De même, la deuxième simplification qui partait du principe que le flux de chaleur se faisait principalement dans la pièce elle-même, ce qui a permis de considérer uniquement l'épaisseur de la pièce dans les calculs en négligeant la poudre et les parois, peut également être considérée comme valable dans la mesure où le champ de densité de flux représenté ci-dessous en *figure (104)* confirme bien, qu'en régime transitoire, les flux dans la poudre et les parois est pour ainsi dire nul. Ceci n'était pas le cas en régime stationnaire pour lequel des flux non négligeables existaient dans la poudre mais surtout au niveau des parois.



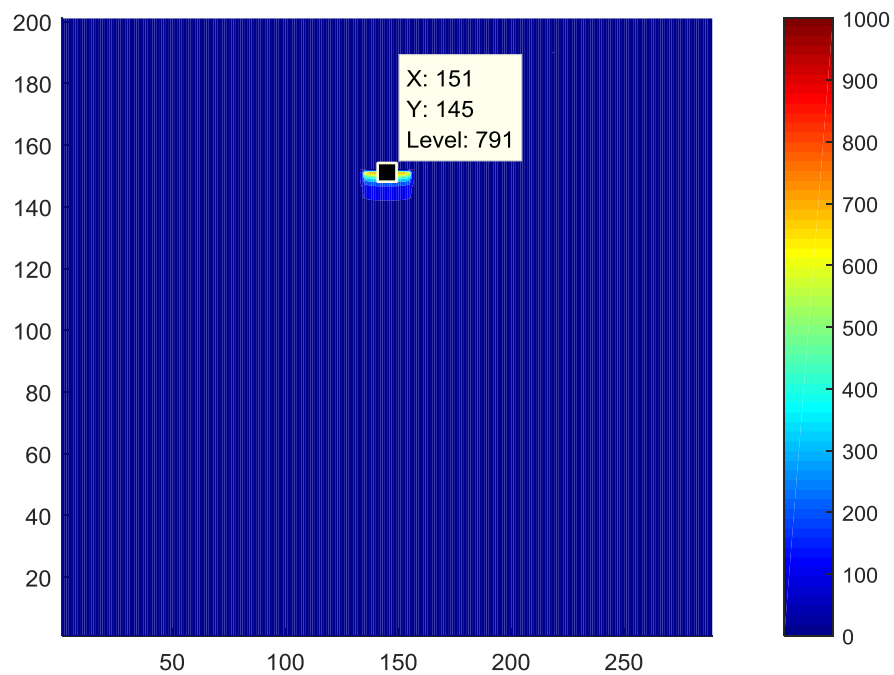
(104) Flux pour la pièce RECTANGLE en régime transitoire sous Matlab

Ce modèle numérique permet donc d'estimer et de situer les températures maximales couche par couche pour une puissance laser et une durée de refroidissement déterminée. On remarque en réalisant diverses simulations non illustrées dans ce TFE que diminuer la puissance apportée et augmenter le temps de refroidissement diminuent l'échauffement de la pièce, ce qui intuitivement est tout à fait évident. Une utilisation pratique de ce dernier pourrait donc être l'optimisation de ces deux paramètres avec ce modèle avant de lancer une production SLM, tout en gardant ceux-ci dans des intervalles de tolérance déterminés afin de conserver une qualité de fusion correcte et un temps de production total acceptable. Cette optimisation aurait pour but de rester sous un seuil déterminé par expérience permettant d'éviter la surchauffe et / ou les contraintes thermiques trop importantes lors de la production. Cette optimisation serait soit manuelle en lançant des simulations avec une série de paramètres différents soit automatique, en intégrant dans le code une logique d'optimisation de ces paramètres. Cette amélioration pourrait faire l'objet également d'un travail de fin d'études ultérieur.

Nous avons réalisé également les mêmes simulations pour des niveaux de production différents à savoir les couches 100 et 150. Les champs de températures respectifs sont représentés ci-dessous. On remarque que les températures maximales sont identiques, ce qui est logique car nous repartons d'une même référence à chaque fois à savoir un champ homogène à 95°C. En pratique, le champ de températures obtenu devient le champ de référence pour la couche suivante ce qui a pour conséquence une augmentation successive des températures maximales au fur et à mesure que les couches sont produites.



(105) Champ de températures de la couche 100 pour la pièce RECTANGLE sous Matlab



(106) Champ de températures de la couche 150 pour la pièce RECTANGLE sous Matlab

Pour une couche, le temps de calcul varie aux alentours de **540 secondes** (environ 9 mn) avec, pour rappel, un maillage de 1 mm et une précision temporelle de 0,1 secondes. Nous pouvons d'ores et déjà en conclure que le temps de calcul va rapidement devenir prohibitif dans le modèle, d'où l'intérêt de vérifier si la précision spatiale et temporelle jouent un rôle important.

Au niveau de la précision temporelle, il faut rappeler qu'à chaque itération, le modèle réalise un calcul FEM pour le champ de températures. Si on augmente le Δt , le nombre d'itérations va diminuer et le nombre de calculs FEM aussi. Il s'agit là d'une piste intéressante pour diminuer le temps de calcul. Diverses simulations pour la pièce RECTANGLE ont été réalisées (layer = 1 et pièce produite à 50 %) en augmentant le Δt . Le *tableau (107)* illustre les résultats obtenus :

Précision temporelle (Δt) (sec)	0,1	0,2	0,3	0,4
T° maximale (après flashing laser) (°C)	791,0	771,0	798,3	794,5
Durée du flashing laser (sec)	2,3	2,2	2,4	2,4
T° minimale (après refroidissement) (°C)	175,6	172,2	179,4	178,8
Durée du refroidissement (sec)	25,0	25,0	24,9	25,2
Temps de calcul (sec)	540	297	258	151

(107) Comparaison des résultats pour la pièce RECTANGLE pour divers Δt

On remarque que la durée du flashing laser et du refroidissement perdent en précision vu que le modèle arrondi ce temps à une valeur de durée (en secondes) multiple de Δt . Ceci a pour but d'avoir un nombre entier d'itérations. Il y a donc une double erreur qui existe en diminuant la précision : tout d'abord le fait que le calcul est a priori moins précis avec des écarts temporels plus importants et également le fait que les durées réelles de flashing et refroidissement deviennent moins exactes en augmentant cet écart. On remarquera toutefois que les résultats restent tout à fait acceptables et semblables à notre valeur de référence à savoir $\Delta t = 0,1$ secondes. Diminuer la précision temporelle est donc une piste exploitable pour diminuer le temps de calcul en cas de besoin, surtout pour des pièces qui demandent des temps de flashing longs, comme c'est le cas de la PYRAMIDE pour les couches inférieures vu la surface de solidification plus importante à ces niveaux de fabrication.

$\Delta t = 0,1$ - Production 25 %				
Précision spatiale (layer) (mm)	1	0,5	0,25	0,1
T° maximale (après flashing laser) (°C)	791,0	792,6	793,0	793,1
T° minimale (après refroidissement) (°C)	175,6	175,6	175,6	175,6
Temps de calcul (sec)	404	758	1424	11906

(108) Comparaison des résultats pour la pièce RECTANGLE pour divers « layers »

En ce qui concerne la précision spatiale, on remarque tout d'abord dans le *tableau* (108) ci-dessus, à l'instar de la précision temporelle, que les températures maximales atteintes après flashing laser ainsi que les températures maximales du champ après refroidissement varient très peu. Les temps de calcul quant à eux deviennent encore nettement plus prohibitifs que dans le cas de la précision temporelle. Les calculs avec une épaisseur de **50 μm** , épaisseur correspondant à la réalité de la production additive SLM, n'ont pu être réalisés pour des raisons de manque de mémoire disponible avec l'ordinateur utilisé pour le TFE (MacBook Pro Intel Core i5 2.3 Ghz avec 16 Gb DDR3 1600 MHz sous Windows 8.1). Il devient évident que l'utilisation de ce modèle, déjà simplifié de par sa nature 2D, sera très vite compromise en temps de calcul si on désire une précision, surtout spatiale, trop élevée.

Afin de garder une rapidité de calcul conviviale, l'idée est donc de travailler avec des précisions spatiales faibles, fixées dans notre cas à 1 mm, et de vérifier si elles correspondent bien, à un facteur correctif près, aux températures obtenues en pratique avec les expériences QUALAM. Ceci devra être réalisé, comme expliqué précédemment, dans le cadre d'une autre TFE car ces tests n'ont pas pu être réalisés et consolidés complètement. L'objectif de ce TFE complémentaire sera donc de valider et éventuellement adapter le modèle Matlab par rapport aux tests QUALAM et également de mesurer le ou les facteurs correctifs à appliquer à celui-ci pour qu'il se calque correctement aux valeurs expérimentales.

Au niveau de la précision spatiale précédemment discutée, il est toutefois essentiel de bien comprendre que travailler avec 1 mm de précision tout en appliquant 350 W une seule fois sur la couche ne correspond absolument pas à la réalité du processus SLM à savoir appliquer cette même puissance sur chaque couche de 50 μm . En effet, si on considère le premier cas de figure de 1 mm de couche, ce dernier est réalisé en pratique au moyen de 20 cycles de flashing de 350 W pendant la durée de 2,3 secondes (pour le RECTANGLE) suivi du refroidissement de 25 secondes. Cette charge thermique est à intégrer obligatoirement dans le modèle Matlab sous peine de complètement fausser les données de base du modèle et donc les résultats correspondants aussi.

Le code a donc été adapté dans ce sens à savoir qu'une boucle de type « for – end » avec un nombre d'itérations paramétrable, à rentrer, sous forme d'input au lancement du programme, a été intégrée au sein de chaque itération correspondant à une couche. Ainsi, nous continuons à travailler avec des « layers » de 1 mm, donc un domaine discrétisé avec le moins d'éléments possibles, tout en appliquant à cette couche les 20 charges thermiques appliquées dans le cas de la production de 20 couches de 50 μm . Nous aurons donc le même nombre de calculs FEM à effectuer mais avec des matrices nettement plus petites. L'énergie totale apportée pour fabriquer une hauteur de 1 mm est conservée et le temps de refroidissement global est identique.

% NOMBRE DE CYCLES PAR COUCHE

```
prompt = 'NOMBRE DE CYCLES PAR COUCHE ? ' ;
nb_cycles = input(prompt) ;
```

(109) Intégration de cycles de charge et refroidissement par couche

Un autre point remarquable est que le temps de calcul augmente au fur et à mesure que la production avance. Ceci est assez évident car les matrices intervenant dans le calcul comportent moins de zéros si on considère des couches plus élevées, ce qui complexifie le calcul matriciel. Ci-dessous l'évolution des temps de calcul suivant la couche considérée, pour un $\Delta t = 0,1$ et un layer = 1 mm.

Couche	Temps de calcul (sec)
50	168
100	540
150	790
200	1019

(110) Variation des temps de calcul en fonction de la couche

Avant de tester le code pour plusieurs couches consécutives, nous allons également appliquer un coefficient multiplicateur au niveau du Δt pour la partie correspondante au refroidissement. En effet, la durée du refroidissement étant de l'ordre de 25 secondes, en travaillant avec un $\Delta t = 0,1$ seconde, cela implique 250 calculs FEM consécutifs afin d'obtenir la température maximale du champ après refroidissement. Etant donné que nous favorisons dans ce modèle la rapidité de calcul, nous allons donc appliquer un coefficient de 10 au niveau de la précision temporelle pour la partie refroidissement. Le $\Delta t = 1$ seconde pour cette période tandis qu'il reste à un dixième de seconde pour la période de flashing.

```
%% CALCUL DU CHAMP DE TEMPERATURE EN DECHARGE

P = P_CONV_FORCEE + P_CONV_NAT_GAUCHE + P_CONV_NAT_DROITE ;

delta_t_decharge = delta_t * 10 ;

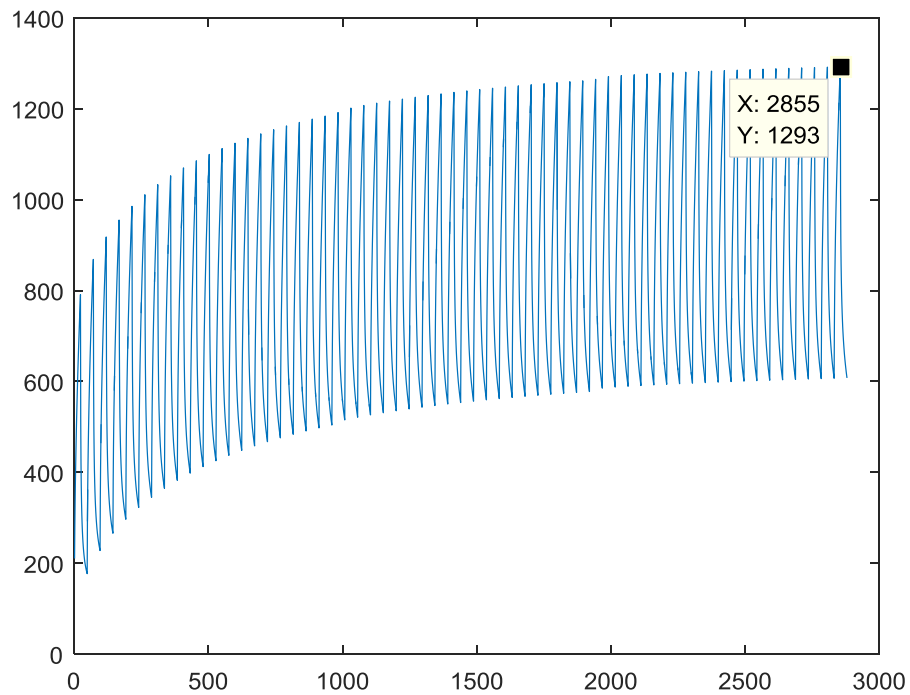
nb_iter_decharge = round(t_nelx_piece_decharge / delta_t_decharge)
```

(111) Adaptation du Δt pour le refroidissement

Après ces multiples simplifications, à savoir :

- le maintien d'une précision spatiale fixée à 1 mm, ce qui représente la production en une fois de 20 couches réelles,
- l'intégration de 20 cycles de flashing / refroidissement au sein d'une même couche de 1 mm,
- la diminution de la précision temporelle sur les périodes de refroidissement à un $\Delta t = 1$ seconde au lieu de 0,1 seconde,

nous sommes prêt à lancer la simulation pour des couches successives. Nous nous limitons dans un premier temps à 3 couches successives de 51 à 53. Nous obtenons la *figure (112)* représentant les 60 cycles de flashing et refroidissement correspondants aux 3 couches simulées.

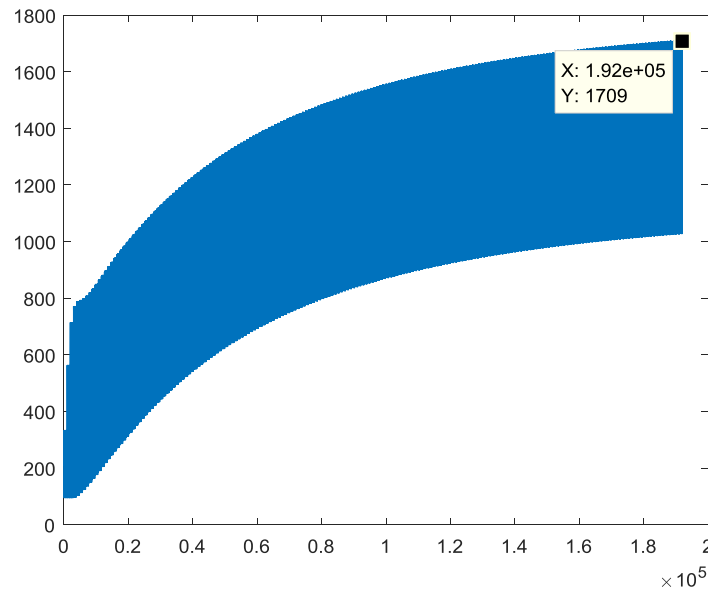


(112) Courbe de températures sur 3 couches successives

Malheureusement, le temps de calcul pour ces 3 couches est de l'ordre de 10000 secondes ou environ 2 h 45 mn. Nous comprenons rapidement que ce temps est également fort élevé pour une exploitation pratique. En revérifiant le code, comme expliqué précédemment, il s'avère qu'une grosse partie des ressources mémoire sont utilisées pour stocker les vecteurs T des champs de température obtenus après chaque calcul FEM. En effet, chaque champ est stocké dans une LISTE Matlab pour pouvoir, à la demande, aller visualiser celui-ci pour une éventuelle analyse plus approfondie. De plus, chaque champ est sauvegardé sous forme d'image pour former après assemblage un film. Nous avons désactivé ces fonctionnalités du code pour nous limiter au stockage dans une LISTE Matlab des valeurs maximales de chaque champ afin de visualiser ces valeurs sous forme de courbe, comme cela était déjà le cas auparavant. Après avoir lancé de nouveau le code avec cette nouvelle simplification pour les 3 couches correspondantes à la *figure (112)* précédente, nous obtenons un temps de calcul nettement plus abordable de l'ordre de 400 secondes ou 6 à 7 minutes.

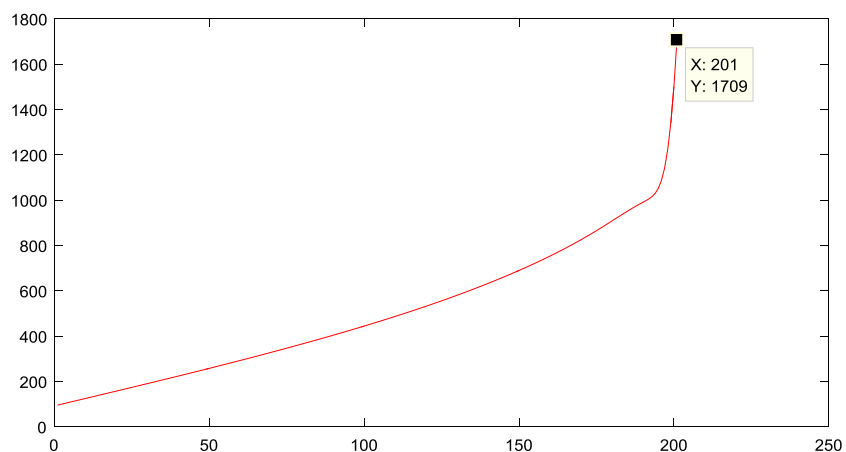
Avec cette nouvelle mouture du code beaucoup plus rapide, nous avons lancé une simulation globale pour l'ensemble de la pièce RECTANGLE. La *figure (113)* ci-après nous montre la courbe des températures maximales obtenue. Le temps de calcul pour cette figure est d'environ 14 heures. Ce calcul comporte 192000 calculs FEM.

La température maximale atteinte, d'après le modèle, est de 1709 °C.



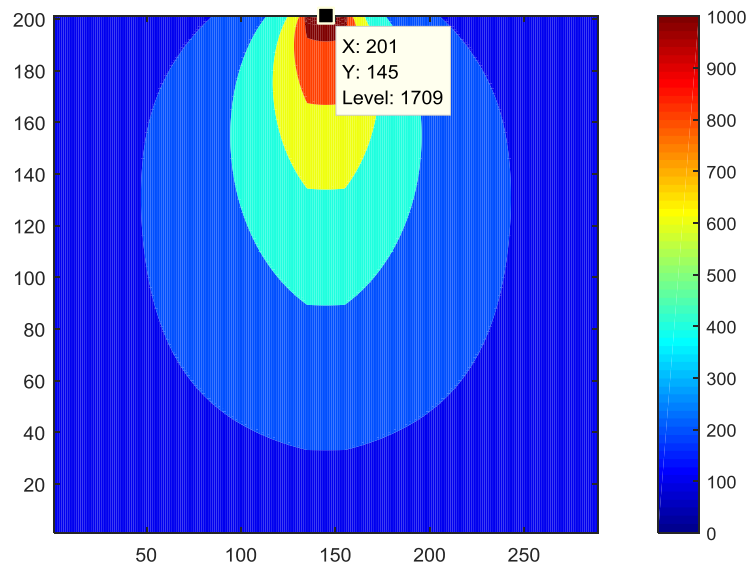
(113) Courbe de températures maximales en fonction des itérations (simulation de la couche 1 à 200)

Il est donc possible pour un utilisateur de lancer le code fin de journée et d'obtenir le lendemain matin une simulation de la courbe des températures maximales atteintes couche par couche en cas de production. Le modèle nous permet aussi d'obtenir l'évolution de la température sur la ligne centrale de la pièce, en partant du plateau chauffant (bas de la pièce) vers la dernière couche produite (haut de la pièce). Cette courbe est représentée ci-après :



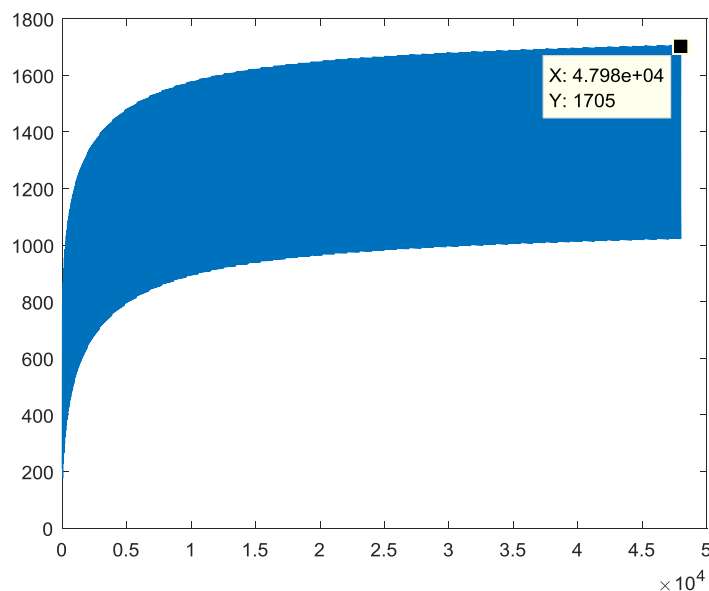
(114) Evolution de la température sur la ligne centrale de la pièce (simulation de la couche 1 à 200)

Le modèle Matlab a également été paramétré pour sauvegarder le champ de températures pour la dernière couche produite, après le flashing laser. Ce champ est illustré ci-dessous en *figure (115)* :



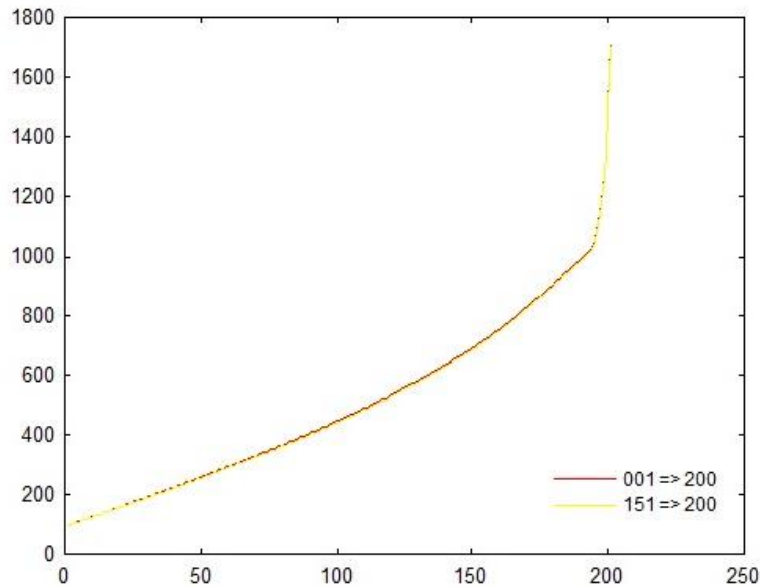
(115) Champ de températures final après flashing laser (simulation de la couche 1 à 200)

Vu le temps nécessaire pour la modélisation complète, exploitable mais tout de même long, nous avons également lancé une simulation à partir de la couche 151 et non de la première couche. Après un peu plus de 5 h 30 mn, nous avons obtenu les résultats suivants :



(116) Courbe de températures maximales en fonction des itérations (simulation de la couche 151 à 200)

Il est intéressant de constater que la température maximale atteinte en fin de production est de 1705 °C, très proche des 1709 °C obtenus avec la simulation complète. L'évolution des températures centrales obtenue a été superposée à celle d'origine dans le graphique ci-dessous :



(117) Comparaison des évolutions de la température sur la ligne centrale de la pièce

On remarque que les 2 courbes sont très proches pour ne pas dire quasi superposées. Nous pouvons donc en conclure qu'une alternative potentielle est de partir d'une couche intermédiaire plutôt que de la première couche. Ceci permet de gagner un temps de calcul conséquent tout en conservant des informations fiables par rapport à une simulation globale. L'utilisateur devra toutefois effectuer plusieurs simulations comparatives et déterminer quel est le nombre de couches à considérer lui apportant une précision suffisante à ces yeux.

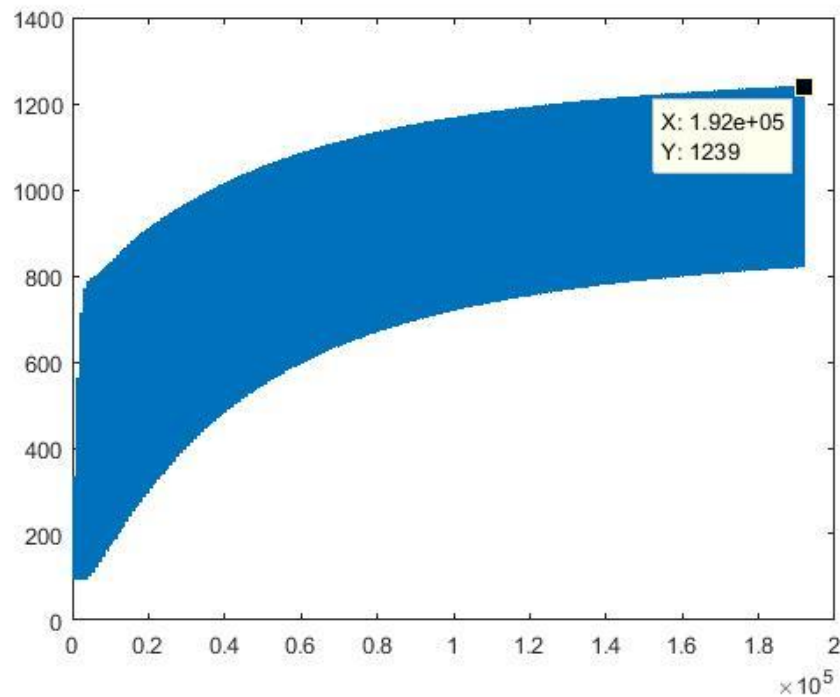
Il faut toutefois rappeler que les températures obtenues par le modèle n'ont pas pu être validées, pour des raisons d'organisation, par les expériences QUALAM. Vu les températures obtenues par le modèle, de l'ordre de 1700 °C, nous pourrions déjà conclure que des problèmes sont à prévoir vu que nous atteignons le point de fusion du titane à savoir 1668°C. Toutefois, ce genre de pièce a déjà été produit en SLM avec succès. Nous pensons donc que les températures du modèle sont surestimées.

Nous basons cette conclusion sur le fait que le modèle considère que toute la puissance du laser est utilisée pour chauffer la pièce. En réalité, cette puissance est tout d'abord nécessaire pour fusionner la poudre de titane sous forme de bain de fusion, qui se refroidit en se solidifiant pour obtenir au final le titane solide composant la pièce. Le reste de la puissance laser disponible servira à chauffer la pièce. Il est donc essentiel, dans un travail ultérieur, de comparer ce modèle aux résultats expérimentaux des tests QUALAM et d'en retirer des coefficients de corrections fiables.

L'autre point qui nous fait penser que les résultats obtenus sont surestimés est, ce que nous avons souvent répété dans ce rapport, à savoir que les coefficients de conductivité thermique, ainsi que les capacités thermiques, sont fonction de la température en un point. A ce stade du code, nous n'avons pas tenu compte de ce fait car nous travaillons avec un mapping lambda et Cp constant calculé sur une température de référence de 95 °C. Ces distributions caractérisent bien les 3 régions du domaine discrétisé à savoir le titane, la poudre et les parois mais restent constantes, pour notre simulation actuelle, sur toute la production de la pièce. Ceci est bien entendu faux car nous avons vu précédemment que la conductivité thermique du titane solide augmente fortement avec la température. Ceci devrait être bénéfique au niveau de la conductivité globale et les très hautes températures obtenues à l'heure actuelle devraient être moindres en tenant compte de ce fait.

Nous allons donc, pour chaque nouvelle couche de 1 mm, recalculer un nouveau mapping de lambda et Cp basé sur le champ de températures initial propre à la couche, lui-même étant le champ thermique obtenu à la fin de la couche précédente. Ceci est effectivement une amélioration mais reste toutefois encore inexact car au sein d'une même couche, nous avons un cycle d'augmentation de température et un cycle de refroidissement dont on ne tient pas compte au niveau du rafraichissement du mapping des lambdas et Cp. Malheureusement, comme les matrices globales sont assemblées une seule fois pour chaque couche de 1 mm, il nous est seulement possible d'y intégrer qu'un seul et unique mapping correspondant.

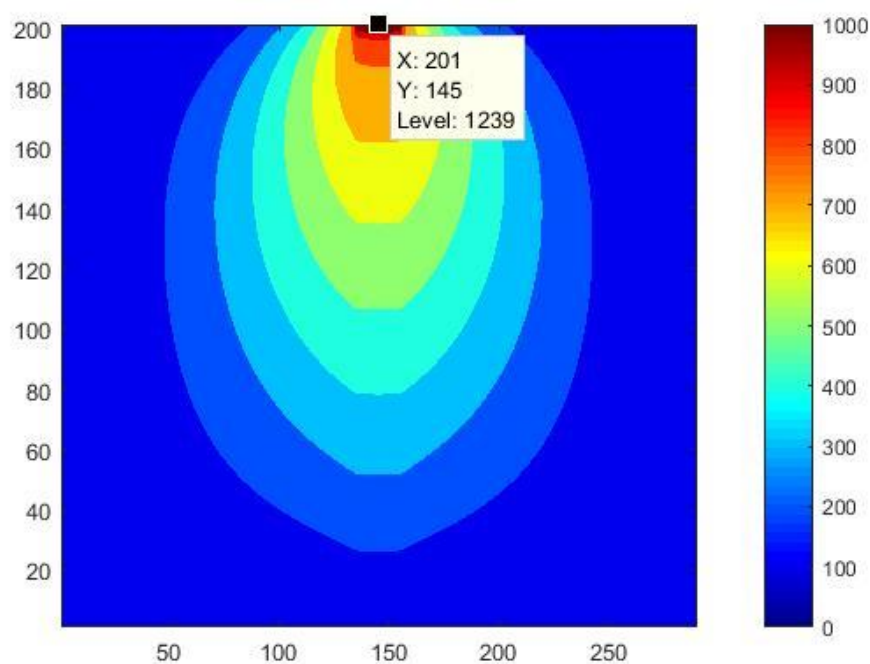
Avec le code modifié de la sorte, nous avons relancé une nouvelle simulation complète pour la pièce RECTANGLE. Les résultats obtenus sont repris dans la *figure (118)* ci-dessous :



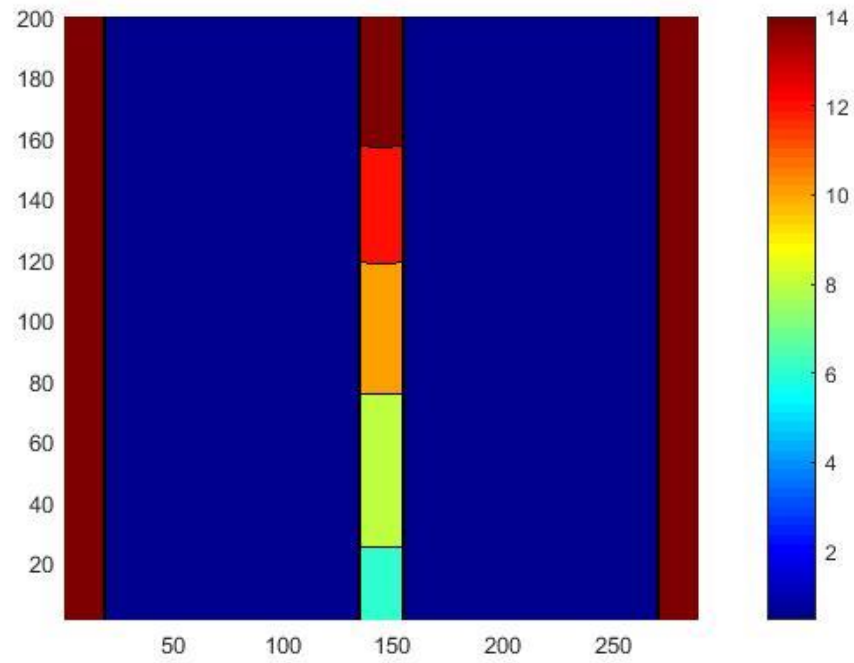
(118) Courbe de températures maximales en fonction des itérations avec conductivité variable

Nous remarquons sur ce graphique que la température atteinte après flashing laser au niveau de la dernière couche est de **1239 °C**, ce qui est nettement plus bas que les 1709 °C obtenus en ne tenant pas compte de la variabilité de la conductivité par rapport à l'évolution de la température dans la pièce. Ceci confirme donc bien ce qui avait été prédit ci-avant à savoir que l'augmentation générale de la conductivité proportionnelle à la température permet d'obtenir des températures maximales moins élevées. Ceci nous paraît plus réaliste même si les résultats obtenus doivent encore être validés expérimentalement.

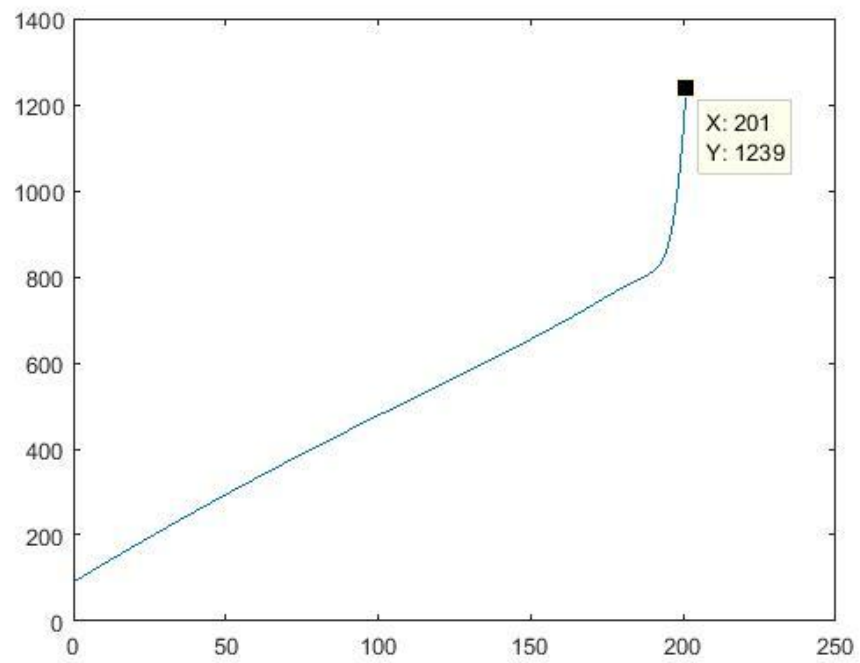
Pour le RECTANGLE, ci-dessous les *figures (119), (120) et (121)* représentant respectivement, après flashing de la dernière couche, le champ de températures, la mapping des lambdas et l'évolution des températures centrales :



(119) Champ de températures final après flashing laser avec conductivité variable



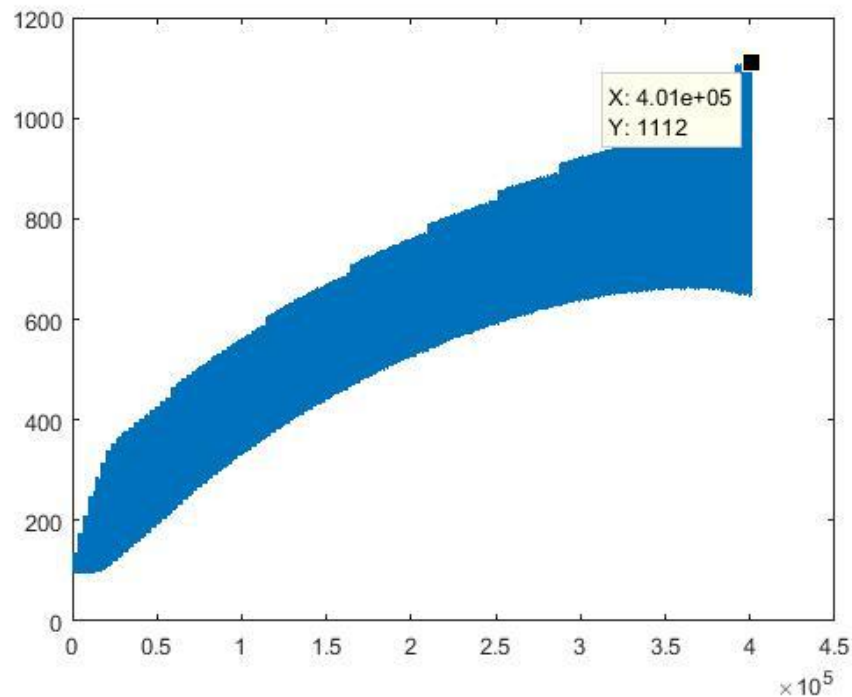
(120) Mapping des lambdas de la couche finale avec conductivité variable



(121) Evolution de la température sur la ligne centrale de la pièce avec conductivité variable

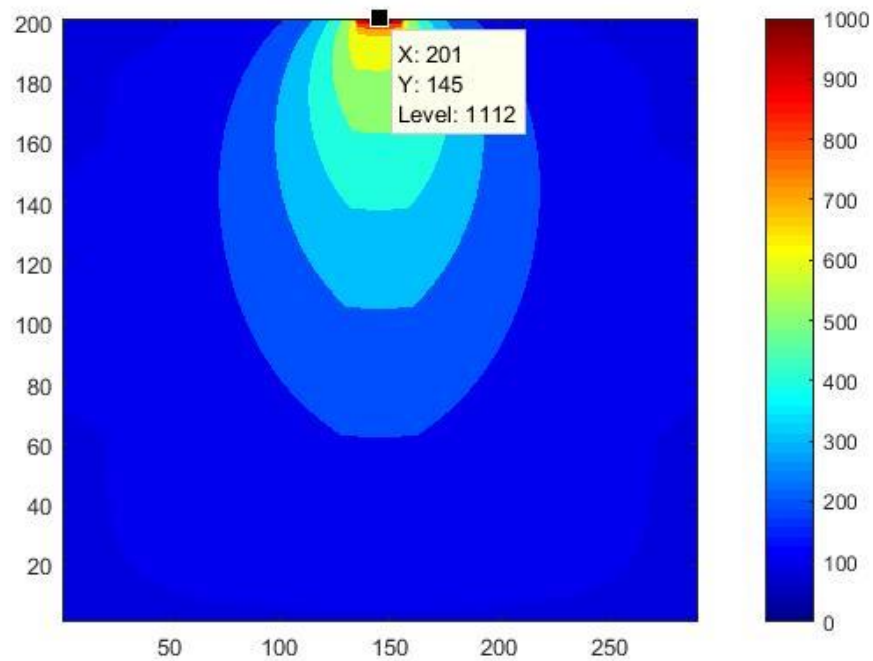
Nous avons lancé la simulation complète pour la PYRAMIDE. Celle-ci a été nettement plus longue car la pièce étant plus large et épaisse à sa base que le RECTANGLE, le nombre d'itérations pour la période de flashing, proportionnelle à la durée de flashing, était plus conséquent. Pour rappel, un calcul FEM est réalisé tous les 0.1 secondes pendant la durée d'application du laser et toutes les 1 secondes pour le refroidissement. La durée totale de calcul est d'approximativement 22 heures, contre 14 heures pour le RECTANGLE.

Au niveau des résultats, nous obtenons, comme le montre la *figure (122)* ci-après, un courbe de températures maximales qui atteint, en fin de production, une valeur moins élevée à savoir **1112 °C**. On peut donc déjà en conclure, comme ce fut le cas lors de nos considérations en régime stationnaire, que la pièce modèle PYRAMIDE permet une meilleure évacuation de la chaleur en comparaison avec le RECTANGLE. C'est d'ailleurs une des règles de base de la production additive SLM, à savoir d'ouvrir les pièces sur leur partie basse, côté plateau chauffant, pour optimiser l'évacuation thermique et éviter les surchauffes. Ce principe avait déjà été expliqué en partie 3 de ce TFE, plus précisément au moyen de la *figure (33)*.

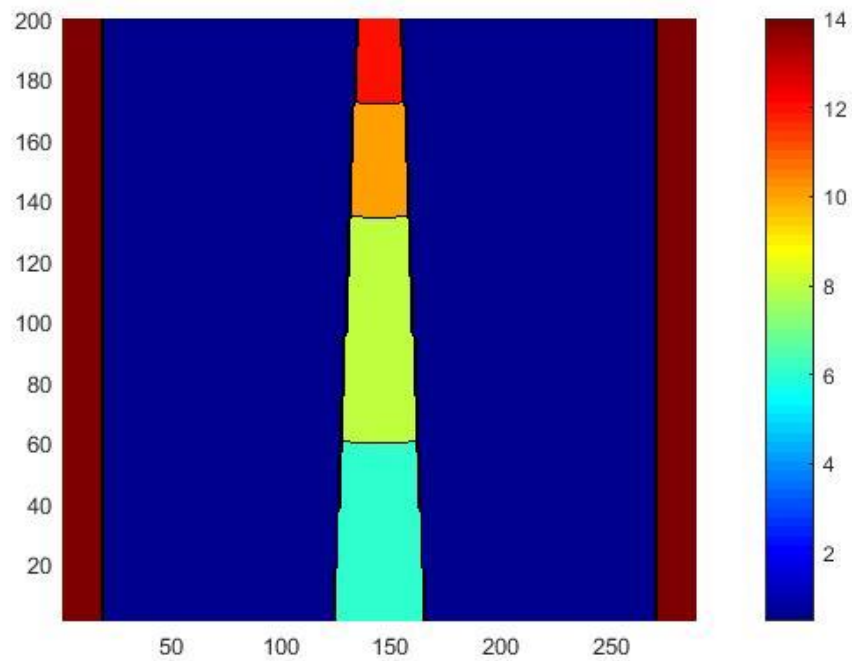


(122) Courbe de températures maximales en fonction des itérations avec conductivité variable

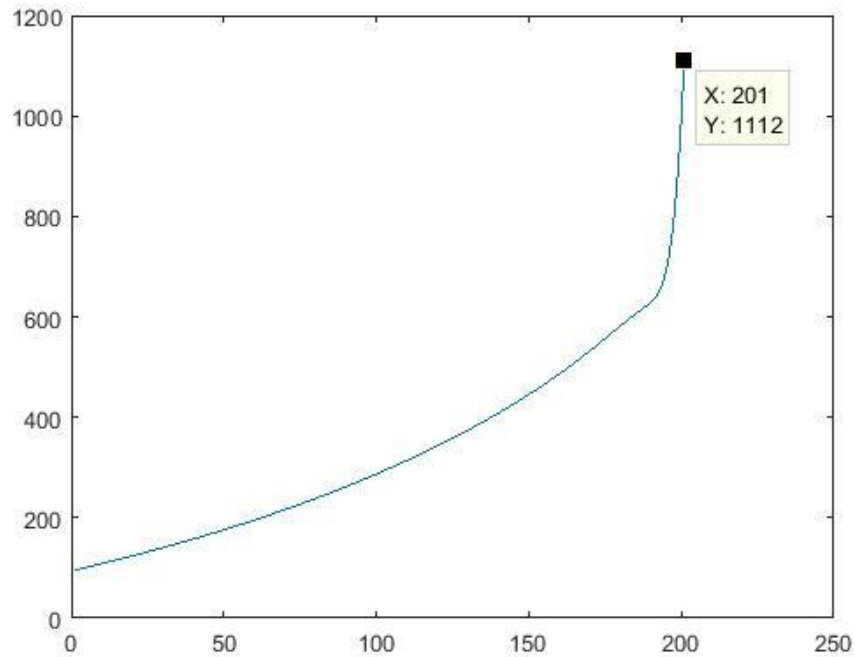
Pour la PYRAMIDE, ci-dessous les *figures (123), (124) et (125)* représentant respectivement, après flashing de la dernière couche, le champ de températures, la mapping des lambdas et l'évolution des températures centrales :



(123) Champ de températures final après flashing laser de la pièce PYRAMIDE



(124) Mapping des lambdas de la couche finale de la pièce PYRAMIDE

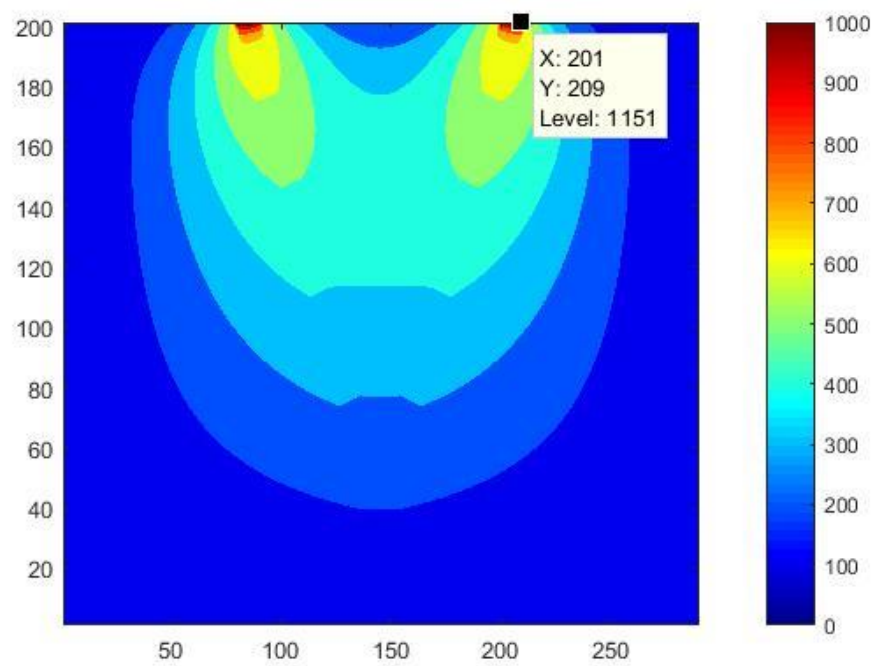


(125) Evolution de la température sur la ligne centrale de la pièce PYRAMIDE

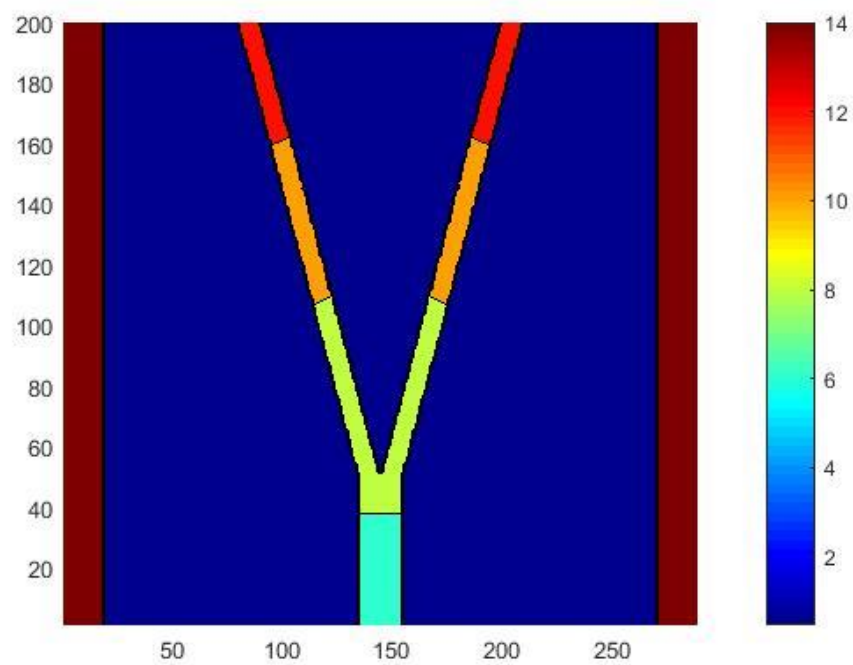
En ce qui concerne la pièce Y, la même simulation a été lancée. Celle-ci a duré environ 14 heures, comme ce fut le cas pour le RECTANGLE. C'est assez logique car la surface de flashing, bien que divisée en 2 parties distinctes, reste identique à celle du RECTANGLE. La durée de chauffe et donc le nombre d'itérations restent les mêmes que celles du RECTANGLE à savoir pour rappel 2.3 secondes et 23 itérations respectivement.

On remarque sur la *figure (126)* que la température maximale est de **1151 °C** en fin de production. Celle-ci est donc moins élevée que pour le RECTANGLE mais plus importante que pour la PYRAMIDE. De nouveau, ces conclusions avaient déjà été possibles en régime stationnaire, pour lequel nous avons déjà remarqué que la qualité de l'évacuation de la chaleur pour cette pièce se situait entre les deux autres pièces modèles.

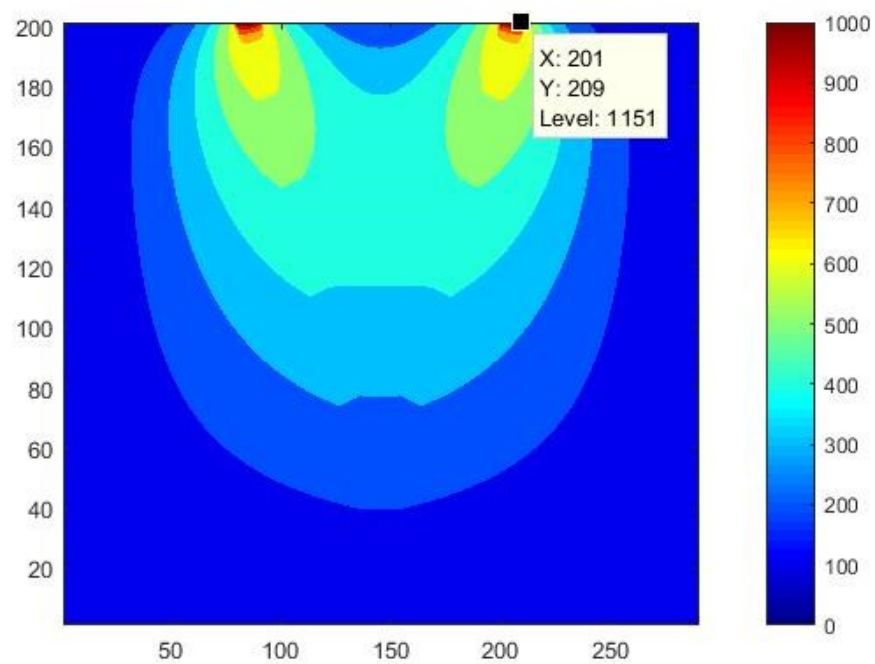
Pour le Y, ci-dessous les *figures (126)* et *(127)* représentant respectivement, après flashing de la dernière couche, le champ de températures et le mapping des lambdas :



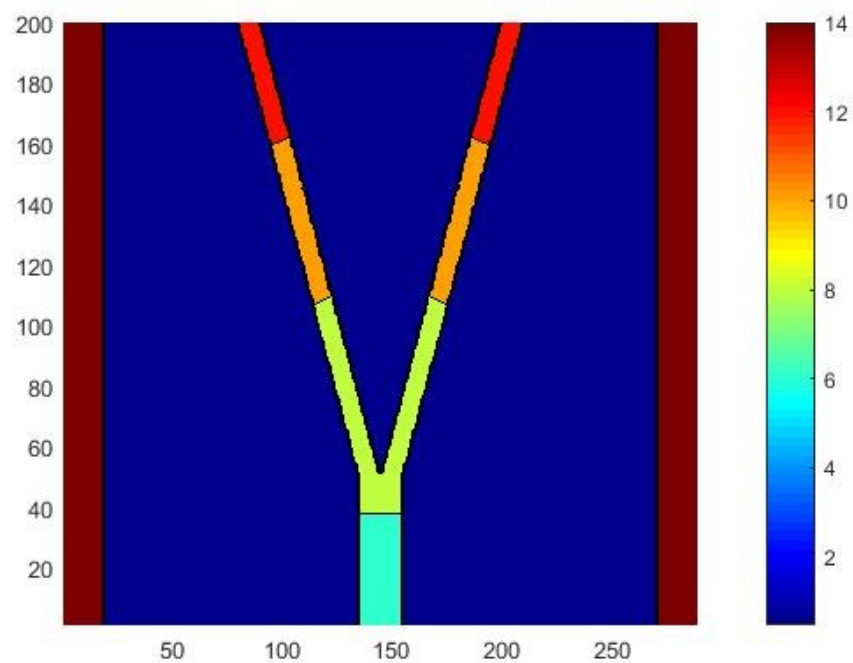
(126) Champ de températures final après flashing laser de la pièce Y



(127) Mapping des lambdas de la couche finale de la pièce Y



(126) Champ de températures final après flashing laser de la pièce Y



(127) Mapping des lambdas de la couche finale de la pièce Y

5 CONCLUSION

A l'issue de ce travail, nous avons réussi à établir 3 codes Matlab potentiellement utilisables par un utilisateur avisé dans le domaine de la production additive de type SLM. Ci-après une description succincte de l'utilité de chaque modélisation :

- **Modélisation de calcul en régime stationnaire** : pour une pièce au choix parmi 3 pièces modèles QUALAM, à choisir à l'exécution du code, il est possible de simuler le champ de températures final obtenu, après une période théorique infiniment longue. Ceci est paramétrable pour un niveau de production (en %) désiré. Ce modèle permet de donner une idée grossière, par comparaison, du caractère conducteur d'une pièce par rapport à l'autre,
- **Modélisation de calcul en régime transitoire complète** : pour une pièce au choix parmi les 3 pièces modèles QUALAM, à choisir à l'exécution du code, il est possible de simuler l'évolution des champs de températures à différents moments de la production. On peut choisir de démarrer de la première couche, comme en réalité, ou de démarrer d'une couche intermédiaire, comme après avoir laissé refroidir la pièce un temps suffisamment long. Cette modélisation complète stocke tous les champs de températures successifs dans une liste, ce qui permet d'aller visualiser un champ au choix pour éventuelle analyse ultérieure. Une vidéo est générée également en fin d'exécution permettant de visualiser l'évolution du champ de température de manière dynamique. Ce modèle est basé sur un maillage de 1 mm et l'intégration de 20 cycles de charge et décharge par couche. Toutefois, la simplification allongeant l'intervalle de calcul (une seconde au lieu d'un dixième de seconde) en période de refroidissement n'y est pas implémentée afin de garder une vidéo cohérente basée sur une même référence de temps. Cette simulation nécessite un temps de calcul élevé vu le stockage en mémoire des champs successifs de température et la création en continu de la vidéo. Elle est difficile d'utilisation en pratique vu son temps de calcul élevé,
- **Modélisation de calcul en régime transitoire simplifiée** : cette modélisation est semblable à la précédente car elle en est une simplification. Elle utilise un intervalle de 1 seconde pour les calculs en refroidissement et ne stocke pas les champs de températures successifs. Elle ne crée pas non plus une vidéo en fin de calcul. Elle permet de visualiser, comme dans le modèle complet, la courbe des températures maximales des champs thermiques successifs mais aussi le champ de températures le plus chaud, après flashing laser, de la dernière couche de production et l'évolution en température de la ligne centrale de la pièce à ce même instant. Ce modèle permet un calcul complet en 14 heures pour les pièces RECTANGLE et Y et en 22 heures pour la PYRAMIDE, avec un PC personnel standard utilisé par les étudiants de l'ULg ou chercheurs de SIRRIS.

Ce dernier modèle est donc d'après nous exploitable, au niveau du principe, par les chercheurs de l'entreprise SIRRIS. L'exécution de celui-ci peut être lancée en fin de journée, comme c'est le cas lors d'une production de pièces avec la machine SLM, pour en récolter les informations utiles le lendemain.

PERSPECTIVES

Il est d'après nous impératif, si on désire utiliser cette modélisation Matlab en pratique, de faire une comparaison entre les résultats obtenus par le modèle et les tests QUALAM. Le modèle devra être validé et éventuellement modifié en certains points afin de mieux correspondre à la réalité. Des coefficients correctifs ou des filtres numériques devraient y être appliqués afin de corrélérer les résultats numériques et la réalité.

Une fois la cohérence et l'exactitude du modèle améliorée, il serait utile de tenter d'augmenter sa précision (si nécessaire) en éliminant de manière cohérente les simplifications faites afin de gagner du temps de calcul. Cette démarche nécessitera d'après nous une mise à disposition d'un ordinateur plus puissant, dédié exclusivement pour cette fonctionnalité d'analyse et paramétré de manière optimale pour que Matlab soit le plus préformant possible.

Une troisième amélioration possible est de créer une interface permettant le design de pièces quelconques afin d'en calculer les phénomènes thermiques correspondants. Une variante pourrait aussi être d'y intégrer une optimisation topologique permettant l'obtention de paramètres idéaux de production (puissance laser, temps de refroidissement, etc.) minimisant les effets de surchauffe et de risque de contraintes résiduelles.

Pour terminer, il serait peut-être utile, voir nécessaire, d'intégrer les phénomènes de radiation ou d'anisotropie des pièces (due à la production additive par couches). Ces implémentations non linéaires sont, comme on peut l'imaginer, très complexes à mettre en œuvre car elles nécessitent des calculs itératifs lourds à inclure dans les sous itérations déjà existantes afin de permettre le calcul des champs thermiques.

Finalement, ce fut très intéressant de se familiariser plus en pratique avec le calcul par éléments finis dans le domaine thermique. En effet, la formation d'Ingénieur Civil Mécanicien porte surtout sur la mécanique et il a été fort motivant de se plonger dans un domaine moins étudié durant de cette formation. Ce TFE a été indiscutablement un complément utile à celle-ci.

Bibliographie

- [1] Matlab online documentation
- [2] DUYSINX, P. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. Université de Liège, 2015-2016.
- [3] PONTHOT, JP. *Finite Element Method*. Université de Liège, 2013-2014.
- [4] SIRRIS. *Techniques de Fabrication Additive et 3D printing*. Université de Liège, 2015-2016.
- [5] SIGMUND, O. *A 99 line topology optimization code written in Matlab*. Springer-Verlag 2001.
- [6] DEBARD, Y. *Méthode des éléments finis : thermique*. Université du Mans, 2011.
- [7] BERGHEAU, JM. *Simulation numérique des transferts thermiques par éléments finis*. Hermes, 2004.
- [8] BIANCHI, AM. *Transferts thermiques*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2004.
- [9] CENGEL, YA. *Heat transfer : a practical approach*. McGraw-Hill, 1998
- [10] CHERON, B. *Transfert thermiques*. Ellipses, 1999
- [11] CRABOL, J. *Transferts de chaleur*. Masson, 1989
- [12] AEBY-GAUTIER, E. *Les alliages de titane*. LSG2M, Ecoles des Mines de Nancy
- [13] PONCHE, R. *Méthodologie de conception pour la fabrication additive*. Ecole Centrale Nantes, 2013
- [14] SAKLY, A. *Fabrication additive de pièces à base d'alliages métalliques complexes*. Université de Lorraine, 2013
- [15] ALDERSON, NA. *Thermal Modeling and Simulation of Electron Beam Melting for Rapid Prototyping on Ti6Al4V Alloys*. North Carolina State University, 2012.