



Surhausse déformable de petits seuils en rivière

Travail de fin d'études réalisé en vue de l'obtention du grade de master :
"Ingénieur Civil des Constructions" par Quentin BOULAY

Membres du jury :

Sébastien ERPICUM (Promoteur) : Université de Liège

Jean-François DEMONCEAU : Université de Liège

Michel PIROTON : Professeur - Université de Liège

Niels DUCHÈNE (Membre extérieur) : Merytherm

Table des matières

Enoncé	6
Remerciements	7
Résumé	8
1 Introduction	10
1.1 Le contexte du travail	10
1.1.1 Contexte général	10
1.1.2 Position du problème	11
1.1.3 Etat de l'art relatif aux seuils souples déjà réalisés	12
1.2 Objectifs et méthodologie du travail	15
1.2.1 Points d'objectifs visés	15
1.2.2 Méthodologie et cadre d'évolution du travail	16
2 Caractérisation et pré-sélection des matériaux	18
2.1 Etat de l'art des matériaux et des expériences faites sur les seuils souples	18
2.1.1 Les alliages à mémoires de forme	18
2.1.2 Les élastomères hyper-élastiques	20
2.2 Considération du modèle et pré-sélection	22
2.2.1 Possibilité de modélisation des matériaux et écartement de la solution en alliage	22
2.2.2 Résultat des essais de traction et pré-sélection parmi les élastomères	23
2.3 Evaluation des coefficients caractéristiques des élastomères	27
2.3.1 Superposition des contraintes expérimentales et numériques	27
2.3.2 Superposition des contraintes et conservation du module d'Young	28
3 Modélisation numérique	31
3.1 Test et validation du modèle hyper-élastique de LAGAMINE	32
3.1.1 Phase de tests	32
3.1.2 Validation du modèle	36
3.2 Simulation en phase de réservoir de la position verticale de la membrane	37
3.2.1 Comportement vertical sous plan d'eau en pré-déversement	37
3.2.2 Modélisation EXCEL : Modèle analytique et loi de Hooke en petites déformations	38
3.2.3 Modélisation MATLAB : Modèle analytique en grandes déformations	41
3.2.4 Modélisation LAGAMINE : Modèle éléments finis en grandes déformations	48
3.2.5 Analyse des résultats	51
3.3 Comportement en déversoir	55
3.3.1 Méthodologie	55

3.3.2	Analyse des résultats et critiques	57
3.4	Remarques et perspectives de développement	59
3.4.1	La membrane verticale	59
3.4.2	La déformée couchée en déversement	59
4	Modélisation expérimentale en laboratoire	61
4.1	Evaluation des caractéristiques du canal vitré et phase de test	61
4.1.1	Caractéristiques et capacité maximale du canal	61
4.1.2	Test et validation du modèle numérique	65
4.2	Etude du fonctionnement complet de la membrane	69
4.2.1	Fonctionnement de l'EPDM	69
4.2.2	Fonctionnement du Néoprène	84
4.3	Résultats d'analyse et perspectives de développement	93
4.3.1	Analyse des résultats et compléments d'essais	93
4.3.2	Perspectives d'études complémentaires	95
5	Conclusion	98
6	Annexes	101
	Bibliographie	109

Table des figures

1.1	Inondation des berges	11
1.2	Essais de membrane en caoutchouc par Meytherm	13
1.3	Membranes en fonctionnement sur le site du Val Notre-Dame à Wanze	13
1.4	Plan du protocole d'étude dans le canal	17
2.1	Loi de comportement des alliages à mémoire de forme	19
2.2	Inter-dépendance contrainte/température pour permettre l'effet super-élastique des alliages	19
2.3	Points d'essai de traction sur un alliage en terme de contrainte/température	20
2.4	Loi de comportement d'un élastomère jusqu'à rupture et sous cycle charge/décharge	21
2.5	Etat des éprouvettes d'Armurite en cours et à la fin de l'essai de traction	24
2.6	Comportement à la traction de l'Armurite	24
2.7	Comportement à la traction du caoutchouc naturel	25
2.8	Comportement à la traction de l'EPDM et du Néoprène étudié	26
2.9	Loi de comportement expérimentale et calculée de l'EPDM	27
2.10	Loi de comportement expérimentale et calculée du Néoprène	28
2.11	Comparaison de résultats de modèles hyperélastiques avec un essai de traction uniaxiale	29
3.1	Schématisation du modèle de traction implémenté dans LAGAMINE	32
3.2	Comparaison des lois de comportement théorique et numérique de Lagamine pour l'EPDM	33
3.3	Lois de comportement selon la théorie de Green et théorie de Cauchy calculée par Lagamine	34
3.4	Contrainte Lagamine corrigée et contrainte théorique souhaitée pour l'EPDM	34
3.5	Contrainte expérimentale et théorique de Lagamine pour l'EPDM	35
3.6	Résultat de traction Lagamine corrigé et essai expérimental pour le Néoprène	36
3.7	Schéma d'une hauteur de membrane retenant une hauteur d'eau équivalente	37
3.8	Schéma statique d'équilibre entre efforts sur la membrane et réaction à l'encastrement	39
3.9	Détermination de la phase de début du déversement de la membrane	40
3.10	Déformées de membranes en Néoprène en limite de déversement selon la loi de Hooke	41
3.11	Schéma de la distribution de contrainte dans un élément de membrane	43
3.12	Moments de charges et résistants pour une membrane en Néoprène	44
3.13	Rayon de courbure en fonction de la hauteur d'une membrane en Néoprène	44
3.14	Schéma de la détermination de la courbure pour chaque hauteur de la membrane étudiée	45
3.15	Déformées de membranes en Néoprène obtenues par Matlab	47
3.16	Définition nodale type d'un élément BLZ3D	49
3.17	Dessin réalisé par Lagamine de la modélisation d'une membrane maillée	49
3.18	Modélisation Lagamine de membrane en Néoprène (Structures initiale et déformées)	50
3.19	Déformées de membranes en Néoprène obtenues par éléments finis	51
3.20	Déformées modélisées d'une membrane en Néoprène avec perte maximale de 2 mm	52

3.21 Rappel des lois de comportement utilisées	52
3.22 Schéma d'étude d'une membrane couchée	55
3.23 Déformée elliptique d'une membrane en Néoprène de dimensions (15x185x1000)	57
3.24 Comparaison des moments de charge et admissible, Erreur relative induite	58
4.1 Illustration des points de lignes d'eau mesurés pour le canal sans seuil et théoriques	62
4.2 Photo du seuil fixe en place dans le canal	64
4.3 Loi de débitance expérimentale et théorique pour le seuil fixe	64
4.4 Déformée théorique et expérimentale d'une membrane en EPDM sous 18,5 <i>cm</i> d'eau	66
4.5 Comportement numérique et expérimental du Néoprène et de l'EPDM en faibles déformations	67
4.6 Déformées d'une membrane en EPDM pour différents débits	69
4.7 Evolutions des hauteurs d'eau retenues par des membranes en EPDM pour différents débits .	70
4.8 Déformée de membranes de longueur différente sous hauteur d'eau constante	71
4.9 Impact de membranes en EPDM pour des débits de 10 à 70 <i>L/s</i>	72
4.10 Impact de membranes en EPDM pour différents débits	73
4.11 Evolution de la hauteur des membranes en EPDM de 12 <i>mm</i> d'épaisseur pour différents débits	74
4.12 Coefficients de débits de membranes en EPDM pour différents débits	75
4.13 Hauteurs d'eau selon des cycles de débit pour des membranes en EPDM de 12 <i>mm</i> d'épaisseur	76
4.14 Evolution des hauteurs de membranes en EPDM au cours des cycles de débits	77
4.15 Amplitude des hysteresis de niveau amont pour des membranes en EPDM	77
4.16 Déformées d'une membrane en EPDM sur seuil mince artificiel	78
4.17 Hauteurs d'eau retenues par des membranes en EPDM sur seuil variable en fonction de débits	79
4.18 Evolution de l'impact des membranes vis-à-vis du seuil fixe de 10 <i>cm</i>	79
4.19 Coefficients de débits de membranes en EPDM sur seuil variable pour des faibles débits . . .	80
4.20 Hauteurs des membranes en EPDM sur seuil mince ou seuil fixe pour des débits de 10 à 70 <i>L/s</i>	80
4.21 Amplitudes des hysteresis de niveaux amont pour des membranes en EPDM sur seuil mince .	81
4.22 Déformée théorique et expérimentale d'une membrane en EPDM de 21 <i>cm</i>	82
4.23 Déformées d'une membrane de 30 <i>cm</i> en Néoprène pour différents débits	84
4.24 Hauteurs d'eau à l'amont de réhausses en Neoprène pour différents débits	84
4.25 Impact des membranes en Néoprène de 26, 28, 30 et 32 <i>cm</i> vis à vis du seuil fixe	85
4.26 Evolution des points hauts de membrane en Néoprène pour différents débits	86
4.27 Evolution du coefficient de débits de membranes en Néoprène pour différents débits	87
4.28 Evolution des hauteurs à l'amont de membranes en Néoprène pour un cycle de débit	88
4.29 Amplitude des hysteresis de niveau amont pour des membranes en Néoprène	88
4.30 Impact de membranes en Néoprène sur seuils variables	89
4.31 Hauteurs de membranes en Néoprène sur seuils variables selon différents débits	90
4.32 Effet d'un cycle de débits sur les hauteurs d'eau à l'amont des membranes en Néoprène	91
4.33 Amplitude des hysteresis de hauteurs d'eau pour des membranes en Néoprène	91
4.34 Formes de déformées de membranes en EPDM et en Néoprène	92
4.35 Déformées d'une membrane en Néoprène et d'une membrane en EPDM de 28 <i>cm</i>	94
4.36 Tendance de croissance des lois de comportement des matériaux hyperélastiques étudiés . . .	96

Enoncé du travail :

La production d'énergie électrique est devenue un des points essentiels des sujets politiques actuels. Les bureaux de recherches s'efforcent d'améliorer ou d'innover dans des systèmes de production les plus écologiques possibles. Cette ambition de production durable s'appuie bien entendu sur les énergies éoliennes, solaires et hydrauliques. De nombreuses rivières coulant à travers la Belgique, il est d'un intérêt majeur de les solliciter dans le but d'augmenter les productions locales. Historiquement une certaine quantité de seuils ont été implantés dans ces cours d'eau de taille plus ou moins importante afin de créer des chutes d'eau capables d'entraîner des roues de moulins.

Après plusieurs campagnes d'études, il s'avère que les chutes désormais disponibles ne sont pas suffisantes pour assurer une bonne rentabilité des turbines hydrauliques placées. De plus, les installations couramment mises en place nécessitent maintenant toute une série de réalisations annexes coûteuses comme des passes à poissons et à anguilles devant être amorties par la productivité de la centrale. La puissance fournie par une turbine étant directement fonction du débit de la rivière et de la chute d'eau disponible, il convient d'augmenter la chute d'eau afin d'assurer le bénéfice des centrales hydro-électriques.

La mise en place de réhausses fixes sur les seuils déjà existants pose alors le problème d'une inondation des berges. Certes, une surhausse permanente assure d'augmenter le niveau d'eau à l'amont de la centrale en périodes sèches mais engendre une augmentation du niveau de crue en période de débits élevés. L'inondation des berges n'étant absolument pas envisageable, il devient nécessaire de trouver un système de surhausse amovible maintenant un niveau d'eau amont supérieur au niveau initial en période sèche puis s'effaçant au besoin afin de garder les niveaux de crues initiaux sans impacter les berges. Le système choisi ne devant pas comporter de mécanisme jugé trop onéreux et peu fiable, il vient alors l'idée d'une solution de surhausse déformable n'utilisant que les propriétés intrinsèques du matériau le constituant.

L'entreprise Merytherm a déjà expérimenté l'emploi de surhausses déformables en plaçant, des membranes en Néoprène sur deux sites différents. Celles-ci n'avaient alors pas été dimensionnées, le but était simplement de voir l'efficacité du matériau et de rehausser autant que possible le niveau amont. Il est alors ressorti que les niveaux d'eau souhaités n'avaient pas été atteints mais que les membranes étaient bien capables de se coucher.

Le but de ce travail va donc consister à détailler le comportement de membranes réalisées avec des matériaux différents afin de détailler et préciser leur fonctionnement, notamment leurs déformées et leur impact sur la débitance du seuil initial. Il sera d'abord construit un modèle numérique capable de simuler le comportement des membranes en prenant en compte les propriétés intrinsèques des matériaux choisis. Après avoir testé et validé le modèle, les simulations numériques auront alors pour missions de prédire à minima les premières déformées des membranes montrant alors la capacité du modèle numérique à reproduire le comportement réel du matériau. Par la suite, hormis les essais permettant le test et la validation des travaux numériques, des campagnes d'étude du comportement complet des membranes seront lancées au laboratoire d'hydraulique des constructions afin de comparer les différents matériaux sélectionnés et d'en faire un classement vis-à-vis de l'impact apporté par rapport au seuil existant.

Signature des membres du jury :

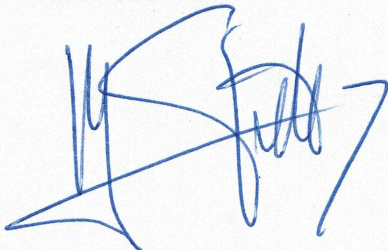
Sébastien ERPICUM (Promoteur) :



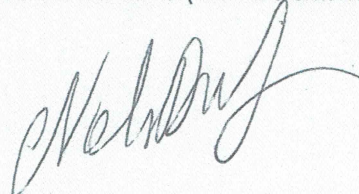
Jean-François DEMONCEAU :



Michel PIROTON :



Niels DUCHENE (Membre extérieur) :



Remerciements

Ce travail de fin d'études vient clôturer 6 années d'études supérieures et achève mon parcours scolaire avant de m'orienter vers la voie professionnelle. Après avoir passé ces 4 derniers mois à l'étude d'un sujet unique, je tiens à remercier de manière générale toutes les personnes qui ont contribué à rendre ce travail le plus juste et le plus abouti possible.

Je souhaite adresser mes premiers remerciements à Monsieur Sébastien ERPICUM, mon promoteur pour sa disponibilité, son accompagnement tout au long de mon travail et son avis d'expert en terme de construction hydraulique. J'ai grâce à lui pu m'orienter vers des analyses intéressantes et essentielles afin de fournir un travail conséquent et aussi intéressant que possible.

Je remercie ensuite Monsieur Laurent DUCHÊNE pour son aide précieuse apportée lors des travaux numériques. Par la patience et l'enseignement de M. DUCHÊNE, j'ai pu découvrir et comprendre le langage Fortran. Sa présence m'aura permis de solutionner de nombreux problèmes relatifs à l'utilisation du logiciel LAGAMINE qui m'était jusqu'alors inconnu.

Mes remerciements vont ensuite à Monsieur Niels DUCHÊNE pour son aide en matière d'innovation dans le domaine des seuils souples, pour ses idées et ses encouragements tout au long du travail qui m'ont permis de rendre ce travail étudiant de recherche très professionnel.

Je remercie maintenant Monsieur François DEMONCEAU qui, malgré un emploi du temps très chargé, a su trouver du temps pour m'orienter vers des points de recherches et pour relire mon travail numérique de manière approfondie.

Je veux également remercier Maurine LODOMEZ pour son aide dans le traitement des images ainsi que Martin BRUWIER et Louis GOFFIN pour leur apport en matière d'encodage analytique sur MATLAB. Je les remercie aussi pour leur soutien durant ces 4 mois de travail.

Je souhaite dire merci à Maxime MATHIEU qui a fermement aidé à la réalisation du protocole expérimental et des essais au laboratoire d'hydraulique.

Je ne pourrais évidemment pas oublier de remercier Madame Francine Schoumaker sans qui les essais de traction effectués sur les élastomères n'auraient pas pu avoir lieu. Francine aura toujours été disponible pour me permettre de réaliser des essais dans les plus brefs délais et dans les meilleures conditions.

Enfin, j'adresse ces derniers remerciements à mes proches : Damien, Baptiste, Alice ainsi que mes parents pour leur soutien et leur aide à la relecture de ce travail conséquent.

Résumé

Dans le cadre de recherches dédiées à l'amélioration des techniques de production d'énergies vertes. De nombreuses centrales hydro-électriques sont mises en place le long des rivières afin d'apporter une source d'électricité complémentaire. Les couples débits/chutes d'eau initialement présents étant trop faibles pour assurer la rentabilité des centrales, il est nécessaire de réhausser le niveau des seuils initiaux. La mise en place de réhausse permanente risque de causer l'inondation des berges. Il faut donc s'orienter vers un système de réhausse amovible. Les mécanismes ne sont pas considérés comme suffisamment fiables et doivent donc être écartés pour ne pas risquer de lourdes conséquences. Les solutions se tournent alors vers l'emploi de surhausses déformables capables d'augmenter la chute d'eau en périodes sèches et de conserver les niveaux de crues en périodes de grands débits.

Les connaissances sur les réhausses sont relativement faibles. Ce travail de fin d'études visera dans un premier temps à répertorier l'ensemble des matériaux pouvant convenir pour une utilisation en réhausse. La sélection s'orientera alors vers l'EPDM et le Néoprène. Il sera ensuite question de simuler le comportement des membranes en phase de retenue et en phase de crue afin d'anticiper les géométries extrêmes des surhausses. Hormis une étape de test et de validation du modèle numérique, des essais seront lancés au laboratoire d'hydraulique des constructions afin d'étudier en détail le fonctionnement complet des surhausses de faibles à grands débits.

Une fois testé et validé le modèle numérique sera capable de prédire le comportement des membranes lors de leurs premières déformées en phase de retenue. Les études complémentaires au laboratoire auront permis de quantifier l'impact des surhausses sur la débitance du seuil initial. Par ailleurs, il sera rendu compte de l'effet d'un cycle de débit sur les déformées des membranes. Il sera fait la distinction entre la mise en place des surhausses sur un seuil mince plutôt que sur un seuil épais. Les membranes les plus avantageuses en terme d'impact, de coût et de productivité seront mises en avant.

Après les résultats d'analyses réalisées durant ce travail, il restera encore à développer le modèle numérique afin d'étendre les simulations des surhausses en fonctionnement à des déformées en phase de déversement. La fatigue et le fluage n'étant pas étudiés dans ce travail, il sera nécessaire d'y prêter attention dans des essais futurs afin de prendre en compte un effet de mémoire de forme des élastomères.

Abstract

As part of the research dedicated to the improvement of the sustainable energy production technics, a lot of small hydraulic power plant are built along the rivers in order to provide an additional electricity source. The combination of flow and water fall normally used are too small to ensure the profitability of the power station. It is thus necessary to elevate the level of the initial weir. The set up of permanent elevating weir could be dramatic by causing a flood of the bank. A movable weir seems to be a better solution. Mechanisms can't be considered because of their insufficient reliability. Therefore, it could create great damage in case of failure. The best solution is flexible weir able to increase the height of the water fall in dry periods. In addition, because it can be bent, the flexible weir could keep the level of water as it were without additional system in case of big flows.

There are not a lot of information on heightening weir. First, this master thesis will target the potential materials able to fulfill the function of an heightening weir. Two materials will be selected : EPDM and Neoprene. After that, the behaviour of the membrane will be modelled as an heightening weir in two cases : first retaining water and increasing the level of the water and then evacuating important flows and trying to reach the level of water set by the initial weir. The simulation will study the extreme positions of membranes. Many tests have been run in the hydraulic construction laboratory and detailed to understand the full action of the heightening weir under small or big flows.

After the test and the validation, the numerical model will be able to foresee the behaviour of membranes for the first displacements in the retaining position. The additional studies realised in the laboratory will allow to quantify the impact of the flexible weir on the initial conveyance. Furthermore, the effect of a flow cycle on the deflections of the membranes will be explained. A distinction will be made between the set up of heightening weir on both broad-crested weir and sharp-crested weir. The membranes allowing the smallest impact, the smallest cost and the best productivity will be specified and distinguished from the others.

By consulting the analysis results of this master thesis, some parts of the numerical model still need to be developed in order to extend the simulations of the heightening weir to the important bending in spill position. Because the endurance and the creep remain untreated topics, it will be interesting to give a particular attention to those points during further tests in order to check the shape memory effect on the EPDM and the Neoprene.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Le contexte du travail

1.1.1 Contexte général

L'exploitation des énergies renouvelables est aujourd'hui en plein essor, l'énergie hydraulique fait l'objet de vastes recherches et son utilisation se développe considérablement. Certains pays s'investissent dans la recherche d'une transition énergétique et les techniques de productions d'électricité se multiplient pour répondre aux objectifs visés par les gouvernements. La production d'énergie hydraulique s'étend depuis les mers et les océans, jusqu'aux fleuves ou aux rivières. Les plus petits cours d'eau contribue pleinement à une source complémentaire non négligeable. Au Portugal l'énergie électrique provient uniquement des énergies vertes et ce pays a récemment été reconnu et félicité¹ pour cette performance liée en majeure partie à la capacité de son parc éolien et aussi à la transformation importante d'énergie hydraulique.

En Belgique, de nombreuses petites rivières de faibles débits sont susceptibles de fournir une énergie suffisante pour produire ponctuellement une puissance non négligeable pour l'alimentation des villes de la région wallonne. Historiquement, des seuils épais ont été placés assez régulièrement sur ces petites rivières afin de créer des chutes d'eau amenant un couple débit/chute suffisant pour entrainer une roue à eau. Après plusieurs décennies, les moulins ont finalement disparu mais les seuils sont restés, laissés à l'abandon.

Afin d'exploiter à nouveau la ressource hydraulique disponible, il persiste un intérêt à exploiter ces petites rivières. Il s'avère alors que les niveaux d'eau imposés par les seuils fixes sont désormais insuffisants pour permettre une bonne rentabilité des installations mises en place de nos jours. Il faut alors noter que si les moyens de productions ont été améliorés, ceux-ci doivent maintenant s'accompagner d'un certain nombre d'attributs supplémentaires tels que des passes à poissons présentant un surcoût non évitable. Il convient donc d'optimiser autant que possible les moyens de fabrication de l'électricité. La production électrique dans les rivières s'effectue toujours aux points de chute d'eau en s'appuyant sur deux caractéristiques de cette chute : le débit Q de l'écoulement et la hauteur H de la chute. La puissance hydraulique retournée par le système de turbine est formulée par $P = \rho \cdot g \cdot H \cdot Q$, avec $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ et $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Le débit d'une rivière étant fixé en tant que donnée intrinsèque de celle-ci, la hauteur de chute reste la seule variable pouvant être modifiée pour espérer augmenter la puissance de production.

1. Information du site EcoSource.info[1]

1.1.2 Position du problème

Alors que le contexte global est posé, il est assez clair que toute entreprise spécialisée dans la production hydro-électrique va souhaiter réhausser le niveau des seuils présents dans ces petites rivières afin d'optimiser et maximiser leur production à savoir maintenir le produit *Débit x Hauteur* le plus haut possible au fil du temps. La mise en place d'une réhausse fixe sur un seuil existant pourrait alors engendrer des soucis d'inondations des berges encadrant le cours d'eau. En effet, si cette surhausse fixe permet d'atteindre une puissance maximale en période de faibles débits, elle occasionnerait clairement une augmentation trop importante du niveau d'eau en période hivernale ou de manière générale en période de crue jusqu'à engendrer une inondation des berges à l'amont de la chute. La FIGURE 1.1 illustre la situation étudiée. Celle-ci est supposée être le cas d'un écoulement infracritique de pente de fond θ où le niveau du seuil est supérieur à la hauteur uniforme.

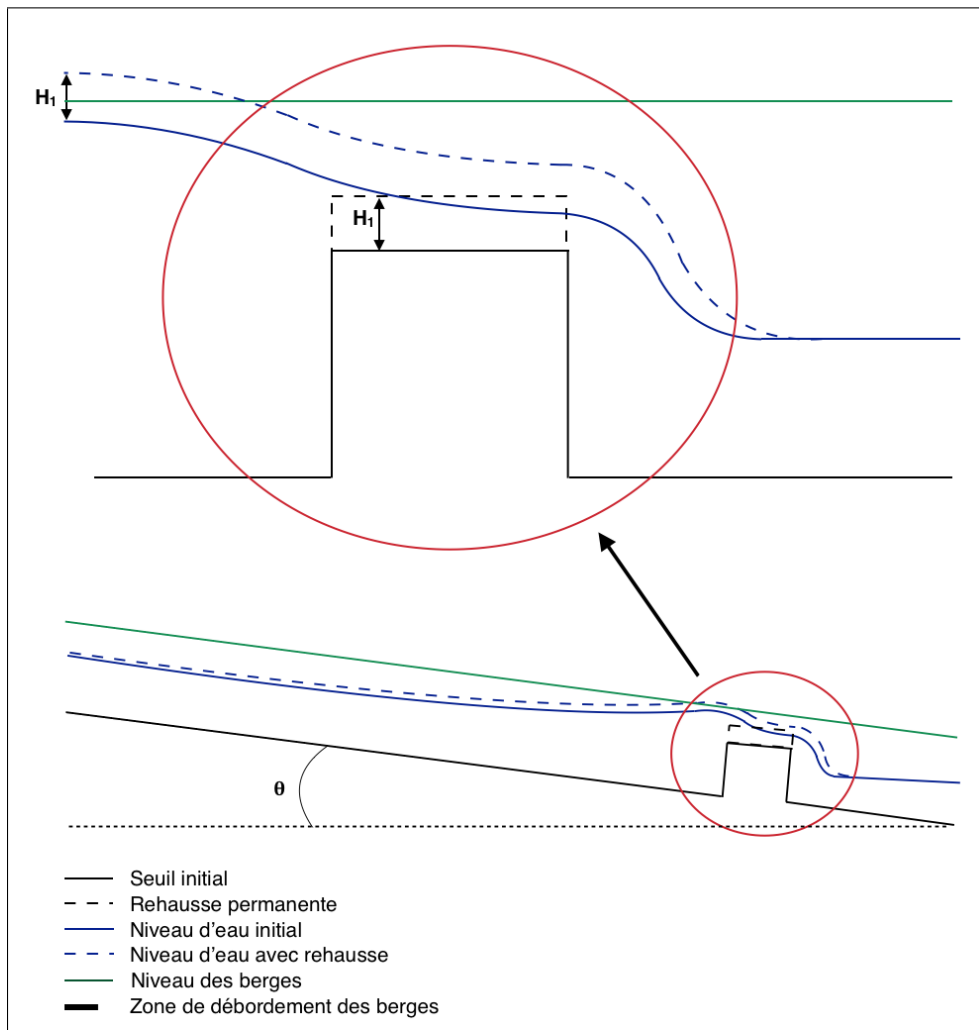


FIGURE 1.1 – Illustration de l'inondation des berges par mise en place d'une surhausse permanente

En Belgique, les petites rivières s'écoulent en suivant un régime infracritique, avec des pentes de fond souvent très faibles (inférieure à $0,001 \text{ m/m}$). Il découle alors deux situations de lignes d'eau à l'amont du barrage. Soit le niveau d'eau avec le seuil fixe est supérieur à la hauteur uniforme de l'écoulement comme sur la FIGURE 1.1 et la ligne d'eau va tendre vers la hauteur uniforme par le haut, en amont. Soit le niveau d'eau avec le seuil fixe est inférieur à la hauteur uniforme et la ligne d'eau va tendre vers la hauteur uniforme par le bas en amont. Dans une situation comme dans l'autre, si le niveau du seuil est

modifié par une réhausse, la hauteur uniforme d'un débit donné n'est pas modifiée.

Dans le cas d'une situation de fort débit où l'écoulement nécessitait une section d'eau importante pour passer, la mise en place d'une réhausse occasionnerait un débordement et une potentielle inondation des berges. Cette inondation aurait lieu juste à l'amont du barrage comme visible sur la FIGURE 1.1 dans le cas de la première situation décrite où le seuil est supérieur à la hauteur uniforme. Dans le cas de la seconde situation avec un niveau de seuil inférieur à la hauteur uniforme, l'inondation aurait plutôt lieu bien en amont où le niveau d'eau est plus haut. Ce débordement par les berges est absolument inenvisageable. Le problème est ainsi posé de trouver un système capable de réhausser le niveau d'eau en période sèche et de s'effacer pour laisser passer les crues et grands débits au besoin. En effet si les seuils permanents n'offrent pas une solution viable, un système de seuil souple pourrait tout à fait convenir. Un seuil capable de remonter le niveau d'eau de manière temporaire puis susceptible de fléchir lorsque le niveau d'eau monte pourrait se présenter opportun.

Pour fixer les idées, pour des chutes de 2 – 3 m, l'objectif serait d'augmenter la chute de 15 à 30 cm selon les sites. La première inspiration s'oriente naturellement vers un système vanné. Néanmoins, pour des raisons de fiabilité, la réhausse amovible doit exclure tout mécanisme. Les mécanismes sont jugés trop incertains et risqueraient de causer de gros dégâts en cas de dysfonctionnement. Toute la difficulté réside alors dans le caractère automatique du système. La réhausse doit donc détenir un caractère amovible uniquement basé sur ses propriétés mécaniques. L'idée naît ainsi de mettre en place des surhausses déformables dont seul les propriétés intrinsèques assureraient la régulation souhaitée du niveau d'eau amont.

1.1.3 Etat de l'art relatif aux seuils souples déjà réalisés

L'état de l'art sur les seuils souples est assez peu développé étant donné que le système est tout récent et n'a jusqu'ici jamais vraiment dépassé la phase de test. Si la littérature n'indique rien d'exploitable concernant ces réhausses souples, la société Merythem spécialisée dans la production d'énergie hydro-électrique travaille sur le sujet depuis plusieurs mois. Ce groupe d'ingénieurs basé sur la commune d'Esneux en province liégeoise souhaite exploiter autant que possible des chutes d'eau disposées sur de petites rivières comme l'Ourthe ou la Mehaigne se jettant dans la Meuse. Pour chacune des chutes exploitables à sa disposition, l'entreprise Merythem souhaite maximiser sa production d'électricité en augmentant autant que possible la hauteur de chute.

L'entreprise Merythem représentée par M. Niels Duchêne dans le cadre de ce travail a transmis dès le début ses premiers résultats. L'idée de M. Duchêne était de mettre à profit le caractère très élastique des élastomères pour parvenir à fabriquer un clapet automatique ne fonctionnant que par un effet de contrainte/déformation. Il avait eu l'occasion auparavant d'effectuer des essais sur des membranes en caoutchoucs au laboratoire d'hydraulique des constructions, lui permettant alors de tester la capacité du matériau à maintenir un niveau amont constant quel que soit le débit imposé. Exempte de calculs préliminaires, la membrane n'avait pas été dimensionnée mais avait seulement été placée en aval d'un seuil afin d'observer son comportement global lors d'une montée de niveau d'eau lors d'une augmentation de débits. Cette membrane avait laissé observer un comportement très intéressant avec une phase de maintien en position plus ou moins verticale jusqu'à un certain niveau d'eau non estimé, ni mesuré puis une phase de flexion croissante en fonction de l'augmentation du débit. Les images sur la FIGURE 1.2 rapportent l'évolution d'une membrane ayant servi de seuil souple pour une première série d'essais.

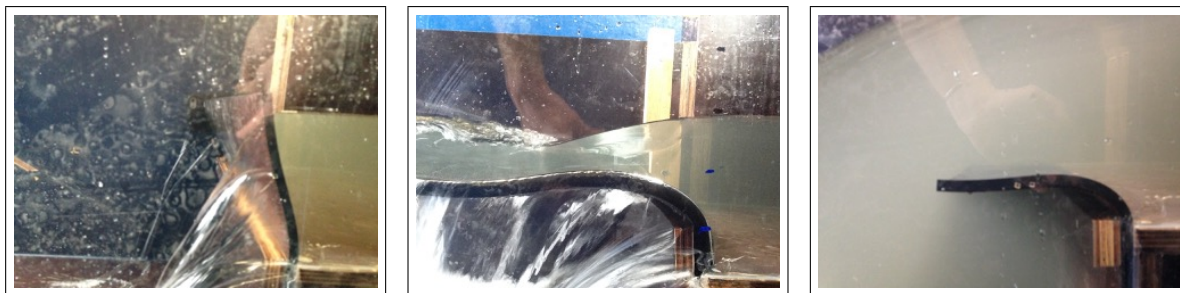


FIGURE 1.2 – Déformations d’une membrane en caoutchouc lors d’essais effectués par l’entreprise Merytherm : De gauche à droite : Retenue, Passage d’un grand débit, Membrane noyée

Comme il est visible sur les images, les essais ont été réalisés dans un canal vitré du laboratoire. Les membranes ont été fixées juste à l’aval d’un modèle de seuil. Le protocole d’essai était relativement simple :

1. Montée de l’eau (image de gauche) jusqu’au niveau supérieur de la membrane
2. Augmentation progressive du débit en phase de débordement (image du milieu)
3. Une fois la membrane noyée (image de droite), diminution du débit jusqu’à revenir à la situation initiale (image de gauche)

Suite à la campagne d’essai, M. Duchêne avait rendu compte d’un bon fonctionnement de la membrane passant par :

- Un maintien quasi-constant du niveau d’eau en amont de la membrane pendant toute la phase d’augmentation du débit
- Un état noyé dans une phase de flexion très déformée, prévoyant de l’effacement de la membrane en débit de crue
- Une bonne remontée de la membrane lors de la diminution du débit

Après à cette phase de test très positive, des membranes du même type ont été mises en place sur le site du Val Notre-Dame à Wanze où s’écoule la Meuhaigne. La chute présente a une hauteur de 3 m. L’entreprise Merytherm a ici mis en place une vis d’Archimède, appartenant à la gamme des turbines “fish-friendly”, en parallèle d’une passe à poisson. Afin de rentabiliser au maximum la mise en place cette nouvelle installation, il était nécessaire de réhausser d’une vingtaine de centimètres la hauteur de la chute. Pour cela, les membranes testées au laboratoire ont pu être mises en exercice au droit du barrage restauré toujours sans dimensionnement précis. A la grande satisfaction de M. Duchêne, les réhaussements ont plutôt bien fonctionné en période festive comme en témoignent les images de la FIGURE 1.3.



FIGURE 1.3 – Membranes en fonctionnement sur le site du Val Notre-Dame à Wanze

Les hauteurs d'eau visées ont été atteintes avec une précision plus ou moins élevée étant donné que rien n'avait réellement été numériquement prévu. Pour finir, M. Duchêne a noté que les membranes ne s'étaient pas relevées après le passage des crues hivernales et étaient restées dans leur position déformée.

Sur base de ces premières images présentant les membranes en fonctionnement ainsi qu'en analysant plus en détails les déformées photographiées lors des essais au laboratoire, il peut être fait différents commentaires. Pour commencer, la déformation de la membrane semble atteindre un maximum horizontal et fournir un plateau pour de grandes quantités d'eau, soit de fortes pressions. Concernant la base de la membrane, si l'encastrement est bien réalisé, la membrane est verticale sur ses premières hauteurs avant de se courber fortement pour tendre ensuite vers le plateau horizontal. Enfin, il faut noter qu'il est volontairement permis à l'eau de s'évacuer sur les bords de la membrane pour ne pas avoir à subir des effets de bords. Les membranes sont placées volontairement par petites surfaces de manière à éviter un effet membranaire mais également pour faciliter la mise en place. Il n'y a donc aucun frottement tant lors de l'expérimentation entre la membrane et le canal que sur site entre les membranes voisines les unes des autres.

Après avoir présenté les réalisations de M. Duchêne, il va de soi que des travaux avaient déjà été effectués sur les seuils souples. Il va maintenant être question d'exposer les objectifs du travail mené durant ces 4 mois et dédié à l'étude de ces surhausses déformables.

Avant d'entamer les recherches numériques ou expérimentales, il était important de fixer les conditions d'études du projet, préciser un certain cahier des charges. Après que M. Duchêne ait fourni les informations relatives aux débits et hauteurs d'eau potentiellement présents dans les cours d'eau de l'Ourthe, il a pu transparaître que les hauteurs d'eau attendues pour des crues étaient à minima de l'ordre de 30 cm pour des débits avoisinant 125 L/s sur 1 m de large. A partir de ces données, les modèles numériques ont pu être envisagés pour un ordre de grandeur de valeurs hydrauliques d'entrées : une hauteur de régulation souhaitée allant jusqu'à $h = 30$ cm correspondant à un débit spécifique $q = 0,125$ m²/s. La ré-hausse devant impacter le moins possible la situation initiale en cas de crue, il a été convenu avec M. Duchêne qu'une membrane était adéquate dès l'instant que la sur-hauteur d'eau engendrée en cas de crue était inférieure à 5 cm par rapport au niveau d'eau dans une situation équivalente sans réhausse.

1.2 Objectifs et méthodologie du travail

Dans cette seconde section, il sera donc présenté les points de direction fixés pour ce travail de fin d'étude ainsi que la méthodologie employée pour parvenir au terme de ces objectifs.

1.2.1 Points d'objectifs visés

Si les études précédentes ont pu montrer que les élastomères permettaient a priori de suivre le fonctionnement souhaité, il n'en a pour autant pas été fait une étude précise. D'une part, il sera important de voir les potentiels autres matériaux capables de subvenir au besoin exprimé et d'autre part, il se présentera un intérêt non négligeable à faire l'étude précise de ces matériaux par des caractérisations mécaniques. En effet, jusqu'alors les élastomères paraissaient suivre une loi de comportement susceptible de convenir à la situation dans laquelle les membranes sont utilisées néanmoins, ces lois n'ont jamais été étudiées pour en conclure de la réelle pertinence des matériaux choisis. Le premier objectif de ce travail sera donc d'effectuer une revue des matériaux dont les propriétés pourraient profiter au bon fonctionnement d'une surhausse souple. Par ailleurs, une fois l'état de l'art des matériaux établi, une sélection sera faite et il sera important de revenir sur ce choix et les critères utilisés pour finalement mettre en avant les matériaux présentant un réel intérêt dans le travail vis-à-vis du panel recueilli.

Après avoir sélectionné les matériaux visant à composer les membranes, il sera nécessaire d'étudier le comportement en place des surhausses. En effet, une étude numérique préalable semble vraiment indiquée afin d'anticiper les mises en situations réelles. Aucune vraie modélisation numérique prenant en compte les propriétés intrinsèques des matériaux n'a encore été réalisée jusqu'ici. Il était donc fixé comme deuxième objectif d'évaluer par des simulations informatiques le fonctionnement de ces membranes. Dans un premier temps, il sera important de traiter la phase de retenue d'eau où la surhausse est verticale et en limite de déversement puis dans une seconde phase, l'analyse sera portée sur la position la plus fortement couchée de la membrane. Les modélisations numériques auront pour but de prédire au plus près du comportement réel, l'attitude de la membrane étudiée afin de déterminer une membrane type à utiliser pour chaque niveau de régulation souhaité. L'apport numérique visera alors à sélectionner les dimensions de la membrane pour une situation de site donnée sans avoir à effectuer des séries d'essais au laboratoire au terme desquels, il pourrait enfin être déterminé la membrane idéale.

La partie numérique prévoyait d'occuper une bonne partie de l'étude. Bien entendu, une modélisation numérique est rendue viable uniquement si elle a été testée et validée. Une phase d'essai aura donc pour but de tester et valider les prédictions informatiques afin de s'assurer de la justesse des codes implémentés. Par ailleurs, il n'était pas prévu que la phase expérimentale se restreigne à donner la véracité des résultats numériques. Il était également envisagé de caractériser hydrauliquement le comportement sous eau de la membrane. En effet, une fois la membrane sélectionnée pour une hauteur de régulation donnée, il n'y avait encore a priori aucune information sur l'impact de la membrane vis-à-vis de l'écoulement initial. Le troisième gros objectif de ce travail résidait donc dans l'étude de la débitance de la membrane et la comparaison avec celle du seuil initial.

Finalement, les objectifs de ce travail se résument à :

1. La recherche et la sélection de matériaux pouvant permettre la réalisation de surhausses déformables
2. L'étude numérique des premières et grandes déformées des membranes
3. L'analyse du comportement complet des membranes en fonctionnement sous eau

1.2.2 Méthodologie et cadre d'évolution du travail

Après avoir présenté les objectifs visés pour ce travail, il convient maintenant de mettre en avant les moyens mis en oeuvre pour les atteindre. Afin de parvenir à des résultats satisfaisants concernant la modélisation numérique, il est important de savoir que les simulations se sont multipliées et qu'elles ont été menées principalement avec les logiciels MATLAB et LAGAMINE. D'une part, MATLAB aura permis de faire des encodages analytiques et d'implémenter manuellement l'entière des simulations lancées, tant la géométrie que la résolution des équations du problème étudié. De cette façon, il aura été plus aisé d'apporter des corrections dans le modèle en cas d'erreur survenue. D'autre part, LAGAMINE présente l'intérêt d'une résolution par éléments finis déjà implémentée.

Fonctionnement de LAGAMINE

La volonté de faire fonctionner des modèles LAGAMINE aura requis de comprendre le langage Fortran dans lequel le logiciel a été développé par l'Université de Liège. Par ailleurs, les fichiers d'entrée du logiciel ici décrit étant des fichiers texte à la syntaxe bien précise, l'implémentation des modèles sous LAGAMINE aura également nécessité de générer par MATLAB ces fichiers relativement lourds à encoder manuellement.

Afin de comprendre la résolution engagée par le logiciel, il convient d'effectuer un détail du fonctionnement de celui-ci. Le logiciel LAGAMINE a un fonctionnement par éléments finis, il permet donc de conserver une continuité dans la courbure des éléments discrétisés composant le sujet modélisé tout en assurant également la conservation de la longueur totale du sujet. Par ailleurs, l'encodage plus complexe de la résolution par éléments finis assure a priori à défaut d'un temps de calcul plus important, une meilleure précision de résultat par rapport à une résolution analytique classique. Il sera intéressant par la suite de comparer les résultats d'une modélisation par éléments finis traitée avec LAGAMINE et celle d'une modélisation analytique encodée sur MATLAB.

LAGAMINE travaillant à travers différentes sous-applications, il est nécessaire de définir différents paramètres pour composer correctement le modèle souhaité :

1. Un fichier de données donnant les informations sur :
 - Les caractéristiques géométriques, de maillage ainsi que les propriétés intrinsèques du matériau étudié
 - Les lois de comportement utilisé
 - Les déplacements, pressions, forces imposés au système
2. Un fichier de stratégie précisant les consignes de résolution du problème (temps de calcul avant convergence, incrémentation de temps de calcul, multiplicateur de pas de force ou de déplacement...)

Le logiciel est ainsi capable de ressortir les déplacements, les contraintes, les déformations en chacun des pas de temps de calcul soit sous forme de tableau, soit sous forme de dessin via la sous-application DESFIN.

Expérimentation dans un canal vitré

Le canal En ce qui concerne la partie expérimentation, celle-ci aura été menée dans le laboratoire d'hydraulique des constructions de l'Université. L'ensemble des essais a pu être mené dans un unique et même canal vitré de 10 m de longueur et de section 98 x 50 cm². Le canal ne présente pas de pente de fond. Le coefficient de frottement du canal a été calculé ce qui fera l'objet d'une étude précise dans la partie expérimentation. Afin de modéliser un seuil fixe existant, un socle parallélépipédique a été placé à l'aval du canal.

L'idée était vraiment de travailler sur une forme la plus générale possible de seuil. Ce point de départ a donc engagé de placer la membrane sur un seuil rectangulaire ne possédant pas de propriétés d'écoulement particulières. Comme il a été fait remarqué plus tôt, les hauteurs d'eau traitées pouvaient atteindre 30 cm . En souhaitant réguler sur une hauteur de 30 cm , il a été décidé que le seuil aurait une surface plate horizontale de 30 cm également afin de permettre aux membranes de se coucher sur celui-ci. Afin de permettre la bonne fixation des membranes, il a été prévu de monter le seuil à 10 cm de hauteur. Les membranes ont donc pu être serrées avec un système de boulonnage juste à l'amont du seuil de manière à observer leur déformée au dessus de celui-ci. A noter qu'un "jeu" de $2,5\text{ mm}$ a chaque fois été laissé volontairement de part et d'autre de la membrane pour ne pas souffrir d'effets de frottements entre membrane et paroi vitrée. La FIGURE 1.4 présente une situation de membrane retenant une certaine hauteur d'eau de manière à illustrer le cadre du travail.

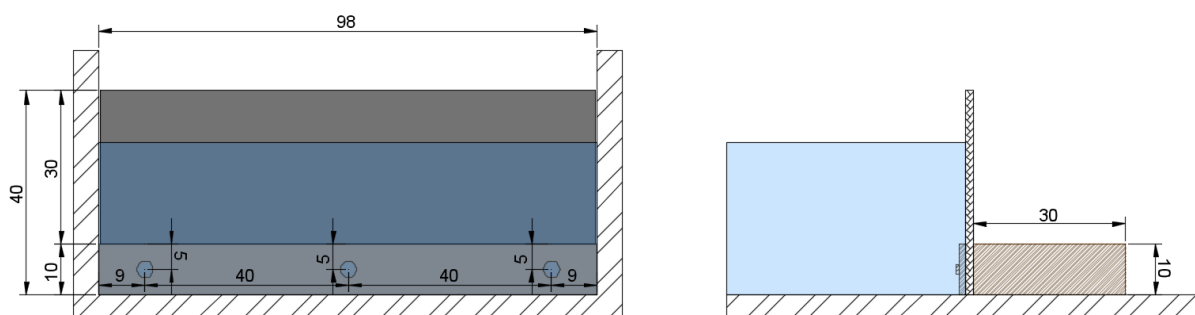


FIGURE 1.4 – Coupe de face (plan de gauche) et de côté (plan de droite) d'une situation d'étude dans le canal

Le matériel de mesures Lors des essais expérimentaux, plusieurs mesures ont bien entendu été effectuées afin de rendre compte et de quantifier les situations observées. Des mesures de niveau de hauteur d'eau et de débit étaient réalisées simultanément à l'amont du seuil. Un boîtier électronique permettait de relier en chaque pas de temps de mesure, l'altitude de surface libre imposée par le seuil aval et le débit délivré dans le canal par une pompe. La hauteur d'eau était mesurée grâce à une sonde tandis que le débit était relevé directement à la pompe. Les appareils de mesure ont évidemment été étalonnés afin de connaître la relation entre la hauteur d'eau et du débit mesurés et les valeurs correspondantes établies par le boîtier. Par ailleurs, pour mesurer et analyser correctement les membranes testées, le seuil était filmé. En récupérant le film et en le découpant en différentes images, il a été possible d'effectuer ces mesures à l'aide d'une routine MATLAB dédiée à l'analyse d'images. Une fois une expérience terminée, le film résultant était découpé en images avec la fréquence souhaitée (2 images/min en général). Chaque image pouvait être analysée avec précision via la routine MATLAB puis les points de la membrane déformée étaient pointés afin d'avoir des valeurs numériques par rapport à un repère orthonormé. La précision des mesures était de manière générale de l'ordre de $0,5\text{ cm}$.

Chapitre 2

Caractérisation et pré-sélection des matériaux

2.1 Etat de l'art des matériaux et des expériences faites sur les seuils souples

Avant d'entamer toute modélisation ou expérience en laboratoire, il a été nécessaire de recourir à un état de l'art mettant en avant l'ensemble des matériaux susceptibles d'être utilisés pour la réalisation de ces seuils souples. Après quelques recherches et discussions avec les membres du département ArGenCo, il est apparu deux catégories de matériaux aux propriétés intéressantes :

- les matériaux à mémoire de forme superélastiques
- les matériaux hyper-élastiques ou élastomères

Afin de connaître les points qui ont permis de sélectionner les matériaux qui seraient d'abord modélisés en éléments finis avant d'être utilisés au laboratoire d'hydraulique pour une mise en situation à l'échelle, il convient de présenter leurs particularités.

2.1.1 Les alliages à mémoires de forme

Pour commencer, les matériaux à mémoire de forme sont des alliages composés de nickel, de titane, de cuivre, d'aluminium ou de zinc pour la plus grande majorité possèdent deux propriétés bien distinctes. Comme leur nom l'indique simplement, ces alliages ont la capacité de préserver leur déformation mais également de revenir à leur forme initiale par échauffement de la matière. Cet aspect n'a a priori aucun intérêt dans le cadre de ce sujet étant donné que le seuil doit fonctionner sans apport extérieur, en toute autonomie. En revanche, ces alliages et plus particulièrement ceux produits sur base d'un mélange nickel/titane, cuivre/aluminium/zinc ou encore un mélange cuivre/nickel/aluminium, développent une seconde propriété bien plus intéressante : la super-élasticité. En d'autres termes, le matériau, ayant subi une déformation de 8 à 10% sous une augmentation de contrainte, est capable de retrouver son état et sa forme initiale par le simple fait de relâcher la contrainte imposée[2]. Les lois de comportement en effet mémoire ou en effet super-élastique, extraites du guide de M. TSUCHUYA, sont présentées sur la FIGURE 2.1, permettant ainsi de décrire à la fois mécaniquement et numériquement ces aspects distincts.

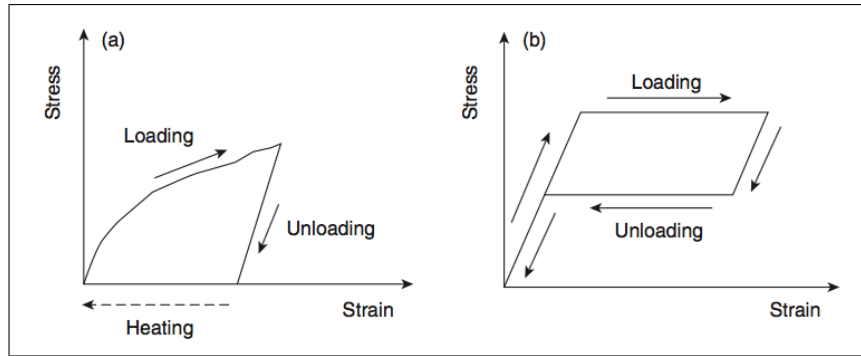


FIGURE 2.1 – Loi de comportement contrainte/déformation des alliages à mémoire de forme : (a) Effet mémoire, (b) Effet super-élastique - Extrait du guide pratique de K.TSUCHIYA

Maintenant l'effet super-élastique intégré, il est important de voir dans quelle mesure cette propriété peut être exploitée. En suivant toujours le travail de K. TSUCHIYA, la superélasticité semble envisageable dans une certaine gamme de température. L'équation (2.1) permet la mise en relation de la contrainte nécessaire pour effectuer une déformation donnée sous une certaine température. ΔH représente l'enthalpie du matériau considéré et T_0 une température d'équilibre sur laquelle, il n'est pas donné de plus amples informations dans la littérature.

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\frac{\Delta H}{\epsilon T_0} \quad (2.1)$$

Cette équation retranscrit directement la relation étroite entre température du matériau, contrainte appliquée et déformation. Le fonctionnement superélastique n'est exploitable que dans une gamme de relation température/contrainte spécifiée par la FIGURE 2.2. Initialement, le matériau est dans une phase austénitique puis sous l'application d'une contrainte croissante à température constante supérieure à A_f , le réarrangement des molécules va provoquer un changement de propriétés et donner lieu à l'apparition de martensite. Dès l'instant que la martensite apparaît, le matériau quitte sa phase élastique linéaire et s'engage sur la partie superélastique de sa loi de comportement. Le matériau va alors suivre un circuit hysteresis du à des effets chimiques qu'il n'y a pas lieu de développer plus en détail ici. Il faut tout de même noter qu'au moment du relâchement de la contrainte, le matériau est relativement élastique malgré son caractère martensitique. Une fois parvenu au plateau bas de la loi de comportement, le relâchement de la contrainte est accompagné d'une diminution importante de la déformation, le matériau reprend son aspect austénitique. Enfin, le matériau est reconduit sur la partie élastique linéaire de la phase austénitique.

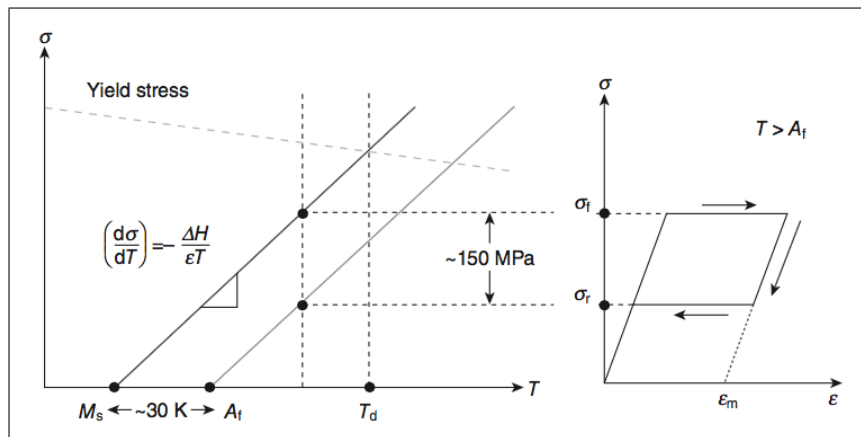


FIGURE 2.2 – Inter-dépendance contrainte/température pour permettre l'effet super-élastique des alliages

En s'intéressant de plus près à la relation contrainte/température fournie par Rachid ECH-CHORFI[3] sur la FIGURE 2.3, il peut être remarqué que le matériau pourrait ne pas reprendre sa forme initiale après déformation.

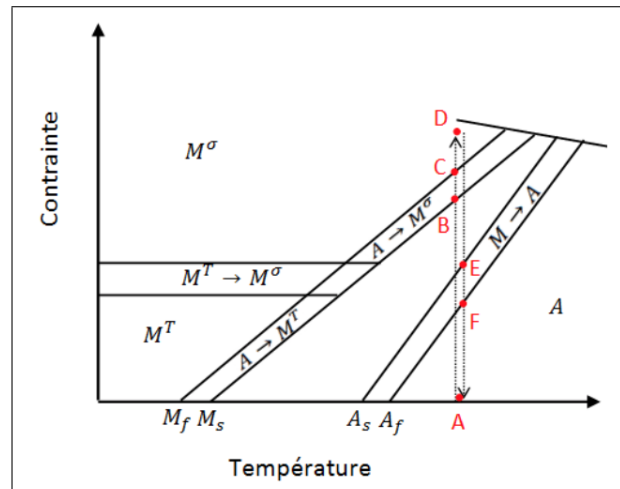


FIGURE 2.3 – Points d'essai de traction sur un alliage, diagramme contrainte/température - Extrait de la Thèse de R.ECH-CHORFI

Deux situations se présentent comme limitantes :

1. Dans un premier cas où la température serait trop basse à savoir inférieure à A_f , la martensite formée ne pourrait pas se re-transformer en austensite malgré le relâchement de la contrainte. Il serait donc nécessaire d'effectuer un chauffage extérieur du matériau pour retrouver l'état d'austensite.
2. Dans une seconde situation où la température serait trop élevée, la contrainte induite pourrait dépasser la limite d'élasticité et le matériau plastifierait, restant marqué d'une déformation rémanente.

Ainsi, il est important de s'assurer que les déformations imposées au matériau ne sont pas trop élevées et n'excèdent ainsi pas 8 à 10%. D'autre part, la température d'utilisation des matériaux doit rester dans une gamme donnée et être supérieure à A_f en toute situation.

2.1.2 Les élastomères hyper-élastiques

Les élastomères sont des matériaux principalement composés de caoutchouc chauffé et auquel il est ajouté du soufre dans la majeure partie des cas pour effectuer une vulcanisation et améliorer les propriétés de base du matériau : l'élasticité et la résistance à la rupture. Par la suite, des additions de charges¹ sont effectuées sur l'élastomère pour augmenter une nouvelle fois les performances mécaniques du matériau.

Lorsqu'il est question d'élastomères, il est intéressant de mettre en avant leurs capacités de grandes déformations. Les élastomères démontrent une capacité à se déformer jusqu'à 700% ce qui entrevoit parallèlement une évolution contrainte/déformation non linéaire comme le montre la FIGURE 2.4.(A). Par ailleurs, sur un cycle de charge/décharge, il peut être observé assez nettement que les élastomères suivent eux-aussi un cycle hystérésis (FIGURE 2.4.(B))

1. Les charges sont des éléments chimiques : le carbone, les silices...

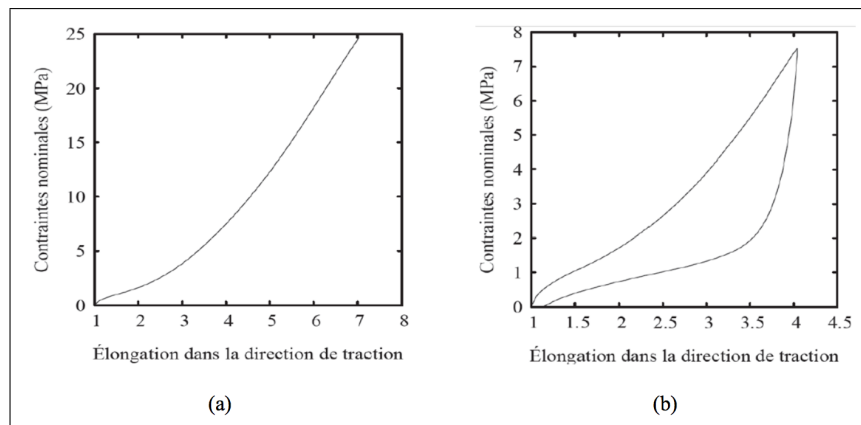


FIGURE 2.4 – Loi de comportement d'un élastomère sous déformation jusqu'à rupture (a) et sous un cycle de charge/décharge (b) - Extrait de la Thèse de M. NGUYEN[4]

Sur la FIGURE 2.4.(B), il peut être supposé qu'une déformation rémanente semble s'imposer au cycle de décharge. En effet, les auteurs Diani et al.[5] ont montré que pour une déformation avoisinant les 200%, une déformation semblait subsister à 20% durant les premiers instants de fin de décharge mais s'effacer quasiment en totalité (12% restants) après quelques heures. Finalement, une mise en situation est nécessaire pour connaître l'impact réel de la déformation rémanente restante selon le projet et l'élastomère utilisé. La particularité des élastomères est également de présenter un effet Mullins qui a tendance à modifier les courbes de comportement. Cet effet se présente comme une diminution de la raideur sous l'application de cycle de traction. Après 3 à 5 cycles, le matériau est stabilisé. Il sera donc nécessaire de tenir compte de cet aspect dans une éventuelle mise en situation. Lors des essais au laboratoire, il conviendra d'effectuer plusieurs cycles afin de mettre en évidence ou non un éventuel phénomène de mémoire.

2.2 Considération du modèle et pré-sélection

2.2.1 Possibilité de modélisation des matériaux et écartement de la solution en alliage

Pour effectuer un travail relativement procédural, il a été décidé de mener en tout premier lieu, une analyse numérique pour modéliser le projet. Bien entendu toute l'attention s'est portée sur l'étude des membranes sélectionnées à l'issue des commentaires faits précédemment. La difficulté première venait directement de la modélisation correcte du comportement de ces membranes. Sur base de leur caractéristique hyperélastique, il faut employer un modèle représentant au mieux le matériau mis en jeu. Hormis le logiciel MATLAB utilisé pour des modélisations analytiques, le logiciel utilisé pour ce travail a été le logiciel LAGAMINE développé par l'Université de Liège. Le choix du logiciel s'est fait directement en corrélation avec les déformations étudiées. Devant la difficulté d'évaluer les déformations manuellement et de manière approximative pour avoir un premier ordre de grandeur de l'ampleur de celles-ci, il a tout de même semblé inévitable que le matériau modélisé et utilisé aurait à entrer dans le domaine des grandes déformations. Le logiciel Lagamine était donc bien indiqué pour traiter ce type de sujet avec en sa possession deux lois capables de caractériser les profils hyper-élastiques.

Le logiciel comprend deux lois : Mooney-Rivlin et Kilian toutes deux distinctes. Si la loi de Mooney-Rivlin est maintes fois référencée, expliquée et appliquée, il n'est fait que très peu allusion au modèle de Kilian. En suivant la littérature, il a donc semblé préférable de se servir de la loi de Mooney-Rivlin du fait de sa plus importante reconnaissance et de sa plus grande utilisation auprès des chercheurs spécialisés dans le domaine des matériaux hyper-élastiques. Les codes numériques développés sur MATLAB comporteront également la loi de Mooney. Le modèle de Mooney-Rivlin est établi par l'équation d'énergie de déformation (2.2) où I_1 et I_2 sont les deux premiers invariants du tenseur de Cauchy tandis que C_1 et C_2 sont des constantes relatives au matériau modélisé :

$$W = C_1 \cdot (3 - I_1) + C_2 \cdot (3 - I_2) \quad (2.2)$$

Cette loi n'est valable que dans le cas de matériaux incompressibles, homogènes et isotropes. Les expressions des invariants sont fonction des élongations tridimensionnelles (λ_1, λ_2 et λ_3). Selon Cauchy, $I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$ tandis que $I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2$. Il peut être noté qu'il n'est pas question de I_3 . Le matériau est supposé incompressible, dès lors, il est juste d'admettre que $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1$ d'où $I_3 = \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 = 1$. Une fois l'énergie de déformation obtenue, il suffit de dériver celle-ci par rapport à l'allongement ou la déformation pour obtenir la contrainte. Les quelques lignes de calcul permettant d'arriver à la contrainte seront détaillées plus bas. La vraie difficulté réside en fait dans l'obtention des valeurs des constantes C_1 et C_2 . En effet, pour chaque matériau, il correspond un couple de constantes. Après d'intenses recherches, il peut être obtenu quelques valeurs pour certains élastomères dans la littérature. Néanmoins, le manque de redondance dans les valeurs laisse témoigner d'une certaine difficulté à toujours disposer du même matériau malgré sa nomination. En effet, il existe une importante quantité d'élastomère portant le même nom auprès des fabricants mais n'ayant pas forcément une composition parfaitement équivalente. Par exemple, rien n'assure a priori qu'un élastomère nommé caoutchouc naturel possède exactement la même composition et dès lors, les mêmes propriétés quelque soit le fabricant. Pour assurer une certaine justesse dans l'emploi des constantes C_1 et C_2 , il a donc été choisi d'établir des essais de tractions sur des matériaux en possession de vendeurs locaux et pouvant être facilement obtenu en vue de leur utilisation future en laboratoire.

Pour comprendre la liaison entre les essais et le modèle de Mooney-Rivlin, il est nécessaire d'effectuer quelques lignes de développement afin d'établir l'expression de la contrainte en fonction de l'allongement ou de la déformation. Il est bon de rappeler que l'allongement est mis en relation avec la déformation du matériau par : $\lambda = 1 + \epsilon$. En partant de l'expression de l'énergie de déformation donnée par l'équation (2.2), il est tout d'abord utile d'exprimer les allongements unidirectionnels en fonction de l'allongement généralisé λ .

En traction : $\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_2 = 1/\sqrt{\lambda}$, $\lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda}$

$$\text{Ainsi : } I_1 = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda}, \text{ et } I_2 = 2\lambda + \frac{1}{\lambda^2}$$

Pour mettre en relation la contrainte avec la déformation ou l'allongement, il faut donc dériver l'énergie de déformation et le résultat donne :

$$\sigma = \frac{dW}{d\lambda} = C_1 \cdot \left(2\lambda - \frac{2}{\lambda^2}\right) + C_2 \cdot \left(2 - \frac{2}{\lambda^3}\right) \quad (2.3)$$

A partir de cette équation (2.3), il peut être modélisé la déformation ou l'allongement d'un matériau hyper-élastique soumis à une certaine contrainte. Suite à ce premier apport théorique, il est entendu que les alliages pourraient difficilement être modélisés dans le logiciel d'éléments finis LAGAMINE. Par ailleurs, la mise en place d'un modèle analytique sur MATLAB semblait assez complexe dans le temps imparti. En effet pour connaître le réel comportement d'un alliage super-élastique, il fallait effectuer des essais préalables hors les disponibilités de matériaux n'étaient pas compatibles avec le temps accordé au travail. Après plusieurs recherches et prises de contact, il s'est avéré que le seul fournisseur accessible était un fournisseur français : Nimesis, spécialisé dans la préparation d'alliages aux telles propriétés à des fins médicales. Ce type de matériau avançait donc différents points négatifs ne permettant pas de parvenir à de bons résultats :

- Difficulté d'approvisionnement
- Coûts de fourniture engendrés excédant a priori le budget disponible et prévu dans le cahier des charges de l'entreprise Merytherm
- Impossibilité de modélisation

Suite à ce premier constat, les efforts se sont concentrés sur les élastomères hyperélastiques.

2.2.2 Résultat des essais de traction et pré-sélection parmi les élastomères

Grâce à l'aide précieuse de Mme Schoumaker, il a été possible de réaliser les essais de traction souhaités sur des échantillons de simple caoutchouc, d'EPDM, d'Armurite et de Néoprène. Les essais d'élastomères suivent un protocole bien précis stipulé dans la norme ISO 37. Des éprouvettes normées ont été entaillées dans les plaques d'échantillons disponibles puis elles ont été passées à la machine de traction. Chacun des matériaux ayant été testés 5 à 7 fois, l'éprouvette type représentant au mieux le comportement réel du matériau a été choisi pour chacun d'eux comme l'éprouvette dont les résultats s'approchaient le plus du résultat moyen. Le choix de l'éprouvette type s'est donc effectué sur base de l'allongement moyen à la rupture.

L'armurite

Suite aux essais sur l'Armurite, il est apparu que le kevlar avait un effet très bénéfique en terme de gain de rigidité sur le caoutchouc. Néanmoins, durant l'essai, le kevlar tissé est rapidement venu à perdre son maillage jusqu'à rompre, l'éprouvette a alors subi une chute de résistance jusqu'à la rupture complète du matériau. Les images de la FIGURE 2.5 permettent de rendre compte de cette dégradation progressive. Il faut alors comprendre qu'à l'instant où la contrainte, occasionnant la première rupture du kevlar, a lieu,

le kevlar n'a plus d'utilité. Dès lors, il devient sans intérêt d'avoir un tel matériau. En ajout au problème de la perte franche de résistance, il vient se greffer un souci de coût occasionné par l'emploi du kevlar sans vraie justification.



FIGURE 2.5 – Etat des éprouvettes d'Armurite en cours et à la fin de l'essai de traction

La FIGURE 2.6 montre le comportement de l'Armurite lors de l'essai de traction, sachant que le dernier point correspond à la contrainte maximale avant rupture complète du matériau. Sur cette loi expérimentale de comportement contrainte-déformation, il est assez remarquable de voir que la déformation occasionnant la rupture du kevlar est très faible (0,25 mm/mm). Cette déformation semble bien trop faible par rapport à la déformée théorique qu'est censée prendre la membrane en position couchée.

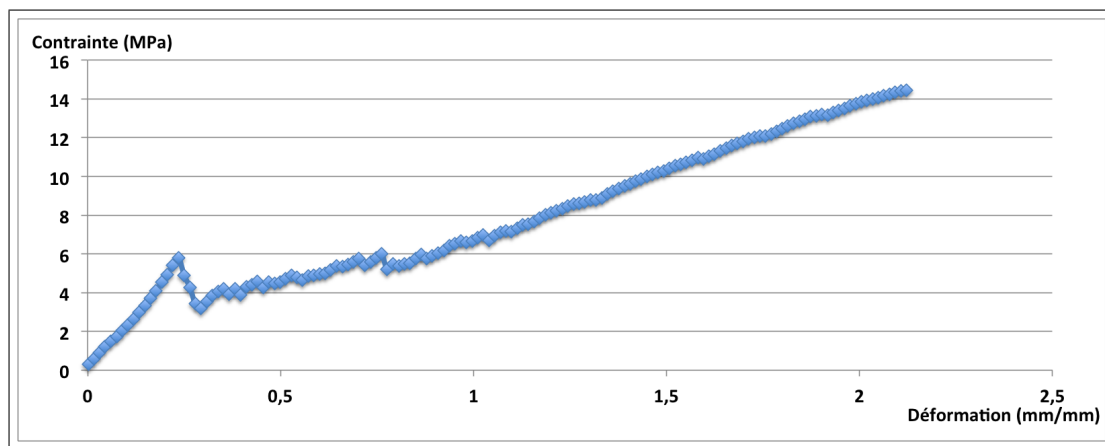


FIGURE 2.6 – Comportement à la traction de l'Armurite

Il est donc confirmé que l'armurite ne conviendra pas dans la situation du projet :

- Soit la contrainte, permettant d'atteindre des déformations notables permettant une déformée la plus effacée possible vis-à-vis du seuil fixe, ne sera pas atteinte et la membrane sera trop raide pour fonctionner convenablement
- Soit la contrainte sera suffisante pour atteindre les grandes déformations, occasionnant alors une rupture du kevlar donc une perte de son utilité et de sa présence

Le caoutchouc naturel

Par ailleurs, le caoutchouc naturel dont la loi de comportement est représentée sur la FIGURE 2.7 ne convient pas pour l'extérieur. Malgré les vertus de son faible coût et de son comportement tout à fait intéressant, il n'est pas traité pour subir les actions de l'environnement extérieur. En effet, les UV pourraient avoir un effet très néfaste pour un élastomère non traité, non préparé aux actions extérieures. Le caoutchouc naturel a donc été retiré de la liste des potentiels matériaux pouvant avoir une utilité pour le projet.

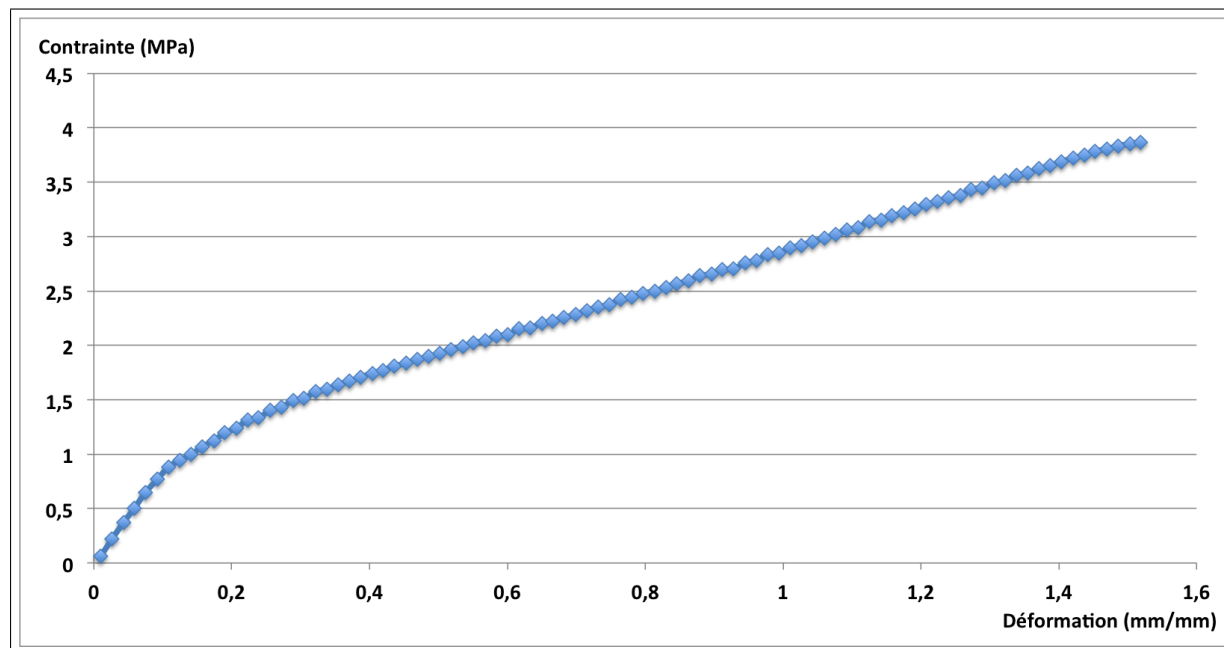


FIGURE 2.7 – Comportement à la traction du caoutchouc naturel

L'EPDM et le Néoprène

La TABLE 2.1 fait ressortir les allongements maximum des éprouvettes avant rupture. Afin de définir l'essai de traction le plus représentatif du comportement du matériau, l'essai type a été choisi comme étant celui dont l'allongement était au plus proche de l'allongement maximal moyen.

	EPDM	Néoprène
Allongement max 1 (mm)	129,3	70,6
Allongement max 2 (mm)	130,3	67
Allongement max 3 (mm)	129,4	70,7
Allongement max 4 (mm)	129,6	66,2
Allongement max 5 (mm)	131,3	66,6
Allongement max 6 (mm)	126,7	//
Allongement max 7 (mm)	125,6	//
Allongement max moyen (mm)	128,7	68,2
Essai représentatif	129,3 mm : Essai n°1	67 mm : Essai n°2

TABLE 2.1 – Choix de l'essai de traction représentatif pour l'EPDM et le Néoprène

La FIGURE 2.8 montre le comportement à la traction de l'EPDM et du Néoprène étudié, sur base de l'éprouvette type choisie. Il est assez remarquable que le Néoprène présente un module de rigidité initial plus important que l'EPDM. En effet, lors des premières déformations encore faibles, il est assez juste de parler d'un module d'Young fictif étant donné que le comportement semble suffisamment linéaire pour

suivre une loi apparentée à une loi de Hooke. Une fois dans le domaine des plus grandes déformations, il apparaît que le Néoprène se déforme moins que l'EPDM mais peut reprendre une contrainte plus importante avant sa rupture.

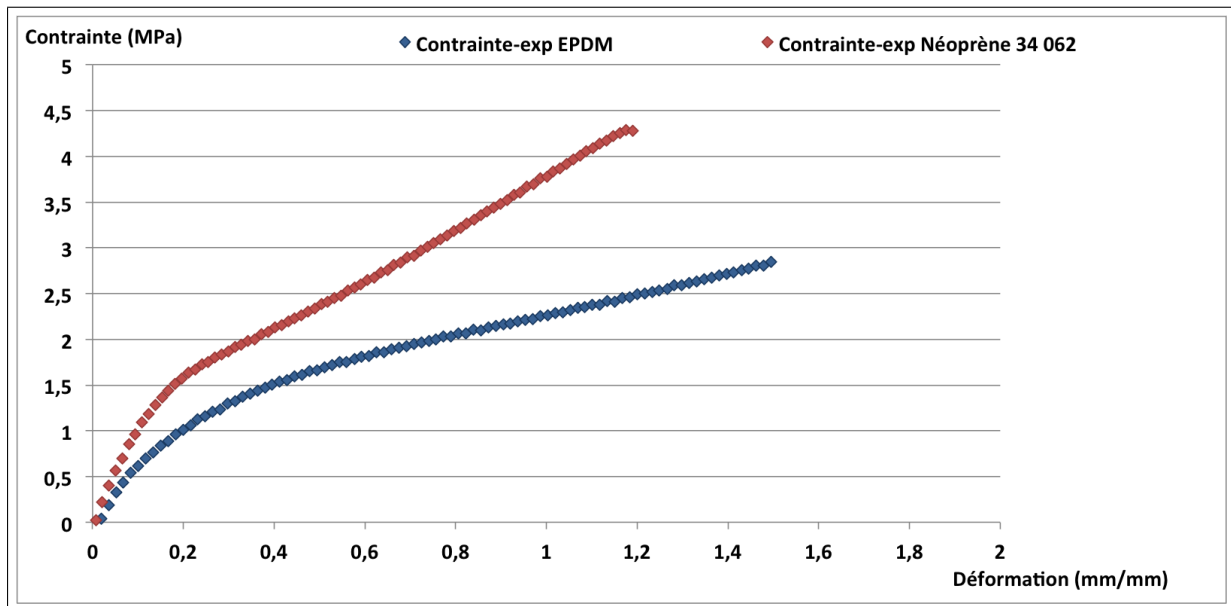


FIGURE 2.8 – Comportement à la traction de l'EPDM et du Néoprène étudié

Sur base de ces premières observations, il n'est a priori pas possible de choisir parmi ces deux matériaux lequel est le plus intéressant pour le projet. Par ailleurs, en consultant le fournisseur, il s'avère que les coûts des matériaux sont identiques, ce qui ne suggère donc pas un point de dissociation.

Avant d'entamer une étude numérique modélisant la mise en situation des matériaux pour étudier leur comportement, il a fallu les caractériser selon la loi de Mooney. Le but était alors de déterminer les deux coefficients C_1 et C_2 propres à chaque matériau afin de pouvoir implémenter une étude de contrainte.

2.3 Evaluation des coefficients caractéristiques des élastomères

2.3.1 Superposition des contraintes expérimentales et numériques

Pour connaître les valeurs des coefficients caractéristiques des membranes, il a été fait l'emploi relativement aisé du solveur EXCEL. Sur base des courbes de comportement en traction, le solveur a été paramétré pour déterminer les deux coefficients de la loi de Mooney. Pour la plage de valeurs déformation-contrainte expérimentales, une valeur de contrainte a été calculée par la voie numérique en utilisant la formule de Mooney. Dès lors pour chacune des valeurs de déformations ϵ suivies par la membrane en EPDM ou en Néoprène au cours de son essai de traction, une contrainte σ a pu être calculée par :

$$\sigma = 2 \cdot C_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{\lambda^2}\right) + 2 \cdot C_2 \cdot \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^3}\right), \text{ avec } \lambda = 1 + \epsilon.$$

Pour chacune des paires de contraintes expérimentales et calculées, un calcul d'erreur par les moindres carrés a ensuite été mise en place sur base des conseils du professeur de numérique Laurent Duchene :

$$\epsilon_{\sigma, moy} = \sum_i^N (\sigma_{exp,i} - \sigma_{calc,i})^2 \text{ et } \epsilon_{\sigma, max} = \max_i (\sigma_{exp,i} - \sigma_{calc,i})^2$$

Une erreur moyenne a alors été établie sur base de toutes les erreurs individuelles calculées pour chaque point de déformation-contrainte. Le solveur a été programmé dans l'objectif de déterminer les deux coefficients de Mooney tout en minimisant l'erreur totale. Certes, l'évaluation ainsi faite n'était pas parfaite, dès lors que chaque solveur pourrait trouver un couple différent de coefficients minimisant l'erreur moyenne à un degré qui lui semble juste. Néanmoins, cette résolution a mené à des résultats malgré tout très convainquants. Les coefficients obtenus étaient alors :

- **EPDM** : $C_1 = 0,27 \text{ MPa}$ et $C_2 = 0,783 \text{ MPa}$
- **Néoprène** : $C_1 = 0,732 \text{ MPa}$ et $C_2 = 0,673 \text{ MPa}$

Les FIGURES 2.9 ET 2.10 montrent la corrélation entre la loi numérique établie et le comportement expérimental.

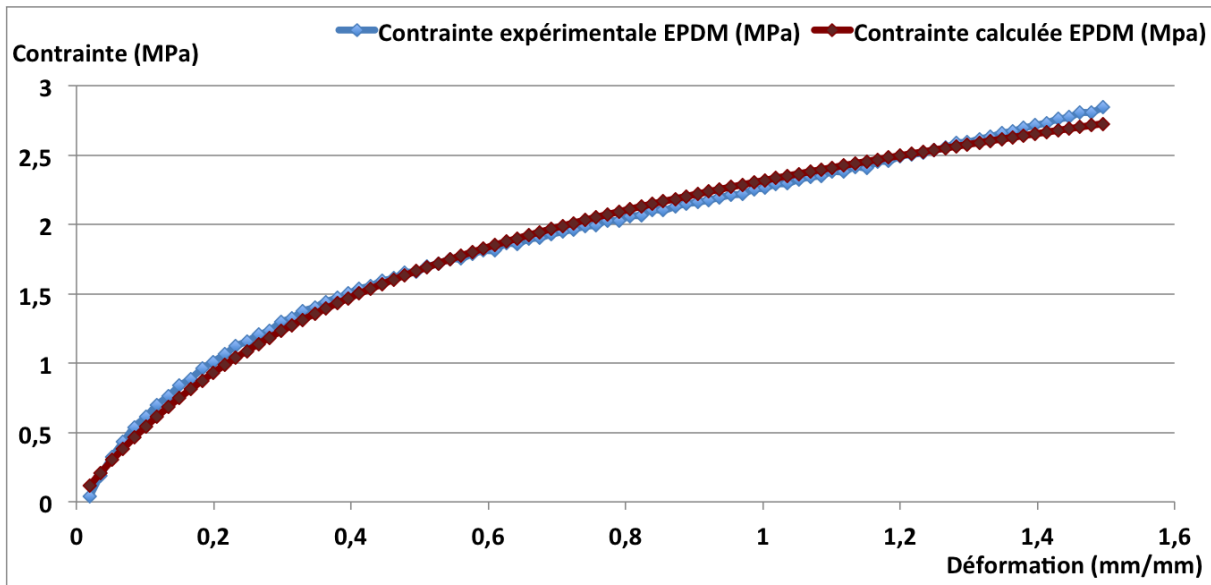
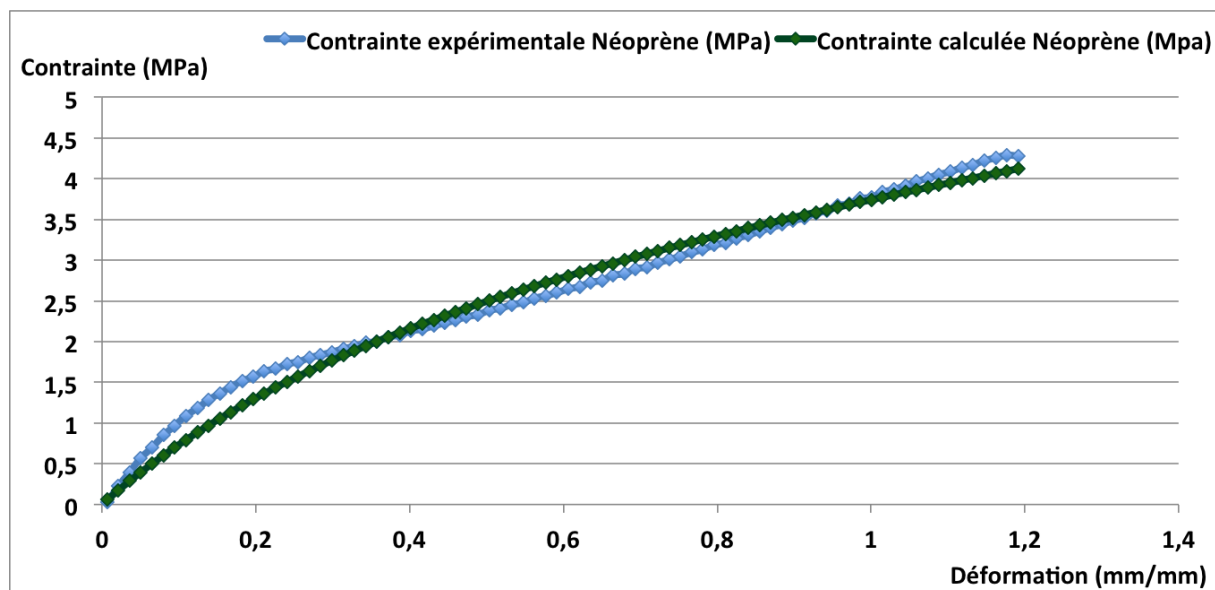


FIGURE 2.9 – Contrainte expérimentale et calculée pour l'EPDM : $C_1 = 0,27 \text{ MPa}$ et $C_2 = 0,783 \text{ MPa}$

FIGURE 2.10 – Contrainte expérimentale et calculée pour le Néoprène : $C_1 = 0,732 \text{ MPa}$ et $C_2 = 0,673 \text{ MPa}$

La TABLE 2.2 reprend les quantifications majeures d'erreur de contrainte entre expérimentation et évaluation numérique.

Erreurs au sens des moindres carrés	EPDM	Néoprène
	($C_1 = 0,27 \text{ MPa}$ et $C_2 = 0,783 \text{ MPa}$)	($C_1 = 0,732 \text{ MPa}$ et $C_2 = 0,673 \text{ MPa}$)
$\epsilon_{\sigma, \max}$	0,014	0,097
$\epsilon_{\sigma, \text{moyen}}$	0,0028	0,024

TABLE 2.2 – Erreurs entre contrainte expérimentale et calculée

Les résultats semblent tout à fait acceptable avec une erreur moyenne au sens des moindres carrés inférieure à 3% et une erreur maximale inférieure à 10%. Il paraissait juste de prendre un critère d'erreur moyenne de 4%. L'étendue de contraintes balayant un intervalle $[0; 3 - 4] \text{ MPa}$, si l'erreur moyenne au sens des moindres carrés atteint 4%, cela signifie que l'erreur absolue avoisine 20% soit une différence de $0,20 \text{ MPa}$ semblant raisonnable vis-à-vis de l'intervalle de contraintes considéré.

2.3.2 Superposition des contraintes et conservation du module d'Young

Il aurait pu être intéressant d'essayer de conserver le module de rigidité pour chacun des matériaux dans la retranscription numérique. Néanmoins, après avoir lancé le solveur avec cette condition supplémentaire, il s'est avéré que l'erreur augmentait légèrement pour l'EPDM et de manière assez notable pour le Néoprène. Afin d'effectuer une conservation du même ordre que l'erreur entre contrainte expérimentale et calculée, le module d'Young était préservé à $1\% \text{ MPa}$ près au sens des erreurs absolues. Les coefficients trouvés en conservant au mieux ce module valaient alors :

- **EPDM** : $C_1 = 0,048 \text{ MPa}$ et $C_2 = 1,25 \text{ MPa}$
- **Néoprène** : $C_1 = 0,246 \text{ MPa}$ et $C_2 = 1,59 \text{ MPa}$

Erreurs au sens des moindres carrés	EPDM ($C_1 = 0,048 \text{ MPa}$, $C_2 = 1,25 \text{ MPa}$)	Néoprène ($C_1 = 0,246 \text{ MPa}$, $C_2 = 1,59 \text{ MPa}$)
$\epsilon_{\sigma, \max}$	0,082	0,21
$\epsilon_{\sigma, \text{moyen}}$	0,020	0,066

TABLE 2.3 – Erreurs entre contrainte et module d'Young expérimentaux et calculés

Cette TABLE 2.3 exprime bien que la conservation du module d'Young engendre une perte de précision dans l'expression de la contrainte calculée vis-à-vis de la contrainte trouvée expérimentalement. L'erreur moyenne est relevée à 6,66% au sens des moindres carrés amenant ainsi à une erreur absolue de 26% dépassant le critère de 0,2 MPa établi plus haut.

Par ailleurs, dans la littérature, il est bien plus couramment fait la recherche d'une superposition optimale des contraintes fournies par un modèle avec les contraintes provenant directement d'essais expérimentaux sur l'entièreté de la loi de comportement sans conservation du module d'Young. Les travaux du groupe de recherche constitué en partie de Vlad CARLESCU, Gheorghe PRISACARU et Dumitru OLARU dont émane la FIGURE 2.11 indiquent clairement leur concentration sur la correspondance d'un modèle avec l'expérimentation en terme de contrainte uniquement.

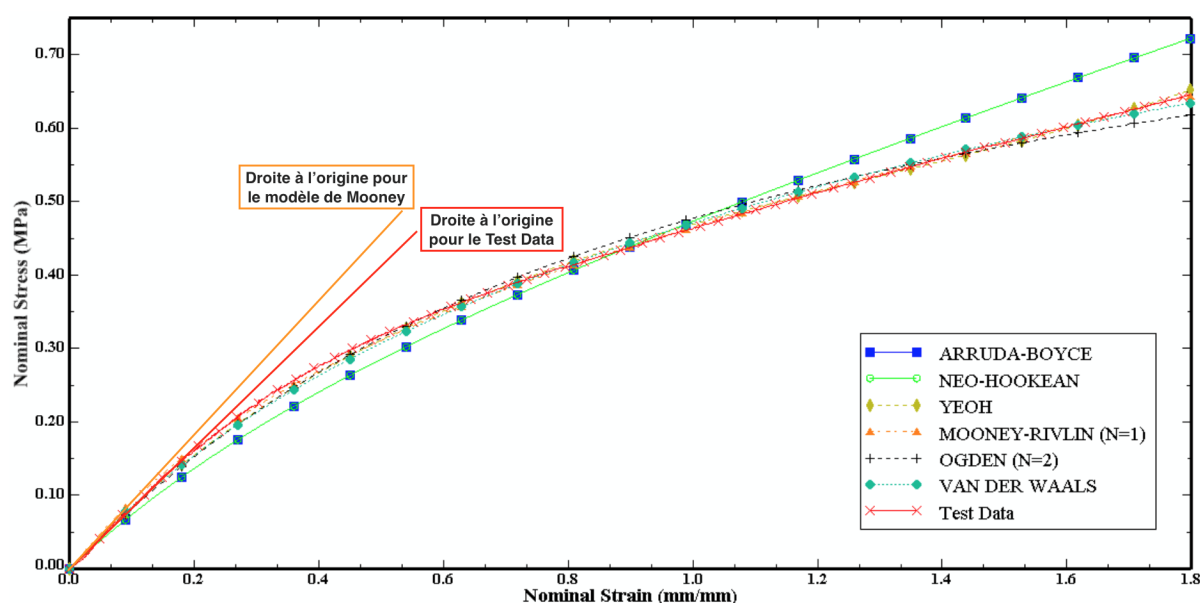


FIGURE 2.11 – Courbes de contraintes-déformations de modèles hyperélastiques et test de traction uniaxiale - Extrait de l'oeuvre de V.CARLESCU and al.

En effet, les élastomères sont employés pour leurs propriétés hyper-élastiques notables en grandes déformation, la priorité est donc mise sur l'obtention d'une courbe numérique étant la plus proche possible de la courbe expérimentale sur l'entièreté de la plage de déformations du matériau étudié.

Il est entendu qu'un modèle exprimé avec davantage de coefficients serait a priori plus précis et permettrait peut-être de préserver le module d'Young tout en ayant une superposition très précise de la totalité de la loi de comportement calculé avec l'expérimentation. Néanmoins, le logiciel LAGAMINE n'est pas pourvu de telle loi hyper-élastique et la difficulté à résoudre les problèmes s'accroît avec la complexité de la loi utilisée, il a donc été choisi de maintenir le modèle de Mooney qui est encore une fois jugé juste par les auteurs ayant travaillé sur les matériaux hyper-élastiques [6].

Dès l'instant que les coefficients étaient trouvés, la phase de test et de validation pouvait être entamée afin de vérifier le bon fonctionnement de la loi hyper-élastique développée par LAGAMINE. La bonne simulation du comportement hyperélastique du matériau dans le modèle MATLAB n'a pas nécessité d'être testé puisque la loi était implémentée en brut dans le code. Dans cette situation, la loi étant juste, il était assuré d'avoir un bon fonctionnement de celle-ci dans le modèle.

Chapitre 3

Modélisation numérique

Trois modèles numériques munis de degrés de sophistication différents ont été implémentés :

1. Pour commencer, une première modélisation relativement simple a été lancée sur EXCEL en mettant en oeuvre la loi de Hooke relative à la théorie de l'élasticité et au comportement linéaire des matériaux.
2. Ensuite, une modélisation plus poussée basée sur la théorie hyper-élastique de Mooney a été développée sur MATLAB avec des formules analytiques. Le but était ici d'implémenter le plus rapidement et le plus simplement possible une première simulation numérique capable de représenter le comportement de la membrane dans le domaine hyper-élastique.
3. Enfin, l'utilisation du logiciel LAGAMINE employant une résolution par éléments finis a permis d'encoder une simulation a priori plus complète et plus précise du même comportement de la membrane.

Dans un premier temps, il a fallu tester et valider le modèle de la loi de Mooney implémentée dans LAGAMINE afin de s'assurer de la bonne utilisation de celui-ci comme le suggère le protocole relatif à l'emploi de toute modélisation numérique. Les phases de test et de validation ont été réalisées sur base d'essais de traction uniaxiale de matériaux hyperélastiques. Afin d'assurer la justesse du modèle de Mooney implémenté dans LAGAMINE, les résultats numériques des essais de traction ont été comparés aux résultats expérimentaux provenant des campagnes d'essais chez SIRRIS.

3.1 Test et validation du modèle hyper-élastique de LAGAMINE

3.1.1 Phase de tests

Encodage d'un essai de traction dans le logiciel

Afin de tester le comportement hyper-élastique du modèle de Mooney développé dans LAGAMINE, il a été implémenté un simple essai de traction uniaxiale. En effet, connaissant le comportement expérimental en traction uniaxiale des deux matériaux utilisés, il était tout naturel de se servir d'un premier jeu de données pour effectuer la phase de test et d'une seconde série pour appliquer la validation. Le logiciel est capable d'effectuer une modélisation 2D ou 3D mais le choix s'est rapidement axé sur la résolution 3D afin d'anticiper les simulations à réaliser ultérieurement. En effet, pour le projet final, la membrane a été modélisée sur une épaisseur et une hauteur donnée pour une largeur fictive nécessitant une résolution 3D.

La phase de test a été menée sur l'EPDM. Ce choix a été fait pour des pures raisons de planning. Les essais de tractions sur l'EPDM ayant eu lieu avant ceux du Néoprène, les résultats du premier matériau étaient disponibles plus tôt. L'essai de traction a été modélisé de manière très simple par un unique élément 3D. Un fichier de données a été rempli afin d'indiquer les conditions aux limites et la géométrie de l'élément *BLZ3D* choisi comme présenté sur la FIGURE 3.1.

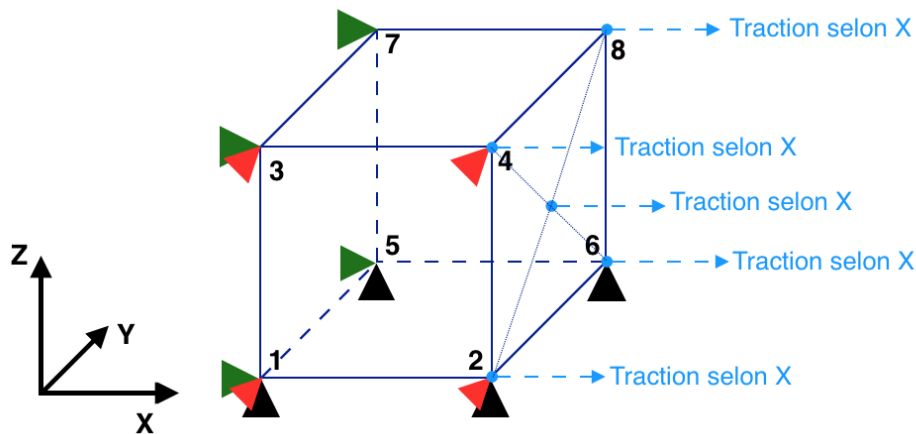


FIGURE 3.1 – Schématisation du modèle de traction implémenté dans LAGAMINE

Une fois les données renseignées, le fichier de stratégie a été paramétré pour imposer un déplacement relatif de 100% à la face [2,6,8,4].

Analyse des résultats

Suite à la résolution du problème de traction par le logiciel, les contraintes ont pu être recueillies avec les déformations correspondantes. La FIGURE 3.2 montre la comparaison entre le résultat fourni par LAGAMINE et la loi hyperélastique théoriquement implémentée.

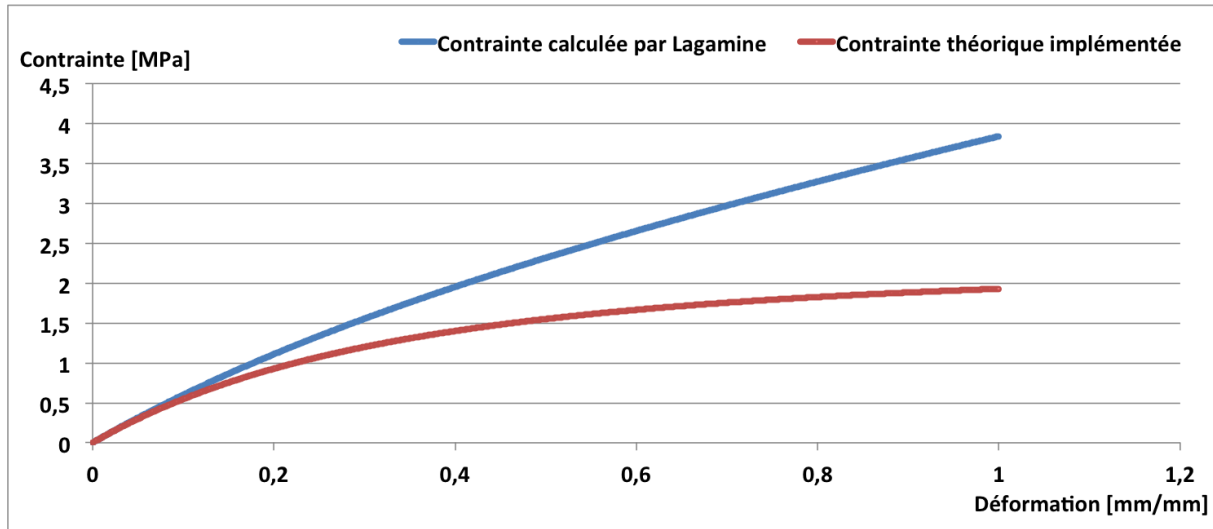


FIGURE 3.2 – Comparaison de loi de comportement théorique calculée et la loi de comportement obtenue par LAGAMINE pour l'EPDM

Si ce premier résultat paraît assez décevant, il convient malgré tout de quantifier l'erreur obtenue. À l'aide d'une quantification d'erreur relative, il ressort que l'erreur moyenne vaut 50% avec une erreur maximale de 100%. En considérant que le modèle LAGAMINE ne fait que retranscrire numériquement l'essai de traction expérimental sur base de la loi de Mooney, il semble assez évident que l'erreur obtenue est bien trop élevée pour considérer le modèle comme juste. Afin de se référer à une valeur critère, il a été établi qu'une erreur relative moyenne de 5%, soit 10x moins grande que le résultat jusqu'ici fourni, serait une grandeur acceptable.

Solution 1 : Correction du modèle LAGAMINE

La recherche de cet écart si conséquent s'est tout de suite orienté vers l'étude du script encodé dans LAGAMINE pour appliquer la loi de Mooney. Si les paramètres d'entrée C_1 et C_2 semblaient a priori occuper la même fonction dans l'encodage du logiciel et dans la loi de Mooney : $\sigma = 2 * C_1 * (\lambda - \frac{1}{\lambda^2}) + 2 * C_2 * (1 - \frac{1}{\lambda^3})$, l'étude du script a décelé une différence de réponse. Tout vient du fait que la loi de Mooney suggère un travail en contrainte de Green tandis que le logiciel travaille en contrainte de Cauchy.

La littérature n'est pas toujours très claire à ce sujet. Néanmoins, les développements relatifs à l'obtention de la contrainte en fonction des allongements et des coefficients C_1 et C_2 peuvent prendre deux tournures assez distinctes selon qu'ils ont pour objectifs de sortir la contrainte de Cauchy ou la contrainte de Green. Le développement effectué dans le script de LAGAMINE est bien un raisonnement menant aux contraintes de Cauchy. En analysant avec précision le script du logiciel, il apparaît que la contrainte σ définie alors comme la contrainte de Cauchy peut facilement être transformée en contrainte de Green en utilisant une petite manipulation numérique.

En effectuant dans MATLAB le développement réalisé par LAGAMINE, il peut être rendu compte que la contrainte obtenue par le logiciel vaut en réalité :

$$\sigma_{Cauchy} = [2 * C_1 * (\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}) + 2 * C_2 * (\lambda - \frac{1}{\lambda^2})] \quad (3.1)$$

Le tracé comparatif de cette contrainte évolutive dite de Cauchy calculée par LAGAMINE en fonction de la déformation avec la contrainte évolutive dite de Green considérée par la loi théorique de Mooney donne la FIGURE 3.3 pour les coefficients C_1 et C_2 de l'EPDM. Il est à noter que les courbes ont ici été tracées sur base d'un intervalle de déformation $[0; 1]$.

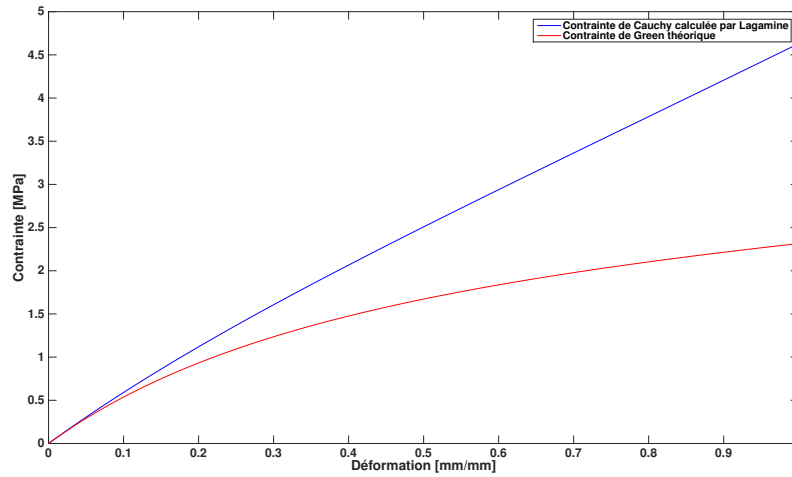


FIGURE 3.3 – Comparaison de la contrainte théorique de Green avec la contrainte de Cauchy calculée par LAGAMINE

En appliquant une correction sur la contrainte calculée par LAGAMINE permettant alors de retrouver la contrainte de Green souhaitée, des résultats plus cohérents pouvaient être attendus. En remplaçant la contrainte donnée par l'équation (3.1) par : $\sigma = \sigma * \frac{1}{\lambda}$, la contrainte calculée semble théoriquement correspondre à la contrainte de Green. La FIGURE 3.4 montre la superposition parfaite des deux lois de comportement.

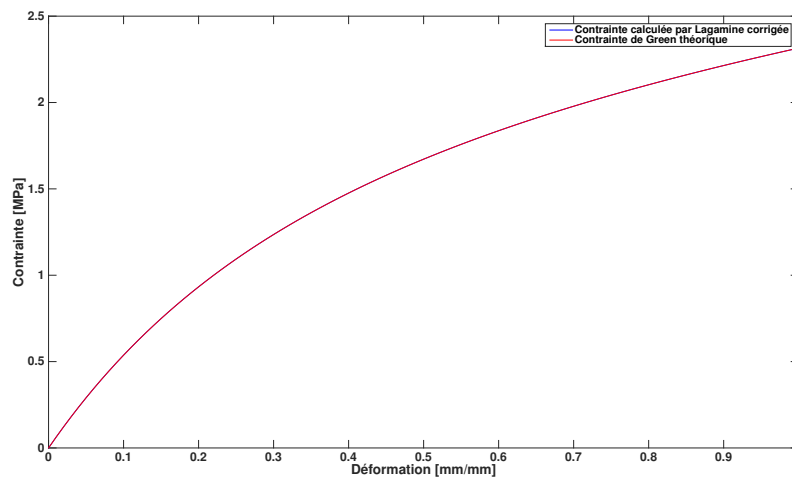


FIGURE 3.4 – Comparaison entre la contrainte LAGAMINE corrigée et la contrainte théorique souhaitée pour l'EPDM

Avec cette correction, les points de la modélisation de l'essai de traction uniaxiale sur l'EPDM correspondent avec la théorie. Selon le développement MATLAB en balayant un intervalle de déformations

$[0;1]$ (mm/mm) avec une incrémentation de $0,1 mm/mm$, le modèle LAGAMINE corrigé semble donc en phase avec la théorie. Afin de vérifier le test corrigé, la comparaison a été menée pour les valeurs réellement obtenues par le logiciel lors de la simulation de l'essai de traction réalisée pour un intervalle de déplacement $[0;1]$ *unité*. Une fois la correction apportée aux valeurs présentées sur la FIGURE 3.2, les résultats obtenus étaient totalement identiques à ceux modélisés par MATLAB et illustrés FIGURE 3.4. Une quantification d'erreur relative moyenne a été retenue à $0,17\%$ qualifiable ici de négligeable. Il semblait donc y avoir un moyen d'obtenir la bonne simulation de traction par correction a posteriori des résultats sortis par le logiciel. Néanmoins, cette solution semblait peu envisageable pour une modélisation dans un projet tel que celui étudié dans le cadre de ce travail. Pour obtenir des résultats exploitables, il aurait fallu modifier directement le code Fortran du logiciel.

Cette première piste étant avortée, il a été étudié une deuxième solution plus pratique. L'idée est qu'en connaissance de l'expression de la contrainte ressortie par le logiciel, il est possible de modifier les coefficients C_1 et C_2 pour que la contrainte de Cauchy établie corresponde au mieux avec la contrainte de Green recherchée. Cette seconde piste est étudiée dans le paragraphe suivant.

Solution 2 : Correction des paramètres d'entrée du modèle LAGAMINE

Connaissant la suite de valeurs fournissant la loi de comportement expérimentale, il a été possible d'étudier théoriquement la loi de comportement utilisée réellement par LAGAMINE : $\sigma = [2 * C_{1,lag} * (\lambda - \frac{1}{\lambda^2}) + 2 * C_{2,lag} * (1 - \frac{1}{\lambda^3})] * \frac{1}{\lambda}$. Dès lors, il fallait déterminer un nouveau couple de coefficients ($C_{1,lag}; C_{2,lag}$) permettant de retrouver au plus près les points expérimentaux. En lançant le solveur, le couple obtenu pour l'EPDM est $(0;0,659)$. Sur base de ce couple, une comparaison a pu être établie entre valeurs expérimentales et valeurs théoriques de LAGAMINE fournissant alors la FIGURE 3.5 avec une minimisation de l'erreur moyenne au sens des moindres carrés à $4,9\%$.

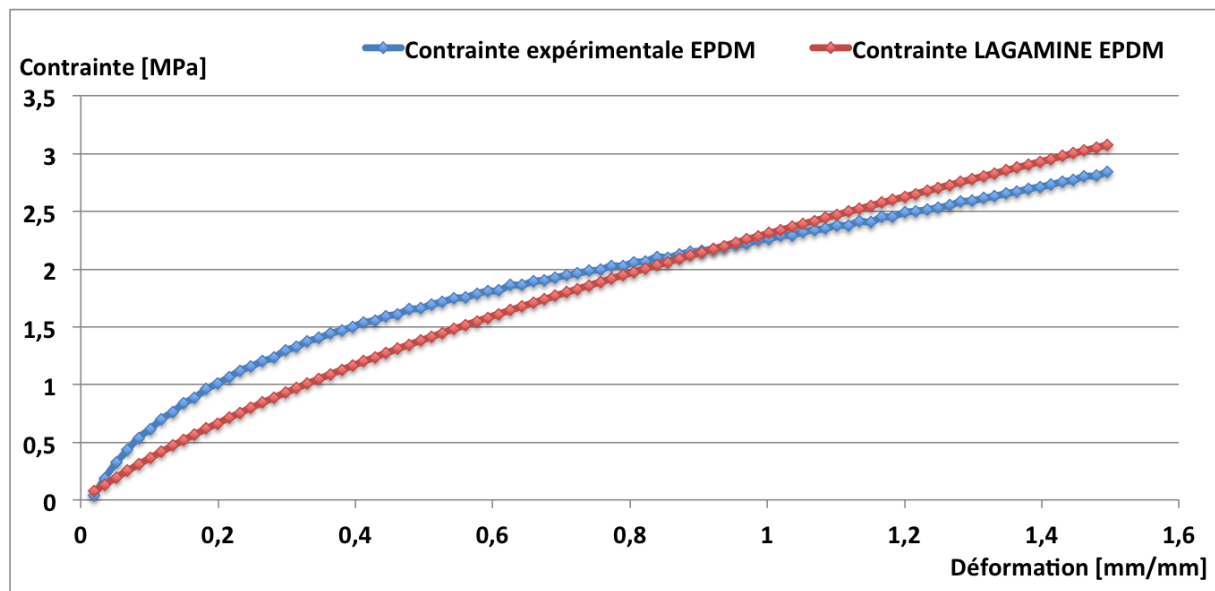


FIGURE 3.5 – Comparaison entre contraintes expérimentales et théorie de LAGAMINE pour l'EPDM

Le logiciel paramétré avec les nouvelles valeurs $C_{1,lag}$ et $C_{2,lag}$ a donné les mêmes résultats avec une erreur relative de $0,17\%$ entre contrainte prédite via le solveur et contrainte calculée par le logiciel. Ainsi en déterminant préalablement les coefficients en adéquation avec le traitement du logiciel, le modèle Lagamine peut sortir des résultats exploitables.

Cette nouvelle solution est bien plus intéressante que la précédente. Certes l'erreur commise vis-à-vis du comportement expérimental a augmenté avec 4,9% pour cette solution contre 0,28% pour la solution 1 néanmoins, cette erreur est considérée comme acceptable et le modèle comme exploitable. Il conviendra de réaliser également une phase de validation avec le jeu de données relatives au Néoprène.

3.1.2 Validation du modèle

Afin d'assurer la bonne correction du modèle et dès lors de le valider, la capacité du logiciel à sortir des résultats exploitables dans le cas du Néoprène a été vérifiée. Tout d'abord il a fallu évaluer les coefficients $C_{1,lag}$ et $C_{2,lag}$ pour le Néoprène en minimisant à nouveau l'erreur au sens des moindres carrés entre la contrainte calculée théoriquement par LAGAMINE et les points connus expérimentalement à l'aide du solveur EXCEL. Le couple trouvé est (0;1,1) pour le Néoprène avec une erreur moyenne de 4,58% au sens des moindres carrés. L'essai de traction a été encodé dans le logiciel pour le Néoprène caractérisé par ce couple de coefficients. La comparaison de la contrainte obtenue avec LAGAMINE et la contrainte expérimentale est présentée en FIGURE 3.6. Il est à nouveau intéressant de noter que la superposition n'est pas optimale, surtout pour les faibles déformations comprises entre 0 et 0,4 mm/mm alors qu'elle semble très juste pour de plus grandes déformations. Le but était ici de couvrir l'entièreté de la gamme de déformation tout comme il a été fait pour déterminer les coefficients à implémenter dans MATLAB. Dès lors, il était nécessaire d'accepter un écart notable en certains points.

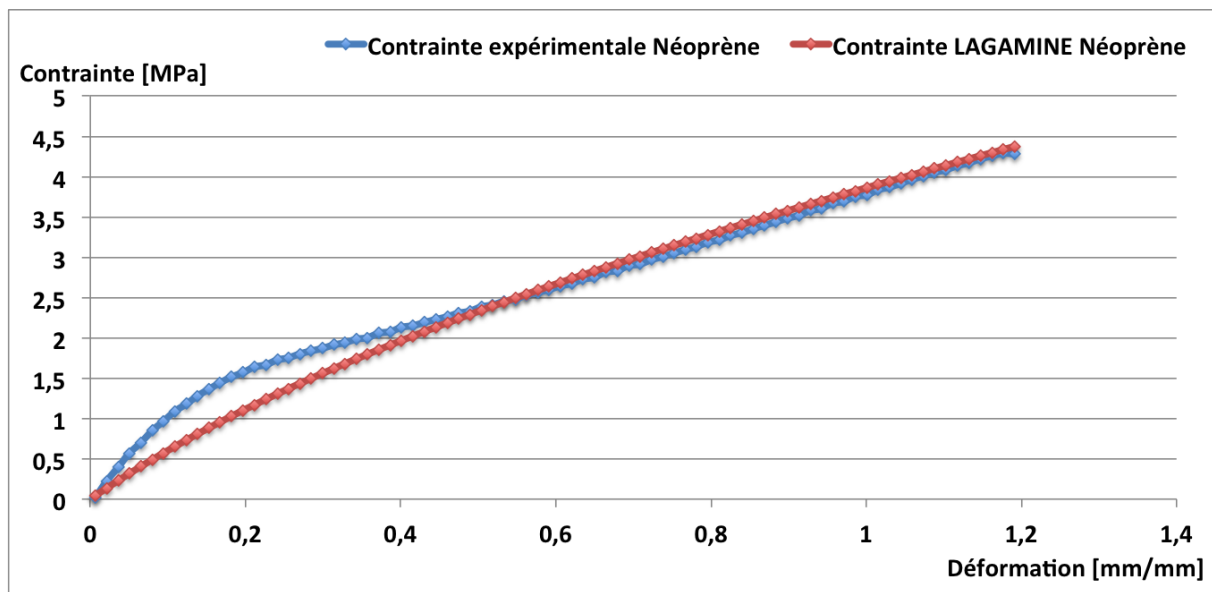


FIGURE 3.6 – Comparaison entre résultat de traction LAGAMINE corrigé et essai expérimental pour le Néoprène

3.2 Simulation en phase de réservoir de la position verticale de la membrane

Après avoir validé le modèle hyperélastique du logiciel éléments finis, une modélisation parallèle a été lancée à la fois dans MATLAB et dans LAGAMINE afin d'obtenir des résultats prédisant le comportement réel de la membrane et d'anticiper les expériences réalisées au laboratoire d'hydraulique. Par ailleurs, les déplacements de la membrane ont été prédis par une loi de Hooke sous faibles déformations. Avant de commencer l'explication des stratégies envisagées et des résultats obtenus, il est important de revenir sur les détails de la situation étudiée.

3.2.1 Comportement vertical sous plan d'eau en pré-déversement

La première situation modélisée est donc le cas d'une membrane verticale devant résister à une pression d'eau induite par un niveau d'eau équivalent au point haut de la membrane comme schématisé sur la FIGURE 3.7. Cette situation est choisie comme exemple d'une situation limite de déversement. Il paraît assez évident qu'une membrane d'épaisseur donnée peut retenir n'importe quelle hauteur d'eau. Il suffit alors de fournir à cette membrane une hauteur suffisante d'être surdimensionnée. En revanche, cette solution ne serait pas très économique. Afin d'optimiser les dimensions de la membrane, il est intéressant de connaître pour chaque épaisseur quelle est la hauteur de régulation limite la plus optimisée. Cette première étude porte donc sur l'évaluation de la hauteur limite d'une membrane d'épaisseur donnée initialement supposée retenir un niveau d'eau d'une hauteur similaire à celle de la membrane tout en autorisant le passage d'un filet d'eau en crête de membrane. Cette situation est alors jugée être la limite de déversement. En d'autres termes, la hauteur limite est la hauteur que la membrane étudiée peut prendre afin de réguler en position verticale comme fléchie le niveau d'eau amont à la hauteur visée.

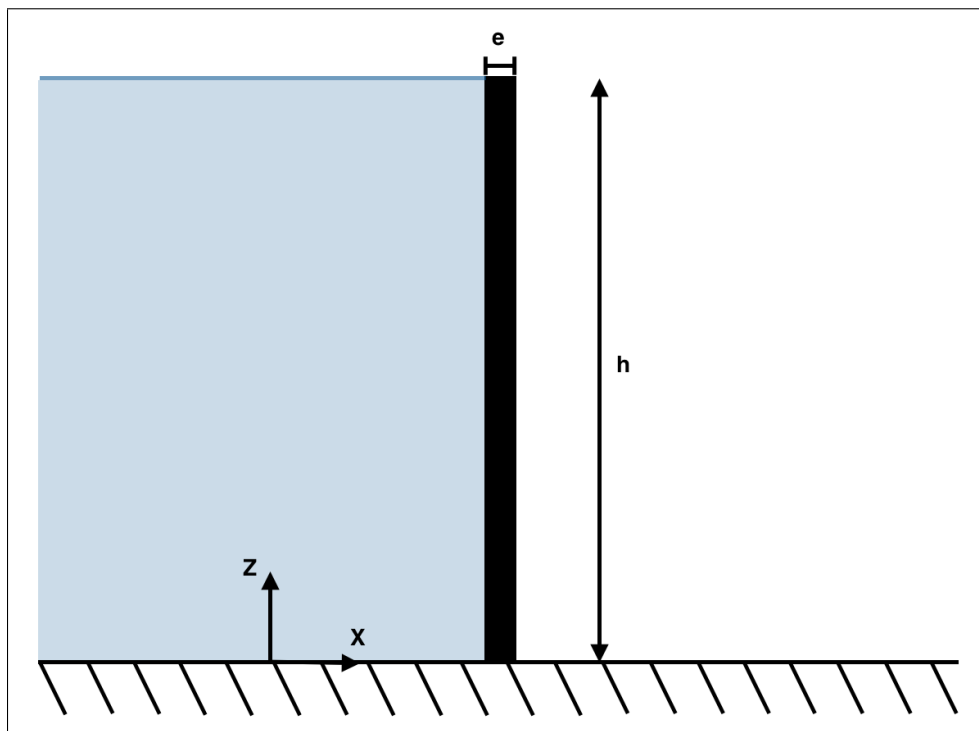


FIGURE 3.7 – Schéma d'une hauteur de membrane retenant une hauteur d'eau équivalente

Cette première modélisation a donc pour but de déterminer pour les épaisseurs de membrane disponibles [10;12;15] *mm* et pour chacun des deux matériaux EPDM et Néoprène, d'une part la déformée de la membrane pour une hauteur d'eau donnée et surtout d'obtenir la meilleure hauteur de régulation possible sur base d'un critère de passage de lame d'eau. Dès l'instant qu'une membrane va commencer à se déformer suffisamment pour laisser passer une lame d'eau d'épaisseur notable, celle-ci ne sera plus en mesure de maintenir un débit passant nul et a priori entamera une déformation progressive depuis sa position verticale vers une déformée plus horizontale finale. Le but est donc de connaître la hauteur d'eau engendrant le début de la déformation de chacune des épaisseurs pour définir alors la hauteur trouvée comme la hauteur de régulation optimale de la membrane d'épaisseur correspondante. Cette situation est bien entendu sous réserve d'hypothèses qu'une fois la déformation de la membrane entamée, le niveau d'eau va être maintenu constant quelque soit le débit passant, quelque soit la déformée de la membrane afin d'assurer le bon comportement d'un clapet de régulation.

3.2.2 Modélisation EXCEL : Modèle analytique et loi de Hooke en petites déformations

Hypothèse des petites déformations

Une première modélisation a tout d'abord été lancée sur base de la loi de Hooke. En effet, cette première situation caractérisant la membrane dans ses premières déformations, sous l'hypothèse qu'une fois déformée celle-ci ait maintenu en tout point de faibles déformations paraît intéressante d'un point de vue efficacité de calcul et rapidité d'exécution. La loi de comportement suivie par les élastomères utilisée est bien une loi hyperélastique. Néanmoins, il demeure une phase linéaire pour de très faibles déformations du moins à l'échelle de la loi de comportement de ces élastomères.

Partant du postulat que dans l'étude menée, la membrane maintient une déformation contenue dans un intervalle où la loi de Hooke est jugée applicable, il n'y a pas d'erreur à modéliser le comportement de la membrane en utilisant son module d'Young et la loi élastique. Par ailleurs, le module d'Young n'ayant pas été conservé dans l'établissement des coefficients caractérisant les membranes dans le modèle de loi MATLAB comme dans le modèle de loi LAGAMINE, il paraît assez pertinent de maintenir une loi de Hooke aussi longtemps que possible afin de préserver l'entièreté du comportement de la membrane dans la modélisation et non uniquement le caractère hyperélastique.

Sur base des caractéristiques expérimentales du Néoprène qui ont été dévoilées en FIGURE 2.8 ET 2.10, il a été décidé que la loi de Hooke reste viable pour ce matériau jusqu'à une déformation de 0,045 *mm/mm*. Bien entendu cette tentative de simulation avec une loi purement élastique n'offre que le bénéfice de la rapidité des résultats. En effet, dans toute perspective de progression et de modélisation d'états plus déformés, la loi de Hooke perdrait toute crédibilité.

Evaluation de la déformée

Dans le cas de la loi de Hooke, la déformée de la membrane peut s'établir à l'aide de l'expression de la déformée d'une poutre sous diagramme d'effort triangulaire. Pour une membrane de hauteur h , la hauteur d'eau faisant pression vaut également h dans le cas étudié. La membrane peut être modélisée comme une poutre encastree libre d'épaisseur donnée et de largeur 1 *m*, le calcul étant effectué pour 1 *m* courant de membrane. Les membranes ne subissent pas d'effet de bords. Comme il a été fait remarqué en introduction, les membranes ne sont pas adjointes les unes aux autres. Il est permis qu'un filet d'eau puisse passer aux frontières membranes/membranes. Cette information justifie ainsi de pouvoir modéliser la membrane

comme une poutre encastree libre et non comme une plaque. Le schéma statique fournissant les efforts tranchants est représenté en FIGURE 3.8.

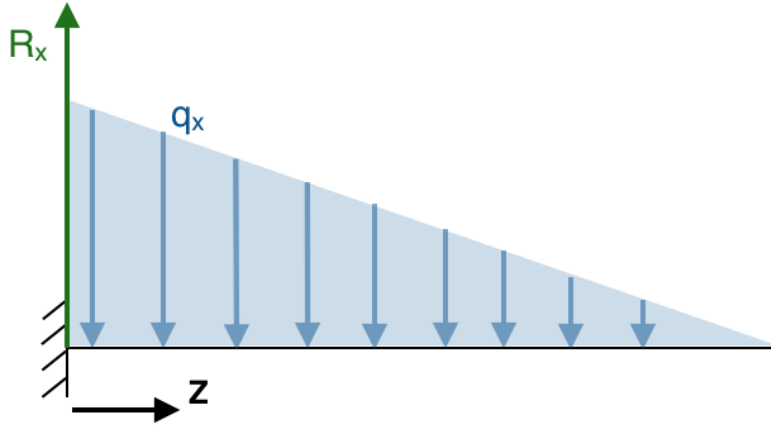


FIGURE 3.8 – Schéma statique d'équilibre entre efforts sur la membrane et réaction à l'encastrement

La pression vaut dans cette situation, la pression calculée depuis la surface libre :

$$p(z) = \rho \cdot g \cdot (h - z) \text{ [MPa]}$$

La force horizontale répartie de manière triangulaire sur la membrane peut être établie comme une fonction affine :

$$q_x(z) = \rho \cdot g \cdot (h - z) \times 1 \text{ [N/m]}$$

Par la théorie de l'équilibre des efforts, le moment peut être écrit en fonction de l'ordonnée "z" en établissant tout d'abord la réaction $R_x = q_x(0) \cdot \frac{h}{2} = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{h}{2}$. L'effort tranchant résultant de la situation présentée en FIGURE 3.8 vaut :

$$V_x(z) = R_x - \int_0^z q_x(t) dt = \rho \cdot g \cdot \frac{h^2}{2} - \rho \cdot g \cdot (hz - \frac{z^2}{2}) \text{ [N]}$$

Puis le moment est défini sur toute la hauteur de la membrane, en considérant que $M_y(0) = M_{y,max} = \rho \cdot g \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \frac{h}{3}$:

$$M_y(z) = M_y(0) - \int_0^z V_x(t) dt = \rho \cdot g \cdot \frac{h^3}{6} - [\rho \cdot g \cdot \frac{h^2 z}{2} - \rho \cdot g \cdot (h \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6})] \text{ [Nm]}$$

Finalement :

$$M_y(z) = \frac{\rho g}{6} \cdot [h - z]^3 \text{ [Nm]}$$

Sur base de cette expression en effectuant successivement deux intégrations et en introduisant la rigidité flexionnelle via le produit EI , l'expression de la déformée est obtenue en chaque point de la membrane. Afin d'intégrer correctement, il faut prendre en compte une nouvelle condition aux limites à chacune des intégrations. Pour cela, il est utile de remarquer que le déplacement et la rotation sont nuls à l'encastrement. L'expression obtenue est alors :

$$u_x(z) = \frac{\rho \cdot g}{120 \cdot E \cdot I} \cdot [10 \cdot h^3 \cdot z^2 - 10 \cdot h^2 \cdot z^3 + 5 \cdot h \cdot z^4 - z^5]$$

Ainsi, il est possible de calculer la déformée des membranes en considérant leur module de rigidité et leur inertie. Les modules de rigidité sont évalués sur base des pentes à l'origine des lois de comportement obtenues expérimentalement dans un intervalle de 0 à 0,045 mm/mm pour le Néoprène et l'EPDM. Pour l'EPDM, le module d'Young fictif vaut 9,6 MPa tandis que pour le Néoprène, celui-ci est estimé à une valeur légèrement supérieure : 12,6 MPa .

Présentation des premiers résultats

Dans un premier temps, il est envisagé de trouver la hauteur maximale de régulation de chaque membrane d'épaisseur 10, 12 ou 15 mm . Pour cela, l'idée est de calculer pour une membrane d'épaisseur donnée, quelle serait la hauteur d'eau engendrant un déplacement horizontal en tête de membrane suffisamment conséquent pour amener à une perte de hauteur notable, caractérisant le début du déversement. Le critère numérique pour la différence de hauteur entre situation initiale et situation déformée a été fixé à 2 mm . Ce critère a été choisi avec l'idée qu'un filet d'eau pourrait être observé sur la crête de la membrane pour la déformée correspondante. Le début du déversement ainsi quantifié pourrait être remarquable expérimentalement quitte à ré-ajuster le critère. La FIGURE 3.9 illustre la situation caractérisant la limite de déversement souhaitée.

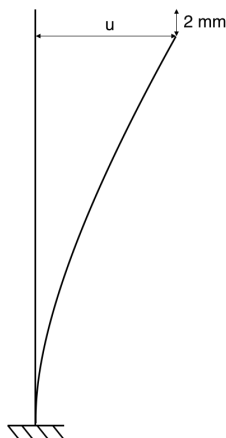


FIGURE 3.9 – Situation recherchée pour la détermination de la phase de début de déversement de la membrane

La modélisation a donc été lancée avec EXCEL, dans un premier temps pour des membranes en Néoprènes d'épaisseurs 10, 12 et 15 mm . Le but était de rechercher la hauteur d'eau équivalente à la hauteur de membrane entraînant une certaine déformée puis une baisse de hauteur de 2 mm . Si les résultats sont intéressants et viables car les déformations maximales restent dans l'intervalle de validation de la loi de Hooke comme en atteste la TABLE 3.1, ils demeurent néanmoins assez étonnant et peu optimistes. Les déformations ont bien entendu été calculées par la loi de Hooke ($\epsilon = \sigma/E$) sur base du module d'Young et de la contrainte évaluée par :

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot \frac{y}{2}$$

La TABLE 3.1 reprend les principales caractéristiques des résultats. La valeur de la perte correspond à la différence entre la hauteur de la crête de la membrane en position verticale et la hauteur de cette même crête en position déformée (critère maximum posé à 2 mm).

Épaisseur de membrane étudiée	15 mm	12 mm	10 mm
Hauteur de régulation maximale	19,5 cm	16,5 cm	14,5 cm
Déplacement en tête maximal	2,6 cm	2,2 cm	2,0 cm
Perte crête/crête	1,9 mm	1,6 mm	1,5 mm
Déformation maximale	0,026 mm/mm	0,016 mm/mm	0,011 mm/mm

TABLE 3.1 – Valeurs principales des résultats des modélisations avec EXCEL

Comme signalé plus tôt, il est important d'insister sur le fait que les déformations sont restées inférieures à la limite d'application posée ($0,045 \text{ mm/mm}$) pour la loi de Hooke. La FIGURE 3.10 illustre les 3 déformées limites de déversement pour les membranes en Néoprène d'épaisseurs variables selon la loi de Hooke en petites déformations.

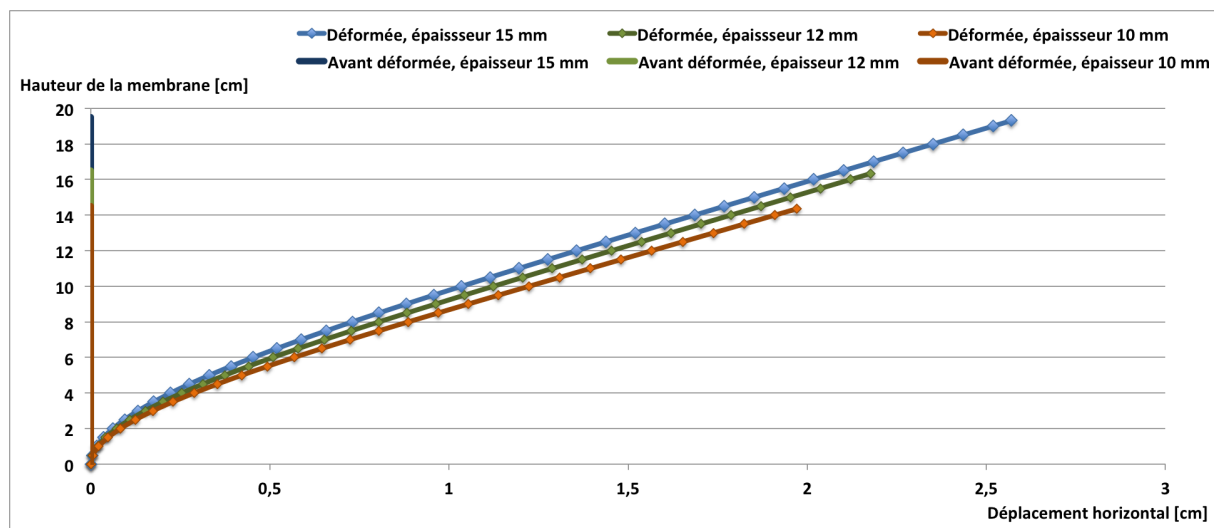


FIGURE 3.10 – Déformées relatives à la limite de déversement de membranes en Néoprène selon la loi de Hooke

Sur base de cette première simulation assez simplifiée mais viable sur base de la vérification des déformations limites, une modélisation MATLAB a été entamée afin d'explorer une résolution mettant en place les équations de l'hyper-élasticité empruntant ainsi une solution parallèle.

3.2.3 Modélisation MATLAB : Modèle analytique en grandes déformations

Méthodologie d'obtention des résultats

L'encodage d'un modèle analytique prenant en compte la loi hyperélastique sous-entend de ne plus autoriser l'emploi des formules classiques relatives aux théories des poutres et des faibles déformations. Afin de présenter avec efficacité les formules disponibles et utilisées pour résoudre le problème d'équilibre entre la pression d'eau imposée d'un côté et la membrane de l'autre côté, il convient de revenir sur les propriétés de la membrane. Les développements effectués pour ce modèle s'appuient sur le livre de cours de « Mécanique des matériaux » de Charles MASSONNET et Serge CESCOTTO[7]

Si la membrane a un comportement hyperélastique, elle garde pour le moins une courbure qui peut être mise en relation avec la déformée malgré la considération du domaine des grandes déformations. De plus, la préservation de la continuité de la courbure tout au long de la membrane permet de garder l'intégrité

du matériau malgré sa déformée. En partant du postulat que la courbure est connue en tout point de la membrane, la déformée de celle-ci peut être calculée en utilisant le principe applicable :

$$\chi = \frac{\partial^2 u}{\partial^2 z}$$

Il faut alors noter que cette expression de la courbure est simplifiée et n'est valable qu'en petites déformations ($\rho \geq e$, avec ρ le rayon de courbure et e l'épaisseur de la membrane). En primitivant successivement deux fois avec prise en compte de conditions aux limites fortes, il vient alors la rotation :

$$u'_x(z) = \chi \cdot z + A$$

Puis le déplacement est défini sous la forme :

$$u_x(z) = \chi \cdot z^2/2 + A \cdot z + B$$

Souhaitant alors développer la déformée de la membrane en tout point de sa hauteur, l'objectif est de déterminer la courbure. Pour cela, les efforts se sont concentrés sur la recherche d'un équilibre entre charge imposée par la pression d'eau et reprise d'effort admissible par la membrane en fonction de la déformée prise. La pression imposée le long de la membrane a bien sûr comme effet premier de créer du cisaillement puis un moment le long de celle-ci de manière identique à ce qui a été vu dans la partie précédente dédiée à l'implémentation de la loi de Hooke. En reprenant simplement l'expression calculée plus tôt, le moment vaut donc :

$$M_y(z) = \frac{\rho g}{6} \cdot [h - z]^3$$

Un détail plus précis prenant en compte l'effet de la pression horizontale et de la pression verticale n'était pas nécessaire d'être mené ici étant donné que la membrane était supposée ne se déformer que faiblement, préservant une application horizontale des efforts. Néanmoins, cette implémentation plus précise a bien été réalisée en prévision de développements futurs et sera précisée dans la section suivante relative à l'étude de la membrane en flexion maximale. Partant de la connaissance du moment en fonction de l'ordonnée de la membrane, il peut être trouvé la distribution de la contrainte présente dans l'épaisseur de la membrane en chaque ordonnée par l'expression :

$$\int_A \sigma \cdot x dA = M$$

L'équilibre devant être réalisé en tout point de la membrane, il a été nécessaire de discrétiser la hauteur de la membrane de manière relativement fine afin de définir des sections planes horizontales caractérisant la reprise à la flexion. Pour chaque volume de hauteur discrétisée, la section étudiée valait alors $L \times e$ avec L la longueur de la membrane fixée à 1 m afin de travailler sur 1 mètre courant et e l'épaisseur de la membrane. Pour chaque surface résistante, l'équilibre entre le moment de charge et le moment repris par la membrane peut être fait en donnant alors une indication sur l'état de contrainte dans cette surface. La FIGURE 3.11 vient schématiser l'intégrale à réaliser pour chaque surface de membrane ($A = e \cdot L$ avec $L = 1 \text{ m}$).

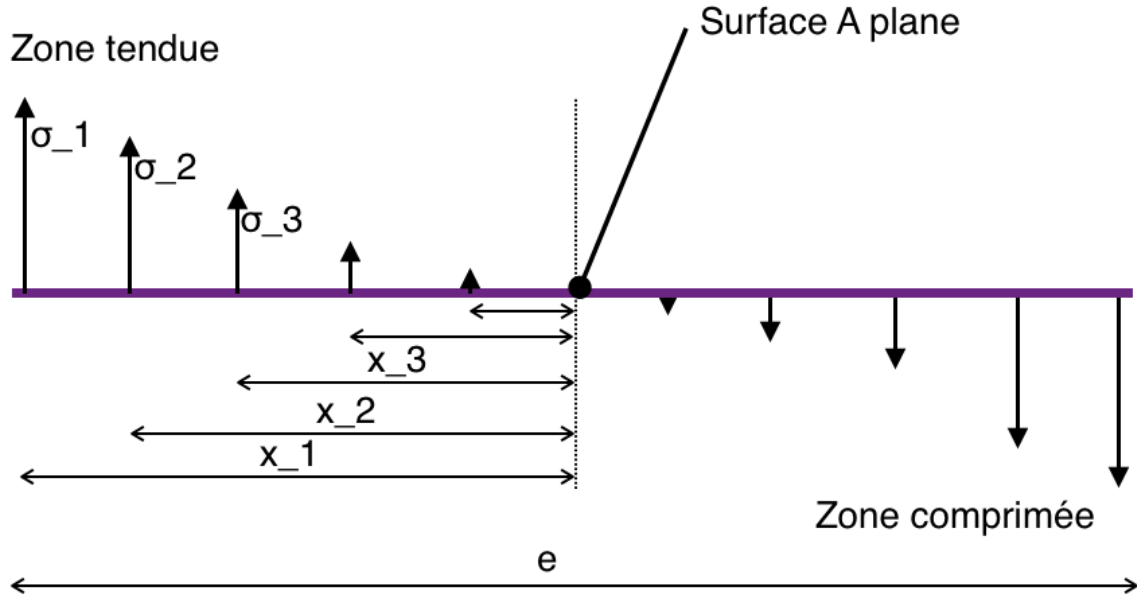


FIGURE 3.11 – Schéma de la distribution de contrainte dans un élément de membrane

Pour chaque surface de membrane, il est possible de relier la déformation à la courbure par $\epsilon = x \cdot \chi$. Finalement, en remplaçant la contrainte par son expression selon la loi de Mooney puis la déformation par sa définition en fonction de la courbure, il vient successivement les équations (5) et (6). Dès lors le système est fermé, il est possible de déterminer la courbure assurant l'équilibre de moment.

$$M_y(z) = \int_{-e/2}^{e/2} \int_{-L/2}^{L/2} [2 \cdot C_1 \cdot (1 + \epsilon - \frac{1}{(1 + \epsilon)^2}) + 2 \cdot C_2 \cdot (1 - \frac{1}{(1 + \epsilon)^3})] x \, dx \, dy \quad (3.2)$$

$$= \int_{-e/2}^{e/2} [2 \cdot C_1 \cdot (1 + x\chi - \frac{1}{(1 + x\chi)^2}) + 2 \cdot C_2 \cdot (1 - \frac{1}{(1 + x\chi)^3})] x \, dx \quad (3.3)$$

L'intégrale est résolue numériquement dans MATLAB et en solutionnant l'équation (6) pour chaque surface, une courbure peut être déterminée pour chaque point de hauteur de la membrane.

Implémentation de la résolution et efficacité du code

Les FIGURE 3.12 ET 3.13 témoignent de l'égalité des moments en toute hauteur ainsi que de la continuité du rayon de courbure et donc par inverse du rayon de courbure obtenu le long de la membrane. Une erreur a été calculée afin de comparer le moment de charge et le moment repris par la membrane. Elle sera mis en avant au moment de la présentation des résultats pour chacune des membranes. Les FIGURES ici présentées permettent de visualiser la cohérence des résultats intermédiaires menant à l'obtention des déformées, résultats finaux de la routine MATLAB.

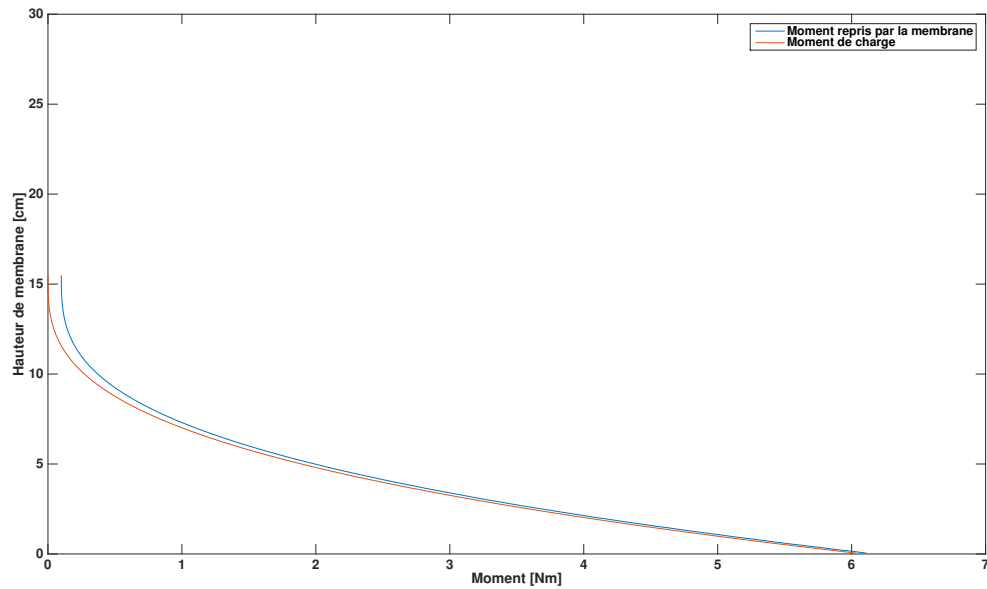


FIGURE 3.12 – Comparaison des moments de charges et admissibles pour une membrane en Néoprène de 15,5 cm de hauteur et de 12 mm d'épaisseur

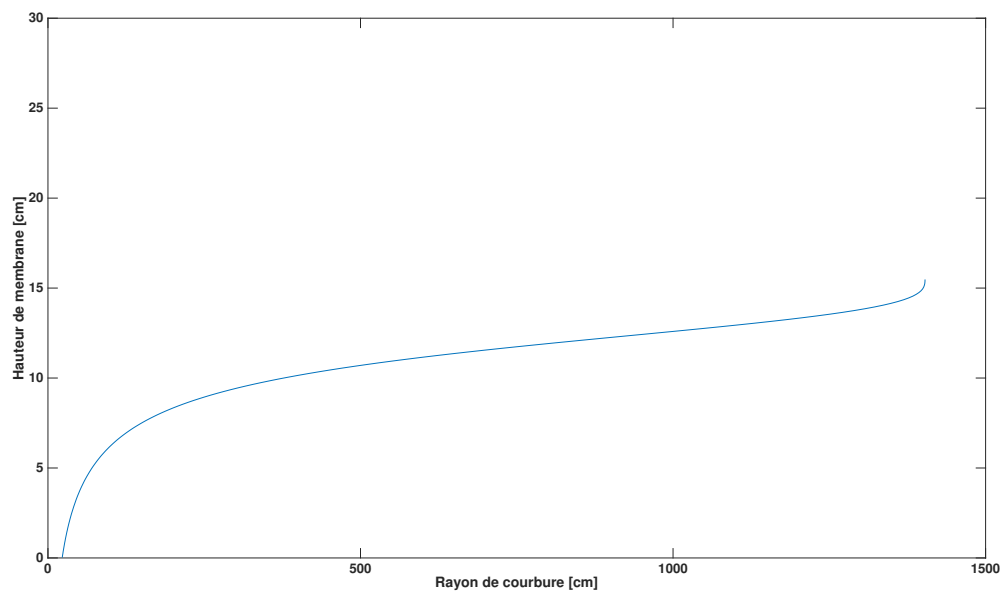


FIGURE 3.13 – Evolution du rayon de courbure en fonction de la hauteur pour une membrane en Néoprène de 15,5 cm de hauteur et de 12 mm d'épaisseur

Il est important de constater que les moments sont bien maximum en pied de membrane et nuls en crête de façon similaire aux diagrammes de moments résultant d'une poutre encastrée libre soumise à un diagramme triangulaire d'effort. Par ailleurs, le rayon de courbure est minimum en pied de membrane puis augmente jusqu'à sa valeur maximale en crête de membrane. Ces résultats sont bien logiques et s'accordent bien une nouvelle fois avec la situation étudiée d'une poutre encastrée libre avec une déformation

assez importante en base retranscrit par un rayon de courbure très faible ($\rho = 1/\chi = y/\epsilon$) puis en crête de membrane, en extrémité de poutre, là où le chargement est le plus faible, la déformation est très faible, le rayon de courbure est donc le plus élevé.

Afin de mieux comprendre le premier encodage effectué, la FIGURE 3.14 vient résumer le schéma de résolution inscrit dans MATLAB pour déterminer la courbure en chaque point de hauteur de la membrane étudiée.

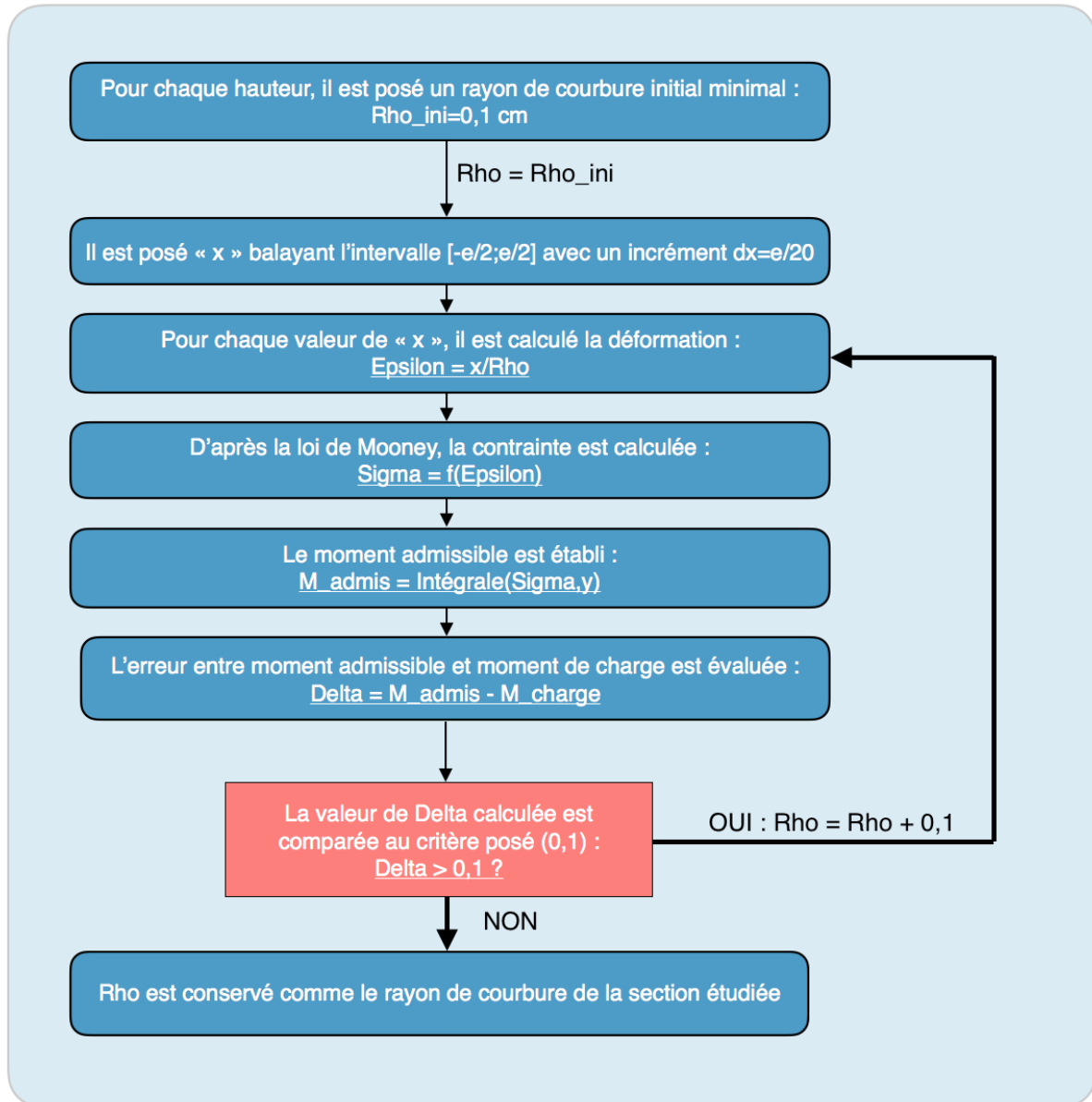


FIGURE 3.14 – Schéma de la détermination de la courbure pour chaque hauteur de la membrane étudiée

En effet dans le premier code réalisé, le rayon de courbure était augmenté par incrément jusqu'à obtenir la valeur idéale assurant l'équilibre de moment. La résolution était donc effectuée en cherchant à approcher par le haut le moment de charge à 0,1 Nm en toute hauteur en augmentant progressivement le rayon de courbure de 0,1 cm pour chaque boucle. Ceci expliquera que l'erreur calculée entre moment de charge et moment admissible est cantonnée à 0,1 Nm.

Il est clair que le code n'était dans un premier temps pas optimisé mais le travail n'avait pas pour but de trouver la solution parfaite mais d'approcher autant que possible la solution réelle afin d'anticiper les résultats expérimentaux. Par ailleurs, cet encodage a été ainsi fait de manière à obtenir des résultats en un temps d'encodage relativement rapide. Par la suite une seconde méthode de résolution a été implémentée afin de gagner en rapidité de calcul. Le premier schéma traduit par la FIGURE 3.14 a l'inconvénient de partir d'un rayon de courbure identique quelque soit l'épaisseur de la membrane traitée et de progresser en incrémentant de manière constante. Il est assez évident qu'une membrane d'épaisseur 15 mm est étudiée en un temps plus important qu'une membrane de 10 mm étant donné qu'au plus la membrane est épaisse, au moins elle sera déformée pour une hauteur d'eau équivalente. Dès lors, ce code ne permet pas de tenir compte de cette différenciation.

La seconde méthode développée utilise la méthode de Newton-Raphson¹ optimisant ainsi le nombre de boucles de recherches de la solution finale en tenant compte de l'erreur commise entre la valeur souhaitée et la valeur trouvée. En effet, cette résolution vise à calculer l'erreur calculée entre la valeur cherchée et la valeur obtenue pour faire varier le pas de l'incrément de façon plus ou moins importante selon que l'erreur est élevée ou faible. La TABLE 3.2 présente le gain du temps de calcul de la méthode de Newton-Raphson par rapport à la première méthode très simple mais beaucoup moins efficace.

	Méthode 1	Méthode de Newton-Raphson
Calcul de déformées de membrane de 10, 12 et 15 mm d'épaisseur de hauteur de 15 cm	27 secondes	1,4 secondes
Calcul de déformées de membrane de 10, 12 et 15 mm d'épaisseur de hauteur de 18 cm	28 secondes	1,6 secondes
Erreur absolue maximale entre moment recherché et moment obtenu	0,1 Nm	0,01 Nm

TABLE 3.2 – Comparaison des temps de calculs pour obtenir des résultats par la méthode simplifiée ou la méthode de Newton-Raphson

Sur base de cette étude comparative succincte, il est assez clair que la méthode de Newton-Raphson est bénéfique à tout point de vue. Tant sur le temps de calcul que sur la justesse des résultats, il s'avère que cette deuxième méthode est plus intéressante que la première.

Afin de comprendre la fin du raisonnement il convient de revenir sur le calcul des déplacements même si les temps de calculs ont été évalués pour un calcul de résolution complète prenant en compte la recherche du bon rayon de courbure ou de la bonne courbure en tout point de la membrane ainsi que ce calcul des déplacements.

Calcul des déplacements et résultats finaux

Une fois, les équilibres de moments assurés et la courbure trouvée en chaque point de la membrane par l'une ou l'autre méthode de résolution, il reste à calculer le déplacement de la membrane déformée. Pour cela, il est nécessaire d'effectuer 2 primitives successives de la courbure trouvée. En effet, comme ébauché plus tôt, $u_x(z) = \chi \cdot z^2 + A \cdot z + B$, il a alors été choisi d'utiliser la discrétisation de la hauteur de la membrane mise en place précédemment afin d'effectuer le calcul de la primitive et de déterminer les conditions initiales sur chaque petit tronçon de membrane. La membrane a donc été découpée en petites

1. Le schéma de résolution de la méthode de Newton-Raphson a été détaillé et expliqué notamment par le Centre Interdisciplinaire de Nanoscience de Marseille[8]. Des explications précises de la méthode figurent sur le site : <http://www.cinam.univ-mrs.fr/klein/teach/mip/numeriq/node25.html>

hauteurs $\Delta h = 0,1 \text{ cm}$. Sur chaque portion “i” de membrane ainsi définie, il le déplacement induit par la pression peut être calculé :

$$\forall x \in [0;0,1], u_{z,i}(z) = \chi_i \cdot \frac{z^2}{2} + A_i \cdot z + B_i$$

La condition d’encastrement en pied de membrane permet de préciser les coefficients A et B sur la première portion, $A_1 = u'_{z,1} = 0$ et $B_1 = u_{z,1} = 0$ car la rotation et le déplacement sont nuls à l’encastrement. Par ailleurs, pour chaque tronçon, les résultats du tronçon précédent sont reportés au tronçon suivant pour y indiquer les nouvelles conditions initiales :

$$A_i = u'_{z,i-1}(0,1) = \chi_{i-1} \cdot 0,1 + A_{i-1}$$

$$B_i = u_{z,i-1}(0,1) = \chi_{(i-1)i-1} \cdot \frac{0,1^2}{2} + A_{i-1} \cdot 0,1 + B_{i-1}$$

Après avoir explicité la méthode de résolution encodée dans MATLAB, il convient de faire part des résultats obtenus. Tout comme pour la loi de Hooke, les 3 épaisseurs de Néoprène ont été testées pour différentes hauteurs. La FIGURE 3.15 présente les résultats de déformée pour chacune des 3 épaisseurs tandis que la TABLE 3.3 résume les principales valeurs recueillies de la simulation.

Épaisseur de membrane étudiée	15 mm	12 mm	10 mm
Hauteur de régulation maximale	18 cm	15,5 cm	14 cm
Déplacement en tête maximal	2,3 cm	2,2 cm	2,3 cm
Perte crête/crête	1,6 mm	1,6 mm	2,0 mm
Déformation maximale	0,026	0,026	0,028

TABLE 3.3 – Valeurs principales des résultats des modélisations avec MATLAB

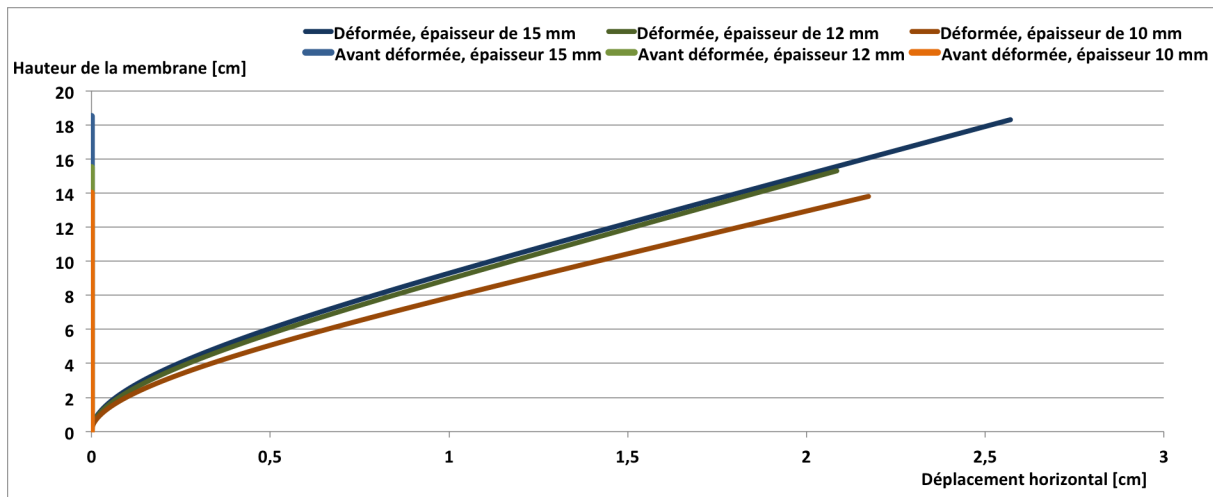


FIGURE 3.15 – Résultats des déformées obtenues par Matlab pour chacune des membranes en Néoprène d’épaisseurs 10, 12 et 15 mm

Cette nouvelle résolution semble être moins optimiste que la simulation par la loi de Hooke. Elle résout les équations théoriquement prévues pour la membrane mais sur base des coefficients établis par le solveur EXCEL. La loi théorique ne suit pas parfaitement la réelle loi suivie par la membrane expérimentalement, lors de l’essai de traction, pour les petites déformations. La résolution utilisée dans MATLAB a une parti-

cularité intéressante dès lors qu'il peut être envisagé des déformées et déformations plus importantes par la suite, quitte à étendre la relation entre courbure et déplacements au second ordre.

Afin d'ajouter une troisième méthode d'étude, une modélisation par éléments finis a été lancée sur LAGAMINE.

3.2.4 Modélisation LAGAMINE : Modèle éléments finis en grandes déformations

Spécificité des fichiers d'entrée du logiciel

Le schéma de résolution suivie par LAGAMINE ne sera pas explicité ici car cela ne présente pas vraiment d'intérêt d'exprimer le schéma de résolution d'un modèle éléments finis. Le but n'étant pas ici de développer la résolution du logiciel mais uniquement de l'exploiter, il convient malgré tout d'expliquer le paramétrage d'entrée des simulations lancées. Afin de renseigner toutes les données dans le fichier de données traité comme Input par LAGAMINE, il fallait préparer :

1. Un maillage de la membrane étudiée
2. Fournir les conditions d'appuis de la membrane
3. Définir des éléments de surface pour permettre l'application de la pression d'eau sur la membrane
4. Etablir la loi caractérisant la pression imposée

La membrane doit avant tout être maillée verticalement et horizontalement. Il a été choisi de garder les axes x pour l'abscisse et z pour l'ordonnée comme plan d'étude avec y la dimension de profondeur de la membrane. Le maillage doit respecter une certaine homogénéité afin d'assurer une bonne résolution, à savoir conserver un rapport maximal de 10 entre les tailles de mailles selon les différents axes. Pour chaque membrane d'épaisseur " e ", de hauteur " h " et de profondeur " p " fixée à 5 mm quelque soit la membrane étudiée, les tailles de mailles ont été établies comme suit :

$$\Delta h = h/40, \Delta x = e/10 \text{ et } \Delta p = p$$

Les membranes étudiées étant de longueur maximale 30 cm et d'épaisseur maximale 15 mm , il est sûr que $0 \leq \Delta h \leq 7,5\text{ mm}$, $1\text{ mm} \leq \Delta x \leq 1,5\text{ mm}$ et $\Delta p = 5\text{ mm}$ respectant ainsi le critère sur le rapport de taille de mailles. Les éléments résultant de ce maillage sont donc des cubes de côtés $\Delta h \times \Delta x \times \Delta p$.

Il a été choisi de prendre les éléments *BLZ3D* dans la banque d'éléments LAGAMINE car ces éléments sont des éléments standards capables de traiter des problèmes *3D* dont la définition en fonction des noeuds du problème traité, extraite du manuel *Mechanical Elements* fourni par les concepteurs du logiciel, est illustrée en FIGURE 3.16. Il est donc important de suivre une définition nodale similaire afin de paramétrer correctement chacun des éléments définissant le problème et ne pas engendrer d'erreur dans les calculs futurs de la matrice Jacobienne nécessaire au transit des éléments réels vers les éléments de référence dans la procédure de la résolution par éléments finis. En effet, une mauvaise numérotation au niveau des éléments réels renseignés dans le fichier texte engendre directement un déterminant de la matrice Jacobienne nul, soit une définition biaisée des éléments de référence et donc une mauvaise résolution.

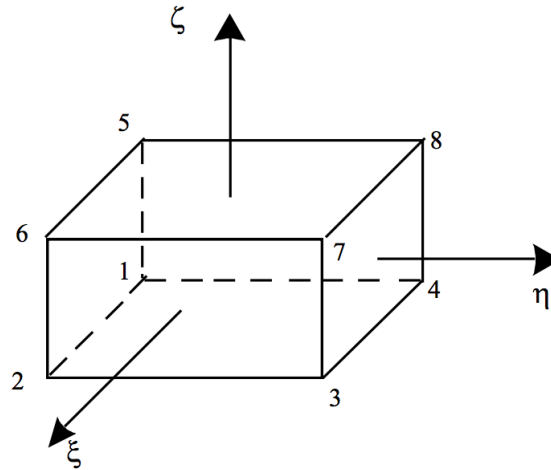


FIGURE 3.16 – Définition nodale type d'un élément BLZ3D

Une fois les éléments définissant la membrane énumérés, il faut passer aux conditions d'appuis assurant la notion d'encastrement en pied de membrane puis imposer un déplacement dans le plan (XZ) pour modéliser la continuité de la membrane dans le plan (YZ) malgré la restriction à une étude sur une profondeur de 5 mm . Il est naturel d'imposer des appuis d'axes y à tous les noeuds de la membrane, maintenant donc l'évolution dans le plan (XZ). Pour réaliser l'encastrement, il reste à appuyer les noeuds les plus inférieurs de la membrane selon les axes x et z . La FIGURE 3.17 présente le dessin d'une membrane maillée comme expliqué précédemment avec les conditions d'appuis.

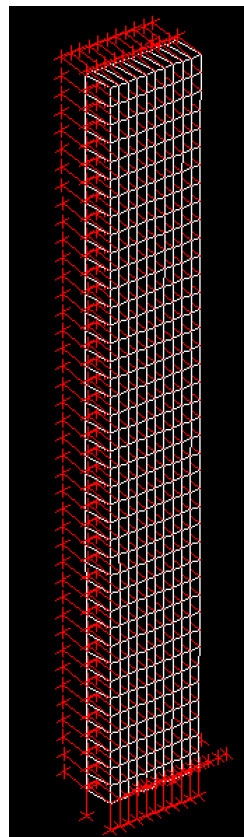


FIGURE 3.17 – Dessin réalisé par LAGAMINE de la modélisation d'une membrane maillée

Le troisième point à traiter était donc de définir les éléments de surface permettant d'appliquer la pression sur la membrane. Bien entendu cette pression devait être imposée uniquement sur la partie amont de la membrane. Les éléments utilisés ont été des éléments de type *SUCHA* adéquates pour une mise en charge sur une surface. Pour correspondre à la modélisation de la membrane, les *SUCHA* ont été définis à l'aide de 4 noeuds en suivant encore une fois une numérotation bien précise pour appliquer la pression dans le sens souhaité. Les *SUCHA* ont ainsi été disposés sur la tranche amont de la membrane dans le plan (YZ).

Pour finir, l'implémentation de la loi est passée par la loi Licha adaptée aux problèmes 3D. Cette loi est caractérisée à partir de la pression p à appliquer : $p = p_1 + z \cdot p_2$. La pression a donc été définie depuis les z nuls. Il est assez aisé de déterminer p_1 et p_2 en reliant la pression p à définir avec la pression $P = \rho \cdot g \cdot (h - z)$ souhaitée. La valeur de p_1 est variable selon la hauteur d'eau et donc de membrane traitée : $p_1 = \rho \cdot g \cdot h$ tandis que la valeur de p_2 est constante quelque soit la membrane : $p_2 = \rho \cdot g$. LAGAMINE est prévu pour ne pas imposer brutalement la pression souhaitée mais plutôt d'incrémenter la pression imposée vis-à-vis de la pression finale. La FIGURE 3.18 présente dans le plan (XZ) la structure initiale ainsi que certaines déformées au cours du temps d'application de la pression.

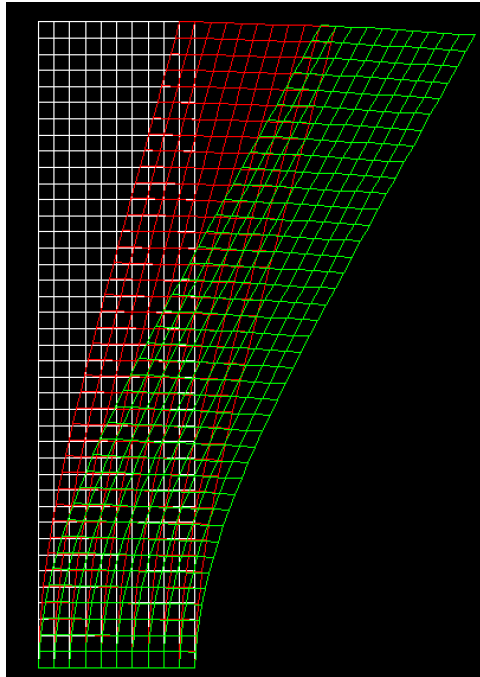


FIGURE 3.18 – Modélisation LAGAMINE de la structure initiale [blanc] et de la déformée avec 50% [rouge] et 100% [vert] de la pression finale dans le plan (XZ) d'une membrane d'épaisseur 15 mm et de hauteur 18 cm, échelle anamorphosée de rapport 2 selon x

Résultats de la modélisation par éléments finis

Sur base du processus qui vient d'être énoncé, il a pu être lancé 3 simulations reprenant les caractéristiques des 3 membranes en Néoprène. Les résultats des simulations de MATLAB ont servi de données de départ pour choisir la hauteur de chacune des membranes d'épaisseur variable. Au final, il a été nécessaire d'effectuer quelques corrections par rapport aux valeurs prévues par MATLAB dans une modélisation analytique. Les résultats sont fournies dans la TABLE 3.4.

Épaisseur de membrane étudiée	15 mm	12 mm	10 mm
Hauteur de régulation maximale	17 cm	14 cm	12 cm
Déplacement en tête maximal	2,45 cm	2,26 cm	1,9 cm
Perte crête/crête	2,0 mm	2,0 mm	1,7 mm

TABLE 3.4 – Valeurs principales des résultats des modélisations avec LAGAMINE

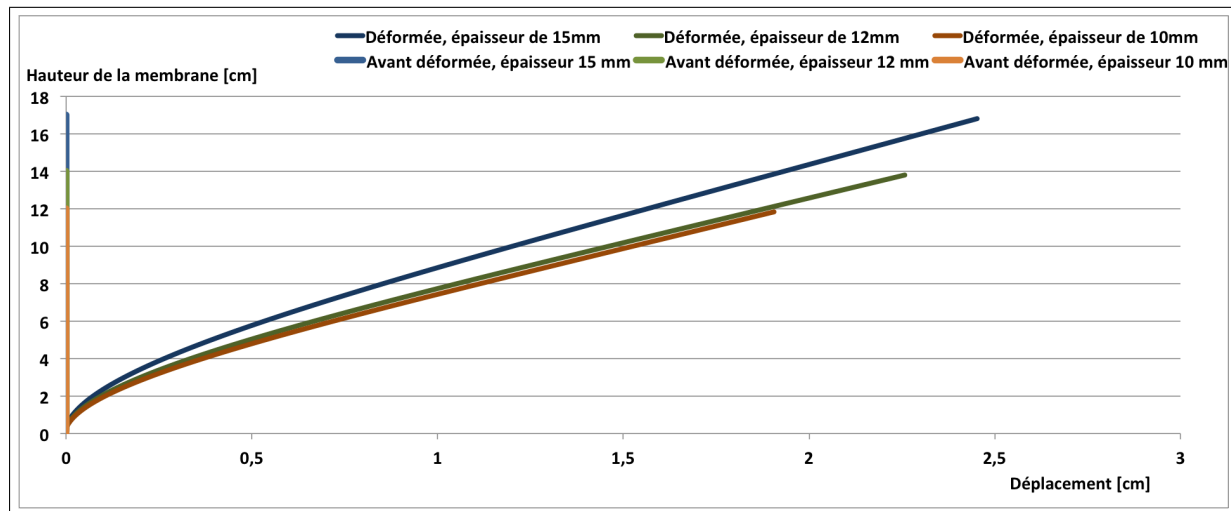


FIGURE 3.19 – Résultats des déformées obtenues par éléments finis pour chacune des membranes en Néo-prène d'épaisseurs 10, 12 et 15 mm

3.2.5 Analyse des résultats

Comparaison des résultats

Après cette première série de simulations, il apparaît que pour chaque membrane, il est possible d'établir un critère indiquant le début du déversement. Si le critère d'une lame d'eau de 2 mm est encore très subjectif, il est tout de même intéressant de pouvoir prédire la déformation des membranes de différentes manières afin de voir l'écart entre les résultats d'une solution ou l'autre. Ce critère permet par ailleurs de conserver l'emploi du module d'Young et l'utilisation de la loi de Hooke car nécessitait peu de déformations initiales.

Afin de comparer les déformées obtenues par chacune des simulations avec efficacité, il est intéressant de produire un graphique regroupant les résultats de celle-ci par épaisseur de membrane. Cette première campagne de simulations visant à établir la déformée des membranes en début de déversement a été menée uniquement sur des membranes en Néo-prène. Par soucis de gain de temps, il est plus intéressant de se concentrer sur une série d'épaisseur afin de comparer des résultats similaires quitte à étendre l'analyse aux autres épaisseurs par la suite pour vérifier les points de remarques faits sur la première série.

La FIGURE 3.20 présente les différentes déformées trouvées par chacune des modélisations. Il est assez lisible que la modélisation de la loi de Hooke est plus optimiste que ses concurrentes. Par ailleurs, la simulation par éléments finis semble a priori envisager la hauteur la plus faible. En effet, si les déplacements horizontaux sont quasiment équivalents, les hauteurs de membrane varient d'une simulation à l'autre. Ces faits peuvent alors être expliqués par le choix de la loi utilisée pour effectuer les différentes modélisations. La FIGURE 3.21 permet de visionner à nouveau et par évolution comparative, les lois implémentées.

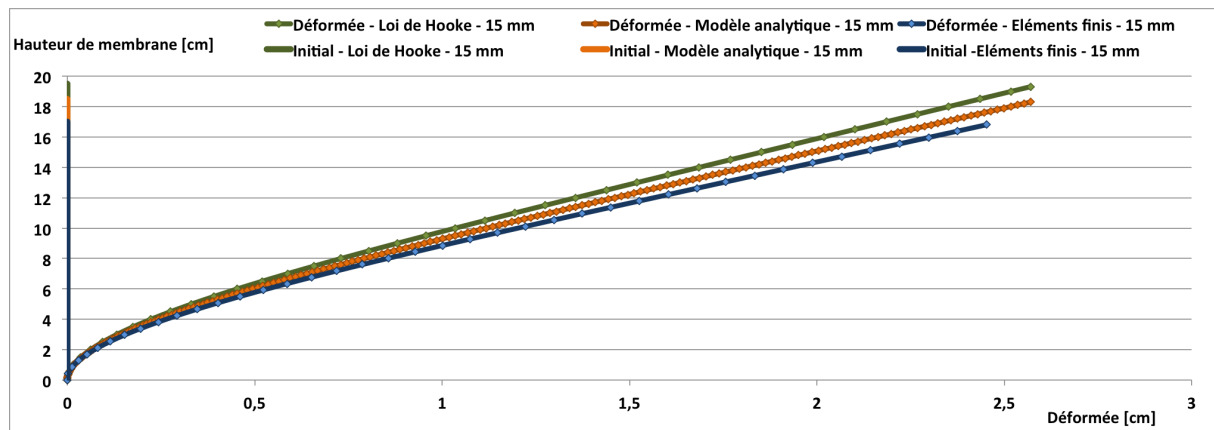


FIGURE 3.20 – Déformées modélisées pour une membrane en Néoprène de 15 mm d'épaisseur avec une perte de hauteur maximale de 2 mm

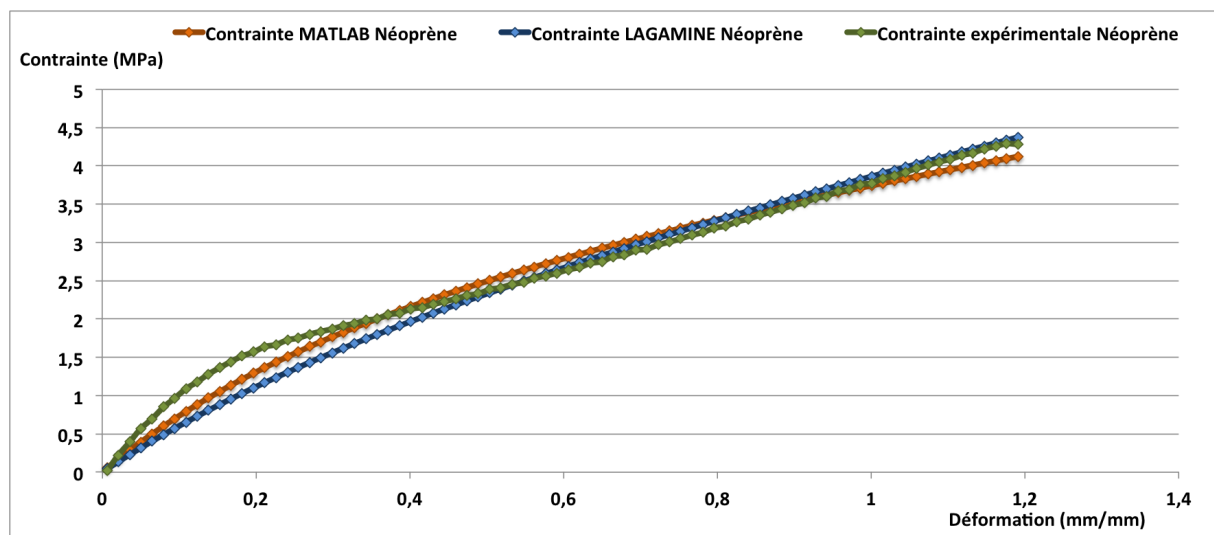


FIGURE 3.21 – Rappel des lois de comportement utilisées

La loi de Hooke permet d'utiliser le module d'Young expérimental du matériau tandis que le modèle analytique résout les équations relatives à l'hyper-élasticité et traite d'un équilibre entre charge et résistance par une définition successive de la courbure. Enfin la résolution LAGAMINE emploie la méthode des éléments finis pour établir l'équilibre. Comme il a pu être remarqué précédemment, les déformations engendrées restent faibles ($[0; 0,05]$ mm/mm) dans l'étude ici développée. En s'intéressant de plus près à l'intervalle de déformations considérées, il s'avère que les lois divergent dans leurs expressions de la contrainte. En effet, la contrainte expérimentale sur base de laquelle le module d'Young a été calculé, a une croissance plus marquée que la contrainte développée dans MATLAB plus encore que la loi précisée dans LAGAMINE. Dès l'instant que les lois ne sont pas parfaitement superposables, il est assez évident que les résultats ne seront pas non plus parfaitement identiques.

En plus de cet aspect comportemental, il faut aussi remarquer que les hauteurs sont déterminées avec une précision de 5 mm. Ce critère a été défini afin d'anticiper l'expérimentation ou même la mise en situation réelle. Il paraîtrait assez ambitieux de dimensionner une membrane en Néoprène ou en EPDM avec une précision millimétrée. Dès lors, il paraît bien indiqué de prendre un degré de précision capable d'être

reproduit en expérimentation réelle. Ainsi, les pertes engendrées ne sont pas toujours égales au critère visé de 2 mm. En effet, en rassemblant les résultats de la membrane d'épaisseur 15 mm/mm, il peut être dressé la TABLE 3.5.

Modèle d'étude	Loi de Hooke	MATLAB	LAGAMINE
Hauteur de régulation maximale	19,5 cm	18,5 cm	17 cm
Déplacement en tête maximal	2,57 cm	2,57 cm	2,45 cm
Perte crête/crête	2,0 mm	2,0 mm	1,9 mm

TABLE 3.5 – Valeurs principales des résultats des modélisations de la membrane en Néoprène de 15 mm

Une simulation parallèle a été lancée sur MATLAB pour se rendre compte de l'effet d'une différence de 0,1 mm en terme de perte crête/crête. En autorisant une perte de 0,5 mm/mm, la nouvelle hauteur de régulation trouvée est alors 19 cm. Il peut donc être fait l'approximation (valable pour la gamme de hauteur ici étudiée) qu'une différence de perte de 0,1 mm/mm engendre une différence de hauteur de régulation de 0,1 cm soit 7% de l'écart remarqué dans la TABLE 3.5 entre valeur calculée analytiquement et par éléments finis. Cette remarque ne justifie pas totalement la différence de l'ordre du centimètre observable entre les résultats mais il peut être supposé que ceci y apporte une contribution.

En résumé, il semble que les modélisations lancées permettent de retrouver une tendance moyenne quant aux hauteurs de régulations estimées même si elles ne s'accordent pas de façon irréprochables. Afin de faciliter les anticipations de résultats expérimentaux et de ne pas avoir à multiplier les simulations par 3 procédés différents, il a été décidé de ne garder qu'une modélisation étant donné que les résultats étaient approximativement similaires.

Choix d'une simulation efficace et pertinente

Afin de parvenir à une sélection pertinente d'une forme de modélisation pour évaluer les déformées des membranes, il semble bon d'établir une brève liste de critères pondérés et de dresser une analyse multi-critères simplifiée. Chacune des notes indépendantes étant additionnées, chaque modèle peut être évalué sur un total de 10 points.

- Respect de la loi du comportement réelle (/5)
- Facilité d'utilisation (/2,5)
- Temps de calcul (/1,5)
- Possibilité d'extension et de développement à des situations diverses (/1)

Le respect de la loi de comportement réelle semble être le point le plus essentiel afin de représenter au mieux la membrane étudiée. Ensuite un critère considérant la facilité d'usage a été attribué à la liste d'évaluation. Ce point vise à permettre d'anticiper la déformée de n'importe quelle membrane donnée et de répéter autant de simulations que souhaitée pour s'adapter aux différentes chutes pouvant être rencontrées. Puis dans la continuité de la simplicité d'utilisation, le temps de calcul du modèle est engagé à son tour dans la liste de critères pour prendre en compte l'efficacité des codes dans la mesure où de nombreuses modélisations sont envisageables. Enfin, la faisabilité d'un potentiel développement et l'aisance pour y parvenir est le dernier point d'évaluation.

Afin de remplir cette grille de notation, la loi de Hooke peut être valorisée pour son respect quasi-parfait du comportement réel de la membrane en employant le module d'Young directement calculé sur base de la loi contrainte-déformation expérimentale. Néanmoins, il est important de noter que la plage de déformation impliquant cette loi est assez limitée, pouvant rendre ainsi le comportement de la membrane relativement

erroné dans certaines situations. Par ailleurs, le fichier excel utilisé pour calculer les déformées sur base de cette loi élastique linéaire n'emploie aucun solveur ou aucune boucle VBA requérant un encodage particulier rendant ainsi la résolution extrêmement simple. Ensuite le temps de calcul est quasi nul puisque les résultats sont obtenus automatiquement sans résolution intermédiaire complexe du logiciel EXCEL. Enfin, la possibilité d'extension est impossible étant donné que la loi employée n'est valable qu'en très petites déformations. Le modèle a donc reçu les notes : 2,5/5 - 2,5/2,5 - 1,5/1,5 - 0/1.

En ce qui concerne le modèle analytique implémenté, celui-ci présente un respect assez juste de la membrane avec une erreur assez faible dans sa représentation de la loi de comportement comme il a pu être jugé dans la section relative à l'établissement des coefficients caractéristiques des lois. Ensuite, l'encodage réalisé permet une utilisation très évidente en simplifiant les paramètres d'entrée au nombre de 3 : Type de matériau / Hauteur de membrane / Epaisseur de membrane. Le temps de calcul drastiquement réduit grâce à l'emploi de la méthode de Newton-Raphson est limité à une moyenne de 1 – 2 secondes par simulations. Enfin, la loi hyper-élastique ayant été implémentée, il est possible d'étendre la modélisation à des déformées plus importantes, des hauteurs d'eau variables... Sur base de ces remarques, le modèle MATLAB a reçu : 3,5/5 - 2,5/2,5 - 1/1,5 - 0,5/1.

Les performances offertes par LAGAMINE n'ont pas vraiment pu être valorisées durant ces simulations car elles nécessitent un temps de calcul assez important : 4 – 5 minutes. De plus, la nécessité d'avoir à modifier chaque fois le fichier texte de données d'entrée place la résolution par éléments finis dans une posture vis-à-vis de l'aisance d'utilisation. Par ailleurs, la loi de comportement implémentée dans LAGAMINE est la plus distante de la loi de comportement réelle bien que proposant une erreur assez faible. Pour finir, si une variation de hauteur d'eau est aisée, un développement ultérieur est assez difficilement envisageable sans entrer en profondeur dans le script encodé dans le logiciel. La résolution par LAGAMINE a donc été évaluée à : 3/5 - 1/2,5 - 0,5/5 - 0,25/1.

Conclusions

Pour conclure cette analyse multi-critères simplifiée, les différents modèles élastiques-linéaires, analytiques et éléments finis reçoivent les notes finales respectives de : 6,5/10 - 7,5/10 - 4,75/10. Le modèle MATLAB a donc été choisi pour être développé et utilisé comme modèle numérique prévisionnel des résultats expérimentaux. A noter que les résultats analytiques n'avaient pas encore été testés et le modèle était prévu d'être ré-ajusté le cas échéant.

Afin de tester et valider le modèle numérique, une campagne d'essai a été réalisée au laboratoire sur des membranes en EPDM de 12 mm et en Néoprène de 15 mm. La corrélation entre expérimentation et modélisation sera donc rapportée dans la partie suivante traitant de la mise en situation réelle. Par ailleurs, afin de pouvoir multiplier les comparaisons entre prévision numérique et réalité, le modèle MATLAB a été légèrement modifié afin de pouvoir donner la déformée d'une membrane de hauteur donnée quelque soit la hauteur d'eau amont. Le code peut alors déterminer la hauteur d'une membrane afin de limiter la perte en eau et trouver la hauteur adéquate en fonction de l'épaisseur permettant alors de trouver la hauteur de régulation avec un critère de "laisser-passer" de lame d'eau pouvant être choisie selon le désir de l'utilisateur. Il a ensuite été décidé d'étudier le comportement de la membrane en phase de déversement, couchée voire effacée. En effet, l'idée est ici de voir à quel point la membrane serait capable de fléchir.

3.3 Comportement en déversoir

Dans cette section, il est à nouveau question de prédire la déformée de la membrane mais l'intérêt est davantage porté sur la phase de déversement. Idéalement, la membrane devrait s'écraser, s'effacer complètement sur le seuil afin de ne pas gêner l'écoulement des débits importants voire débits de crue. Pour envisager cette phase déversante, il a tout d'abord été pensé que la membrane prendrait une forme elliptique. Certes cette hypothèse n'est pas parfaite car très subjective néanmoins, elle semble permettre d'approcher le résultat final avec une bonne approximation. En effet, en revenant sur les photos de déformées présentées FIGURE 1.2 fournies par M. Duchêne, la membrane prend une forme relativement proche d'une ellipse avec une tangente verticale en base puis une courbure importante et un plateau horizontal en extrémité de membrane. Sur le même plan que dans la section relative à la déformée initiale, verticale, il va tout d'abord être énoncé la méthodologie de résolution employée et mise en place avant de faire parvenir les résultats pour les analyser.

3.3.1 Méthodologie

Hypothèses de calcul

Sur base des résultats précédents, la simulation de la phase déversante a été développée sur MATLAB. La théorie ici envisagée consiste à supposer que la déformée prise par la membrane est une ellipse. Il faudrait alors déterminer les caractéristiques de cette ellipse de façon à établir un nouvel équilibre entre pression d'eau et résistance de la membrane dans sa position déformée. Pour définir correctement la forme d'une ellipse, il est nécessaire de connaître à minima deux paramètres la caractérisant. Il est choisi de trouver les valeurs du petit côté "a" et du grand côté "b" de manière à former l'équilibre entre charge et résistance.

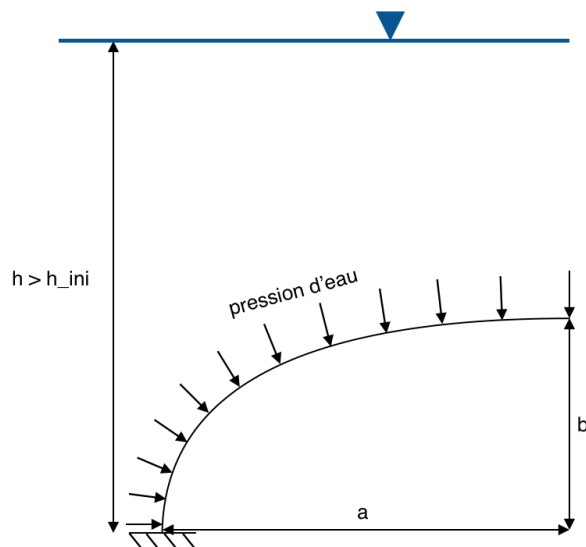


FIGURE 3.22 – Schéma d'étude d'une membrane couchée

Afin de reprendre des hauteurs d'eau ayant un minimum de cohérence, il est supposé que la membrane de dimension déterminée suite à la première simulation, traitée dans la section précédente, se coulerait progressivement jusqu'à atteindre sa forme déformée maximale. Il peut alors être envisagé que la hauteur d'eau maximale exerçant une pression sur la membrane serait supérieure ou égale à la hauteur de la membrane initiale. En d'autres termes, la niveau d'eau amont pourrait stagner ou augmenter légèrement pour laisser passer le débit de crue dans le cas où la membrane ne se coulerait pas suffisamment. L'illustration

de la situation décrite est présentée sur la FIGURE 3.22. La hauteur initiale de la membrane est indiquée par h_{ini} . La pression d'eau induite sur la membrane est également représentée.

Afin de déterminer la hauteur d'eau au dessus de l'extrémité aval de la membrane, il faut avoir recours aux débits spécifiques de crue. Dans le cas des données recueillies auprès de M. Duchêne, il a été ébauché plus tôt que le débit spécifique de crue valait $125L/s/m$ pour une hauteur d'eau de 30 cm avec initialement une hauteur de régulation de 30 cm . Pour chaque membrane de hauteur donnée, il a été supposé que la hauteur d'eau nécessaire au passage de la crue serait proportionnel au débit de crue. Ainsi pour une membrane de 15 mm donnant une régulation sur $18,5\text{ cm}$, il est supposé que la crue imposerait au moins un passage de $18,5\text{ cm}$ d'eau sur la membrane. Ce point est alors assez réaliste étant donné que la membrane est supposée s'effacer complètement en phase de crue, la hauteur au dessus de la membrane est à minima, la hauteur de régulation.

Propriétés de l'ellipse

Afin d'aborder la méthodologie de résolution dans le détail, il convient de revenir sur les propriétés d'une ellipse. Les ellipses font partie de la famille des coniques, avec une excentricité strictement comprise entre 0 et 1. Les ellipses sont encadrées d'un côté par les cercles d'excentricité 0 et les paraboles de l'autre côté avec une excentricité égale à l'unité. L'excentricité est définie en fonction du petit et du grand axe de l'ellipse par : $e = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$. Par ailleurs, les points de l'ellipse vérifient : $(\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 = 1$.

En langage paramétré, le rayon de courbure d'une ellipse peut être fourni en tout point en fonction de l'angle formé en ce point par rapport au grand axe :

$$\forall t \in [0; \pi/2], \quad \rho(t) = \frac{a^2}{b} \cdot [1 - e^2 \cdot \cos^2(t)]^{3/2}$$

Ainsi, il est envisageable de lier la courbure à la déformation puis au moment résistant en tout point de l'ellipse comme il a été fait précédemment sans pour autant avoir recours à la formule $\chi = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$. Afin de respecter l'intégrité de la membrane, il est nécessaire de prendre en pleine considération la longueur de l'ellipse. Celle-ci peut être calculée de manière précise à l'aide d'une intégrale mais de nombreux mathématiciens ont eu l'occasion d'en trouver des approximations très ajustées. Il a été choisi d'employer la formule d'Euler². Étant donné que dans la situation étudiée, il n'est pas question d'une ellipse complète mais plutôt d'un quart d'ellipse, la formule d'Euler adaptée vaut :

$$L = \frac{\pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot (a^2 + b^2)}$$

Résolution

Les caractéristiques d'une ellipse étant données, il faut maintenant laisser place au processus de résolution engagé dans le code MATLAB. Afin de déterminer la "bonne" ellipse, il faut trouver la courbure initiale en base de membrane capable de fournir la résistance nécessaire à celle-ci pour reprendre la pression imposée. La méthode de résolution mise en place consiste alors à chercher les valeurs des petits et grands axes b et a afin d'assurer un équilibre de moment en pied de membrane.

Les paramètres recherchés étant au nombre de 2, il est nécessaire de résoudre un système de deux équations. D'une part, l'ellipse trouvée doit absolument respecter la longueur initiale de la membrane donc la longueur de l'arc décrit par celle-ci se doit d'assurer une égalité parfaite avec la hauteur de la

2. $L = \frac{\pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot (a^2 + b^2)}$

membrane en situation initiale, verticale. Par ailleurs, la courbure induite en base par la forme de l'ellipse doit assurer l'équilibre entre le moment maximum induit en base par la pression d'eau extérieure sur toute la membrane et le moment admissible dans la membrane à l'encastrement.

La méthode employée vise alors à :

1. Supposer une forme d'ellipse, en posant une première valeur de b suffisamment faible pour être dans le cas le plus déformé envisageable
2. Calculer la longueur du grand axe, a , en assurant la conservation de la longueur de la membrane. L'ellipse est alors définie par a et b . Le rayon de courbure en pied de membrane est connue comme étant : $\rho_{base} = \frac{a^2}{b} \cdot [1 - e^2]^{3/2}$
3. Etablir le moment maximum en pied de membrane sur base de la forme de l'ellipse obtenue, en projetant les pressions perpendiculairement à la membrane comme illustré sur la FIGURE 3.22.
4. Vérifier l'équilibre en moment induit et moment admissible. Le moment admissible est calculé sur la même base vue dans la section précédente, avec l'intégrale de la contrainte sur la section. La déformation est connue le long de l'épaisseur de la membrane par $\epsilon = y/\rho_{base}$ puis la contrainte est calculée avec la formule de Mooney.
5. Si le moment admissible est trop élevé vis-à-vis du moment induit, la valeur du petit axe b est augmentée et le processus est relancé.

3.3.2 Analyse des résultats et critiques

Sur base de la méthodologie fournie, des résultats sont établis pour les membranes prédimensionnées lors de la phase verticale. Afin de limiter les déformées à des ellipses représentatives de la situation étudiée, celles-ci sont limitées à des cercles pour augmenter la longueur du petit axe de façon modérée et ne pas envisager des ellipses où le petit axe deviendrait le grand axe et inversement.

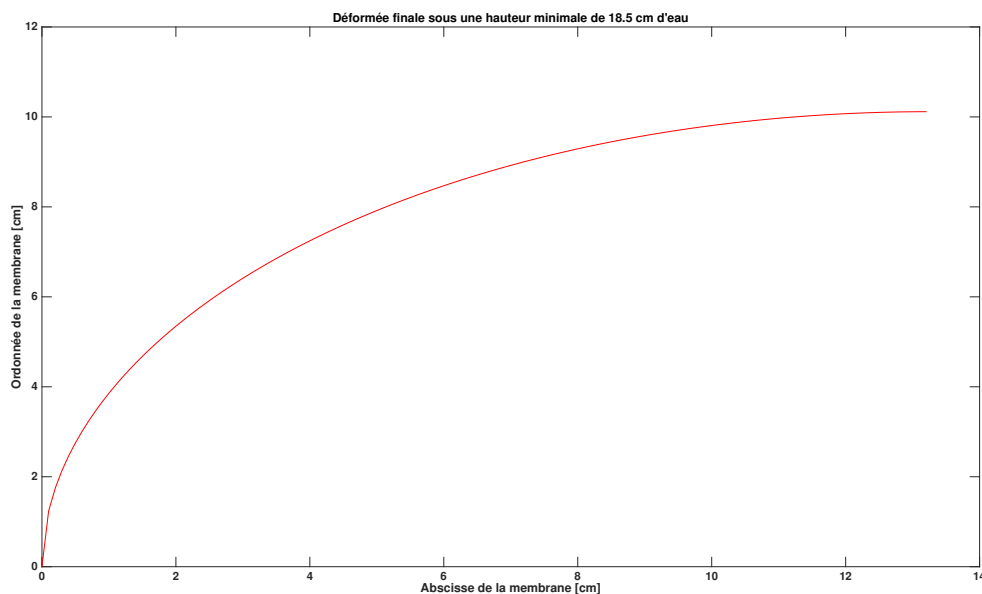


FIGURE 3.23 – Déformée elliptique d'une membrane en Néoprène de dimensions (15x185x1000)

Les membranes en Néoprène d'épaisseurs 10, 12 et 15 mm pour des hauteurs de 14, 15,5 et 18,5 cm ont été testées. La déformée de la membrane de 15 mm est précisée sur la FIGURE 3.23.

Il est assez déconcertant de voir que l'ellipse est assez peu elliptique. En effet, elle présente un grand axe de 13,3 cm pour un petit axe de 10,1 cm. En quelques sortes, la membrane est peu couchée. Il faudrait alors comprendre que la quantité d'eau imposée n'est pas suffisante pour forcer la membrane à prendre une courbure importante. Néanmoins, afin de s'assurer de la cause de ce résultat, il est important d'effectuer une rapide vérification de l'équilibre.

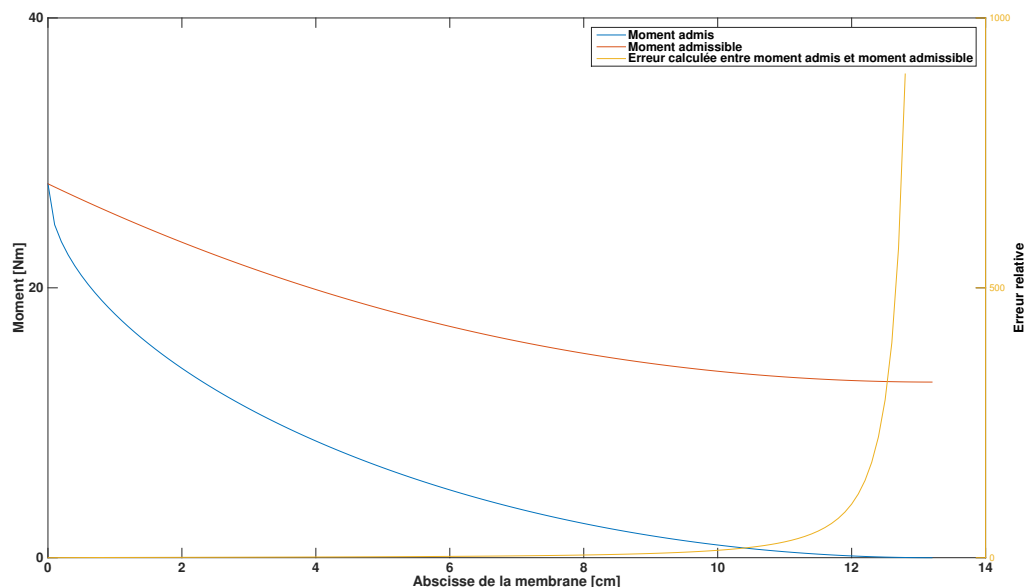


FIGURE 3.24 – Comparaison des moments de charge et admissible, Erreur relative induite

En analysant cette FIGURE, il ressort avec évidence que l'équilibre est certes bien respecté à l'encastrement, en pied de membrane mais il en est tout autrement sur le reste de la membrane. Il s'avère en fait que la forme elliptique force la courbure à suivre une allure beaucoup trop rigide, ne permettant ainsi pas de tendre vers un moment nul en extrémité de membrane. En effet, la courbure telle que définie dans une ellipse est directement fonction du rapport entre le grand axe et le petit axe : $\chi \propto \frac{b}{a^2}$. Ainsi, en souhaitant allonger le petit axe b pour réduire la résistance de la membrane en pied et égaler le moment de charge, la courbure est contrainte d'augmenter puisque le rapport b/a^2 augmente alors qu'elle devrait malgré tout tendre vers 0 en crête de membrane pour assurer d'avoir un moment nul en ce point.

La solution elliptique n'est donc pas juste. Peu importe que la quantité d'eau présente soit susceptible de déformer peu ou fortement la membrane, le modèle de forme utilisé doit absolument assurer un moment nul en crête de membrane. L'erreur relative ici calculée ne fait qu'augmenter au fil des abscisses croissantes. Le moment admissible est bien décroissant, ce qui conforte l'idée que la courbure décroît mais il demeure beaucoup trop élevé pour refléter un état réel.

Malgré les tentatives menées à l'égard de ce modèle elliptique, il s'est donc avéré que celui-ci n'était pas convenable pour simuler la phase couchée d'une membrane fléchie sous une crue.

3.4 Remarques et perspectives de développement

Suite à toutes ces études numériques, il est intéressant de faire quelques critiques générales sur les développements effectués et d'envisager des perspectives pour des améliorations ultérieures.

3.4.1 La membrane verticale

Pour commencer, le comportement vertical a donc été modélisé par 3 procédés différents, il est apparu que la modélisation par MATLAB était la plus adaptée à la situation. Il faut alors remarquer qu'il est possible en cas de besoin de coupler la loi de Hooke et la loi hyper-élastique dans un seul et même script MATLAB en considérant les plages d'application de chacun des modèles. Finalement, la modélisation analytique est de toute façon plus usuelle que la modélisation par éléments finis dans le cadre de ce travail comme a su le prouver l'analyse multi-critères.

Il convient alors de revenir sur les hypothèses de calcul. La loi hyper-élastique n'est valable que sur une plage bien précise de déformation : $[0; 1,5] \text{ mm/mm}$. Dans le cas où les déformations obtenues dépasseraient cette gamme, le modèle numérique ne serait plus capable de fournir des résultats justes. Dans cette situation où l'étude n'est portée que sur l'initiation de la déformée de la membrane, il paraîtrait assez déconcertant de dépasser la frontière de validité de la loi pour un niveau aussi précoce de déformation.

Par ailleurs, un autre critère relatif aux déformations peut-être limitant dans les calculs des développements effectués plus tôt. En effet, le déplacement calculé avec MATLAB a lieu sur base de la courbure établie le long de la membrane. La formule utilisée pour lier le déplacement à la courbure est alors :

$$\chi = \frac{\partial^2 u}{\partial^2 z}$$

Cette définition est valable uniquement pour les petites déformations lorsque le rayon de courbure est tel que $\rho \leq e$ avec "e" l'épaisseur de la membrane. En déformations plus importantes, il faut reprendre une forme de courbure plus complexe :

$$\chi = \frac{\frac{\partial^2 u}{\partial^2 z}}{(1 + \frac{\partial u}{\partial z})^{3/2}}$$

Dans le cas des membranes d'épaisseur 1,0 à 1,5 cm ici étudiées, l'hypothèse des petites déformations se limiterait donc à $\rho \leq 10 \text{ mm}$ à 15 mm .

3.4.2 La déformée couchée en déversement

Suite à la modélisation de la membrane en position fortement fléchie, il a pu être remarqué que la forme elliptique n'était pas très viable car elle imposait des conditions de courbures qui ne reflétaient pas le comportement réel de la membrane. En effet, la forme en ellipse impose d'avoir une courbure directement liée au grand axe et au petit axe de celle-ci, n'assurant pas toujours d'avoir un moment nul en extrémité de membrane se qui n'a pas de sens physique.

Afin de ne pas s'arrêter sur un échec, il a été envisagé de développer une solution capable de refléter correctement à minima les propriétés des deux extrémités de la membrane : l'encastrement et la crête. Par ce moyen, le modèle devrait assurer que le moment est maximum en pied et nul en crête de membrane. Pour cela, il a semblé intéressant de se pencher avec plus de profondeur sur le sujet de la courbure. En effet, pour autoriser un moment tel que décrit précédemment, il est absolument nécessaire que la courbure s'accorde avec les objectifs visés. En petites déformations élastiques, il est connu que la courbure est proportionnelle

au moment de flexion, en faisant intervenir la rigidité flexionnelle EI . La courbure peut assez bien être considérée comme suivre la même évolution que le moment. En effet, lorsque le moment est maximum, la courbure est maximale tandis qu'en crête de membrane, avec un moment nul, de son côté, la courbure tend également vers 0.

Supposer que la courbure suit la même forme que le moment de flexion indique, dans le cas étudié, que celle-ci est parabolique. Le problème vient alors dans la détermination des coefficients de cette parabole. Si le moment de charge est bien connu et que la courbure suit plus ou moins la même forme, il n'y a a priori pas d'informations sur les coefficients définissant cette forme. Néanmoins, le moment de flexion possède des propriétés particulières dans le cas étudié. Si le moment est nul en extrémité de membrane, il en est de même pour la courbure comme il a déjà été précisé plus tôt. La courbure maximale est atteinte en pied de membrane. Il reste alors à trouver une dernière condition pour obtenir le dernier coefficient de la parabole. La membrane étant sous eau dans cette situation, elle ne subit plus un diagramme d'effort triangulaire mais trapézoïdal, néanmoins, l'effort tranchant est maintenu nul en crête de membrane. Dès lors, la dérivé du moment et par analogie, la dérivée de la courbure est nulle en crête de membrane.

Partant de ces nouvelles données, il est possible d'établir une courbure sous la forme $\chi(z) = az^2 + bz + c$. En posant χ_{max} la courbure maximale atteinte en pied de membrane et h_{max} la hauteur maximale de la membrane, il vient :

$$\chi(z) = \frac{\chi_{max}}{h_{max}^2} z^2 - \frac{2\chi_{max}}{h_{max}} z + \chi_{max}$$

L'expression de la courbure est alors quasiment connue, à ceci près qu'il reste encore à déterminer χ_{max} . En supposant de manière assez sécuritaire que la courbure maximale est atteinte à l'encastrement, il faudrait supposer une courbure maximale. Sur base de cette courbure, la courbure peut-être établie sur toute la membrane puis la déformée est estimée avant de calculer le moment de charge en tout point de la membrane. Le moment de charge étant connu, l'équilibre entre charge et résistance peut être vérifié sur le même modèle que ce qui a été fait en phase verticale. Suite aux résultats de la vérification, la courbure maximale supposée est augmentée ou diminuée jusqu'à obtenir le meilleur équilibre. Théoriquement, le développement est envisageable néanmoins, l'hypothèse des petites déformations n'est pas validée et le calcul liant la courbure au déplacement est rendu complexe. L'implémentation de cette solution n'a pas été réalisée néanmoins celle-ci paraît viable et faisable dans le futur.

Chapitre 4

Modélisation expérimentale en laboratoire

Cette partie concentrée sur les essais expérimentaux et l'analyse de leurs résultats sera scindée en deux sections. Dans un premier temps, il sera fait l'étude du canal vitré avec le seuil fixe de manière à obtenir les données initiales du problème et les modélisations numériques seront testées puis validées. Ensuite, le comportement de membrane en situation de déversement sera analysé afin de considérer leurs apports et leurs impacts sur la situation initiale définie par le seuil fixe sans ré-hausse. Ce sera alors l'occasion de comparer le comportement des deux matériaux EPDM et Néoprène et d'en déduire une éventuelle sélection.

4.1 Evaluation des caractéristiques du canal vitré et phase de test

4.1.1 Caractéristiques et capacité maximale du canal

Avant de considérer la membrane, il a été nécessaire d'étudier le canal puis le seuil fixe considéré comme situation initiale venant être perturbée par la mise en place d'une surhausse. Le but était tout d'abord de s'assurer qu'il serait possible de tester des membranes supposées réguler jusqu'à une hauteur de 30 cm avec un débit de 125 L/s sans faire déborder le canal. L'idée a donc été de déterminer expérimentalement le coefficient de frottement de ce canal vitré. Ensuite, l'étude a été portée sur le seuil fixe afin de connaître sa débitance et sa capacité d'écoulement établies comme situation de référence. L'étude préliminaire du coefficient de frottement permet de savoir si le passage d'un débit de 125 L/s sur le seuil fixe n'engendre pas de débordement du canal.

Détermination du coefficient de frottement du canal et ligne d'eau limite

Méthodologie : Pour étudier le coefficient de frottement du canal, il a fallu faire passer différents débits dans le canal pour des seuils de hauteurs variables. Les premières mesures ont été lancées pour le canal libre de seuil, permettant d'évacuer à pleine section. D'après la théorie des lignes d'eau, lors d'une évacuation à pleine section de canal, lorsque le fond du canal sert finalement de déversoir en aval, la surface libre passe par la hauteur critique au droit de la sortie du canal car l'exutoire est en quelque sorte une cassure de pente infinie. En relevant la hauteur d'eau pour les différents débits passants, en trois points différents étendus sur la longueur du canal, il est possible d'envisager une ligne d'eau expérimentale. Le canal mesurant 10 m, les capteurs de hauteur d'eau ont été placés à 0,9 m, 4,6 m et 9,1 m du déversoir laissé libre. Les débits étudiés se sont étalés de 0 à 200 L/s.

Par ailleurs, le tracé théorique de la ligne d'eau a été effectué avec un premier coefficient de frottement K fictif. Le calcul de ligne d'eau dans un canal à section constante et à faible pente de fond s'effectue par la formule : $\frac{dh}{dx} = \frac{i-J}{1-F_r^2}$ mettant en jeu la pente de fond i ici nulle, la pente de frottement J établie par la loi de Manning : $u = K\sqrt{J}R_h^{(2/3)}$ où u est la vitesse de l'écoulement, K le coefficient de frottement de Manning et R_h le rayon hydraulique défini par $R_h = \frac{hL}{2h+L}$ puis le nombre de Froude défini en section rectangulaire par : $F_r = \frac{u}{c}$ avec $c = \sqrt{gh}$ la célérité. La ligne d'eau a été tracée en partant de la hauteur aval connue. En effet, au droit du déversoir, la hauteur est la hauteur critique de l'écoulement. En partant de cette hauteur et en étant dans un régime infracritique, l'écoulement va chercher à tendre vers une hauteur uniforme infinie bien en amont du canal. En recueillant les différentes hauteurs d'eau pour des débits variables, le but était donc de trouver un coefficient de frottement menant à une erreur la plus faible possible entre ligne d'eau théorique et pratique.

Résultats et estimation de K : De manière à trouver le coefficient de frottement expérimental du canal, un calcul d'erreur par les moindres carrés a été mis en place entre ligne d'eau théorique avec le coefficient de frottement K fictif et valeurs de hauteurs d'eau expérimentales. Le coefficient K a alors été obtenu en minimisant la somme des erreurs commises à travers les différents points de lignes d'eau pour tous les débits. Le solveur EXCEL a ressorti un coefficient de frottement $K = 120 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ avec une erreur sommée totale de 0,70 au sens des moindres carrés. Les résultats des hauteurs d'eau mesurées expérimentalement et calculées théoriquement ont été repris dans la TABLE 4.1 et illustrés sur la FIGURE 4.1.

Débit [L/s]	Hauteur à $x = 0,9 \text{ m}$ [cm] Expérimental / Théorique	Hauteur à $x = 4,6 \text{ m}$ [cm] Expérimental / Théorique	Hauteur à $x = 9,1 \text{ m}$ [cm] Expérimental / Théorique
23	4,5 / 4,4	5,1 / 5,2	5,7 / 5,7
53	7,6 / 7,4	8,3 / 8,4	8,9 / 9,1
82	9,9 / 9,8	11 / 11	11,4 / 11,7
115	12,1 / 12,1	13,4 / 13,4	14,1 / 14,2
140	13,6 / 13,8	15,3 / 15,1	16 / 16
167	14,9 / 15,4	16,8 / 16,8	18,2 / 17,8
195	16,8 / 17	18,6 / 18,5	19,5 / 19,6

TABLE 4.1 – Mesures de hauteur d'eau pour les différents débits passant dans le canal sans seuil suivies des hauteurs calculées avec le coefficient $K = 120 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$

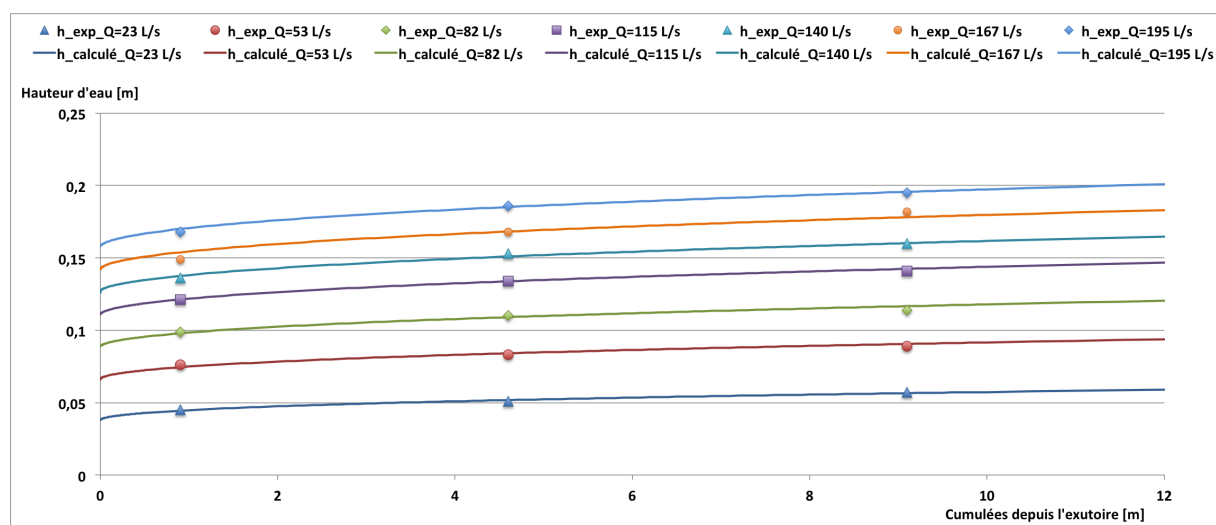


FIGURE 4.1 – Illustration des points de lignes d'eau mesurés pour le canal sans seuil et théoriques

Deux autres séries de mesures ont été effectuées avec un seuil mince de 10 cm et 20 cm mais le coefficient de frottement étant trop faible, il n'était pas possible de distinguer les hauteurs mesurées d'une distance à l'autre. Ceci s'explique par le calcul du terme de perte de charge par frottement. Pour chacun des débits écoulés, le terme de perte par frottement peut être calculé par $\frac{dh}{dx} = \frac{J}{1-F_r^2}$. Celui-ci est maximum au droit du déversoir. En comparant ces termes dans le cas du canal libre ou avec un seuil mince de 10 cm, il apparaît clairement qu'avec un seuil, le terme de perte est trop faible pour induire une distinction de mesure sur 12 m de canal. Pour un débit de 23 L/s, le terme de perte vaut 0,127 m/m dans le cas du canal sans seuil contre $6,1 \cdot 10^{-6}$ m/m avec un seuil mince, au droit du déversoir. Dès lors, il est clair que le frottement est trop faible et n'engendre pas d'évolution suffisamment importante de la surface libre pour être remarquée avec les appareils de mesures sur une longueur de 10 m.

Ligne d'eau limite de débordement du canal : Une fois le coefficient de frottement du canal trouvé, il a pu être vérifié qu'un débit de 125 L/s pourrait être écoulé dans celui-ci avec une membrane de 30 cm en tant que seuil aval sans engendrer de débordement. Pour cela, il a été imaginé de façon réaliste et sécuritaire que la membrane ne pourrait pas se coucher totalement et s'écraser sur le seuil fixe. Il a donc été pensé que celle-ci fléchirait jusqu'à atteindre une hauteur maximale deux fois plus petite que sa hauteur initiale. Par ailleurs, il a été supposé que le coefficient de débit de la membrane équivaldrait dans le pire des cas à 0,385, la valeur théorique d'un seuil épais. Avec une hauteur de seuil fixe de 10 cm et une membrane à moitié couchée, le seuil formé par la réhausse atteindrait donc 25 cm.

Pour un débit de 125 L/s, la charge à l'amont du déversoir vaudrait $H = (\frac{Q^2}{(L \cdot C_d)^2} \cdot \frac{1}{2g})^{1/3} = 17,8$ cm. Une ligne d'eau peut donc être tracée pour évaluer un risque de débordement du canal avec comme hauteur d'eau de départ $h_{aval} = H + 25 = 42,7$ cm, en négligeant le terme cinétique de façon sécuritaire. Avec un coefficient de frottement de $120 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$, la ligne d'eau a une croissance très faible et ne parvient qu'à 42,8 cm à l'amont du canal laissant ainsi un peu de marge avant le débordement. Bien entendu, ces calculs sont basés sur des hypothèses fortes de déformée de membrane mais restent sécuritaires. Ainsi l'étude d'une situation abordant le passage de 125 L/s avec une membrane mesurant jusqu'à 30 cm paraissait envisageable dans ce canal sans le faire déborder.

Etude de la débitance du seuil fixe

Après avoir étudié le canal en lui même, il a fallu mettre en place le seuil fixe de dimensions 98x30x10 [cm³], déjà schématisé en introduction sur la FIGURE 1.4 et dont une photographie en plongée est fournie en FIGURE REFPHOTO-SEUIL-FIXE. Une étude de sa débitance a ensuite suivi afin de définir une situation de référence caractéristique. Différents débits compris entre 0 et 140 L/s ont été écoulés afin d'assurer de couvrir les débits prochainement étudiés. Les valeurs de charges amont et de hauteurs d'eau mesurées sont fournies en fonction des débits passant dans la TABLE 4.2. La charge est naturellement mesurée depuis le sommet du seuil épais tandis que la hauteur d'eau indique l'altitude de surface libre par rapport au fond du canal.



FIGURE 4.2 – Photo du seuil fixe en place dans le canal

Les hauteurs mesurées étant les hauteurs de surface libre depuis le fond du canal, les valeurs des charges sont cette fois calculées en prenant en compte un terme cinétique. Pour chaque débit Q et hauteur d'eau h donnés, la charge H est établie par : $H = z + \frac{Q^2}{(Lh)^2 2g}$ où $L = 98 \text{ cm}$ est la largeur du canal et $z = 10 \text{ cm}$ est l'altitude du seuil fixe.

Débits [L/s]	7,5	13,9	21,6	28,4	34	45	49,5
Charge [cm]	2,7	4,7	6,3	7,4	8,5	9,9	10,5
Hauteur d'eau [cm]	12,7	14,7	16,2	17,3	18,3	19,7	20,2
Débits [L/s]	57	63,5	67,7	78	96	114	140
Charge [cm]	11,6	12,4	12,2	14,3	16,3	18,1	20,4
Hauteur d'eau [cm]	21,2	22	22,7	23,7	25,5	27,2	29,2

TABLE 4.2 – Hauteurs d'eau, charges et débits du seuil fixe de 10 cm

Une fois les valeurs de hauteurs mesurées, le but a été de connaître la hauteur d'eau imposée par le seuil, le coefficient de débit et la charge passante pour des débits allant de 10 à 120 L/s avec une incrémentation de 10 L/s. Par la suite, il sera plus intéressant de comparer les données fournies par les membranes avec les données initiales du seuil épais pour des valeurs de débits arrondies. Les hauteurs d'eau ont facilement été interpolées sur base de la plage de valeurs mesurées. La charge équivalente a été calculée à son tour pour les nouvelles hauteurs d'eau. Enfin, les coefficients de débits ont été établis pour chaque débit par la relation charge/débit théorique : $H = (\frac{Q^2}{(C_d \cdot L)^2} \cdot \frac{1}{2g})^{1/3}$. Les hauteurs d'eau et coefficients de débits caractéristiques du seuil épais sont illustrés FIGURE 4.3.

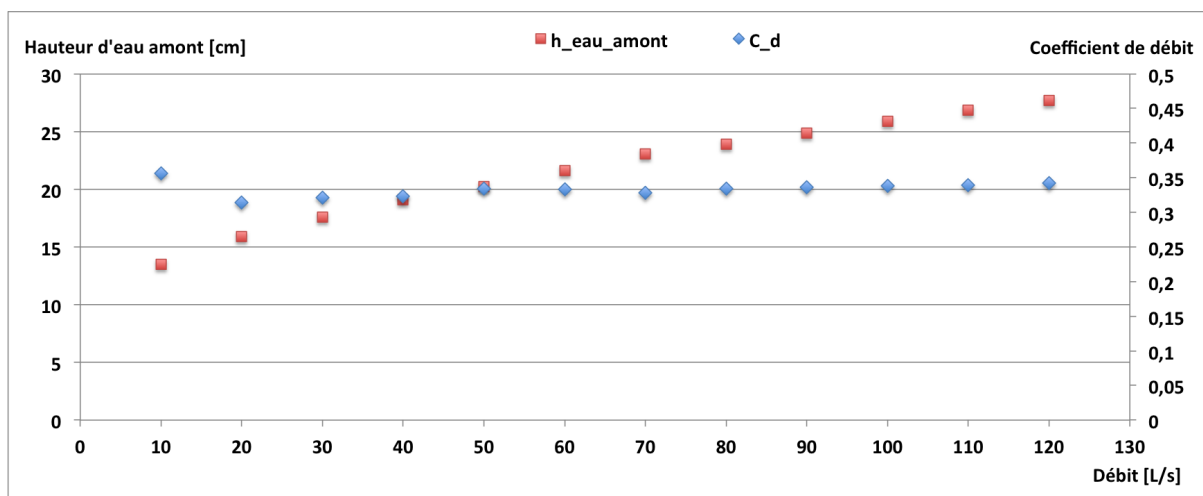


FIGURE 4.3 – Loi de débitance expérimentale et théorique pour le seuil fixe

Le coefficient de débit moyen relevé dans l'intervalle [10 :120] pour le seuil fixe vaut 0,333 ce qui est légèrement plus faible que la valeur théorique d'un seuil épais rectangulaire. Il faut alors comprendre que le seuil fixe réalisé n'est pas parfait et que la conception oblige de ne pas évacuer sur une largeur de 0,98 m mais sur une largeur réduite comme il peut être observé sur la photo de la FIGURE 4.2.

4.1.2 Test et validation du modèle numérique

Estimation des déformées d'une membrane en EPDM de 12 mm d'épaisseur

Sur base des stocks du fournisseur et des résultats de l'étude numérique précédente, une membrane en EPDM de 12 mm puis en Néoprène de 15 mm ont été commandées afin de tester le modèle numérique. En anticipant une marge d'erreur concernant le critère de 0,2 cm de perte d'eau et de permettre une fixation sur le seuil fixe existant de 10 cm de hauteur, les dimensions ont été prévues plus grandes : 12x980x300 pour l'EPDM et 15x980x350 pour le Néoprène.

Certes, les modèles ont été présentés avec une membrane en Néoprène mais pour des soucis de disponibilité auprès du fournisseur, c'est la membrane en EPDM qui a permis de tester et valider la simulation numérique. Les hauteurs de membranes étudiées s'élevaient de 18 cm à 21 cm avec un incrément de 1 cm, soit un total de 4 échantillons. Ici il n'était pas question de savoir quelle était la limite de déversement, ni de connaître la membrane la plus adaptée mais réellement de tester le modèle avec différentes hauteurs. Par ailleurs, le modèle numérique ayant été amélioré, il était possible de vérifier à la fois la déformée à limite de déversement mais également des déformées antérieures ou juste postérieures en s'assurant que les déformations ne soient pas trop grandes. Pour rappel, les paramètres C_1 et C_2 de l'EPDM trouvés précédemment valaient respectivement 0,048 MPa et 1,25 MPa

Pour chacune des membranes testées, les déformées dues à différents niveaux d'eau ont été relevées et comparées à une simulation envisageant la même situation. Les mesures de déformées expérimentales ont été réalisées par l'analyse d'image explicitée dans l'introduction. L'idée consistait à relever les déformées de la membrane analysée pour au moins deux hauteurs d'eau amont distinctes en veillant malgré tout à ce que ces hauteurs soient inférieures ou juste supérieures à la crête de la membrane. Les résultats expérimentaux sont présentés dans la TABLE 4.3. La FIGURE 4.4 illustre la déformée théorique et expérimentale d'une membrane en EPDM de 20 cm retenant une hauteur d'eau de 18,5 cm.

Hauteur de membrane	Hauteur d'eau	Déformée maximale expérimentale	Déformée maximale numérique	Erreur relative
18 cm	17,5 cm	2,9 cm	5 cm	72%
	18 cm	3,9 cm	5,5 cm	41%
19 cm	18,2 cm	4,2 cm	6 cm	42%
	19,4 cm	6,7 cm	7,4 cm	11%
20 cm	18,5 cm	4,5 cm	6,8 cm	53%
	19,8 cm	7 cm	8,3 cm	19,3%
21 cm	17,2 cm	3 cm	5,7 cm	77%
	19,3 cm	6,8 cm	8,3 cm	21,5%

TABLE 4.3 – Premières comparaison entre mesures de déformées expérimentales et numériques

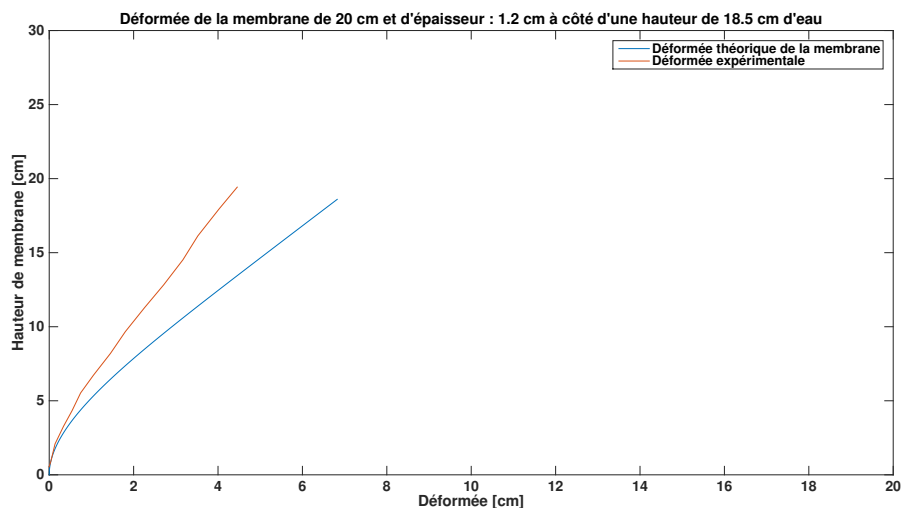


FIGURE 4.4 – Déformée théorique et expérimentale d'une membrane en EPDM de 12 mm d'épaisseur et de hauteur 21 cm soumise à une pression d'eau amont de 18,5 cm

Correction et ajustement du modèle numérique

Sur base de ces premiers résultats non pas aberrants mais peu satisfaisants, il a fallu chercher à améliorer le modèle. Pour cela, il a été choisi de compléter le modèle analytique MATLAB utilisant la loi hyperélastique de Mooney par une loi de Hooke en petites déformations. En effet, comme il a pu être remarqué plus tôt la loi de Hooke est assez intéressante mais ne présente pas d'intérêt si elle est traitée toute seule. En revanche, en couplant cette loi élastique concentrée sur les petites déformations $[0; 0,045]$ mm/mm avec la loi hyper-élastique, il peut être espéré d'obtenir des résultats plus justes pour les premières déformées. Par ailleurs, en analysant les différents résultats intermédiaires des simulations MATLAB, il s'est avéré que les déformations résultantes étaient contenues dans un intervalle $[0; 0,1]$ mm/mm beaucoup plus restreint que l'intervalle étudié jusqu'ici $[0; 1,5]$ mm/mm. Dès lors, les coefficients C_1 et C_2 ont été affinés sur cet intervalle beaucoup plus petit afin de concentrer la correspondance entre numérique et expérimental sur la plage de déformations considérées. En partant du principe que la loi de Hooke gère l'étude sur l'intervalle $[0; 0,045]$ mm/mm, il restait à déterminer des coefficients adéquates sur l'intervalle $[0,045; 0,1]$ mm/mm. Les nouveaux coefficients trouvés sont repris dans la TABLE 4.4. A nouveau les coefficients ont été trouvés en minimisant la somme des erreurs au sens des moindres carrés entre numérique et expérimental.

Matériau	C_1	C_2	Erreur totale
EPDM	1,089	0,039	0,03%
Néoprène	0	2,045	0,01%

TABLE 4.4 – Valeurs des coefficients C_1 et C_2 pour l'EPDM et le Néoprène avec affinage sur l'intervalle de déformations expérimentales $[0,045; 0,1]$ mm/mm

Avec ces nouveaux coefficients, de nouvelles lois de comportement numériques peuvent être établies. La FIGURE 4.5 illustre les nouvelles lois couplées implémentées avec les lois expérimentales de référence. Il est assez étonnant de voir que les lois expérimentales ne semblaient pas passer par l'origine du repère contrainte-déformation. Cette erreur est due à la mise en place des éprouvettes lors des essais de tractions, notamment dans une mise en compression de l'éprouvette au moment du pincement de celle-ci par les mords de la machine. Le module d'Young artificiel utilisé par la loi de Hooke correspond finalement à la pente moyenne du nuage de points expérimentaux pour les déformations de 0 à 0,045 mm/mm.

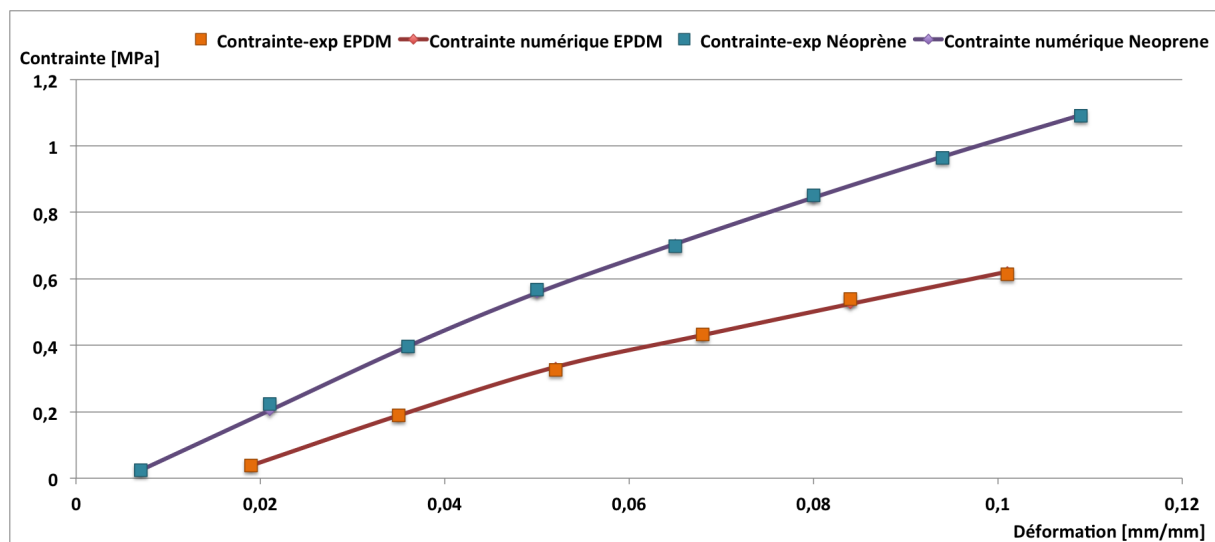


FIGURE 4.5 – Lois de comportement numériques et expérimentales du Néoprène et de l'EPDM en faibles déformations

Une fois, les nouvelles lois introduites dans MATLAB, les simulations ont été relancées afin de tenter de meilleurs résultats.

Hauteur de membrane	Hauteur d'eau	Déformée maximale expérimentale	Déformée maximale numérique	Erreur relative
18 cm	17,5 cm	2,9 cm	3,9 cm	36%
	18 cm	3,9 cm	4,4 cm	12,9%
19 cm	18,2 cm	4,2 cm	4,9 cm	16%
	19,4 cm	6,7 cm	7 cm	4%
20 cm	18,5 cm	4,5 cm	6,5 cm	45%
	19,8 cm	7 cm	7,9 cm	13,5%
21 cm	17,2 cm	3 cm	4,3 cm	40%
	19,3 cm	6,8 cm	7,8 cm	15%

TABLE 4.5 – Comparaison entre mesures de déformées expérimentales et numériques après ajustement du modèle

En analysant cette nouvelle TABLE de valeurs, il vient différentes remarques. Pour commencer, les erreurs ont diminué pour tous les cas test ce qui consolide et valorise l'idée d'avoir couplé la loi de Hooke à la loi hyper-élastique et d'avoir affiné les coefficients. Il se trouve que pour chaque hauteur, les deux hauteurs d'eau exercées successivement sur la membrane engendrent chaque fois une déformation dans l'intervalle d'application de la loi élastique linéaire tandis que la seconde entre dans le domaine hyper-élastique. Ceci permet en effet d'assurer la bonne communion des deux principes.

Par ailleurs, les erreurs des premières séries de hauteurs d'eau sont toujours plus importantes que celles de la deuxième série. Ce point peut alors être élucidé par le fait que la loi de comportement expérimentale semblait assez pauvre en informations dans cette plage de déformations. Comme il a été fait observé précédemment, expérimentalement, les valeurs ne coïncidaient pas pour partir de l'origine du repère. Il peut donc être supposé que les valeurs rapportées ne sont pas totalement justes ce qui engendrent forcément des soucis d'applications numériques par la suite.

Ensuite, si les erreurs des deuxièmes séries sont assez faibles, elles ne sont pas nulles pour autant. D'une part, les coefficients C_1 et C_2 trouvés ne maintiennent pas un affinage parfait entre loi expérimentale et numérique sur l'intervalle d'étude. D'autre part, les mesures expérimentales de déformées combinent plusieurs erreurs. La surhausse est placée avec une précision de l'ordre de $0,2-0,3\text{ mm}$ ce qui n'assure pas toujours d'avoir une hauteur constante sur toute la largeur du canal, soit une éventuelle variation dans la hauteur d'eau retenue considérée... De plus, les relevés de déformées par analyse d'image sont effectuées à l'aide d'un pointeur sur MATLAB ce qui peut occasionner une nouvelle imprécision de quelques millimètres. Finalement, il semble assez normal qu'il subsiste des erreurs relatives allant jusqu'à 15% pour une erreur absolue pouvant atteindre 1 cm .

Pour finir, la viabilité du code utilisé se résout à la limite de rayon de courbure $\rho \geq e$. Pour la membrane de 21 cm , considérée comme une des plus déformée, le rayon de courbure descend à $9,7\text{ cm}$ en pied de membrane lorsqu'elle est soumise à une hauteur d'eau de $19,3\text{ cm}$ ce qui est bien supérieur à $1,2\text{ cm}$ l'épaisseur de la surhausse. Cette hauteur d'eau engendre une déformée telle que le niveau d'eau arrive juste au point haut de la membrane. La déformation résultante vaut $0,062\text{ mm/mm}$. Le modèle est donc utilisable pour les premières déformées. Par la suite, il sera nécessaire à chaque utilisation de s'assurer que les déformations soient bien contenues dans l'intervalle $[0;0,1]\text{ mm/mm}$ et que les rayons de courbures maximum soient supérieurs à l'épaisseur de la membrane testée.

Validation du modèle avec le Néoprène

En souhaitant tester la membrane de Néoprène obtenue auprès du fournisseur, il est apparu que les résultats expérimentaux ne correspondaient absolument pas avec les simulations numériques. En recherchant l'origine de cette erreur, il s'est alors avéré que le Néoprène mis en place n'était pas identique à celui essayé en traction chez SIRIS. Après discussion avec le fournisseur, celui-ci s'est effectivement rendu compte que les deux Néoprènes n'avaient pas la même composition. Le Néoprène testé en traction identifié comme "Néoprène 34 062" n'était plus disponible et il a fallu se tourner vers le nouveau Néoprène disponible : le Néoprène 34 064. De nouveaux essais de tractions ont du être engagés afin de caractériser ce nouveau matériau. Les étapes étant identiques à celles menées pour l'EPDM et le Néoprène 34 064, celles-ci sont fournies en ANNEXE A afin d'alléger la rédaction.

Après plusieurs essais de traction, il est apparu que le Néoprène 34 064 était trop souple pour être testé correctement sur un intervalle de déformations $[0;0,1]\text{ mm/mm}$ avec le matériel disponible chez SIRIS. En effet, les éprouvettes étant trop souples, il était impossible de les placer sur la machine sans les déformer et les pré-comprimer. Dès le lancement de l'essai de traction, les éprouvettes étaient chaque fois trop comprimées et par conséquent trop déformées. Dans l'impossibilité d'obtenir des résultats viables, il n'a donc pas été possible de valider le modèle numérique avec un matériau différent de l'EPDM bien que celui-ci ait été testé à maintes reprises pour l'EPDM.

Idéalement, le modèle aurait du être testé pour le Néoprène 34 062 nettement plus rigide et pour lequel, il était possible de faire une étude précise sur un intervalle de déformation $[0;0,1]\text{ mm/mm}$ mais à défaut de stock, cela n'a pas été possible dans le temps consacré au travail. Les simulations MATLAB retournant les déformées de l'EPDM avec une certaine cohérence, il a été supposé que le modèle analytique était capable de prédire correctement les premières déformées d'un élastomère soumis à une pression d'eau amont.

4.2 Etude du fonctionnement complet de la membrane

Dans cette seconde section, il va être question de réellement observer le comportement de membranes de différentes dimensions et constituées de deux matériaux pour différents débits passant afin d'analyser l'impact de leur présence par rapport à la situation initiale d'un seuil fixe, de comparer leurs déformées et de choisir le matériau le plus intéressant.

4.2.1 Fonctionnement de l'EPDM

Dans un premier temps, la membrane en EPDM de 12 mm d'épaisseur a été testée pour différents débits. Il s'est tout de suite avéré que le critère de 0,2 cm comme limite de déversement n'était pas pertinent. En effet, en autorisant une perte équivalente à un filet d'eau aussi fin par rapport à la hauteur de la membrane, celle-ci n'a pas encore entamé une phase de déformation suffisante pour continuer dans un état de flexion intéressant permettant de ne pas impliquer une variation trop importante de niveau d'eau amont quelque soit le débit passant. Ainsi, lorsque le critère de 0,2 cm est tout juste validé, la membrane est encore beaucoup trop raide pour continuer sa flexion lors d'un incrément de débit. La surpression d'eau engendrée par l'incrément de débit, soit un incrément de hauteur d'eau, n'est pas suffisamment importante pour modifier la déformée de la membrane ce qui engendre directement une montée du niveau d'eau. Sachant que la membrane en EPDM de 12 mm disponible autorisait des réhausses comprises entre 17 et 21 cm, les essais ont été réalisés pour des hauteurs comprises dans cette gamme de valeurs. Les FIGURE 4.6 ET ?? dévoilent quelques déformées de membranes pour des débits différents afin de rendre compte des résultats visuels de l'expérimentation.

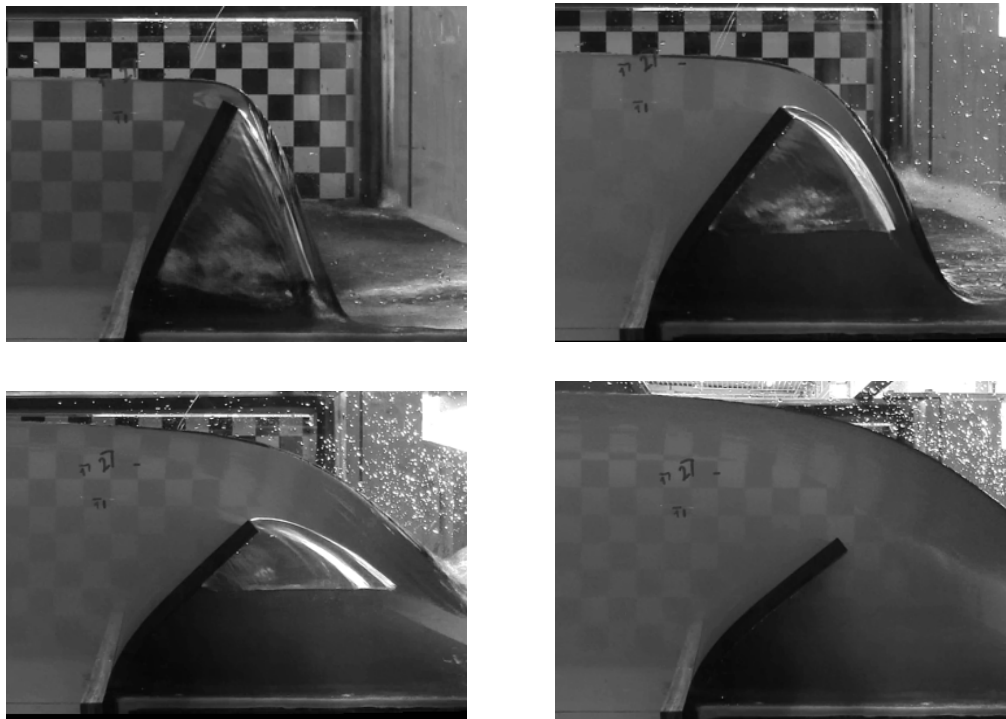


FIGURE 4.6 – Déformées d'une membrane en EPDM de 12 mm d'épaisseur, 19 cm de hauteur pour des débits de 6,5 L/s(haut-gauche), 20 L/s(haut-droite), 56 L/s(bas-gauche) et 102 L/s(bas-droite)

Afin de comprendre les analyses qui vont suivre, il faut s'imaginer que pour chacune des membranes, il apparait une surpression aval dès les premiers débits. Cette surpression peut-être due à la forme du seuil et à un problème d'évacuation à l'aval. L'idée n'est pas ici de trouver l'origine de cette surpression mais de

bien penser à la considérer. Au plus les débits augmentent, au plus, la quantité d'eau présente à l'aval de la membrane augmente et la surpression s'intensifie. Ceci sera alors l'objet d'une discussion ultérieure quant à la capacité de flexion des membranes.

Déformée sur seuil fixe

Etude sur un intervalle de débit figé : L'effet du passage de différents débits a été étudié pour chaque membrane. La plage de débit permettait d'atteindre un débit correspondant au noyage de la membrane en place. Les résultats se concentreront dans un premier temps sur un intervalle $[10;70]$ L/s intégrant le débit limite de noyement de la membrane de hauteur 21 cm . Les évolutions de hauteurs d'eau amont par rapport aux débits passants sont reprises sur la FIGURE 4.7. Il faut alors rappeler que chaque membrane est placée sur un seuil fixe de 10 cm . Les hauteurs de membrane précisées sont les hauteurs de surhausses tandis que les hauteurs d'eau amont sont relevées depuis le fond du canal. Ces évolutions sont directement comparées à l'évolution du niveau d'eau à l'amont du seuil fixe pour les mêmes débits.

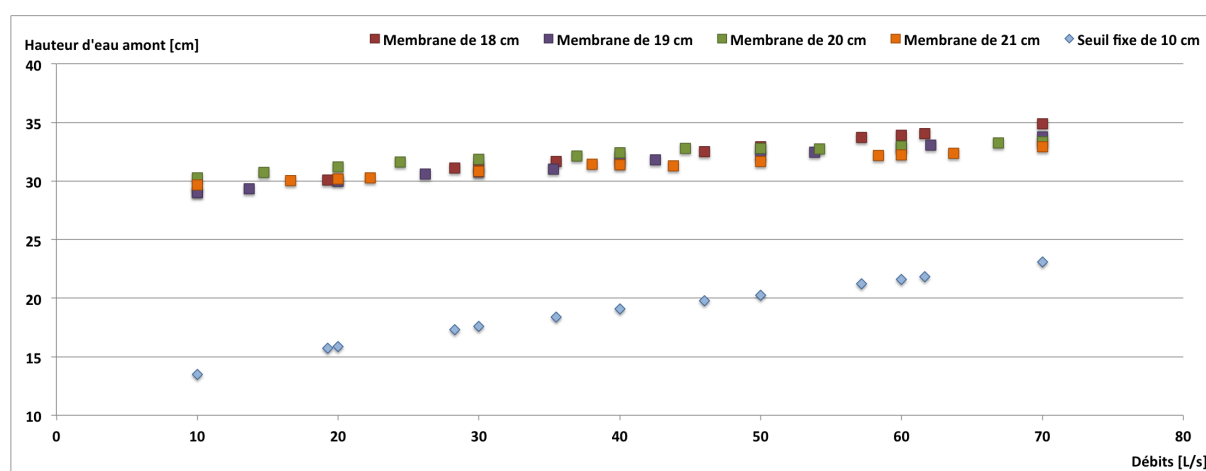


FIGURE 4.7 – Comparaison des évolutions des hauteurs d'eau retenues par des membranes en EPDM de 12 mm d'épaisseur en fonction des débits croissants

Différentes observations peuvent alors être indiquées sur base de cette première campagne d'essai. Pour commencer, il apparaît que les membranes les plus hautes ont tendance à suivre une évolution plus plane que leurs concurrentes. Ce premier aspect peut s'expliquer assez simplement en imaginant la situation de la membrane en phase de déversement, subissant une pression d'eau amont. Lorsque cette phase de déversement est entamée, la membrane a commencé une phase de flexion et toute la surface amont de celle-ci subit une pression d'eau directement fonction de la quantité d'eau maintenue à l'amont. Dès lors il semble assez logique qu'une membrane de 21 cm soit plus sollicitée qu'une membrane de 18 cm . Les longueurs excédantes d'une membrane vis-à-vis d'une autre participent également à la reprise des efforts étant donné qu'elles sont également sous eau. La FIGURE 4.8 vient illustrer cette explication. Il apparaît effectivement que pour une hauteur d'eau amont donnée une membrane M_1 plus courte subira moins de pression, sera ainsi moins fléchie et laissera passer un débit plus faible qu'une membrane M_2 plus longue, ce qui est retrouvé sur la FIGURE 4.7.

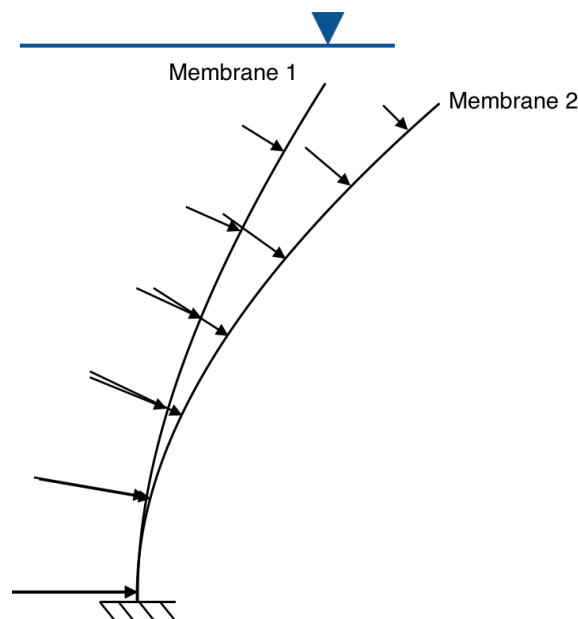


FIGURE 4.8 – Déformée de deux membranes de M_1 et M_2 de longueurs différentes sous hauteur d'eau constante

Cette remarque générale concernant la longueur de la membrane étant faite, il convient de s'intéresser à l'impact des membranes sur le seuil existant. En effet, le but de l'étude de ces membranes est principalement de les caractériser afin d'en tirer profit pour une fonction de réhausse temporaire supposée s'effacer en cas de crues. Il semble déjà que cet impact diminue en fonction des débits puisque la pente globale de croissance relative aux hauteurs d'eau imposées par le seuil fixe semble plus forte que celles relatives aux hauteurs induites par les membranes. La TABLE 4.6 vient déjà préciser cette différence de pentes. La planéité des ensembles de points directement fonction de la taille des membranes, plus précisément de leur hauteur, permet de constater qu'une membrane plus longue tend à s'effacer plus rapidement comme quantifié dans la TABLE ci-dessous. La pente moyenne pour une membrane de 21 cm vaut 0,06 cm/(L/s) contre 0,09 cm/(L/s) pour une membrane de 18 cm et 0,16 cm/(L/s) pour le seuil fixe. Cette comparaison des pentes indique directement que les membranes approchent beaucoup plus la débitance du seuil fixe pour les débits élevés. La planéité relative à l'évolution des hauteurs montre qu'au plus la membrane est longue, au mieux, elle maintient un niveau amont constant avec des variations de 3,6 cm pour la membrane de 21 cm contre 5,4 cm pour la membrane de 18 cm et 9,5 cm pour le seuil fixe.

Hauteur de membrane	Seuil fixe	18 cm	19 cm	20 cm	21 cm
Hauteur d'eau amont minimale	13,5 cm	29 cm	29 cm	30,3 cm	29,7 cm
Hauteur d'eau amont maximale	23 cm	34,9 cm	33,8 cm	33,3 cm	32,9 cm
Pente moyenne [cm/(L/s)]	0,16	0,098	0,08	0,058	0,053
$h_{finale} - h_{initiale}$	9,5 cm	5,9 cm	4,8 cm	3,5 cm	3,2 cm

TABLE 4.6 – Comparaison des variations de hauteurs pour des membranes en EPDM de 12 mm d'épaisseur pour des débits croissants compris entre 10 et 70 L/s

Afin d'analyser avec pertinence cet impact vis-à-vis du seuil fixe en place, la FIGURE 4.9 a été tracée faisant remarquer l'impact absolu de la présence des membranes pour chacun des débits d'étude.

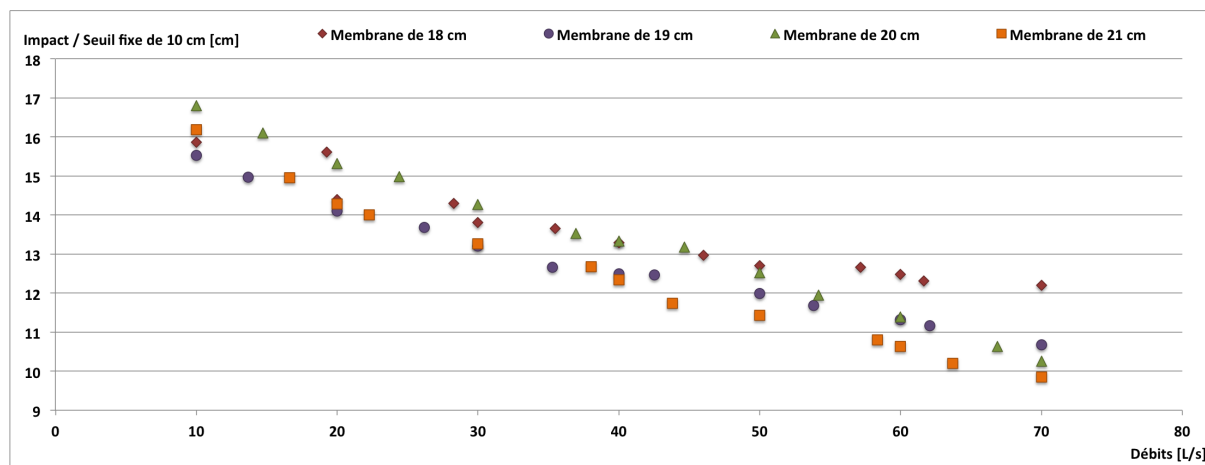


FIGURE 4.9 – Impact de membranes en EPDM sur la hauteur d’eau par rapport au seuil fixe de 10 cm pour des débits de 10 à 70 L/s

En analysant cette FIGURE, il est assez clair que l’augmentation des débits révèle la capacité des membranes à se fléchir réellement et à tendre vers la débitance du seuil fixe. Si les points des différentes membranes sont relativement groupés pour un premier intervalle de débits [10;20], il apparaît que la membrane de 18 cm se montre de moins en moins effacée par rapport à ses concurrentes. La TABLE 4.7 présente les principales valeurs relatives à cette étude. Il est clair que les membranes fléchissent sous la pression d’eau mais il demeure une limite encore très élevée. En effet, au mieux, la membrane de 21 cm réduit la sur-hauteur engendrée par sa présence à 9,8 cm alors que le critère a été posé à un maxima de 5 cm.

Hauteur de membrane	18 cm	19 cm	20 cm	21 cm
Impact à 10 L/s	15,6 cm	15,5 cm	16,8 cm	16,2 cm
Impact à 70 L/s	11,8 cm	10,7 cm	10,3 cm	9,8 cm
Gain [cm]	3,8	4,8	6,5	6,4

TABLE 4.7 – Evolution de l’impact de membranes en EPDM de 12 mm d’épaisseur selon les débits

Etude sur un intervalle de débit limité à la noyade de chacune des membranes : L’étude jusqu’ici menée s’est concentrée sur un intervalle fixe limité par le noyade d’une des membranes or les premiers débits de crue parviennent pour 120 – 125 L/s. Il convient donc d’allonger l’étude au moins jusqu’au noyade de chacune des membranes. Si l’étude a donc été tronquée à 70 L/s, les autres membranes se voient noyées pour des débits différents. Pour chacune des hauteurs, les débits de noyade des membranes sont repris dans la TABLE 4.8 avec les valeurs numériques d’impacts tandis que les points expérimentaux sont indiqués sur la FIGURE 4.10. Afin de simplifier l’analyse qui est totalement similaire à la précédente, il paraît pertinent de montrer directement l’impact des membranes par rapport au seuil fixe sans passer par l’évolution des hauteurs d’eau amont. Le but est ici de voir si la tendance pré-évaluée dans les paragraphes précédents pour un intervalle restreint à [10;70] L/s, est conservée sur un intervalle plus grand prenant en compte les débits de noyade de chacune des membranes.

Hauteur de membrane	18 cm	19 cm	20 cm	21 cm
Débit de noyade	105 L/s	90 L/s	85 L/s	70 L/s
Impact à 120 L/s	10,6 cm	9,7 cm	9,54 cm	8,7 cm
Impact à 70 L/s	11,8 cm	10,7 cm	10,3 cm	9,8 cm
Impact à 10 L/s	15,6 cm	15,5 cm	16,8 cm	16,2 cm
Gain entre 10 et 70 L/s [cm/(L/s)]	0,06	0,08	0,1	0,11
Gain entre 70 et 120 L/s [cm/(L/s)]	0,024	0,02	0,015	0,022

TABLE 4.8 – Comparaison des débits de noyade pour chacune des membranes en EPDM de 12 mm

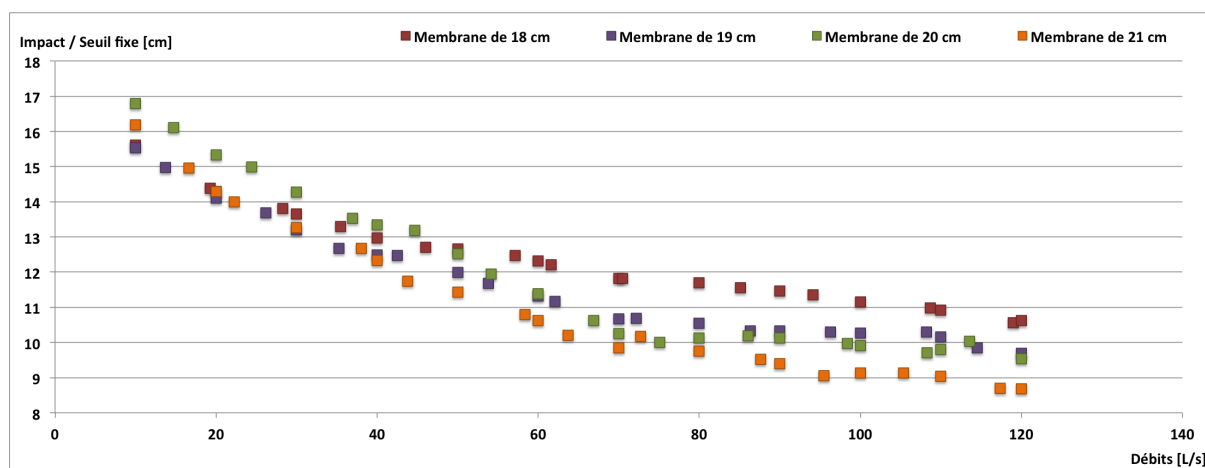


FIGURE 4.10 – Impact de membranes en EPDM sur la hauteur d'eau par rapport au seuil fixe de 10 cm pour différents débits

A l'étude de ces nouveaux résultats, il est assez clair que l'évolution de l'impact est plus faible pour les grands débits. Lorsque le gain entre 10 et 70 L/s avait une allure de 0,11 cm/(L/s) pour une membrane de 21 cm, celle-ci se retrouve divisée par 5 pour la plage de débits [70;120]. Il en est de même pour les autres membranes avec une diminution de gain rendu à minima 2,5 fois moins important pour une membrane de 18 cm qui avait déjà un impact très important et au maxima 7 fois moins important pour une membrane de 20 cm. Cette monotonie de l'impact est finalement due à l'emprisonnement des membranes par l'eau à la fois amont et aval. Comme il a été brièvement abordé plus tôt, au fil des débits, une certaine quantité de l'eau écoulée dans le canal est refoulée à l'aval de la membrane et vient exercer une surpression sur celle-ci. Bien logiquement, plus le débit augmente, plus la quantité d'eau refoulée est accrue par manque de capacité d'évacuation du complexe seuil fixe/membrane formé et la ré-hausse est de moins en moins capable de fléchir. Il faut alors s'interroger sur l'impact de la forme du seuil. Le seuil rectangulaire réalisé dans le canal n'est pas parfait et ces problèmes d'évacuation proviennent certainement de la conception de celui-ci. Afin de mettre de côté la forme expérimentale du seuil artificiel, une étude sur un seuil mince artificiel sera analysée plus tard.

Ainsi si l'impact des membranes n'évolue plus tellement pour les débits élevés, c'est tout simplement parce que celles-ci ne fléchissent plus car elles sont bloquées par la surpression aval. Les membranes se retrouvent alors piégées dans une position avec l'impossibilité de changer. Petit à petit les débits augmentent puis l'écoulement vient à noyer la membrane plus ou moins "figée". Par la suite, la membrane n'est plus capable d'atténuer sa présence, elle reste dans sa position comme il peut être aperçu sur la FIGURE 4.11.

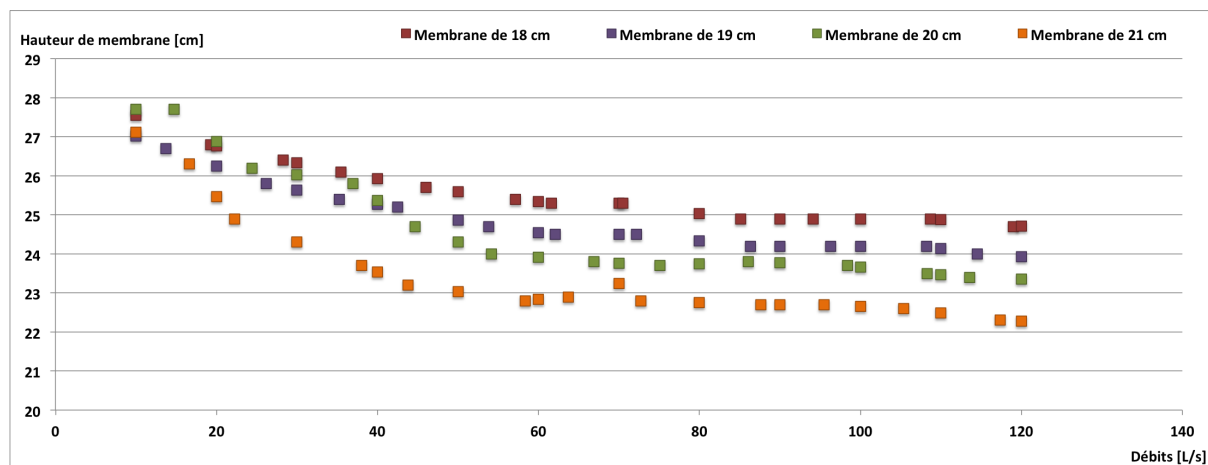


FIGURE 4.11 – Evolution de la hauteur des membranes en EPDM de 12 *mm* d'épaisseur pour différents débits

En effet, à partir de 60 *L/s*, il est assez visible que les membranes n'évoluent plus suffisamment pour permettre une diminution de l'impact de façon notable. La TABLE 4.9 permet de comparer les évolutions en terme de valeurs numériques afin de quantifier les analyses précédemment exprimées. Il est assez évident qu'à partir d'un débit environnant 60 *L/s*, les membranes ne bougent quasiment plus. Les photos prises des membranes pour ce débit légèrement supérieur à 60 *L/s* sont présentées en ANNEXE B sur la FIGURE 6. Les membranes sont en phase d'être noyée et entrent dans un état quasiment statique.

Hauteur de membrane	18 cm	19 cm	20 cm	21 cm
Hauteur à 10 <i>L/s</i>	27,5 <i>cm</i>	27 <i>cm</i>	27,7 <i>cm</i>	27,1 <i>cm</i>
Hauteur à 60 <i>L/s</i>	25,3 <i>cm</i>	24,6 <i>cm</i>	23,9 <i>cm</i>	22,8 <i>cm</i>
Perte de hauteur de 10 à 60 <i>L/s</i>	2,2 <i>cm</i>	2,4 <i>cm</i>	3,8 <i>cm</i>	4,3 <i>cm</i>
Hauteur à 120 <i>L/s</i>	24,7 <i>cm</i>	23,9 <i>cm</i>	23,4 <i>cm</i>	22,3 <i>cm</i>
Perte de hauteur de 60 à 120 <i>L/s</i>	0,6 <i>cm</i>	0,7 <i>cm</i>	0,5 <i>cm</i>	0,5 <i>cm</i>

TABLE 4.9 – Evolution globales des hauteurs de membranes en EPDM de 12 *mm*

En analysant avec attention les FIGURES 4.10 ET 4.11, il peut être remarqué que l'impact des membranes vis-à-vis du seuil fixe n'est pas précisément la différence entre point haut de membrane et point haut du seuil fixe (10 *cm*). Il faut alors s'en remettre au coefficient de débit pour comprendre cette différence de hauteur. Pour chaque hauteur d'eau mesurée à l'amont de la membrane, il est possible de calculer le terme cinétique équivalent puis en ayant relevé la hauteur de la membrane, la charge H est calculée pour chaque débit Q . Il devient alors aisé d'établir un coefficient de débit $C_{d,memb}$ pour chaque débit en employant la formule de débitance d'un seuil :

$$C_{d,memb} = \frac{Q}{L\sqrt{2gH^3}}$$

La FIGURE 4.12 reprend alors les différents coefficients de débits expérimentaux des membranes pour chacun des débits et sont comparés aux coefficients de débit du seuil fixe établis dans la section précédente. Hormis la fluctuation présente jusqu'à 60-65 *L/s* environ, les coefficients de débits des membranes sont relativement stables pour les grands débits. Il est intéressant de voir que ceux-ci sont maintenus à des valeurs supérieures à celles du seuil fixe. Il est clair que les coefficients de débits diminuent lorsque le débit augmente puisque les membranes se déforment de plus en plus, passant alors d'une forme très verticale à une forme plus "plate". Néanmoins, les déformées finales des membranes concèdent un coefficient de débit

toujours plus efficace que celui du seuil fixe : épais et totalement plat. Ainsi, en dépit d'une hauteur de crête supérieure au niveau du seuil existant, la forme des membranes favorisent le passage de l'écoulement par rapport à la forme du seuil fixe. Dès lors, pour un débit élevé donné, en reprenant la loi de débitance des seuils, la charge passante est plus faible pour les membranes par rapport au seuil fixe, de même pour la hauteur d'eau passante.

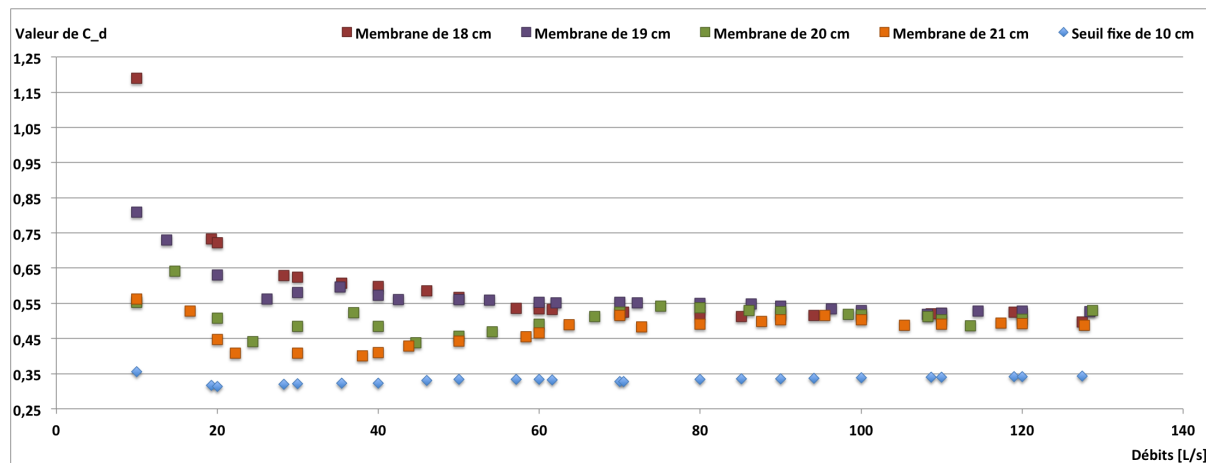


FIGURE 4.12 – Recueil des coefficients de débits de membranes en EPDM de 12 *mm* pour différents débits croissants

La TABLE 4.10 vient quantifier ces nouvelles explications en donnant un exemple pour un débit de 120 *L/s*.

Hauteur de membrane	Seuil fixe	18 cm	19 cm	20 cm	21 cm
Coefficient de débit	0,342	0,524	0,528	0,505	0,492
Charge [cm]	18,7	14,1	14	14,4	14,7
Différence par rapport au seuil fixe [cm]	0	4,6	4,7	4,3	4
Hauteur d'eau amont [cm]	27,64	38,4	37,4	37,2	36,4
Impact par rapport au seuil fixe [cm]	0	10,76	9,76	9,56	8,76
Terme cinétique [cm]	1	0,52	0,55	0,55	0,58
Différence par rapport au seuil fixe [cm]	0	0,48	0,45	0,45	0,42
Hauteur du seuil [cm]	10	24,7	23,9	23,4	22,3
Différence par rapport au seuil fixe [cm]	0	14,7	13,9	13,4	12,3
Total des différences [cm] (Hauteur de seuil - Impact - Charge + Terme cinétique)	0	-0,18	-0,11	-0,01	-0,04

TABLE 4.10 – Evolution globales des hauteurs de membranes en EPDM de 12 *mm*

Il peut alors être fait différentes remarques. Pour commencer, en sommant toutes les différences, les totaux avoisinent 0 avec une légère variation de l'ordre du *mm* due à l'imprécision des mesures. Ceci permet de prouver la cohérence dans toutes les mesures effectuées. Par ailleurs, le coefficient de débit induit une variation de 4 – 5 *cm* en terme de charge pour un débit de 120 *L/s* ce qui prouve que la membrane, même noyée, est encore nettement plus efficace que le seuil fixe. Le coefficient de débit joue bien un rôle important dans l'impact de la membrane vis-à-vis du seuil fixe. Néanmoins, cette TABLE précise bien que la position de la membrane est prépondérante sur son impact vis-à-vis d'une situation sans ré-hausse par rapport au coefficient de débit. En effet, malgré un coefficient de débit plus efficace pour une membrane restée verticale, la surhausse gêne fortement au passage de l'écoulement. Ceci est explicité en comparant l'impact de 10,76 *cm* d'une membrane de 18 *cm* peu fléchie, générant un coefficient de débit élevé de 0,524, avec

l'impact de 8,76 cm d'une membrane de 21 cm plus couchée avec un coefficient de débit plus faible de 0,492. Il est assez clair qu'il est préférable d'avoir une membrane la plus couchée possible quitte à ce que le coefficient de débit soit faible plutôt que d'avoir une membrane très verticale avec un coefficient de débit élevé.

Après cette étude détaillée du comportement des 4 membranes dans une phase de débits croissants, il a pu être remarqué qu'en dépit d'une baisse d'efficacité du coefficient de débit, une membrane plus fléchée impacte moins la situation initiale. Il va maintenant être question d'étudier un cycle de débit afin de voir l'évolution de cet impact, lorsque les débits diminuent. Afin de simplifier l'étude, cette nouvelle analyse va être menée uniquement sur les trois membranes de 19, 20 et 21 cm les plus effacées selon la FIGURE 4.10. Certes, les membranes marquent un impact trop élevé par rapport au critère fixé à 5 cm néanmoins, il convient de comprendre leur comportement général dans une situation réelle de crue/décue.

Effet d'un cycle de débit

Afin de maximiser autant que possible la hauteur de chute et d'optimiser la production électrique, il est préférable que le passage de débits croissants à débits décroissants n'engendrent pas trop de diminutions du niveau d'eau amont. Les résultats d'un cycle de débit sont fournis sur la FIGURE 4.13.

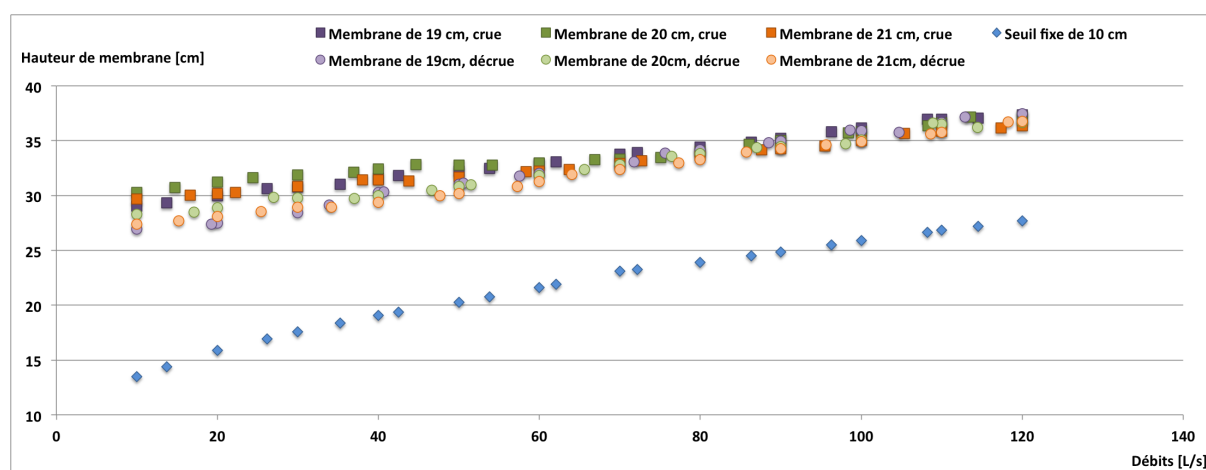


FIGURE 4.13 – Hauteurs d'eau selon des cycles de débit pour des membranes en EPDM de 12 mm d'épaisseur

La différence de hauteur d'eau entre crue et décrue traduit clairement un effet hysteresis pour chacune des membranes. En effet, lors de la phase de crue, les hauteurs d'eau sont plus hautes qu'en phase de décrue comme le montre la FIGURE 4.14. Les membranes sont noyées lors de la décrue ce qui leur induit un retard dans leur redressement. Il a pu être montré précédemment qu'en phase de crue, les membranes ne bougeaient plus à partir de débits supérieurs à 60 L/s. En analysant cette FIGURE, il peut être remarqué que dans la phase décrue, les membranes maintiennent leur position jusqu'à des débits inférieurs à 60 L/s. Pour les membranes de 20 et 21 cm, le débit de libération apparaît autour de 40 L/s tandis que pour la membrane de 19 cm, cette libération a plutôt lieu pour un débit de 20 L/s. Les membranes de 20 et 21 cm réhaussent donc le niveau d'eau plus rapidement que la membrane de 19 cm en se libérant plus tôt de leur position de noyage respective.

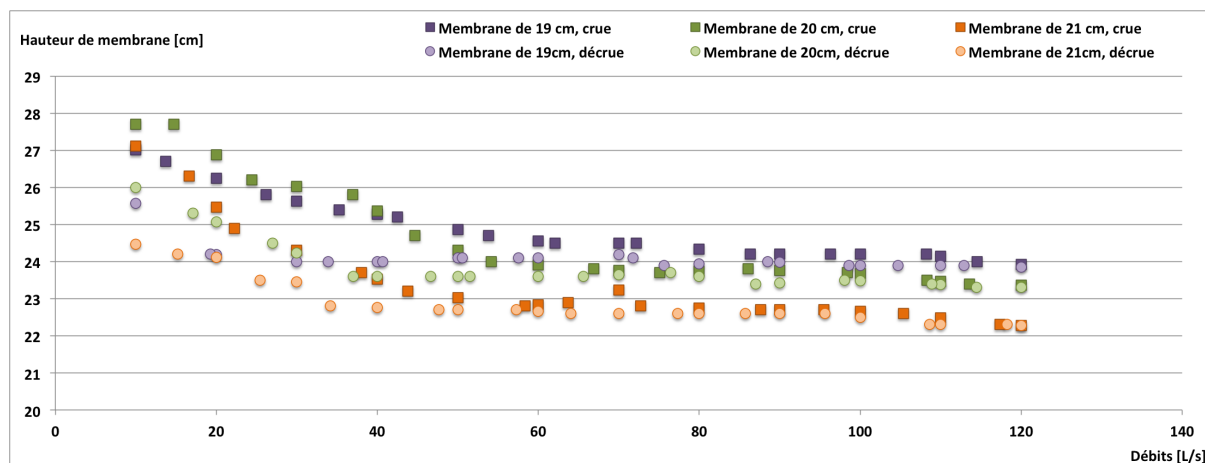


FIGURE 4.14 – Evolution des hauteurs de membranes en EPDM au cours des cycles de débits

Afin de quantifier l'effet hysteresis, pour des débits précis, il a été calculé la différence entre hauteur d'eau en phase de crue et hauteur d'eau en phase de décroue. La FIGURE ?? illustre la suite de points relatifs à ce calcul d'amplitude d'hysteresis.

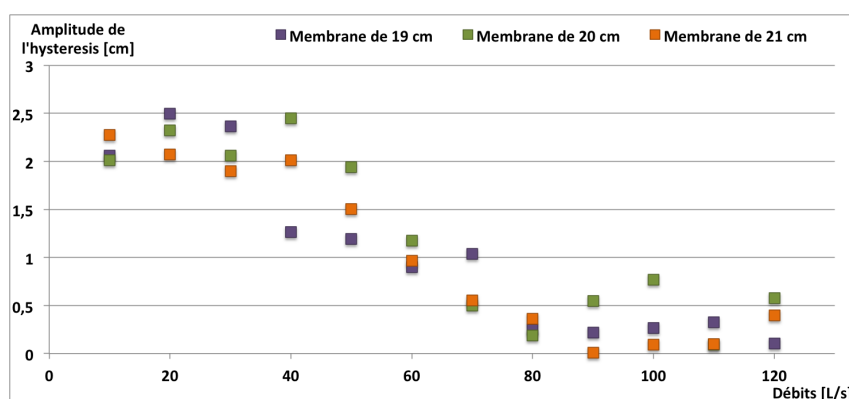


FIGURE 4.15 – Amplitude des hysteresis de niveau amont formés entre débits croissants et décroissants pour les membranes en EPDM de 12 mm

Les valeurs principales de ces évolutions sont fournies dans la TABLE 4.13. Même si les amplitudes maximales sont reprises, il paraît plus pertinent de se concentrer sur les amplitudes moyennes calculées pour des débits de 10 à 60 L/s (10 :10 :60 L/s) afin de lisser les résultats et de ne pas être pénalisé par les imprécisions de mesures. La valeur limite de 60 L/s est choisie par rapport à l'étude précédente. Les membranes n'évoluant plus beaucoup au delà, il n'y a pas vraiment d'intérêt à s'intéresser à l'amplitude des hysteresis formés dans cette gamme supérieure de débits puisque la membrane est aussi bien bloquée en crue qu'en décroue. La perte relative moyenne est établie en rapportant l'amplitude moyenne de l'hysteresis à la hauteur moyenne de régulation en phase de crue sur l'intervalle de débit [10;60] L/s : $Perte_{relative} = \frac{Amplitude_{moyenne}}{h_{moyenne}}$

Hauteur de membrane	19 cm	20 cm	21 cm
Amplitude maximale [cm]	2,5	2,5	2,3
Amplitude moyenne [cm]	1,7	2	1,8
Hauteur moyenne de régulation (crue) [cm]	31	32	31
Perte relative décrue/crue	5,5%	6,2%	5,8%

TABLE 4.11 – Amplitudes maximales des hysteresis de niveau amont formés entre débits croissants et décroissants pour les membranes en EPDM de 12 mm

Cette étude ne permet pas de prétendre valoriser une membrane ou l'autre mais plutôt de quantifier la perte de hauteur et par conséquent de production induite par ces effets hysteresis. Avec une amplitude moyenne d'environ 1,85 cm et une amplitude maximale de 2,25 – 2,5 cm, la perte de production entre crue et décrue ne semble a priori pas conséquente. Il paraît malgré tout intéressant de se tourner vers la perte relative moyenne entre la phase de croissance et de décroissance des débits. Par cette nouvelle étude relative, il ressort que la perte moyenne est maintenue dans un intervalle [5,5;6,2]% ce qui semble effectivement assez faible.

L'analyse menée autour de cycle de débit a permis de montrer que les membranes en EPDM sélectionnées ne souffraient pas tellement d'effet hysteresis. Bien entendu, ceci ne les rend pas pour autant plus viables étant donné que leur impact par rapport au seuil fixe est toujours aussi élevé.

Tous ces essais ont été réalisés sur le seuil fixe artificiel du laboratoire de 10 cm et comme il a pu être identifié plus tôt, cette forme de seuil ne semble pas très avantageuse pour les membranes étant donné qu'une partie de l'eau débordant sur la membrane a tendance à refouler au pied de celle-ci exerçant ainsi une sur-pression. Il a donc paru utile de s'intéresser à l'évolution du niveau d'eau dans le cas où l'eau passant en sur-verse ne viendrait pas gêner la déformée de la membrane.

Déformée sur seuil mince

Afin de créer rapidement un système permettant d'évacuer l'eau refoulée à l'aval, les membranes ont simplement été sur-élevées de 10 cm en étant fixée à un seuil mince artificiel. Avec ce système, lors des premiers débits, l'eau n'exerce plus de pression sur la membrane mais directement sur le seuil. Ce nouveau seuil permettant de limiter la pression sur la membrane est illustré sur la FIGURE 4.16 avec différents débits.

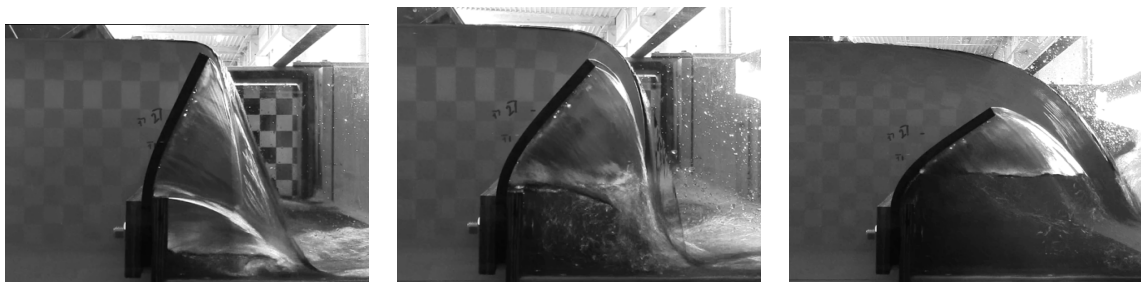


FIGURE 4.16 – Déformées d'une membrane en EPDM de 12 mm d'épaisseur, 19 cm de hauteur pour des débits de 7,6 L/s(gauche) et 22 L/s(milieu) et 70 L/s(droite) avec une limitation de la sur-pression aval

La plage de débits d'étude s'est cette fois-ci limitée à 70 L/s d'une part pour se concentrer sur des débits où l'eau aval ne dépasse pas 1/3 de la hauteur de la membrane comme illustré sur la FIGURE 4.16(droite). De cette manière, la flexion de la membrane peut être considérée libre. D'autre part, la limite supérieure d'un

débit de 70 L/s assure de ne pas risquer de faire déborder le canal. Pour chacune des membranes, il a pu être comparé l'évolution des hauteurs d'eau en fonction des débits croissants. Les résultats sont regroupés avec les précédents sur la FIGURE 4.18. Il apparaît visuellement que le ré-haussement des membranes a un réel effet bénéfique sur le maintien de la hauteur d'eau à l'amont. Comme fait précédemment, il est intéressant de visualiser et quantifier l'impact de la présence des membranes par rapport à un seuil fixe.

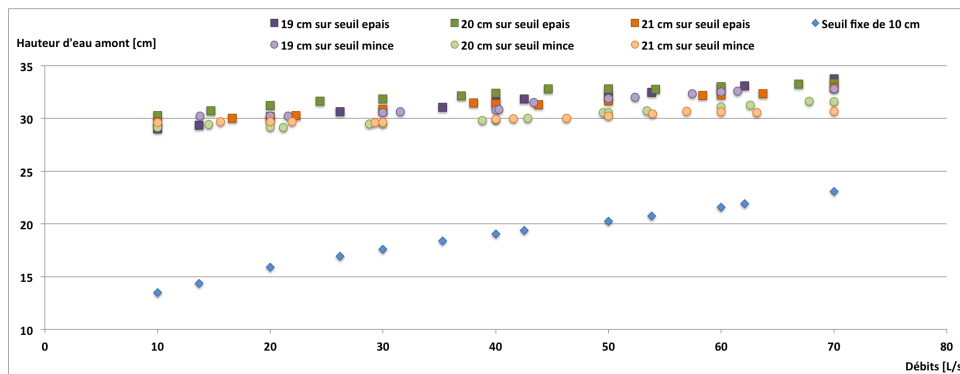


FIGURE 4.17 – Evolution comparative des hauteurs d'eau en fonction des débits croissants pour des membranes en EPDM de 12 mm d'épaisseur, avec ou sans limitation de sur-pression aval

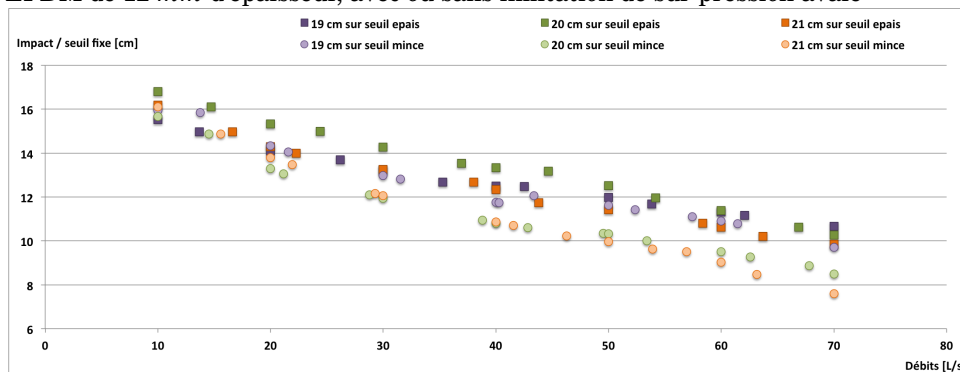


FIGURE 4.18 – Evolution de l'impact des membranes vis-à-vis du seuil fixe de 10 cm

Hauteur de membrane	19 cm	20 cm	21 cm
Impact à 10 L/s “sans” sur-pression	16 cm	15,7 cm	16,1 cm
Impact à 70 L/s “sans” sur-pression	9,7 cm	8,5 cm	7,6 cm
Gain [cm]	6,3	7,2	8,5
Impact à 10 L/s “avec” sur-pression	15,5 cm	16,8 cm	16,2 cm
Impact à 70 L/s “avec” sur-pression	10,7 cm	10,3 cm	9,8 cm
Gain [cm]	4,8	6,5	6,4

TABLE 4.12 – Evolution de l'impact de membranes en EPDM de 12 mm d'épaisseur avec ou sans limitation de sur-pression aval

A l'observation de la FIGURE 4.18, il semble que les membranes placées sur seuil mince semblent s'effacer davantage que sur seuil épais. La TABLE 4.12 confirme alors cette idée en évaluant ce gain supplémentaire. L'utilisation d'un seuil mince permet effectivement de diminuer l'impact des membranes de 1 – 2 cm par rapport à un seuil mince ce qui offre ainsi un impact minimal de 7,6 cm pour la membrane de 21 cm, restant encore supérieur à la limite de 5 cm fixé. Néanmoins, l'étude s'est limitée ici à 70 L/s afin d'éviter tout risque de débordement, l'eau étant montée à plus de 40 cm pour le débit maximal. L'effet du seuil mince est malgré tout bien marqué, ce qui valide l'intérêt de celui-ci. Pour expliquer l'origine de ce gain en terme

de diminution d'impact, il faut se référer à l'évolution de la hauteur de membrane et du coefficient de débit associé. Les FIGURE 4.19 ET 4.20 retranscrivent justement la comparaison des coefficients de débits et de hauteurs de membranes avec et sans limitation des surpressions.

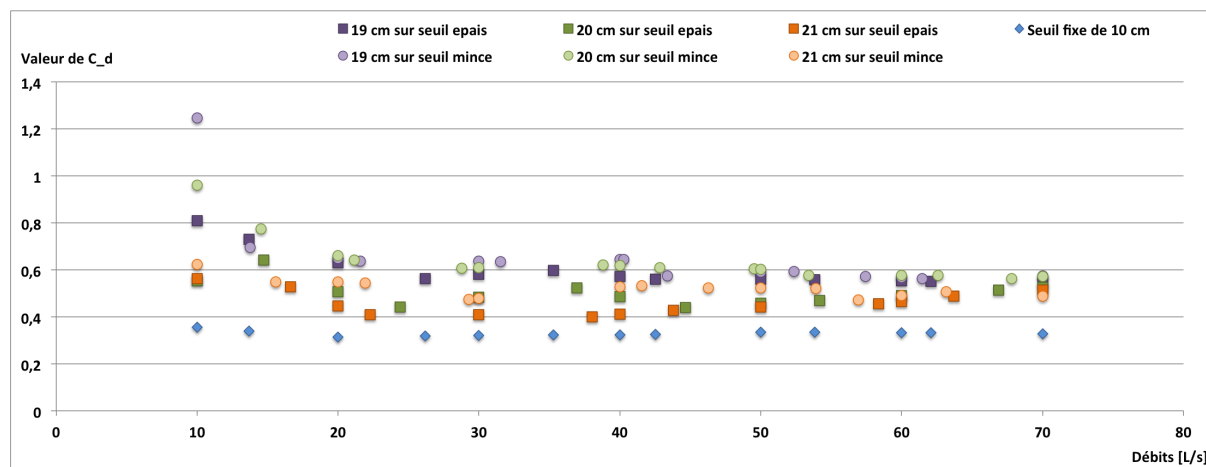


FIGURE 4.19 – Coefficients de débits de membranes en EPDM sur seuil mince ou seuil fixe pour des débits de 10 à 70 L/s

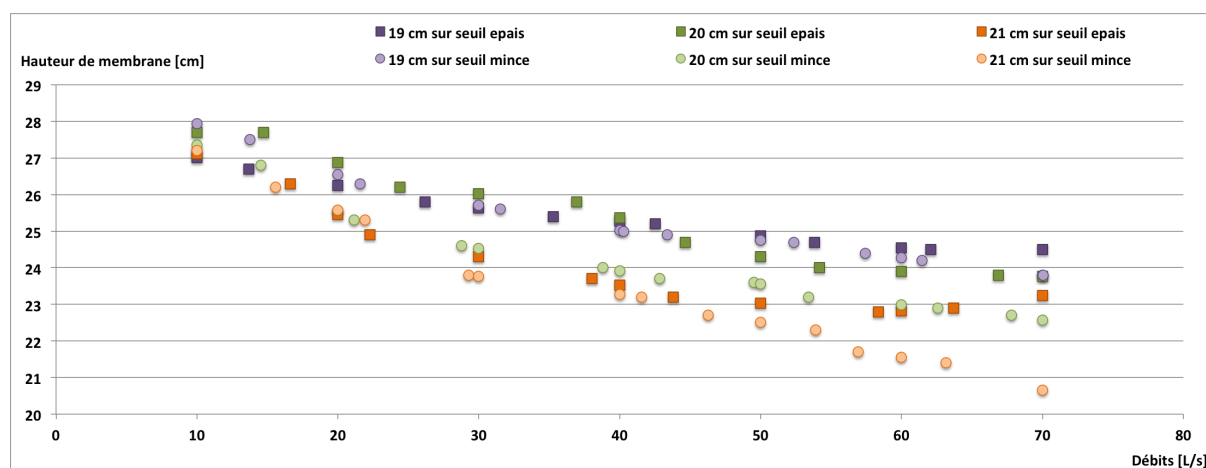


FIGURE 4.20 – Hauteurs des membranes en EPDM sur seuil mince ou seuil fixe pour des débits de 10 à 70 L/s

Il peut globalement être perçu que les coefficients de débits sont légèrement plus élevés pour les membranes sur seuil mince, ce qui permet donc à celles-ci de gagner en débitance. Néanmoins, il a été vu plus tôt que le coefficient de débit ne jouait pas le rôle principal dans l'impact des membranes. D'après la FIGURE 4.20, les membranes démontrent clairement une meilleure capacité de flexion lorsqu'elles sont placées sur un seuil mince. Ainsi la meilleure flexion des membranes accompagnée d'une légère augmentation du coefficient de débit justifie la diminution de l'impact.

Effet d'un cycle de débit : Afin de suivre la méthodologie établie précédemment, les membranes ont été soumises à un cycle de débit afin de voir l'influence d'une limitation des surpressions avalées quant à l'effet hysteresis introduit par la crue/décru. Par ailleurs, il faut bien noter que les débits ayant été limités à 70 L/s, les membranes n'ont pas été noyées lors de la décrue. Afin de simplifier la rédaction, il ne sera présenté ici que les amplitudes d'hysteresis formés (Cf FIGURE 4.21). Une comparaison est bien entendu effectuée entre une membrane placée sur seuil mince et sur seuil épais.

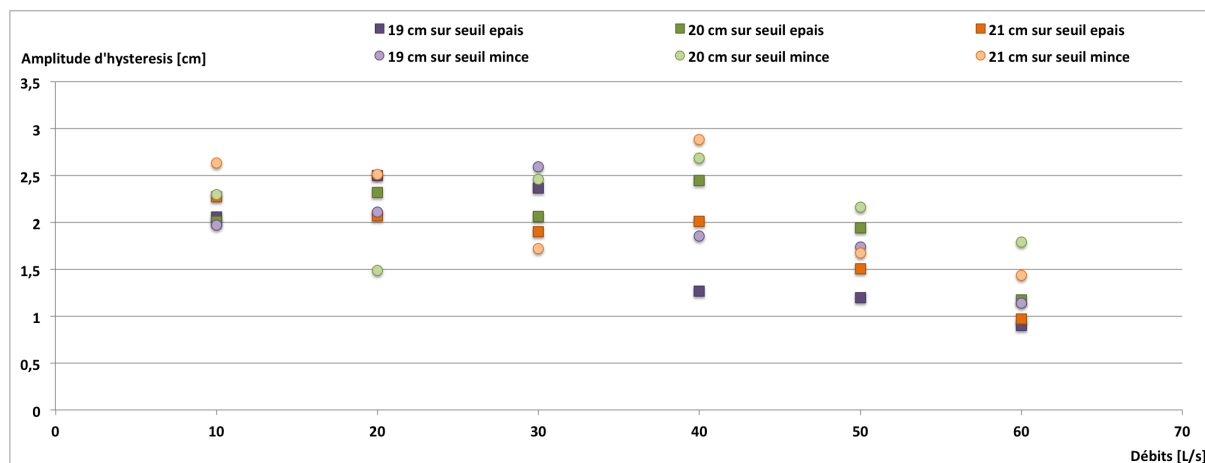


FIGURE 4.21 – Amplitudes d’hysteresis de niveaux d’eau amont imposés par des membranes en EPDM lors d’un cycle de débits

Hauteur de membrane	19 cm	20 cm	21 cm
Amplitude maximale sur seuil mince [cm]	2,6	2,7	2,9
Amplitude moyenne sur seuil mince [cm]	1,9	2,1	2,1
Hauteur moyenne de régulation (crue) [cm]	31	29,9	30
Perte relative décrue/crue	6,1%	7,2%	7,2%
Amplitude maximale sur seuil épais [cm]	2,5	2,5	2,3
Amplitude moyenne sur seuil épais [cm]	1,7	2	1,8
Hauteur moyenne de régulation (crue) [cm]	31	32	31
Perte relative décrue/crue	5,5%	6,2%	5,8%

TABLE 4.13 – Amplitudes maximales des hysteresis de niveau amont formés entre débits croissants et décroissants pour les membranes en EPDM de 12 mm

Cette nouvelle analyse est très intéressante car elle dévoile le comportement réel de chacune des membranes. En effet, la présence de l’eau exerçant une surpression à l’aval avait pour effet de noyer les membranes assez tôt et surtout de les garder noyées très longtemps même lors de la décrue ce qui pouvait expliquer l’hysteresis. Dans cette nouvelle configuration, la membrane ne se noie pas pour les débits étudiés. Dès lors, lors du passage de crue à décrue, la membrane est toujours libre a priori de se relever sans être fonction de l’aération de la nappe d’eau. Il s’avère alors que les membranes présentent un effet hysteresis plus important lorsqu’elles sont fixées sur un seuil mince. Vraisemblablement, si la fixation sur un seuil mince est de bonne augure concernant l’impact des membranes sur la situation initiale relative au seuil fixe, ce procédé ne semble pas avantager la productivité en induisant une perte relative entre crue et décrue plus importante qu’avec une fixation sur seuil épais. Néanmoins, cette variation reste très faible.

A partir des résultats ici présentés, il s’avère que la membrane de 21 cm est toujours la plus intéressante. En effet, les effets hysteresis sont d’une part quasiment équivalents d’une membrane à l’autre et n’ont pas autant de poids que l’impact induit par la présence de celles-ci. Il semblerait que la membrane de 21 cm placée sur seuil mince ait la meilleure capacité d’effacement vis-à-vis du seuil fixe initial avec un impact minimal de 7,6 cm pour un débit de 70 L/s.

Conclusion

L'étude menée sur l'EPDM a permis de montrer différents aspects. A épaisseur constante, plus une membrane est courte, plus elle est raide et moins elle est amenée à fléchir lorsque le niveau d'eau amont augmente. Ensuite, l'impact est directement fonction de l'altitude du point haut de la membrane dans sa position déformée. De plus, si le coefficient de débit joue un rôle dans l'impact sur la débitance de la membrane par rapport au seuil fixe, la hauteur de la membrane déformée est beaucoup plus importante pour influencer cet impact. Par ailleurs, les déformées des membranes sont nettement influencées par un cycle crue/décru. Après avoir atteint une déformée donnée dans une phase de crue, la membrane reste figée dans cette position durant une plage de débits plus ou moins importante lors de la phase de décrue. Ensuite, il a été montré que la mise en place des membranes sur un seuil mince favorisait la déformation des membranes grâce à la diminution des surpressions avals. L'impact final de la membrane sur la débitance du seuil fixe s'en voit alors diminué. Néanmoins, cette nouvelle conception favorise l'effet hysteresis observé sur les seuils épais.

Finalement, parmi les essais réalisés, la membrane de 21 cm est la plus intéressante face à ses concurrentes de hauteurs plus faibles. En effet, celle-ci engendre l'impact final le plus faible (9,8 cm) en étant placée sur le seuil épais. Parallèlement, d'après le modèle numérique testé et validé, la membrane de 21 cm serait capable de réhausser le niveau d'eau amont jusqu'à environ 19 cm sans écoulement. Ceci est vérifié par analyse d'image avec une erreur relative maximale de 15%, soit 1 cm d'erreur maximale en crête de membrane. La comparaison entre résultat numérique et expérimental est donnée sur la FIGURE 4.22.

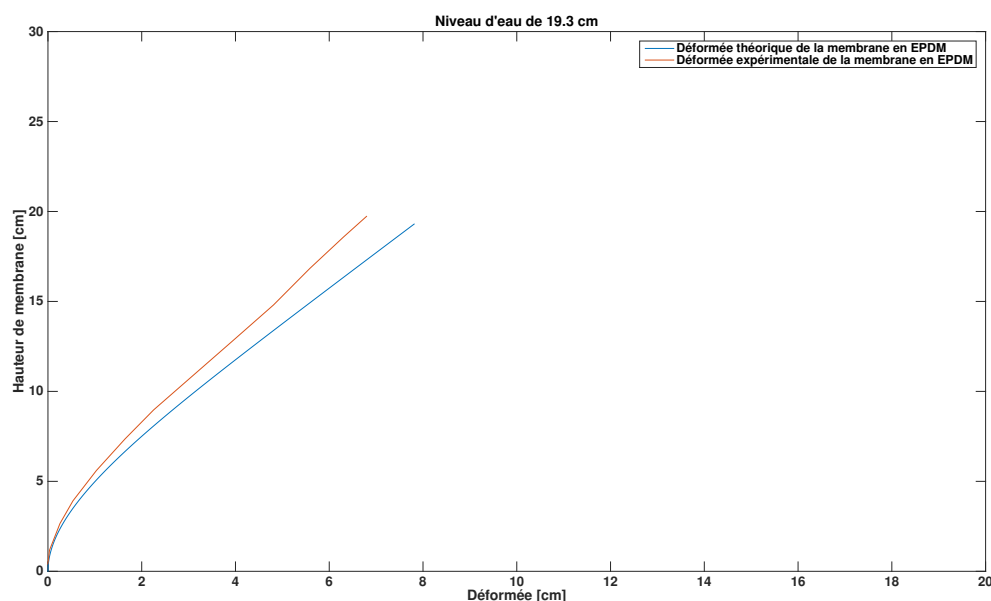


FIGURE 4.22 – Déformée théorique et expérimentale d'une membrane de 21 cm en EPDM (épaisseur 12 mm) retenant 19,3 cm d'eau

Lors des premiers débits compris entre 10 et 60 L/s, les mesures expérimentales reprises sur la FIGURE 4.7 indiquent que la hauteur d'eau à l'amont de la membrane est maintenue entre 29 et 32 cm offrant ainsi une réhausse du niveau d'eau de 16 à 11 cm par rapport au seuil fixe d'après les valeurs d'impact reprises sur la FIGURE 4.9. Néanmoins, l'impact final est trop élevé pour considérer la membrane de 21 cm comme viable.

Afin de compléter l'étude, il aurait été intéressant de tester une membrane de 22–23 *cm* afin de comparer son évolution à celle de 21 *cm* et de peut-être atteindre l'impact de 5 *cm* par une fixation sur seuil épais ou au moins sur seuil mince. Par manque de temps, il n'a pas été possible d'effectuer les démarches pour commander et tester cette membrane. D'autre part, il aurait pu être intéressant de faire évoluer les membranes sur seuil mince pour des débits supérieurs à 70 *L/s* de manière non pas à se limiter à l'avantage de placer les sur-hausses sur un seuil mince mais pour savoir si l'augmentation des débits continuerait d'engendrer une diminution de l'impact. Une réponse découle alors de l'étude en seuil épais. Malgré la présence du seuil mince, il survient de l'eau en face aval de membrane pour un débit de 60 *L/s*. A partir de cette phase, lorsque le débit augmente, il en est de même pour le niveau d'eau aval. A 70 *L/s*, le niveau d'eau aval est déjà à 1/3 de la hauteur de la membrane déformée. En continuant d'augmenter le débit, la membrane va rapidement être bloquée puis noyée comme il a pu être remarqué pour les membranes sur seuil épais.

4.2.2 Fonctionnement du Néoprène

Après avoir étudié en détail le comportement de l'EPDM, il s'agit maintenant de comprendre celui du Néoprène fourni. Pour rappel, les membranes maintenant étudiées sont en Néoprène 34 064 de 15 mm d'épaisseur et de hauteur variable.

Etude du comportement de 4 membranes en seuil épais

Etude sur des débits croissants : Sur base des dimensions de la membrane commandée 15x980x300, il a été choisi de tester les plus grandes longueurs disponibles. Les 4 longueurs testées ont donc été : 32 cm, 30 cm, 28 cm et 26 cm. Bien entendu, les premiers essais ont été effectués sur le seuil épais de 10 cm afin de voir le comportement général des membranes. Quelques images d'une membrane de 30 cm testée sont reprises sur la FIGURE 4.23 afin de rendre compte de la situation suivie au laboratoire.



FIGURE 4.23 – Déformées de membranes de 30 cm en Néoprène pour des débits de 22 L/s(gauche), 55 L/s(milieu) et 100 L/s(droite)

Dans un premier temps, il va être fait l'étude de l'évolution des hauteurs d'eau dans la phase d'augmentation des débits. Pour chacune des membranes, la FIGURE 4.24 présente la comparaison des hauteurs d'eau amont imposées par les surhausses pour des débits de 10 à 120 L/s.

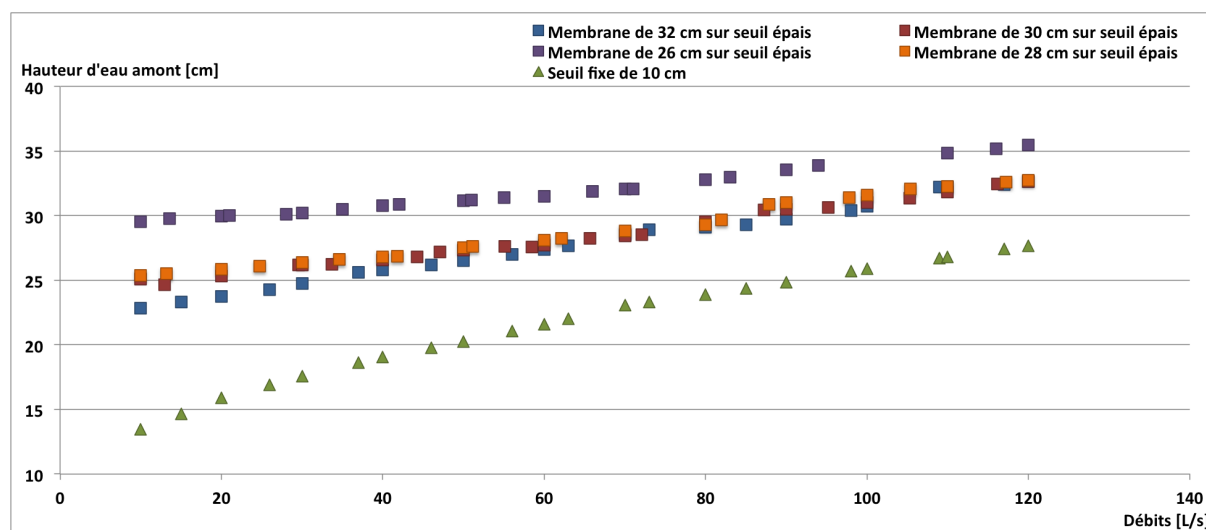


FIGURE 4.24 – Evolution des hauteurs d'eau à l'amont des réhausses en Néoprène au cours d'une augmentation de débit [10;120] L/s

L'étude sera tout de suite étendue à 120 L/s afin d'alléger l'analyse sachant qu'il était montré plus tôt qu'il était pertinent d'observer l'entièreté de l'intervalle de débits passant malgré le noyage des membranes

pour débits plus faibles que le débit maximum. Les noyages des membranes apparaissent ici pour des débits compris entre 70 et 80 L/s relativement proches.

Il faut alors noter que les membranes sont très instables pour des débits compris entre 0 et 10 L/s . Pour l'EPDM, l'étude démarrait à un débit de 10 L/s car les faibles débits ne présentent pas vraiment d'intérêt. Cet intérêt n'a pas augmenté pour l'analyse du Néoprène néanmoins, les déformées des membranes sont très variables pour ces plages de débits. En effet, les membranes en Néoprène 34 064 étant très souples, le niveau d'eau ne dépasse pas 20 cm sans déversement. Passé cette hauteur, quelque soit la hauteur supérieure à 20 cm de la surhausse, la membrane fléchit fortement et il y a débordement par la crête. Cependant, le passage d'un faible débit n'exerce pas une pression suffisante sur la ré-hausse pour la maintenir dans une position couchée. Celle-ci est donc forcée de se redresser annulant alors tout débit passant. Le niveau doit alors remonter jusqu'à flexion suffisante de la membrane pour permettre un nouveau déversement. La membrane s'installe alors dans un cycle de flexion/redressement. Les images fournies en ANNEXE C montrent les déformées successives prises par une membrane de 30 cm pour un débit constant de 7,5 L/s .

Il est assez évident à l'observation de la FIGURE 4.25 que la membrane de 26 cm présente un impact plus fort que ses concurrentes. Par ailleurs, si la membrane de 32 cm paraît plus effacée pour les premiers débits, les hauteurs d'eau qu'elle impose rejoignent celles imposées par les membranes de 28 cm et 30 cm pour des débits de 70 L/s .

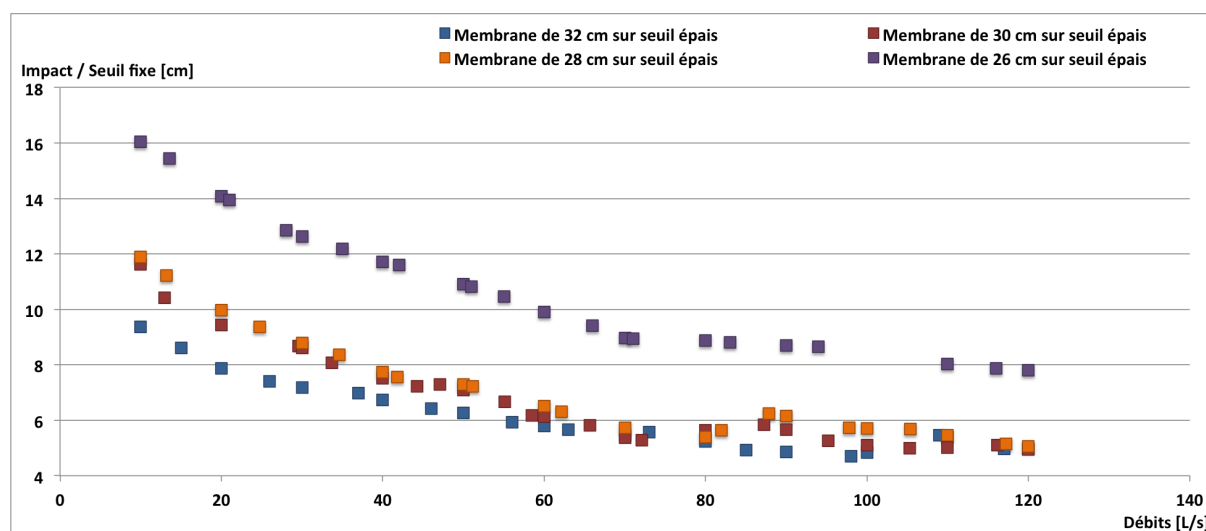


FIGURE 4.25 – Impact des membranes en Néoprène de 26, 28, 30 et 32 cm vis à vis du seuil fixe

Afin de préciser cette comparaison, les valeurs d'impact vont être précisées comme fait précédemment. Comme montré pour l'EPDM, les membranes suivent deux modes de progression en terme d'impact. Les deux phases peuvent globalement être élucidées autour de deux intervalles : [10;70] L/s où l'impact semble diminuer assez rapidement puis sur [70;120] L/s , l'impact n'évolue plus beaucoup. La TABLE 4.14 vient quantifier cette évolution d'impact.

Hauteur de membrane	26 cm	28 cm	30 cm	32 cm
Impact à 10 L/s	16 cm	11,9 cm	11,8 cm	9,4 cm
Impact à 70 L/s	9 cm	5,7 cm	5,5 cm	5,5 cm
Gain entre 10 et 70 L/s [cm/(L/s)]	0,12	0,1	0,1	0,065
Impact à 120 L/s	7,8 cm	5 cm	5 cm	5 cm
Gain entre 70 et 120 L/s [cm/(L/s)]	0,024	0,012	0,01	0,01

TABLE 4.14 – Evolution de l'impact de membranes en Néoprène

La TABLE 4.14 confirme bien cette évolution en 2 temps avec une diminution de l'impact au moins divisée par 5 entre la première phase et la deuxième. De nouveau, il faut chercher à comprendre comment il est possible que les membranes suivent ce phasage en 2 parties. Il apparait alors que les membranes sont bloquées puis peu à peu noyées dans une position comme il a pu être remarqué pour l'EPDM. En effet, à partir d'un certain débit, les membranes n'ont plus la capacité de fléchir à cause de l'eau refoulée à l'aval et exerçant une surpression comme illustré sur la FIGURE 4.26. Il est clair qu'à partir de 40 L/s pour la membrane de 32 cm et 60 – 70 L/s pour les autres surhausses, les points haut de membranes sont plus ou moins statiques.

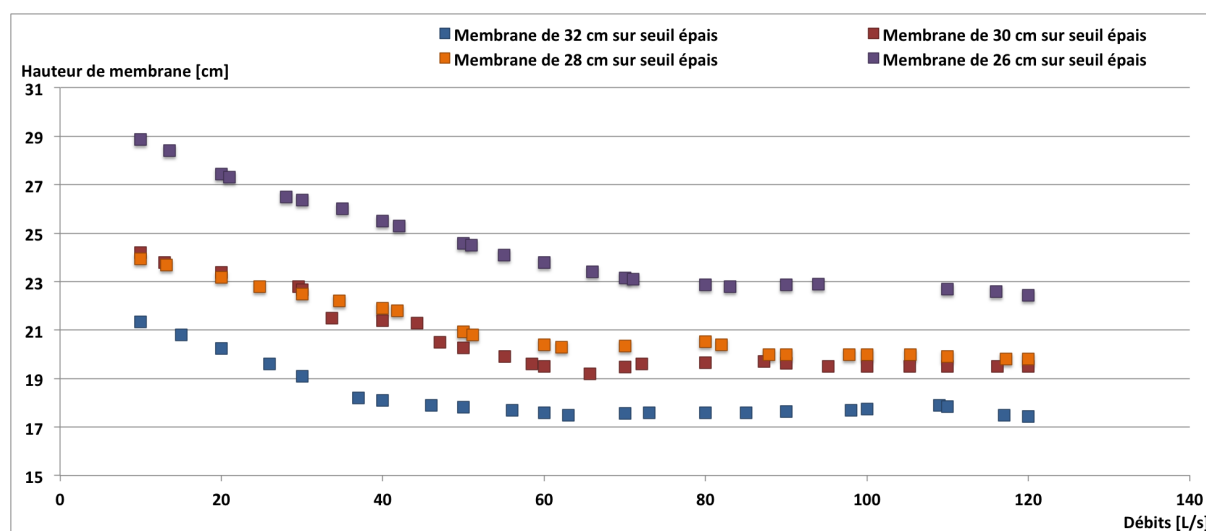


FIGURE 4.26 – Evolution des points hauts de membrane en Néoprène pour différents débits

Il est intéressant de remarquer que l'impact des membranes de 28, 30 et 32 cm est quasiment identique pour les débits élevés (Cf FIGURE 4.25) or il subsiste clairement une différence de hauteur de membrane. Pour les débits avoisinants 120 L/s, la membrane de 32 cm a un point haut d'environ 17,5 cm tandis que les deux autres se trouvent plutôt autour de 19,5 cm. Il convient alors de s'en retourner à nouveau au coefficient de débit dont l'évolution est indiquée FIGURE 4.27 afin de comprendre cet écart. L'analyse est ici restreinte à [20; 120] L/s afin de préserver une certaine clarté dans les résultats. Les premiers débits étant très faibles et l'imprécision de mesure étant de l'ordre de 0,5 cm, une erreur de mesure mène des valeurs de coefficients de débit très importants. En effet, dans la formule de débitance, la charge établie en fonction de la hauteur d'eau mesurée à l'amont est élevée au cube donnant alors des résultats de coefficients qui peuvent paraître aberrants.

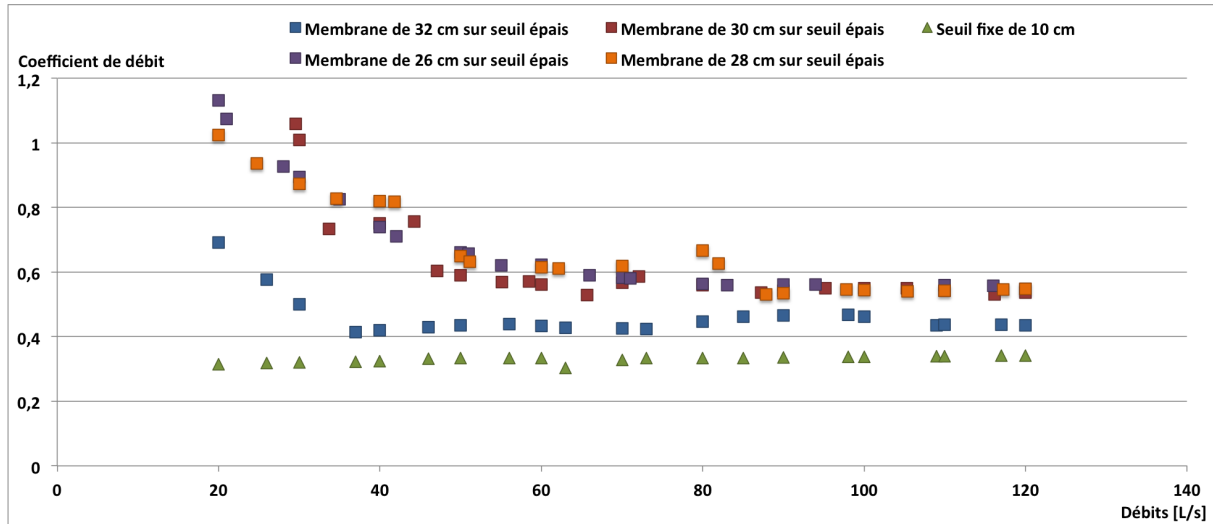


FIGURE 4.27 – Evolution du coefficient de débits de membranes en Néoprène pour différents débits

Il se trouve alors que le coefficient de débit de la membrane de 32 cm avoisine 0,44 tandis que pour les membranes de 28 et 30 cm, celui-ci se maintient à une valeur de 0,55. Pour ce débit, la hauteur d'eau amont équivaut à 32,7 cm soit un terme cinétique $\frac{v^2}{2g} = 0,7 \text{ cm}$. Le passage d'un coefficient de débit $C_{d,1} = 0,44$ à $C_{d,2} = 0,55$ permet de faire un gain de charge :

$$\Delta H = \left[\left(\frac{Q}{L} \right)^2 \frac{1}{2g} \right]^{1/3} \cdot \left[\frac{1}{C_{d,1}^{2/3}} - \frac{1}{C_{d,2}^{2/3}} \right] = 2,2 \text{ cm}$$

Ainsi avec un terme cinétique de 0,72 cm, le gain de hauteur entre une membrane de coefficient de débit 0,55 et une membrane de 0,44 est 1,5 cm ce qui permet de quasiment retrouver l'écart entre les hauteurs de membranes en prenant en compte les imperfections de mesures. Par ailleurs, cette analyse permet de valoriser les membranes plus courtes, retenant initialement des hauteurs d'eau plus élevées. En effet, bien que leurs déformées initiales et finales soient moins importantes que celles de la membrane de 32 cm, l'impact est égalé grâce à un gain en coefficient de débit.

Cette analyse s'oppose donc clairement à celle effectuée pour les membranes en EPDM. Alors que la position de la membrane semblait primer sur le coefficient de débit pour l'EPDM, cette nouvelle étude démontre que c'est plutôt l'inverse pour le Néoprène. Cela pourrait venir du fait que les membranes sont ici beaucoup plus déformées et l'écart de coefficient de débit est plus important. Alors qu'une membrane de 21 cm amenait un coefficient de débit de 0,49 pour 120 L/s, la membrane de 18 cm générerait un coefficient de 0,52 pour le même débit. Ici pour le Néoprène, entre la membrane de 32 cm et la membrane de 28 cm, la différence de coefficient de débit est de 0,1 avec une différence de hauteur de membrane de 2 cm contre 0,03 pour l'EPDM avec une différence de hauteur de membrane de 2,5 cm. Pour des déformées plus conséquentes comme celles observées dans le cas du Néoprène, la différence de déformée génère un changement tellement important du coefficient de débit qu'il devient aussi équitable d'avoir une membrane de 32 cm fortement fléchie avec un faible coefficient de débit plutôt que d'avoir des membranes de 28, 30 cm un peu moins couchées mais détenant un coefficient de débit bien meilleur. L'intérêt du coefficient de débit vis-à-vis de la déformée semble finalement dépendre de l'importance de la déformée de la membrane étudiée.

Effet d'un cycle de débit

Comme il a été fait pour l'EPDM, les membranes devant travailler à la fois pour des débits croissants mais également décroissants, le Néoprène doit lui aussi être testé pour un cycle de débit afin de voir l'amplitude d'un éventuel effet hysteresis. La membrane de 26 cm étant déjà écartée de l'étude car présentant un impact trop élevé, les cycles de débits font l'objet d'une étude centrée sur les membranes de 28, 30 et 32 cm. La FIGURE 4.28 reprend l'évolution des hauteurs d'eau amont au cours du cycle de débit.

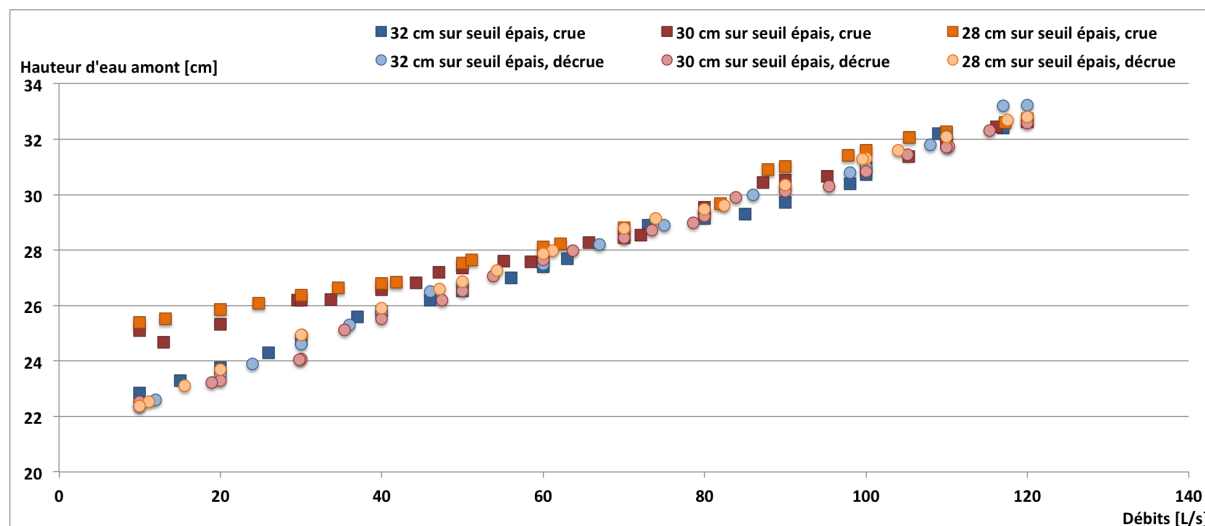


FIGURE 4.28 – Evolution des hauteurs à l'amont de membranes en Néoprène pour un cycle de débit

Etonnamment, il n'apparaît pas ou quasiment pas d'effet hysteresis pour la membrane de 32 cm ce qui est un réel point fort pour celle-ci. Pour les deux autres membranes, une différence de hauteur entre crue et décrue est bien présente pour les faibles débits. L'effet hysteresis est comme pour l'EPDM causé par un blocage des membranes dans leur position de noyage. L'ANNEXE D justifie à nouveau de ce décalage dans le repositionnement vertical de la membrane sous l'effet d'une diminution de débit. L'amplitude de l'effet est quantifiée de la même façon que pour l'EPDM en calculant la différence moyenne entre hauteur en crue et hauteur en décrue pour des débits identiques compris entre 10 et 60 L/s, intervalle où les membranes sont actives, puis en divisant cette perte par la hauteur moyenne maintenue en phase de crue. La différence d'amplitude est illustrée sur la FIGURE 4.29.

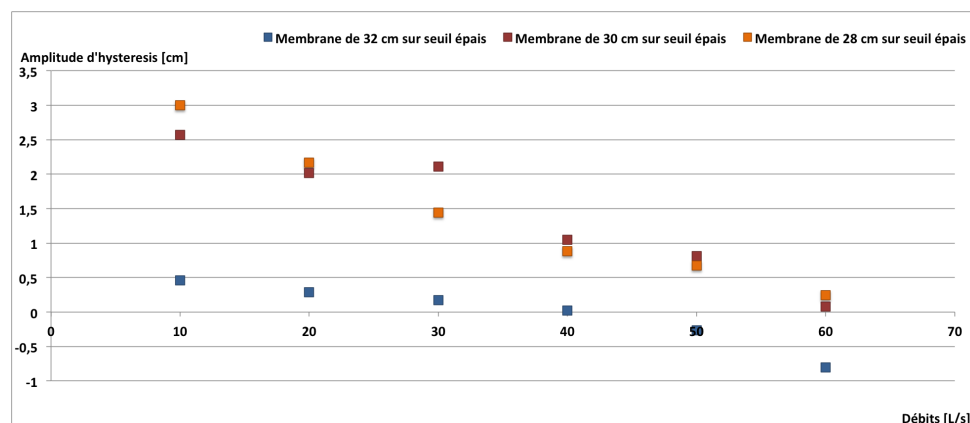


FIGURE 4.29 – Amplitude des effets hysteresis induit par un cycle de débits sur les niveaux d'eau amont aux membranes en Néopène

Il ressort alors :

- **Pour la membrane de 30 cm :** Une hauteur moyenne en crue de 26,5 cm, une amplitude moyenne de 1,4 cm soit une perte relative moyenne de 5,4%.
- **Pour la membrane de 28 cm :** Une hauteur moyenne en crue de 26,3 cm, une amplitude moyenne de 1,4 cm soit une perte relative moyenne de 5,3%.

L'effet hysteresis présenté reste ainsi faible et équivalent pour les membranes de 30 et 28 cm. La membrane de 32 cm paraît plus intéressante par rapport à un cycle de débit. Néanmoins, la perte de niveau amont entre crue et décrue pour les membranes de 28 et 30 cm ne semble pas porter un grand préjudice à celles-ci. Elles maintiennent initialement un niveau d'environ 25 cm supérieur à celui de la membrane de 32 cm (23 cm), les niveaux amonts enregistrés en décrue se retrouvent similaires (environ 22,5 cm). Dès lors, l'effet hysteresis ici analysé est certes reprochable mais ne désavantage pas pour autant les membranes le subissant.

Finalement, les membranes de 28 et 30 cm semblent les plus intéressantes. En effet, il a été montré que le cycle de débit les affecte mais ne les rend pas moins avantageuses que la membrane de 32 cm. Par ailleurs, l'impact final pour 120 L/s produit par l'une ou l'autre des trois membranes est équivalent tandis que les membranes de 28 et 30 cm préservent un niveau amont plus élevé que la membrane de 32 cm pendant la phase de crue. Il devient donc plus intéressant en terme de productivité de choisir les deux membranes les plus courtes (28 et 30 cm).

Effet d'une mise en place sur seuil mince

Afin de connaître l'effet d'une limitation de la surpression aval sur le fonctionnement des membranes, celles-ci ont été placées sur le seuil mince artificiel de 10 cm utilisé pour l'EPDM. La mise en place sur seuil mince étant a priori avantageuse quant à l'impact des membranes, la membrane de 32 cm n'a donc pas été testée après avoir été jugée trop peu productive sur seuil épais. En revanche, la membrane de 26 cm a été reconsidérée afin d'y trouver peut-être un fonctionnement opportun. Les membranes étant nettement plus couchées, il a été permis de faire passer des débits allant jusqu'à 120 L/s

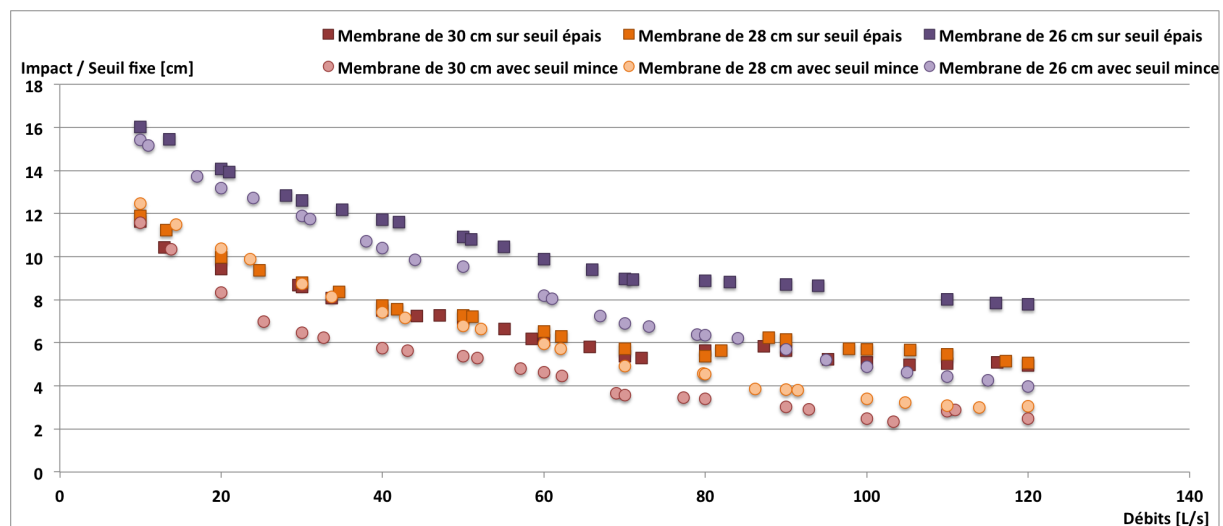


FIGURE 4.30 – Comparaison entre l'impact des membranes sur seuil épais et sur seuil mince avec une limitation des sur-pressions aval

Quelques déformées de membranes sur seuil mince ainsi que les évolutions de hauteurs d'eau sur la phase de montée de débits sont précisées en ANNEXE E car elles ne présentent pas un intérêt majeur ici. En revanche les comparaisons d'impact entre positionnement sur seuil mince et sur seuil épais sont données sur la FIGURE 4.30 car elles sont tout l'objet de cette nouvelle étude.

Il est assez évident à la lecture de cette FIGURE que l'emploi de seuil mince est toujours aussi avantageux pour diminuer l'impact des membranes sur le niveau d'eau amont. Il convient de quantifier la progression obtenue et de comparer les nouveaux impacts. La TABLE 4.15 montre la progression effectuée.

Hauteur de membrane	26 cm	28 cm	30 cm
Impact à 120 L/s sur seuil épais	7,8 cm	5,1 cm	5 cm
Impact à 120 L/s sur seuil mince	4 cm	3 cm	2,5 cm

TABLE 4.15 – Comparaison de l'impact de membranes en Néoprène entre disposition sur seuil épais et sur seuil mince

Les membranes de 28 et 30 cm sont rendues plus effacées et la membrane de 26 cm peut maintenant être considérée dans la sélection de membrane étant donné que son impact (4 cm) est inférieur au critère posé (5 cm). Sachant qu'elle maintient un niveau d'eau plus élevé pour les faibles débits, la membrane de 26 cm est ici la plus intéressante. En effet, elle maximise la production pour les faibles débits en proposant une hauteur de chute la plus importante puis s'efface suffisamment lors des premiers débits de crue pour respecter le critère d'impact. L'impact a à nouveau diminué grâce à l'utilisation du seuil mince par une réduction des surpressions d'eau avalées et en permettant aux réhausses de fléchir davantage. La FIGURE 4.31 atteste ce nouveau constat.

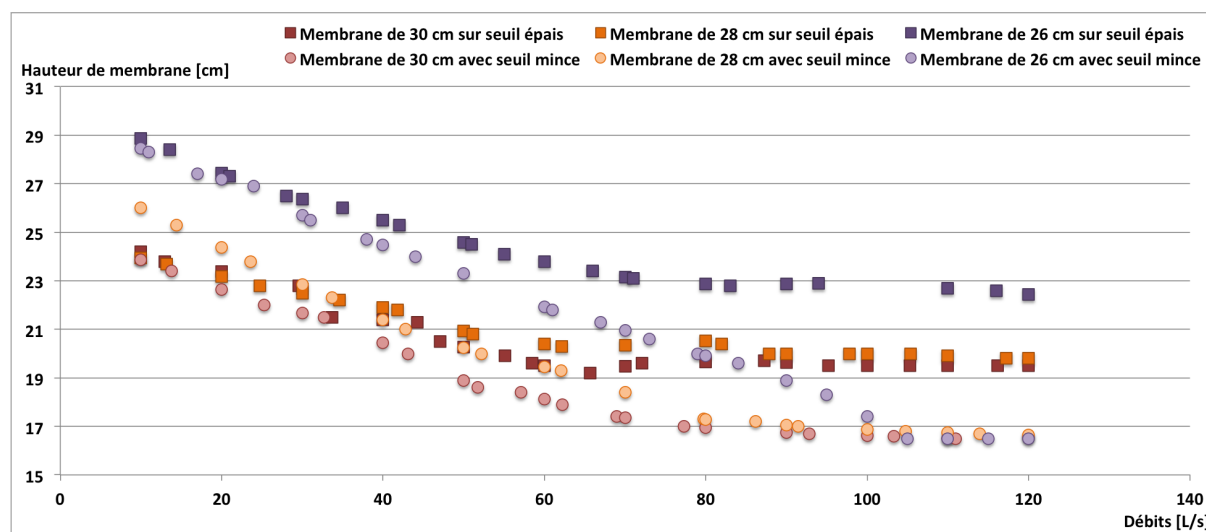


FIGURE 4.31 – Comparaison des hauteurs de membranes en Néoprène placées sur seuil fixe ou seuil mince pour différents débits

Effet d'un cycle de débit : Pour terminer cette étude sur seuil mince, il reste à considérer l'ampleur de l'hysteresis de hauteur d'eau induit entre crue et décrue lorsque les membranes sont placées sur le seuil mince artificiel. Les évolutions des hauteurs d'eau sont précisées sur la FIGURE 4.32 tandis que les hauteurs de membranes en phase de crue puis de décrue sont fournies en ANNEXE F. Les hauteurs d'eau présentent un intérêt tandis que les hauteurs de membranes montrent simplement que l'hysteresis est dû à nouveau au blocage des membranes dans leur position de noyage.

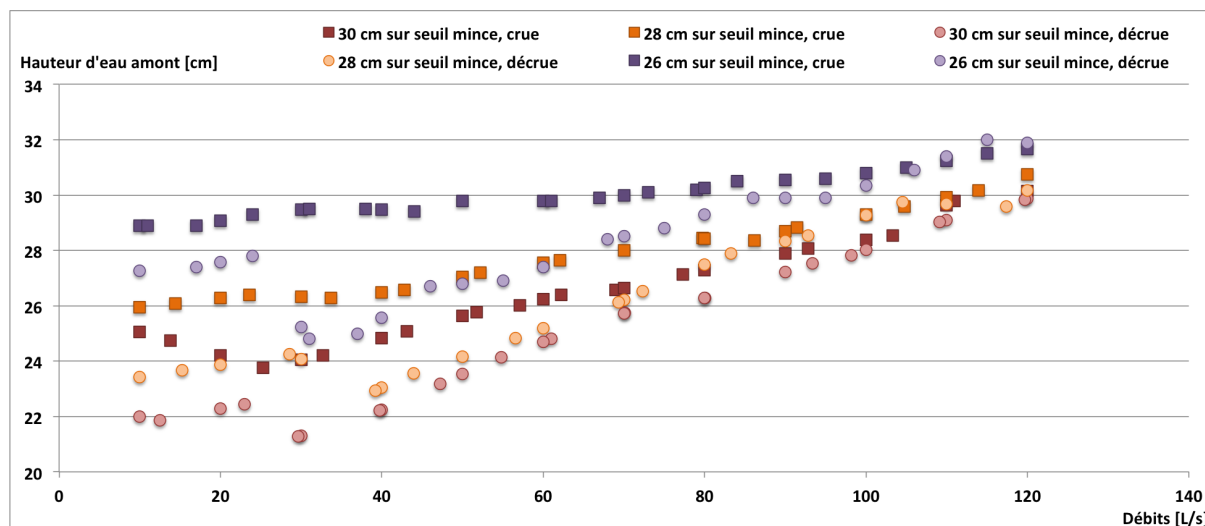


FIGURE 4.32 – Effet d'un cycle de débits sur les hauteurs d'eau à l'amont des membranes en Néoprène

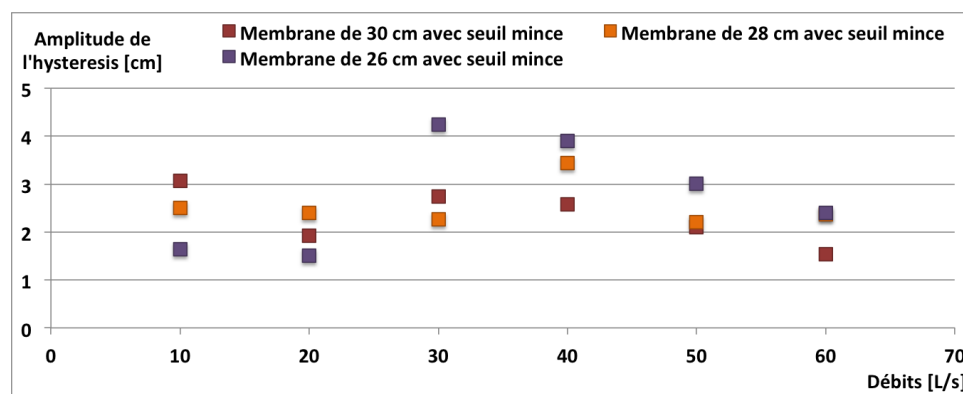


FIGURE 4.33 – Amplitude des effets hysteresis induits par un cycle de débits sur les niveaux d'eau amont retenus par des membranes en Néoprène

A la consultation des FIGURES 4.32 ET 4.33, il semble que les amplitudes sont ici bien plus élevées que celles étudiées auparavant :

- **Pour la membrane de 30 cm** : Avec une hauteur moyenne en crue de 25 cm, l'amplitude moyenne vaut désormais 2,3 cm, soit une perte relative moyenne de 9,3%.
- **Pour la membrane de 28 cm** : Avec une hauteur moyenne en crue de 26,6 cm, l'amplitude moyenne vaut désormais 2,5 cm, soit une perte relative moyenne de 9,5%.

Il est assez intéressant de voir que les membranes subissent certes un effet hysteresis mais lors du retour à des débits de l'ordre de 20 – 30 L/s, elles opèrent un redressement brutal. L'effet hysteresis est atténué en revenant à des débits faibles. La membrane de 26 cm sur seuil épais ne pouvait pas être considérée car elle présentait un impact trop élevé. Une fois fixée sur un seuil mince, c'est finalement cette réhausse qui semble assurer une productivité maximale tout en respectant le critère relatif à l'impact de la débitance. Dès lors que le cycle de débit intervient, la hauteur d'eau imposée par cette membrane vient à descendre de manière significative (24,8 cm) mais reste supérieure au minimum de ses concurrentes (23 cm pour la membrane de 28 cm et 21,3 cm pour la membrane de 30 cm). La membrane de 26 cm semble donc être la plus intéressante sur seuil mince.

Conclusion

Ces nouvelles analyses sur le Néoprène 34 064 ont permis de vérifier certaines observations émises concernant les essais avec l'EPDM. L'intérêt du seuil mince est maintenant une évidence. Les cycles de crue/décruent génèrent à nouveau un effet hysteresis d'autant plus accentué que la membrane a eu l'occasion de se déformer dans la phase de crue. Par ailleurs, lorsque les membranes sont fortement fléchies, le coefficient de débit est plus nettement modifié d'une surhausse à l'autre. La déformée d'une longue membrane confère davantage une forme arrondi en base puis un plateau plus ou moins horizontal en bout de membrane. Le coefficient de débit est donc d'autant plus impacté que la surhausse est couchée. Il est donc plus productif d'avoir une membrane légèrement moins déformée qui conserve alors une forme concédant un coefficient de débit assez efficace. Le coefficient de débit est directement fonction de la forme de la membrane en son point haut. Ainsi de manière générale, l'EPDM beaucoup plus raide était resté beaucoup plus vertical préservant ainsi un coefficient de débit relativement élevé contrairement au Néoprène qui dans une déformée plus arrondie fournit un coefficient de débit très fluctuant comme témoignent les photos de la FIGURE 4.34.

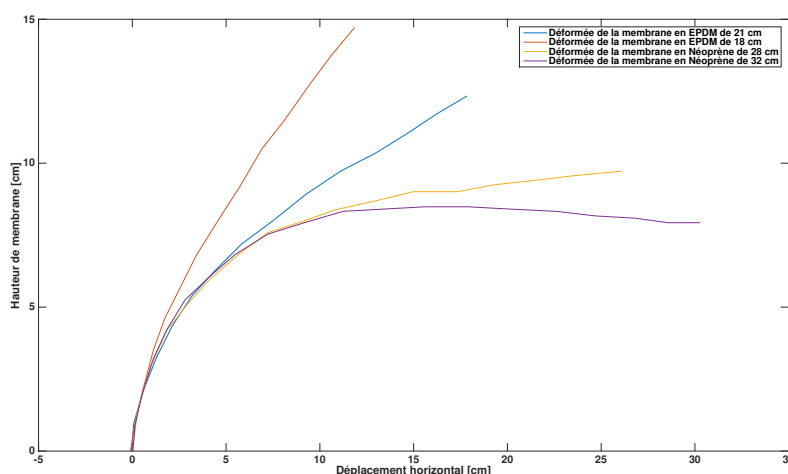


FIGURE 4.34 – Comparaison de la forme de déformée entre une membrane en EPDM de 21 cm et 18 cm (12 mm d'épaisseur) et une membrane en Néoprène de 28 cm et 32 cm (15 mm d'épaisseur) pour un débit de 120 L/s

Finalement, les membranes de 28 et 30 cm étant les plus intéressantes sur seuil épais et ne se différenciant pas l'une de l'autre. La membrane de 28 cm est choisie pour des raisons d'économie. En revanche si la mise en place sur seuil mince et envisageable, ce serait plutôt la membrane de 26 cm qui serait préférée pour sa meilleure productivité. Par analyse d'image, la membrane de 28 cm engendre un impact final de 5 cm sur seuil épais, valeur supérieure de la limite acceptable. Grâce à une analyse d'image, il revient que cette membrane, placée sur un seuil épais, est capable de retenir une hauteur d'eau pouvant atteindre 20,5 cm sans débit passant. Pour les faibles débits compris entre 10 et 60 L/s, la membrane réussit à maintenir une sur-hauteur de 12 à 6 cm par rapport à l'écoulement avec seuil épais. Au fur et à mesure que les débits augmentent, la membrane va se stabiliser et l'impact admis va atteindre 5 cm pour le débit de 120 L/s. En terme de retenue d'eau sans débits, la membrane de 26 cm placée sur un seuil mince permet également d'atteindre 20,5 cm. Pour les faibles débits, la sur-hauteur vaut alors entre 15 et 8,2 cm par rapport à un écoulement avec seuil épais uniquement. Puis pour les grands débits, l'impact final atteindra 4 cm.

4.3 Résultats d'analyse et perspectives de développement

Après avoir mené des analyses successives sur deux matériaux différents, il convient de rassembler les résultats afin d'en tirer profit et d'en déduire des perspectives d'études complémentaires.

4.3.1 Analyse des résultats et compléments d'essais

Comparaisons des résultats bruts obtenus

Dans un premier temps, il est utile de revenir sur toute l'étude effectuée précédemment afin d'en retenir les points importants. Pour commencer, si il a été possible de déterminer des dimensions de membranes optimales pour des réhausses en Néoprène 34 064 d'épaisseur 15 mm, les analyses sur l'EPDM en 12 mm d'épaisseur ont montré que la hauteur limite de 21 cm n'était pas suffisante pour atteindre le critère d'impact à 120 L/s, débit limite de début de crue.

Le but des expériences réalisées au laboratoire était de connaître la hauteur de membrane optimale pour chacun des deux matériaux fournis dans des épaisseurs différentes. Parmi les hauteurs d'EPDM testées, la membrane de 21 cm n'étant pas acceptable, il serait intéressant de prolonger l'étude menée sur seuil mince jusqu'à un débit de 120 L/s de manière à savoir si il est possible d'atteindre le critère de 5 cm d'impact. Il peut y avoir un certain optimiste quant à cette prédiction. La membrane ayant su générer une diminution de 8,5 cm entre 10 et 70 L/s, il paraît tout à fait envisageable qu'elle gagne encore 2,5 cm en 50 L/s. Le rapport en terme de débit semble cohérent néanmoins comme il a été spécifié plus tôt, la membrane va être de moins en moins capable de fléchir. En effet, le niveau d'eau aval ayant déjà atteint 1/3 de la hauteur de la membrane, plus le débit va augmenter, plus la membrane va souhaiter fléchir mais plus le niveau d'eau aval prendra de l'ampleur sur la membrane, bloquant ainsi son déplacement. D'autre part, il serait nécessaire d'étendre les études sur seuil épais à des membranes de 22, 23 cm pour tenter de trouver une membrane générant un impact inférieur ou égal à la limite acceptable.

En ce qui concerne les membranes en Néoprène, il s'avère que la membrane de 28 cm est mise en avant sur seuil épais tandis que la membrane de 26 cm est préférée sur seuil mince. Dans les deux cas, le critère d'impact est atteint mais la combinaison de la membrane de 26 cm avec un seuil mince de 10 cm permet d'avoir une meilleure productivité. Lors des faibles débits, la deuxième configuration permet de maintenir un niveau d'eau plus élevé. La question est alors de savoir si la mise en place d'un seuil mince artificiel est envisageable.

Comparaison des deux matériaux

Il faut alors se rendre compte que la comparaison entre les deux matériaux n'est pas aisée. Afin de faire un éventuel choix entre les deux, il s'agit déjà de comparer des éléments équivalents. Trois critères parviennent dans l'ordre :

- l'impact sur la débitance initiale
- le maintien d'une hauteur d'eau maximale à l'amont avec prise en compte de l'effet hysteresis
- le coût du matériau

Pour mener une comparaison juste, il faudrait d'une part prolonger le travail réalisé pour l'EPDM à des hauteurs de membranes plus grandes afin de voir quelles dimensions permettraient d'atteindre le critère d'impact. Pour chaque épaisseur et pour chaque matériau, il faudrait alors déterminer la hauteur optimale telle que la hauteur de 28 cm a été choisie sur seuil épais et la hauteur de 26 cm sur seuil mince pour le Néoprène 34 064 . Le matériau permettant pour une épaisseur donnée de maintenir le niveau le plus haut

serait alors sélectionné comme le plus efficace. Ici les matériaux ne font pas la même épaisseur, il est donc difficile de les comparer.

Si il a été impossible de simuler numériquement les premières déformées de ce Néoprène, il a néanmoins été possible de relever les déformées expérimentales. Le modèle numérique étant valable pour l'EPDM à condition que les déformations soient inférieures à $0,8 \text{ mm/mm}$, il reste possible de comparer les deux matériaux pour les premières déformées. La membrane de 30 cm a été étudiée avec précision lors de ses premières déformées, il est donc possible par une analyse d'image de retrouver les déplacements de la réhausse pour des hauteurs d'eau amont différentes. Il va donc être ici question de comparer les premières déformées du Néoprène et de l'EPDM en 15 mm d'épaisseur et 30 cm de longueur afin de préciser la différence de rigidité initiale. La FIGURE 4.35 donne la comparaison de ces déformées.

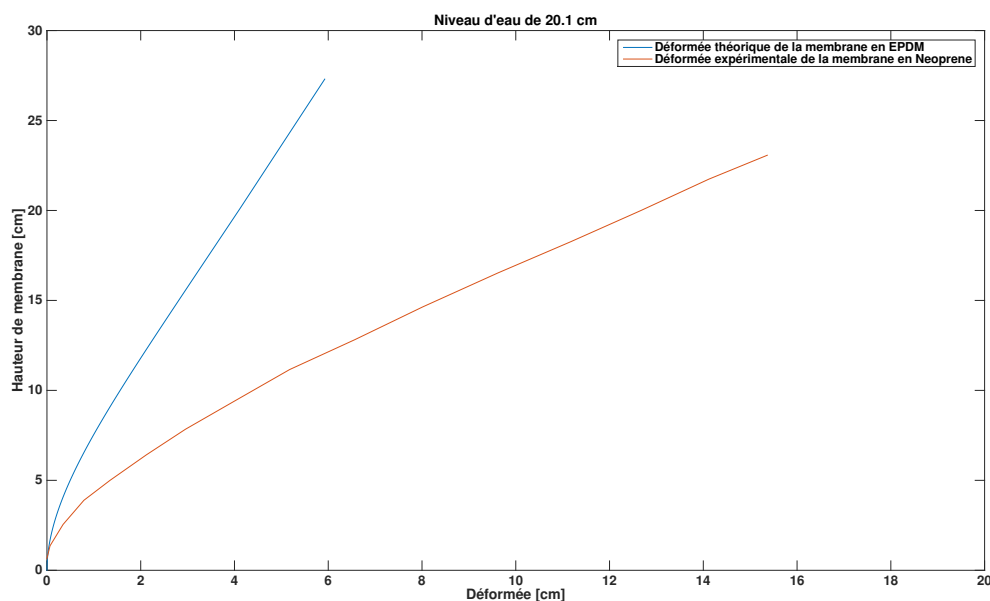


FIGURE 4.35 – Comparaison de déformées de membranes de 28 cm et d'épaisseur 15 mm : Néoprène 34 064 (déformée expérimentale et EPDM (déformée numérique)

La déformation maximale en pied de membrane vaut $0,038 \text{ mm/mm}$ donc la simulation numérique est viable. La différence de hauteur entre membrane en Néoprène et membrane en EPDM est estimée à $4,2 \text{ cm}$ ce qui prouve la différence importante entre les deux déformées. Le Néoprène 34 064 est véritablement moins rigide que l'EPDM.

Intérêt de placer un seuil mince à la place d'un seuil épais

Suite aux études précédentes, divers aspects ont pu être observés. Pour commencer, la mise en place de membranes sur le seuil épais rectangulaire utilisé au laboratoire ne facilite pas la flexion progressive des membranes. En effet, pour des raisons non traitées dans le cadre de ce travail, la conception du seuil épais ici réalisé induit une mauvaise évacuation de l'eau à l'aval entraînant alors un refoulement contre la membrane. La réhausse cherche donc d'une part à fléchir sous la pression d'eau amont et d'autre part, au fur et à mesure que les débits d'écoulement augmentent, elle se trouve de plus en plus retenue par l'eau refoulée à l'aval. Il a alors pu être montré que l'emploi d'un seuil mince artificiel assurait de limiter les sur-pressions avales, permettant alors aux membranes placées de suivre un état de flexion plus déformé.

En remplaçant le sujet dans le contexte d'étude, il devient alors intéressant de préférer placer les membranes sur un seuil mince artificiel plutôt que sur un seuil épais. Evidemment, il ne s'agit pas de trouver un site possédant déjà un seuil mince car celui-ci posséderait alors une capacité de débitance élevée qu'il serait difficile de retrouver en plaçant une membrane. L'idée est plutôt de modifier un seuil épais en place pour en faire un seuil mince artificiel de hauteur de crête équivalente à la hauteur initiale du seuil épais. Il se pose alors la question de connaître la hauteur du seuil mince artificiel. En effet, l'emploi d'un seuil mince artificiel facilite la flexion des membranes mais accroît l'effet hysteresis induit par un cycle de débit. En reprenant les résultats de la membrane de 21 cm en EPDM, en passant d'un seuil épais à un seuil mince, l'amplitude moyenne de la différence de hauteur d'eau entre crue et décrue a été augmenté de 3 mm pour 1,8 cm initialement. Il en est de même pour l'étude des membranes en Néoprène avec le passage d'une amplitude de 1,4 cm pour une membrane de 28 cm sur seuil épais contre 2,5 cm sur seuil mince. Dès lors, l'emploi d'un seuil mince est intéressant avec malgré tout une certaine limite.

Il paraîtrait bon d'investiguer le sujet du seuil mince en plaçant la membrane sur des seuils minces de hauteurs différentes afin de trouver le point optimal entre impact sur la débitance du seuil épais existant et limitation de l'effet hysteresis. En procédant de la sorte, il est bien envisageable de trouver une hauteur de seuil suffisante qui assure que les membranes fléchissent suffisamment pour atteindre le critère limite d'impact pour les débits souhaités pour autant que l'eau avale ait encore un effet bénéfique sur le redressement des membranes lors de la décrue.

4.3.2 Perspectives d'études complémentaires

Suite aux études menées au cours de ce travail, il semble logique d'émettre différents points de progression. Pour commencer, il est intéressant de mettre à profit le code numérique développé. Il sera ensuite question de développer de nouveaux essais au laboratoire afin d'éclaircir certaines caractéristiques encore non traitées.

Utilisation du modèle numérique

Pour autant que les coefficients caractéristiques du matériau utilisé et relatifs à la loi de Mooney soient connus, le modèle numérique est désormais capable de prédire les premières déformées d'une membrane soumise à une pression d'eau amont. Il pourrait devenir très utile de caractériser les dimensions optimales d'une membrane en terme de déformations. Il a pu être démontré que le dimensionnement d'une membrane pouvait s'effectuer de deux manières. Dans un premier temps, il est assez évident que la rigidité de la membrane est directement fonction de l'épaisseur de celle-ci. Dans un second temps, au cours des essais au laboratoire, il a pu être observé que les membranes les plus longues étaient plus sollicitées que les membranes courtes en phase de déversement. Les membranes se déforment sous l'effet de la pression d'eau appliquée sur leur surface amont. Il paraît donc logique qu'une membrane plus longue, possédant ainsi une surface plus importante qu'une membrane courte, fléchisse davantage en vertu de sa plus grande sollicitation.

Lorsque les dimensions d'une membrane sont considérées comme optimales, cela signifie que, pour une épaisseur donnée, sa longueur lui permet de retenir le niveau d'eau amont le plus élevé possible tout en assurant que son impact est inférieur à 5 cm pour 120 L/s. En termes de déformées, cet optimal de dimensions indique que la membrane est suffisamment couchée lors des faibles débits pour qu'au fil des incréments de débits, la membrane continue de fléchir et atteigne la position voulue lors des grands débits. Il serait alors intéressant de s'orienter vers la loi de comportement du matériau étudié. Les lois hyperélastiques ont tendance à avoir une évolution en deux temps comme présenté sur la FIGURE 4.36. Lors des premières

déformations, la loi suit une pente moyenne plus raide que sur l'intervalle des déformations suivantes. Il peut donc être pressenti que les membranes doivent travailler sur le deuxième intervalle de déformations pour avoir une certaine souplesse. Dès lors, les incréments de débits occasionnant des incréments de hauteurs d'eau à l'amont de la membrane engendrent des contraintes suffisantes pour déformer la membrane de façon optimale.

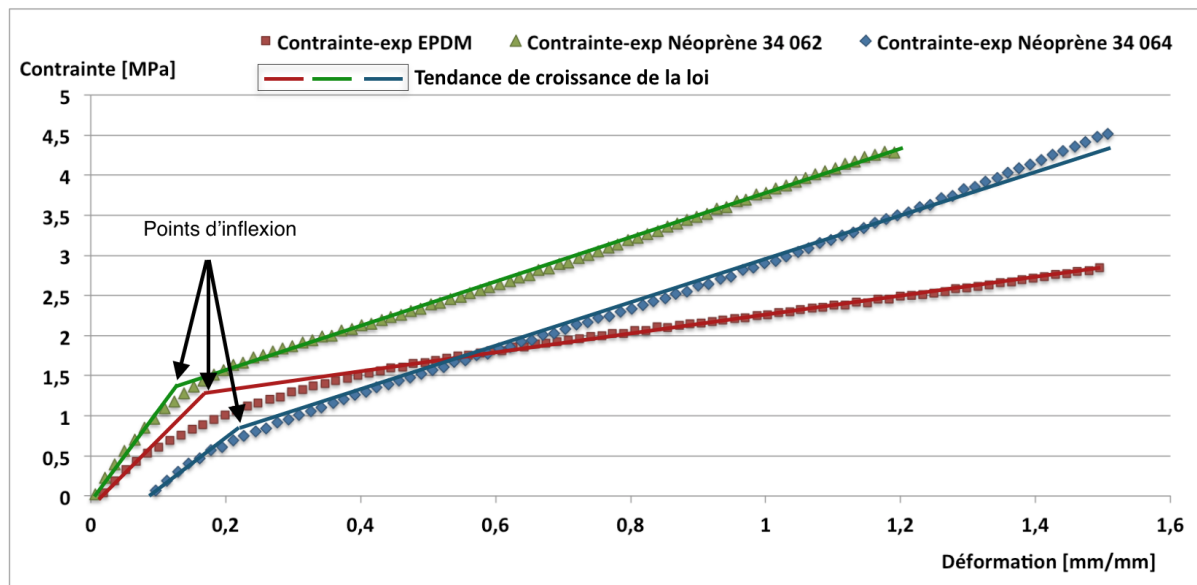


FIGURE 4.36 – Tendance de croissance des lois de comportement des matériaux hyperélastiques étudiés

Il serait donc pertinent de connaître le point contrainte/déformation atteint pour une membrane de dimensions optimales lors du passages des faibles débits $[0; 10] L/s$. Il faudrait alors comparer pour un même matériau, les points contraintes/déformations obtenus pour des membranes d'épaisseurs variables mais de dimensions chaque fois optimales. Il serait alors intrigant de vérifier si ces points correspondent plus ou moins aux points d'inflexion fictifs illustrés sur la FIGURE 4.36. Le point d'inflexion pourrait alors servir de critère dimensionnant pour déterminer la longueur optimale d'une membrane d'épaisseur donnée. Toute membrane dimensionnée de manière optimale devrait avoir un couple contrainte/déformation avoisinant le point d'inflexion lors du passage des faibles débits. Ainsi la membrane pourrait fournir une flexion optimale lors du passage des différents débits et atteindre le critère d'impact à $120 L/s$. A priori l'étude ne se ferait qu'en pied de membrane car c'est le lieu des plus importantes pressions d'eau. Dès lors, il faut s'assurer que la partie basse de la membrane ait dépassé le point d'inflexion sur la loi de comportement du matériau.

Il faudrait alors améliorer le modèle MATLAB développé afin d'assurer une bonne prévision au delà d'une déformation de $0,8 mm/mm$. En effet, le modèle avait été encodé pour assurer les prévisions des premières déformations avec comme limite, le passage d'une lame d'eau de $0,2 cm$ en crête. Le passage d'un débit de $5 - 10 L/s$ requière a priori des déformations plus importantes situées hors du domaine de validité du modèle développé jusqu'ici.

Points d'étude au laboratoire

Cycles de débit successifs : L'effet hysteresis introduit par le passage de crue à décrue a clairement pu être remarqué au cours des différents essais. L'origine de cet effet semble être le noyage des membranes. Lorsque le débit diminue, les membranes, figées dans une position de forte déformée et noyées, ne sont pas

capables de se redresser et de suivre le chemin inverse à celui qu'elle avait pris lors de l'augmentation des débits. Il faut attendre que le débit ait fortement diminué afin que la quantité d'eau surmontant la membrane ne soit plus suffisante pour la maintenir en équilibre et qu'elle puisse tout doucement commencer à se redresser. Il faudrait alors se demander jusqu'où pourrait continuer cet effet hysteresis. En effet, lorsque le débit est redevenu faible, la membrane a perdu en hauteur par rapport à sa hauteur initiale. Il serait donc intéressant de voir quel serait l'effet de cycle successif. Il paraît assez logique qu'un effet hysteresis apparaisse chaque fois mais la membrane ne peut pas perdre de la hauteur indéfiniment. Comme il a pu être observé pour le Néoprène (Cf FIGURE ??), il peut être pressenti que la membrane se relève subitement et limite alors l'effet de l'hysteresis.

Essais de fatigue : D'autre part, il a été précisé dans la partie bibliographique que les élastomères pouvaient subir une perte de raideur après quelques cycles de traction. Il faudrait donc effectuer successivement des augmentations de débits de 0 à 120 L/s pour vérifier si les hauteurs d'eau et hauteurs de membranes mesurées ont évolué et le cas échéant qu'elles se stabilisent autour d'une gamme de valeurs. Il ferait fortement défaut à la productivité de la centrale si les membranes venaient à fatiguer trop rapidement et que les niveaux d'eau retenus venaient à baisser progressivement au fil des cycles, indépendamment de l'effet hysteresis. Il faut alors se rendre compte que les élastomères sont normalement utilisés pour des déformations bien plus grandes que celles présentées dans ce travail. Lors de l'étude des lois de comportement des matériaux, il est clairement apparu que ceux-ci développaient des déformations allant jusqu'à 1 – 1,5 mm/mm. Les essais de fatigue doivent bien être effectués en corrélation avec la demande relative aux réhausses ce qui laisse a priori une certaine marge. Les premières déformations étant limitées à 0,06 mm/mm, il semble en effet y avoir une plage importante de déformations avant d'entrer dans l'intervalle complet du potentiel d'évolution des matériaux.

Effet du noyage des membranes : Comme il a été abordé plusieurs fois auparavant, le noyage des membranes semble participer fortement à l'effet hysteresis que subissent les membranes. Il faudrait donc se demander si une membrane non noyée peut ne pas subir cet effet ou le subir de manière atténuée. Il est alors question de savoir quelle est la limite de début de noyage de la membrane. En effet, doit-elle être considérée noyée lorsqu'elle ne bouge plus, à savoir lorsque la quantité d'eau avale est telle que la membrane n'est plus capable de fléchir ? La définition de noyage pour une vanne est-elle conservée et dans ce cas, la membrane est considérée noyée lorsque l'écoulement n'est plus aéré à son abord. Il faut alors comprendre que si la membrane ne subit un effet hysteresis qu'après un noyage au sens de la perte d'aération de la nappe déversante, la productivité sera fortement avantagée. En effet, le noyage complet des membranes apparaît souvent pour des débits importants et donc occasionnels.

Effet du fluage : Le dernier point qui paraît intéressant et non négligeable consisterait en la réalisation d'essais de fluage afin de voir si les membranes peuvent être laissées dans une position déformée durant une certaine période tout en étant capables de se relever au besoin.

Chapitre 5

Conclusion

Résultats de l'étude et bénéfices apportés :

Ce travail de fin d'étude avait pour but d'investiguer avec précision le comportement mécanique de matériaux pouvant servir à la réalisation de surhausses déformables. En tant que réhausse déformable placée sur un seuil fixe existant, la membrane a pour mission d'augmenter la hauteur de chute en faibles débits, afin d'accroître la puissance électrique délivrée par une turbine placée en parallèle du seuil. La membrane doit ensuite se déformer suffisamment lors des débits élevés amorçant une crue afin de retrouver la débitance du seuil initial et de ne pas risquer d'inonder les berges situées à l'amont de la chute d'eau. Afin de spécifier des critères relatifs au fonctionnement des surhausses, il a été décidé que les niveaux d'eau initiaux correspondant à des débits supérieurs à 120 L/s/m devaient être préservés avec une marge de 5 cm .

En répertoriant et comparant tous les matériaux susceptibles de convenir pour la réalisation de réhausses, les alliages superélastiques et les élastomères ont semblé posséder des propriétés intéressantes dont leur capacité à travailler en grandes déformations et à retrouver leur forme initiale après avoir été fortement déformés. En examinant les alliages superélastiques de plus près, il s'est avéré qu'ils gardent une mémoire de forme dès le passage dans des déformations supérieures à $0,1 \text{ mm/mm}$ or les membranes dépassent largement cette déformation lors de leur fonctionnement en surhausses. Le Néoprène et l'EPDM connus pour leur bonne résistance dans un environnement extérieur sont finalement les plus intéressants grâce à leur possibilité de très grandes déformations élastiques allant jusqu'à $1 - 1,5 \text{ mm/mm}$.

Des simulations numériques ont été envisagées afin de prédire le comportement des membranes composées des matériaux sélectionnés. Les matériaux hyperélastiques peuvent être modélisés avec diverses lois. La loi de Mooney a été choisie pour sa simplicité de mise en oeuvre. En caractérisant les matériaux lors d'essais de traction et en recueillant les paramètres d'entrée de la loi propres à chaque élastomère, il a été possible de modéliser les premières déformées d'une membrane en EPDM ou en Néoprène soumise à une pression d'eau amont. En comparaison à la résolution par éléments finis encodée dans le logiciel LAGAMINE, le modèle analytique développé sur MATLAB dans le cadre de ce TFE s'est montré plus rapide et plus facile d'utilisation pour des résultats équivalents. De plus, il permet un développement ultérieur favorisé par la simplicité d'implémentation contrairement à la résolution par éléments finis qui nécessite la modification d'un script complexe intégré au logiciel. Après avoir été testé puis considéré comme valide, le modèle numérique est désormais capable d'estimer les premières déformées d'une membrane dans son fonctionnement de réhausse.

Afin d'étudier le comportement global de membranes en EPDM et en Néoprène, des essais ont été réalisés au laboratoire d'hydraulique des constructions dans un canal vitré. Tout d'abord, il a été remarqué que plus la membrane est longue, plus sa flexion est importante du fait que la surface subissant la pression d'eau est plus grande.

Ensuite, la mise en place d'une membrane à l'amont d'un seuil épais rectangulaire peut mener à des problèmes de contre-niveaux à l'aval de la membrane dus à l'eau mal évacuée sur le seuil fixe. Cette contre-pression aval gêne la déformation de la membrane qui se retrouve bloquée dans une position avant d'être complètement noyée. Pendant la phase de flexion, l'impact de la surhausse sur la débitance du seuil fixe ne cesse de diminuer jusqu'à ce que la membrane soit bloquée et que l'impact vienne alors à stagner.

Il a également pu être noté qu'un cycle de crue/décru englobant le noyage de la membrane engendrait un effet hysteresis dans le positionnement de la membrane. En diminuant le débit, la membrane noyée, n'est plus capable de se redresser aussi facilement qu'elle s'est couchée en période de crue. Elle doit alors attendre que la quantité d'eau la surmontant ait nettement diminué pour entamer son redressement créant ainsi un retard et un effet hysteresis.

Enfin, le fait de placer la membrane sur un seuil mince artificiel plutôt qu'à l'amont d'un seuil fixe avantage grandement la flexion de celle-ci. L'eau refoulée à l'aval est d'abord en contact avec le seuil mince. Lors de l'augmentation du débit, la contre-pression finit par arriver au pied de la membrane mais plus tardivement, la membrane est alors libre de se déformer sur une plage de débit plus importante. En revanche, l'utilisation d'un seuil mince artificiel accentue l'effet hysteresis. Plus la membrane est déformée, au plus l'effet hysteresis est prononcé.

Pour finir, il a été observé qu'une membrane en EPDM de 12 mm d'épaisseur placée sur un seuil épais devait avoir une hauteur supérieure à 21 cm pour que l'impact final soit inférieur à 5 cm lors du débit de 120 L/s. En revanche, pour le Néoprène de référence 34 064 testé, il a été démontré qu'une membrane de 28 cm est optimale en épaisseur de 15 mm. Tout en atteignant un impact minimal de 5 cm à 120 L/s, elle maximise le réhaussement du niveau d'eau amont pour les plus faibles débits apportant alors un gain allant jusqu'à 20 cm sans débit passant et 11 cm en moyenne pour les débits de 10 à 20 L/s. L'EPDM et le Néoprène 34 064 n'ont pas pu être comparés durant le temps consacré à ce travail. Néanmoins, l'EPDM étant beaucoup plus rigide que son concurrent, il serait a priori plus avantageux dans le sens où il n'y a pas de chute brutale de hauteur d'eau entre la phase de retenue et la phase de déversement. Dans le cas du Néoprène de 28 cm, la hauteur d'eau maximale de 20 cm en retenue passe à 15 cm lors du passage des premiers débits. Pour l'EPDM, la membrane de 21 cm peut retenir jusqu'à 19 cm d'eau sans débit puis le niveau d'eau vaut 20 cm pour le passage d'un débit de 10 L/s.

Points d'améliorations et perspectives de développement :

Le modèle numérique développé permet de décrire les premières déformées d'une réhausse composée d'un matériau connu. Le modèle est ensuite limité car la loi utilisée permettant de lier la courbure χ au déplacement u par : $\chi = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ n'est valable que pour de "faibles déformations". Il serait donc intéressant d'améliorer le modèle en utilisant une formule plus complexe mais plus générale : $\chi = \frac{\partial^2 u}{(1 + \frac{\partial u}{\partial z})^{3/2}}$. La résolution de la courbure étant déjà encodée, il resterait donc à s'investir dans l'implémentation d'une résolution de cette nouvelle équation et le modèle numérique serait étendu à l'ensemble des déformations.

Il a été fait remarqué que le dimensionnement des membranes pouvait s'effectuer selon 2 paramètres. D'une part, l'épaisseur de la membrane permet de donner la rigidité initiale de la membrane et de paramétrer la hauteur d'eau maximale pouvant être retenue par celle-ci sans engendrer de déversement. D'autre part, le point de contrainte/déformation atteint en pied de membrane peut constituer un critère

de dimensionnement afin de déterminer la longueur optimale d'une membrane pour une épaisseur donnée. En effet, à l'étude des lois de comportement des matériaux hyperélastiques et sur base des résultats obtenus, il apparaît un point d'inflexion autour duquel le comportement du matériau serait modifié. Les membranes devraient avoir tout juste franchi ce point particulier lors des premiers débits afin d'assurer d'avoir une flexion suffisante lors de l'écoulement des différents débits et atteindre le critère d'impact visé pour les grands débits. Il serait donc intéressant d'investiguer cette solution de dimensionnement. Pour cela, il faudrait comparer les états contraintes/déformations en pied de membranes pour des surhausses de dimensions optimales lors du passage de faibles débits ($[0; 10] L/s$) et y trouver une éventuelle corrélation se rapportant justement au point d'inflexion présent dans la loi de comportement du matériau étudié.

Pour terminer, il sera nécessaire d'étudier le comportement en fatigue des matériaux afin de déceler une éventuelle baisse de capacité de retenue d'eau au cours du temps. Des essais de fluage doivent être réalisés pour voir combien de temps les membranes peuvent tenir dans une position noyée sans garder une mémoire de forme.

Chapitre 6

Annexes

ANNEXE A : Caractérisation du Néoprène 34 064

ANNEXE B : Photos de membranes en EPDM de dimensions variables sous eau

ANNEXE C : Déformées successives d'une membrane en Néoprène pour un débit constant

ANNEXE D : Effet d'un cycle de débit sur des membranes en Néoprène placées sur un seuil épais

ANNEXE E : Déformées successives d'une membrane en Néoprène placée sur un seuil mince pour différents débits et comparaison des hauteurs d'eau retenues avec une fixation sur seuil épais

ANNEXE F : Effet d'un cycle de débit sur des membranes en Néoprène placées sur un seuil mince

ANNEXE A : Caractérisation du Néoprène 34 064

Comme il a été ébauché plus tôt, la caractérisation du Néoprène 34 064 était la reproduction formelle de l'étude des deux autres élastomères sélectionnés. Afin de prédire numériquement les premières déformées de la membrane dans une situation de réhausse soumise à une pression d'eau amont, il était nécessaire de déterminer les deux coefficients C_1 et C_2 caractéristiques du matériau sur un intervalle de déformation $[0; 0,1] \text{ mm/mm}$. Pour cela, une nouvelle campagne d'essais de tractions a du être lancée chez Sirris. Sur le même protocole que celui suivi pour l'EPDM et le Néoprène 34 062, 5 éprouvettes ont été testées. Le choix de l'échantillon type s'est à nouveau porté sur l'éprouvette d'allongement le plus proche de l'allongement moyen. La TABLE ci-dessous présente les différents résultats d'allongements pour les 5 éprouvettes testées.

Allongement max 1 [mm]	130,8
Allongement max 2 [mm]	122,2
Allongement max 3 [mm]	125,7
Allongement max 4 [mm]	120,5
Allongement max 5 [mm]	122
Allongement max moyen [mm]	124,2
Essai représentatif [mm]	125,7 mm : Essai n°3

TABLE 6.1 – Choix de l'essai de traction représentatif pour le Néoprène 34 064

La FIGURE 6 présente le comportement en traction du Néoprène 34 064. Il apparaît alors que les débuts de la traction s'effectue pour des déformations très élevées. Il avait déjà été remarqué pour les deux autres matériaux que la traction ne débutait pas pour une déformation nulle étant donné qu'au placement des éprouvettes dans les mords, celles-ci se retrouvaient légèrement comprimé. Si cette pré-compression ne posait pas de soucis dans la caractérisation de l'EPDM et du Néoprène 34 062, il est assez clair qu'elle pose ici problème. En effet, les premières contraintes de traction apparaissent pour une déformation avoisinant $0,1 \text{ mm/mm}$ limite supérieure de l'intervalle d'étude numérique des membranes.

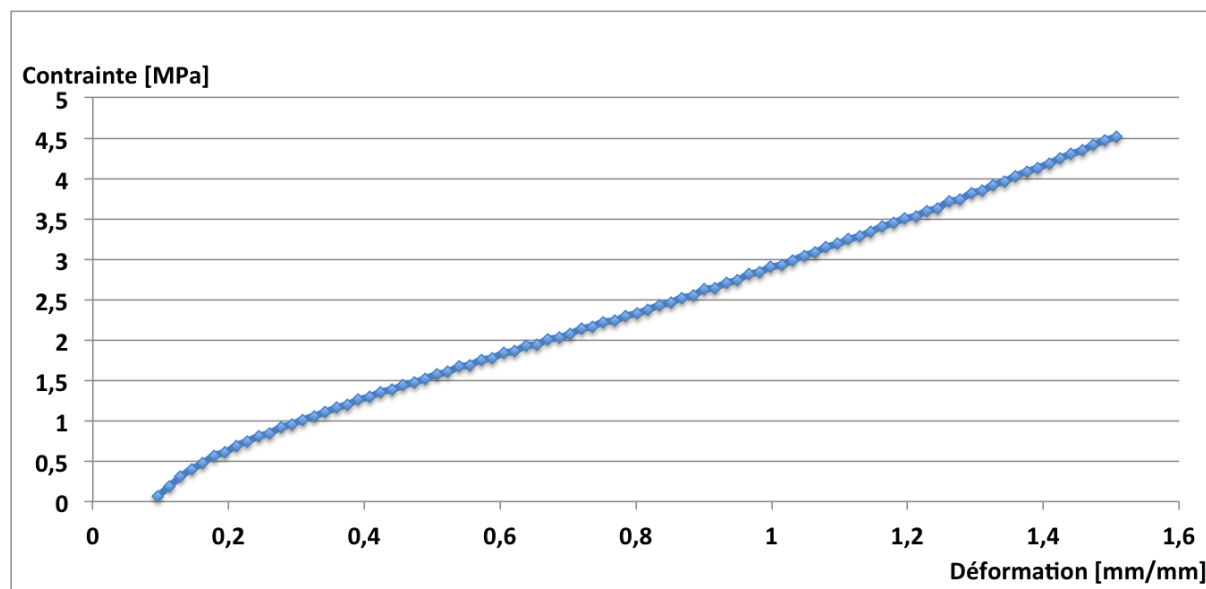


FIGURE A : Loi de comportement du Néoprène 34 064

Pour tenter de trouver une solution, des nouveaux essais ont été effectués en diminuant la vitesse d'avancement de la machine. Jusqu'ici les essais avaient été réalisés pour une vitesse d'avance de 500 mm/min et

les nouveaux essais ont été faits avec un avancement de 100 mm/min . Malheureusement, malgré ce nouveau paramétrage, les courbes n'étaient pas plus exploitables. Le problème résidant dans la déformation créée lors du pincement des éprouvettes dans les mords, aucune solution n'a pu être trouvée dans le temps restant pour le travail. Plusieurs idées pourraient s'ouvrir :

- Fournir une pré-contrainte à l'éprouvette afin de la mettre dans un état de contrainte nulle, une fois pincée et en place sur la machine. Un risque persiste alors d'avoir une déformation initiale toujours trop grande.
- Utiliser une machine plus sensible et capable de pincer une à une les extrémités de l'éprouvette sans engendrer de compression dans celle-ci.

ANNEXE B : Photos de membranes en EPDM de dimensions variables sous eau

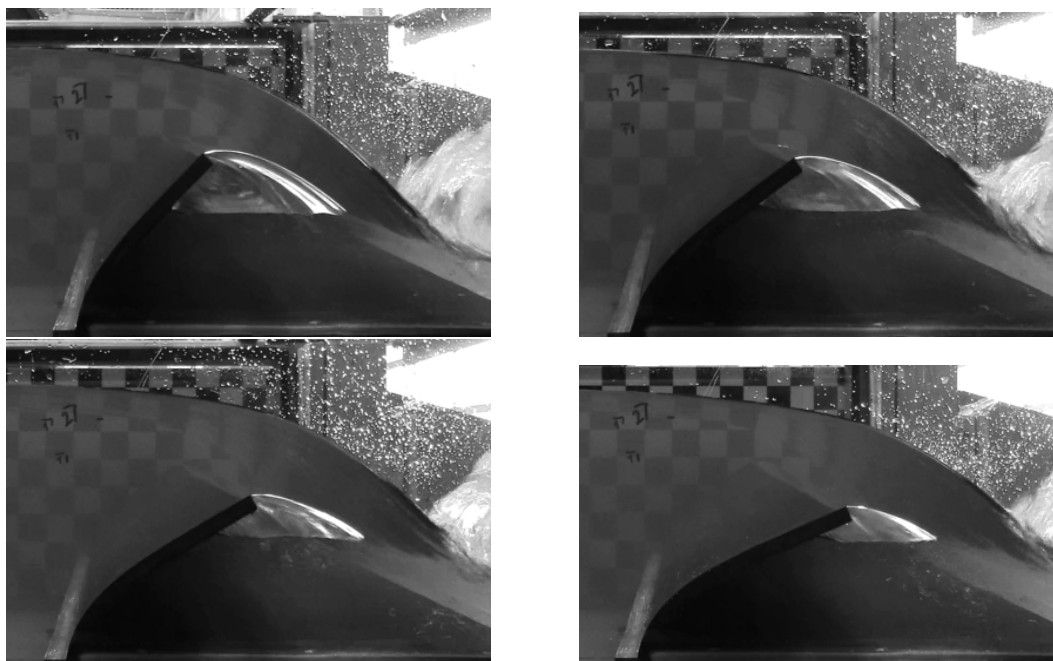


FIGURE B : Photos des membranes en EPDM de 18 *cm*(haut-gauche), 19 *cm*(haut-droite), 20 *cm*(bas-gauche) et 21 *cm*(bas-droite) pour un débit avoisinant 60 L/s

ANNEXE C : Déformées successives d'une membrane en Néoprène pour un débit constant

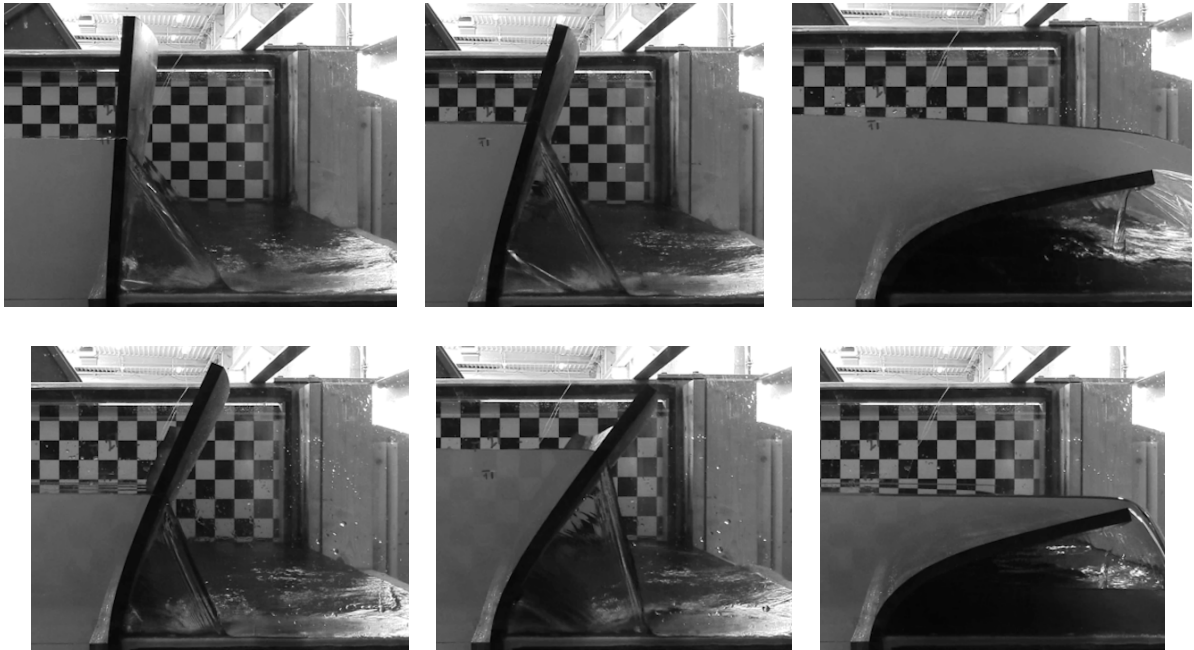


FIGURE C : Déformées successives d'une membrane en Néoprène 34 064 pour un débit de 7,5 L/s (de gauche à droite et de haut en bas)

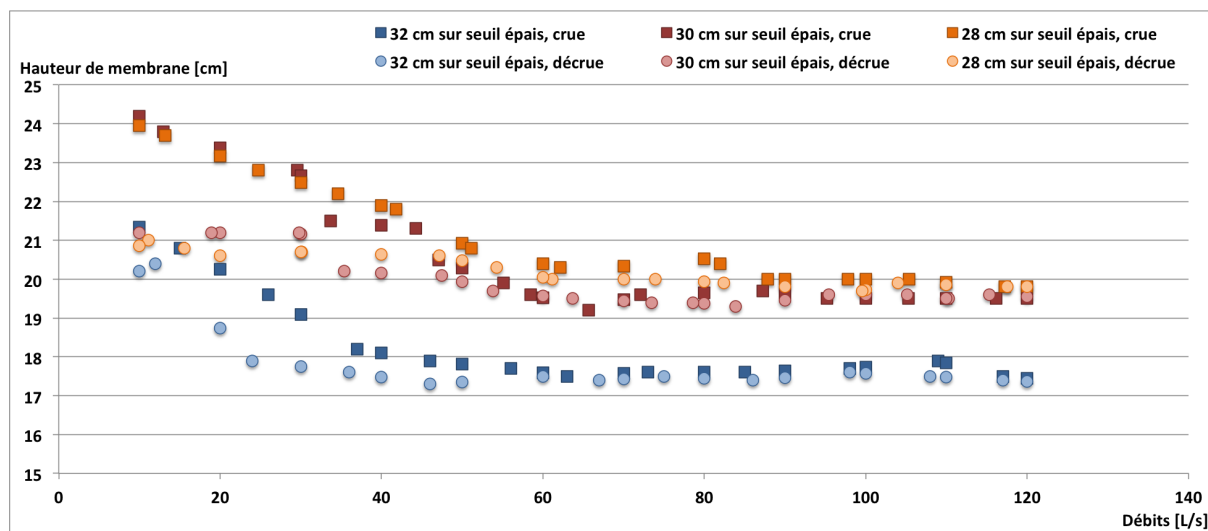
ANNEXE D : Effet d'un cycle de débit sur des membranes en Néoprène placées sur un seuil épais

FIGURE D : Effet d'un cycle de débit sur la position de membranes en Néoprène 34 064

ANNEXE E : Déformées successives d'une membrane en Néoprène placée sur un seuil mince pour différents débits et comparaison des hauteurs d'eau retenues avec une fixation sur seuil épais

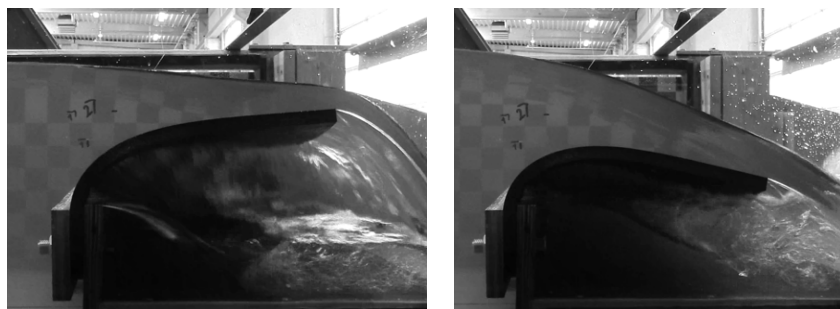


FIGURE E.1 : Déformées successives d'une membrane en Néoprène 34 064 de 30 cm sur seuil mince pour un débit de 40 L/s (gauche) et 70 L/s (droite)

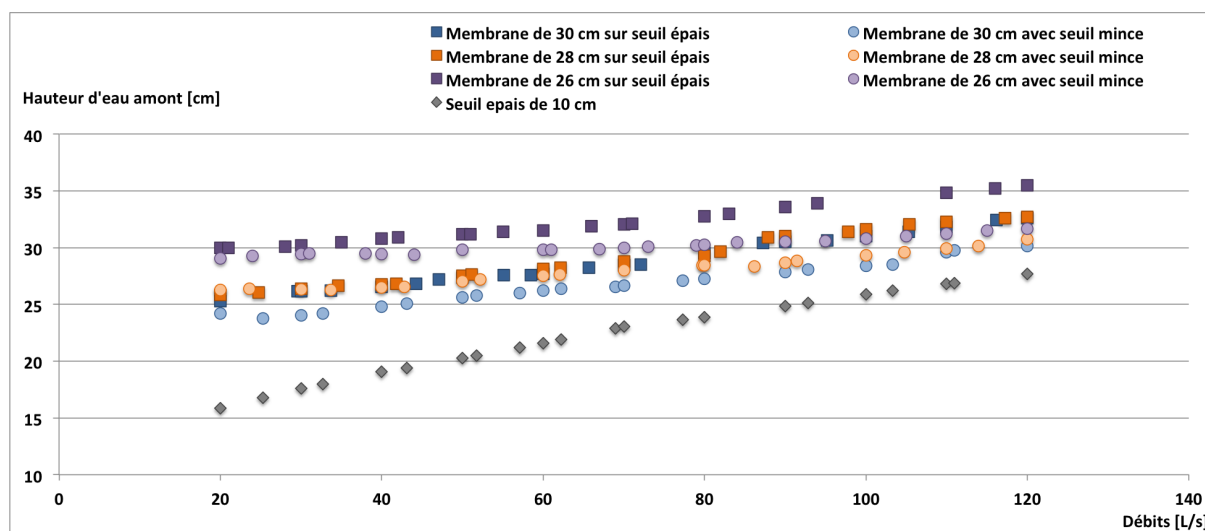


FIGURE E.2 : Hauteurs d'eau retenues par des membranes en Néoprène 34 064 fixés sur des seuils épais ou mince pour des débits variables

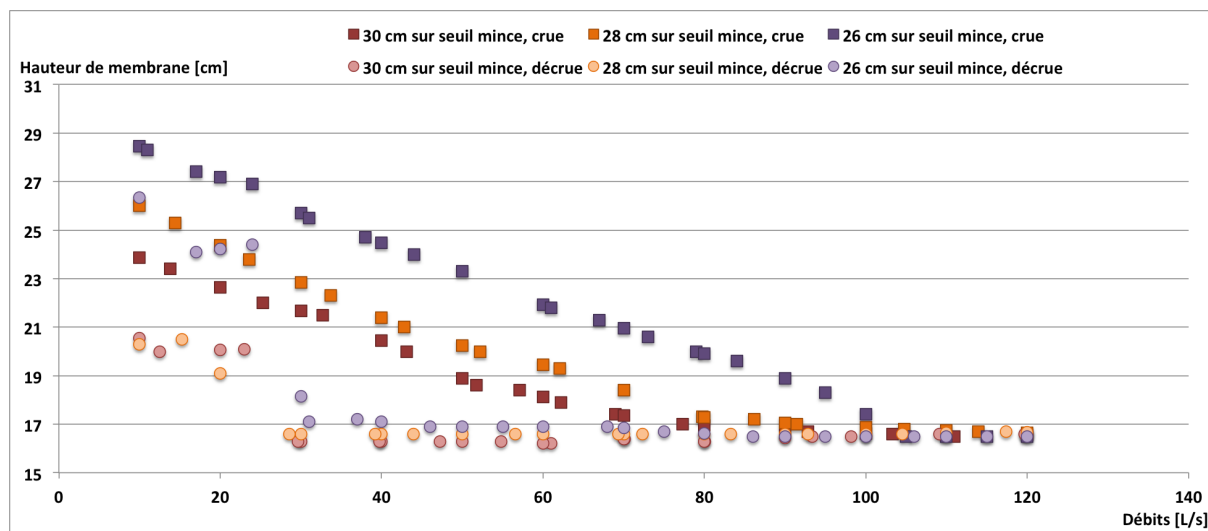
ANNEXE F : Effet d'un cycle de débits sur les membranes en Néoprène placées sur un seuil mince

FIGURE F : Effet d'un cycle de débits sur les hauteurs de membranes en Néoprène

Bibliographie

- [1] EcoSources.info, Portail des énergies renouvelables et de l'écoconstruction :
[http ://www.ecosources.info/actualites/442-le-portugal-100-energies-renouvelables](http://www.ecosources.info/actualites/442-le-portugal-100-energies-renouvelables)

- [2] Koichi TSUCHIYA, National Institute For Materials Science, Japan
« *Mechanisms and properties of shape memory effect and superelasticity in alloys and other materials : a practical guide* », 2011

- [3] Rachid ECH-CHORFI, Ecole Nationale des Arts et Métiers, Paris
« *Dialogue essais -simulation et identification de lois de comportement d'alliage à mémoire de forme en chargement multi-axial* », Thèse pour le grade de docteur, 2013

- [4] Quang Tam NGUYE, Ecole doctorale Mathématiques, Sciences de l'Information et de l'Ingénieur, Strasbourg
« *Etude du comportement du Neoprène et d'appareils d'appui parasismiques en Néoprène frêtté* », Thèse pour le grade de docteur, 2013

- [5] Julie DIANI, Bruno FAYOLLE , Pierre GILORMINI, Laboratoire d'ingénierie des matériaux, Arts et Métiers ParisTech, Paris
« *A review on the Mullins effect* », European Polymer Journal. 2009

- [6] Vlad CARLESCU, Gheorghe PRISACARU et Dumitru OLARU, Department of Mechanical Engineering, Mechatronics and Robotics, Technical University of Lasi, Romania
« *FEM Simulation on Uniaxial Tension of Hyperelastic Elastomers* », Applied Mechanicals and Materials Review, 2014

- [7] Charles MASSONNET, Serge CESCOTTO, Université de Liège
« *Mécanique des Matériaux* »

- [8] Centre Interdisciplinaire de Nanoscience de Marseille
La méthode de convergence de Newton-Raphson