
Modélisation numérique d'un pont en arc existant en béton armé incluant les effets de long terme

Auteur : Binet, Nicolas

Promoteur(s) : Mihaylov, Boyan; Gernay, Thomas

Faculté : Faculté des Sciences appliquées

Diplôme : Master en ingénieur civil des constructions, à finalité spécialisée en "civil engineering"

Année académique : 2016-2017

URI/URL : <http://hdl.handle.net/2268.2/2622>

Avertissement à l'attention des usagers :

Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative"(BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.

Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.



"Liège Université - Faculté des Sciences Appliquées"

Modélisation numérique d'un pont en arc existant en béton armé incluant les effets de long terme

Mémoire de fin d'études réalisé en vue de l'obtention du grade d'Ingenieur Civil des constructions par Binet Nicolas

Année académique 2016-2017

Composition du jury : MIHAYLOV, BOYAN
GERNAY, THOMAS
FRANSSSEN, JEAN-MARC
GRISARD, LUC

Abstract

Le présent travail consiste en l'étude d'un pont en arc en béton armé bi-encasté. Ce dernier fut construit dans les années 1950 afin de permettre le franchissement de l'Ourthe à Ortheville. A l'époque du dimensionnement de ce dernier, les connaissances n'étant pas si affûtées qu'actuellement, les effets de long terme (retrait, fluage) et thermiques (dilatation/contraction) étaient négligés. Or, le degré relativement élevé d'hyperstaticité de cette structure la rendait très sensible à ces effets.

Soucieux du bon comportement structurel, certains ingénieurs se sont penchés sur cette problématique et ont déterminé par une analyse élastique linéaire qu'un différentiel de température ΔT de -10°C amenait à une augmentation de contraintes de 110 MPa dans les barres à l'encastrement.

Le présent travail a pour objectif principal d'étudier et de comprendre la raison du bon fonctionnement du pont d'Ortheville car, malgré tout, ce dernier remplit toujours sa fonction sans présenter de gros désordres.

Une modélisation numérique du pont va être réalisée pour laquelle le modèle va être raffiné étape par étape. Dans un premier temps, une étude élastique linéaire va permettre de confirmer les propos émis par les précédents ingénieurs et de comprendre l'effet d'un ΔT négatif sur la structure. Par la suite, une analyse non linéaire sophistiquée sera menée en tenant compte des effets de long terme et d'une rotation des sections d'encastrement.

A terme, les analyses permettront de prouver le bon fonctionnement du pont sous les effets de long terme et ΔT pour des contraintes dans les barres loin de la limite élastique.

Abstract

The present thesis consists in the study of the behaviour of a concrete arch bridge, including long term effects.

Built in the 1950's, this bridge was made to allow the crossing of the Ourthe river at Ortheuville in Belgium. When this bridge was designed, the knowledges were not advanced as nowadays what brought to the blindness of long term effects (creep and shrinkage) and thermal effects. Moreover, as the bridge is statically indeterminate, this structure is very sensitive to this effects.

Concerned by its good behaviour, some engineers studied it by a simple elastic analysis and found out that an increase of 110 MPa in the rebars at the supports was created by a thermal effect of $\Delta T = -10^{\circ}\text{C}$.

The future works aim to study and understand the reason of the good behaviour of this bridge despite its design. In fact, the bridge at Ortheuville goes on to fulfill its function without showing any diseases.

A numerical modeling of this bridge will take place, in which the model will be refined step-by-step. At first sight, a linear elastic analysis will be performed to confirm the conclusion made by previous engineers, and to understand the structural behaviour of this bridge under ΔT . After that, an accurate non linear analysis will be performed, taking into account long term effects and rotations at the supports.

At the end, the analysis will be able to confirm the unexpected good behaviour of the bridge at Ortheuville under long term effects and ΔT . The principal trouble being an expected yielding of the rebars under self-weight and ΔT , it will be shown that, for an accurate analysis including all effects, the stresses at critical sections will be far from the yielding limit.

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier toutes les personnes qui se sont impliquées dans ce travail de fin d'étude. Assez naturellement, mes premiers remerciements vont vers les deux promoteurs de ce travail, Messieurs Boyan Mihaylov et Thomas Gernay. Leur disponibilité, leur suivi ainsi que leurs précieux conseils ont permis non seulement de travailler dans de très bonnes conditions, mais aussi d'obtenir la forme de ce TFE telle qu'elle est aujourd'hui.

Je remercie également Messieurs Anthony Scifo ainsi que Jean-Marc Franssen pour l'aide apportée lors de l'utilisation du logiciel SAFIR®.

Je tiens à remercier tous les membres du SPW qui ont participé tant à l'élaboration de ce travail qu'à la présentation intermédiaire du 16/05. Parmi ceux-ci, je remercie vivement Messieurs Luc Grisard et Claude Theismann pour leur disponibilité en leur bureau lors de la mise en place de ce travail.

Pour terminer, je voudrais remercier le plus vivement possible tous mes amis avec qui j'ai partagé les cours ces dernières années, ainsi que ma famille qui aura toujours été présente dans les bons et moins bons moments.

Table des matières

1	Introduction	6
1.1	Contexte général	6
1.2	Motivations	7
1.3	Approches poursuivies	7
2	Descriptif du pont	9
2.1	Descriptif général	9
2.2	Dimensions principales	10
2.3	Détails du ferrailage	11
2.4	Propriétés des matériaux en place	13
2.5	Visite sur site	14
2.6	Comparaison entre le pont d'Ortheville et d'autres ponts en arc	15
3	Comportement élastique linéaire	19
3.1	Données utilisées et discrétisation	19
3.2	Méthode des forces	22
3.2.1	Arc bi-rotulé	23
3.2.2	Arc bi-encasté	29
3.2.3	Comparaison	34
3.3	Influence du tablier	34
3.4	Comparaison : Méthode des forces, OSSA 2D, SAFIR®	38
3.5	Prise en compte du poids propre et résistance des sections	39
3.5.1	Prise en compte du poids propre	39
3.5.2	Résistance des sections	40
3.6	Discussion	44
4	Comportement non linéaire	45
4.1	Hypothèses de base pour l'analyse non linéaire avec SAFIR®	45
4.2	Loi de comportement de base pour le béton	46
4.2.1	Etude de l'arc seul	47
4.2.2	Etat de contraintes aux sections critiques	49
4.2.3	Prise en compte du tablier	55
4.2.4	Discussion	58
4.3	Loi de comportement avancée pour le béton	58
4.3.1	Etude de l'arc seul	62
4.3.2	Prise en compte du tablier	69
4.3.3	Discussion	73
4.4	Etude du modèle complet en tenant compte des effets de long terme	74
4.4.1	Fluage	75
4.4.2	Retrait	79
4.4.3	Fluage + retrait	81

4.4.4	Rotation des sections d'encastrement	82
4.4.5	Sensibilité du modèle à f_{ct}	88
4.5	Comparaisons	90
5	Etude à l'ELU	94
5.1	Chargement de l'entièreté du tablier	94
5.2	Chargement d'un demi tablier	95
5.3	Chargement du sommet de l'arc	96
5.4	Discussion	99
6	Conclusion	100
7	Bibliographie	102
8	Annexes	103
8.1	Code Matlab pour la loi de béton avancée	103

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte général

Le présent travail de fin d'études a pour but d'étudier les effets de long terme et de variations thermiques d'un pont en arc en béton armé. Construit dans les années 1950, ce dernier permet à la route nationale 4 (N4) de franchir l'Ourthe à Ortheuville en Belgique.

Afin de placer le contexte, une photo récente du pont d'Ortheuville est donnée à la FIGURE 1.1.



FIGURE 1.1 – Photo récente du pont en place

A l'heure actuelle, la majorité des bureaux de calculs sont dotés de logiciels performants permettant la prise en compte non seulement des effets thermiques, mais aussi des effets de fluages et retraits inhérents au béton.

A l'époque des calculs de ce pont, ces effets n'étaient pas pris en compte et le dimensionnement

se reposait sur une analyse élastique linéaire, non réellement représentative du comportement réel d'ouvrages en béton.

1.2 Motivations

Bien qu'il semble avoir été mal dimensionné, le pont d'Ortheuville a été construit il y a plus de 60 ans et ne montre aucun problème particulier quant à sa fonction première, le passage des véhicules.

Cependant, la pertinence de ces propos peut être assez vite remise en cause lorsqu'une simple analyse visuelle de la structure est effectuée par des personnes averties. En effet, regardant l'arc du côté inférieur, il apparaît très rapidement une grosse fissure en son sommet telle qu'illustrée à la FIGURE 1.2.

De plus, une étude antérieure avait montré qu'une simple variation de température de -10°C occasionnait une augmentation de contraintes de 110 MPa dans les barres d'armatures aux appuis. Par conséquent, un bon nombre d'ingénieurs se souciait d'une plastification des armatures.



FIGURE 1.2 – Photo de la fissure en sommet d'arc

Dès lors, deux questions viennent à l'esprit : quelle est la raison de cette fissure ?, comment expliquer l'intégralité structurelle de ce pont ?

Ces deux interrogations, parmi d'autres, sont une ébauche de points nébuleux que ce travail a pour but d'éclaircir.

1.3 Approches poursuivies

Dans les développements qui suivront, une étude 2D sera menée en considérant la géométrie réelle de l'ouvrage.

Les analyses vont être réalisées pas-à-pas avec pour objectif d'apporter à chaque étape une amélioration par rapport à la précédente.

Pour commencer, une analyse élastique sera menée afin de confirmer la problématique du différentiel de température ΔT . Par la suite, la volonté sera de considérer un modèle raffiné en

prenant en compte le réel caractère non linéaire du béton. Par extension, une discussion et comparaison de deux lois de comportement pour le béton sera réalisée.

Au final, les effets de long terme, ainsi qu'un phénomène de dislocation des barres d'ancrage seront considérés.

Au terme de l'analyse complète, une comparaison entre les différentes approches poursuivies sera réalisée, ainsi qu'un calcul de la structure à la ruine.

Chapitre 2

Descriptif du pont

2.1 Descriptif général

La structure dont il est question se constitue de deux arcs indépendants (1 par sens de circulation) en béton armé supportant chacun un tablier en béton permettant le passage des véhicules. Une vue en élévation de ce pont est fournie à la FIGURE 2.1 ci-après. La portée de l'arc vaut 16 m, sa hauteur à la fibre moyenne vaut 2,4 m, tandis que la longueur du tablier vaut 20 m. Par ailleurs, la distance entre la face supérieure de l'arc et la fibre moyenne vaut 0,377 m au sommet de ce dernier.

Peut-être difficilement visible sur la FIGURE 2.1, l'arc est doté d'une hauteur variable du pied à la clé. Quant à lui, le tablier est à inertie constante.

Lors de sa conception, les appuis en pieds d'arc étaient idéalisés comme des encastremements, tandis que les culées étaient idéalisées comme des appuis simples à rouleaux permettant les dilatations/contractions thermiques.

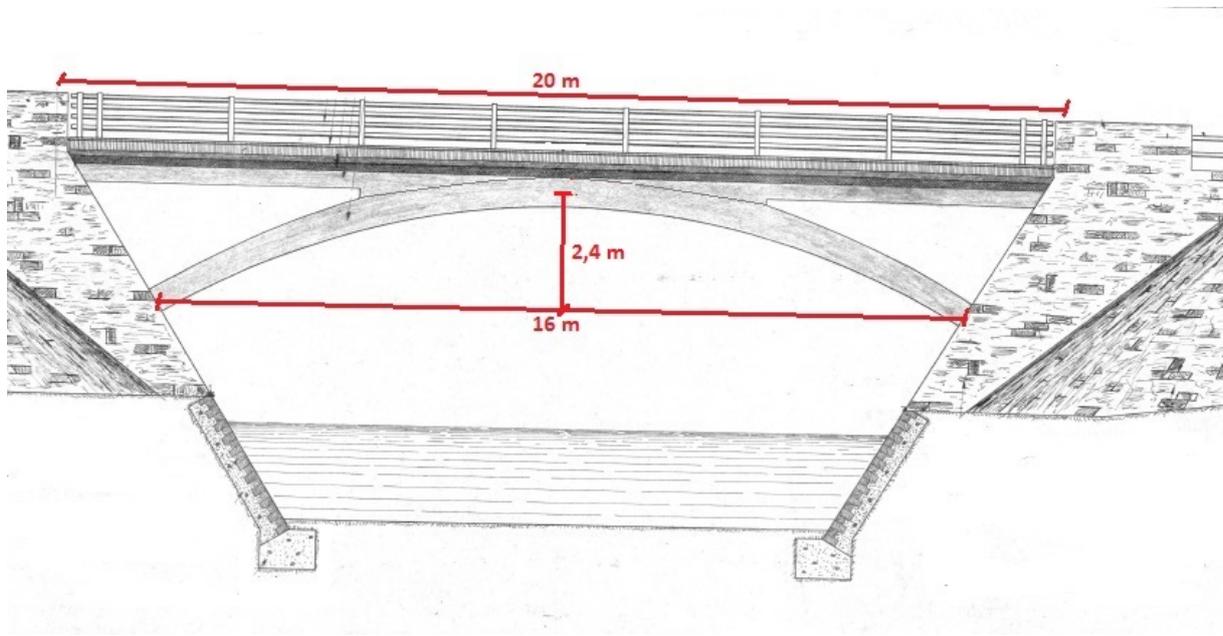


FIGURE 2.1 – Schéma global du pont en place, adapté de [COLLIN & GOURDANGE, 1952]

2.2 Dimensions principales

La largeur d'un arc vaut 7,12 m et ses sections droites sont toutes rectangulaires. Bien qu'à inertie constante, la section droite du tablier se constitue d'une dalle nervurée de 6 nervures par arc. A ce stade, sans se préoccuper de l'armaturage en place, la FIGURE 2.2 fournit une ébauche de la section du tablier (constante le long de ce dernier) ainsi que d'une section type de l'arc. Sur cette FIGURE 2.2, il apparaît un léger débord à l'extrémité gauche du tablier (trottoir) ainsi qu'une zone centrale joignant les tabliers afin d'y poser les chasse-roues.

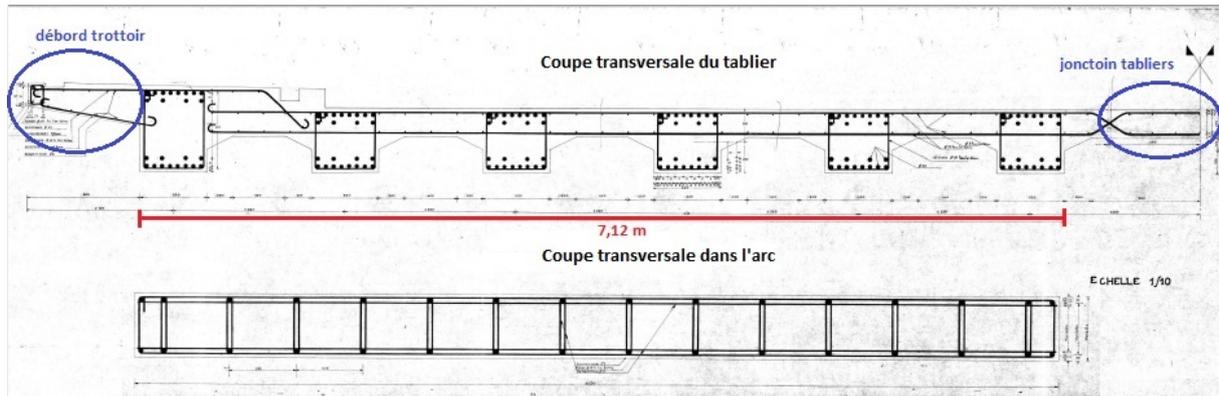


FIGURE 2.2 – Coupe dans le tablier et l'arc, adapté de [COLLIN & GOURDANGE, 1952]

Difficilement visibles sur la FIGURE 2.2, les détails des dimensions concernant le tablier et les nervures sont donnés à la FIGURE 2.3.

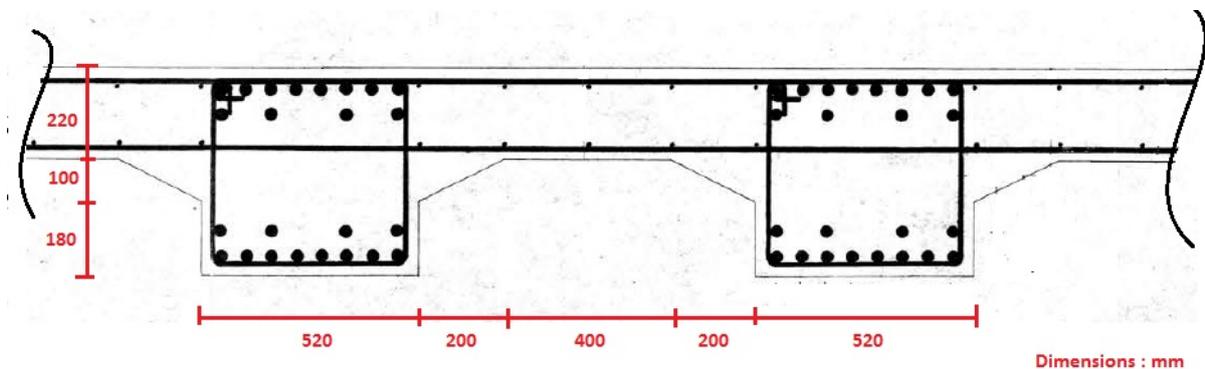


FIGURE 2.3 – Dimensions de la dalle nervurée du tablier, adapté de [COLLIN & GOURDANGE, 1952]

La FIGURE 2.4, proposée ci-après, montre les dimensions des sections en pied et en clé d'arc. Ces dernières valent respectivement 0,5 et 0,754 m. De plus, il y apparaît l'évolution des courbures de la fibre moyenne, de l'intrados ainsi que de l'extrados de l'arc. Chacune de ces fibres passant par deux points et utilisant la symétrie de l'arc, ces dernières se trouvent être sur des paraboles dont les équations seront détaillées par la suite.

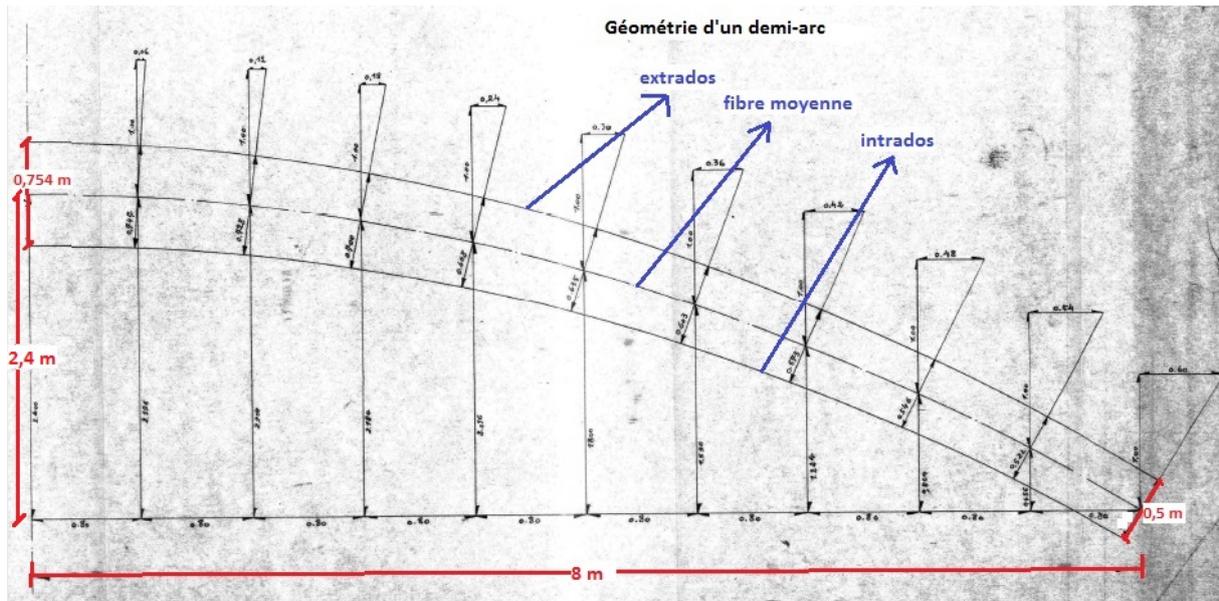


FIGURE 2.4 – Vue en élévation d'un demi-arc, adapté de [GRÉGOIRE, 1950]

2.3 Détails du ferrailage

Dans cette section, seul le ferrailage longitudinal utilisé dans la modélisation va être présenté. Il est bien entendu que des étriers sont présents et seront visibles sur les extraits de plans présentés dans cette section.

Ferrailage du tablier Comme présenté précédemment, le tablier consiste en une dalle nervurée.

Les barres de renforcement des nervures sont des $\phi 30$. La disposition de ces dernières se fait conformément à la FIGURE 2.5 pour chacune des nervures. Sur ce schéma, les dimensions données font référence aux centres des barres. Par conséquent, le bord des barres les plus extrêmes sont placés à 35 mm de la face extérieure de la section, ce qui traduit une couverture de béton de 35 mm.

Quant à lui, le renforcement de la dalle se constitue d'une série de barres $\phi 8$ tous les 200 mm, disposées aussi bien du côté supérieur qu'inférieur de celle-ci, avec une couverture de 35 mm.

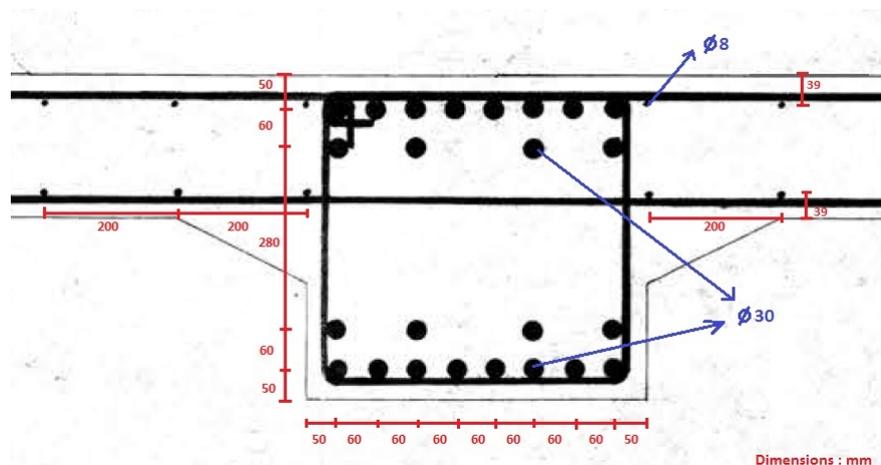


FIGURE 2.5 – Détails du ferrailage du tablier, adapté de [COLLIN & GOURDANGE, 1952]

L'évolution longitudinale de ces armatures se fait comme présenté à la FIGURE 2.6, où deux lits d'armatures apparaissent en zone supérieure et inférieure du tablier.

Sur ce schéma, les armatures entourées en bleu sont des armatures obliques situées dans chaque nervure. Actuellement, il y a fort à penser que ce genre de disposition de barres ne serait plus réalisée.

Par ailleurs, la position de ces dernières évoluant considérablement le long de la nervure (entre la culée et la jonction arc-tablier) et leur fonction précise étant assez nébuleuse, il a été décidé de les ignorer dans la modélisation et donc de ne pas les détailler davantage.

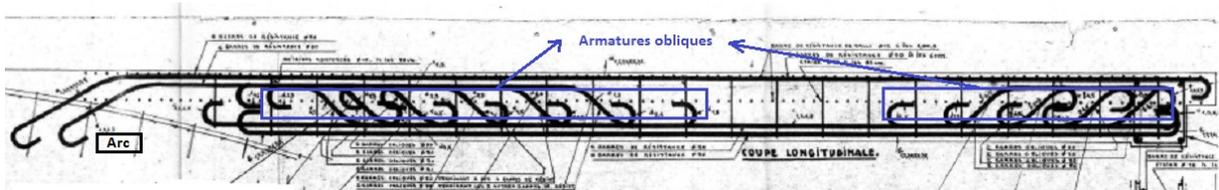


FIGURE 2.6 – Evolution longitudinale des barres dans le tablier, adapté de [GRÉGOIRE, 1950]

Ferrailage de l'arc L'arc est renforcé selon un lit d'armatures en zone supérieure et inférieure. Les armatures supérieures suivent la courbure supérieure de l'arc tandis que les inférieures suivent la courbure inférieure de ce dernier. L'armaturage est identique que ce soit en zone supérieure ou inférieure. Les barres sont positionnées de manière à garder une couverture de béton de 35 mm. La seule particularité de l'armaturage en place réside dans le fait que la zone du pied d'arc (jusqu'à 2,2 m de l'encastrement) est plus renforcée que la zone vers le sommet.

Afin de schématiser ces propos, la FIGURE 2.7 représente ce ferrailage sur une vue en élévation d'un demi-arc.

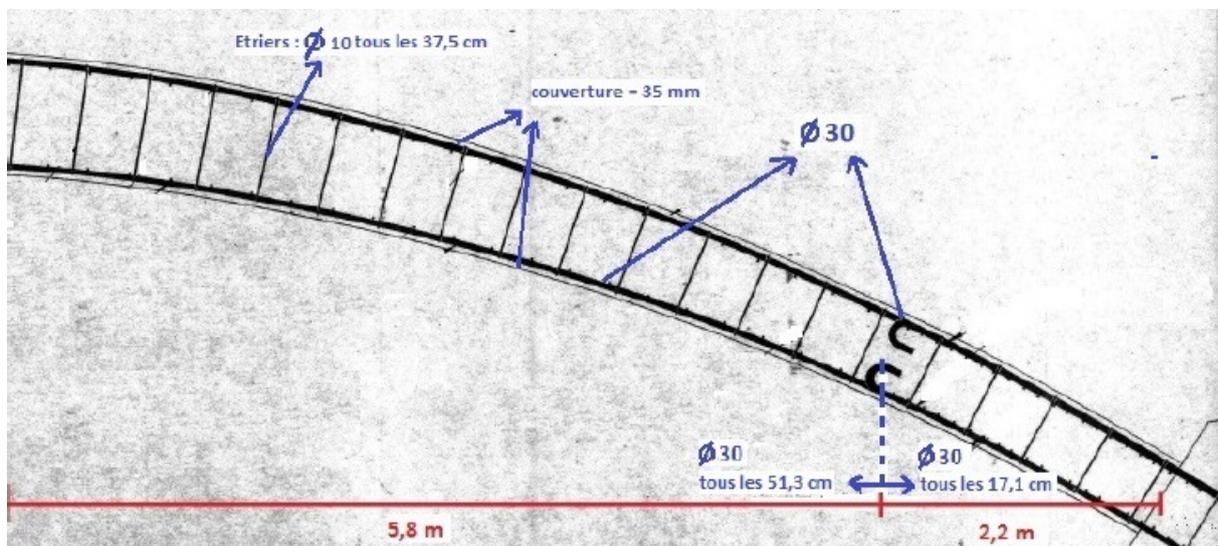


FIGURE 2.7 – Détails du ferrailage de l'arc, adapté de [GRÉGOIRE, 1950]

Une caractéristique importante en béton armé est le taux de renforcement d'une section, noté ρ . Cette donnée est à comparer au taux de renforcement minimum ρ_{min} afin d'obtenir un moment résistant supérieur au moment élastique, et ainsi bénéficier de l'effet bénéfique du béton armé. Les valeurs de ces taux sont données par les expressions :

$$- \rho = A_s / b_{arc} d_{section}$$

$$- \rho_{min} = 0,26 \cdot f_{ct}/f_y$$

avec

A_s l'aire d'armatures

b_{arc} la largeur de l'arc

$d_{section}$ la hauteur efficace

f_{ct} la résistance en traction du béton

f_y la limite d'élasticité de l'acier

Dans le cas présent, l'arc étant à inertie variable, ρ varie le long de ce dernier.

Dès lors, il a été décidé de calculer le taux de renforcement aux deux sections principales, soit la clé et l'encastrement. Afin d'être capable de caractériser ces sections selon leurs taux de renforcement, f_{ct} et f_y sont nécessaires dont les valeurs seront caractérisées ci-après. Sans s'en préoccuper à ce stade, les taux de renforcement vont être calculés pour $f_{ct} = 1,6$ MPa et $f_y = 220$ MPa :

	ρ_{min}	ρ
encastrement	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$9,5 \cdot 10^{-3}$
clé	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$

Sans rentrer dans trop de détails à ce stade, il est aperçu que la section en clé d'arc est peu renforcée. Cette constatation constitue un point clé dont il sera maintes fois question dans la suite du travail.

2.4 Propriétés des matériaux en place

Afin de modéliser la structure existante, les propriétés des matériaux sont indispensables. Cependant, à ce stade de l'étude, aucun essai sur le béton en place n'a été réalisé. Par conséquent, les données le concernant seront déduites tantôt des normes de l'époque [NBN B 15-001, 2012], tantôt de l'EC2 EN 1992-1-1 [EC2, 2004].

Le présent rapport consiste en une analyse d'une structure en place. De ce fait, les valeurs des propriétés des matériaux seront considérées comme représentatives de la structure.

Béton

Ce matériau est doté de caractéristiques évolutives avec le temps. Par ailleurs, des essais de compression sur des échantillons constitués d'un même béton peuvent montrer une relativement grande dispersion des résultats. Ce résultat découle d'une certaine hétérogénéité du matériau (mélange de granulats, pâte de ciment, pourcentage en eau, ...) qui ne peut être contrôlée de manière précise à l'inverse, par exemple, de l'acier.

De ce fait, le paramètre caractérisant la résistance du béton en compression sera pris, de manière conservative, égal à la résistance caractéristique de ce dernier sur cylindre.

Lors du dimensionnement de l'époque, il était attendu que la résistance moyenne sur cube de 200x200 était de 35 MPa (350 kg/cm^2). En vertu de la norme NBN B 15-001 de l'époque, ce béton correspondrait à un C25/30 actuel. Par conséquent, la résistance en compression de ce dernier sera considéré à :

$$f_c = 25 \text{ MPa}$$

N'ayant pas d'informations sur sa résistance en traction, cette dernière est déterminée selon l'EC2 EN 1992-1-1 selon la formule $f_{ct} = 0,33 \cdot \sqrt{f_c}$, soit :

$$f_{ct} = 1,6 \text{ MPa}$$

Le module de Young de ce dernier, bien qu'évolutif avec le temps est déterminé selon l'équation de l'EN 1992-1-1, $E = 22 \cdot (f_c/10)^{0,3}$, soit :

$$E = 30000 \text{ MPa}$$

Acier

Les barres d'armatures utilisées sont des barres lisses constituées d'un acier doux dont les propriétés sont les suivantes NBN B 15, 1963 :

Limite élastique : $f_y = 220 \text{ MPa}$

Résistance ultime : $f_u = 340 \text{ MPa}$

Déformation à la rupture : $\epsilon_u = 0,25$

Module de Young : $E = 200000 \text{ MPa}$

2.5 Visite sur site

Une visite sur site a été réalisée afin de prendre connaissance de l'état général du pont d'Ortheuville. De cette visite, il a pu être déterminé la présence d'une grosse fissure au sommet de l'arc comme montré à la FIGURE 1.2 lors de l'Introduction.

D'autres photos ont été réalisées afin d'avoir une vue globale de cet ouvrage. Parmi ces dernières, en plus de la photo présentée en Introduction, deux autres photos ont été présentées aux FIGURES 2.8, 2.9 et 2.10.



FIGURE 2.8 – Corrosion des armatures à l'intrados de l'arc et coulées blanchâtres



FIGURE 2.9 – Grosse fissure à l'intrados de la clé d'arc



FIGURE 2.10 – Etat de la maçonnerie à l'encastrement de l'arc

2.6 Comparaison entre le pont d'Ortheuville et d'autres ponts en arc

Bien qu'il n'est guère compliqué de trouver des ponts tant ils sont omniprésents, il n'en va pas de même pour leur classification. En effet, ces derniers sont aussi nombreux que variés tant par leurs différences géométriques que structurales.

Afin d'obtenir une idée de classification, certaines littératures ont recensé un bon nombre de ponts selon plusieurs critères tels que :

- Matériaux
- Méthodes de construction
- Type de pont (poutres, treillis, arc, ...)
- Les données géométriques
- ...

Dans cette partie du travail, le pont d'Ortheuille va être "positionné" parmi un recensement de 58 **ponts en arc** du monde [SALONGA, 2010].

Parmi les multiples critères existants, trois vont être retenus ici pour comparer l'arc étudié avec d'autres :

- Sa hauteur : 2,4 m
- Sa portée : 16 m
- Les hauteurs des sections : de 0,5 en pied à 0,754 m en clé

Les FIGURES 2.11, 2.12, 2.13 et 2.14 montrent les 58 arcs recensés ainsi que l'arc étudié (bleu). La valeur de la hauteur de référence des sections est prise en moyennant les hauteurs en pied et clé, soit $(0,5+0,754)/2 = 0,627$ m.

Analysant les figures 2.11, 2.12 et 2.13, une constatation peut être tirée, à savoir que, pour la portée de 16 m, la hauteur des sections pourrait être diminuée. D'une autre manière, pour la hauteur des sections de l'arc, il serait possible, selon l'état de l'art, de franchir une plus grande portée que 16 m.

Cette constatation est clairement illustrée à la figure 2.13 où le ratio $portee/h_{section}$ du pont d'Ortheuille se trouve sous la zone grisée, ce qui amène à la même constatation que précédemment.

D'une manière structurale, considérant les sections brutes de béton, il vient d'être montré que le pont d'Ortheuille possède une rigidité plus que suffisante par rapport à la portée qu'il franchit.

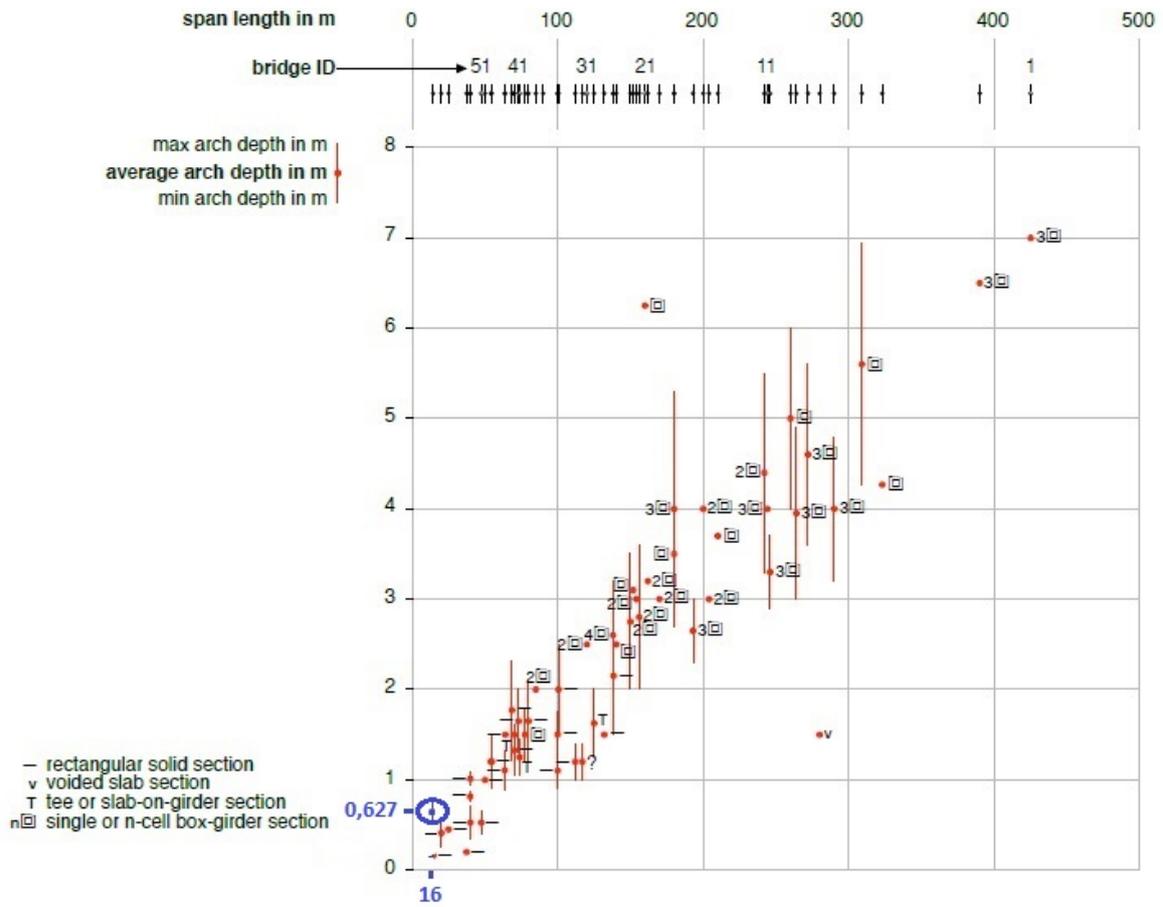


FIGURE 2.11 – Hauteur des sections VS portée, adapté de [SALONGA, 2010]

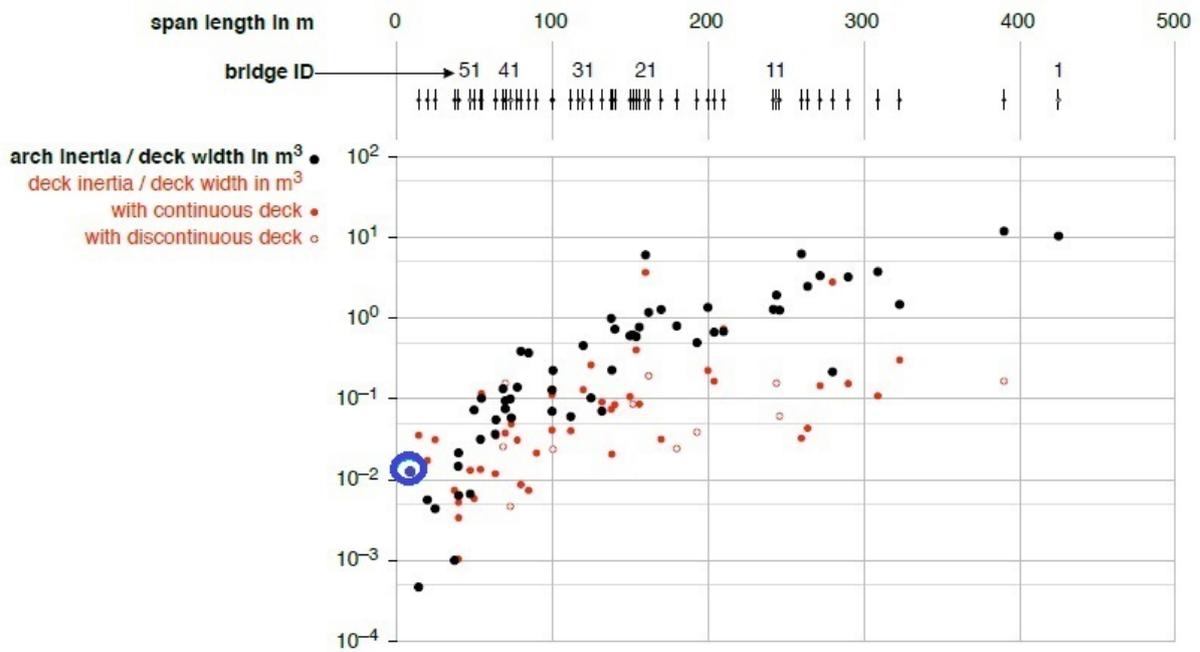


FIGURE 2.12 – Inertie VS portée, adapté de [SALONGA, 2010]

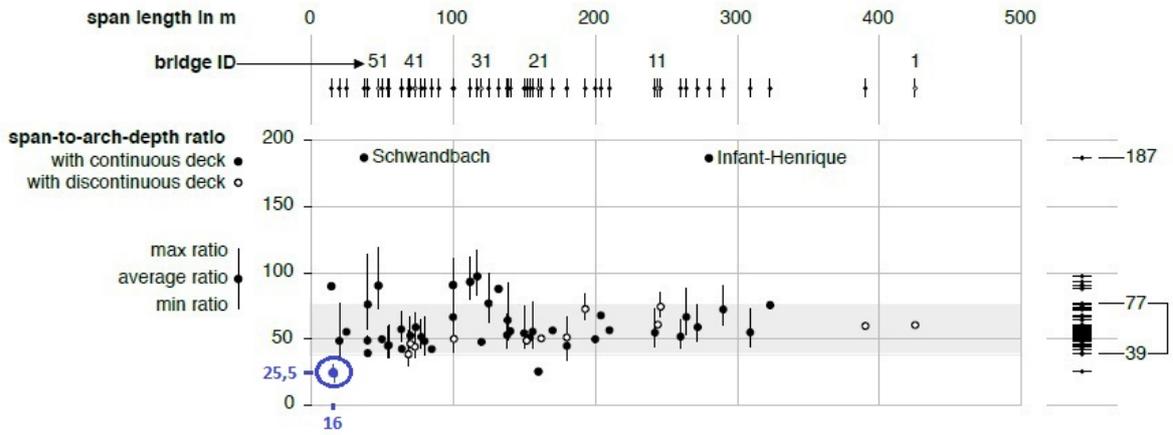


FIGURE 2.13 – Ratio Portée/Hauteur des section VS portée, adapté de [SALONGA, 2010]

A présent, il reste à considérer une caractéristique fondamentale, à savoir la hauteur de la clé par rapport à sa portée. En effet, à portée donnée, plus la hauteur de la clé est faible, plus l'arc va générer des poussées conséquentes sur les fondations (réactions horizontales augmentent). D'autre part, à portée donnée, une diminution de la hauteur de clé amènera à un système plus sensible aux effets thermiques et de retrait.

La figure 2.14 montre que le ratio portée/hauteur de clé est bien dans la moyenne par rapport aux 58 ponts recensés. Cependant, ce ratio est plutôt situé vers la borne supérieure de la zone moyenne. Pour une portée de 16 m, afin de rester dans la norme, la hauteur de clé devrait se trouver aux alentours de 4 m. La hauteur de la clé étant inférieure à la hauteur moyenne attendue, en vertu des propos du § précédent, une susceptibilité de l'arc aux effets de T° et retrait est à prévoir.

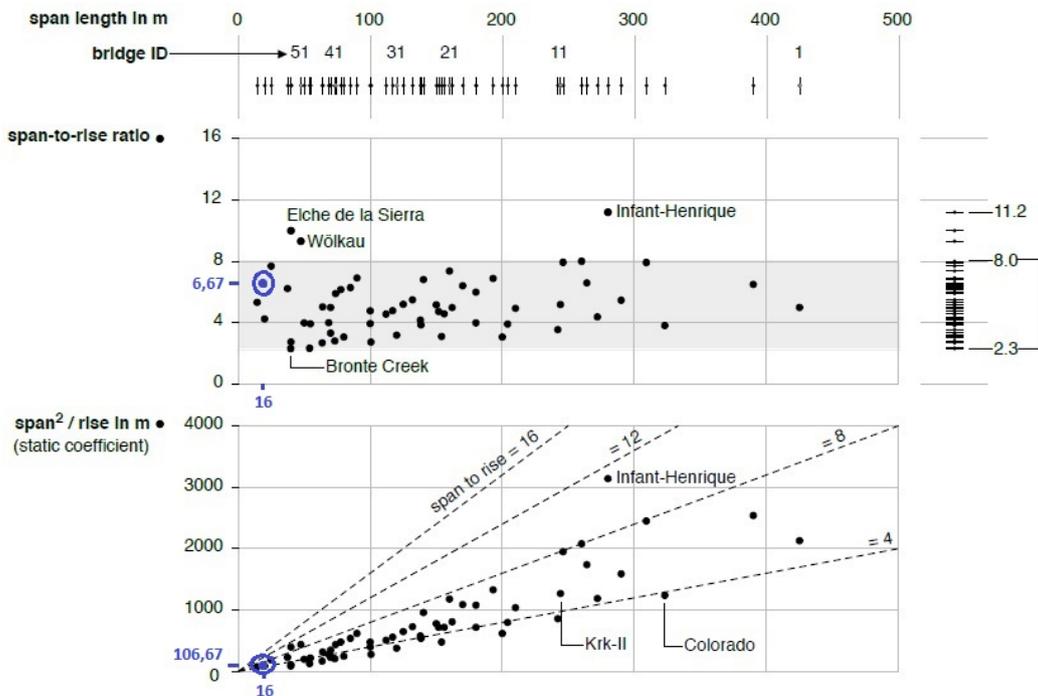


FIGURE 2.14 – Hauteur de la clé VS portée, adapté de [SALONGA, 2010]

Chapitre 3

Comportement élastique linéaire

Des études préalables ont montré que seules les variations thermiques (notamment négatives) pouvaient conduire à une plastification des armatures de l'arc. Démontrée dans les années 1983, cette constatation n'est pas surprenante en vertu du fait que cet arc n'avait pas été dimensionné pour ces variations thermiques alors que, comme toute structure hyperstatique, il y est fort sensible.

Afin de progresser pas à pas dans l'étude du pont d'Ortheuville, il est de bonne augure de comprendre le fonctionnement de l'arc seul ainsi que les efforts associés à un différentiel de température.

Dans un premier temps, l'arc va être étudié pour une variation de température ΔT de **-40 °C**, soit la valeur usuellement recommandée pour les dimensionnements d'ouvrages d'art. Par conséquent, l'approche menée considérera une température uniforme sur l'entièreté de la section.

Cependant, cette hypothèse peut être discutée d'un point de vue thermique pur. En effet, au vu de la massivité des sections en béton, il est peut-être radical de considérer la même température au coeur de la section qu'à ses bords. Dès lors, la réalité des faits consisterait plutôt en un gradient thermique au sein de la section.

D'autre part, l'implantation du pont dans le paysage arboré pourrait amener à une distribution spatiale des températures plus complexe que celle considérée dans l'étude.

Dans ce Chapitre 4, les résultats qui poursuivront seront basés sur des **analyses élastiques linéaires 2D**.

3.1 Données utilisées et discrétisation

Comme présenté précédemment, l'arc en place est un élément courbe à inertie variable en béton dont le module de Young E vaut 30 000 MPa. Afin d'être capable de modéliser ce dernier au mieux, il est de mise de :

1. connaître l'équation de la fibre moyenne de l'arc
2. connaître l'évolution des sections de l'arc de son pied à son sommet
3. discrétiser l'arc en plusieurs tronçons d'inertie constante dans le modèle
4. se donner une largeur de pont à étudier pour le modèle

1. Equation de la fibre moyenne

A partir des plans d'exécution obtenus pour cet ouvrage, il est apparu que l'équation de la fibre moyenne était une parabole. En vertu de la Figure 3.1 ci-dessous, cette équation est :

$$y_{fibre_{arc}}(x) = 2,4 \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2\right] \quad (3.1)$$

où 2,4 est la hauteur maximale de la fibre moyenne (sommet d'arc)
8 est la demi corde de l'arc (16/2).

2. Evolution des sections de l'arc

De la même manière que pour la fibre moyenne, l'évolution de l'intrados et extrados de l'arc est parabolique aussi. La représentation de ces derniers est donnée à la FIGURE 3.1 ci-dessous. Connaissant les valeurs des hauteurs de l'intrados/extrados en 3 points (-8, 8 et 0 m), il est possible de déterminer les équations des paraboles les représentant. Ces équations n'ayant pas d'implication pour la suite, elles ne seront pas explicitement notées ici.

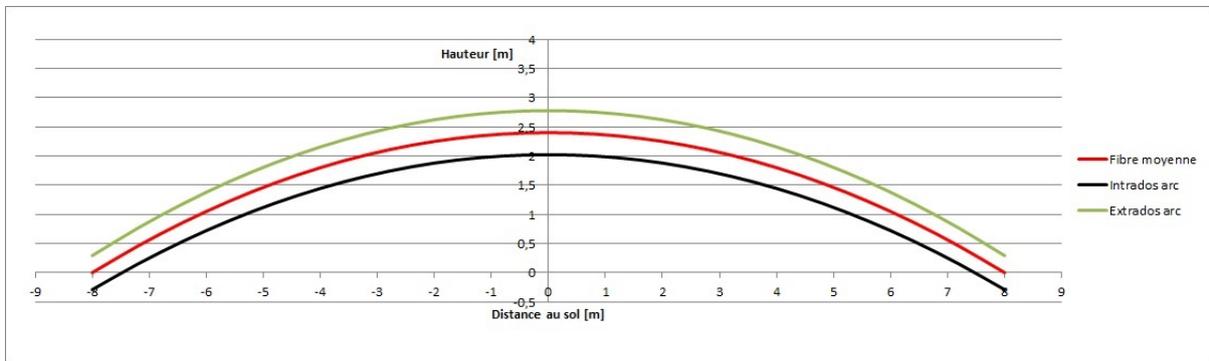


FIGURE 3.1 – Représentation de la fibre moyenne, de l'intrados et l'extrados de l'arc

3. Discrétisation de l'arc et inerties

L'option choisie pour nos calculs consiste à discrétiser l'arc en 20 éléments dont les longueurs de leurs projections sur la corde de l'arc seront égales et vaudront 16/20, soit 0,8 m. Reprenant la Figure 3.1 et la discrétisant selon le principe explicité ci-dessus, il est obtenu la FIGURE 3.2 pour laquelle la différence d'abscisse entre 2 points consécutifs (points mauves) vaut 0,8 m.

A présent, afin de compléter l'approche poursuivie, il est de mise de calculer l'inertie en un point quelconque de l'arc. A cette fin, les inerties et sections traitées seront telles que représentées à la FIGURE 3.3.

Selon le formalisme mathématique de la FIGURE 3.3, il vient que la hauteur de la section utile vaut :

$$h_{utile}(x) = (h_{extrados}(x) - h_{intrados}(x)) \cdot \cos(\theta(x))$$

Utilisant à présent l'équation (3.1) de la fibre moyenne, il vient que :

$$tg_{fibre_{arc}}(x) = tg(\theta(x)) = y'_{fibre_{arc}} = \left[2,4 \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2\right)\right]' \quad (3.2)$$

Par conséquent, prenant l'arc-tangente de la valeur trouvée ci-dessus, la détermination de θ est immédiate.

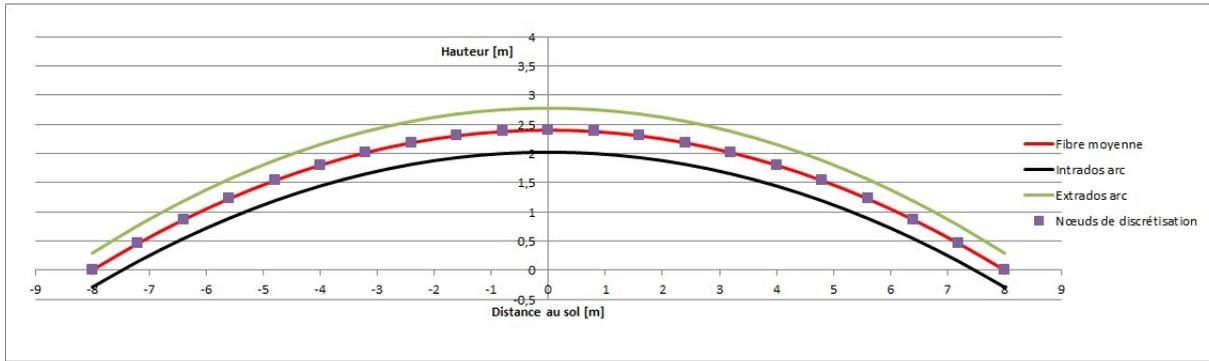


FIGURE 3.2 – Nœuds de discrétisation de la fibre moyenne

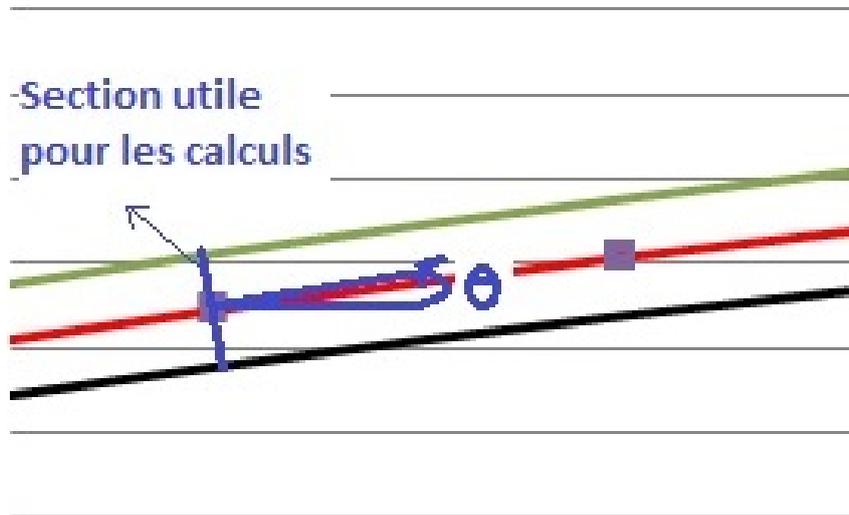


FIGURE 3.3 – Schéma d'une section utile au modèle en un nœud de discrétisation

Au final, il vient d'être montré qu'il est possible de calculer en tout point, et plus particulièrement en tout point de discrétisation, la valeur de la hauteur utile de la section d'arc considérée. Par suite, l'arc possédant une section rectangulaire (Cf FIGURE 2.2), son inertie peut être calculée selon la formule bien connue de

$$B_{etudiee} \cdot \frac{h_{utile}^3}{12} \quad (3.3)$$

Pour terminer, la valeur de l'inertie (constante) associée à un tronçon de discrétisation est égale à la moyenne des deux inerties calculées aux nœuds de discrétisation. Soit :

$$I_{troncon,i} = \frac{I_{noeud,i} + I_{noeud,i+1}}{2} \quad (3.4)$$

Afin de donner plus de formalisme à ces propos, la FIGURE 3.4 montre la discrétisation utilisée ainsi que les inerties associées aux tronçons à l'aide de couleurs.

A titre indicatif, le TABLEAU 3.1 ci-dessous fournit les valeurs des inerties associées à chaque tronçon pour $B_{etudiee}$ de 1,32 m.



FIGURE 3.4 – Discrétisation de l'arc et inerties associées

Tronçon	1-20	2-19	3-18	4-17	5-16	6-15	7-14	8-13	9-12	10-11
Inertie [m^4]	0,0155	0,0194	0,0237	0,028	0,0325	0,0367	0,0404	0,0435	0,0457	0,0471

TABLE 3.1 – Valeurs des inerties associées aux tronçons

4. Largeur de pont étudiée

Comme apparu dans l'équation (3.3), la largeur du pont dans le modèle $B_{etudiee}$ conditionne les inerties. Le choix d'une largeur de pont se justifie par le fait qu'il est réalisé une étude 2D. A présent, le choix de la largeur $B_{etudiee}$ de 1,32 m va être justifié.

Etant donné que le tablier devra être pris en compte tout autant que l'arc, c'est ce dernier, de par sa géométrie, qui déterminera la largeur de la bande à étudier. De manière arbitraire, le choix adopté ici est d'isoler une nervure du tablier, ce qui déterminera une largeur $B_{etudiee}$. La FIGURE 3.5 montre la manière dont la largeur étudiée a été déterminée.

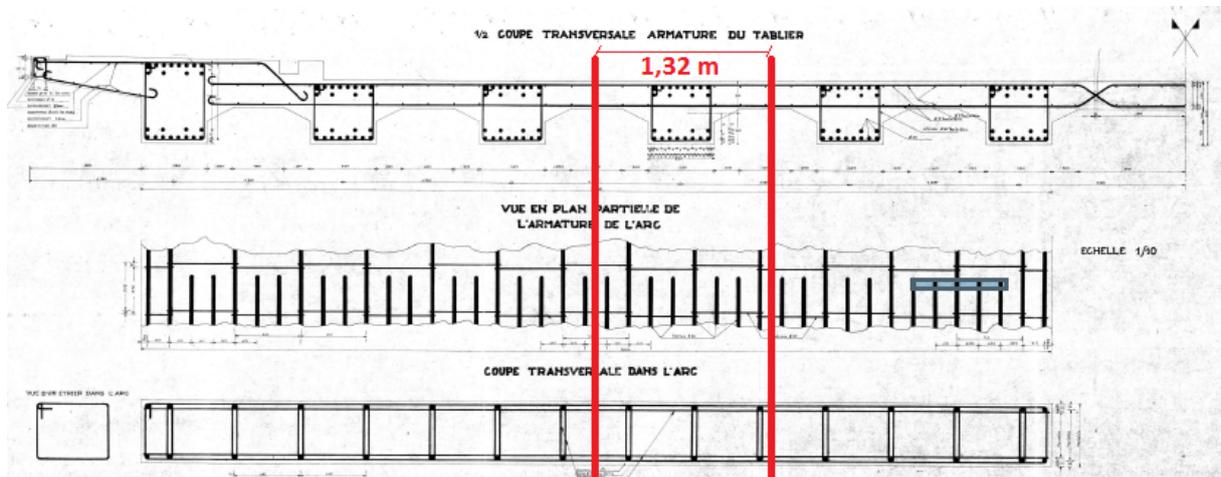


FIGURE 3.5 – Détermination de la largeur étudiée $B_{etudiee}$, adapté de [COLLIN & GOURDANGE, 1952]

3.2 Méthode des forces

Dans un premier temps, l'arc étant le principal élément de la structure étudiée, une bonne compréhension de son comportement seul est requise. Afin de garder un esprit critique sur tous les résultats qui seront exposés par la suite, il a été choisi d'étudier uniquement l'arc sous ΔT par la méthode des forces.

Deux situations distinctes seront étudiées :

- Un arc bi-rotulé
- Un arc bi-encasté

3.2.1 Arc bi-rotulé

Considérant la géométrie de l'arc ainsi que de le schéma de discrétisation en inerties choisi, la FIGURE 3.4 présentée ci-dessus peut être reprise et agrémentée des conditions d'appuis. La FIGURE 3.6 est alors obtenue.



FIGURE 3.6 – Schéma statique et discrétisation des inerties pour l'arc bi-rotulé

Le principe général de la méthode des forces consiste à :

1. déterminer le degré N d'hyperstaticité d'une structure
2. réaliser les N coupures simples nécessaires à rendre cette dernière isostatique
3. calculer les N déplacements générés par les efforts extérieurs au droit des N coupures (dans la structure isostatique) notés $d_{i,P}$, avec $i = 1 \dots N$
4. calculer la matrice de flexibilité, soit les déplacements créés aux lèvres d'une coupure i par un effort unitaire aux lèvres d'une coupure j notés $f_{i,j}$, avec $i = 1 \dots N, j = 1 \dots N$
5. calculer les N efforts à mettre en jeu au droit des N coupures afin de répondre aux conditions d'appuis

1. et 2. Degré N d'hyperstaticité et coupures simples

La détermination du degré d'hyperstaticité est directe dans ce cas car il suffit de transformer un des deux appuis simples en rouleau pour rendre la structure isostatique. Dans ce cas, transformons l'appui de droite en rouleau.

Par conséquent, N vaut 1.

3. Calcul des $d_{i,P}$

Actuellement, la structure étant 1x hyperstatique, seule une coupure est à considérer, à savoir le déplacement horizontal du rouleau. Ce déplacement, créé par les forces extérieures, est noté $d_{1,P}$. Dans le cas présent, la seule et unique "force" extérieure est un différentiel de température ΔT de -40°C .

Dans la configuration isostatique telle que précitée, la structure est tout à fait libre de se mouvoir. Par conséquent, lui appliquer un ΔT revient à mettre toute cette structure selon les mêmes proportions "à l'échelle". Notre structure étant en béton, son coefficient de dilatation thermique α est pris à $12 \cdot 10^{-6} \text{ m/m}^\circ\text{C}$.

Dès lors, le terme de "mise à l'échelle" évoqué ci-dessus revient à "ajuster" toutes les longueurs selon le facteur : $1 + \alpha\Delta T$.

De manière pragmatique, un barreau rectiligne libre de s'expandre de longueur L possèdera, après variation thermique, une longueur de :

$$L \cdot (1 + \alpha\Delta T) \quad (3.5)$$

Appliquant ce principe à notre structure rendue isostatique, la FIGURE 3.7 est alors obtenue pour une variation de -40°C . Sur cette dernière les dimensions initiales de l'arc sont représentées en rouge et les déplacements en pied et clé d'arc en bleu.

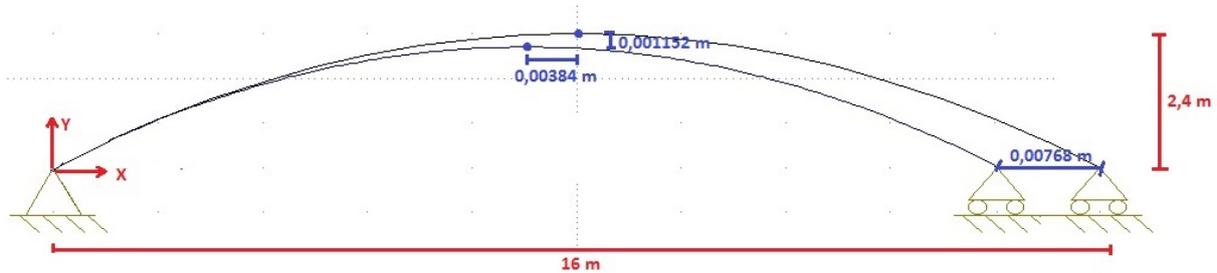


FIGURE 3.7 – Déformée de l'arc rendu isostatique sous $\Delta T = -40^\circ\text{C}$

En guise d'application, les valeurs des déplacements mentionnés peuvent se calculer en utilisant l'équation (3.5) :

Déplacements en pied d'arc

$$L_{finale} = L_{arc} \cdot (1 + \alpha\Delta T) = 16 \cdot (1 + -40 \cdot 12 \cdot 10^{-6}) = 15,99232m$$

$$\Delta x = L_{initiale} - L_{finale} = 16 - 15,99232 = 0,00768m$$

Déplacements en clé d'arc

$$H_{finale} = H_{arc} \cdot (1 + \alpha\Delta T) = 2,4 \cdot (1 + -40 \cdot 12 \cdot 10^{-6}) = 2,398848m$$

$$\Delta y = H_{initiale} - H_{finale} = 2,4 - 2,398848 = 0,001152m$$

$$X_{final} = X_{cle} \cdot (1 + \alpha\Delta T) = 8 \cdot (1 + -40 \cdot 12 \cdot 10^{-6}) = 7,99616m$$

$$\Delta x = X_{initiale} - X_{finale} = 8 - 7,99616 = 0,00384m$$

Pour terminer, la valeur du déplacement à la coupure réalisée $d_{1,P}$ vaut $-0,00768$ m selon l'axe des X choisi.

4. Calcul des $f_{i,j}$

Dans le cas d'un arc bi-rotulé, la structure étant 1x hyperstatique, il n'y aura qu'un seul coefficient à calculer, à savoir le coefficient $f_{1,1}$, c'est-à-dire le déplacement généré par une force unitaire au droit de la coupure réalisée, soit au rouleau. Utilisant un logiciel, il est aisé de calculer ce déplacement. Cependant, l'approche poursuivie ici étant une approche théorique manuelle, ce dernier se doit d'être calculé de manière analytique.

Le principe sur lequel va se reposer notre raisonnement se dénomme "théorème de la force unité". Utilisant le "théorème de Maxwell", ce dernier va permettre, par égalité des travaux internes et

externes, de calculer le déplacement $f_{1,1}$.
 Mathématiquement, il est obtenu :

$$1 \cdot f_{1,1} = \int_s \frac{N_1 \cdot N_1}{EA} ds + \int_s \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} ds + \int_s \frac{V_1 \cdot V_1}{EA_v} ds \quad (3.6)$$

où s est la coordonnée curviligne de l'arc et

M_1 , N_1 et V_1 sont les diagrammes de M, N et V dans la structure isostatique suite à la force unitaire à la coupure 1 (au rouleau, ici).

La FIGURE 3.8 schématise le chargement statique à considérer pour en tirer les diagrammes de M_1 , N_1 et T_1 à considérer dans l'équation (3.6).

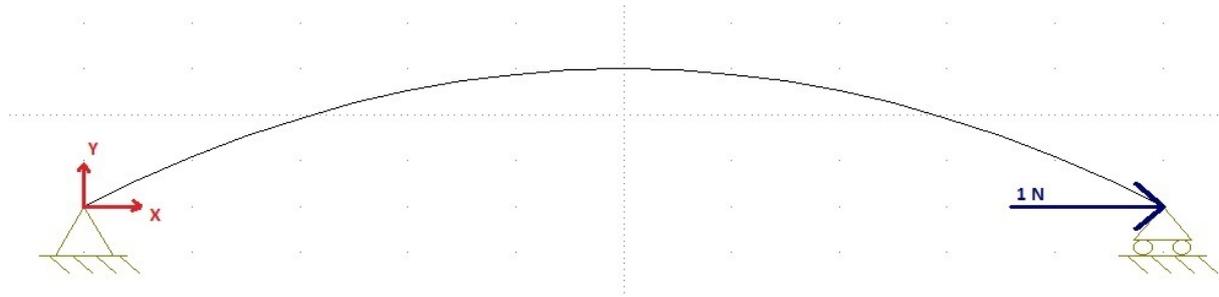


FIGURE 3.8 – Force unitaire à la coupure simple 1

La manière dont vont s'établir les diagrammes des efforts internes va se réaliser en vertu de la FIGURE 3.9 pour laquelle l'isolation de la partie gauche de l'arc a été réalisée. Sur cette dernière, l'effort de 1N vers la gauche n'est rien d'autre que la réaction de l'appui de gauche suite à l'effort unitaire appliqué au rouleau.

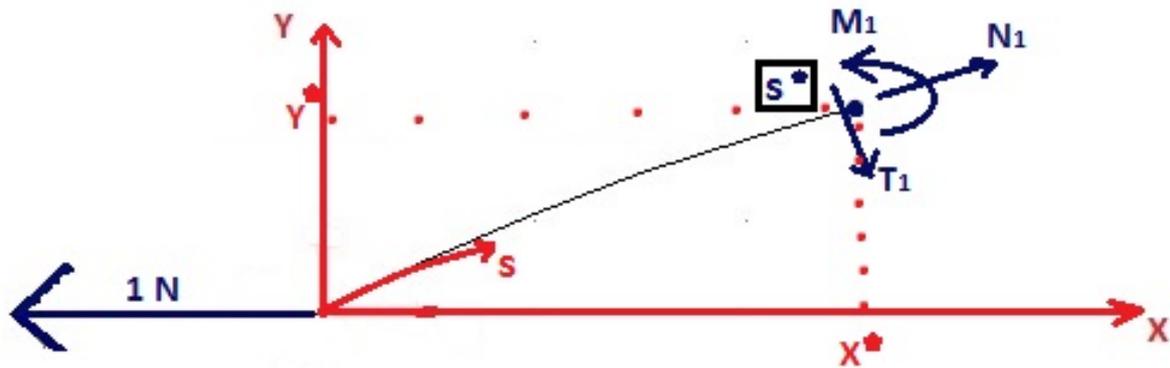


FIGURE 3.9 – Détermination des efforts M_1 , N_1 et T_1

Bien que calculés selon l'abscisse curviligne s , il va être montré que ces efforts internes peuvent être déterminés bi-univoquement par rapport à l'abscisse X de la FIGURE 3.9. En effet, les efforts $M_1(s^*)$, $N_1(s^*)$ et $T_1(s^*)$ en un point s^* de l'abscisse curviligne s'expriment selon :

$$\begin{aligned} M_1(s^*) &= 1 \cdot Y(s^*) \\ N_1(s^*) &= 1 \cdot \cos(\theta(s^*)) \\ T_1(s^*) &= 1 \cdot \sin(\theta(s^*)) \end{aligned}$$

A tout point de l'abscisse curviligne s est associé une abscisse X du système d'axes cartésiens $X - Y$. Par conséquent, le système d'équation ci-dessus devient :

$$M_1(X^*) = Y(X^*) \quad (3.7)$$

$$N_1(X^*) = \cos(\theta(X^*)) \quad (3.8)$$

$$T_1(X^*) = \sin(\theta(X^*)) \quad (3.9)$$

pour lequel, la seule variable restante est la variable X .

Considérant les équations (3.1) et (3.2) donnant les expressions mathématiques de l'évolution de la fibre moyenne ($Y(X)$) et de l'inclinaison des sections ($\theta(X)$) respectivement, il vient que les efforts M_1 , N_1 et T_1 peuvent se calculer selon l'abscisse X à l'aide d'expressions mathématiques connues.

Afin de calculer le coefficient $f_{1,1}$, ayant détaillé ci-dessus les développements mathématiques donnant les expressions des efforts internes, un paragraphe tout particulier se doit d'être réalisé au sujet de la méthode d'intégration.

En effet, les intégrales de l'équation (3.6) sont des intégrales curvilignes, c'est-à-dire des intégrales le long d'une courbe, qui est ici la courbe de la déformée de l'arc exprimée à l'équation (3.1). En vertu du changement de variable réalisé pour passer de coordonnées curvilignes s en coordonnées cartésiennes X , les intégrales de l'équation (3.6) deviennent :

$$f_{1,1} = \int_{X_1}^{X_2} \frac{N_1 N_1}{EA} \cdot \sqrt{1 + Y'(X)^2} dX + \int_{X_1}^{X_2} \frac{M_1 M_1}{EI} \cdot \sqrt{1 + Y'(X)^2} dX + \int_{X_1}^{X_2} \frac{V_1 V_1}{EA_v} \cdot \sqrt{1 + Y'(X)^2} dX \quad (3.10)$$

avec $\sqrt{1 + Y'(X)^2}$ l'expression de la longueur de l'arc de parabole

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 16$$

L'approche poursuivie pour le calcul de ces intégrales repose sur une discrétisation de l'arc en **éléments rectilignes** sur lesquels l'intégration pourra être faite considérant **une variation linéaire des efforts** le long de chacun de ces éléments (1). De manière assez semblable, cette méthode se rapproche de la discrétisation par tronçons d'inertie constante réalisée ci-haut à la FIGURE 3.4 (2).

Cependant, il est de bon ton de mentionner que les deux discrétisations (1) et (2) dont il est question ici n'ont aucun lien entre elles. En effet, la première (1) relève d'une approche discrète **utilisée pour l'intégration numérique** de l'équation (3.10), tandis que la seconde (2) relève d'un choix de discrétisation en inerties **utilisée pour la modélisation** afin de prendre en compte l'inertie variable de l'arc.

Au final, l'arc est toujours discrétisé en 20 tronçons d'inertie constante. Dans le présent calcul, par la méthode des forces, ces tronçons sont courbes et les inerties associées suivent cette courbe (discrétisation (2)). Par ailleurs, l'intégration numérique de l'équation (3.10) amène à la discrétisation (1), soit discrétiser chaque tronçon en éléments. La FIGURE 3.10 met en évidence ce qui a été réalisé pour le calcul des intégrales (en utilisant 8 éléments par tronçon). D'autre part, cette figure montre aussi la différence entre la modélisation et l'approche analytique poursuivie ici. Pour rappel, se référant à la FIGURE 3.2, la discrétisation en tronçons donnait :

$$X_{i+1} - X_i = 0,8 \text{ m} \quad \xrightarrow{\substack{\text{8} \\ \text{éléments par tronçon}}} \quad \Delta X_{\text{element}} = 0,1 \text{ m.}$$

Par extension, la longueur de chaque élément d'intégration L_{element} est aisément calculable.

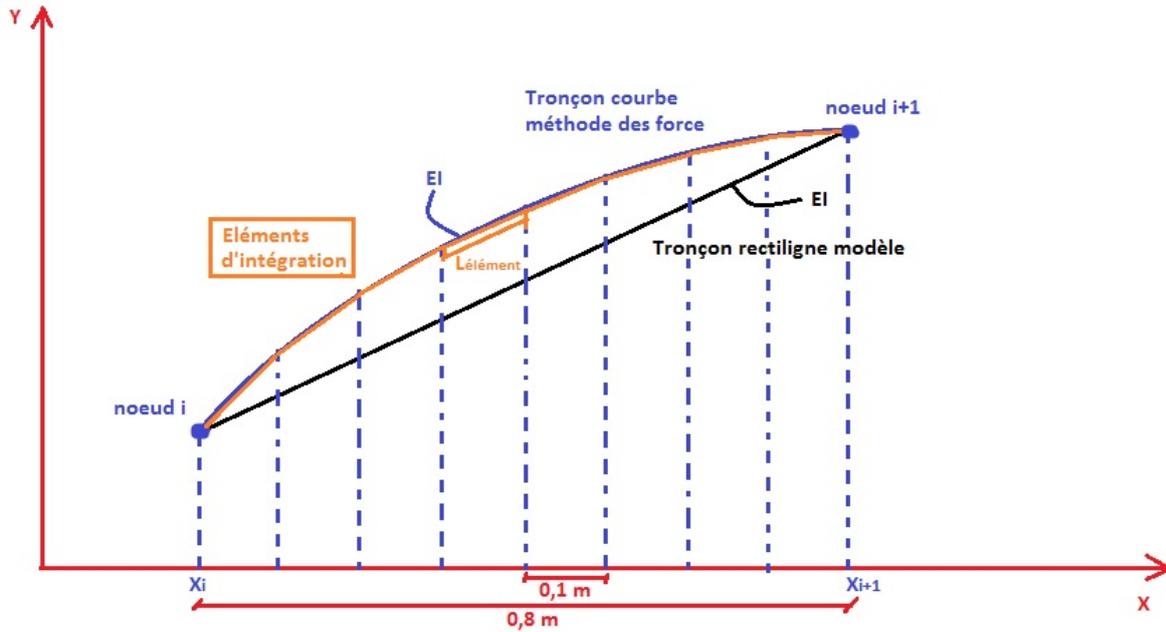


FIGURE 3.10 – Méthode numérique pour l'intégration le long de l'arc

Détaillant uniquement le terme de l'intégrale des moments et considérant une variation linéaire des efforts le long de ces éléments d'intégration, le raisonnement suivant est obtenu, pour l'intégration sur 1 tronçon i :

$$\int_{X_i}^{X_{i+1}} \frac{M_1 M_1}{EI} \cdot \sqrt{1 + Y'(X)^2} dX = \int_{\text{troncon}_i} \frac{M_1 M_1}{EI_{\text{troncon}_i}} \cdot \sqrt{1 + Y'(X)^2} dX \quad (3.11)$$

$$\rightarrow \int_{\text{troncon}_i} \frac{M_1 M_1}{EI_{\text{troncon}_i}} \cdot \sqrt{1 + Y'(X)^2} dX = \frac{1}{EI_{\text{troncon}_i}} \sum_{EL_{1,\text{troncon}_i}}^{EL_{8,\text{troncon}_i}} \int_{\text{element}} M_1 M_1 del \quad (3.12)$$

avec l'intégrale des moments le long de l'élément qui vaut :

$$\int_{\text{element}} M_1 M_1 del = \frac{L_{\text{element}}}{6} \cdot [M_{1,A}(2M_{1,A} + M_{1,B}) + M_{1,B}(M_{1,A} + 2M_{1,B})] \quad (3.13)$$

avec $M_{1,A}$ et $M_{1,B}$ les valeurs des moments respectivement aux noeuds gauche et droit de l'élément considéré.

Le raisonnement fait ici sur les moments est identique pour les efforts normaux et tranchants.

Insérant l'équation (3.13) dans (3.12) et (3.10), la valeur de $f_{1,1}$ est trouvée.

De manière générale, les contributions des efforts normaux et tranchants sont souvent faibles par rapport à la contribution des moments. Cependant, étant dans le cas d'un arc, structure pour laquelle les efforts normaux sont non négligeables, il a été choisi de prendre en compte les moments et efforts normaux pour le calcul du coefficient $f_{1,1}$, soit :

$$f_{1,1} = \int_s \frac{N_1 \cdot N_1}{EA} ds + \int_s \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} ds \quad (3.14)$$

Pour terminer, cette approche a permis de calculer la valeur de $f_{1,1}$ qui vaut : $4,42 \cdot 10^{-8}$ m/N.

5. Calcul de l'effort à mettre en jeu

L'effort H à mettre en oeuvre pour rétablir la continuité au droit de l'appui fixe revient à calculer la force H nécessaire pour annuler le déplacement créé par ΔT ($d_{1,P}$) schématisé à la FIGURE 3.7.

Par principe de superposition de l'analyse élastique, il vient que :

$$f_{1,1} \cdot H + d_{1,P} = 0$$

soit

$$4,42 \cdot 10^{-8} \cdot H + (-0,00768) = 0 \rightarrow H = 173755,65N$$

où le signe de H est conforme au système d'axe choisi. Le signe positif de ce dernier est physiquement compréhensible en ce sens que l'appui à rouleau doit être "repoussé" vers la droite pour le ramener à sa position initiale.

Diagrammes des efforts intérieurs

A présent, les réactions extérieures étant déterminées, il est possible de calculer les diagrammes d'efforts internes.

Comme mentionné au début de cette section, le but ultime de l'étude menée par la méthode des forces est de bien comprendre le fonctionnement de l'arc sous ΔT , mais aussi de valider et confirmer ces résultats en les comparant à ceux fournis par les logiciels utilisés, à savoir, dans ce cas, le logiciel OSSA 2D.

Les efforts internes obtenus par les deux méthodes sont représentés à la FIGURE 3.11.

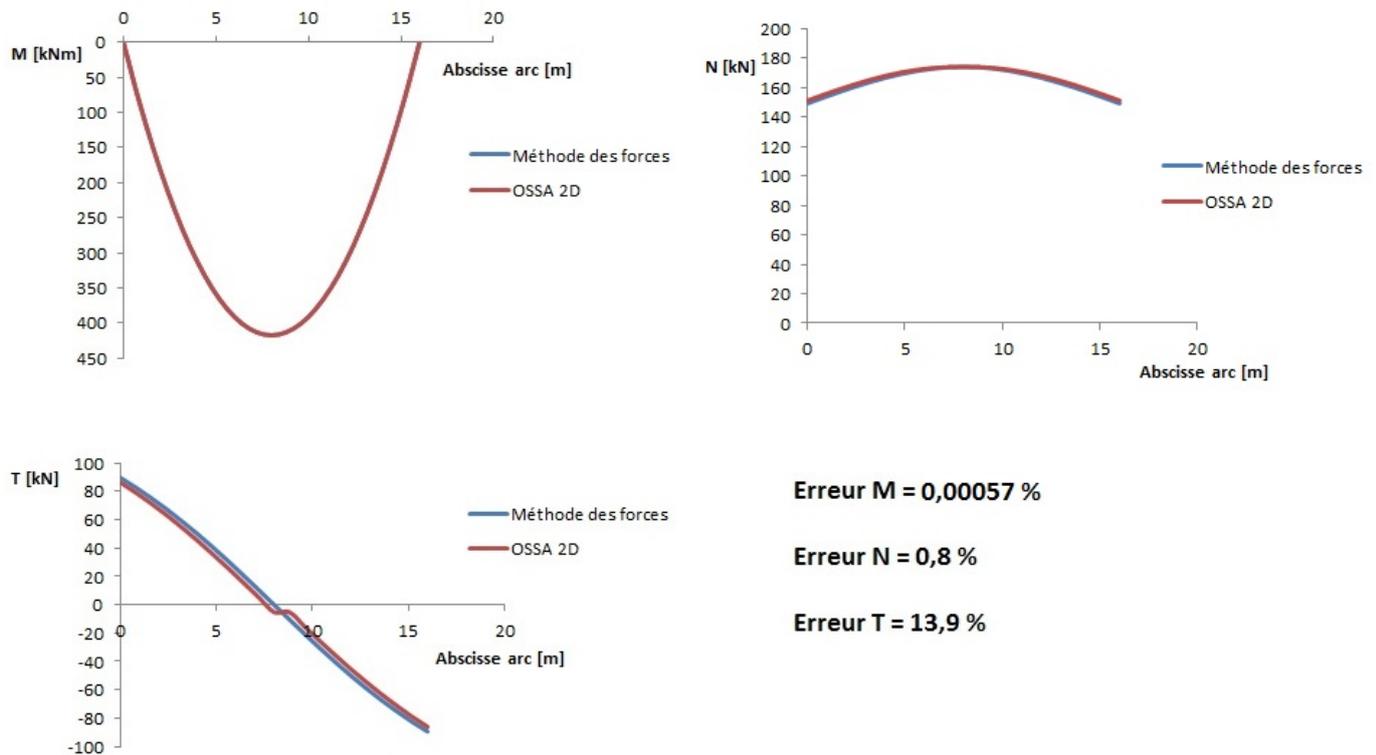


FIGURE 3.11 – Comparaison M, N et T, pour un arc bi-rotulé, par la méthode des forces et OSSA 2D

Les erreurs mentionnées sont des erreurs moyennes calculées aux 21 noeuds de discrétisation de la structure par la formule (pour l'effort M) :

$$Erreur_M = \frac{\sum_{i=1}^{21} \frac{|M_{OSSA2D} - M_{methode\ forces}|}{|M_{methode\ forces}|}}{21} \quad (3.15)$$

En vertu de la FIGURE 3.11, les résultats sont fort proches les uns des autres, tout comme les erreurs peuvent le montrer. A ce sujet, deux notes seront tout de même réalisées. La première consiste à fournir les raisons de ces différences, tandis que la deuxième traitera plutôt des causes et conséquences de l'erreur non négligeable commise sur l'effort tranchant.

Les deux raisons fondamentales occasionnant des différences entre ces deux approches sont :
- la discrétisation en tronçons rectilignes dans le modèle OSSA 2D (Cf FIGURE 3.10)
- les valeurs des inerties fournies aux différents tronçons dans le modèle OSSA 2D sont arrondies alors que dans la méthode des forces, ces dernières sont calculées de manière précise à l'aide des formules (3.3) et (3.4).

La cause principale de l'erreur plus conséquente sur l'effort tranchant réside dans le fait que ce dernier varie beaucoup plus entre le pieds et la clé d'arc, passant de 89,5 à 0 kN. De plus, T étant constant sur un tronçon, l'erreur commise se colporte davantage occasionnant des ressauts au droit de chaque noeud. A contrario, la méthode des forces calcule un et un seul angle θ en tout point et y associe un et un seul T.

Par ailleurs, ces erreurs ne sont pas dramatiques en ce sens que les logiciels et approches utilisées dans cette thèse se baseront sur l'**hypothèse de Navier-Bernoulli** (sections planes restent planes) pour laquelle les efforts principaux à traiter seront N et M et les déformations seront causées par seuls N et M.

3.2.2 Arc bi-encastéré

Repartant de la géométrie de l'arc en place ainsi que de la discrétisation en tronçons d'inertie constante, la FIGURE 3.4 présentée ci-dessus peut être reprise et agrémentée des conditions d'appuis. La FIGURE 3.12 est alors obtenue.

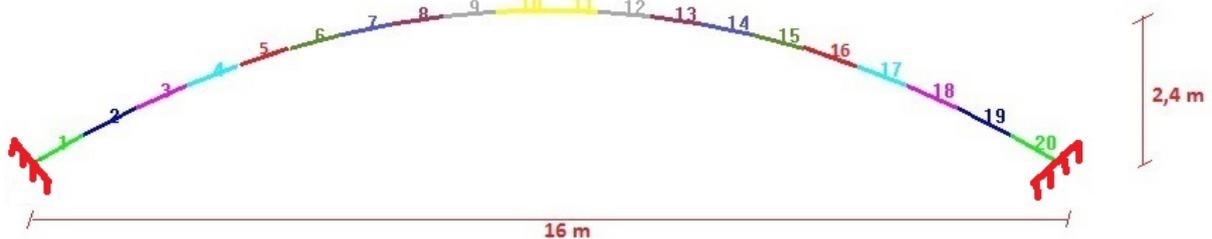


FIGURE 3.12 – Schéma statique et discrétisation des inerties pour l'arc bi-encastéré

Les différentes étapes à réaliser pour le calcul des réactions d'appuis sont identiques à celles réalisées pour l'arc bi-rotulé.

1. et 2. Degré N d'hyperstaticité et coupures simples

Contrairement au cas de l'arc bi-rotulé, rendre cette structure isostatique requiert plus d'une coupure. Afin de se ramener à la même configuration isostatique que précédemment (Cf FIGURE 3.7), 3 coupures simples sont à réaliser :

- La première consiste à libérer le moment à l'encastrement de gauche (encastrement \rightarrow appui

simple)

- La deuxième consiste à libérer le moment à l'encastrement de droite (encastrement \rightarrow appui simple)
- La troisième consiste à libérer l'effort horizontal à l'encastrement de droite (2) + 3) \rightarrow appui à rouleau)

Ayant dû réaliser 3 coupures simples pour rendre notre structure isostatique, le degré d'hyperstaticité N vaut donc 3.

3. Calcul des $d_{i,P}$

Actuellement, la structure étant 3x hyperstatique, 3 déplacements suite aux efforts extérieurs sont à considérer. Le premier est, tout comme pour le cas précédent, le déplacement horizontal du rouleau, tandis que les 2 autres sont les rotations aux rotules créées. Les déplacements créés par le différentiel de température ΔT de -40°C seront notés :

- $d_{1,P}$, le déplacement horizontal du rouleau (Cf avant)
- $d_{2,P}$, la rotation à l'appui simple de gauche, positive vers la droite
- $d_{3,P}$, la rotation à l'appui simple de droite, positive vers la droite

Appliquant ces conventions à notre structure rendue isostatique, la FIGURE 3.13 est alors obtenue pour une variation de -40°C . Sur cette dernière, les dimensions initiales de l'arc sont représentées en rouge et les déplacements à considérer en bleu.

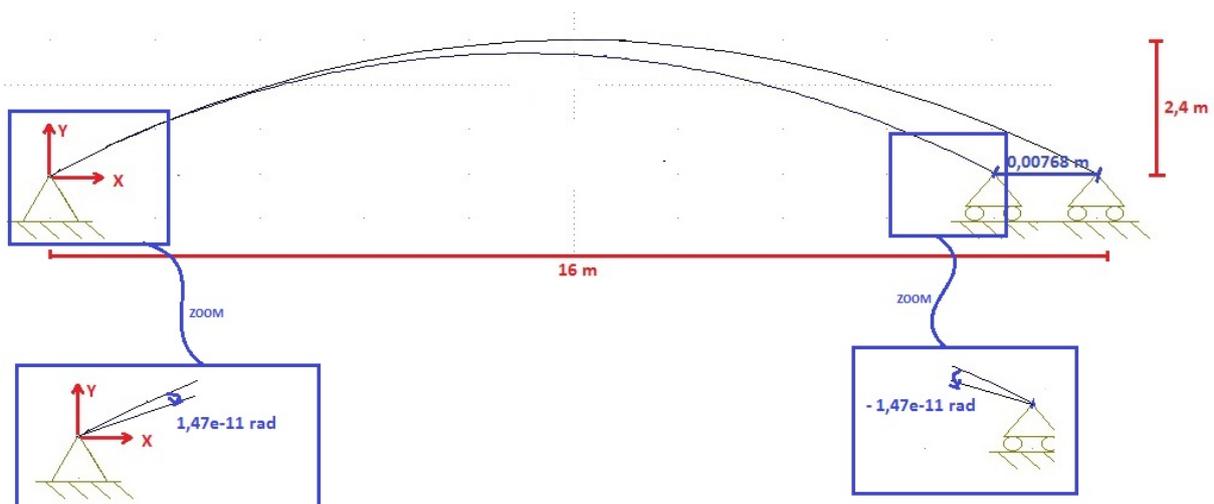


FIGURE 3.13 – Déformée de l'arc rendu isostatique sous $\Delta T = -40^\circ\text{C}$

Les valeurs des angles de rotation aux appuis sont calculées en utilisant les 3 points (2 appuis et clé d'arc) de la déformée par lesquels passe la parabole. Dès lors, il est possible de calculer l'expression mathématique de cette dernière et, prenant la dérivée aux appuis, de connaître les angles de rotation de la déformée. Enfin, $\theta_{initial} - \theta_{deformee}$ donne les valeurs mentionnées à la FIGURE 3.13.

- Au final, les valeurs des déplacements sous ΔT valent :
- $d_{1,P} = -0,00768$ m
 - $d_{2,P} = 1,47e^{-11}$ rad
 - $d_{3,P} = -1,47e^{-11}$ rad

4. Calcul des $f_{i,j}$

Dans le cas présent, la structure étant 3x hyperstatique, il n'y aura pas un seul coefficient à calculer comme pour le cas de l'arc bi-encasté, mais 9. En effet, pour rappel, la signification du coefficient $f_{i,j}$ est le déplacement à la coupure simple i sous l'effet d'un effort unitaire à la coupure simple j . Par conséquent, un effort unitaire à une des 3 coupures simples générera automatiquement un déplacement à chacune des 3 coupures.

Tout comme pour le cas précédent, le "théorème de la force unité" ainsi que le "théorème de Maxwell" seront utilisés pour calculer ces coefficients. Par ailleurs, le principe de réciprocité de Maxwell permet de noter $f_{i,j} = f_{j,i}$, ce qui allégera les calculs. En effet, au lieu de calculer 9 coefficients, seuls 6 seront calculés.

Pour rappel, la formule générale de calcul d'un coefficient $f_{i,j}$ s'écrit, négligeant la contribution de l'effort tranchant (pour les mêmes raisons que précédemment) :

$$f_{i,j} = \int_s \frac{N_i \cdot N_j}{EA} ds + \int_s \frac{M_i \cdot M_j}{EI} ds \quad (3.16)$$

où N_i, M_i (resp. N_j, M_j) sont les efforts internes suite à un effort unitaire à la coupure simple i (resp. j) dans la structure rendue isostatique.

La FIGURE 3.14 fournit les schémas rendus libres des efforts unitaires aux 3 coupures simples réalisées. Ces schémas constituent une base pour la détermination des N_i et M_i .

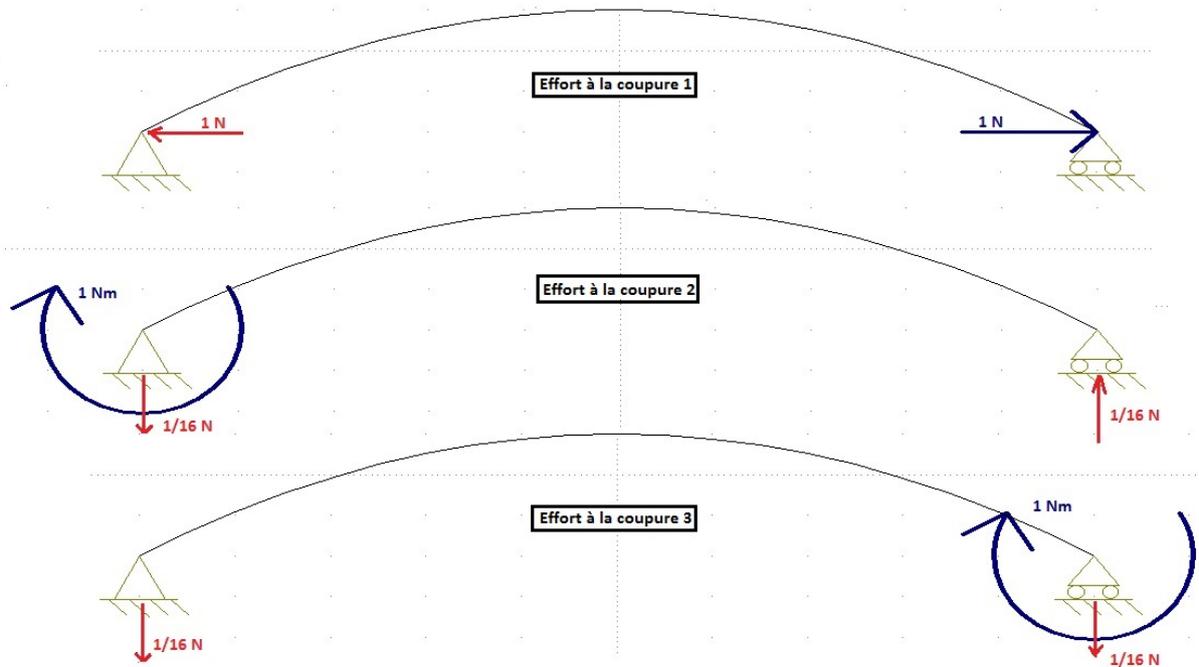


FIGURE 3.14 – Schémas rendus libres des efforts unitaires et réactions d'appuis aux coupures simples

Ayant détaillé la méthode d'intégration numérique précédemment, seuls les résultats finaux des expressions mathématiques selon l'axe X vont être spécifiés :

Pour les efforts internes relatifs à la coupure simple 1, ces derniers sont identiques à ceux des équations (3.7), (3.8) et (3.9).

Les efforts internes relatifs au moment unitaire à la coupure 2 se notent, selon la convention de signe choisie (FIGURE 3.9) :

$$M_2(X) = 1 - \frac{1}{16} \cdot X \quad (3.17)$$

$$N_2(X) = \frac{1}{16} \cdot \sin(\theta(X)) \quad (3.18)$$

$$T_2(X) = -\frac{1}{16} \cdot \cos(\theta(X)) \quad (3.19)$$

pour lequel $M_2(16) = 0$, ce qui est bien logique en vertu de l'appui de droite de la structure isostatique.

Les efforts internes relatifs au moment unitaire à la coupure 2 se notent, selon la convention de signe de la FIGURE 3.9 :

$$M_3(X) = -\frac{1}{16} \cdot X \quad (3.20)$$

$$N_3(X) = \frac{1}{16} \cdot \sin(\theta(X)) \quad (3.21)$$

$$T_3(X) = -\frac{1}{16} \cdot \cos(\theta(X)) \quad (3.22)$$

pour lequel $M_3(0) = 0$, ce qui est bien logique en vertu de l'appui de gauche de la structure isostatique. D'autre part, la valeur de $M_3(16) = -1$ signifie juste que le moment unitaire à l'appui de droite fléchit l'arc contrairement à la convention adoptée de la mécanique des matériaux. Le plus important est de conserver la même convention (celle de la FIGURE 3.9) pour la détermination de tous les efforts.

Les différentes intégration pour le calcul des $f_{i,j}$ sont réalisées de la même manière que pour le cas de l'arc bi-rotulé. Par conséquent, les détails ne seront pas rediscutés, mais seulement affichés. Comme mentionné précédemment, seuls 6 coefficients doivent être calculés :

- $f_{1,1} = 4,42 \cdot 10^{-8}$
- $f_{2,2} = 7,18 \cdot 10^{-9}$
- $f_{3,3} = 7,18 \cdot 10^{-9}$
- $f_{1,2} = f_{2,1} = 1,2543 \cdot 10^{-8}$
- $f_{1,3} = f_{3,1} = -1,2543 \cdot 10^{-8}$
- $f_{2,3} = f_{3,2} = -2,621 \cdot 10^{-9}$

5. Calcul des efforts à mettre en jeu

Tout comme pour le cas de l'arc bi-rotulé, le but final est de rétablir la continuité aux coupures effectuées. Nommant les 3 efforts à calculer par H , M_g et M_d , respectivement la réaction horizontale à l'appui de droite, le moment à appliquer à l'appui de gauche et le moment à appliquer à l'appui de droite, l'annulation des déplacements revient à écrire :

$$\begin{cases} f_{1,1}H + f_{1,2}M_g + f_{1,3}M_d + d_{1,P} = 0 \\ f_{2,1}H + f_{2,2}M_g + f_{2,3}M_d + d_{2,P} = 0 \\ f_{3,1}H + f_{3,2}M_g + f_{3,3}M_d + d_{3,P} = 0 \end{cases}$$

où chacune de ces 3 équations représente le déplacement à la coupure considérée.

Au final, il n'y a plus une équation à résoudre, mais un système dont la solution finale avec les valeurs obtenues pour les coefficients vaut :

- $H = 636,7 \text{ kN}$
- $M_g = -814,8 \text{ kNm}$
- $M_d = 814,8 \text{ kNm}$

Deux remarques peuvent être mentionnées de ces résultats.

La première consiste à s'apercevoir que les moments aux encastremets sont identiques (au signe près), ce qui est tout à fait logique en vertu de la symétrie de la structure et du "chargement". D'autre part, les signes des moments se doivent d'être validés. En vertu de la déformée sous $\Delta T = -40 \text{ }^\circ\text{C}$ de la structure isostatique (Cf FIGURE 3.13), il est intuitif de constater que le moment à appliquer à l'appui de gauche soit négatif par rapport au sens positif choisi. De fait, le moment à appliquer doit être dans le sens trigonométrique, tandis que le sens positif choisi est celui horlogique. Par extension, le signe du moment à l'appui de droite se justifie de la même manière.

Diagrammes des efforts intérieurs

Tout comme pour le cas précédent, les efforts internes obtenus par la méthode des forces et OSSA 2D sont représentés à la FIGURE 3.15.

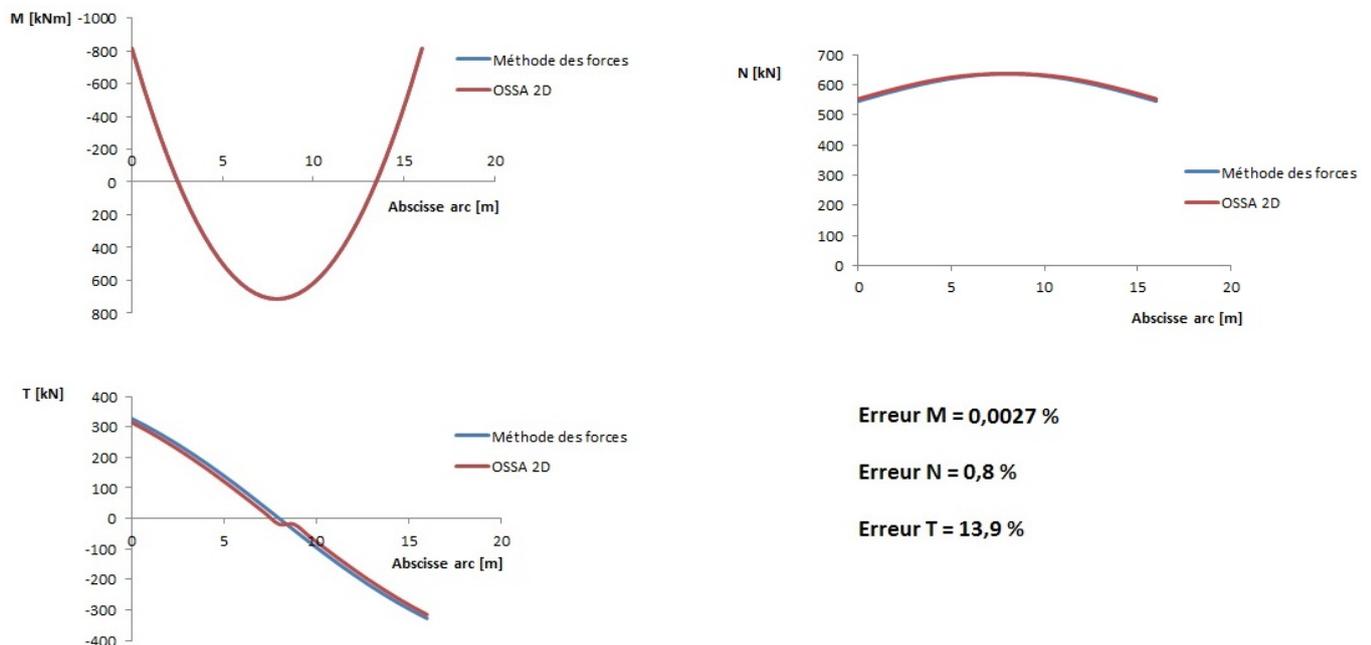


FIGURE 3.15 – Comparaison M, N et T, pour un arc bi-encasté, par la méthode des forces et OSSA 2D

Les erreurs ont été calculées de la même manière que pour l'arc bi-rotulé conformément à la formule (3.15). A nouveau, la différence notable entre les 2 méthodes concernant l'effort tranchant s'explique de la même manière que pour l'arc bi-rotulé.

3.2.3 Comparaison

L'établissement de manière théorique de la méthode des forces pour le calcul des efforts internes suite à une variation de températures de $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ a permis de comprendre le comportement général de l'arc sous cet effet. Notamment, le fait d'encasturer l'arc à ses pieds plutôt que de l'avoir rotulé a effet de bridage ce qui a pour conséquences **d'augmenter** les efforts internes **que ce soit en pied ou en clé d'arc** comme le montre la FIGURE 3.16.

Par ailleurs, cette variation de températures occasionne :

- une variation parabolique du diagramme des moments
- un moment négatif à l'encastrement
- un moment positif à la clé d'arc
- un effort de traction dans l'arc

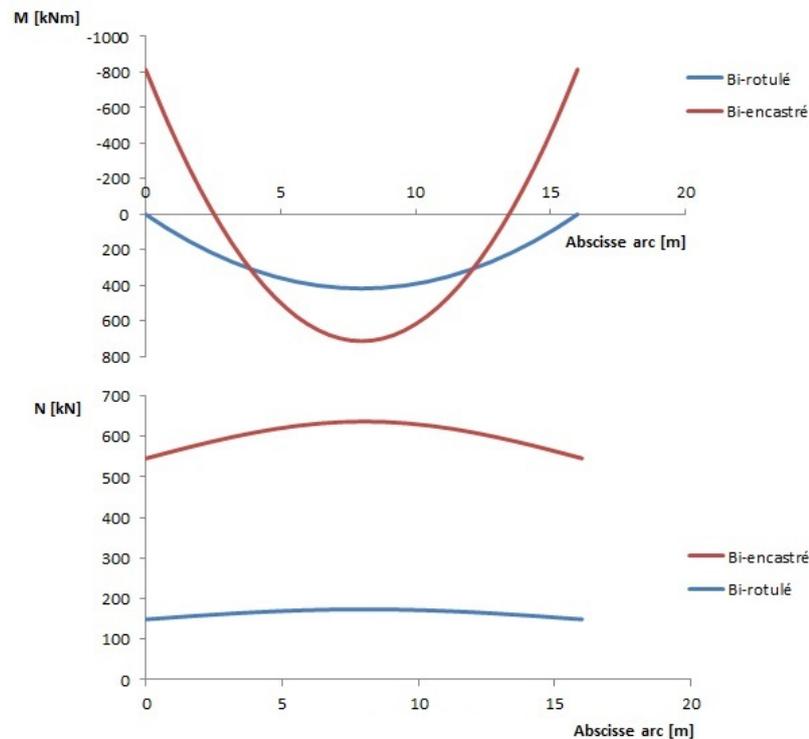


FIGURE 3.16 – Influence de l'encastrement de l'arc sur les efforts internes M et N sous ΔT

D'autre part, la comparaison des deux approches a permis de valider le modèle OSSA 2D utilisé qui sera une base pour l'appréhension de résultats futurs.

3.3 Influence du tablier

Jusqu'à présent, l'arc seul a été étudié. Cependant, à ce stade, il est bon d'avoir une idée de l'influence mécanique que possède le tablier sur le comportement de l'arc sous un ΔT de $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Le logiciel OSSA 2D ayant confirmé les résultats obtenus par la méthode des forces, c'est ce dernier qui sera utilisé pour générer les résultats en considérant le tablier.

Avant de se lancer dans la modélisation de la structure arc+tablier, il est de mise de discuter de

la position du tablier par rapport à l'arc. Considérant la FIGURE 2.1, la jonction arc-tablier ne se fait pas en un noeud précis. En effet, la zone au sommet de l'arc est une zone d'inertie plus conséquente venant du fait que le tablier tend à se "confondre" dans l'arc à cet endroit. La raison principale de ces propos réside dans le fait que dans notre modèle d'étude, la structure est représentée en filaire (Cf FIGURE 3.4). Par conséquent, la jonction arc-tablier du modèle ne saurait se faire qu'en un point précis, en un noeud.

Dans un premier temps, tout comme pour l'arc, il est de mise de calculer la position de la fibre moyenne du tablier, c'est-à-dire son centre de gravité. Pour rappel, le tablier étudié n'est qu'une portion de la largeur du tablier total (Cf FIGURE 3.5). La FIGURE 3.17 fournit la section étudiée dénudée de ses armatures, ainsi que la position de son centre de gravité. Le centre de gravité calculé ici est celui de la section brute telle que représentée, sans prendre en compte les armatures.

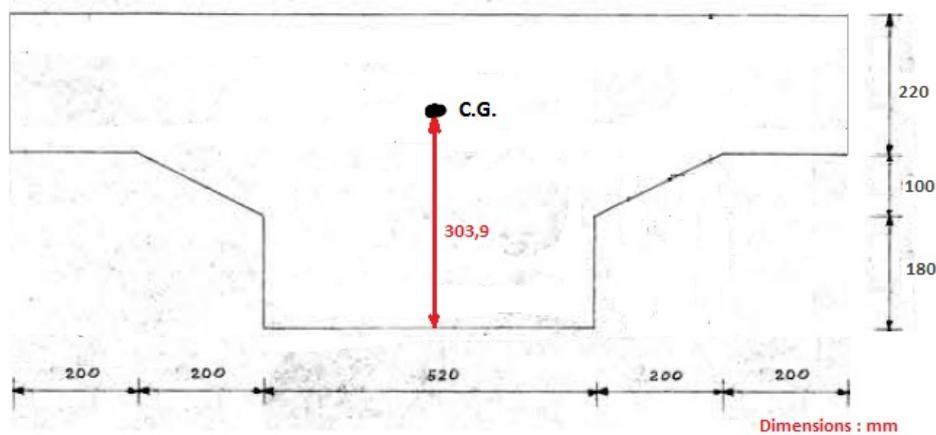


FIGURE 3.17 – Section brute du tablier, adapté de [GRÉGOIRE, 1950]

Détails du calcul du C.G .

Soit $y_{C.G.}$, la position du centre de gravité par rapport à la base de la section,

$$A_{section} \cdot y_{C.G.} = 520 \cdot 180 \cdot 90 + 1320 \cdot 220 \cdot (180 + 100 + 110) + 520 \cdot 100 \cdot (180 + 50) + 2 \cdot 200 \cdot \frac{100}{2} \cdot (180 + \frac{2}{3} \cdot 100)$$

$$A_{section} = 520 \cdot 180 + 1320 \cdot 220 + 2 \cdot 200 \cdot \frac{100}{2} + 520 \cdot 100$$

$$\rightarrow y_{C.G.} = 303,89mm$$

Dans un premier temps, le noeud de jonction arc-tablier va être celui correspondant à l'intersection entre la fibre moyenne de l'arc et du tablier. En vertu des dimensions de l'arc à la clé, ainsi que de la position du centre de gravité du tablier, la FIGURE 3.18 peut être établie. Sur cette dernière, il est clairement perçu que les axes neutres élastiques ne s'intersectent pas et sont distants, en clé, de 180 mm.

Faute de mieux, cette constatation nous amène à biaiser légèrement la réalité en réalisant la jonction arc-tablier au noeud du sommet de l'arc, soit **le noeud 11** dans le modèle.

Par ailleurs, un autre raisonnement amène à joindre ces deux parties en un autre point. Ce raisonnement repose sur la volonté d'avoir une même rotation au droit de la section schématisée en bleu sur la FIGURE 3.19. L'intersection entre cette section et l'axe neutre de l'arc se fait à 3,2 m de la clé d'arc, soit aux **noeuds 7 et 15** dans le modèle.

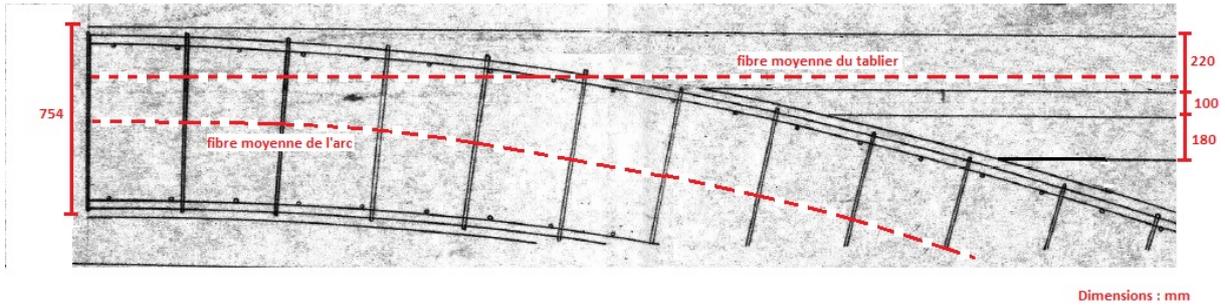


FIGURE 3.18 – Détail de la position des axes neutres élastiques à la jonction arc-tablier, adapté de [GRÉGOIRE, 1950]

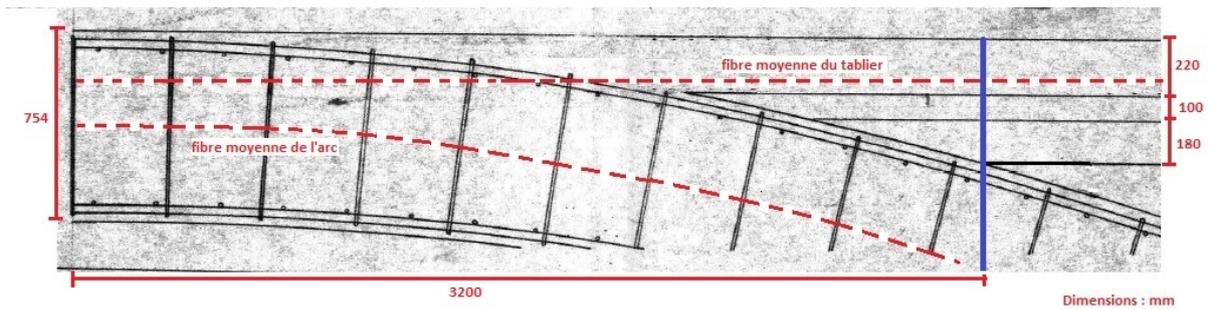


FIGURE 3.19 – Détail de la position de la section droite arc-tablier, adapté de [GRÉGOIRE, 1950]

Au final, les deux modèles sont représentés à la FIGURE 3.20 pour lesquels une comparaison des efforts obtenus est représentée à la FIGURE 3.21.

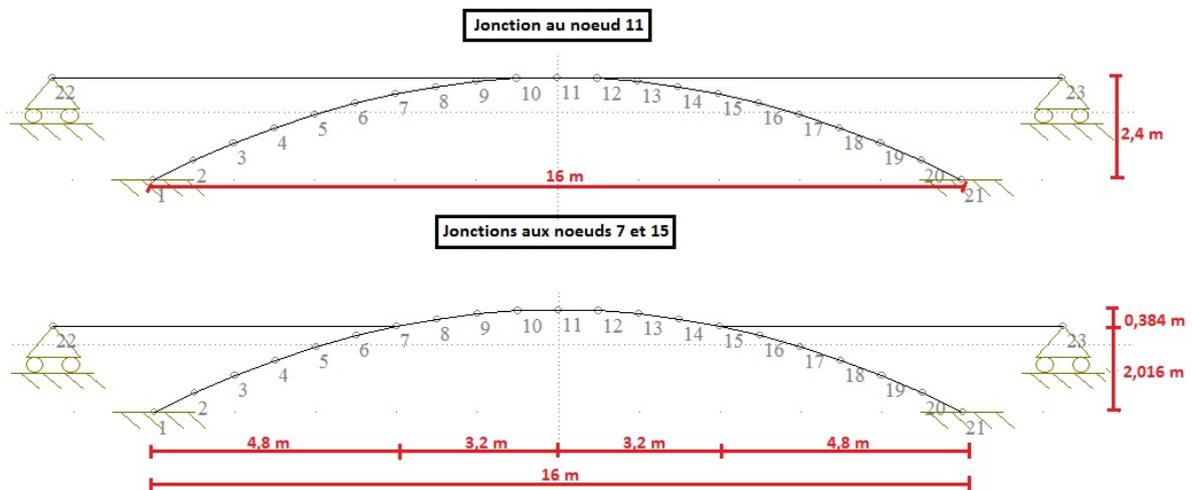


FIGURE 3.20 – Schématisation des deux approches pour la jonction arc-tablier, modèle OSSA 2D

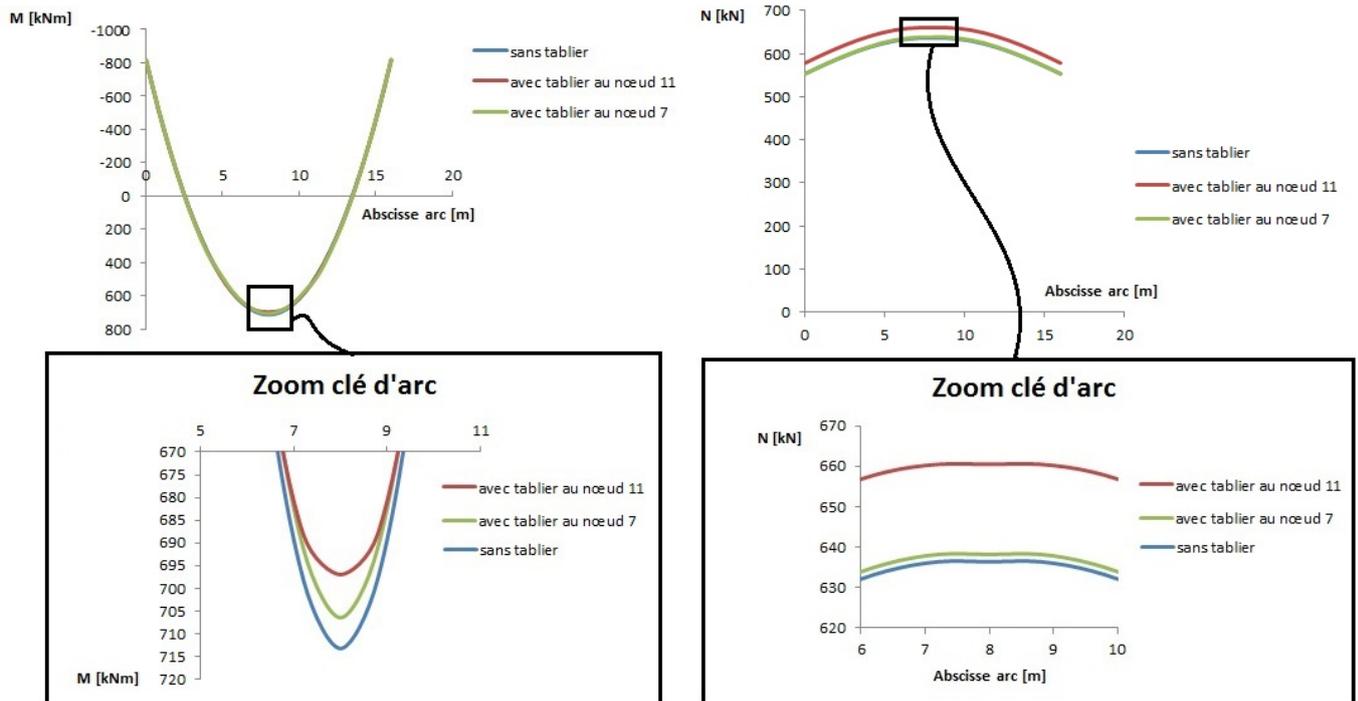


FIGURE 3.21 – Comparaison des résultats pour différentes positions d’arc par OSSA 2D

La justification de ces résultats peut se faire de manière assez intuitive considérant la déformée prise par l’arc bi-encasté seul sous ΔT . Dans le cas d’une analyse 2D, chaque noeud de la structure possède 3 degrés de liberté : deux translations et une rotation (négligeant le gauchissement).

La déformée prise par ce dernier est représentée à la FIGURE 3.22 pour laquelle les valeurs des trois degrés de liberté sont données aux noeuds 7, 11 et 15.

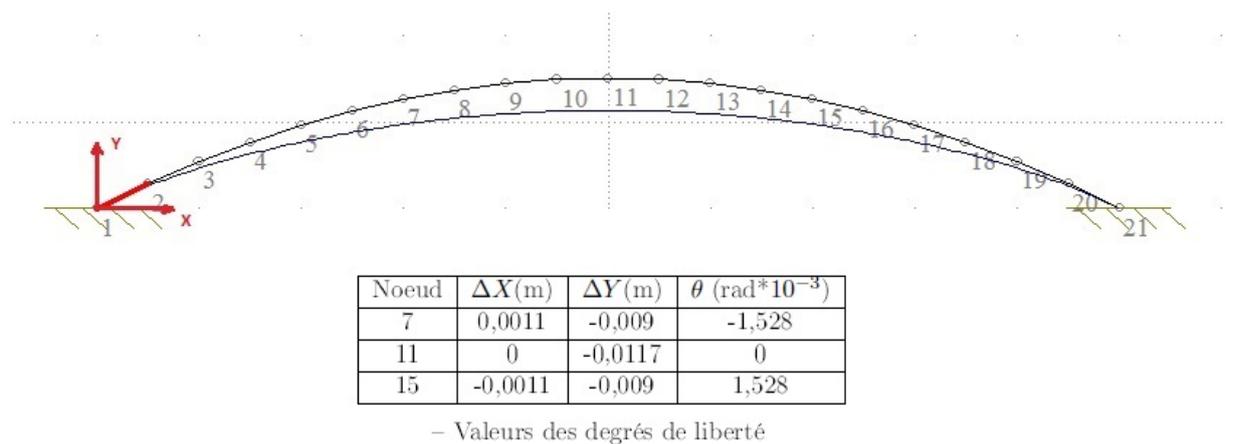


FIGURE 3.22 – Déformée prise par l’arc seul sous ΔT

Tablier au noeud 11

Dans ce cas, la clé de l’arc subissant un simple déplacement vertical, la présence du tablier va avoir un effet de rappel générant un effort vertical concentré au noeud 11 vers le haut. Par extension, la réaction aux culées sera dirigée vers le haut à son tour. Par ailleurs, cet effet a pour

but de **diminuer** le moment positif en sommet d'arc, mais d'augmenter l'effort de traction dans l'arc. Ces éléments d'observation sont tout à fait en accord avec les résultats fournis à la FIGURE 3.21.

Tablier au noeuds 7 et 15

Le cas où la jonction du tablier se fait aux noeuds 7 et 15 est légèrement différent. En effet, se référant aux déplacements obtenus à la FIGURE 3.22, ces noeuds sont aussi soumis à une rotation. Par conséquent, le déplacement vertical, qui serait généré en bout de tablier s'il n'y avait pas de culée, vaudrait :

$$\theta \cdot L_{\text{tablier}} + \Delta Y$$

$$1,528 \cdot 10^{-3} \cdot (10 - 3,2) - 0,009 = 1,4 \cdot 10^{-3}$$

Le déplacement obtenu étant positif vers le haut, il vient que l'effort nécessaire au droit de la culée sera dirigé vers le bas, contrairement au cas précédent.

En terme de moments, la réaction à la culée générera un moment **négatif** et un effort vertical concentrés aux noeuds 7 et 15. Concernant l'effort normal, ces moments et efforts concentrés ont des effets antagonistes en ce sens que les efforts verticaux ont tendance à comprimer l'arc, tandis que les moments le tendent. C'est la raison pour laquelle l'effet de la combinaison des deux sur l'effort normal est insignifiant.

Au final, afin d'avoir une idée de l'influence de l'arc pour l'analyse élastique linéaire, les erreurs commises à le négliger valent :

- Jonction Arc-tablier au noeud 11
 - Erreur sur M : $\frac{|M_{+\text{tablier}} - M_{\text{arc}}|}{M_{+\text{tablier}}} = \frac{|697 - 713|}{697} = 2,3\%$
 - Erreur sur N : $\frac{|N_{+\text{tablier}} - N_{\text{arc}}|}{N_{\text{arc}}} = \frac{|660 - 636|}{636} = 3,7\%$
- Jonction Arc-tablier au noeuds 7 et 15
 - Erreur sur M : $\frac{|M_{+\text{tablier}} - M_{\text{arc}}|}{M_{+\text{tablier}}} = \frac{|706 - 713|}{706} = 1\%$
 - Erreur sur N : $\frac{|N_{+\text{tablier}} - N_{\text{arc}}|}{N_{\text{arc}}} = \frac{|638 - 636|}{636} = 0,3\%$

Pour terminer, en vertu des faibles erreurs ($\leq 5\%$), il peut être conclu que la prise en compte du tablier à très peu d'effet sur la reprise mécanique des efforts de température, tout au moins dans le cas d'une analyse élastique linéaire.

3.4 Comparaison : Méthode des forces, OSSA 2D, SAFIR[®]

Un des buts de ce chapitre consistait à valider les différents programmes utilisés. Ces derniers sont au nombre de deux (OSSA 2D et SAFIR[®]), tous deux basés sur une approche éléments finis.

Concernant le programme OSSA 2D, ce dernier vient d'être utilisé afin de renforcer les résultats obtenus par la méthode des forces pour l'analyse élastique linéaire d'un arc bi-rotulé et bi-encasté (Cf Sections 3.2.1 et 3.2.2). A présent, il reste à considérer les résultats obtenus par le logiciel SAFIR[®], qui sera abondamment utilisé par la suite.

Les résultats obtenus à la FIGURE 3.23 montrent une comparaison des résultats par les trois approches précitées pour l'arc bi-encasté uniquement. De cette dernière, il peut être déduit que le logiciel SAFIR[®] fournit des résultats quasi identiques à ceux obtenus par la méthode des forces et OSSA 2D.

Par conséquent, il est licite de valider les programmes utilisés, du moins dans le régime élastique linéaire.

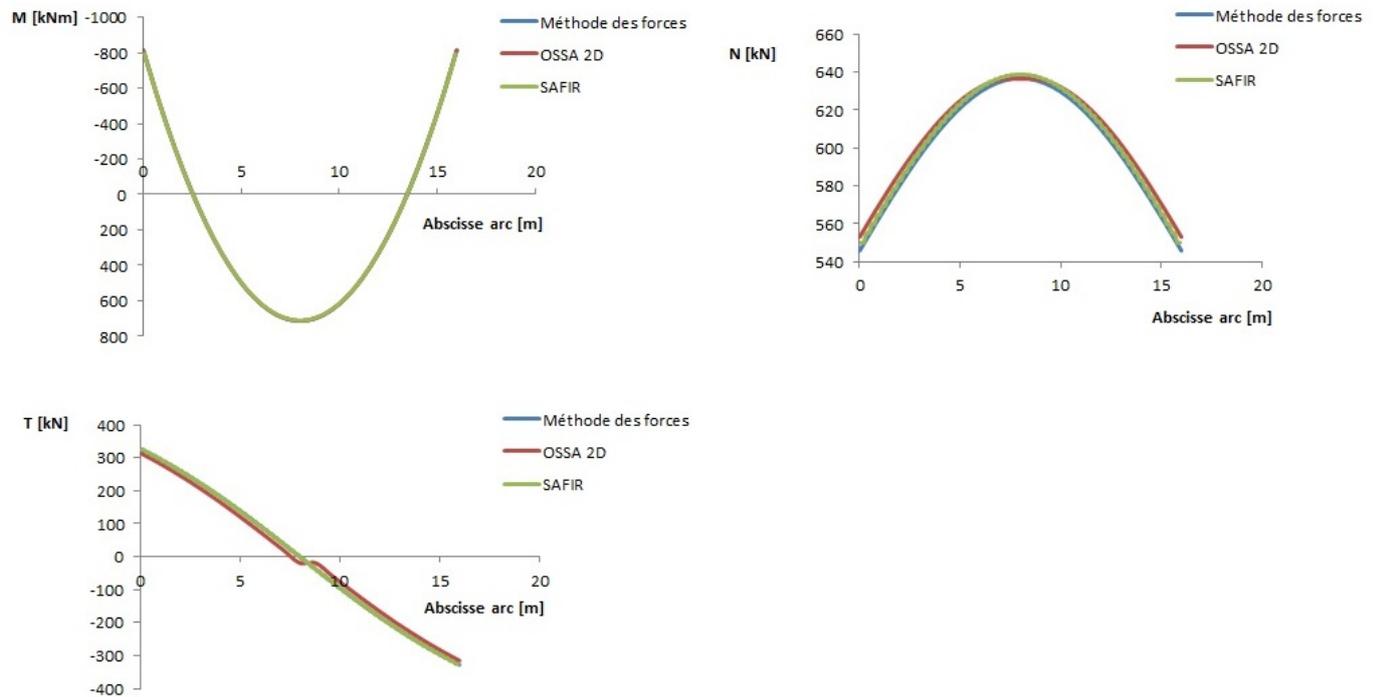


FIGURE 3.23 – Comparaison des résultats entre Méthode des forces, OSSA 2D, SAFIR®

3.5 Prise en compte du poids propre et résistance des sections

3.5.1 Prise en compte du poids propre

Jusqu'ici, les développements menés ne considéraient qu'une variation de température sans tenir compte du poids propre. Comme montré ci-dessus, considérer une charge thermique négative occasionne d'importants efforts de traction dans l'arc. Cependant, les charges de poids propres (et d'exploitation) sont transférées principalement sous forme de compression dans l'arc. Par conséquent, la prise en compte de ce dernier devrait diminuer les efforts de traction dus à ΔT . Par ailleurs, il génère un diagramme des moments semblable à celui occasionné par un ΔT . Dès lors, la somme des deux charges aurait tendance à augmenter ces efforts de moments.

Par soucis de cohérence pour ce qui sera fait par la suite, la prise en compte du poids propre se fera tantôt dans le cas de l'arc seul, tantôt pour le modèle arc+tablier.

Arc seul

Les résultats obtenus sont représentés à la FIGURE 3.24 pour lesquels il peut être conclu que :

- l'augmentation des efforts de moments dus au poids propre est (quasi) insignifiante (de l'ordre de 20 kNm)
- la diminution des efforts de traction dus au poids propre est tout à fait appréciable et bénéfique

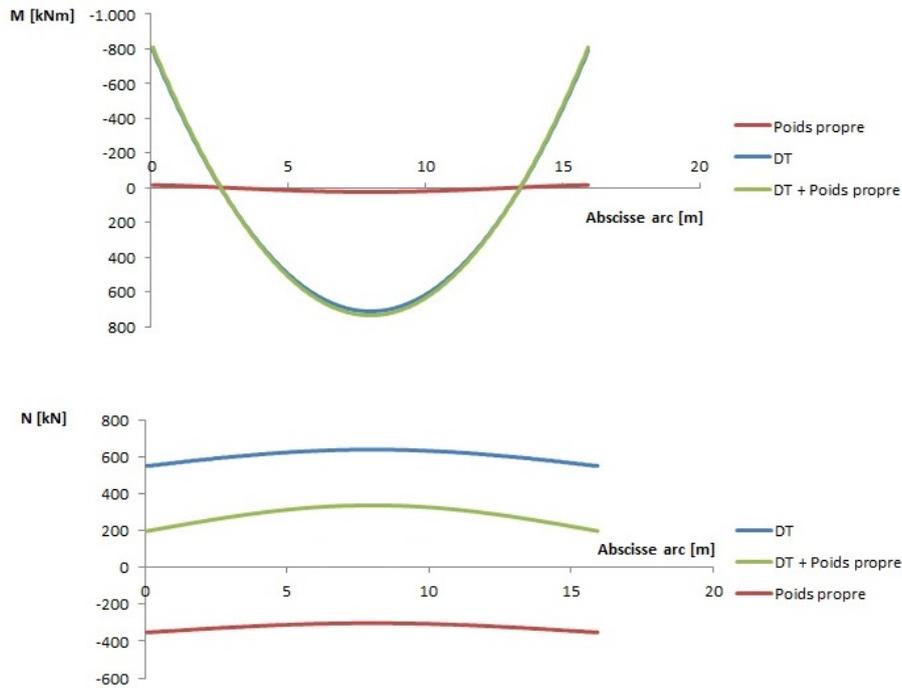


FIGURE 3.24 – Efforts linéaires M et N avec prise en compte du poids propre, arc seul

Arc + tablier

Précédemment, il a été montré que la prise en compte du tablier possédait peu d'effets sur les efforts internes dus à ΔT . Par ailleurs, le tablier possède lui aussi son poids propre, ce qui aura pour but principal d'augmenter l'état de compression de l'arc par rapport au modèle de l'arc seul.

Comme discuté ci-dessus, deux positions ont été évoquées pour le tablier. Mécaniquement, c'est la jonction arc-tablier aux noeuds 7 et 15 qui est la plus correcte. Par la suite de ce rapport, le pont complet sera modélisé par une jonction arc-tablier en ces noeuds 7 et 15. Par conséquent, c'est ce cas de figure qui va être présenté ici.

Les efforts sous poids propre seul étant faibles, la FIGURE 3.25 ne compare que les efforts internes obtenus sous poids propre et ΔT entre l'arc seul et le modèle arc+tablier.

Comme annoncé, le tablier possède peu d'effet sur les efforts de M , tandis qu'il rajoute environ 100 kN de compression dans l'arc.

3.5.2 Résistance des sections

Maintenant que les efforts internes viennent d'être déterminés, il est de mise de les comparer aux résistances des sections. Ignorant l'effet de l'effort tranchant, toute section i de l'arc est soumise à un moment (M_i) et un effort normal (N_i). Dès lors, à chaque section i est associée une enveloppe $M_{u,i} - N_{u,i}$ à l'intérieur de laquelle doit se trouver le couple de points (M_i, N_i) afin de garantir la résistance de cette dernière. Par les désignations $M_{u,i}$ et $N_{u,i}$, il est entendu le moment et effort normal dits "ultimes", soit :

- pour un effort axial $N_{u,i}$ donné, le moment maximal $M_{u,i}$ pouvant être repris
ou

- pour un moment $M_{u,i}$ donné, l'effort axial maximal $N_{u,i}$ pouvant être repris.

En vertu des efforts obtenus (Cf FIGURE 3.24), 2 sections critiques peuvent être relevées :

- La section à l'encastrement
- La section à la clé

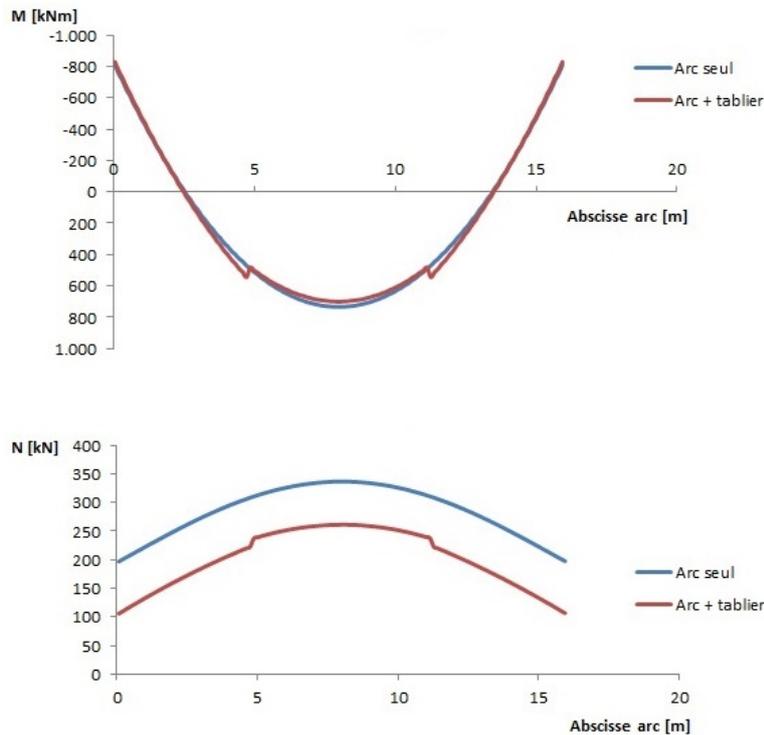


FIGURE 3.25 – Efforts linéaires M et N avec prise en compte du poids propre, arc + tablier

pour lesquelles les enveloppes $M_u - N_u$ vont être générées.

A ce stade, il est de bonne augure de rappeler succinctement les démarches réalisées. Pour rappel, les efforts internes ont été obtenus sur base d'une analyse élastique linéaire, soit pour un matériau caractérisé uniquement par un module de Young E . Par ailleurs, les déterminations des $M_{u,i}$ et $N_{u,i}$ se basent, quant à elles, sur un calcul en section fissurée. Par conséquent, la fissuration étant une conséquence du caractère non linéaire du béton, la connaissance de la loi de comportement du béton est, a priori¹, nécessaire.

Sur base des développements développés jusqu'ici, l'introduction d'une loi de comportement ne prend pas réellement de sens. Cependant, afin d'anticiper les démarches qui poursuivront, les enveloppes $M_{u,i} - N_{u,i}$ aux deux sections critiques sont générées en tenant compte du caractère non linéaire du béton et représentées à la FIGURE 3.26 (courbe bleue).

Les enveloppes de résistance $M_u - N_u$ sont obtenues en utilisant le programme RESPONSE2000².

Les couples d'efforts M-N aux deux sections critiques ont été extraits des FIGURES 3.24 et 3.25 et positionnés par rapport aux enveloppes de ces sections.

1. Selon l'EN 1992-1-1, pour les calculs manuels, la résistance en traction du béton est négligée et la loi de déformation $\sigma_c - \epsilon_c$ en compression est modélisée par une loi parabole-rectangle. Ces modifications amènent à un calcul simplifié du moment résistant postulant :

- une déformation maximale de la fibre extrême comprimée de $\epsilon_{cu,2} = 3,5 \cdot 10^{-3}$
- une partie tendue uniquement reprise par les armatures
- un diagramme de contraintes rectangulaire valant f_c sur une zone comprimée λx

2. La loi utilisée dans ce cas se base :

- pour les parties de sections comprimées, sur l'équation de Popovic (diagramme de contraintes parabolique avec branche descendante après f_c)
- pour les parties de sections tendues, sur une branche linéaire entre 0 et f_{ct} et une partie non linéaire après f_{ct} (raidissement de traction)

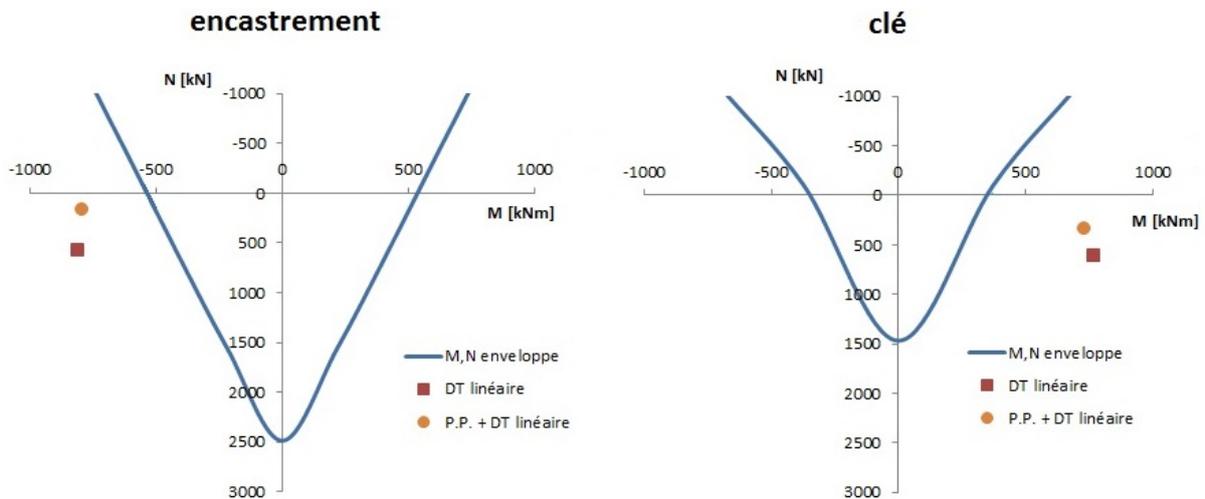


FIGURE 3.26 – Enveloppe résistante M-N pour la section d'encastrement et la clé + couples M-N aux sections critiques, arc seul

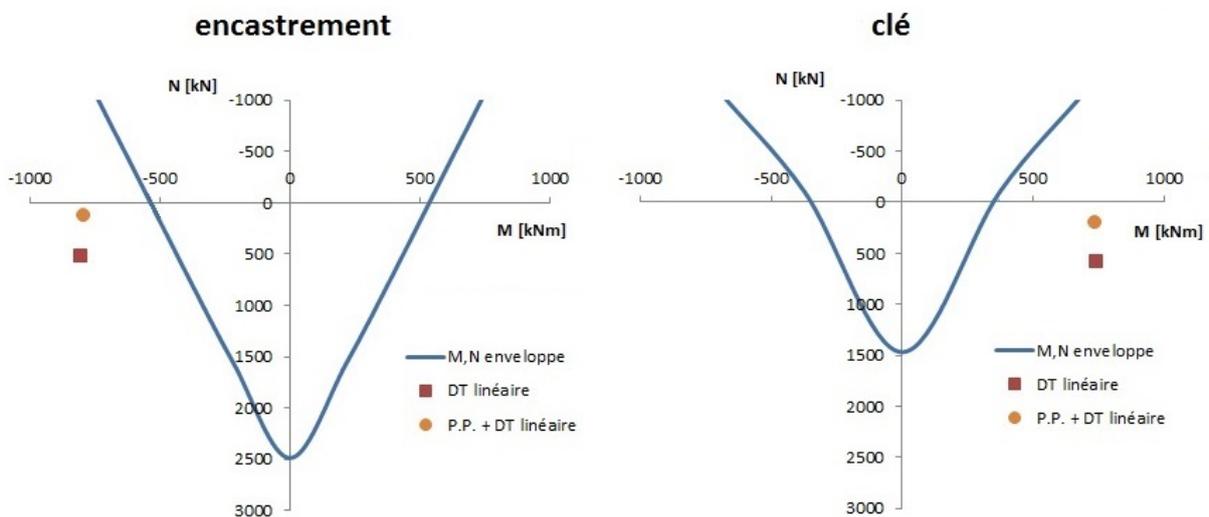


FIGURE 3.27 – Enveloppe résistante M-N pour la section d'encastrement et la clé et couples M-N aux sections critiques, arc + tablier

Comme présentés sur les FIGURES 3.26 et 3.27, les efforts internes relevés aux deux sections sont supérieurs à la résistance ultime de ces dernières, même en considérant le poids propre qui diminue l'effort de traction. Les couples de points (M,N) étant assez éloignés de l'enveloppe, ceci met davantage en cause la stabilité de l'ouvrage et, par conséquent, justifie l'étude précise de ce pont-même qui **conserve sa fonctionnalité** malgré tout.

Bien que non répertoriés, les efforts sous poids propre seul sont à l'intérieur de l'enveloppe en vertu de leur faible valeur.

Enfin, pour terminer cette partie d'étude élastique linéaire, il est de bon ton d'associer aux deux sections critiques l'état de contrainte sous poids propre et ΔT . Ceci est représenté aux FIGURES 3.28 et 3.29 où une échelle de couleurs est représentée sur la droite de ces dernières.

L'analyse des contraintes en section apporte une information essentielle, à savoir que pour ces sections, une large zone de contraintes supérieures à 1,6 MPa (f_{ct}) est présente (couleur bordeaux). De ce fait, le concept mis en évidence ici est celui de **la fissuration**.

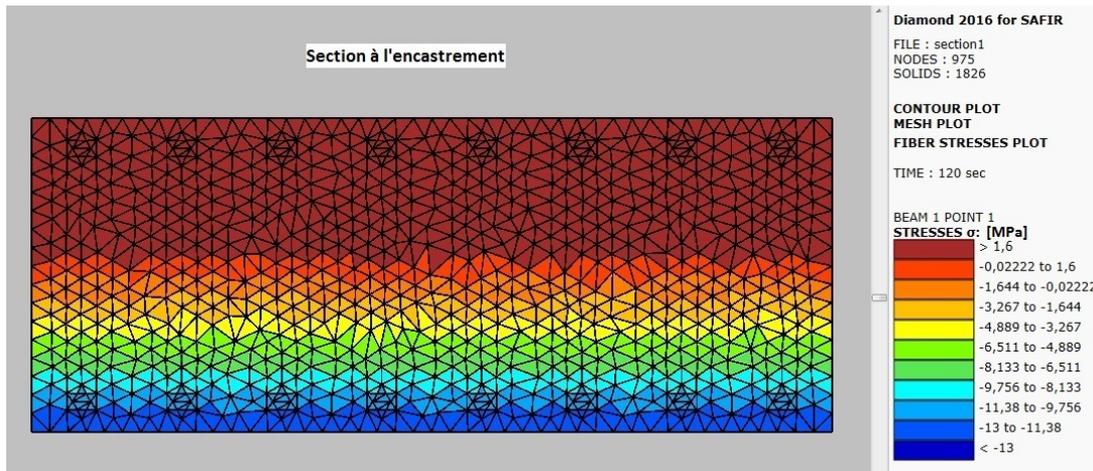


FIGURE 3.28 – Etat de contrainte à l'encastrement

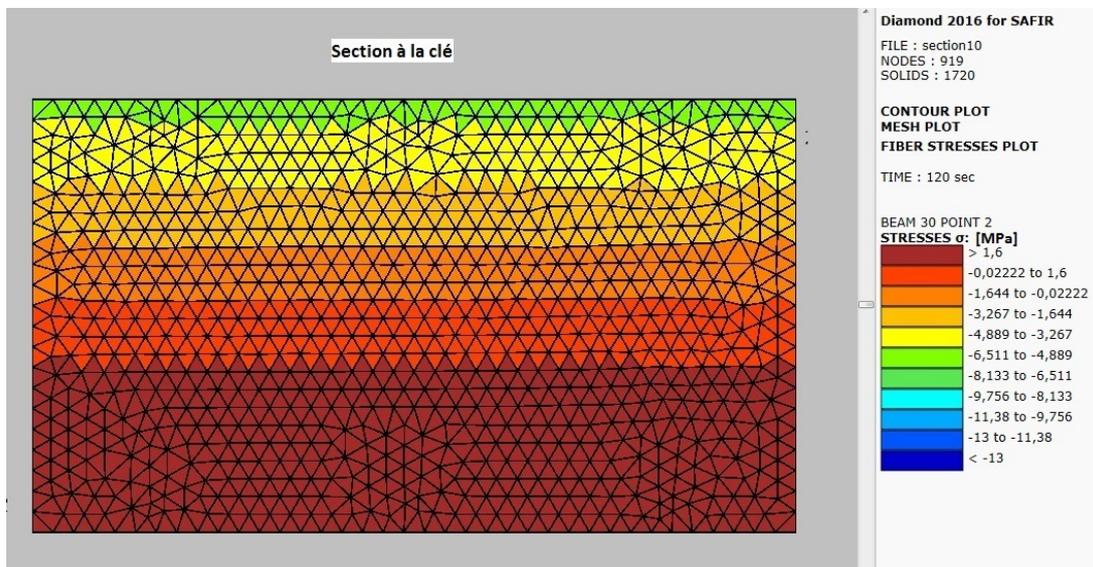


FIGURE 3.29 – Etat de contrainte à la clé d'arc

En effet, la faiblesse du béton en traction amène à postuler que les zones pour lesquelles les contraintes sont supérieures à f_{ct} sont fissurées.

D'autre part, à toute fissuration, est associée une **perte de rigidité**. Or, se rappelant que "la rigidité attire l'effort", les sections les plus fissurées auront tendance à attirer moins d'efforts tandis que ces derniers seront plutôt "redirigés" vers les sections les moins fissurées qui, en vertu des efforts supplémentaires qui leur sont imputés, se verront évoluer vers un autre état de contrainte qui modifiera à son tour la rigidité de ces dernières. De manière schématique, mais néanmoins assez parlante, la FIGURE 3.30 montre le principe global des causes et conséquences de la fissuration.

Aussi élégant que cela puisse paraître, les notions de fissurations présentées ainsi que le processus de redistribution des efforts au prorata des rigidités ne sont possibles que :

- en prenant en compte le caractère non linéaire du béton,
- en réalisant une analyse non linéaire de la structure,

ce qui justifie l'arrivée du Chapitre 4.

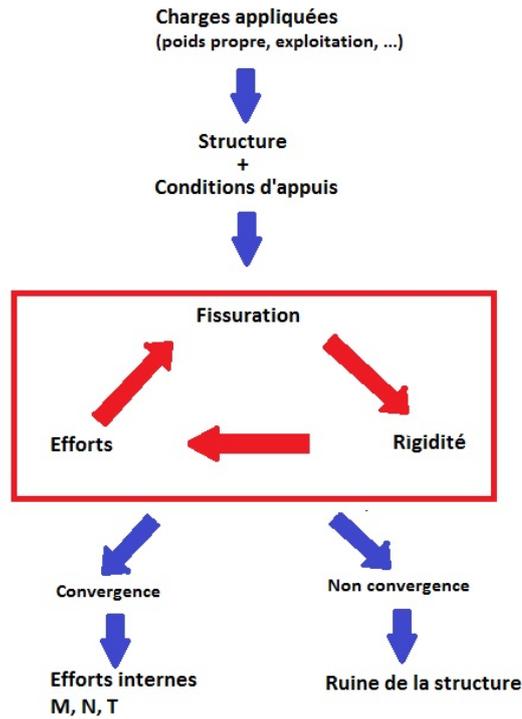


FIGURE 3.30 – Schéma de principe de la fissuration dans une structure hyperstatique

3.6 Discussion

Dans le présent Chapitre 3, il vient d'être fourni les informations générales sur la discrétisation utilisée tout au long de ce rapport. Par ailleurs, les différentes analyses élastiques menées ont permis de prouver une totale cohérence entre les résultats obtenus par les différentes approches (Méthode des forces, OSSA 2D, SAFIR®).

Enfin, il vient d'être montré que l'influence du tablier sur l'arc était négligeable et qu'il était nécessaire de procéder à une analyse non linéaire pour prouver la résistance de l'arc sous ΔT .

Chapitre 4

Comportement non linéaire

Comme démontré dans le Chapitre 3, une analyse élastique linéaire de la structure n'est pas suffisante pour prouver la stabilité de cette dernière. Le passage d'une approche linéaire à non linéaire requiert certaines données supplémentaires quant au béton en place. En effet, concernant le matériau, seuls une section droite (brute) et un module de Young sont nécessaires à l'analyse structurale linéaire.

Cependant, ceci n'est plus suffisant dans une approche non linéaire pour laquelle **la loi de comportement $\sigma - \epsilon$ du/des matériau(x) doit être connue** (1), ainsi qu'une géométrie précise de la position des barres d'armatures (2).

Etant dans le cas de l'analyse d'une structure en place, le point (2) est déterminé par les plans d'armaturages (Cf FIGURES 2.5, 2.6 et 2.7) et ne porte pas à discussions.

A contrario, la détermination du point (1) n'est pas si directe et relève d'une connaissance plus théorique du matériau considéré, le béton. Par ailleurs, la résolution dans le domaine non linéaire faisant généralement appel à des logiciels (tel que SAFIR[®]), les lois du/des matériaux constitutif(s) se trouvent souvent incluses dans ces derniers sans que l'utilisateur ait la possibilité de les modifier.

Ces propos amènent à introduire les trois premières Sections qui vont alimenter ce Chapitre 4 :

- La Section 4.1 va expliquer le fonctionnement et les hypothèses de base derrière le logiciel SAFIR[®].
- La Section 4.2 sera dédiée à l'analyse non linéaire avec la loi constitutive du béton implémentée dans SAFIR[®], soit selon l'EN 1992-1-2 traitant des éléments en béton à hautes températures (ci-après dénommée **Loi de base**).
- La Section 4.3 traitera toujours d'une analyse non linéaire, mais utilisant une loi constitutive plus raffinée et plus propice à l'analyse à basses températures (ci-après dénommée **Loi avancée**).

4.1 Hypothèses de base pour l'analyse non linéaire avec SAFIR[®]

Les études qui vont être menées par la suite feront appel à l'utilisation du programme de modélisation SAFIR[®]. Ce dernier était déjà apparu lors de la validation des approches élastiques linéaires à la Section 3.4 où aucune information précise à son sujet n'avait été fournie.

Le logiciel SAFIR[®] est un programme de calculs par éléments finis **non linéaires** basé sur la méthode des déplacements.

Dans le cas présent d'étude, son utilisation sera restreinte à une modélisation par l'intermédiaire d'éléments de poutre 2D. De la sorte, tous les résultats non linéaires qui vont être fournis se baseront sur l'hypothèse de Navier-Bernoulli, négligeant l'effet de l'effort tranchant.

La manière dont fonctionne SAFIR[®] consiste à discrétiser les sections droites des poutres en mailles à chacune desquelles une fibre sera associée. Chaque fibre se verra attribuer une loi de

matériau permettant ainsi de caractériser le caractère non linéaire du/des matériau(x) en place. Initialement programmé pour travailler à hautes températures (structures soumises au feu), ce logiciel calcul les déformations obtenues en chaque fibre selon $\epsilon_{TOT} = \epsilon_{cm} + \epsilon_{th}$, avec

ϵ_{TOT} , la déformation totale de la fibre

ϵ_{cm} , la déformation mécanique

ϵ_{th} , la déformation thermique suite à la température associée.

Contrairement, à un logiciel comme OSSA 2D, la modélisation se décompose en deux phases :

1. la création des sections
2. la création de la structure

1. création des sections

Cette première étape consiste à créer une section à l'effigie d'un logiciel de dessin. Cette dernière sera dotée d'une certaine géométrie (section pleine, creuse, en T, ...) ainsi que d'éventuelles barres d'armatures.

Un ou plusieurs matériau(x) sera(ont) affecté(s) à la section, dans le cas présent, du béton et de l'acier.

Pour terminer, afin d'obtenir les propriétés nécessaires au calcul structural, un calcul thermique sera effectué afin de déterminer la distribution de températures au sein de la section.

Pour la présente étude du pont, les gradients thermiques au sein des sections n'ont pas de sens pour des températures proches de l'ambiante. C'est la raison pour laquelle, il sera considéré une température uniforme au sein de la section.

2. création de la structure

Le modèle se crée par une série de noeuds et d'éléments dont chacun d'entre eux se voit affecter une section telle que créée à l'étape précédente.

Au final, ajoutant les conditions d'appuis, charges et les caractéristiques de matériau (limite en traction, compression, limite d'élasticité, ...), le modèle numérique est complet pour la résolution.

4.2 Loi de comportement de base pour le béton

Dans cette partie, la loi de comportement du béton sera basée sur l'Eurocode 2 partie 2, soit sur les règles admises pour les structures en béton à hautes températures. Bien que validée par l'Eurocode qui ne la restreint pas qu'à une utilisation à chaud, la loi utilisée ici comportera quelques particularités par rapport à la loi attendue à "basses" températures. C'est la raison pour laquelle, afin de les distinguer, la loi de béton initialement implémentée dans SAFIR[®] sera dénommée loi de base, tandis que la loi utilisée à basses températures sera nommée loi avancée. Parmi les différences entre les lois, une des plus notables est la valeur du module de Young E s'élevant à 20 000 MPa à température ambiante.

Par ailleurs, les autres différences résident dans la comparaison des allures des lois $\sigma - \epsilon$ fournies à la FIGURE 4.1.

En effet, que ce soit pour la partie en compression ou en traction, chacune d'elles comporte une branche descendante après la résistance ultime (f_c ou f_{ct}), ce qui confère une sorte de plasticité au béton.

Comportement en compression Cette plasticité est admise par l'EN 1992-1-1 (traitant des structures en béton à froid) pour les parties comprimées $\forall \epsilon$ compris entre $\epsilon_{c1} = 0,0021$ et $\epsilon_{cu2} = 0,0035$ (pour des bétons à résistances normales). Or, ici, il est clairement perçu que ce plateau est prolongé sous forme d'une branche descendante jusqu'à $\epsilon_{max} = 0,02$. Cette remarque consiste en une différence majeure dans le comportement du béton comprimé.

Comportement en traction Quant à elle, la partie en traction possède aussi une forme de plasticité, ce qui est contraire à toute attente en vertu du comportement fragile du béton seul. En réalité, l'Eurocode mentionne qu'une branche descendante peut être considérée en traction, mais ne stipule pas l'allure à donner à cette dernière. Par conséquent, il n'y a pas justifications précises à donner à cette branche descendante dans la loi de base.

Par ailleurs, la partie croissante jusqu'à f_{ct} est généralement linéaire, ce qui n'est pas le cas dans la loi de base.

Afin de donner plus de formalisme à ces propos, la loi usuellement utilisée à froid a été superposée à la loi de base implémentée dans SAFIR[®] sur la même FIGURE 4.1 pour un module de Young de 20 000 MPa.

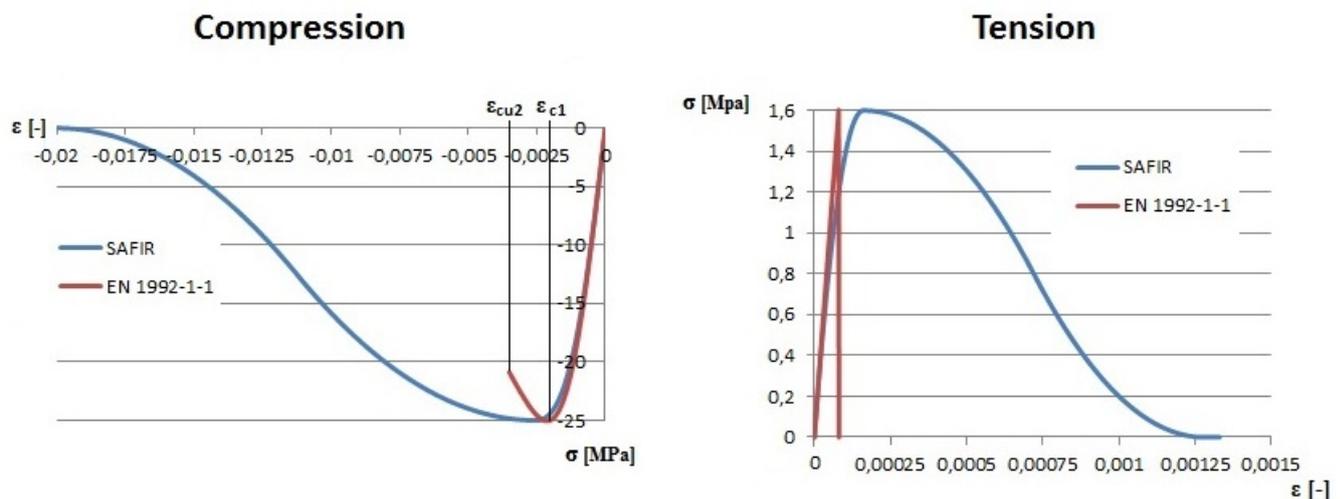


FIGURE 4.1 – Comparaison des lois constitutives pour le béton selon l'EN 1992-1-1 et l'EN 1992-1-2 (excepté les branches descendantes après f_{ct})

4.2.1 Etude de l'arc seul

Dans la présente partie, l'arc va être étudié à la fois sous ΔT seul, mais aussi en tenant compte de son poids propre avec comme idée de comparer les résultats à ceux de l'analyse élastique linéaire obtenus à la Section 3.5. Le module de Young de la loi de béton implémentée dans SAFIR[®] valant 20 000 MPa (Cf ci-dessus), les résultats linéaires présentés ici seront basés sur un module de Young de 20 000 MPa, par cohérence.

Toujours selon le même modèle que pour l'analyse élastique et sous les mêmes charges thermiques et de poids propre, l'analyse non linéaire de l'arc a permis de fournir les efforts internes M et N représentés à la FIGURE 4.2. Sur cette dernière, deux faits sont à remarquer :

1. Les formes des diagrammes restent les mêmes que dans le cas de l'analyse élastique linéaire, soit paraboliques.
2. Les résultats obtenus, indépendamment les uns des autres, ne peuvent plus être sommés pour fournir le résultat de leurs combinaisons. **Le principe de superposition n'est plus**

d'application en non linéaire.

Le point 2 relevé ci-dessus est montré par la différence entre les courbes mauves et vertes. En effet, lorsque les charges sont combinées (courbe verte), il apparaît que les efforts de moment mis en jeu sont supérieurs (en valeurs absolues) à la somme des efforts obtenus sous ΔT seul et sous poids propre seul. D'autre part, les efforts axiaux combinés amènent à plus de traction que la somme du poids propre et ΔT .

La raison physique de ce phénomène réside dans le fait que si la variation de température est appliquée seule, les sections fissureront plus facilement que si le poids propre y est inclus.

$$\rightarrow M_{\Delta T} < M_{\Delta T} + M_{Poidspropre} < M_{\Delta T+Poidspropre}$$

En effet, ce dernier a pour effet principal d'ajouter de la compression dans l'arc, ce qui entraîne une fissuration moins aisée et donc des efforts mis en jeu plus importants.

La présente explication peut être étendue à la justification des efforts axiaux. En effet, comme il a été montré plusieurs fois, ΔT génère essentiellement de la traction dans l'arc. Plus l'arc est "facile" à fissurer, plus ces efforts de traction seront faibles. La prise en compte du poids propre entraîne, à nouveau, une "difficulté" supplémentaire pour les efforts dus à ΔT de fissurer l'arc, ce qui génère des efforts de traction plus importants.

$$\rightarrow N_{\Delta T} + N_{Poidspropre} < N_{\Delta T+Poidspropre}$$

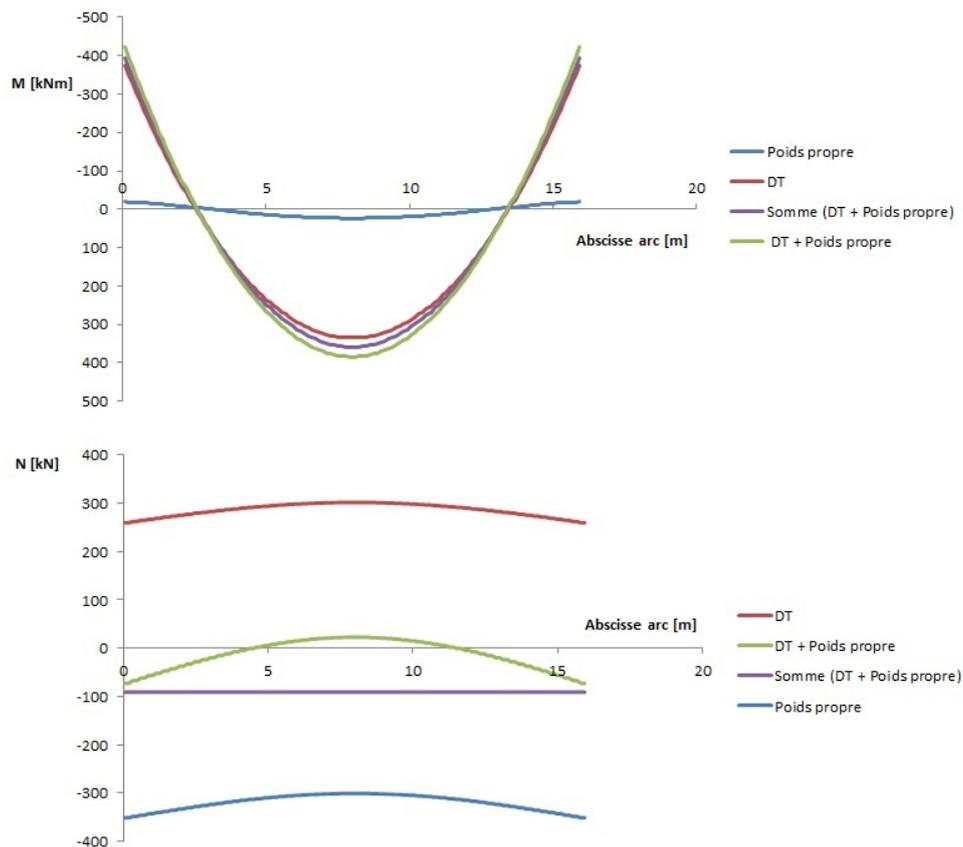


FIGURE 4.2 – Efforts internes M et N obtenus par l'analyse non linéaire, arc seul

Les résultats non linéaires venant d'être exposés, ces derniers peuvent être comparés à ceux obtenus par une approche élastique linéaire. En vertu de ce qui a été annoncé à la Section 3.5, la fissuration entraînant une perte de rigidité et donc une diminution des efforts, les efforts obtenus

en non linéaire devraient être inférieurs à ceux obtenus en linéaire.

Considérant le poids propre et la variation de température ΔT , la FIGURE 4.3 montre les efforts internes obtenus par ces deux approches pour lesquelles, sans grande surprise, les efforts obtenus en non linéaire sont inférieurs à ceux de l'approche linéaire.

A présent, il est possible de répertorier les efforts M-N des deux sections critiques dans l'enveloppe $M_u - N_u$ générée à la Section 3.5, ce qui a été réalisé à la FIGURE 4.4 pour laquelle les efforts sous ΔT seul ont été rajoutés par cohérence.

Le passage en non linéaire permet de montrer que les efforts obtenus se "rapprochent" de l'enveloppe par rapport au linéaire (malgré un module de Young de 20 000 MPa). Plus encore, il est possible, à ce stade, d'affirmer la résistance de la section d'encastrement pour laquelle les couples M-N non linéaires se trouvent à présent dans l'enveloppe¹.

Cependant, il n'en va pas de même pour la section à la clé, ce qui va être expliqué ci-après.

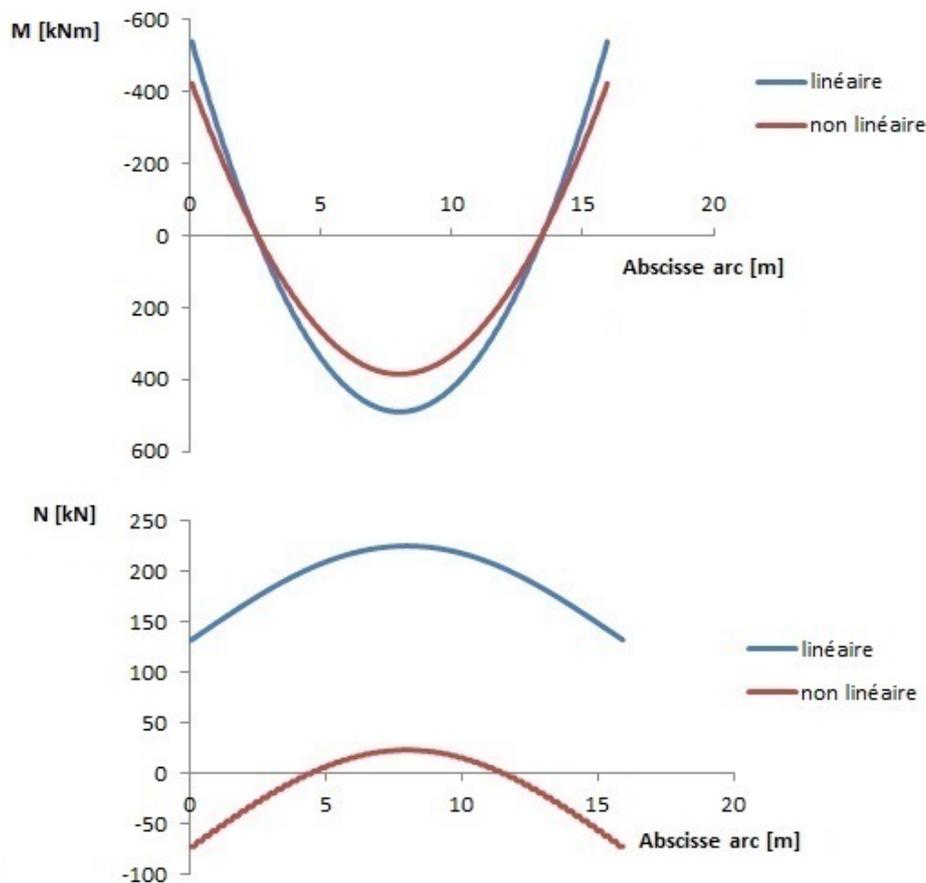


FIGURE 4.3 – Comparaison des efforts linéaires et non linéaires sous poids propre et ΔT

4.2.2 Etat de contraintes aux sections critiques

Comme mentionné ci-dessus, les efforts internes obtenus en non linéaire relèvent d'une convergence du programme ce qui, indirectement, traduit la résistance de la structure. D'autre part, ces efforts (et ainsi la convergence) dépendent directement de la loi de matériau utilisée. C'est la raison pour laquelle la conclusion, quant à la résistance de la section d'encastrement, est à

1. Pour rappel, l'enveloppe M-N a été générée avec selon RESPONSE2000 qui utilise une loi de comportement qui n'est pas semblable à celle utilisée pour fournir les résultats non linéaires. Par conséquent, l'affirmation de la résistance de la section d'encastrement doit être réalisée avec précaution.

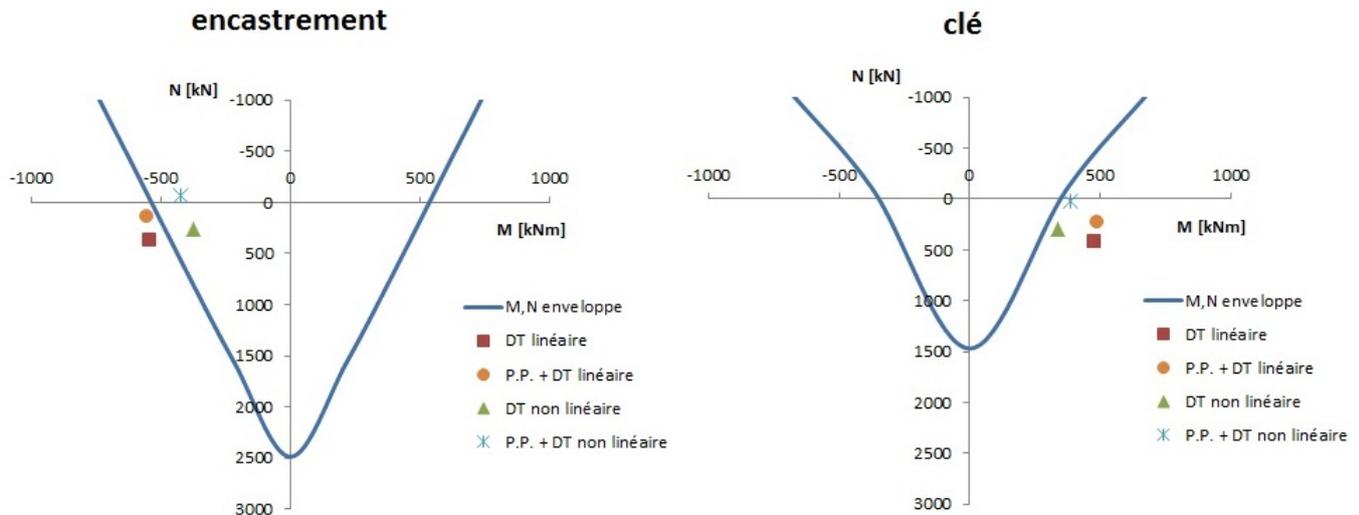


FIGURE 4.4 – Positionnement dans l’enveloppe M-N des couples de points (M,N) aux sections critiques pour obtenus avec la loi de base

réaliser avec précaution car celle-ci a été tirée sur base d’une enveloppe M-N générée à partir d’une loi de béton qui n’est pas semblable à celle de SAFIR®.

Cette remarque se renforce lorsque la clé d’arc est considérée. En effet, la résolution non linéaire nous permet de trouver une configuration d’équilibre justifiant l’intégrité structurale alors que l’enveloppe M-N annonce sa ruine.

Afin d’éclaircir cette situation, mais surtout de donner une explication concrète quant à ces différences, l’analyse des contraintes σ au sein de la section devient indispensable. Les résultats qui vont suivre seront fournis sous poids propre et ΔT .

Les sollicitations aux sections critiques étant connues (Cf Tableau 4.1), il est possible, connaissant les lois de matériaux, de générer les contraintes au sein de ces dernières. Pour rappel, les raisonnements derrière les résultats fournis se basent sur le principe de Navier-Bernoulli selon lequel les sections planes restent planes. Par conséquent, les contraintes ne varient que sur la hauteur de la section et non sur sa largeur. C’est la raison pour laquelle, l’état de contrainte d’une section peut être représenté en 2D sous forme graphique, ce qui va être fait.

	Section d’encastrement	Section à la clé
M [kNm]	-424	384
N [kN]	-73	23

TABLE 4.1 – Efforts obtenus sous poids propre et ΔT aux sections critiques

Section d’encastrement

La FIGURE 4.5 montre la distribution de contraintes dans le béton à la section d’encastrement sous le couple d’efforts obtenus. Deux courbes y sont présentes, l’une, caractérisant les contraintes obtenues sous la loi implémentée dans SAFIR® (1), l’autre, sous la loi utilisée pour générer l’enveloppe M-N (2). A présent, la loi utilisée dans le programme RESPONSE2000 va enfin être détaillée.

Ces courbes fournissent la distribution de contraintes selon la hauteur de la section de l’extrados à l’intrados de l’arc (de 250 mm à -250 mm). Par ailleurs, les contraintes de traction dans les barres d’armature tendues valent 116 et 124 MPa respectivement pour la loi (1) et (2), ce qui est bien inférieur à la limite d’élasticité de 220 MPa de l’acier en place.

Sur ces graphiques, trois faits peuvent être montrés :

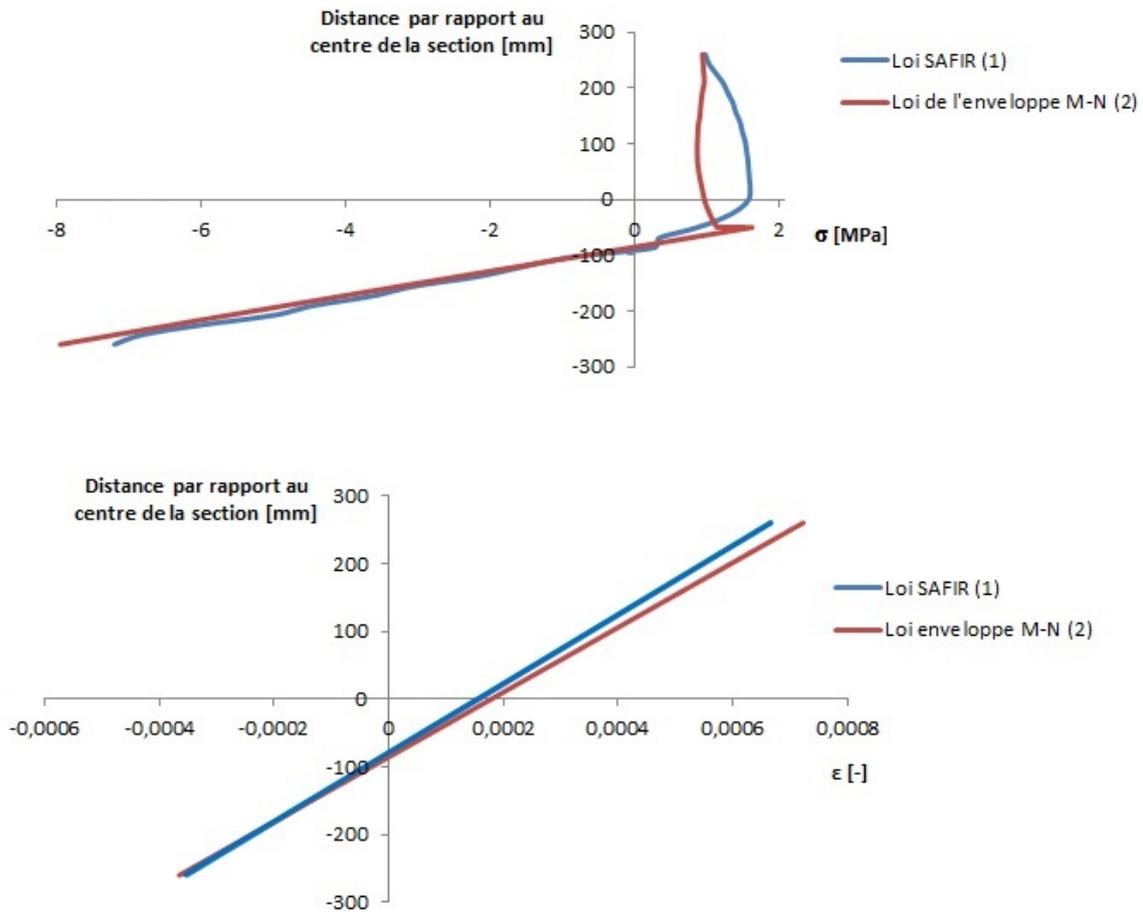


FIGURE 4.5 – Evolution des σ et ϵ dans le béton à la section d'encastrement

1. La forme du diagramme des contraintes le long de la hauteur n'est rien d'autre que la loi $\sigma - \epsilon$ du matériau "pivotée" de 90° .
2. Les chemins suivis par les contraintes divergent notablement pour la partie tendue.
3. La rotation obtenue par (1) est inférieure à celle en (2).

De toute évidence, que ce soit pour les contraintes ou les déformations, les majeures différences surviennent en partie tendue.

Afin de mieux comprendre la raison des résultats obtenus, chacun des 3 points relevés vont être justifiés.

Point 1. La justification de cette constatation est assez immédiate. En effet, les sections planes restant planes, il vient que les déformations des fibres le long de la hauteur sont situées sur une droite. Les ϵ varient de ϵ_{min} (compression) à ϵ_{max} (traction) linéairement. Par conséquent, à chaque ϵ correspondant un σ de la loi constitutive, l'évolution des σ le long de la hauteur ne saurait être qu'une portion de la loi constitutive "pivotée" de 90° .

Cette constatation n'est valable que dans le cas d'un **chargement croissant**, soit sans déchargement. En effet, dans le régime non linéaire, lors d'un déchargement, les contraintes ne suivent plus la courbe $\sigma - \epsilon$, mais une droite de pente égale au module de Young. Si après cet état, un rechargement venait à arriver, les contraintes gravitent cette droite jusqu'à (eventuellement) atteindre la courbe non linéaire. Ce principe est conforme à toute analyse non linéaire, ignorant les phénomènes d'hystérésis créés par les dissipations d'énergie.

Dans le cas présent, l'historique de chargement est le suivant : ① Poids propre ② Poids propre + ΔT . Afin de connaître l'historique des contraintes, l'évolution des efforts non linéaires entre l'état ① et l'état ② peut être déterminé grâce à la FIGURE 4.2. Concernant les moments, il apparaît bien une augmentation de ces derniers (en valeur absolue). A contrario, l'évolution des efforts axiaux de compression diminuent, ce qui correspond à un déchargement. Cependant, l'effort axial maximum sous poids propre (351 kN en compression) génère des contraintes de compression de $351000/1320/500 = 0,53$ MPa. Cette valeur étant relativement basse par rapport à l'étendue du diagramme $\sigma - \epsilon$ en compression, négliger l'effet de ce déchargement ne constitue pas une grosse erreur.

Point 2. Ces résultats s'expliquent par le fait que, pour un couple d'efforts donnés M-N, la section doit se déformer d'une manière telle que les contraintes générées équilibrent ce couple d'efforts. Dans le cas présent, la section pivote autour d'un point (pivot) situé dans la partie comprimée. De ce fait, pour une fibre comprimée donnée, la différence entre sa déformation selon la loi (1) et (2) est faible. De plus, la loi (1) et la loi (2) se ressemblent fort en compression (Cf FIGURE 4.1 ci-dessus), il vient que les contraintes obtenues en compression sont (quasi) semblables.

Point 3. Les contraintes de traction doivent répondre à l'équilibre :

$$\int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t = N + \int_{\Omega_c} \sigma_c d\Omega_c + N_c - N_s, \text{ avec}$$

- σ_t les contraintes de traction
- $\sigma_c \leq 0$, les contraintes de compression
- N_c l'effort résultant dans les barres d'armature comprimées
- N_s l'effort résultant dans les barres d'armature tendues
- N l'effort axial appliqué

Le membre de droite de la relation est défini par la constante N , une expression $\int_{\Omega_c} \sigma_c d\Omega_c + N_c$ semblable pour les deux lois (Cf paragraphe précédent) et l'effort N_s . Connaissant les contraintes obtenues dans les barres d'armatures selon les deux lois, l'effort résultant N_s vaut 655 kN pour la loi (1) et 698 pour la loi (2).

A présent, le calcul de $\int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t$ fournit les valeurs de 458 kN et 421 pour la loi (2). Qualitativement, ces résultats sont cohérents en raison du fait que l'intégrale sous la courbe (1) est plus grande que sous la courbe (2) (Cf FIGURE 4.5). Par ailleurs, la somme $\int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t + N_s$ se doit d'être identique selon les deux lois (effort extérieur N constant). Cette dernière vaut 1113 kN pour la loi (1), tandis qu'elle vaut 1119 kN pour la loi (2). En vertu de la faible différence de ces deux résultats, il est licite de conclure quant à leur égalité.

De ce qui vient d'être montré, pour un pivot dans la partie comprimée, le terme $\int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t + N_s$ doit être constant quelque soit la loi en traction utilisée. Par conséquent, l'intégrale de la loi (2) étant plus faible que (1), il faut, afin de conserver l'égalité, un effort dans les barres tendues supérieur en (2) qu'en (1), ce qui est possible pour $\epsilon_{barres,(2)} > \epsilon_{barres,(1)}$, d'où la rotation supérieure en (2) qu'en (1).

Section à la clé d'arc

A présent, ayant une meilleure compréhension de l'influence de la loi de comportement sur les résultats obtenus, il est possible de pousser le raisonnement plus loin pour expliquer les résultats obtenus à la clé d'arc.

Pour rappel, la résolution non linéaire selon la loi (1) dans SAFIR[®] a fourni une configuration d'équilibre pour laquelle la section à la clé reprend un couple d'efforts M-N valant (384 kNm-23 kN). D'un autre côté, la résolution par la loi (2) montre que, pour un effort axial de 23 kN, le moment maximal pouvant être repris est de 330 kNm (Cf FIGURE 4.4).

Afin d'expliquer cette différence, la courbe Moment-courbure $M - \phi$ va être générée selon la loi (1) et (2) pour un effort axial de traction de 23 kN. Cette dernière est représentée à la FIGURE

4.6 pour laquelle le moment maximal pouvant être repris par la section est de 500 kNm (au pic) selon la loi (1), ce qui est bien supérieur à moment maximal de la loi (2).

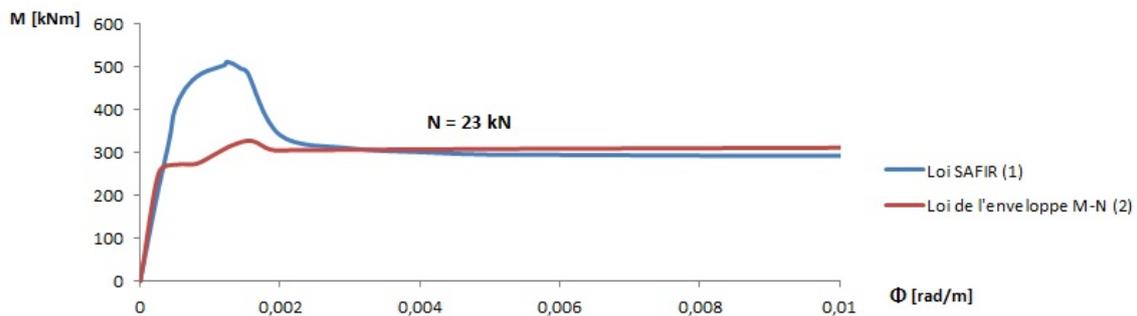


FIGURE 4.6 – Courbes $M - \phi$ de la section à la clé d'arc selon les deux approches pour $N = 23$ kN

La courbe obtenue par la loi (2) présente une première partie linéaire pour laquelle aucune fibre de la section n'atteint 1,6 MPa. Après cela, survient une entrée dans le domaine non linéaire pour laquelle les contraintes de traction du béton reprennent la majorité des efforts jusqu'au pic. Après ce point, une légère rechute des moments a lieu, jusqu'à atteindre le plateau du moment plastique. La présence de ce pic ne relève pas d'un sous-renforcement de la section, mais du fait que la loi de matériau (2) permet, pour une certaine configuration, de reprendre plus d'effort en traction que le lit d'armatures. Ce principe est schématisé à la FIGURE 4.7 pour laquelle 2 configurations sont représentées : l'une au pic et l'autre lors de l'atteinte du plateau plastique. A titre complémentaire, ce plateau est légèrement croissant en vertu de la rentrée en traction du lit d'armatures supérieures qui, en vertu du faible bras de levier qu'il possède, n'apporte pas un grand recru de moments.

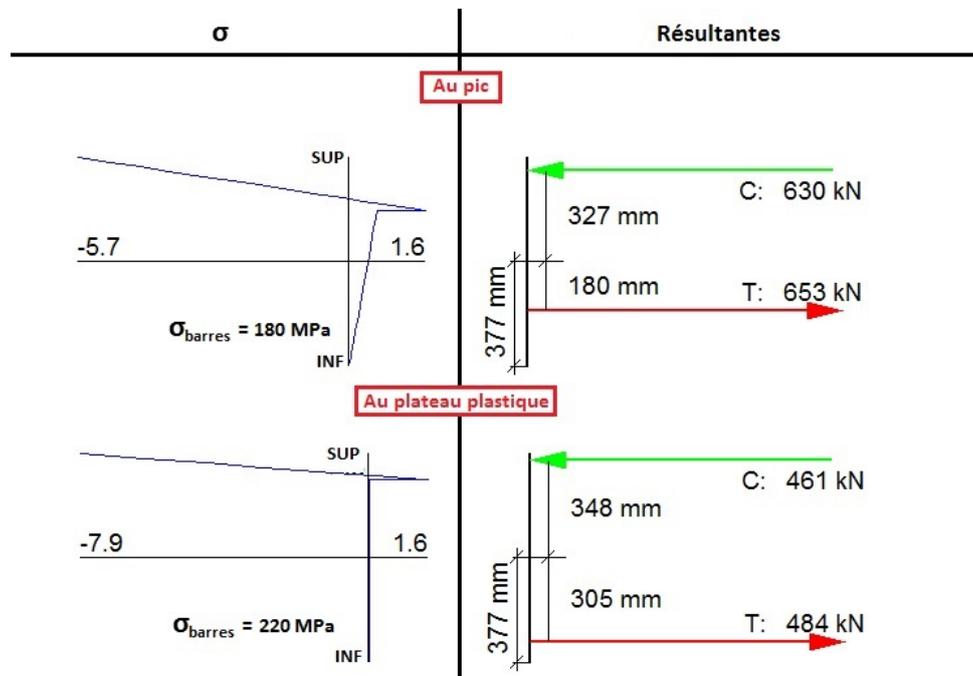


FIGURE 4.7 – Comparaison des contraintes au pic de résistance et au plateau plastique selon la loi de béton (2)

Tout comme pour la section d'encastrement, l'analyse des résultats obtenus se fait sur base des contraintes et déformations $\sigma - \epsilon$ obtenues au sein de la section. Ces dernières sont représentées à la FIGURE 4.8 pour lesquelles les contraintes dans les barres inférieures valent 44 MPa ce qui est, à nouveau, bien inférieur à la limite d'élasticité de 220 MPa.

De la même manière que précédemment, la situation d'équilibre obtenue ici est permise grâce à la loi de béton (1) qui possède une longue branche descendante ce qui permet de reprendre beaucoup plus d'efforts de traction pour une même rotation. Sur la représentation des contraintes de la FIGURE 4.8, la fibre située à -200 mm a atteint le pic de contraintes (1,6 MPa), tandis que celles de -200 à -377 mm ont franchi ce pic. Par conséquent, à cette configuration, l'intégrale $\int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t$ est conséquente, ce qui prouve le fait de la reprise des efforts majoritairement par le béton.

Par l'analyse $M - \phi$ (1), il a été montré que le pic de moment était supérieur au moment plastique. A nouveau, cela s'explique par le fait qu'il est possible, par rotation de section, de trouver une configuration dans la loi $\sigma - \epsilon$ (1) permettant de maximiser le moment pour lequel la contribution des barres d'armatures (effort résultant + bras de levier) sera plus faible que la contribution des contraintes de traction dans le béton.

Par ailleurs, la représentation des déformations ϵ de la FIGURE 4.8 permet de calculer l'angle de rotation ϕ qui vaut :

$$\phi = \frac{\epsilon_{max}}{x_{comprime}} = \frac{(-)0,000169}{(0,376-0,060)} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Positionnant cette valeur de ϕ sur la courbe correspondante de la FIGURE 4.6, il est perçu que le moment repris est bien de l'ordre de 380 kN et que cette configuration d'équilibre est située avant le pic de moment.

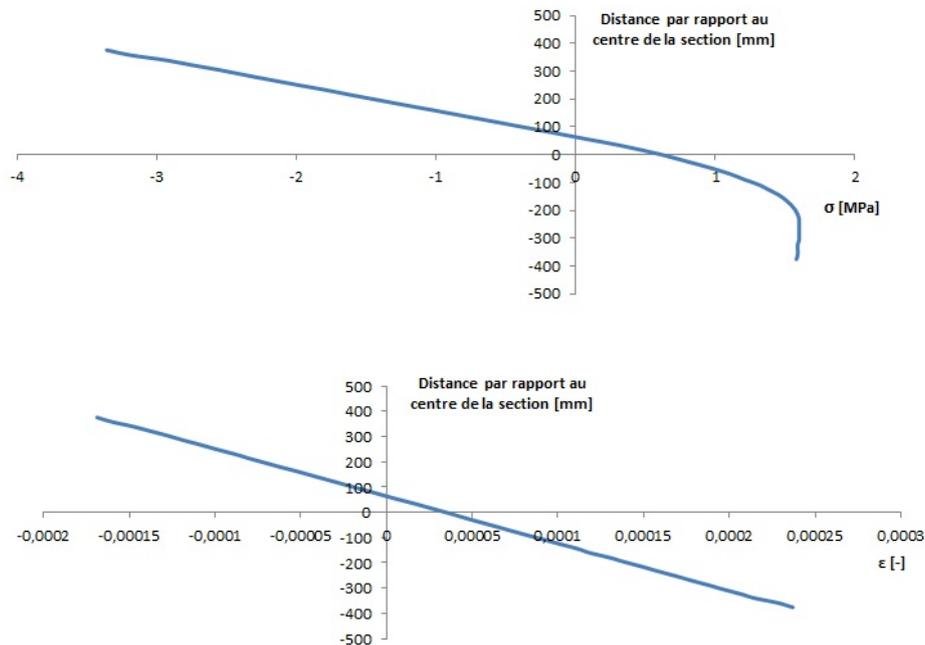


FIGURE 4.8 – Evolution des σ et ϵ dans le béton à la clé d'arc

4.2.3 Prise en compte du tablier

Tout comme cela a été fait pour l'analyse linéaire, la connaissance de l'influence du tablier sur les efforts générés dans l'arc n'est pas à négliger. L'approche linéaire nous a permis de montrer que le tablier avait une faible influence sur les efforts dans l'arc sous ΔT seul. De manière comparative, cette analyse sera refaite en non linéaire.

Par ailleurs, les variations de températures ne s'appliquant jamais seules, il va être considéré ici un modèle de pont complet (arc + tablier) sous poids propre et ΔT .

Déjà discuté à la Section 3.3, la position exacte du tablier par rapport à l'arc est une question délicate pour laquelle deux configurations avaient été envisagées en linéaire.

Pour la présente analyse non linéaire, une seule position va être retenue. Cette dernière est établie sur base de la manière dont les efforts vont transiter notamment en section fissurée.

A cette fin, considérant la FIGURE 4.9 créée à partir d'un extrait de plan d'armatures, le transfert du moment négatif entre le tablier et l'arc ne peut se réaliser que par la mise en traction des barres d'armatures supérieures du tablier, et d'autre part par la mise en compression d'une zone inférieure au tablier. Ce cheminement local des efforts constitue en réalité une zone dite "perturbée" pour laquelle la théorie des poutres (Bernoulli) n'est plus applicable. Or, pour rappel, l'étude menée ici est une étude 2D réalisée sous les hypothèses de Navier-Bernoulli. Par conséquent, la représentation exacte et précise de cette zone perturbée ne peut se faire qu'en utilisant une modélisation 3D (corps solide) ou 2D par une approche sous forme d'éléments de plaques (anglais : Shell elements).

Dans le cas présent, le but est de conserver une section droite à l'endroit où la compression tablier-arc se réalise comme schématisée par un segment vertical rouge. Il est bien entendu que cette approche néglige le "triangle de béton" entre la section droite schématisée et l'extrados de l'arc, ce qui constitue une approche sécuritaire.

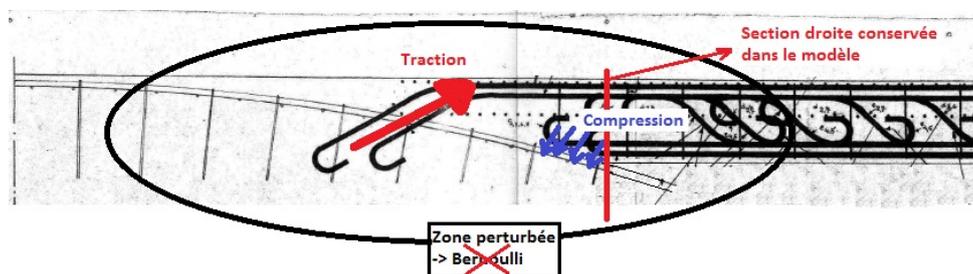


FIGURE 4.9 – Transition des efforts entre le tablier et l'arc

L'explication précédente a permis de déterminer le noeud de jonction entre l'arc et le tablier. Malgré le fait que cette position est semblable à une configuration déjà étudiée en linéaire (Cf FIGURE 3.20), l'approche non linéaire va permettre de rehausser le tablier par rapport à l'arc. Dans un modèle 2D tel que réalisé, la structure est représentée par une succession de noeuds et d'éléments de poutre, ce qui constitue un modèle filaire. Chaque segment est positionné par rapport au centre de gravité de la section (non fissurée). Le modèle d'étude réalisé est représenté à la FIGURE 4.10. La figure du haut représente le modèle filaire arc+tablier, tandis que la figure du bas montre **le modèle réellement étudié avec la rehausse du tablier**.

Comme présentées aux Sections 3.1 et 3.3, les données géométriques de l'arc et du tablier étant connues mathématiquement, la valeur de la rehausse peut être calculée.

La valeur de l'abscisse de la jonction arc-tablier est de (+/-)3,5 m. A cette abscisse, l'intersection entre l'intrados du tablier et l'extrados de l'arc se fait à une ordonnée de 2,27 m et la position de la fibre moyenne de l'arc vaut 1,9 m. Le centre de gravité de la section du tablier étant à 0,303 m par rapport à son intrados (Cf FIGURE 3.17), la rehausse à donner à ce dernier vaut $0,303+2,27-1,9 = 0,67$ m.

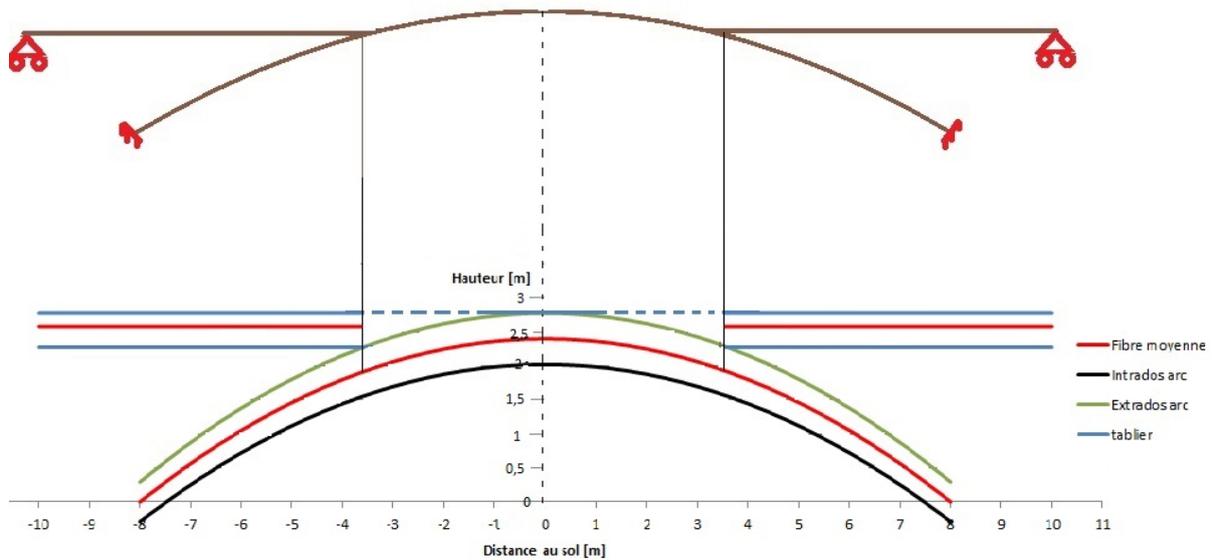


FIGURE 4.10 – Modèle d'étude non linéaire du pont entier

A présent que le modèle vient d'être détaillé, les résultats en découlant peuvent être présentés et discutés.

Dans un premier temps, les réactions d'appuis vont être extraites afin de justifier les efforts internes obtenus. En vertu du modèle réalisé et des conditions d'appuis de la FIGURE 4.10, les réactions obtenues sont dénommées telles que :

V = réaction verticale positive vers le haut

H = réaction horizontale positive vers la droite

M = moment positif si compression de l'extrados de l'arc

Les valeurs des réactions obtenues sont données au Tableau 4.2.

		ΔT	Poids propre + ΔT
Arc seul	V_{culee}	/	/
	$H_{encastrement,gauche}$	-302	-23
	$V_{encastrement,gauche}$	0	184
	$M_{encastrement,gauche}$	-386	-435
Arc + Tablier	V_{culee}	-3	28
	$H_{encastrement,gauche}$	-304	63
	$V_{encastrement,gauche}$	3	233
	$M_{encastrement,gauche}$	-389	-432

TABLE 4.2 – Réactions d'appuis en non linéaire sous ΔT et Poids propre

Des efforts internes obtenus à la FIGURE 4.11, il peut être conclu que :

1. Sous ΔT seul, tout comme en linéaire, l'influence du tablier sur l'arc est très faible.
 - |Différence maximale sur M| = 4%
 - |Différence maximale sur N| = 1,1%
2. Sous poids propre et ΔT , le tablier a peu d'influence sur les efforts M mais amène un effort de compression non négligeable dans l'arc.

Sur base des réactions d'appuis obtenues, ces résultats peuvent être justifiés.

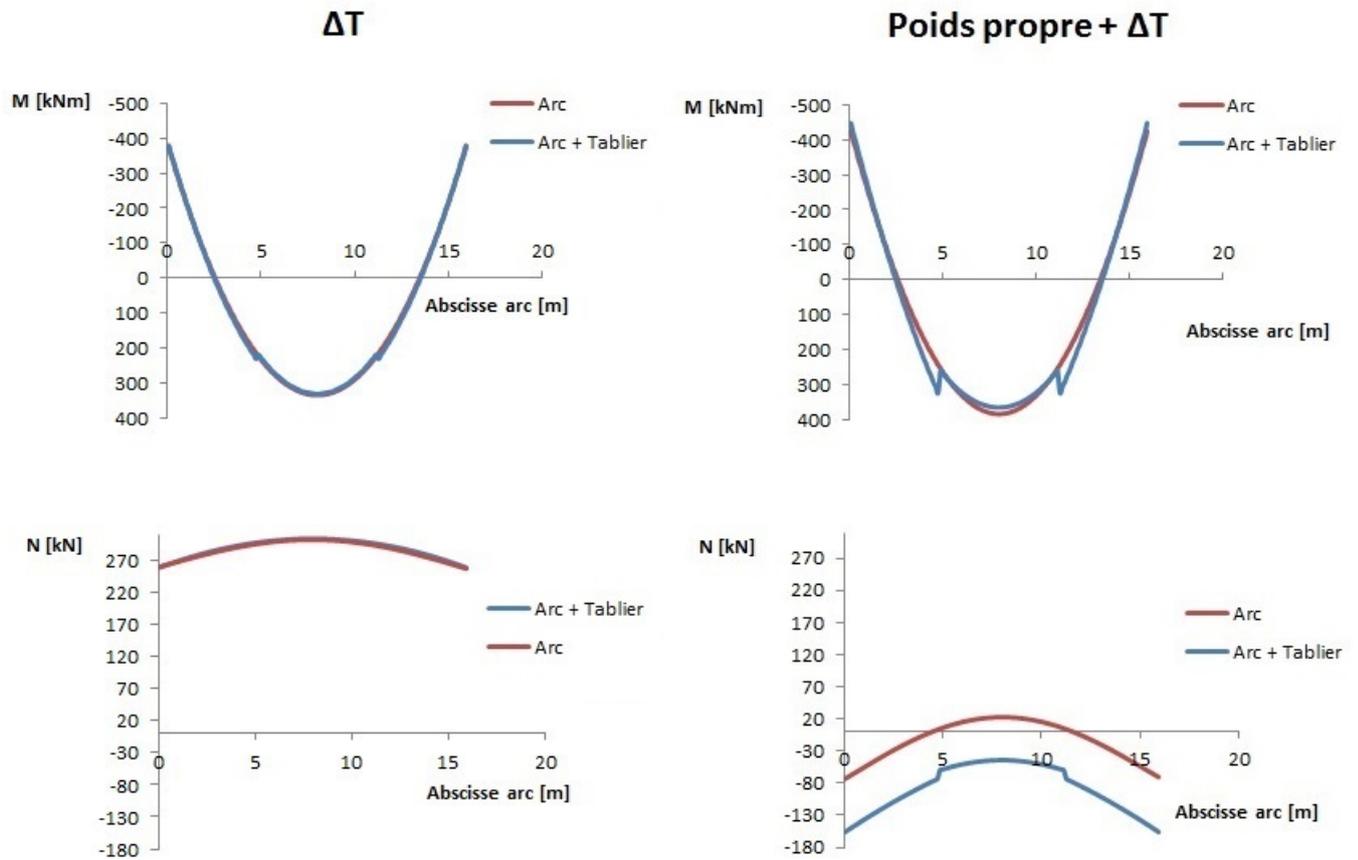


FIGURE 4.11 – Comparaison des efforts internes non linéaires entre le modèle complet et l’arc seul sous ΔT et poids propre + ΔT avec la loi de base

Point 1. Sous ΔT seul, l’ajout du tablier va générer un effort ponctuel et un moment concentré au noeud de la jonction arc-tablier. La réaction à la culée est dirigée vers le bas et vaut 3 kN. Par conséquent, la charge ponctuelle induite par rapport aux efforts de traction de l’ordre de 280 kN est négligeable. D’autre part, le moment concentré généré sur l’arc peut être calculé selon : $V_{culée} \cdot L_{tablier} = -3 \cdot 6,4 = -19,2$ kNm. Par la même justification que précédemment, cet effort concentré se distribuant dans la structure reste assez faible, par rapport à l’ordre de grandeur des efforts de moments générés dans le cas de l’arc seul.

Point 2. A présent, sous poids propre et ΔT , les résultats diffèrent légèrement. Concernant l’influence du tablier sur les moments, la réaction à la culée étant verticale et valant 28 kN, le moment concentré généré vaut : $V_{culée} \cdot L_{tablier} - p.p. \cdot L_{tablier}^2/2 = 28 \cdot 6,4 - 11,375 \cdot 6,4^2/2 = -54$ kNm, ce qui correspond bien à la valeur du ressaut visible sur la FIGURE 4.11 en haut à droite. D’autre part, il est possible de calculer l’effort ponctuel vertical s’appliquant au noeud arc-tablier qui vaut : $p.p. \cdot L_{tablier} - V_{culée} = 11,375 \cdot 6,4 - 28 = 45$ kN (dirigé vers le bas). Cet effort va généré à la fois du moment, de l’effort tranchant, mais aussi de l’effort normal.

Considérant les réactions aux encastremets, le moment concentré et l’effort ponctuel générés par le tablier ont un effet considérable sur $H_{encastrement}$ et $V_{encastrement}$. En effet, non seulement la réaction verticale augmente afin d’équilibrer les charges supplémentaires du tablier, mais la réaction horizontale s’inverse, favorisant d’autant plus la mise en compression de l’arc.

De ces propos, il est logique, ajoutant le tablier, d’obtenir une compression accrue dans l’arc.

4.2.4 Discussion

Les démarches menées dans cette Section 4.2 ont permis de montrer trois choses.

Tout d'abord, lors du passage en non linéaire, une redistribution des efforts a lieu au sein de la structure amenant à une diminution de ces derniers. De ce fait, il a été montré que, malgré une mise en péril de certaines sections selon une analyse linéaire, ces dernières pouvaient tout à fait reprendre leurs sollicitations en non linéaire. De plus, l'analyse non linéaire menée a permis de démentir le fait d'une plastification des armatures, les contraintes dans ces dernières n'excédant pas les $125 \text{ MPa} < 220 \text{ MPa}$.

Deuxièmement, il a été montré qu'en non linéaire, les lois de matériaux utilisées ont une conséquence directe sur les résultats obtenus. Notamment, l'analyse des contraintes en section a permis de démontrer la manière dont une section résiste aux efforts appliqués. Par ailleurs, la résistance d'une section est directement conditionnée par la loi de béton utilisée notamment lorsqu'une résistance en traction est considérée.

Pour terminer, il a été déterminé que le tablier avait une faible influence sur l'arc sauf lorsque le poids propre était considéré auquel cas l'arc se voyait entièrement comprimé.

4.3 Loi de comportement avancée pour le béton

La Section 4.2 précédente a permis d'étudier la structure selon une approche non linéaire. Cependant, comme il l'a déjà été mentionné, la loi de comportement du béton a été mise au point selon l'EN 1992-1-2 traitant des structures en béton à hautes températures. Cette loi de base comporte deux différences majeures par rapport au comportement du béton à froid :

- Le module de Young du béton est pris à $20\,000 \text{ MPa}$ à température ambiante
- La loi constitutive en traction comporte une grande branche descendante après le pic de résistance conférant ainsi au béton un comportement plutôt ductile que fragile.

D'un point de vue mécanique, l'utilisation de cette loi demandait la seule connaissance de deux paramètres : la résistance en compression f_c et en traction f_{ct} .

Afin d'évoluer vers une analyse plus approfondie, ces deux seuls paramètres ne suffisant plus, une loi avancée de béton va être utilisée pour l'analyse non linéaire.

A présent, cette nouvelle loi avancée [COLLINS & MITCHELL, 1997] va se baser sur :

- La connaissance du module de Young (1 paramètre : E)
- L'équation de Popovic pour le béton en compression (1 paramètre : f_c)
- Une branche linéaire en traction jusqu'au pic f_{ct} (1 paramètre : f_{ct})
- La prise en compte d'un raidissement de tension après le pic f_{ct} (4 paramètres : α_1 , α_2 , ϵ_1 et ϵ_2)

Comportement en compression

Connaissant E et f_c (faisant partie des paramètres), l'évolution de la loi $\sigma - \epsilon$ du béton en compression va se baser sur l'équation de Popovic donnée par la formule (4.12) :

$$\sigma = \frac{f_c \cdot n \cdot (\epsilon/\epsilon_{c1})}{n - 1 + (\epsilon/\epsilon_{c1})^{n-k}} \quad (4.1)$$

avec

$$n = 0,8 + \frac{f_c}{17}$$

$$\epsilon_{c1} = (f_c/E) \cdot (n/(n-1))$$

$$k = 0,67 + \frac{f_c}{62}$$

A titre comparatif, la FIGURE 4.12 compare la loi de base de SAFIR[®] avec la loi avancée pour $E = 20000$ et $f_c = 25$ MPa.

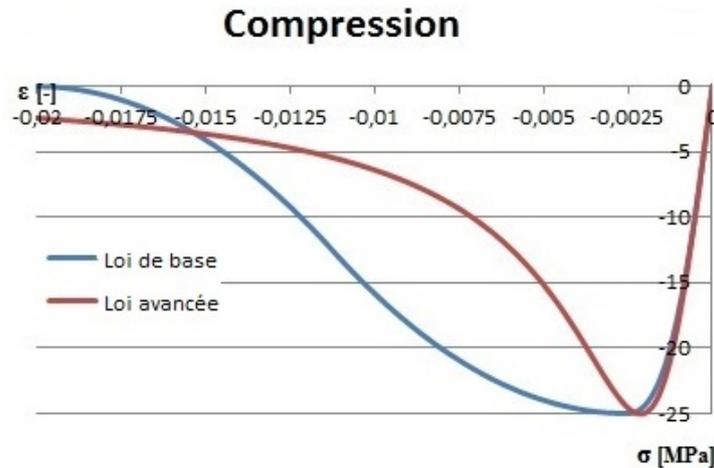


FIGURE 4.12 – Comparaison de la loi de base et avancée pour $E = 20000$ et $f_c = 25$ MPa

Comportement en traction

Le comportement en traction du béton est assez complexe à représenter notamment lorsqu'il est question de considérer un **raidissement de traction**. Tout d'abord, le raidissement de tension est le phénomène physique qui permet de développer davantage de fissures le long d'une membrure. En effet, considérant une membrure de béton armé soumise à un effort de traction pur $N_t > N_{cr}$, l'analyse de cette dernière permet de constater l'apparition de plusieurs fissures en son long.

A contrario, si le béton ne comportait pas de raidissement de traction, une fois que l'effort N_t aurait atteint N_{cr} , une seule fissure serait créée et s'ouvrirait pour $N_t > N_{cr}$, ce qui n'est pas la réalité des faits. Les propos ci-dessus ne sont valables que $\forall \rho > \rho_{min}$, avec $\rho = A_s/A_c$ le ratio de renforcement et ρ_{min} le ratio minimum de renforcement.

Initialement, la loi de béton pour la traction prenant en compte le raidissement de traction est donnée par les équations (4.2) et (4.3) suivantes :

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad \forall 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_{cr} (= f_{ct}/E) \quad (4.2)$$

$$\sigma = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{ct}}{1 + 500\epsilon} \quad \forall \epsilon \geq \epsilon_{cr} \quad (4.3)$$

avec

α_1 qui tient compte des conditions de liaison entre les barres et le béton

- = 1 pour des barres repliées au sein d'une membrure
- = 0,7 pour des barres pleines, crénelées ou des torons
- = 0 pour des barres non collaborantes avec le béton

α_2 qui tient compte du long terme

- = 1 pour des charges monotones de court terme
- = 0,7 dans le cas de charges répétées et/ou maintenues (approche long terme)

Cependant l'équation (4.3) n'est valable que dans une certaine gamme de ϵ . Notant N_t l'effort total de traction appliqué à une membrure, la répartition des efforts au sein du matériau composite qu'est le béton armé, se fait selon : $N_t = N_s + N_c$, avec N_s l'effort résultant dans les barres et N_c l'effort résultant dans le béton. Par conséquent, une autre manière d'écrire la relation est $N_t = \sigma_s \cdot A_s + \sigma_c \cdot A_c$, avec A_s l'aire d'acier et A_c l'aire de béton. Dans cette relation, σ_c suit la loi fournie par les équations (4.2) et (4.3) ci-dessus, tandis que σ_s suit la loi élastique-plastique bien connue pour la modélisation du comportement de l'acier donnée par les équations suivantes :

$$\sigma = E_{acier} \cdot \epsilon$$

$$\sigma = f_y \quad \forall \sigma \geq f_y/E_{acier}$$

A présent, pour une géométrie de section donnée, il est possible de représenter graphiquement la relation donnant N_t en fonction des lois constitutives considérées. La FIGURE 4.13 ci-dessous donne l'évolution des efforts résultants N_t , N_s et N_c pour $A_c = 165000mm^2$, $A_s = 2120mm^2$, $E_{acier} = 200000$ MPa et $E_{beton} = 20000$ MPa.

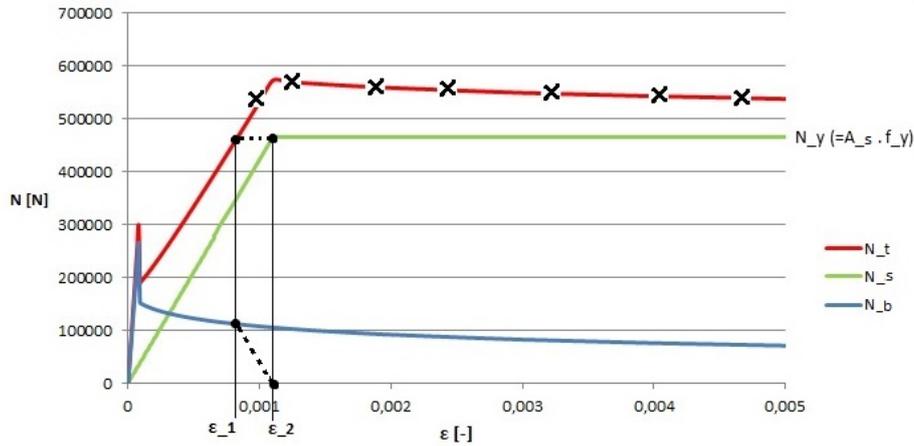


FIGURE 4.13 – Evolution de l'effort normal de traction N_t dans une section en béton armé considérant un raidissement de traction

Comme représenté sur la FIGURE 4.13, un effort total N_t supérieur à l'effort $N_y = f_y \cdot A_s$ n'est pas permis en raison du fait que l'effort maximal pouvant être transféré au travers d'une fissure est N_y . Par conséquent, la loi de σ_c (ou N_c) ne peut comporter un raidissement de traction infini comme présenté à la courbe bleue (équation (4.3) $\rightarrow \infty$ pour $\epsilon \rightarrow \infty$). Par conséquent, cette courbe va comporter un segment linéaire entre ϵ_1 et ϵ_2 comme schématisé en noir sur le graphique pour lequel $\sigma_c(\epsilon_2) = 0$.

De manière mathématique, les expressions de ϵ_1 et ϵ_2 sont données par :

$$\epsilon_1 : \sigma_s(\epsilon_1) \cdot A_s + \sigma_c(\epsilon_1) \cdot A_c - f_y \cdot A_s = 0$$

$$\epsilon_2 = f_y/E_{acier}$$

En vertu de ces relations, la loi de béton en traction dépend directement du type et de la quantité d'acier présents au sein de la section de béton. C'est la raison pour laquelle ϵ_1 et ϵ_2 ont été introduits comme des paramètres dans la loi avancée.

Pour terminer, la loi de béton en traction possèdera l'allure représentée à la FIGURE 4.14 pour ϵ_1 et ϵ_2 donnés.

Tension

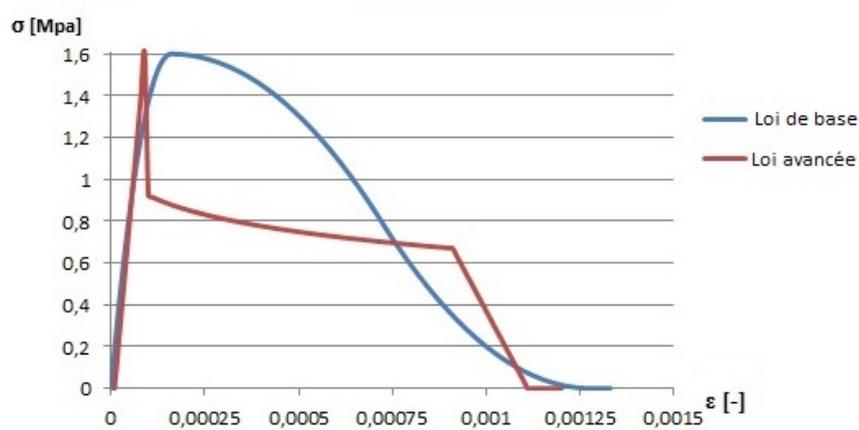


FIGURE 4.14 – Comparaison de la loi de base et avancée pour $E = 20000$ et $f_{ct} = 1,6$ MPa

Comme il vient d'être montré, le raidissement de traction dépend directement de la quantité d'armature présente dans le spécimen de béton soumis à traction. Cependant, l'effet du raidissement de traction n'est possible que pour le béton dans le "voisinage" des barres d'armature. En effet, à la base, ce raidissement de traction provient d'une adhésion entre la barre et le béton. Par conséquent, il est assez intuitif de comprendre qu'une zone de béton dépourvue de barres comportera un comportement fragile.

Considérant une section (quelconque) de l'arc, la zone de raidissement de traction est réalisée telle que représentée à la FIGURE 4.15.

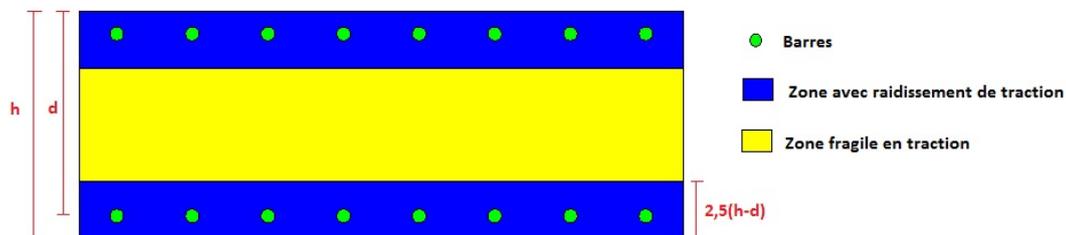


FIGURE 4.15 – Représentation des zones avec raidissement de traction au sein d'une membrure

Comportement lors de chargements et déchargements

La loi établie ci-dessus fournit l'évolution des contraintes pour un chargement (en compression ou en traction) croissant. Actuellement, la question à se poser est : "Quelle est l'évolution des contraintes lorsque la séquence de chargement n'est plus simplement croissante?". En réalité, c'est le cas de figure rencontré lorsqu'il est considéré une variation négative de température sous poids propre. En effet, dans ce cas, le poids propre amène un certain état de compression dans les sections, tandis que le différentiel thermique diminue cette compression, voire même amène de la traction dans certaines sections (FIGURE 4.2). Par conséquent, il n'est plus question d'un chargement croissant, mais d'un chargement suivi d'un déchargement. Cette notion fait référence à l'**historique de chargement** comme il en a déjà été discuté à la Sous-section 4.2.2.

La loi avancée gère les chargements et déchargements de la manière suivante :

- Tout déchargement dans la zone comprimée se fait selon une droite de pente égale au module de Young. Chaque déchargement dans cette zone amène à une déformation rémanente (dite aussi plastique) et notée ϵ_p pour laquelle $\sigma = 0$. De plus, $\epsilon_p \leq 0$.
- La loi en traction est translatée d'une quantité $|\epsilon_p|$ vers la gauche (vers les ϵ négatifs), mais **les points ϵ_1 et ϵ_2 restent fixes**.
- Tout déchargement en traction se fait selon une droite pointant vers ϵ_p .
- Tout rechargement se fait selon les droites de déchargement précédentes jusqu'à (éventuellement) réatteindre la courbe $\sigma - \epsilon$ auquel cas les contraintes resuivront à nouveau cette dernière.

Afin de donner plus de formalisme à ces propos, la FIGURE 4.16 donne l'évolution cyclique de la loi de béton pour un cycle tel que :

1. Chargement en traction **O-A** selon la courbe donnée à la FIGURE 4.14
2. Déchargement en traction **A-O** vers l'origine des axes ($\epsilon_p = 0$)
3. Chargement en compression **O-B** selon la courbe donnée par la FIGURE 4.12
4. Déchargement en compression **B-C** selon une droite de pente égale à E ($\epsilon_p = C$)
5. Re-chargement en traction **C-O** selon une droite de même pente que celle du déchargement en traction précédent jusqu'à atteindre la courbe de raidissement de traction
6. Re-déchargement en traction **O-C** selon une droite pointant vers ϵ_p ($= C$)

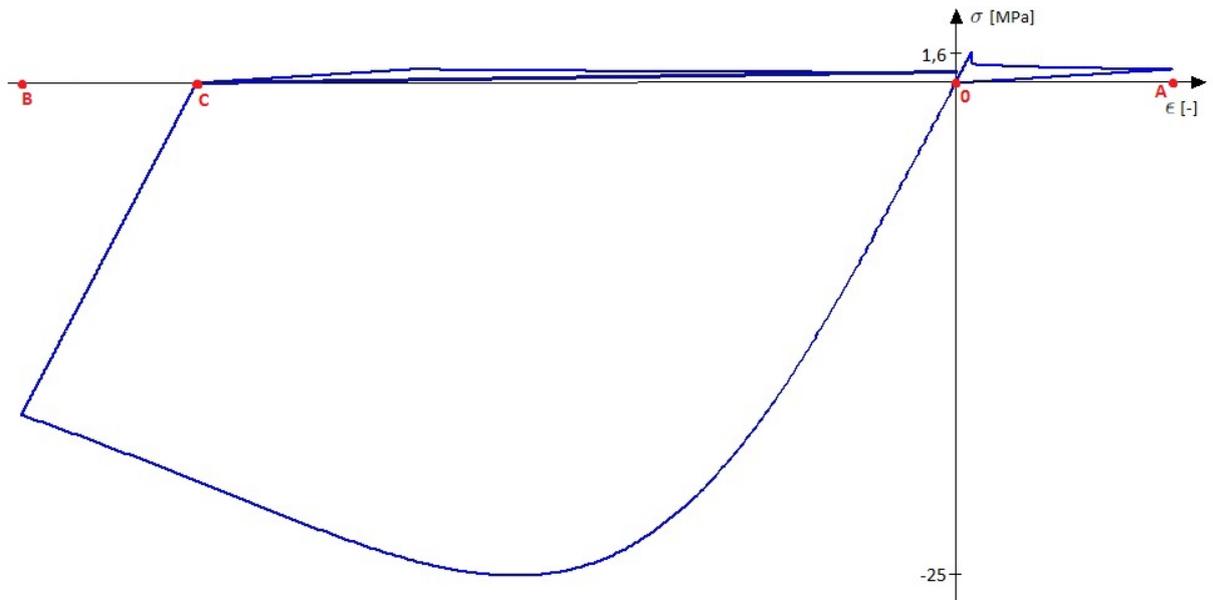


FIGURE 4.16 – Exemple de comportement de la loi avancée lors d'un cycle, $E = 30000\text{MPa}$

4.3.1 Etude de l'arc seul

A des fins comparatives avec les démarches précédentes, l'arc seul va être étudié, dans un premier temps, dont le chargement considéré sera : poids propre + ΔT . Ayant obtenu les efforts internes sous ce même chargement dans la Section 4.2, le but recherché ici est de les comparer à ceux obtenus avec la loi avancée du béton.

Pour rappel, la loi de base utilisait un module de Young de 20 000 MPa. Par ailleurs, un des objectifs de la mise au point d'une nouvelle loi de béton consistait à traiter E comme un paramètre d'entrée. En effet, il a été déterminé à la Section 2.4 que le module de Young du béton en place valait 30 000 MPa.

De ce fait, à des fins comparatives, trois études vont être menées ici :

- L'une traitant des résultats réalisés ci-dessus avec la loi de base
- L'autre utilisant la loi avancée avec un module de Young tangent de 20 000 MPa
- La dernière générant les efforts selon la loi avancée, mais considérant le réel module de Young de 30 000 MPa

La comparaison des efforts obtenus est réalisée à la FIGURE 4.17. Se focalisant essentiellement sur les 2 sections critiques, le Tableau 4.3 y fournit les détails des efforts internes obtenus ainsi que les efforts dans les barres d'armatures tendues.

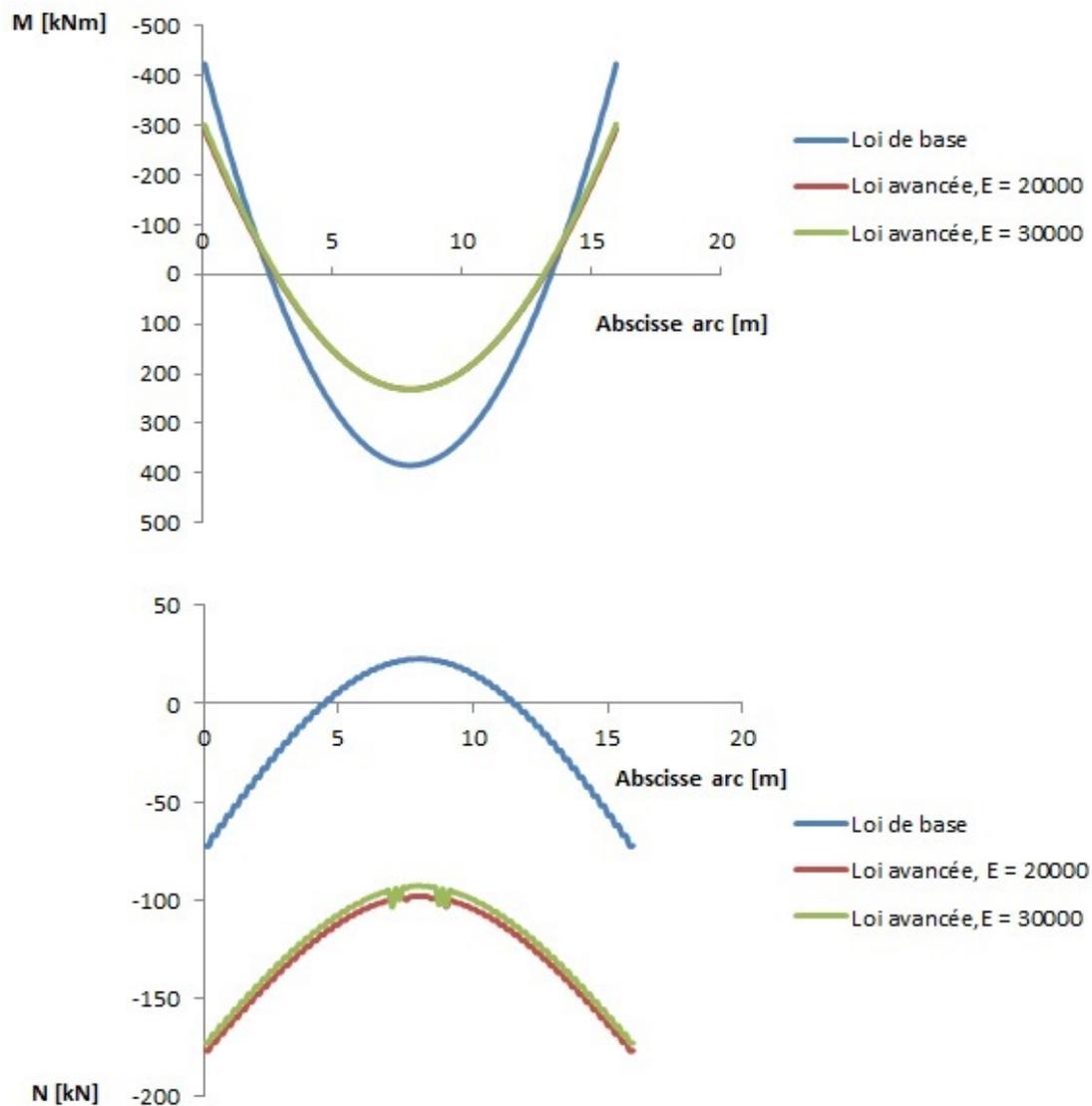


FIGURE 4.17 – Comparaison des efforts internes (sous poids propre et ΔT) selon la loi de base et avancée pour $E = 20000$ MPa et $E = 30000$ MPa

	Loi de base	Loi avancée, $E = 20000$ MPa	Loi avancée, $E = 30000$ MPa
@ l'encastrement			
M [kNm]	-424	-291	-296
N [kN]	-73	-177	-175
σ_{barres} [MPa]	116	100	103
@ la clé			
M [kNm]	384	231	232
N [kN]	23	-98	-94
σ_{barres} [MPa]	44	98	107

TABLE 4.3 – Comparaisons des efforts obtenus (sous poids propre et ΔT) aux sections critiques selon les deux lois de béton utilisées

De la FIGURE 4.17 et du Tableau 4.3, il peut être retenu que :

1. Les efforts de moments sont partout inférieurs (en valeur absolue) à ceux obtenus avec la loi de base
2. Les sections sont davantage comprimées
3. Le module de Young ne possède aucune influence sur les efforts obtenus avec la loi avancée
4. Les contraintes dans les barres tendues sont inférieures à la limite élastique de 220 MPa.

Qualitativement, au vu de ces résultats, il apparaît que l'utilisation de la loi de béton avancée amène à des résultats plus favorables en terme d'efforts internes.

Les 4 points relevés ci-dessus vont être explicités et justifiés.

Point 1. La loi de béton avancée possédant un caractère beaucoup plus cassant en traction que celle de base, les sections se voient plus aisément fissurées, ce qui se traduit par une plus grande perte de rigidité et, dès lors, des efforts nettement moindres. D'autre part, lors de l'approche élastique, il avait été montré qu'un encastrement des pieds d'arc générerait des efforts internes supplémentaires de traction. Par extension de ce principe, le moment à l'encastrement diminuant suite à une perte de rigidité, il s'en suit une diminution de traction et donc une augmentation de l'état de compression. Cette considération justifie déjà partiellement le Point 2. relevé ci-dessus.

Point 2., 3., 4. Afin d'expliquer et justifier la raison d'être de ces résultats, une analyse des contraintes et déformations en section doit être faite. Cette analyse va être réalisée d'abord pour la section à la clé d'arc et ensuite pour la section d'encastrement.

Section à la clé d'arc

La FIGURE 4.18 fournit une comparaison des contraintes et déformations obtenues à la section en clé d'arc selon les trois approches réalisées, la première selon la loi de base (Cf FIGURE 4.8), et les deux autres selon la loi avancée pour deux modules de Young différents.

La distribution des contraintes selon la hauteur de la section est assez différente entre les deux lois. Ce résultat n'a rien de surprenant en raison du fait que les lois de béton sont assez différentes. Par ailleurs, après le pic en traction, une zone de contraintes nulles est présente. Cette partie de section correspond à la zone pour laquelle il n'y a pas de raidissement de traction (Cf FIGURE 4.15). Il est donc logique d'y avoir un comportement cassant.

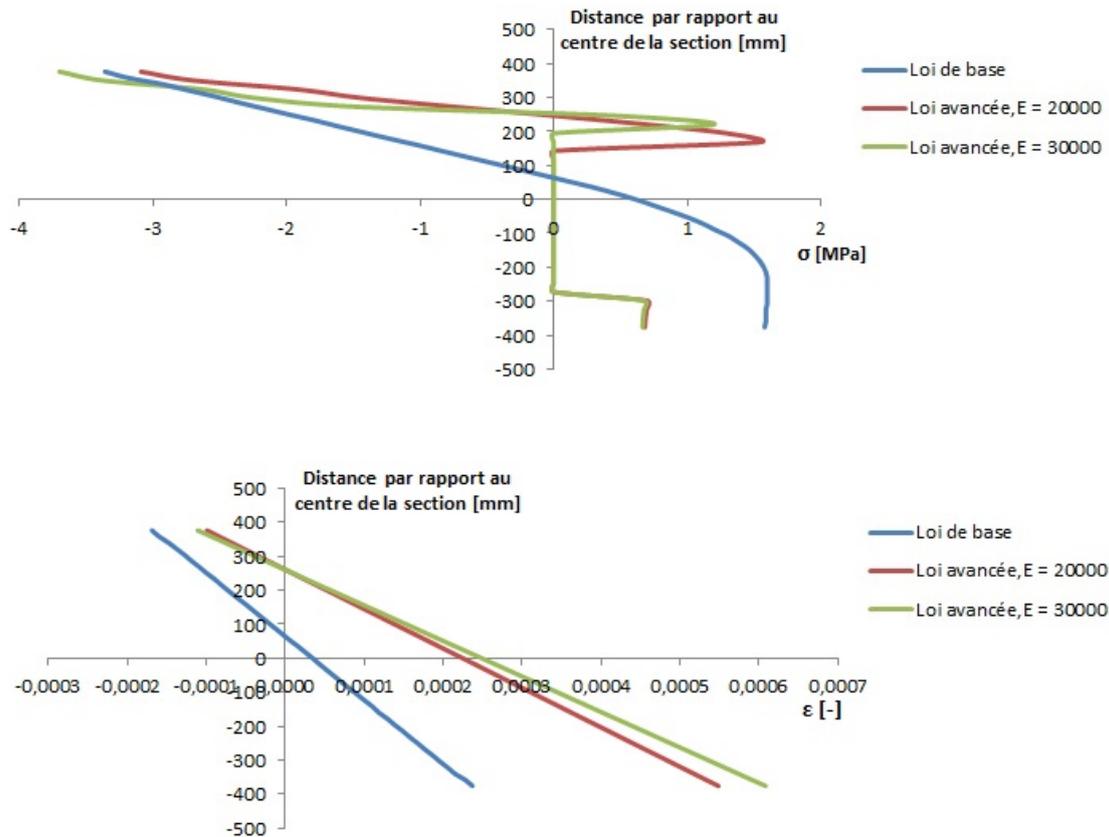


FIGURE 4.18 – Comparaison des $\sigma - \epsilon$ à la section en clé d’arc pour la loi de base et avancée

Dans un premier temps, afin de justifier le **Point 2.**, il est de mise de considérer les contraintes obtenues selon les 2 lois (Cf FIGURE 4.18).

Afin de satisfaire l’équilibre horizontal, les contraintes en section doivent répondre à l’équation (4.4) :

$$N_c = \int_{\Omega_c} \sigma_c d\Omega_c + N_{sup} - \int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t - N_{inf} \quad (4.4)$$

avec,

N_c , l’effort de compression appliqué (>0)

σ_c , les contraintes de compression (>0)

Ω_c , la zone comprimée

N_{sup} , l’effort résultant dans les barres comprimées (>0)

σ_t , les contraintes de traction

Ω_t , la zone tendue

N_{inf} , l’effort résultant dans les barres tendues

Connaissant l’évolution des contraintes sur la hauteur de la section (Cf FIGURE 4.18), il est possible de déterminer les intégrales de l’équation (4.4). Par ailleurs, ayant obtenu les contraintes dans les barres, N_{sup} et N_{inf} peuvent être déterminés.

Les valeurs des différents termes vont être calculées au Tableau 4.4.

Ayant posé N_c positif dans le sens de la compression, deux valeurs sont obtenues : 25 kN en traction et 93 kN en compression. Ces résultats sont bien en accord avec les valeurs de N fournies au Tableau 4.3.

	Loi de base	Loi avancée ($E = 30000$ MPa)
$\int_{\Omega_c} \sigma_c d\Omega_c$	$3,3 \cdot \frac{377-75}{2} \cdot 1320$	$3,75 \cdot \frac{377-200}{2} \cdot 1320$
N_{sup}	$3 \cdot 30 \cdot \pi \cdot 15^2$	$3 \cdot 16 \cdot \pi \cdot 15^2$
$-\int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t$	$-1,6 \cdot \frac{75+200}{2} \cdot 1320 - 1,55 \cdot (377 - 200) \cdot 1320$	$-1,5 \cdot \frac{250-200}{2} \cdot 1320 - 0,66 \cdot (377 - 250) \cdot 1320$
$-N_{inf}$	$-3 \cdot 44 \cdot \pi \cdot 15^2$	$-3 \cdot 107 \cdot \pi \cdot 15^2$
$\sum = N_c$ [kN]	-25	93

TABLE 4.4 – Détails des termes de l'équation d'équilibre pour un effort normal de compression N_c

Au final, la raison principale de cette grande différence d'effort normal provient de la ductilité que possède la loi de base en traction. En effet, sur simple considération des contraintes en section (Cf FIGURE 4.18), la loi de base est plus rigide, ce qui permet d'attirer plus d'effort de traction suite au ΔT appliqué. Par conséquent, lors du calcul des différents termes de l'équation (4.4), les termes de traction dans le béton sont supérieurs à ceux de compression.

A présent, afin de justifier les **Points 3. et 4.**, ce sont les déformations ϵ qui vont être considérées.

De manière générale, en non linéaire, pour un certain effort appliqué (par exemple M), plusieurs situations de déformations peuvent être rencontrées. Par conséquent, il n'existe pas de relations biunivoques. En effet, considérant simplement une des lois de béton de la FIGURE 4.12, pour une contrainte donnée, il existe 2 déformations répondant à la loi. C'est la raison pour laquelle, les efforts non linéaires obtenus doivent être corrélés à leurs déplacements.

Le cas de la loi de base ayant déjà été discuté à la Section 4.2.2, ses résultats ne seront pas redétaillés ici.

Tout comme à cette même Section 4.2.2, la détermination des rotations ϕ est indispensable. En vertu des déformations de la FIGURE 4.18, les rotations obtenues par la loi avancée valent :

$$\begin{aligned}
 - \phi_{E=20000} &= \frac{9,94 \cdot 10^{-5}}{0,376-0,260} = 8,55 \cdot 10^{-4} \\
 - \phi_{E=30000} &= \frac{1,11 \cdot 10^{-4}}{0,376-0,253} = 9 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

Positionnant les rotations obtenues sur les courbes $M-\phi$ de la FIGURE 4.19, deux faits peuvent être relevés :

1. Les moments obtenus pour les rotations calculées sont bien en adéquation avec les efforts internes obtenus de 231 et 232 kNm.
2. La configuration d'équilibre obtenue avec la loi avancée (peu importe E) se trouve après le pic du moment élastique.

D'autre part, cette analyse montre la raison de la faible différence entre les moments obtenus pour $E = 20000$ et $E = 30000$ MPa. En effet, pour les rotations obtenues, les deux courbes sont très proches l'une de l'autre.

Par ailleurs, les barres d'armature inférieures étant à 50 mm de l'intrados de l'arc soit à -326 sur la FIGURE 4.18, leurs déformations valent :

$$\begin{aligned}
 - \epsilon_{Loi\ de\ base} &= 2,2 \cdot 10^{-4} \rightarrow \sigma = 200000 \cdot 2,2 \cdot 10^{-4} = 44 \text{ MPa} \\
 - \epsilon_{Loi\ avancee, E=20000} &= 4,9 \cdot 10^{-4} \rightarrow \sigma = 200000 \cdot 4,9 \cdot 10^{-4} = 98 \text{ MPa} \\
 - \epsilon_{Loi\ avancee, E=30000} &= 5,35 \cdot 10^{-4} \rightarrow \sigma = 200000 \cdot 5,35 \cdot 10^{-4} = 107 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

ce qui est bien en adéquation avec les contraintes fournies au Tableau 4.3.

Les discussions qui viennent d'être menées ont permis de justifier les efforts obtenus à la clé, mais surtout de comprendre la raison de leurs indépendances par rapport aux modules de Young utilisés.

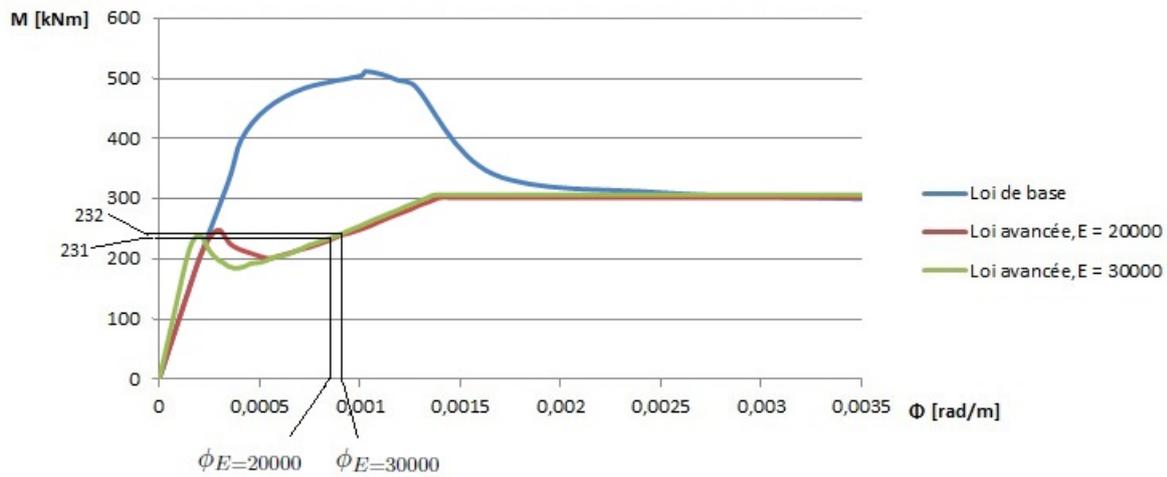


FIGURE 4.19 – Comparaison des courbes $M - \phi$ à la section en clé d’arc pour la loi de base et avancée

D’autre part, les déformations obtenues selon les trois approches ont permis l’explication de l’augmentation des efforts dans les barres d’armatures.

Enfin, l’augmentation de rotation de la section à la clé passant d’un module de Young de 20 000 à 30 000 MPa traduit une ouverture de fissure, ce qui a pour but, en quelque sorte, **de libérer un degré d’hyperstaticité au sein de la structure**. Se rappelant les propos introductifs mentionnant l’apparition d’une fissure à l’intrados de la clé d’arc (Cf FIGURE 1.2), les résultats démontrés ci-dessus semblent prouver ce comportement du pont.

Section d’encastrement

De manière identique à ce qui vient d’être fait pour la section en clé d’arc, une étude des contraintes et déformations de la section d’encastrement va être réalisée.

La justification du **Point 2.** se fait de la même manière que pour la clé d’arc, raison pour laquelle les développements ne seront pas refaits ici.

Par ailleurs, les **Points 3. et 4.** vont être justifiés en considérant la loi $M - \phi$ propre à la section d’encastrement.

Dans un premier temps, la FIGURE 4.20 fournit les contraintes et déformations selon les trois approches poursuivies.

Ces contraintes montrent, tout comme précédemment, que les configurations d’équilibre obtenues sont bien dans le domaine non linéaire.

Considérant les déformations, il est aperçu qu’elles sont assez semblables selon les trois approches. La ressemblance entre la courbe calculée par la loi de béton de base et celles par la loi avancée relève simplement d’une configuration d’équilibre donnant des déplacements semblables.

Par contre, la faible différence de rotation entre les deux courbes de la loi avancée va, tout comme pour la clé d’arc, permettre de prouver l’indépendance des efforts envers le module de Young.

Les rotations obtenues valent :

$$\begin{aligned}
 - \phi_{E=20000} &= \frac{5,81 \cdot 10^{-4}}{0,250+0,08} = 1,75 \cdot 10^{-3} \\
 - \phi_{E=30000} &= \frac{5,94 \cdot 10^{-4}}{0,250+0,100} = 1,7 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

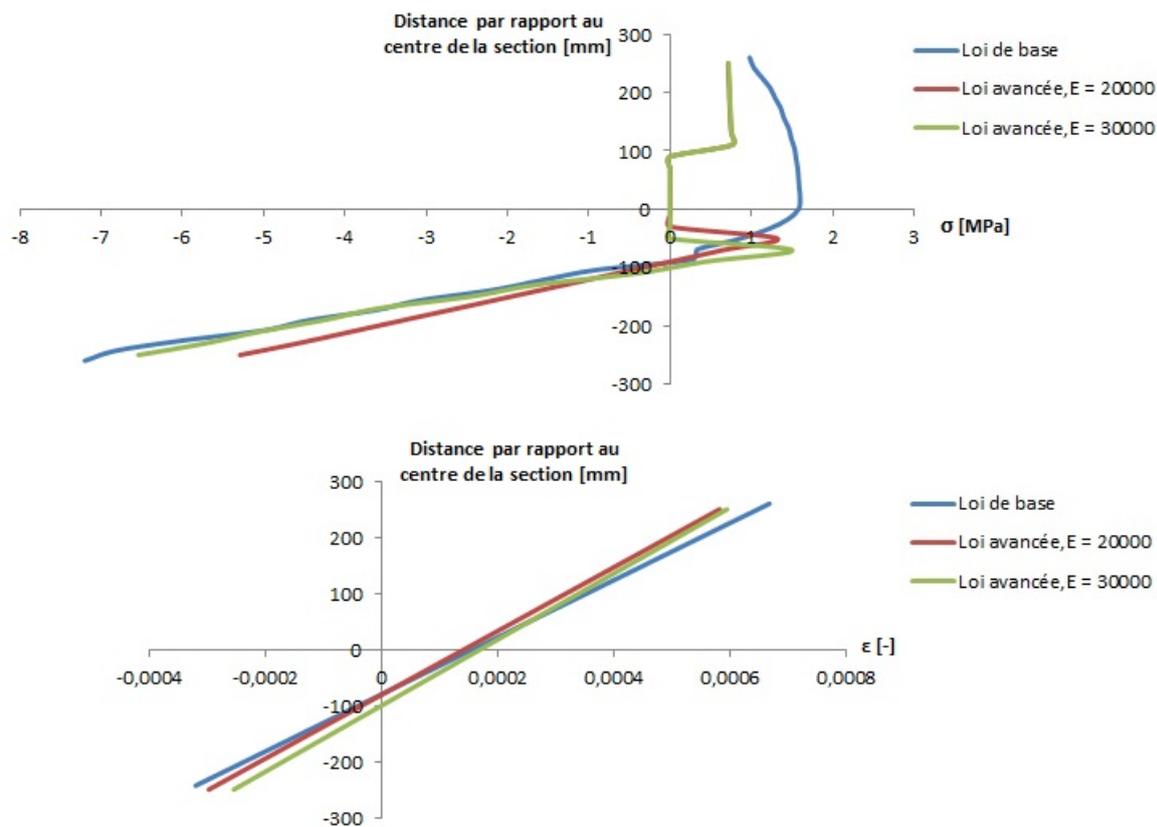


FIGURE 4.20 – Comparaison des $\sigma - \epsilon$ à la section d'encastrement pour la loi de base et avancée

Positionnant ces rotations sur les courbes $M - \phi$ de la FIGURE 4.21, les mêmes constatations que pour la clé peuvent être relevées :

1. Les moments obtenus pour les rotations calculées sont bien en adéquation avec les efforts internes obtenus de -291 et -296 kNm,
2. La configuration d'équilibre obtenue avec la nouvelle loi (peu importe E) se trouve après le pic du moment élastique,

ce qui confirme, à nouveau, l'indépendance des résultats envers le module de Young.

Tout comme précédemment, les contraintes dans les barres d'armature tendues (supérieures) peuvent être calculées. Ces barres étant placées à 50 mm de l'extrados de l'arc soit à +200 mm sur la FIGURE 4.20, leurs déformations valent :

- $\epsilon_{Loi\ de\ base} = 5,7 \cdot 10^{-4} \rightarrow \sigma = 200000 \cdot 5,7 \cdot 10^{-4} = 114\ MPa$
- $\epsilon_{Loi\ avancee,\ E=20000} = 4,94 \cdot 10^{-4} \rightarrow \sigma = 200000 \cdot 4,94 \cdot 10^{-4} = 99\ MPa$
- $\epsilon_{Loi\ avancee,\ E=30000} = 5,09 \cdot 10^{-4} \rightarrow \sigma = 200000 \cdot 5,9 \cdot 10^{-4} = 102\ MPa$

ce qui est bien en adéquation avec les contraintes fournies au Tableau 4.3.

Tout comme pour la clé d'arc, il vient d'être démontré d'une part que les efforts obtenus étaient indépendants du module de Young, et d'autre part que les contraintes dans les barres d'armature étaient bien inférieures à la limite d'élasticité.

D'autre part, sur base de l'analyse des courbes $M - \phi$ à la clé et l'encastrement, les allures ne sont pas identiques. En effet, la courbe à l'encastrement croît de manière monotone après le pic élastique jusqu'à se stabiliser au plateau plastique.

A contrario, la courbe associée à la clé d'arc possède une cassure importante après le pic élastique.

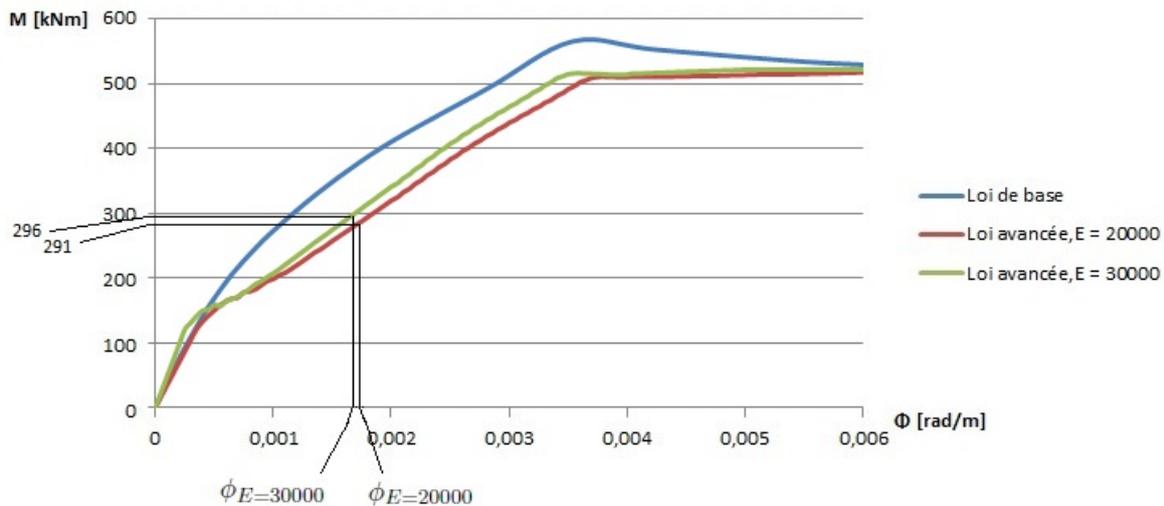


FIGURE 4.21 – Comparaison des courbes $M - \phi$ à la section d’encastrement pour la loi de base et avancée

Cette cassure s’explique par le faible renforcement qu’elle possède (Cf Section 2.3). Après le pic, il y a une perte significative de rigidité, ce qui se traduit par une fissure plus importante à cet endroit. Par conséquent, cette approche confirme bien ce qui a été conclu lors de l’étude de la clé d’arc, à savoir une ouverture et fermeture de fissure plus conséquente à cet endroit qu’à l’encastrement.

4.3.2 Prise en compte du tablier

De la même manière que cela a été réalisé pour l’étude de l’arc seul, l’approche menée ici comparera les résultats obtenus avec la loi de base avec ceux de la loi avancée pour deux modules de Young.

Tout comme précédemment, le chargement considéré sera : poids propre + ΔT uniquement.

La FIGURE 4.22 fournit les résultats obtenus avec la loi de base et avancée. De plus, tout comme précédemment, le Tableau 4.5 compare les efforts internes et contraintes dans les barres tendues aux sections critiques.

	Loi de base	Loi avancée, $E = 20000$ MPa	Loi avancée, $E = 30000$ MPa
@ l’encastrement			
M [kNm]	-447	-324	-334
N [kN]	-155	-250	-244
σ_{barres} [MPa]	100	109	115
@ la clé			
M [kNm]	366	230	234
N [kN]	-44	-154	-147
σ_{barres} [MPa]	36	71	85

TABLE 4.5 – Comparaisons des efforts obtenus (sous poids propre et ΔT) aux sections critiques selon les deux lois de béton utilisées

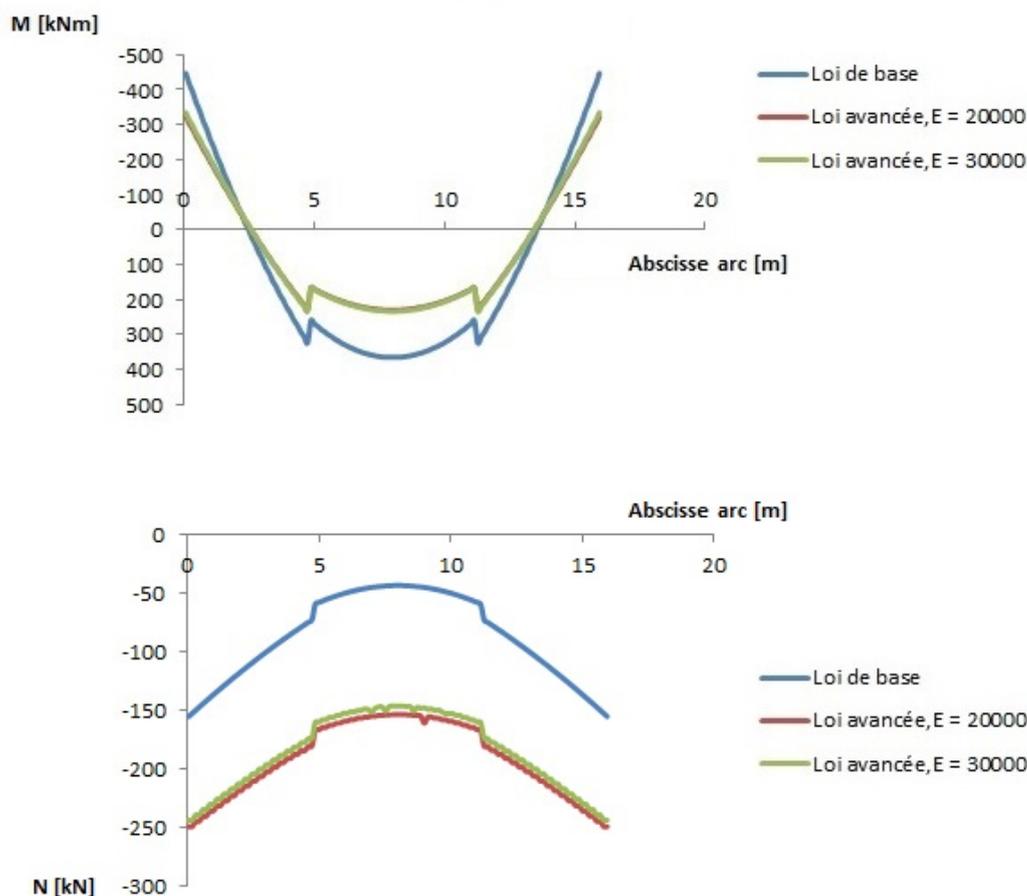


FIGURE 4.22 – Comparaison des efforts internes (sous poids propre et ΔT) entre la loi de base et la loi avancée en prenant en compte le tablier

Les résultats obtenus pour le modèle complet sont exactement du même acabit que ceux pour l'arc seul :

1. Les efforts de moments sont partout inférieurs (en valeur absolue) à ceux obtenus avec la loi de base
2. Les sections sont davantage comprimées
3. Le module de Young ne possède aucune influence sur les efforts obtenus avec la loi avancée
4. Les contraintes dans les barres tendues sont inférieures à la limite élastique de 220 MPa.

Les justifications de ces résultats sont identiques à celles réalisées pour l'étude de l'arc seul à la Section 4.3.1 ci-dessus. Par conséquent, les développements ne seront pas refaits ici.

Dans la Section 4.2.3, une explication a été donnée sur la faible différence entre les efforts M obtenus pour l'arc seul et pour le modèle complet. Cette justification se basait essentiellement sur l'analyse statique des réactions d'appuis et des charges appliquées.

A présent, la justification des efforts internes va se baser sur une analyse $M - \phi$ considérant le cas dont le module de Young vaut 30 000 MPa.

Afin d'obtenir une vue claire et ciblée des résultats à discuter, la FIGURE 4.23 reprend les courbes de l'arc seul et du modèle complet, tandis que le Tableau 4.6 compare plus les deux configurations étudiées.

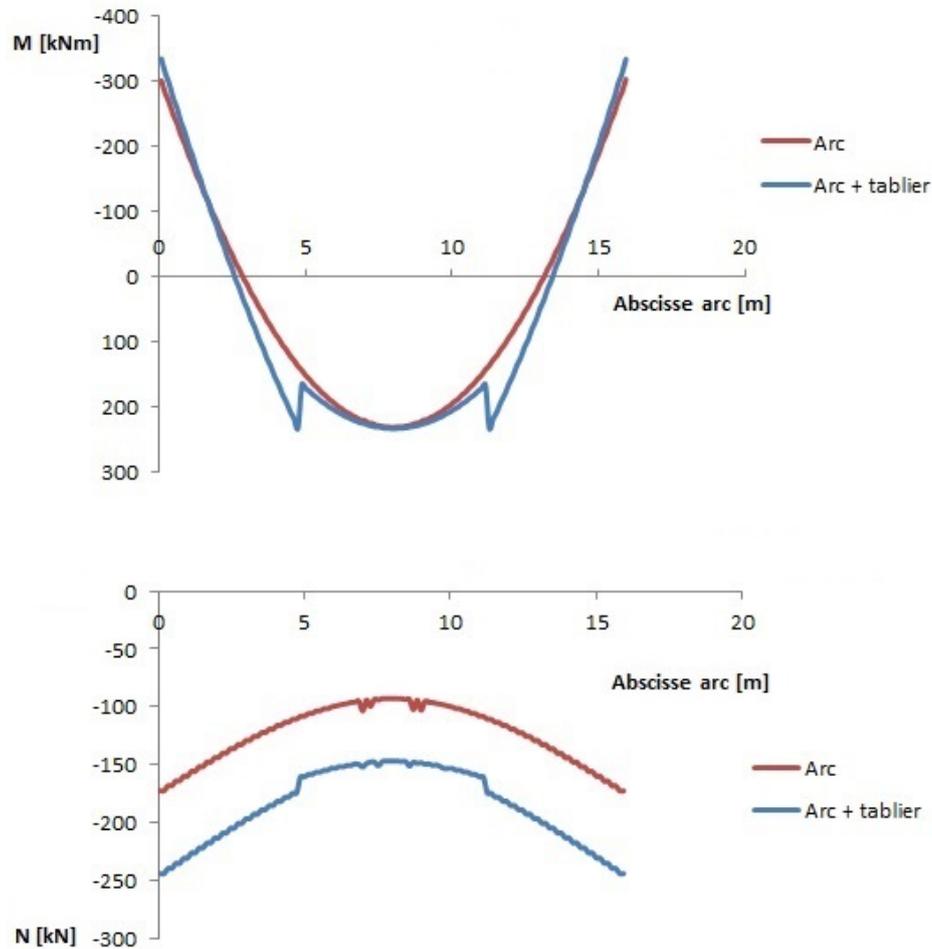


FIGURE 4.23 – Comparaison des efforts internes pour l'arc seul et le modèle complet avec la loi avancée, $E = 30000$ MPa

	Arc seul	Modèle complet
@ l'encastrement		
M [kNm]	-296	-334
N [kN]	-175	-244
σ_{barres} [MPa]	103	115
@ la clé		
M [kNm]	232	234
N [kN]	-94	-147
σ_{barres} [MPa]	107	85

TABLE 4.6 – Comparaisons des efforts aux sections critiques pour l'arc seul et le pont complet pour $E = 30000$ MPa

Tout comme cela a été fait à la Section 4.3.1, la justification des efforts obtenus va être réalisée en analysant les rotations obtenues dans les différents cas.

Section à la clé d'arc

La FIGURE 4.24 montre les déformations obtenues à la clé d'arc pour les deux modèles. La rotation dans le cas du modèle complet est plus faible que dans le cas de l'arc seul. Cette constatation vient du fait que la compression y étant plus importante, la fissure se voit plus fermée.

Sur base de la FIGURE 4.24, les rotations obtenues pour les deux modèles valent :

- $\phi_{arc} = 9 \cdot 10^{-4}$ (Cf précédemment)
- $\phi_{arc+tablier} = \frac{(1,15+4,47) \cdot 10^{-4}}{0,754} = 7,5 \cdot 10^{-4}$

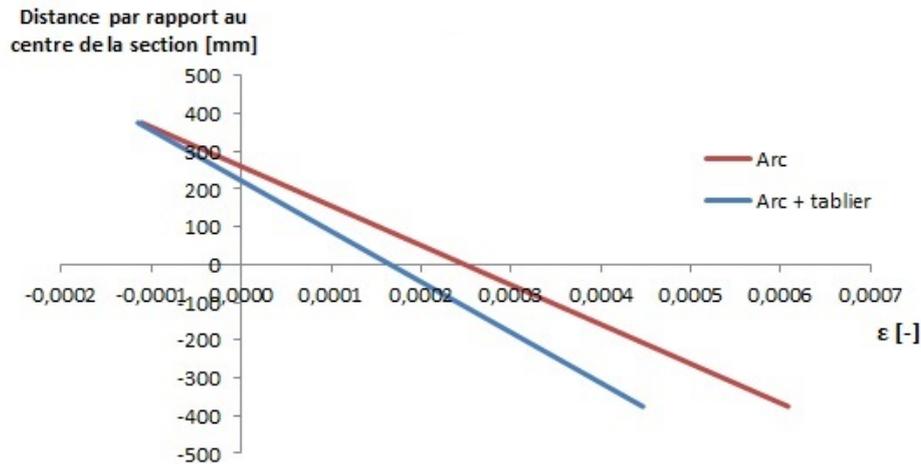


FIGURE 4.24 – Comparaison des déformations à la clé d'arc entre l'arc seul et le modèle complet

Les courbures calculées n'ont de sens que si elles sont associées aux courbes $M - \phi$ correspondantes. L'allure de ces dernières étant dépendante de l'effort axial qui leur est appliqué, deux courbes $M - \phi$ sont générées pour la clé d'arc, l'une pour l'arc seul et l'autre pour le modèle complet. La représentation de ces dernières est réalisée à la FIGURE 4.25 sur laquelle les courbures calculées ont été positionnées.

En vertu des résultats obtenus, la raison de la faible différence entre les moments à la clé est démontrée.

D'autre part, sur base des déformations de la FIGURE 4.24, il est possible de déterminer la valeur des contraintes dans les barres d'armature tendues. Dans le cas de l'arc seul, cela a été réalisé à la Section 4.3.1. Il reste donc à déterminer les contraintes pour le modèle complet :

- $\sigma_{arc} = 107$ MPa (Cf précédemment)
 - $\epsilon_{arc+tablier} = 0,00041 \rightarrow \sigma_{arc+tablier} = 200000 \cdot 0,00041 = 82$ MPa
- , ce qui est bien en adéquation avec les contraintes mentionnées au Tableau 4.6.

Section d'encastrement

Les efforts à l'encastrement vont être justifiés de la même manière que pour la clé d'arc. La FIGURE 4.26 fournit les déformations obtenues à l'encastrement pour les deux modèles d'étude. Tout comme pour la clé d'arc, le calcul des courbures entre les deux modèles est de mise, dont les valeurs sont :

- $\phi_{arc} = 1,7 \cdot 10^{-3}$ MPa (Cf précédemment)
- $\phi_{arc+tablier} = \frac{(6,53+2,67) \cdot 10^{-4}}{0,5} = 1,85 \cdot 10^{-3}$

La FIGURE 4.27 fournit l'allure des diagrammes $M - \phi$ pour les deux modèles sur lesquels les courbures calculées ont été positionnées.

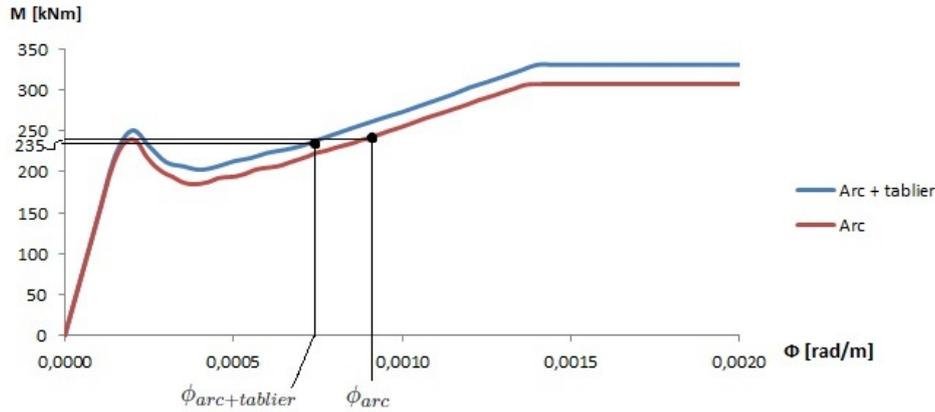


FIGURE 4.25 – Comparaison des courbes $M - \phi$ à la clé pour l’arc seul et le modèle complet

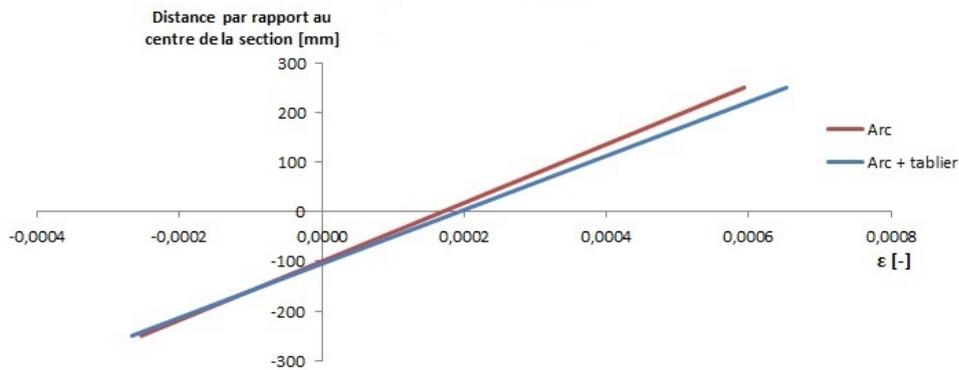


FIGURE 4.26 – Comparaison des déformations à l’encastrement entre l’arc seul et le modèle complet

A nouveau, les moments obtenus sur la FIGURE 4.27 pour les rotations calculées sont bien en adéquation avec ceux mentionnés au Tableau 4.6.

De plus, il est possible de déterminer la valeur des contraintes dans les barres d’armature tendues. Sur base des déformations de la FIGURE 4.26, ces dernières valent :

- $\sigma_{arc} = 103 \text{ MPa}$ (Cf précédemment)

- $\epsilon_{arc+tablier} = 0,000561 \rightarrow \sigma_{arc+tablier} = 200000 \cdot 0,000561 = 113 \text{ MPa}$

, ce qui est bien en adéquation avec les contraintes mentionnées au Tableau 4.6.

4.3.3 Discussion

Au travers des études menées ci-dessus, il a été montré que le caractère cassant en traction de la loi avancée amenait à une plus grande perte de rigidité et par conséquent, des efforts internes plus faibles.

D’autre part, le module de Young n’a plus aucune influence une fois que le domaine linéaire est quitté.

Enfin, la présence d’une fissure unique en clé d’arc semble être confirmée.

Dans l’étude comparative entre l’arc seul et le modèle complet, il a été montré et justifié que les moments dans l’arc étaient peu influencés par la prise en compte du tablier. Ce dernier, amenant une certaine compression dans l’arc, a un effet bénéfique sur l’état d’ouverture de la fissure en clé d’arc.

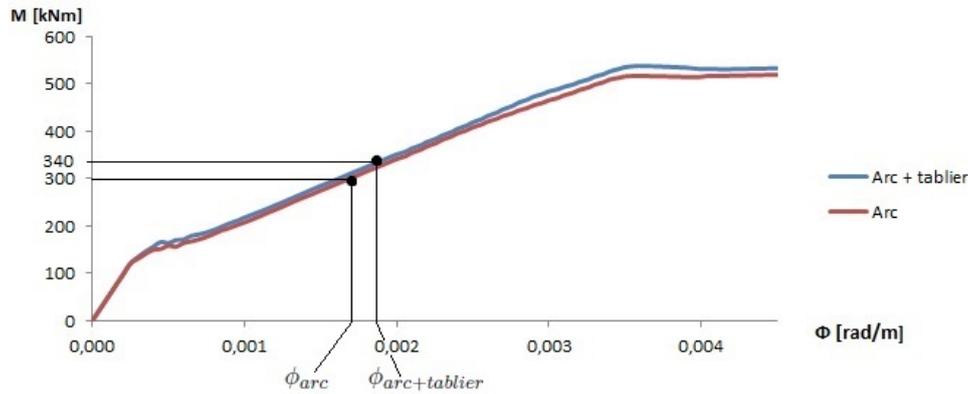


FIGURE 4.27 – Comparaison des courbes $M - \phi$ à la clé pour l’arc seul et le modèle complet

Les résultats ont montré que le modèle complet amenait au même type de conclusion que l’arc seul :

- Une diminution conséquente des efforts de moments passant de la loi de béton de base à celle avancée
- Un état de compression accru dans l’arc
- Une non influence du module de Young sur les résultats obtenus par la loi avancée

4.4 Etude du modèle complet en tenant compte des effets de long terme

Les études non linéaires menées jusqu’ici ont permis, d’une part de discuter des différences entre la loi de béton de base et avancée, et d’autre part de justifier la raison de la faible influence du tablier sur les efforts de moments dans l’arc. De ce fait, les résultats du modèle complet (arc + tablier) ont déjà été présentés pour un module de Young E de 30 000 MPa dans la Section 4.3.2. Bien que ces derniers réapparaîtront ici, le but des études qui vont suivre dans cette Section 4.4 est **la prise en compte des effets de long terme** inhérents au béton, soit fluage et retrait. Un autre aspect sera aussi traité, à savoir : **une rotation des sections d’encastrement** due à une dislocation entre les barres et le béton à cet endroit.

Ayant montré plusieurs fois auparavant que les efforts sous poids propre étaient très faibles comparés à ceux sous poids propre + ΔT , le cas de charge qui sera présenté et considéré ici sera uniquement poids propre + ΔT^2 .

La présentation des résultats à venir vont suivre la chronologie suivante :

1. Prise en compte du fluage
2. Prise en compte du retrait
3. Prise en compte du fluage + retrait
4. Considération d’une rotation à l’encastrement

2. Ce cas de charge peut être discuté quant à sa pertinence vis-à-vis du long terme. En effet, bien que le poids propre soit une charge de long terme, un ΔT possède plutôt un caractère cyclique que constant sur une longue période. N’ayant aucune influence sur le retrait qui prend place quelque soit le chargement, le fluage ne devrait a priori pas être considéré pour la charge ΔT . Cependant, le cas de charge précité sera traité comme tel même dans le cas du fluage. Cette hypothèse n’aura presque aucune influence comme il le sera montré.

4.4.1 Fluage

Le fluage va être pris en compte en considérant une diminution du module de Young initial E . Le module de Young à considérer pour le fluage est déterminé selon : $E_{fluage} = E/(1 + \phi(\infty, t_0))$, avec t_0 l'âge du béton au jour de mise en charge.

La détermination de ce coefficient va se faire sur base de l'EC2 EN 1992-1-1, 3.1.4.

Les données d'entrée seront prises à :

- $t_0 = 28$ jours (Hypothèse)
- $h_0 = 2A_c/P = 576$ mm, avec A_c la section droite et P le périmètre
- $h_c = (500 + 754)/2$ mm, la hauteur moyenne de l'arc
- $l_c = 7120$ mm la largeur d'un arc
- Béton C25/30
- Ciment de classe N (Hypothèse)

La FIGURE 4.28 fournit une figure extraite de l'EC2 permettant, en vertu des données précitées, de déterminer le coefficient de fluage $\phi(\infty, t_0)$. La manière de déterminer ce dernier est assez directe en suivant la procédure graphique, où chaque étape est réalisée selon l'ordre des numéros mentionnés.

L'étape (2) consiste à tracer une droite dont les deux points sont : l'origine des axes et l'intersection entre la droite d'entrée (1) et la courbe du ciment considéré.

Il y est clairement perçu que le type de ciment en place (difficilement connaissable) possède une très faible influence sur le coefficient $\phi(\infty, t_0)$.

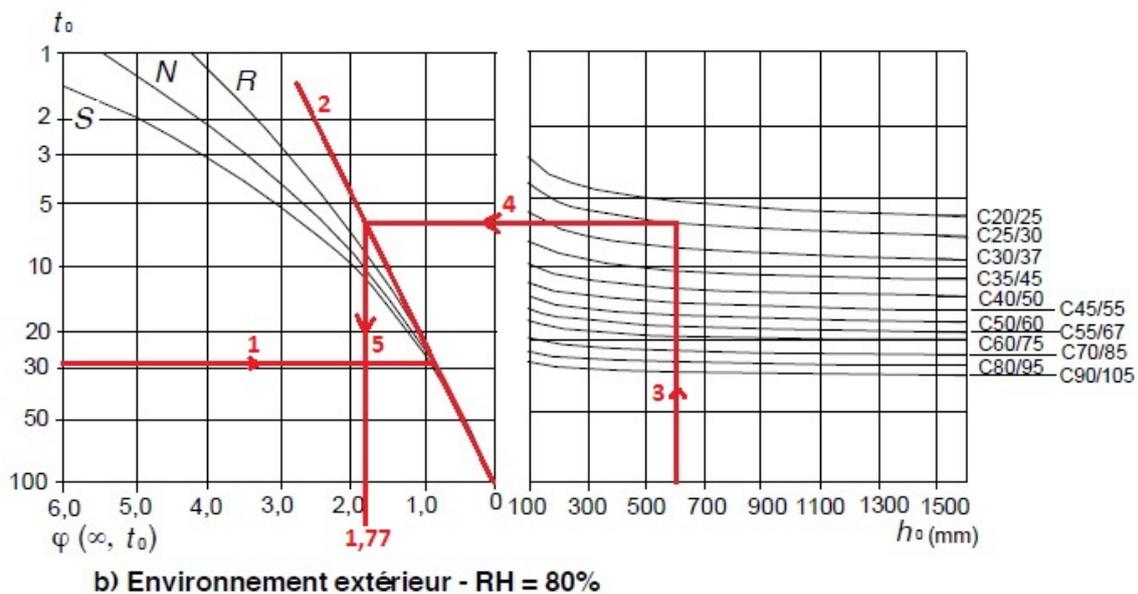


FIGURE 4.28 – Détermination du coefficient de fluage ϕ selon l'EC2 EN 1992-1-1, 3.1.4

Au final, la valeur du module de young à considérer pour tenir compte de l'effet de long terme suite au fluage vaut :

$$E_{fluage} = \frac{30000}{1 + 1,77} = 10830 \text{ MPa.}$$

Avant de présenter les résultats, un dernier point reste à mentionner. Se rappelant la formule (4.3) du raidissement de traction, deux paramètres apparaissaient α_1 et

α_2 . Jusqu'ici, pour une étude du béton à court terme, le paramètre α_2 était pris égal à 1. Dans le cas présent, il sera pris égal à 0,7, ce qui implique un rabaissement de la courbe de raidissement comme montré sur la FIGURE 4.29. A ce phénomène, il faut évidemment associer le module de Young considéré pour le fluage E_{fluage} .

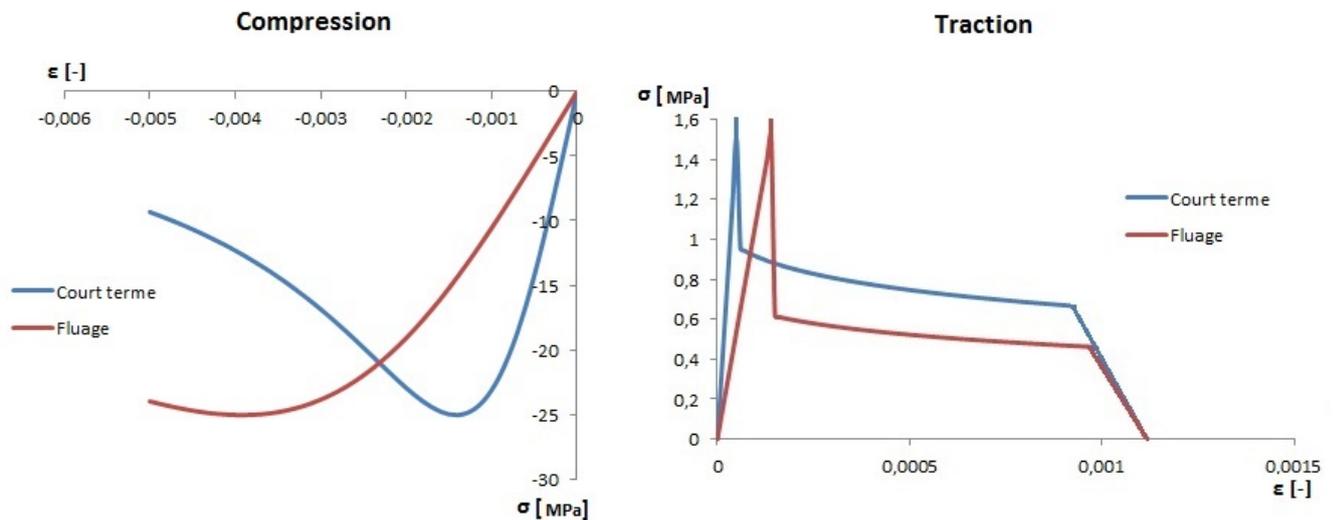


FIGURE 4.29 – Influence du fluage sur les courbes $\sigma - \epsilon$

La FIGURE 4.30 fournit une comparaison des efforts internes entre une étude à court terme (Cf FIGURE 4.22, courbes vertes) et une approche de long terme en tenant compte du fluage uniquement.

Les résultats montrent que le fluage possède très peu d'influence sur les efforts de moment. La raison de ce phénomène s'explique exactement de la même manière que réalisé aux Sections 4.3.1 et 4.3.2 lors de la comparaison des efforts pour deux modules de Young différents (20000 et 30000 MPa). En effet, il y avait été démontré une non influence du module de Young sur les efforts internes.

Dans le cas du fluage, une constatation légèrement différente peut être relevée concernant les efforts normaux. En effet, la prise en compte du fluage amène à une augmentation de compression dans l'arc de 15 kN. Ce résultat se justifie en considérant les relations contraintes-déformations en section.

Les développements qui vont suivre vont se baser sur la section à la clé d'arc, les raisonnements étant identiques pour toute autre section.

La FIGURE 4.31 fournit une comparaison des contraintes et déformations entre une approche à court terme et la prise en compte du fluage.

Bien que la rotation soit identique dans les deux cas, la section se voit moins fissurée dans le cas du fluage que dans le cas du court terme.

Afin de justifier la différence de compression entre les deux cas, il est nécessaire de calculer la résultante des contraintes.

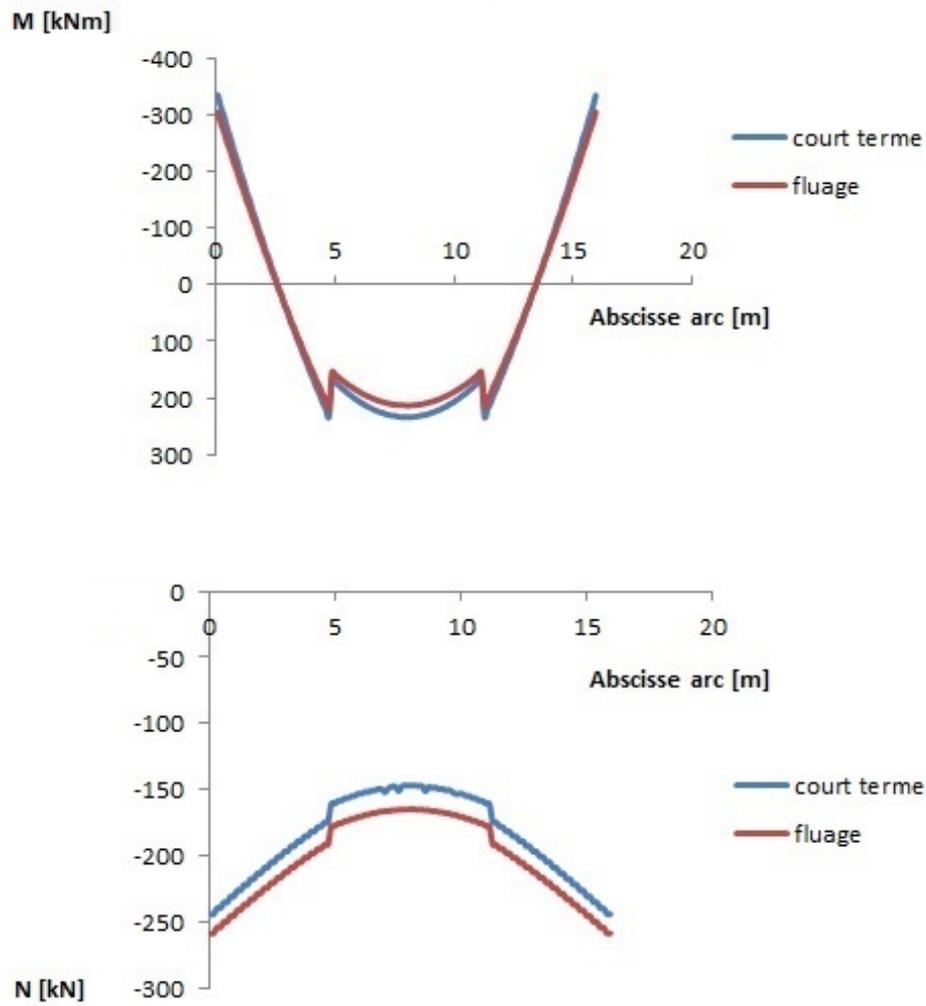


FIGURE 4.30 – Comparaison des efforts internes entre le court terme et la prise en compte du fluage

Déjà apparue à la Section 4.3.1, la formule (4.4) permettant de déterminer l'effort normal résultant de compression N_c est :

$$N_c = \int_{\Omega_c} \sigma_c d\Omega_c + N_{sup} - \int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t - N_{inf}$$

toujours avec,

N_c , l'effort de compression appliqué (>0)

σ_c , les contraintes de compression (>0)

Ω_c , la zone comprimée

N_{sup} , l'effort résultant dans les barres comprimées (>0)

σ_t , les contraintes de traction

Ω_t , la zone tendue

N_{inf} , l'effort résultant dans les barres tendues

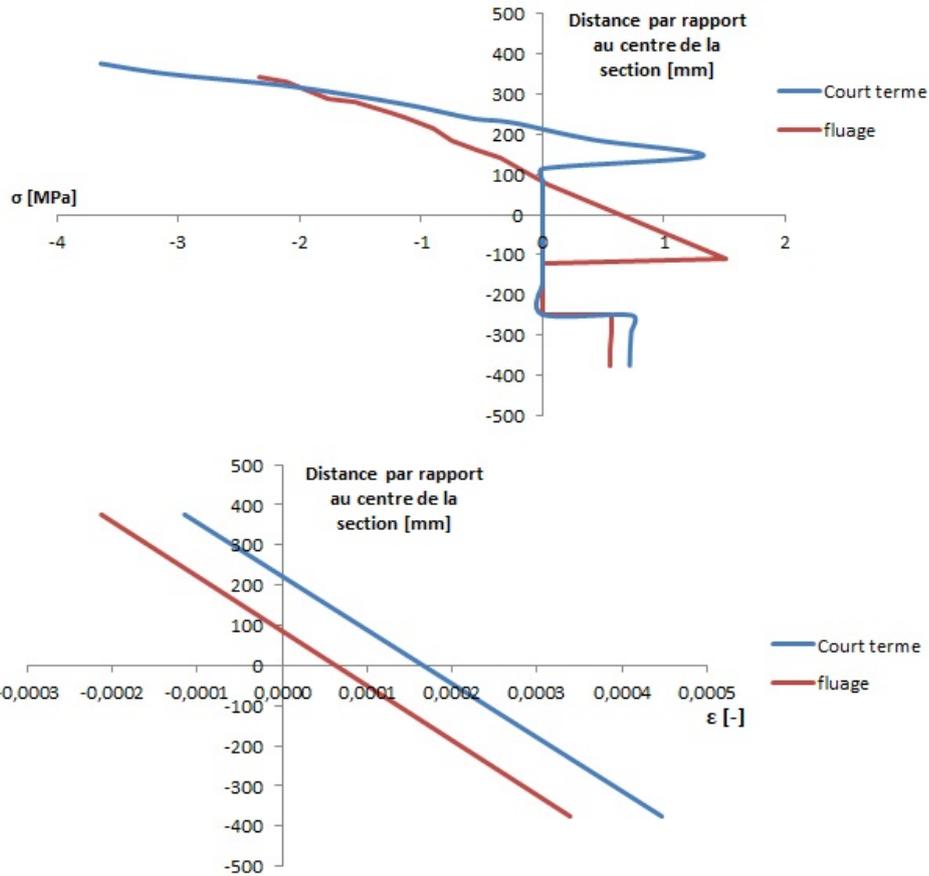


FIGURE 4.31 – Comparaison $\sigma - \epsilon$ à la clé d’arc entre une approche court terme et une prise en compte du fluage

Le Tableau 4.7 fournit le détail des termes mentionnés ci-dessus pour les deux cas. Les calculs des intégrales ont été réalisés conformément à l’allure des contraintes de la FIGURE 4.31. Pour les intégrales réalisées dans le tableau, l’allure du diagramme des contraintes est approximée par des branches linéaires pour la partie comprimée et la partie tendue avant le pic. Pour la partie concernant le raidissement de traction, les contraintes y sont quasi constantes, ce qui permet de considérer une valeur moyenne de ces dernières.

	Court terme	Fluage
$\int_{\Omega_c} \sigma_c d\Omega_c$	$3,64 \cdot \frac{376-200}{2} \cdot 1320$	$2,33 \cdot \frac{376-75}{2} \cdot 1320$
N_{sup}	$3 \cdot 20 \cdot \pi \cdot 15^2$	$3 \cdot 37 \cdot \pi \cdot 15^2$
$-\int_{\Omega_t} \sigma_t d\Omega_t$	$-1,6 \cdot \frac{200-146}{2} \cdot 1320 - 0,72 \cdot 125 \cdot 1320$	$-1,4 \cdot \frac{75+100}{2} \cdot 1320 - 0,5 \cdot 125 \cdot 1320$
$-N_{inf}$	$-3 \cdot 85 \cdot \pi \cdot 15^2$	$-3 \cdot 62 \cdot \pi \cdot 15^2$
$\Sigma = N_c$ [kN]	151	165

TABLE 4.7 – Détails des termes de l’équation d’équilibre pour un effort normal N_c

Par les développements menés dans le Tableau 4.7, la différence de 15 kN de compression est à présent justifiée.

4.4.2 Retrait

Le phénomène de retrait va être traité comme une variation de température ΔT du béton uniquement.

Afin de déterminer ce ΔT , il est de mise de calculer la déformation $\epsilon_{retrait}$ subie. La valeur de cette dernière va être calculée selon l'EC2 EN 1992-1-1, 3.1.4.

Le retrait total $\epsilon_{retrait}$ provient d'une part du retrait de dessiccation ϵ_{cd} et d'autre part du retrait endogène $\epsilon_{ca} \rightarrow \epsilon_{retrait} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$.

Sans rentrer dans le détail des calculs des coefficients, les valeurs calculées valent :

- $\epsilon_{cd} = 1,7 \cdot 10^{-4}$
- $\epsilon_{ca} = 3,75 \cdot 10^{-5}$

Par conséquent, la somme de ces dernières fournit la valeur de la déformation totale due au retrait qui vaut $\epsilon_{retrait} = 2,075 \cdot 10^{-4}$. Traitant le problème du retrait comme une variation de température, la valeur à fournir à ce ΔT peut être déduite de la relation suivante : $\epsilon_{retrait} = \alpha \cdot \Delta T$

$$\rightarrow \boxed{\Delta T = -17^{\circ}C}$$

La FIGURE 4.32 fournit une comparaison des efforts internes entre une étude à court terme (Cf FIGURE 4.22, courbes vertes) et une approche de long terme en considérant le retrait uniquement. Comme montré plusieurs fois précédemment, une variation de température négative occasionnait :

- une augmentation des efforts de moment dans l'arc
- une diminution de la compression dans l'arc

Par conséquent, les résultats obtenus suite au retrait sont tout à fait logiques et attendus.

Par ailleurs, c'est essentiellement à l'encastrement (et vers le bas de l'arc) que l'augmentation des efforts de moment est la plus marquée. De manière à chiffrer et expliquer ces résultats, le Tableau 4.8 compare les efforts et courbures obtenues selon les deux approches.

	Court terme	Retrait
@ l'encastrement		
M [kNm]	-334	-400
N [kN]	-244	-217
ϕ [rad/m]	$1,85 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$
@ la clé		
M [kNm]	234	242
N [kN]	-147	-114
ϕ [rad/m]	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$9,15 \cdot 10^{-4}$

TABLE 4.8 – Détails des efforts et rotations aux sections critiques considérant le retrait

Sur base du Tableau 4.8 ci-dessus, il est possible de calculer l'augmentation de courbure entre l'approche de court terme et la prise en compte du retrait.

- $\Delta\phi_{encastrement} = (2,3 - 1,85) \cdot 10^{-3} = 4,5 \cdot 10^{-4}$
- $\Delta\phi_{cle} = (9,15 - 7,5) \cdot 10^{-4} = 1,65 \cdot 10^{-4}$

Sur base de ces rotations, il apparaît que la section d'encastrement pivote plus que celle en clé d'arc. A présent, cette constatation amène à apporter une information supplémentaire.

Pour rappel, à la Section 4.3.1, il avait été déterminé que la section en clé d'arc était fissurée et que cette fissure s'ouvrait, notamment dans le cas d'une augmentation du module de Young.

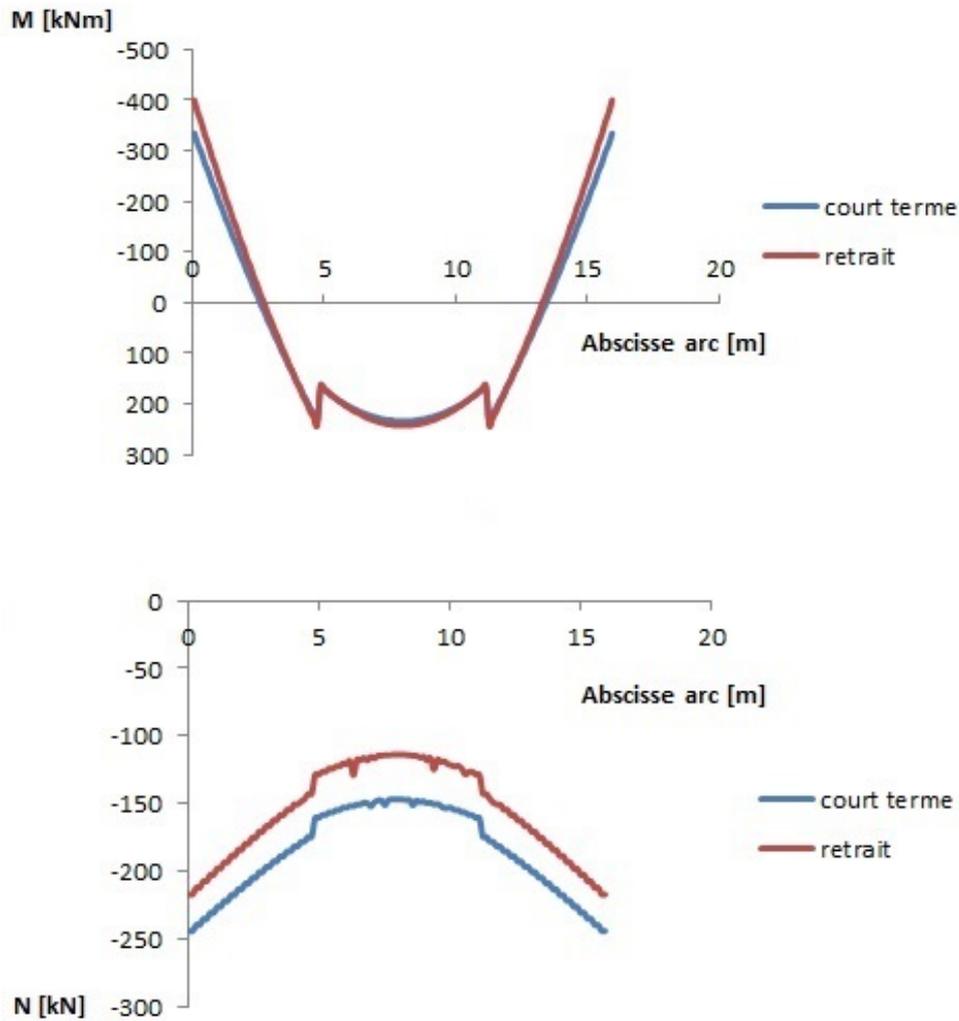


FIGURE 4.32 – Comparaison des efforts internes entre le court terme et la prise en compte du retrait

Cela avait permis de conclure que la clé d'arc "jouait le rôle de rotule", ce qui avait pour effet équivalent de relâcher un degré d'hyperstaticité dans la structure. La prise en compte du retrait permet de confirmer ces propos. En effet, ce retrait amène à une ouverture de la fissure en clé d'arc.

Par ailleurs, là où la section d'encastrement pivotait peu précédemment (Cf Section 4.3.1), le cas du retrait montre le contraire. En effet, il y apparaît à présent une augmentation de la courbure, ce qui traduit, en quelque sorte, une ouverture de fissure aussi.

A présent, il est licite de conclure que les deux sections critiques agissent comme des "ressorts", ce qui permet de "relâcher trois degrés d'hyperstaticité". Bien qu'utile pour la compréhension générale du fonctionnement de l'arc en non linéaire, cette conclusion reste fort qualitative. Considérant simplement les valeurs des courbures obtenues à la clé et l'encastrement, il apparaît directement que celles à l'encastrement sont supérieures à celles de la clé. D'autre part, il a été montré ci-dessus que $\Delta\phi_{encastrement} > \Delta\phi_{cle}$. Globalement, ces constatations pousseraient à conclure que la section à la clé est plus rigide que la section à l'encastrement qui pourtant attire

plus d'effort que la clé. Dès lors, ces propos semblent soulever un paradoxe.

Par conséquent, le but des démarches qui vont suivre va être de rétablir un accord entre les résultats obtenus et le phénomène physique.

Pour ce faire, un recours à un calcul de rigidités est nécessaire.

Pour chaque section, la caractéristique à connaître est **la perte de rigidité** entre le court terme et le retrait. L'approche poursuivie se base sur un calcul de la **rigidité sécante** qui est la pente de la droite entre l'origine des axes et le point obtenu sur la courbe $M - \phi$. Par conséquent, la rigidité sécante est donnée par :

$$EI_{sec} = \frac{M}{\phi}$$

Sur base des valeurs du tableau 4.8, les relations suivantes peuvent être écrites :

– Pour la clé :

$$\left. \begin{aligned} EI_{sec,CT} &= \frac{234000}{7,5 \cdot 10^{-4}} = 312 \cdot 10^6 \\ EI_{sec,retrait} &= \frac{242000}{9,15 \cdot 10^{-4}} = 264 \cdot 10^6 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{perte de rigidité} = EI_{sec,CT} - EI_{sec,retrait} = 48 \cdot 10^6$$

– Pour l'encastrement :

$$\left. \begin{aligned} EI_{sec,CT} &= \frac{334000}{1,85 \cdot 10^{-3}} = 180 \cdot 10^6 \\ EI_{sec,retrait} &= \frac{400000}{2,3 \cdot 10^{-3}} = 174 \cdot 10^6 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{perte de rigidité} = EI_{sec,CT} - EI_{sec,retrait} = 6 \cdot 10^6$$

Les développements réalisés montre que la section à la clé perd 8x plus de rigidité que la section à l'encastrement dans le cas d'un retrait équivalent à un ΔT de -17°C . Ceci montre qu'il n'existe pas une relation directe de l'évolution de la rigidité sur la seule base d'une analyse de courbure. D'autre part, se rappelant les résultats de l'analyse élastique linéaire, le moment en clé a toujours été inférieur au moment d'encastrement (85% du moment d'encastrement). Par conséquent, en plus d'une perte de rigidité significative à la clé, il ne faut pas oublier une configuration statique de base amenant à des efforts en clé plus faibles.

Les propos qui viennent d'être tenus dans le cas de la considération du retrait sont tout à fait contrapositionnelles aux développements réalisés dans les études précédentes.

4.4.3 Fluage + retrait

Dans les Sections 4.4.1 et 4.4.2 qui viennent d'être établies, les résultats ont montré que le fluage et le retrait possèdent des effets antagonistes sur les efforts internes.

Afin de considérer l'effet réel du long terme sur la structure, le fluage et le retrait se doivent d'être combinés simultanément.

La FIGURE 4.33 fournit une comparaison des efforts entre une approche court terme et long terme. Les efforts de moments sont peu influencés, tandis que l'arc se voit moins comprimé. Par rapport à une approche de court terme, les moments sont augmentés de 8% à l'encastrement et 3% en clé. Les efforts normaux subissent quant à eux une diminution de 5%.

La justification de ces résultats est assez immédiate en considérant l'influence de chaque effet isolé (Cf Sections 4.4.1 et 4.4.2).

Tout comme il l'a été réalisé précédemment, une comparaison entre l'approche court terme et long terme va être réalisée au Tableau 4.9.

Les contraintes dans les barres sont toujours bien inférieures à la limite élastique de l'acier. Par ailleurs, le retrait ayant une influence plus importante que le fluage sur les efforts internes, les contraintes dans les barres à long terme sont plus importantes que celles à court terme.

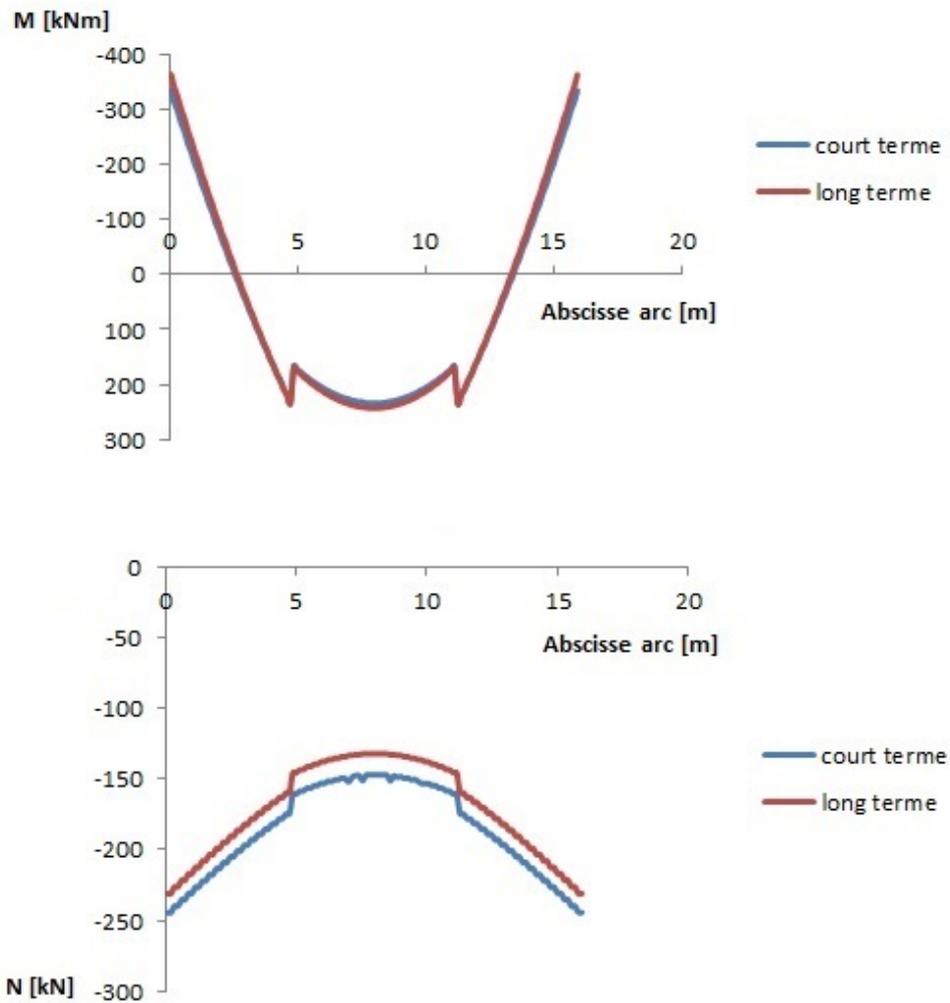


FIGURE 4.33 – Comparaison des efforts internes entre court terme et long terme

	Court terme	Long terme
@ l'encastrement		
M [kNm]	-334	-364
N [kN]	-244	-231
σ_{barre} [MPa]	115	141
@ la clé		
M [kNm]	234	243
N [kN]	-147	-132
σ_{barre} [MPa]	85	109

TABLE 4.9 – Comparaison des efforts entre long terme et court terme

4.4.4 Rotation des sections d'encastrement

Usuellement, le béton armé est considéré comme un matériau composite. En effet, c'est sur base de ce principe même qu'il est licite de considérer, au sein d'une section, le principe de compatibilité des déformations. Ce principe est un des principes de base applicable à toute section composite quelle qu'elle soit.

Cependant, dans quelle mesure une section en béton armé est-elle composite ?

De plus, se rappelant que les barres de renforcement sont des barres lisses, l'adhérence entre ces dernières et le béton les entourant est-elle suffisante ?

Les deux questions qui viennent d'être soulevées donnent un sens à cette Section 4.4.4 qui aura deux buts :

1. L'explication de la relation liant une éventuelle désolidarisation entre une barre et le béton en fonction de l'effort dans la barre.
2. L'effet d'une éventuelle rotation des sections d'encastrement sur les efforts internes.

Désolidarisation entre une barre d'armature et le béton l'entourant

Dans un premier temps, les discussions qui vont suivre auront pour but de déterminer le glissement de dislocation w d'une barre d'armature ancrée dans du béton suite à un effort de traction F appliqué sur cette dernière.

Le modèle [HARAJLI, 2004] mis au point afin de déterminer la courbe $F - w$ va se baser sur une approche de type éléments finis dont la représentation est schématisée à la FIGURE 4.34 dont les paramètres intervenant sont :

- Le module de Young de l'acier E_{acier}
- La résistance sur cylindre du béton f_c
- La longueur d'ancrage de la barre L_b
- La section de la barre A

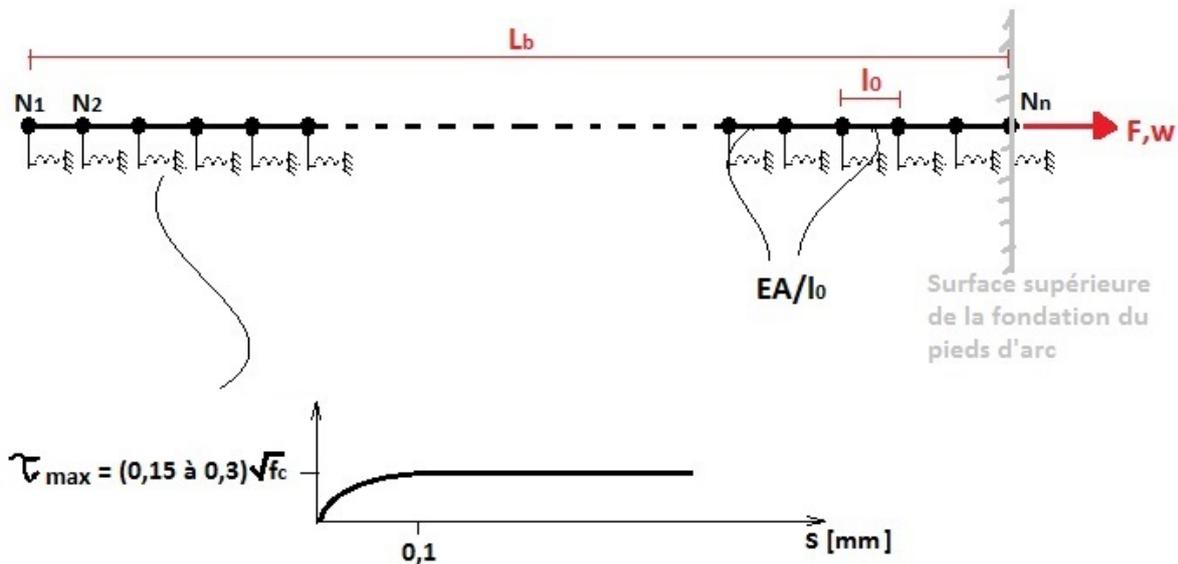


FIGURE 4.34 – Modèle éléments finis pour la détermination de la courbe $F - w$, selon [HARAJLI, 2004]

Le modèle se repose sur une discrétisation de la barre en n noeuds et $n - 1$ éléments finis de taille l_0 . A chaque noeud sont associés deux ressorts :

- un provenant de la rigidité axiale propre de la barre (EA/l_0).
- un autre provenant de la relation liant les contraintes d'adhésion τ_b au déplacement s en chaque noeud.

C'est précisément la considération de ce deuxième ressort qui prend en compte une éventuelle désadhésion entre la barre et le béton. La rigidité de ce dernier ressort est donnée par $\tau_b \cdot \pi \cdot \phi_{barre} \cdot l_0/s$.

Au final, le modèle étant constitué d'une succession de ressorts en série, la matrice de rigidité totale K_{tot} peut être construite en sommant la matrice de rigidité inhérente à la barre elle-même K_{barre} , et d'autre part celle provenant de la liaison barre-béton $K_{adhhsion}$. Par conséquent, le système matriciel à résoudre s'établit selon :

$$\{F_{noeud}\} = [K_{tot}] \cdot \{w_{noeud}\}$$

Par la suite, étant intéressé par le déplacement w au noeud n et la force associée à ce même noeud, la détermination de la courbe $F - w$ est immédiate.

Avant de générer la courbe $F - w$ pour les barres de la section d'encastrement, une remarque est importante à soulever quant à l'ancrage des barres d'armature à l'encastrement.

En effet, en plus d'une longueur d'ancrage de 1,9 m, ces barres se voient courbées en leurs bouts comme le montre la FIGURE 4.35.

Ce détail constructif va permettre de considérer le noeud 1 (N_1 , sur la FIGURE 4.34) comme infiniment rigide (=support).

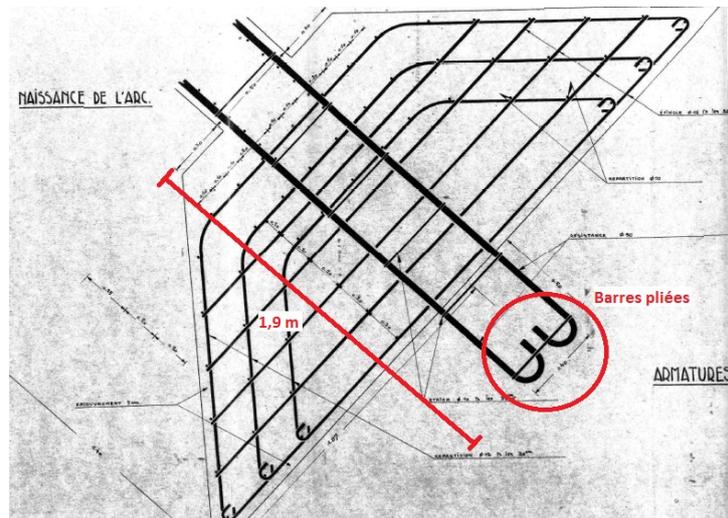


FIGURE 4.35 – Détails d'armaturage à l'encastrement, adapté de [COLLIN & GOURDANGE, 1952]

Sur ces propos, la détermination de la courbe $F - w$ peut être réalisée. En vertu de la courbe $\tau_b - s$ de la FIGURE 4.34, la contrainte rasante maximale transmissible τ_{max} se situe entre $0,15$ et $0,3 f_c$. Par conséquent, afin d'obtenir une idée de l'influence de τ_{max} sur la courbe $F - w$, deux courbes vont être générées.

La FIGURE 4.36 représente l'allure générale des courbes $F - w$ pour deux valeurs de τ_{max} . De manière assez attendue, plus l'effort rasant maximal transmissible τ_{max} est faible, plus le glissement w de la barre sera important pour un même effort appliqué.

Effet d'une rotation à l'encastrement

Ayant déterminé ci-dessus les courbes $F - w$ pour les barres à l'encastrement, il reste à connaître les efforts y transitant. Dans les futurs développements, la volonté est de compléter les résultats obtenus à la Section 5.3.3 (modèle arc+tablier avec fluage et retrait) en y discutant l'effet d'une rotation des sections d'encastrement. Dès lors, les efforts dans les barres tendues seront extraits

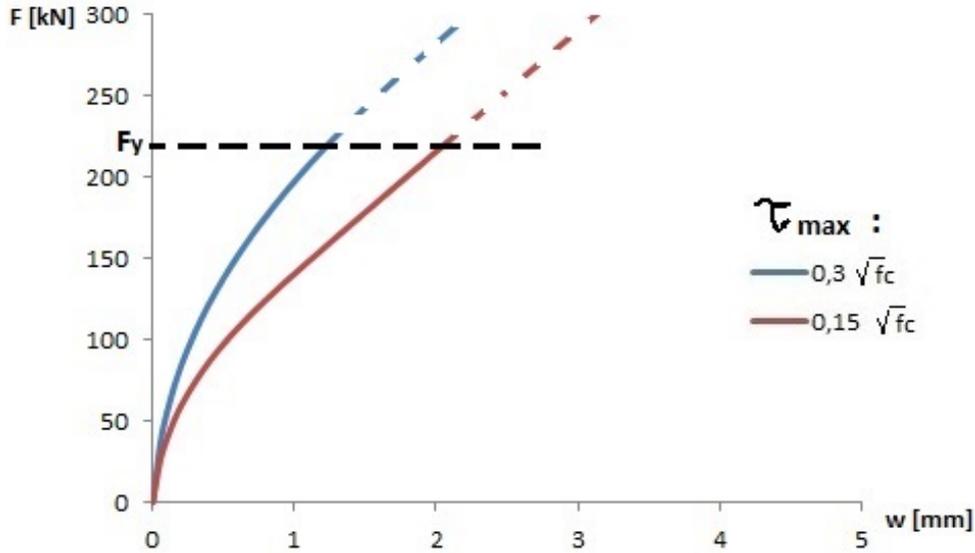


FIGURE 4.36 – Courbes $F - w$ pour $\tau_{max} = 0,15\sqrt{f_c}$ et $\tau_{max} = 0,3\sqrt{f_c}$, pour une barre

de l'analyse de long terme réalisée à cette Section 4.4.3.

Se référant au Tableau 4.9, les contraintes dans les barres tendues à l'encastrement valent 141 MPa. Multipliant cette dernière par l'aire de la barre, l'effort résultant appliqué vaut : $F = 141 \cdot \pi \cdot 15^2 = 100$ kN.

Reprenant la FIGURE 4.36 déterminée ci-dessus et l'agrémentant de l'effort F appliqué (FIGURE 4.37), deux valeurs de dislocation sont fournies : 0,27 et 0,52 mm en fonction de la courbe considérée. Ces deux valeurs permettent d'obtenir un intervalle de dislocations.

La rotation générée par une dislocation des barres de w mm est donnée par la formule : $\theta = w/d_{barre}$, où d_{barre} est la distance entre les deux lits d'armatures. Finalement, les deux rotations associées aux déplacements w obtenus valent : $0,7 \cdot 10^{-3}$ et $1,3 \cdot 10^{-3}$.

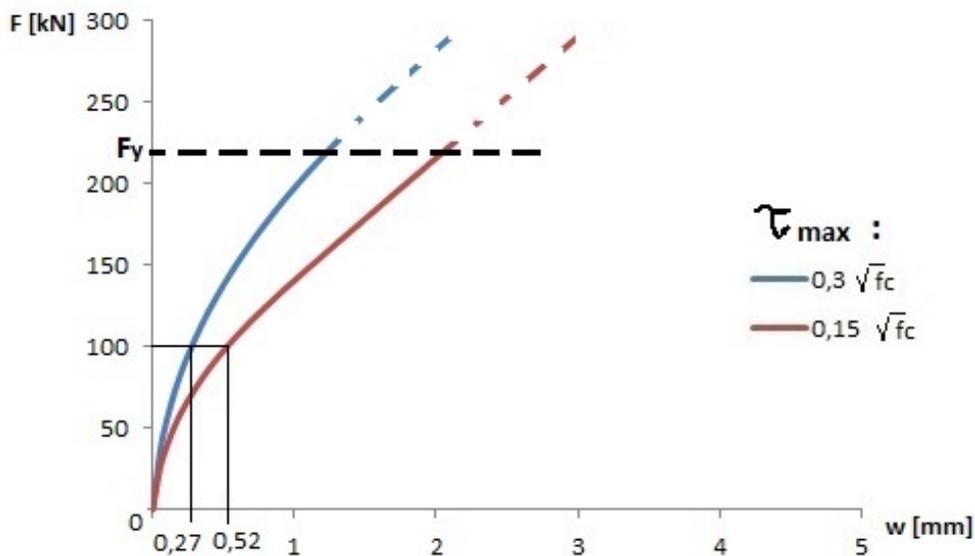


FIGURE 4.37 – Détermination du glissement de dislocation w sur base des courbes $F - w$

La méthode poursuivie ci-dessus pour la prise en compte d'une rotation à l'encastrement constitue une approche simplifiée de la réalité. En effet, afin de prendre en compte cette rotation

de manière exacte, il faudrait insérer la relation $F - w$ dans le modèle d'étude de la structure complète. De cette manière, la configuration d'équilibre de la structure serait trouvée après convergence vers la rotation réelle associée à une force F dans les barres tendues.

A contrario, l'approche réalisée ici se base sur une extériorisation des efforts pour un encastrement parfait pour lesquels, considérant la relation $F - w$, une rotation θ peut être déduite.

De manière à prendre en compte le caractère évolutif de la rotation à l'encastrement, les efforts dans les barres d'armature ont été considérés à chaque ΔT appliqué, toujours pour un encastrement parfait. De cette manière, pour chaque ΔT intermédiaire précédent le ΔT final de -57°C (variation de température + retrait), une rotation a été appliquée.

La FIGURE 4.38 fournit les rotations θ à appliquer pour un ΔT appliqué.

La manière dont ces valeurs ont été trouvées a été réalisée comme suit :

$$F_{\text{encastrement}} \xrightarrow{\text{FIGURE 4.36}} w \rightarrow \theta = w/d_{\text{barres}}$$

avec d_{barre} l'entre-distance entre les deux lits de barres.

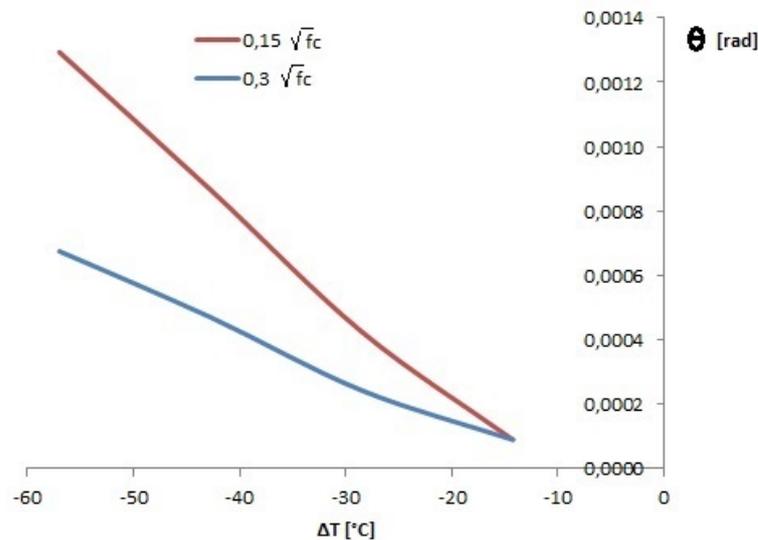


FIGURE 4.38 – Evolution des rotations θ en fonction du ΔT appliqué sur base des efforts F dans les barres tendues pour un encastrement parfait

Les courbes $\theta - \Delta T$ de la FIGURE 4.38 peuvent être raisonnablement linéarisées. De ce fait, la manière dont les rotations ont été appliquées pour chaque ΔT respecte une relation linéaire (différente pour les deux courbes).

Les efforts intérieurs obtenus sont représentés à la FIGURE 4.39 pour les deux courbes $F - w$ et reprenant le modèle de long terme (sans rotation) déterminé à la Section 4.4.3.

Les efforts internes diminuent avec la rotation qui augmente. Par conséquent, le phénomène de dislocation de barre a un effet bénéfique sur les efforts internes.

Les résultats obtenus peuvent se justifier en considérant l'étude élastique qui avait été menée à la Section 3.2 étudiant le comportement d'un arc sous ΔT seul. Pour rappel, il y avait été montré une augmentation significative des efforts internes (M et N) lors du passage d'un arc bi-rotulé à bi-encasturé, due à un effet de "bridage".

Dans la présente étude, le fait de permettre une rotation à l'encastrement a un effet antagoniste

sur le "bridage", ce qui en quelque sorte, "soulage" la structure.

Par ailleurs, une rotation à l'encastrement amène à un cas hybride entre un encastrement parfait et une rotule, ce qui constitue une seconde justification des résultats obtenus.

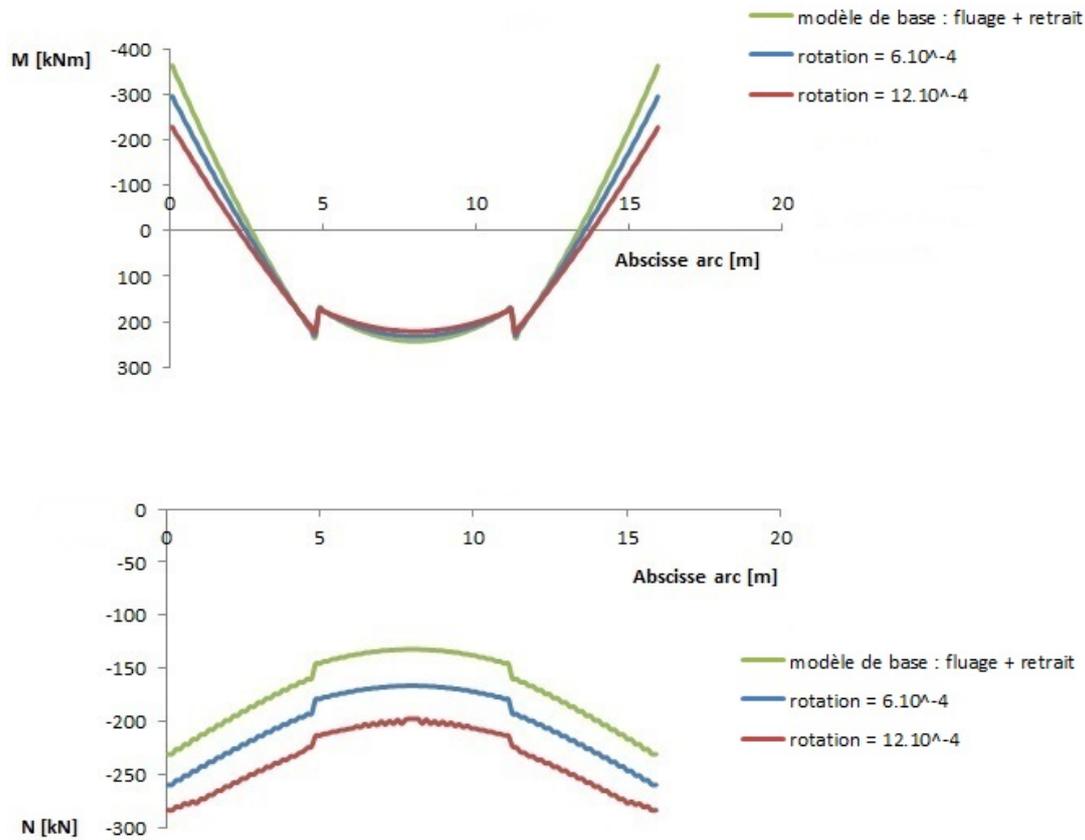


FIGURE 4.39 – Comparaison des efforts intérieurs avec et sans prise en compte d'une rotation à l'encastrement

Sur base des efforts internes obtenus, il est perçu que la structure est sensible à une rotation à l'encastrement. Notamment, les efforts M en pied d'arc en sont fort influencés.

Afin de comparer l'influence de ces rotations, la FIGURE 4.40 montre les déformations obtenues aux sections critiques. Cette dernière montre une totale cohérence avec les efforts internes obtenus précédemment. En effet, plus la rotation augmente, plus les efforts internes diminuent et donc, les courbures aussi.

D'autre part, la section en clé d'arc possède toujours un pivot en son sommet, ce qui traduit bien une ouverture et fermeture de fissure.

Pour terminer, le Tableau 4.10 fournit l'évolution des efforts internes ainsi que les contraintes dans les barres tendues aux sections critiques. Sur base de ce dernier, il est clairement perçu que les contraintes dans les barres sont toujours bien inférieures à la limite élastique et diminuent avec la rotation qui augmente.

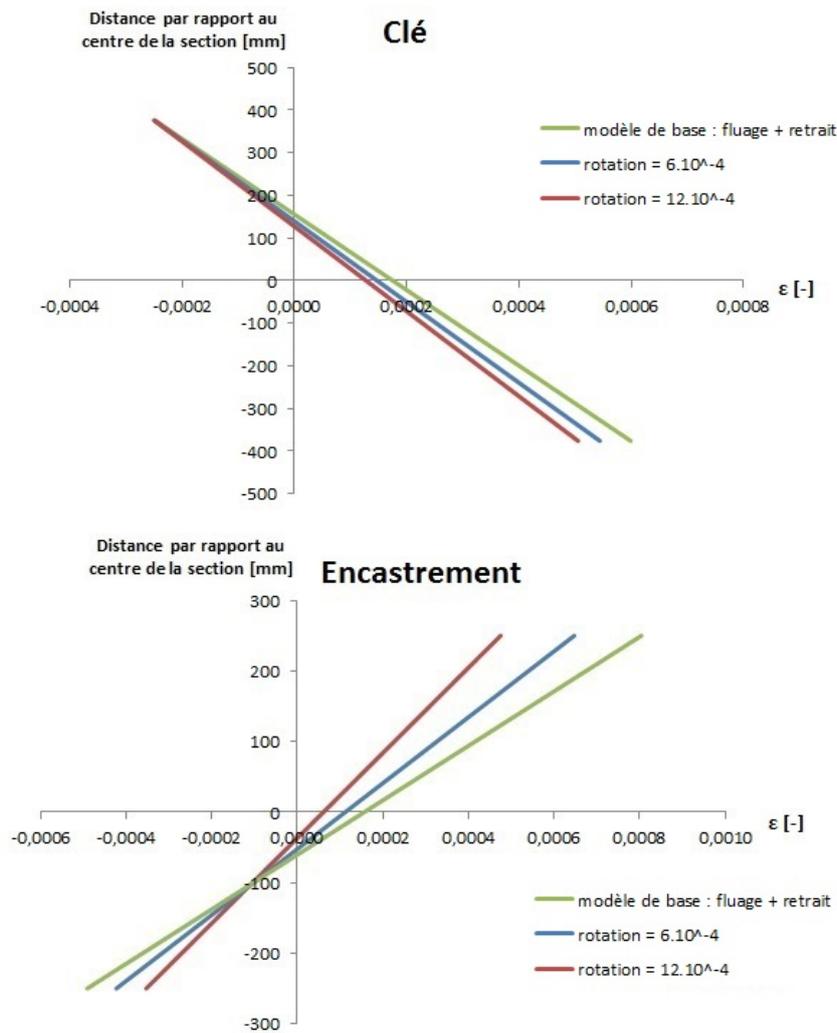


FIGURE 4.40 – Comparaison des courbures en fonction des rotations à l’encastrement et du modèle de base

	Modèle de base (retrait+fluage)	$\theta = 0,7 \cdot 10^{-3}$	$\theta = 1,3 \cdot 10^{-3}$
@ l’encastrement			
M [kNm]	-364	-296	-228
N [kN]	-231	-260	-283
σ_{barre} [MPa]	141	112	82
@ la clé			
M [kNm]	243	232	221
N [kN]	-132	-167	-198
σ_{barre} [MPa]	109	98	91

TABLE 4.10 – Comparaison des efforts entre le modèle de base et la prise en compte des rotations aux encastrements

4.4.5 Sensibilité du modèle à f_{ct}

Comme il en a été fort question dans les Sections 4.2 et 4.3, la loi de béton en traction possède un impact direct sur les efforts internes dans la structure. Or, comme il l’a été mentionné à la Section 2.4, aucun essai du béton en place n’a été réalisé jusqu’à présent. De plus, lors d’essais de traction, il est attendu une grande dispersion des résultats obtenus. Par conséquent, afin de

fournir au lecteur une idée claire de l'effet de la résistance en traction f_{ct} sur la structure, une étude de sensibilité va être réalisée.

Afin de rester cohérent avec la chronologie des démarches précédentes, l'analyse de sensibilité sera réalisée en considérant :

- Les effets de long terme (retrait + fluage)
- Une rotation à l'encastrement de $0,7 \cdot 10^{-3}$ rad

En toute généralité, la rotation d'encastrement exacte devrait être calculée conformément à la Section 4.4.4 pour chaque f_{ct} .

Cependant, comme il l'a été montré précédemment, les rotations appliquées sont en fait les bornes d'un intervalle dépendant de la courbe $\tau_b - \epsilon$, mais aussi de la position du pivot en partie comprimée. De ce fait, ces dernières ne sont pas connues de manière précise, mais plutôt approchée. Dès lors, afin de ne pas alourdir les développements inutilement, l'étude de sensibilité sera réalisée en considérant la seule rotation de $0,7 \cdot 10^{-3}$ rad pour tous les f_{ct} , sans avoir de grosses conséquences sur les résultats.

La FIGURE 4.41 fournit les efforts internes pour 3 résistances en traction. Sur cette dernière, il est aperçu que les efforts internes diminuent avec f_{ct} qui diminue. L'explication de ce phénomène réside dans le fait que plus la résistance en traction du béton est élevée, plus ce dernier est rigide. Par conséquent, "la rigidité appelant l'effort", au plus f_{ct} est élevé, au plus les efforts seront importants. Ce type de constatation n'est pas une nouveauté. En effet, lors de la comparaison entre les résultats obtenus par la loi de béton de base et la loi avancée, il avait déjà été montré que la loi de base, de par son caractère ductile en traction, conférait une certaine rigidité au béton et les efforts s'en voyaient augmentés (Cf FIGURE 4.22).

En vertu des efforts internes obtenus, la principale différence (sur les efforts M) se situe à la clé d'arc. Cette constatation n'est pas surprenante en raison du fait que la clé d'arc possède un taux de renforcement fort proche du minimum. Dès lors, cette section est très sensible à la résistance en traction du béton. A titre d'exemple, la valeur du taux de renforcement minimum valant $\rho_{min} = 0,26 \cdot f_{ct}/f_y$, ce dernier vaut 0,236% pour $f_{ct} = 2$ MPa. Or, se rappelant le renforcement en clé d'arc qui vaut 0,23%, cette section est à présent sous-renforcée.

Par ailleurs, considérant la FIGURE 4.42 donnant les déformations obtenues aux deux sections critiques, il est aperçu que les déformations des fibres extrêmes (pour la clé ou l'encastrement) sont de l'ordre de 0,0005, soit bien supérieures aux déformations élastiques valant f_{ct}/E_{fluage} . Par conséquent, ces deux sections seront fissurées quelque soit la résistance en traction considérée. A ce sujet, il est bon de noter qu'une résistance de 2 MPa est très optimiste et qu'il y a peu de chance que cette dernière soit rencontrée sur terrain.

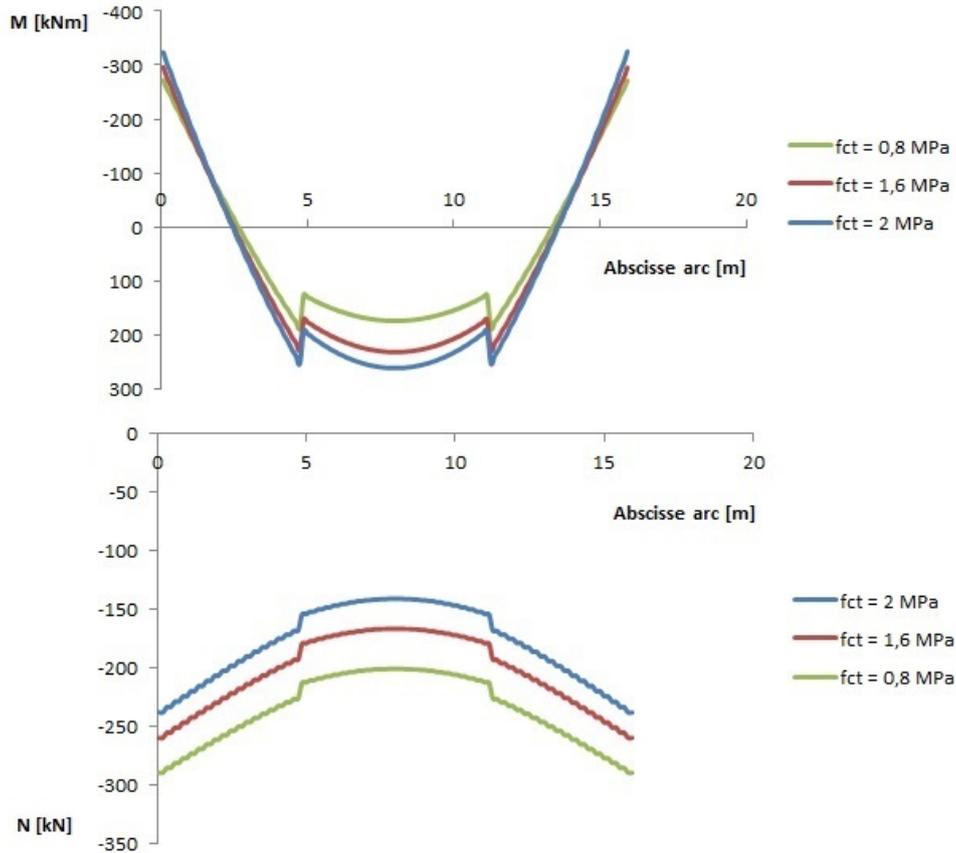


FIGURE 4.41 – Comparaison des efforts internes obtenus en fonction de f_{ct} pour $\theta = 0,7 \cdot 10^{-3}$ rad pour le modèle complet sous poids propre + ΔT

4.5 Comparaisons

Du début du Chapitre 3 à la fin de ce Chapitre 4, les études menées ont été raffinées étape par étape. En effet, après avoir montré une limitation de l'analyse élastique, le passage en non linéaire a permis de discuter de l'importance des lois constitutives utilisées. Par ailleurs, les effets de long terme ont été pris en compte ainsi qu'une rotation des sections d'encastrement suite à une dislocation des barres tendues.

A présent, afin de récapituler les démarches effectuées depuis l'analyse élastique, les efforts intérieurs M et N vont être comparés au travers de toutes les étapes poursuivies pour le modèle arc+tablier uniquement sous poids propre et ΔT . Par conséquent, aucune information supplémentaire ne sera ajoutée par rapport aux études antérieures, seule une combinaison des multiples diagrammes de M et N précédents va être réalisée.

Les 5 courbes présentées à la FIGURE 4.43 sont triées dans l'ordre de leur apparition dans le présent rapport, à savoir :

1. Analyse élastique
2. Analyse non linéaire : loi de base
3. Analyse non linéaire : loi avancée
4. Long terme
5. Long terme + rotation

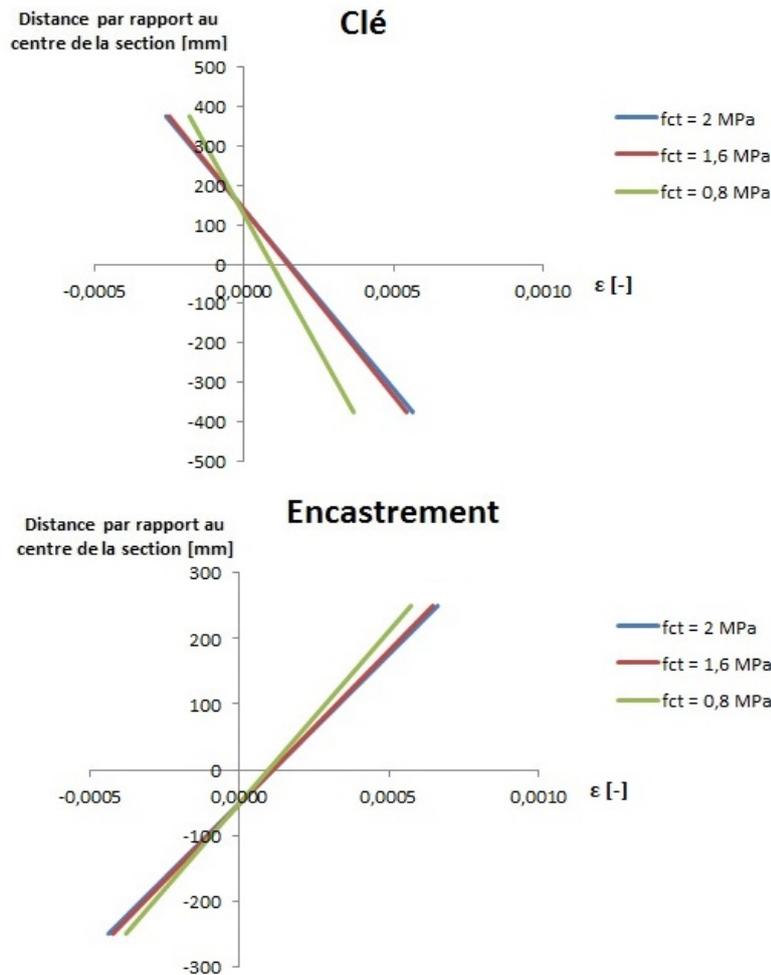


FIGURE 4.42 – Comparaison des courbures en fonction de f_{ct} pour $\theta = 0,7 \cdot 10^{-3}$ rad pour le modèle complet sous poids propre + ΔT

Tout au long de ce chapitre, chaque étape du présent travail a mené à la détermination de nouvelles considérations pour le modèle d'étude afin de raffiner ce dernier. Sur la FIGURE 4.43, il est aperçu que chaque étape, caractérisée par de nouveaux efforts internes M et N , a permis d'évoluer vers une configuration plus favorable que la précédente.

Comparant l'approche élastique et le modèle complet final (long terme + rotation), une diminution d'environ 70% des efforts M est à retenir, tandis que l'arc se voit finalement bel et bien comprimé.

Enfin, se rappelant de la FIGURE 3.27 qui positionnait les couples d'efforts $M - N$ des sections critiques par rapport à leurs enveloppes, l'heure est à présent arrivée d'y ajouter les couples obtenus avec le modèle final, ce qui est réalisé à la FIGURE 4.44.

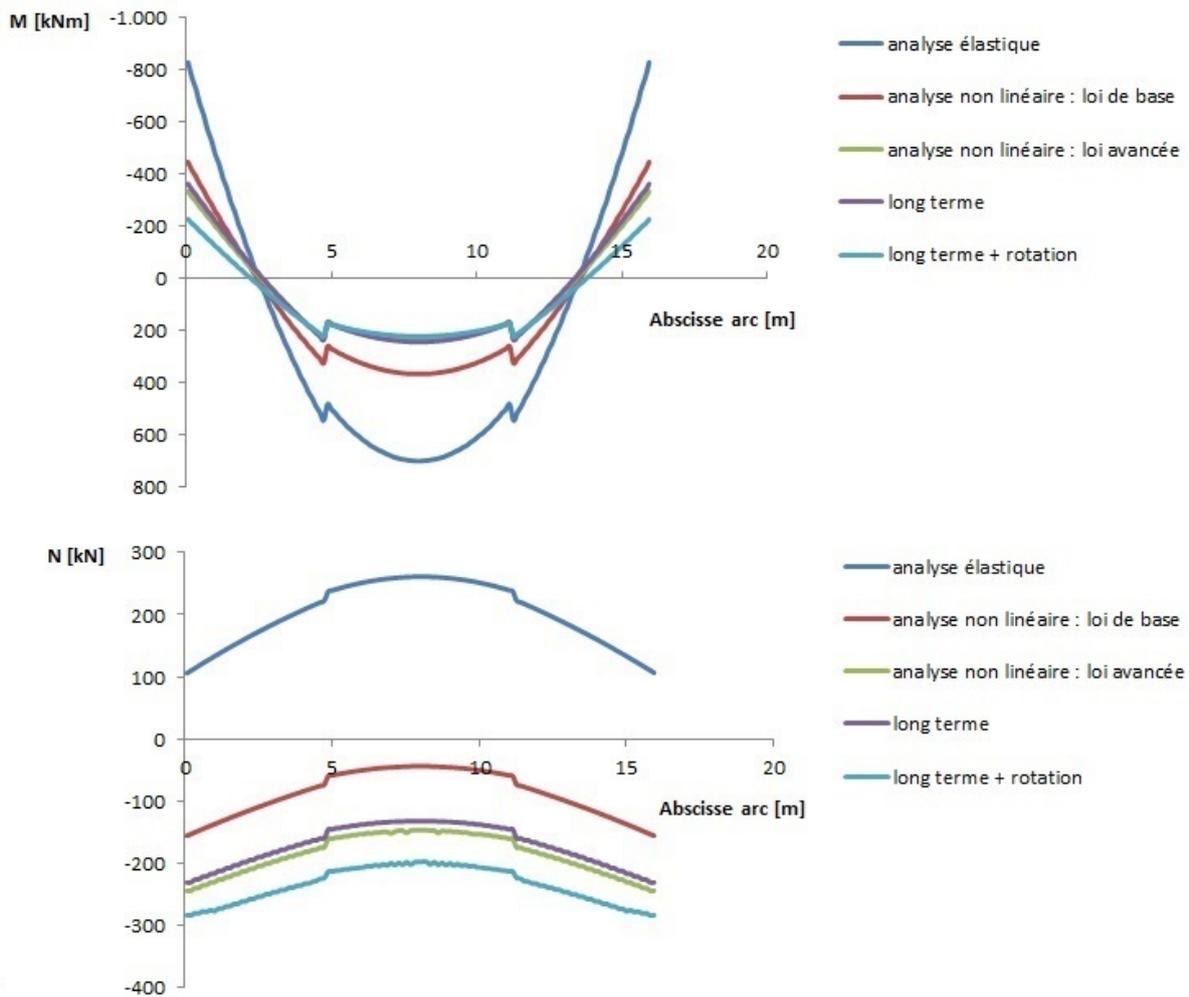


FIGURE 4.43 – Comparaison finale des efforts internes M et N obtenus au travers de toutes les approches menées dans ce rapport

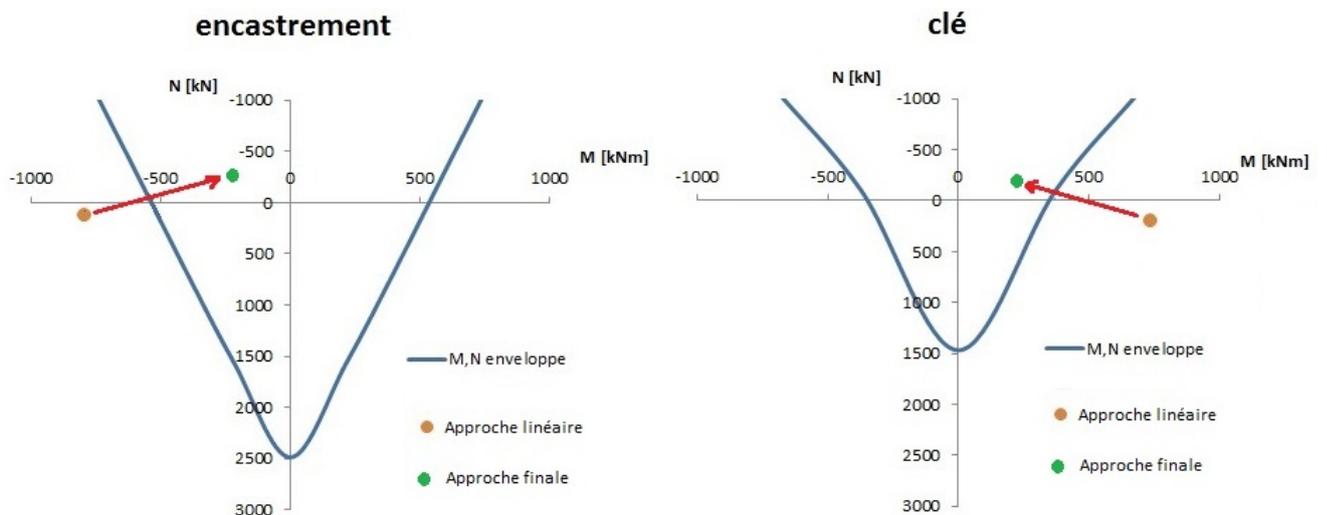


FIGURE 4.44 – Validation de la résistance des sections critiques sur base de l'enveloppe M-N

Pour terminer, la FIGURE 4.45 fournit l'évolution des zones fissurées le long de l'arc. Cette représentation a pour but ultime de montrer que le modèle final obtenu avec la loi avancée de

béton possède des fissures plus importantes que le modèle obtenu avec la loi de base. Ces propos sont tout à fait attendus et confirment bien les résultats obtenus à la FIGURE 4.43, quant à la plus grande perte de rigidité utilisant la loi avancée que la loi de base.

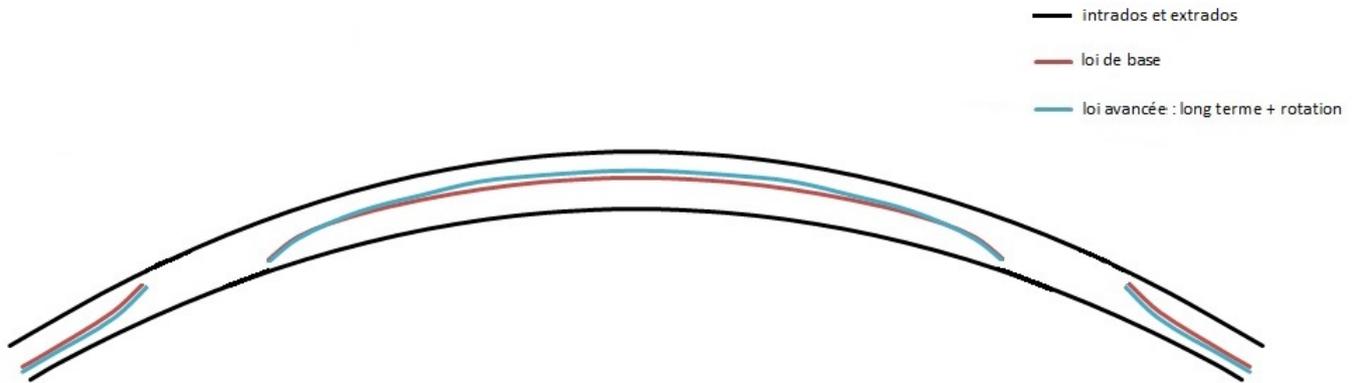


FIGURE 4.45 – Distribution des fissures obtenues avec la loi de base et la loi avancée en prenant en compte le long terme et les rotations

Chapitre 5

Etude à l'ELU

Jusqu'ici, les développements menés ont principalement permis :

- de comprendre le fonctionnement du pont en incluant une variation de température ΔT .
- de démontrer la stabilité de ce dernier malgré un ΔT .

A présent, afin de compléter l'étude du pont d'Ortheuille, la volonté est de réaliser une approche à l'état limite ultime ELU. Le cas d'étude présent n'étant pas un dimensionnement, il ne sera pas appliqué de coefficients de sécurité sur la résistance des matériaux.

Par ailleurs, il ne sera pas considéré les effets de long terme en raison de la courte durée d'action des charges d'exploitation. De plus, le but de cette approche ELU est de donner une idée des modes de ruine plutôt que de réaliser une étude poussée sur la pertinence ou non des effets de long terme sur cette charge de ruine.

En ce qui concerne le type de chargement, en vertu de la largeur du pont de 7,12 m et du faible espacement des nervures du tablier (Cf FIGURE 2.3), il n'est pas incohérent de considérer que les charges diffuseront totalement sur la largeur du tablier. Par ailleurs, bien que les convois soient idéalisés par une succession de charges ponctuelles provenant des essieux, la seule et unique charge P qui sera considérée ici sera une charge uniformément répartie. Cette hypothèse biaise légèrement la réalité, mais n'aura que peu de conséquence sur les résultats, comme cela va être montré.

Enfin, 3 cas de charge vont être considérés :

1. Le tablier est totalement chargé (chargement symétrique)
2. Un demi tablier est chargé (chargement asymétrique)
3. Seul la partie à la clé d'arc va être chargée

Ces 3 chargements ont été déterminés afin de générer des modes de ruine différents. En effet, principalement deux ruines peuvent survenir, l'une provenant du tablier, l'autre de l'arc lui-même.

Pour chaque chargement, le calcul à la ruine se fera tantôt sous poids propre seul tantôt sous poids propre + ΔT .

5.1 Chargement de l'entièreté du tablier

La FIGURE 5.1 fournit le détail du chargement réalisé dans le modèle.

Le but recherché étant d'obtenir la valeur de la charge de ruine du pont, cette dernière est notée P_{ultime} .

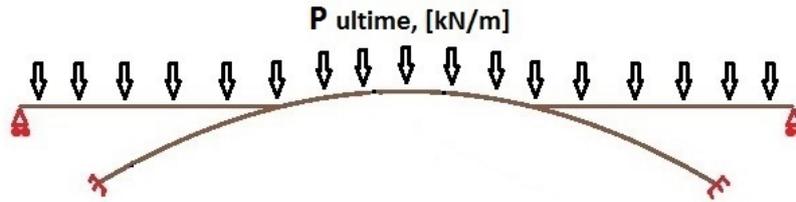


FIGURE 5.1 – Schéma statique montrant le chargement du tablier complet dans le modèle

A la ruine, la valeur de P_{ultime} est :

Poids propre + P_{ultime}	167 kN/m
Poids propre + ΔT + P_{ultime}	170 kN/m

Pour ce chargement, la prise en compte ou non d'un différentiel de température n'a presque aucune influence (différence de P_{ultime} de 1,7%).

La raison de ce constat réside dans le fait que la ruine se produit dans le tablier qui n'est pas influencé par ΔT . La FIGURE 5.2 fournit l'allure de la déformée juste avant la ruine ainsi que les rotules plastiques s'y formant.

La ruine de la structure est bien dictée par celle du tablier pour lequel deux rotules plastiques sont nécessaires à sa ruine.



FIGURE 5.2 – Déformée et rotules plastiques à la ruine pour un chargement de tout le tablier

5.2 Chargement d'un demi tablier

La FIGURE 5.3 fournit le détail du chargement réalisé dans le modèle.

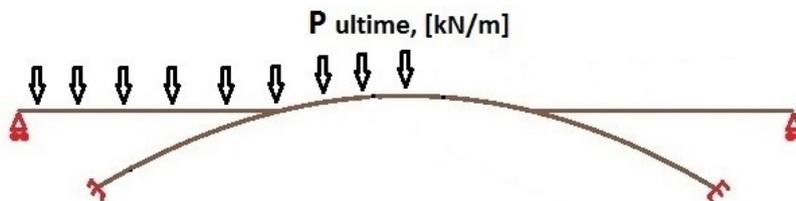


FIGURE 5.3 – Schéma statique montrant le chargement d'un demi tablier dans le modèle

Dans ce cas de chargement, la ruine de la structure survient à nouveau par la ruine de la travée de tablier chargée. La valeur de la charge P_{ultime} est dès lors identique à celle obtenue ci-dessus. D'autre part, la FIGURE 5.4 donne la déformée obtenue juste avant la ruine ainsi que les rotules plastiques associées.



FIGURE 5.4 – Déformée et rotules plastiques à la ruine pour le chargement d'une travée du tablier

Afin de vérifier les résultats obtenus à la ruine, une analyse plastique de la ruine du tablier peut être réalisée en idéalisant ce dernier selon une poutre encastrée-appuyée comme schématisée à la FIGURE 5.5.

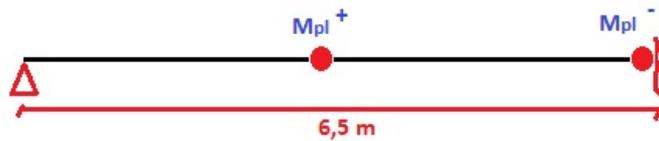


FIGURE 5.5 – Schéma de calcul de la charge de ruine plastique pour une poutre encastrée-appuyée

Les moments plastiques M_{pl}^+ et M_{pl}^- sont calculés selon la formule : $M_{pl} = A_s \cdot f_y \cdot 0,9d$. Au final, en vertu de la modélisation réalisée pour le tablier (Cf FIGURE 2.5), ces moments valent 705 kNm.

La charge de ruine P_{ultime} est obtenue selon :

$P_{ultime} = 4 \cdot (2M_{pl}^+ + M_{pl}^-) / L^2 = 4 \cdot 2115 / 6,5^2 = 200$ kN/m, ce qui n'est pas une mauvaise approximation des résultats obtenus de 170 kN/m.

5.3 Chargement du sommet de l'arc

Le chargement du modèle est donné par la FIGURE 5.6.

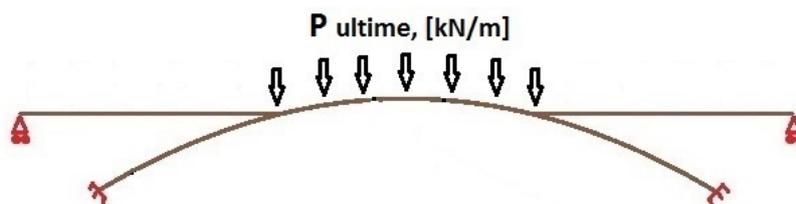


FIGURE 5.6 – Schéma statique montrant le chargement de la clé d'arc uniquement

A la ruine, la valeur de P_{ultime} est :

Poids propre + P_{ultime}	1200 kN/m
Poids propre + ΔT + P_{ultime}	1000 kN/m

A contrario par rapport aux deux chargements précédents, la ruine survient à présent dans l'arc. En effet, la FIGURE 5.7 montre l'apparition de trois rotules plastiques au sein même de l'arc. Cette ruine s'apparente à celle d'une poutre bi-encastrée. De manière générale, pour un arc,

la formation de trois rotules (2 aux encastremets et 1 en clé) ne sont pas suffisantes pour amener à la ruine. Cependant, dans le cas présent, 2 rotules ne sont pas réalisées aux encastremets, mais dans l'arc lui-même, ce qui est suffisant pour générer sa ruine (\rightarrow ruine de type poutre bi-encastree).

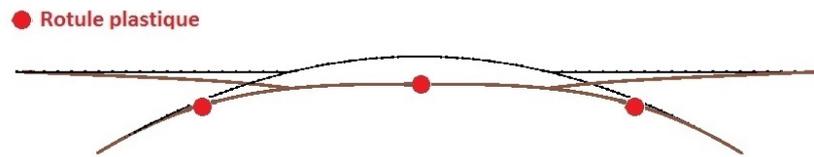


FIGURE 5.7 – Déformée et rotules plastiques à la ruine pour un chargement du sommet de l'arc uniquement

Pour ce chargement, plus de précision peut être fournie concernant les efforts internes M et N obtenus. Considérant la FIGURE 5.8, la distribution des efforts M confirme bien la position des rotules plastiques obtenues. D'autre part, des rotules pourraient tout aussi bien apparaître aux encastremets alors qu'il n'en est rien.

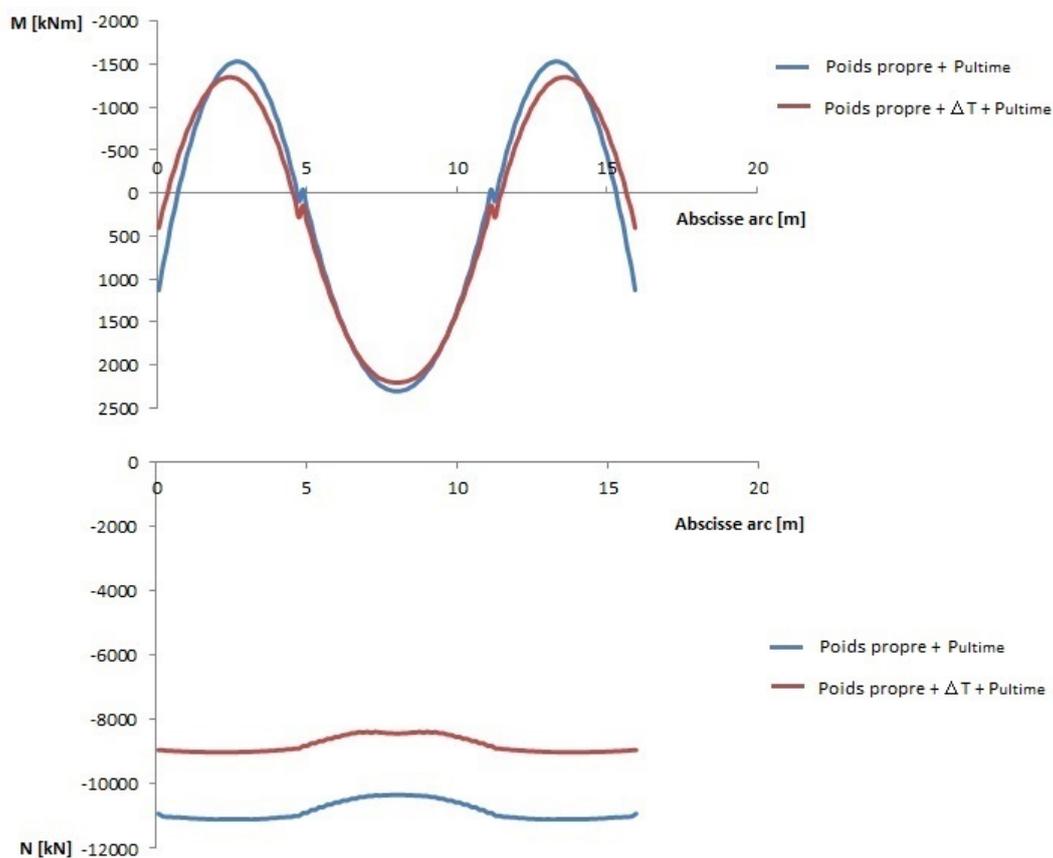


FIGURE 5.8 – Détails des efforts internes à la ruine de l'arc

Les couples d'efforts M-N obtenus aux encastremets et à la clé d'arc peuvent être positionnés par rapport à leur enveloppe M-N, ce que montre la FIGURE 5.9 où il est montré que les moments

aux encastremets sont au sein de l'enveloppe, tandis que le moment en clé à bien atteint le moment plastique.

Afin de se donner l'intime conviction des résultats obtenus, 2 justifications vont être réalisées :

- L'une vérifiant l'équilibre global de la structure juste avant la ruine
- L'autre réalisant une analyse plastique

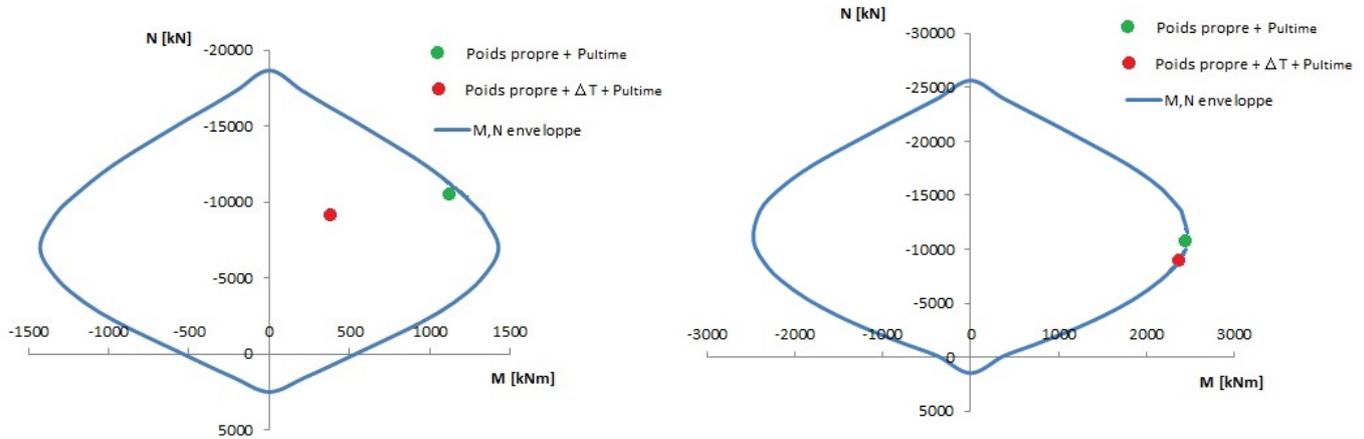


FIGURE 5.9 – Positionnement des couples M-N à l'encastrement et à la clé, juste avant la ruine

Equilibre global de la structure

Lors de l'équilibre qui précède tout juste la ruine, les efforts peuvent être extraits du programme et l'équilibre envers la charge P_{ultime} peut être réalisé. La FIGURE 5.10 fournit l'état de déformation de la structure juste avant la ruine, ainsi que les réactions d'appuis sous poids propre + P_{ultime} .

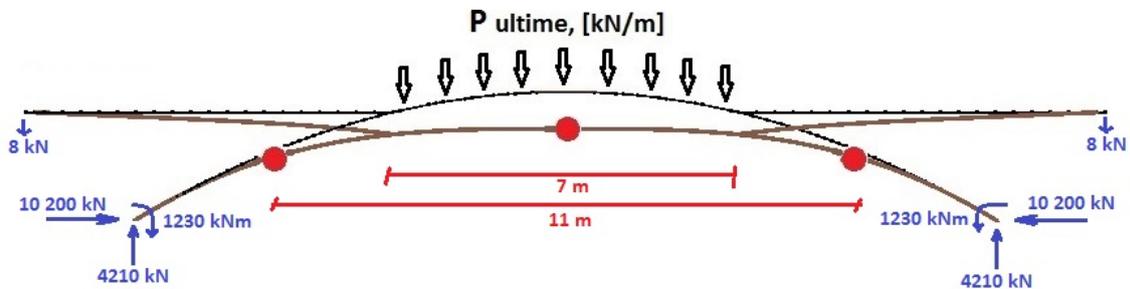


FIGURE 5.10 – Réactions d'appuis juste avant la ruine sous poids propre + P_{ultime}

De cette dernière, un calcul de l'équilibre peut être réalisé :

Equilibre vertical :	$2 \cdot 4210 = \underbrace{1200}_{P_{ultime}} \cdot 7 + 2 \cdot 8$
	$\rightarrow 8420 \simeq 8416 \rightarrow \text{OK}$
Equilibre horizontal :	immédiatement OK (symétrie du chargement)
Equilibre de moment :	immédiatement OK (symétrie du chargement)

Analyse plastique

Etant dans le cas d'une ruine de type poutre bi-encastree, la valeur de calcul de la charge ultime $P_{u,1}$ dans ce cas peut se deduire de l'egalite des travaux interieurs et exterieurs :

$$P_{u,1} = 8 \cdot (M_{pl}^- + M_{pl}^+) / L^2$$

Dans le cas present, L est la longueur separant les deux rotules plastiques negatives, soit 11 m (Cf FIGURE 5.10).

M_{pl}^- vaut 1500 kNm

M_{pl}^+ vaut 2400 kNm

Au final, $P_{u,1}$ vaut 258 kN/m.

Cette valeur est tres loin de la valeur de ruine obtenue de 1200 kN/m en raison du fait qu'il y a une tres grand contribution due a l'effort axial dans le cas d'un arc, qui ne peut simplement etre assimile a une poutre.

Par un simple equilibre vertical, il doit etre obtenu :

$$P_{u,2} = 2 \cdot N_{encastrement} \cdot \sin(\alpha) / L = 2 \cdot 11000 \cdot \sin(31^\circ) / 11 = 1030,$$

avec

α l'angle a la tangente a l'encastrement

$N_{encastrement}$ l'effort axial a l'encastrement

Pour terminer, la valeur de P_{ultime} est obtenue en sommant $P_{u,1}$ et $P_{u,2}$, soit $P_u = 1288$ kN/m, qui est bien en adequation avec la valeur trouvee de 1200 kN/m.

Au final, la difference de 20% entre les charges de ruine selon les deux approches de base provient du fait que la prise en compte de ΔT diminue l'effort normal, ce qui amene a une diminution du moment plastique resistant, notamment a la cle d'arc qui en est fort sensible, suite a son faible renforcement.

D'autre part, il est tres important de noter qu'aucune instabilite n'a ete consideree lors des chargements precedents. Ceci amene a une approche surestimee de la valeur de P_{ultime} car pour de tels etats de compression, l'arc pourrait subir une ruine par instabilite.

5.4 Discussion

Parmi les charges de ruine obtenues P_{ultime} ci-dessus, la charge a considerer est la plus faible. Par consequent, la charge ultime retenue sera celle de 167 kN/m correspondant au mode de ruine du tablier. Pour rappel, le pont avait ete dimensionne pour un convoi de 32 T par bande. Pour chaque demi-pont de 7,12 m, se trouvent 2 bandes. Par consequent, un demi-pont peut etre soumis a 2x32 T. Ayant considere une diffusion totale des charges d'essieux ainsi qu'une charge uniformement repartie, le calcul de la charge surfacique equivalente se fait selon :

$$p_{convois} = 2 \cdot 320 / (\underbrace{20}_{\text{Longueur tablier}} \cdot \underbrace{7,12}_{\text{Largeur tablier}}) = 4,5 \text{ kN/m}^2$$

Etudiant dans le modele 2D une largeur de pont de 1,32 m, la charge repartie equivalente vaut : $p_{convois} \cdot 1,32 = 6 \text{ kN/m}$.

Cette charge ignore les effets dynamiques eventuels, ainsi que les surcharges de neige, finitions,

...

Cependant, en vertu de la faiblesse de cette derniere par rapport a la charge ultime determinee (6 VS 167 kN/m), conclure quant a la resistance du pont d'Ortheuille n'est pas deraisnable.

Chapitre 6

Conclusion

L'objectif de ce travail a consisté en l'étude du comportement d'un pont en arc bi-encasté en béton armé dont la problématique première était l'influence du long terme et des variations thermiques ΔT sur l'ouvrage en lui-même.

Construit il y a plus de 60 ans, le pont d'Ortheuville n'avait pas été dimensionné en tenant compte des effets de long terme (fluage et retrait) et thermiques, alors qu'il y est fort sensible, par essence.

Dès lors, ce travail a mené plusieurs études afin de prouver et de comprendre la raison du bon fonctionnement de ce dernier malgré son dimensionnement.

Partant d'un modèle de base visant à comprendre le fonctionnement de l'arc seul, ce modèle aura été finalement raffiné en prenant en compte le tablier. Les études ont été poursuivies étape par étape afin de permettre au lecteur de progresser au travers de cette thèse avec une vue claire et ciblée des tenants et aboutissants.

Sur base de ce canevas de résolution, les démarches ont été réalisées en partant d'une analyse élastique linéaire pour terminer par une analyse non linéaire, réellement représentative du comportement du béton.

Un des objectifs du travail a consisté en la discussion de l'influence de la loi de comportement du béton pour laquelle il a été déterminé que la structure était très sensible au type de loi en traction. Afin de raffiner au mieux le modèle, une nouvelle loi de béton sophistiquée, prenant en compte un raidissement de traction, a été mise au point.

Par la suite, au sein même de l'analyse non linéaire, le modèle a été enrichi en passant d'une analyse de court terme à long terme et en considérant le phénomène de dislocation des barres d'ancrage aux encastresments.

Ces approches successives ont permis de montrer et de justifier la raison du bon comportement structural du pont dans le régime non linéaire.

Partant d'une analyse élastique linéaire en terminant par une étude non linéaire avec une approche de long terme, il a été montré que les efforts internes étaient diminués de 70% et que les contraintes dans les barres d'armatures aux sections critiques valaient 50% de la limite élastique.

Pour terminer, une étude à l'ELU du pont a montré que la ruine de ce dernier était causée par la ruine du tablier qui est très peu influencée par un différentiel de températures. Dans ce cas, la charge de ruine ultime est près de 28x supérieure à la charge d'exploitation due aux passages de véhicules.

La thèse a été réalisée sur base d'un modèle 2D en considérant une variation thermique de -40°C uniforme sur les sections.

Une perspective d'avenir consisterait à raffiner le modèle en considérant un gradient de températures dans les sections de béton. Un second point qui pourrait être réalisé serait de modéliser le sommet de l'arc à la jonction entre le tablier et l'arc par une approche de type solide, et non poutre.

Chapitre 7

Bibliographie

- Bureau de Normalisation. NBN B 15-001 : Béton - Spécification, performances, production et conformité - Complément national à la NBN EN 206-1 :2001, 2012
- Bureau de Normalisation. NBN B 15-6^{me} édition : Classification des aciers, Décembre 1963
- Collin R. & Gourdange L., Reconstruction du pont sur l'Ourthe à Ortheuville, Ministère des Travaux Publics - Ponts et Chaussées, 1952
- Collins Michael P. & Mitchell Denis, Prestressed concrete structures, Response publications, Canada, 1997
- Comité Européen de Normalisation. EN 1992-1-1 : Eurocode 2 : Calculs des structures en béton - Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments, 2004
- Comité Européen de Normalisation. EN 1992-1-2 : Eurocode 2 : Calculs des structures en béton - Partie 1-2 : Règles générales - Calcul du comportement au feu, 2004
- Franssen J.-M., Mécanique des structures, Centre des Cours de l'AEES, Université de Liège, 2013-2014
- Grégoire A., Reconstruction du pont sur l'Ourthe à Ortheuville, Ministère des Travaux Publics - Ponts et Chaussées, 1950
- Harajli M.H., « Comparison of Bond Strength of Steel Bars in Normal and High-Strength Concrete », *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 16, No. 4 pp. 365-374, 2004
- Salonga Jason Angeles, « Innovative Systems for Arch Bridges using Ultra High-Performance Fiber-Reinforced Concrete », 2010

Chapitre 8

Annexes

8.1 Code Matlab pour la loi de béton avancée

```

% Loi béton avancée

clear all
close all
clc

% Loi constitutive béton

fc = 25;           % Param 1 [MPa]
fct = 1.6;        % Param 2 [MPa]
E = 30000;        % Param 3 [MPa]
alpha_1 = 0.7;    % Param 4 [-]
alpha_2 = 1;      % Param 5 [-]
eps_a = 0.0009;   % Param 6 [-]
eps_b = 0.0011;   % Param 7 [-]

n = 0.8+fc/17;
eps_c1 = (fc/E)*(n/(n-1));
k = 0.67+(fc/62);

eps_nl = [0:0.000001:0.0013];

% Initialisation des variables
eps_max = fct/E;
sigma_max=fct;
eps_plastique = 0;

for i = 1:length(eps_nl)

    % -----  CALCUL DE la nouvelle courbe -----

    % Partie en compression

        sigma_real(i) = -fc*n*(abs(eps_nl(i))/eps_c1)/(n-
1+(abs(eps_nl(i))/eps_c1)^(n*k)); % Popovic
        eps_p(i) = min(eps_nl(i)-(sigma_real(i)/E),0);
        sigma_real(i) = max(-fc*n*(abs(eps_nl(i))/eps_c1)/(n-
1+(abs(eps_nl(i))/eps_c1)^(n*k)),E*(eps_nl(i)-eps_plastique));

    % Partie en traction

    if eps_nl(i) > eps_plastique

        tmpa = alpha_1*alpha_2*fct/(1+sqrt(500*(eps_nl(i)-eps_plastique)));
        tmpb = ((alpha_1*alpha_2*fct/(1+sqrt(500*(eps_a-
eps_plastique))))/(eps_b-eps_a))*eps_b-
((alpha_1*alpha_2*fct/(1+sqrt(500*(eps_a-eps_plastique))))/(eps_b-
eps_a))*eps_nl(i));

```

```

sigma_real(i) = max(0,min(tmpa,tmpb));

% Branche linéaire
if eps_nl(i) <= eps_max && eps_nl(i) > eps_plastique

    sigma_real(i) = ((sigma_max/(eps_max-eps_plastique))*eps_nl(i))-
((sigma_max/(eps_max-eps_plastique))*eps_plastique);

end

end

% ----- Mise à jour de eps_max et eps_plastique -----
-

eps_max = max(eps_max,eps_nl(i)) + min(eps_p(i) - eps_plastique,0);
eps_plastique = min(eps_plastique,eps_p(i));

% ----- CALCUL DE sigma_max = f(eps_max) -----
--

tmpa = alpha_1*alpha_2*fct/(1+sqrt(500*(eps_max-eps_plastique)));
tmpb = ((alpha_1*alpha_2*fct/(1+sqrt(500*(eps_a-eps_plastique))))/(eps_b-
eps_a))*eps_b-(((alpha_1*alpha_2*fct/(1+sqrt(500*(eps_a-
eps_plastique))))/(eps_b-eps_a))*eps_max);

sigma_max = max(0,min(tmpa,tmpb));

% Branche linéaire "0" --> fct/E
if abs(eps_max - eps_plastique) <= fct/E

    sigma_max = fct;

end

end

plot(eps_nl,sigma_real,'b')

```