

Analyse multi-échelle de l'évolution des flux de chaleur sensible et latente échangés entre un écosystème forestier et l'atmosphère au moyen de la transformée en ondelettes continue

Auteur : Bitton, Jonathan

Promoteur(s) : Charles, Catherine; Heinesch, Bernard

Faculté : Gembloux Agro-Bio Tech (GxABT)

Diplôme : Master en bioingénieur : sciences et technologies de l'environnement, à finalité spécialisée

Année académique : 2018-2019

URI/URL : <http://hdl.handle.net/2268.2/7698>

Avertissement à l'attention des usagers :

Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative"(BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.


Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.

ANALYSE MULTI-ÉCHELLE DE L'ÉVOLUTION DES FLUX DE CHALEUR
SENSIBLE ET LATENTE ÉCHANGÉS ENTRE UN ÉCOSYSTÈME FORESTIER ET
L'ATMOSPHÈRE AU MOYEN DE LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES
CONTINUE

BITTON JONATHAN

*Travail de fin d'études présenté en vue de l'obtention du diplôme de master bioingénieur en
Sciences et Technologies de l'Environnement*

Année académique 2018-2019



*Promoteurs : PR. CHARLES
Catherine et PR. HEINESCH
Bernard*

© Toute reproduction du présent document, par quelque procédé que ce soit, ne peut être réalisée qu'avec l'autorisation de l'auteur et de l'autorité académique de Gembloux Agro-Bio Tech.

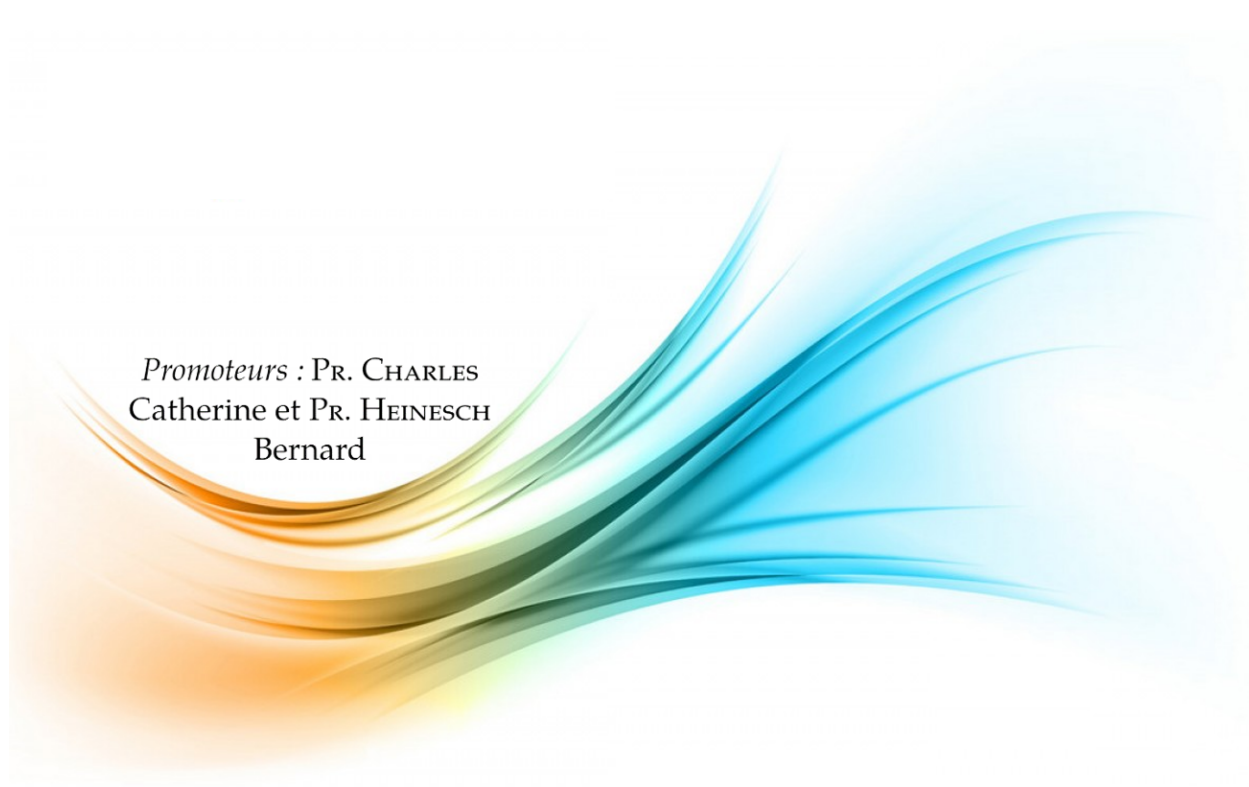
Le présent document n'engage que son auteur.

ANALYSE MULTI-ÉCHELLE DE L'ÉVOLUTION DES FLUX DE CHALEUR
SENSIBLE ET LATENTE ÉCHANGÉS ENTRE UN ÉCOSYSTÈME FORESTIER ET
L'ATMOSPHÈRE AU MOYEN DE LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES
CONTINUE

BITTON JONATHAN

*Travail de fin d'études présenté en vue de l'obtention du diplôme de master bioingénieur en
Sciences et Technologies de l'Environnement*

Année académique 2018-2019



*Promoteurs : PR. CHARLES
Catherine et PR. HEINESCH
Bernard*

Remerciements

La réalisation de ce travail de fin d'études a été rendue possible par le concours de plusieurs personnes auxquelles je voudrais témoigner toute ma gratitude.

J'aimerais, en premier lieu, adresser mes remerciements à mes promoteurs, Catherine Charles et Bernard Heinesch. Vous m'avez tous deux accordé votre confiance pour mener ce travail à bien et m'avez pourvu d'une liberté totale de réflexion tout en m'encadrant régulièrement. Au-delà de ce mémoire, vous m'avez offert la possibilité de vivre une expérience inestimable en tant qu'étudiant, en me permettant de côtoyer le monde scientifique par la participation à un congrès directement en lien avec le sujet de ce TFE.

De manière plus personnelle, j'aimerais exprimer ma reconnaissance :

A Catherine Charles, pour sa patience et ses nombreux conseils qui m'ont guidé au travers des différentes étapes de réalisation de ce mémoire. J'aimerais spécifiquement vous remercier pour votre présence active, constituant véritablement la pierre angulaire du présent travail.

A Bernard Heinesch, pour sa perspicacité et sa pertinence, qui ont continuellement contribué à alimenter ma réflexion. Je vous remercie particulièrement pour nos échanges au travers desquels j'ai pu, pour la première fois, apercevoir les couleurs d'un monde qui séduit sans plus aucun doute ma curiosité : le milieu de la recherche.

A Samuel Nicolay, pour m'avoir apporté de nouvelles pistes de réflexion sur la méthodologie développée au sein de ce travail et surtout pour avoir accepté d'intégrer le jury chargé de juger de sa qualité.

A Marc Josse, qui s'est impliqué tant personnellement qu'émotionnellement à l'aboutissement de mon parcours universitaire. Tes conseils avisés, toujours accompagnés de leur pointe d'humour raffinée, me guident chaque jour un peu plus dans ma transition vers le milieu professionnel (je t'affirme cela « à froid » bien évidemment).

Enfin, je suis intimement convaincu que la science se définit, avant tout, à l'intersection des multiples perceptions que l'être humain se fait du monde. Elle est le fruit d'une étroite collaboration pluridisciplinaire et prend forme au travers de cette pluralité. Dans cet esprit, j'aimerais adresser un remerciement particulier à Zineb Msaddaq pour nos nombreux échanges, tant sur le contenu que sur la structure de ce travail de fin d'études. Tes idées et ta conception particulière du monde ont été une source unique d'inspiration pour moi tout au long de ce travail et, pour cela, je te suis infiniment reconnaissant. J'aimerais clore ces propos par quelques mots qui, je suis sûr, feront écho à tes souvenirs : « le monde qui nous entoure est intrinsèquement ondulatoire ». Un travail de fin d'études sur les ondelettes... Cela ne te semble-t-il pas approprié ?

Résumé

Les écosystèmes terrestres dissipent l'énergie incidente sous deux formes principales qui sont caractéristiques de leur fonctionnement : la chaleur sensible (H) et latente (LE). La répartition de l'énergie disponible entre celles-ci détermine non seulement l'état d'équilibre physiologique de tels systèmes mais également leur impact sur les paramètres physiques de l'atmosphère environnant. Partant de ce constat, ce travail propose d'investiguer la dynamique inter- et intra-annuelle des deux flux de chaleur turbulents par l'étude de leurs interactions. Il a pour vocation à la fois d'identifier les tendances présentes dans les évolutions temporelles des échanges de H et LE tout en les rattachant aux processus éco-physiologiques sous-jacents qui affectent la distribution de l'énergie disponible de l'écosystème. Dans cette optique, la transformée en ondelettes continue, outil d'analyse temps-fréquence dont la prépondérance s'établit progressivement dans le domaine climatique, a été implémentée. Le jeu de données se constitue de 14 années de mesures de flux à la demi-heure de chaleur sensible et latente récoltés par *eddy covariance* au-dessus d'une jeune hêtraie à Hesse, Nord-Est de la France. Par le biais de la méthodologie précitée, il a été possible de déceler de nombreux comportements périodiques à des échelles intermédiaires, comprises entre la journée et l'année, sur toute l'étendue de la saison de croissance. Qui plus est, les variables directrices des évolutions de H et LE ont pu être mises en évidence. Parmi celles-ci, le rayonnement incident possède la corrélation la plus importante avec les deux flux. Par ailleurs, la déplétion des réserves en eau du sol a été associée à d'importants mouvements périodiques, aux échelles intermédiaires. Enfin, au départ de l'ensemble de ces variables, des mécanismes fonctionnels propres aux écosystèmes forestiers tempérés ont été déduits, illustrant globalement la grande résilience du système étudié. A terme, ce travail propose d'explorer les perspectives d'analyses à long terme de mesures micro-climatiques offertes par l'utilisation de la méthode de transformée en ondelettes continue, qui est présumée devenir un outil de plus en plus prisé à l'aube du changement climatique planétaire actuel.

Abstract

Terrestrial ecosystems dissipate incident energy in two main forms according to their own characteristics : sensible (H) and latent (LE) heat. The distribution of available energy between these forms determines not only the physiological equilibrium state of such systems but also their impact on the physical parameters of the surrounding atmosphere. Based on this observation, this study investigates the inter- and intra-annual dynamics of both mentioned turbulent heat fluxes while taking their interactions into account. Its purpose is to identify patterns in temporal evolution of H and LE exchanges while linking them to underlying eco-physiological processes that affect the distribution of ecosystem's available energy. Following this perspective, the continuous wavelet transform, a time-frequency analysis tool whose relevance is gradually being established in the climate field, has been implemented. The dataset consists of 14 years of half-hourly fluxes of sensible and latent heat obtained by eddy-covariance over a young beech forest at Hesse, North-eastern France. By applying the above-mentioned methodology, it was possible to detect many periodic behaviours at intermediate scales, ranging from days to years, throughout the growing season. Moreover, the main drivers of H and LE fluxes were highlighted. Among these, incident radiation has the highest correlation with both fluxes. In addition, depletion of soil water content has been associated with large periodic movements at intermediate scales. From these drivers, functional mechanisms specific to temperate forest ecosystems were deduced, illustrating overall the high resilience of the studied system. Ultimately, this work explores the opportunities of long-term analyses of microclimatic measurements offered by the use of the continuous wavelet transform, which is expected to become an increasingly popular tool at the dawn of current global climate change.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Matériel et Méthodes	8
2.1	Des travaux de Fourier à la transformée en ondelettes : deux siècles d'avancée en traitement du signal	8
2.1.1	L'analyse fréquentielle de Fourier	8
2.1.2	Les limitations de la transformée de Fourier	9
2.1.3	L'analyse temps-fréquence	10
2.1.4	La transformée de Fourier à fenêtre glissante	11
2.2	La transformée en ondelettes continues	13
2.2.1	Historique : développement de la transformée en ondelettes continues	13
2.2.2	La transformée en ondelettes continue : détail de la méthode	15
2.2.2.1	Les fonctions analysantes : les ondelettes	15
2.2.2.2	Expression de la transformée et de son inverse	17
2.2.2.3	Extension de la transformée : co-spectre et cohérence	19
2.3	Mise en pratique de la transformée en ondelettes continue	20
2.3.1	Ondelettes utilisées	21
2.3.1.1	Paramètres de choix	21
2.3.1.2	Ondelettes retenues	23
2.3.2	Implémentation de l'algorithme et choix opérés	25
2.3.2.1	Conventions graphiques	25
2.3.2.2	Calcul des coefficients	26
2.3.2.3	Padding	27
2.3.2.4	Cône d'influence	27
2.3.2.5	Relation échelle-fréquence	29
2.3.2.6	Echelles analysés	30
2.3.2.7	Spectre global	30
2.3.2.8	Reconstruction	31
2.3.2.9	Opération de <i>smoothing</i>	31
2.3.2.10	Définition de la phase	32
2.3.2.11	Signification statistique	32
2.4	Application aux flux de chaleur sensible et latent	34
2.4.1	Site étudié	34
2.4.2	Variables mesurées	35
2.4.3	Procédure	36
2.4.3.1	Mise en évidence de périodicités des flux de H et LE	37
2.4.3.2	Vérification de l'hypothèse de bruit rouge	37
2.4.3.3	Etude de l'évolution conjointe des flux de H et LE	37
2.4.3.4	Evolution moyenne des flux de H et LE sur 1 an	38
2.4.3.5	Interaction des flux de H et LE avec les variables météorologiques	38

3	Résultats et Discussion	39
3.1	Données étudiées	39
3.2	Mise en évidence de périodicités des flux de H et LE	41
3.3	Vérification de l'hypothèse de bruit rouge	45
3.4	Etude de l'évolution conjointe des flux de H et LE	48
3.5	Evolution moyenne des flux de H et LE sur 1 an	51
3.6	Interaction des flux de H et LE avec les variables météorologiques	53
4	Perspectives	58
4.1	Pistes d'amélioration	58
4.2	Extension de l'étude : analyse de littérature	59
4.2.1	Article 1 : Jia et al. (2018) - Fiche synthétique : Annexe 6.7	60
4.2.2	Article 2 : Hatala et al. (2012) - Fiche synthétique : Annexe 6.8	61
4.2.3	Article 3 : Furon et al. (2008) - Fiche synthétique : Annexe 6.9	62
4.2.4	Article 4 : Samuels-Crow et al. (2018) - Fiche synthétique : Annexe 6.10	62
4.2.5	Article 5 : Vargas et al. (2010) - Fiche synthétique : Annexe 6.11	63
4.2.6	Synthèse	63
5	Conclusion	65
6	Annexes	67
6.1	Formulation des variances temporelles et fréquentielles	67
6.2	Normalisation de l'ondelette de Morlet	71
6.3	Application du théorème de corrélation croisée	73
6.4	Déduction de la relation échelle-fréquence pour l'ondelette de Morlet	75
6.5	Logigramme de la méthode	78
6.6	Evolution temporelle des variables climatiques étudiées pour l'année 2014	79
6.7	Article 1	80
6.8	Article 2	81
6.9	Article 3	82
6.10	Article 4	83
6.11	Article 5	84
7	Bibliographie	85

...Tant que les lois mathématiques renvoient à la réalité, elles ne sont pas absolues, et tant qu'elles sont absolues, elles ne renvoient pas à la réalité...

Albert Einstein

PRÉAMBULE



Tout comme ses traces de pas épousent et modifient simultanément la surface des chemins qu'il emprunte, l'Homme n'a de cesse de bouleverser le milieu dans lequel il évolue. Il signe son passage et laisse inévitablement derrière lui une preuve de son existence. Au cours de son évolution, il se nourrit des secrets de la planète qu'il occupe tout en trouvant au sein de celle-ci les moyens d'assurer sa survie. Les astres pour se guider, les plantes pour s'alimenter et se soigner ou encore le feu pour s'éclairer dans l'obscurité; l'Homme a continuellement essayé d'apprivoiser la nature complexe avec laquelle il est en contact. Au fil des siècles, l'observation et la description ont laissé place à l'analyse de cette complexité, inhérente à son environnement. L'expérimentation a ensuite permis d'approcher davantage les phénomènes et lois qui en sont les régisseurs. La proximité entre l'Homme et son milieu de vie tout comme sa dépendance à l'égard de celui-ci l'ont incité à observer, décrire et comprendre l'espace qu'il peut percevoir tout autour de lui. Il n'a cessé et ne cesse d'apprendre de cette nature aux secrets bien gardés. Les sciences et leurs démarches rigoureuses sont la traduction même de cette volonté que possède l'Homme d'appréhender au plus près les mystères de son environnement. Bien qu'il soit souvent contraint à une compréhension partielle d'un monde infiniment petit comme grand, il ne s'essouffle gère dans sa quête de connaissances.

Cependant, cette investigation des phénomènes naturels et de leurs lois demande parallèlement la création et l'utilisation d'outils. Ces derniers permettent à l'Homme d'accéder à des dimensions qu'il ne peut percevoir. Ils consistent évidemment en des artifices mais, par leur biais, l'Homme devient capable d'approcher voire de comprendre le « langage » du monde qui l'entoure, et donc, d'interagir avec celui-ci. De fait, ces outils, quels qu'ils soient, sont bien souvent indispensables à toute démarche scientifique. Qui plus est, au contact de certains phénomènes qu'ils ne peuvent décrire entièrement, ces mêmes outils sont amenés à évoluer, permettant alors de dévoiler davantage de mystères propres au monde. A l'extrême, ils peuvent aboutir à la création d'une science à part entière. Dans le contexte de l'évolution humaine, un tel artifice correspond, par exemple, aux mathématiques. En définitive, ces outils trouvent leurs origines et leurs principes de fonctionnement au sein même des phénomènes naturels qu'ils s'attèlent à transcrire, tout en connectant judicieusement la curiosité de l'Homme à sa source de questionnement. Une union naît inévitablement entre l'outil d'observation, l'observateur et le sujet observé qui peuvent alors se nourrir les uns des autres.

« Le grand livre de la nature se trouve toujours devant nos yeux mais on ne peut le comprendre si, d'abord, on ne s'exerce pas à en connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit dans une langue mathématique [...] ». Tout comme le formule Galilée au 17^e siècle, les mathématiques consistent en une expression des lois fondamentales régissant la planète Terre et, par extension, l'Univers. Même si les avancées majeures en mathématiques ne sont pas uniformément réparties au travers des

siècles, l'Homme les a constamment utilisés au cours de son évolution. Existant et régnant au sein même de la nature et de ses éléments, elles étaient déjà exploitées par les Hommes primitifs de par la nécessité qu'ils avaient de compter. Des entailles sur des plaques d'argiles babyloniennes utilisées comme des calendriers ainsi que des pictogrammes ciselés dans la pierre des temples mayas figurent parmi les premiers symboles mathématiques répertoriés. Par la suite, des relations géométriques ont été observées et décrites par les architectes égyptiens, à l'époque de la construction des pyramides. La trigonométrie est, quant à elle, apparue en Alexandrie en vue d'estimer la distance entre la Terre et le Soleil. Nombreux sont les personnages et découvertes qui ont marqué l'histoire des mathématiques. Les textes fondateurs en Occident rédigés par Euclide, le théorème de Pythagore, les chiffres indo-arabes, l'algèbre d'Omar Khayyam ou encore le problème de Bâle résolu par Leonhard Euler ne sont qu'une poignée de découvertes primordiales parmi tant d'autres. Au-delà de leur propre évolution au fil des siècles, les mathématiques ont permis à d'autres sciences de voir le jour. L'astronomie, la physique ou encore l'informatique sont tant de disciplines qui lui sont intrinsèquement liées. Qu'il s'agisse d'une vérité de la nature, d'un produit du cerveau humain ou d'une émanation naissant à l'intersection de ces derniers, les mathématiques représentent un outil puissant d'investigation de l'environnement.

Toutefois, l'être humain a réalisé que cette volonté de compréhension et de maîtrise du monde qui l'entoure ne peut se faire au détriment de son maintien. Sa vision très utilitaire de la nature s'est peu à peu muée en la considérant comme un « patrimoine commun de l'humanité ». Ce terme fait référence à la conservation et la transmission du bien que représente la nature aux générations futures (Lauwers & Smal, 2018). Avec cette prise de conscience relativement récente, de nombreuses sciences émergentes sont nées. Elles ont pour vocation l'étude des systèmes vivants complexes composant les écosystèmes terrestres en vue de les préserver. L'objet de ces disciplines a été nommé *environnement*, défini comme « l'ensemble des éléments (biotiques ou abiotiques) qui entourent un individu ou une espèce et dont certains contribuent directement à subvenir à ses besoins » (Larousse, 2018). Dans le contexte du réchauffement climatique, remarquable tant par son ampleur que par la rapidité à laquelle il se produit (GIEC, 2013), cette notion prend une telle envergure qu'elle en devient centrale à la plupart des sciences actuelles.

L'étude de l'environnement requiert à l'Homme d'être confronté à des systèmes dynamiques en constante évolution. Plus que toute autre science, elle lui impose d'être capable de faire preuve à la fois d'ingéniosité et de rigueur. Par le biais de cette contrainte, la dépendance aux mathématiques apparaît clairement. Que ce soit au travers de la mise au point d'équations décrivant les phénomènes naturels ou le développement d'outils de modélisation indispensables pour l'étude des systèmes vivants, les avancées et découvertes majeures en cette science sont intimement liées au développement de nouvelles méthodologies.

C'est précisément dans ce cadre progressiste que ce travail de fin d'études s'intègre. Son objet concerne la micro-climatologie et, plus précisément, les échanges énergétiques s'opérant entre un écosystème et l'atmosphère. Il a pour vocation de servir d'une base exploratoire à une méthode d'analyse de signaux : *la transformée en ondelettes continue*.

1 Introduction

La transformée en ondelettes (WT, de l'anglais *Wavelet Transform*) est une méthode d'analyse recoupant des informations temps-fréquence dont les fondements ont été établis dans les années 1980 (Grossmann & Morlet, 1984). De nos jours, elle s'est largement répandue au sein du monde scientifique dans une multitude de domaines affiliés aux sciences environnementales. A l'amorce de cette expansion, elle s'est rapidement révélée être un outil adapté à l'étude de phénomènes géophysiques, de par sa compatibilité à la non-stationnarité des signaux. Mûs par les avantages découlant, entre-autres, de cette propriété, des contributions scientifiques émergentes ont appliqué la WT pour investiguer une grande variété de phénomènes. En guise d'exemple, il convient de citer l'interaction El Niño - Oscillation Australe (Gu & Philander, 1995 ; Wang & Wang, 1996 ; Moy et al., 2002), la dispersion des vagues maritimes (Meyers et al., 1993), leur regroupement et leur déferlement (Liu, 1994), la réflexion des ondes sismiques (Morlet, 1975), les analyses multifractales (Argoul et al., 1989), le filtrage de signaux en vue d'isoler le bruit (Coifman & Majid, 1993), etc. Parmi l'ensemble des domaines concernés, la popularité de l'outil ondelettes a connu un essor particulier pour l'analyse des flux turbulents. Son utilisation a, entre-autres, permis de discerner les structures cohérentes propres aux écoulements turbulents (Farge, 1992). Ces structures ont pu être détaillées et analysées, notamment au départ de séries temporelles de température de l'air et de vitesse du vent (Brunet & Collinau, 1994). Qui plus est, les effets de l'intermittence de la turbulence ont également été caractérisés au sein de la couche limite atmosphérique au moyen de la WT (Katul et al. 1994). A terme, cette méthodologie a été adaptée avec succès à nombre de sciences environnementales.

Néanmoins, malgré ces développements considérables, relativement peu de climatologues ont appliqué la WT dans leurs travaux, principalement pour cause du manque d'accessibilité du formalisme mathématique de l'outil (Lau & Weng, 1995). En vue de pallier cette restriction, des publications ayant pour vocation de servir de guide à l'implémentation de la méthode ont vu le jour. Suivant cette optique, Lau & Weng (1995) ont réalisé une introduction à l'application de la transformée en ondelettes dans le cadre d'études climatiques. Torrence & Compo (1998) ont complété ce travail introductif en fournissant un guide pratique à l'utilisation des ondelettes accompagné d'un algorithme fonctionnel en libre accès. Grinsted et al. (2004) ont adopté une démarche analogue pour l'analyse bivariée par ondelettes et, plus récemment, Cazelles et al. (2008) ont proposé un ensemble de méthodes de signification statistique pour l'interprétation des résultats générés. Ces publications, et bien d'autres encore, ont véritablement contribué à la propagation des ondelettes dans le domaine de la climatologie.

De nos jours, la WT est utilisée à de multiples fins en traitement de signaux climatiques. De prime abord, elle permet une détection aisée des périodicités ponctuant l'évolution de ces signaux et, de fait, reflétant l'action de processus sous-jacents (Chellali et al., 2010 ; Mabillet et al., 2012 ; Mi et al., 2005 ; Nicolay et al., 2009 ; Sauter & Galos, 2016). La WT offre également la possibilité de déterminer la réponse temporelle d'une variable climatique suite aux fluctuations de ses variables directrices, par observation de leurs périodicités communes. Cette application a été exploitée dans une multitude de cas, dont l'étude de données paléoclimatiques (Prokoph & Bilali, 2008), le transport de sédiments dans le désert (Baas, 2006), le transfert turbulent de traceurs en zone urbaine (Moriwaki

& Kanda, 2006), l'échange de méthane en régions inondées lors de la saison de croissance végétale (Koebsch et al., 2015), l'évolution de variables climatiques durant la mousson asiatique (Hong & Kim, 2011), la vérification de l'hypothèse de transport conjugué de deux grandeurs par turbulence (Wang et al., 2016), etc. Par ailleurs, l'amélioration de modèles climatiques peut également faire recours à la WT en vue d'identifier les échelles temporelles et les processus pour lesquels les prédictions se distinguent des observations (Stoy et al., 2005; Vargas et al., 2010). En outre, la WT constitue un outil à la fois alternatif et complémentaire à la méthode traditionnelle de calcul des flux par eddy covariance (EC). De fait, elle a précédemment été utilisée afin de valider un procédé de caractérisation des échanges énergétiques par EC au-dessus d'un récif corallien, en mer (Wiebe et al., 2011). Toujours dans cette optique, la WT permet le calcul des flux turbulents échangés à l'interface écosystème-atmosphère, proposant un substitut à l'EC particulièrement durant des épisodes hautement stationnaires tels une éclipse solaire (Mauder et al., 2007; Schulz et al., 2017) ou dans le cas plus classique d'événements turbulents de courte durée (Schaller et al., 2017). Enfin, de par ses propriétés temps-fréquence, la WT est aussi à l'origine de nouveaux algorithmes d'analyse automatisée. En exploitant cet outil, Thomas & Foken (2005) ont développé une méthode de détection des structures cohérentes au sein de séries temporelles turbulentes. Sturtevant et al. (2016) ont, quant à eux, combiné la WT avec la théorie de l'information afin d'étudier les processus, incluant ceux qui sont asynchrones et non linéaires, gouvernant les flux de CH_4 à plusieurs échelles temporelles.

En définitive, la WT offre une multitude de possibilités en ce qui concerne l'analyse de signaux climatiques. En tirant profit de celles-ci, de nombreuses conclusions quant au fonctionnement des écosystèmes terrestres ont pu être déduites. A titre illustratif, Samuels-Crow et al. (2018) ont démontré sous quelles conditions climatiques le décalage, à la fois en termes d'amplitude et de phase, entre les flux de CO_2 à la surface du sol et son taux de production souterrain est le plus important. Hatala et al. (2012) ont lié les flux journaliers de CH_4 à l'assimilation de carbone par une culture de riz. Furon et al. (2008) ont mis en évidence l'influence de la respiration microbienne lors du processus d'émission de N_2O et CH_4 durant la fonte des glaces sur des terrains agricoles. Vargas et al. (2010) ont illustré le caractère hautement variable de l'influence d'événements brusques, telles les averses, sur les émissions de CO_2 du sol. Enfin, Jia et al. (2018) ont relié une grande partie de la variabilité du flux de CO_2 émis par une zone arbustive au rayonnement photosynthétiquement actif et ont repéré des impacts localisés de sécheresse sur ces flux. A travers ces quelques exemples, il est possible de s'apercevoir du potentiel de l'utilisation des ondelettes dans le contexte des études climatiques.

A l'instar des démarches présentées ci-dessus, ce travail applique l'outil WT, et plus précisément sa version continue (CWT, de l'anglais *Continuous Wavelet Transform*), en vue d'étudier de manière intégrée les flux de chaleur sensible (H) et latente (LE) échangés par un écosystème forestier à Hesse, au Nord-Est de la France. La chaleur sensible qualifie l'énergie transmise entre un écosystème et l'atmosphère du fait de la différence de température existant entre eux. Ce transfert s'opère principalement par conduction au travers de la couche limite de surface (Aubinet & Longdoz, 2018). Il correspond à une énergie cinétique microscopique étant donné que, par définition, la température d'un corps est une expression macroscopique de la vitesse moyenne de ses molécules constitutives (Aubinet, 2014). La chaleur latente, quant à elle, représente le transfert d'énergie associé au changement d'état de la matière. Dans le cas d'un écosystème, deux

processus peuvent conduire à un échange de LE : la condensation de l'eau et l'évapotranspiration. Ils résultent de la combinaison d'échanges abiotiques, au niveau des pores du sol, de plans d'eau ou encore de la surface des feuilles, et biotiques, principalement au travers des stomates (Wang & Dickinson, 2012; Katul et al., 2012). Parmi ces deux mécanismes de changement d'état, l'évapotranspiration est le flux le plus important. Il s'accompagne d'une absorption d'énergie de la surface évaporante, résultant en un refroidissement de celle-ci. En ce qui concerne la condensation, elle se traduit par le phénomène inverse, à savoir, une libération d'énergie (Bonan, 2016). Dans les deux cas, l'énergie échangée correspond à une forme potentielle microscopique car elle ne modifie nullement la température des corps mais uniquement l'état des molécules d'eau (Aubinet & Longdoz, 2018; Bonan, 2016).

Qu'il s'agisse de chaleur sensible ou latente, le traceur échangé à l'interface écosystème-atmosphère doit être véhiculé à l'ensemble de l'atmosphère. Ceci est réalisé par transport convectif, généralement turbulent dans le cas d'un écosystème. Deux origines distinctes sont attribuées à ce mécanisme d'échange. La première dite thermique est due aux mouvements verticaux naturels d'air provoqués par son échauffement partiel, et donc, des différences de masse volumique subséquentes. La seconde origine est d'ordre mécanique et se caractérise par l'interaction des mouvements d'air horizontaux avec la surface terrestre, induisant une diminution progressive de la vitesse du vent au plus le point considéré est proche de cette surface. Ces deux origines conduisent à un transport vertical du traceur considéré, par génération de tourbillons d'air (Heinesch, 2018; Chapin et al., 2011). Dans le cas de flux de H et LE , l'échange est proportionnel respectivement au gradient de température ou de pression de vapeur entre l'écosystème et l'atmosphère (Longdoz, 2018). Il convient de noter que les surfaces plus rugueuses, telles les forêts, génèrent des mouvements turbulents plus conséquents, se traduisant par des valeurs de H et LE plus élevés que les surfaces lisses (Bonan, 2016).

Les flux de H et LE ou, plus globalement, les échanges énergétiques s'opérant aux frontières d'un écosystème sont liés à l'état physique de l'atmosphère environnant. Effectivement, ils influent directement sur les paramètres physiques de l'air, tels la pression ou la température. Le système climatique terrestre dépend donc grandement de ces flux, justifiant l'intérêt de leur étude (Jung et al., 2011; Bernadas et al., 2018; Baldocchi, 2018). Qui plus est, dans le contexte de changement climatique actuel, la compréhension de ces échanges énergétiques revêt une importance capitale au vu de leur potentiel de prévision sur l'évolution du climat terrestre (Gao et al., 2018).

L'ensemble des flux d'énergie caractérisant les interactions écosystème-atmosphère peut se décliner comme suit : l'apport est essentiellement constitué par le rayonnement solaire et, par extension, l'échange radiatif net (R_{net}). Cette source énergétique se divise en trois composantes principales, à savoir le stockage (G), la chaleur sensible et la chaleur latente (Chapin et al, 2011). Ces termes sont représentés en **Figure 1**.

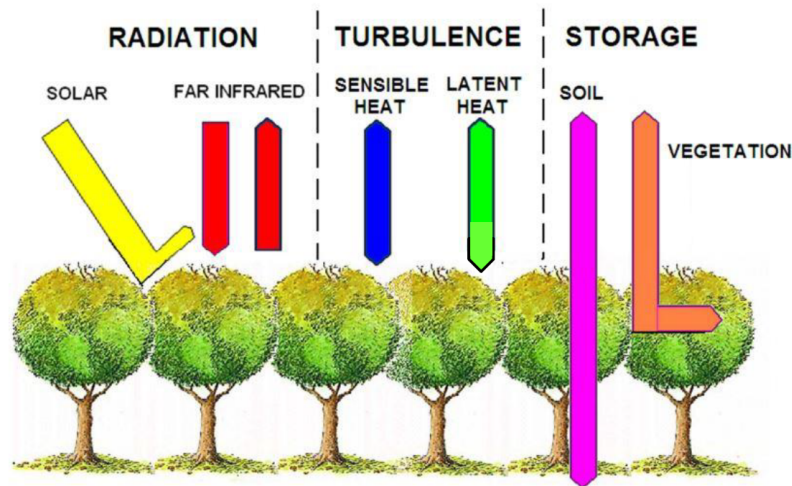


FIGURE 1 – Représentation des différentes composantes du bilan énergétique d'un écosystème

Etant donné que l'échange radiatif net peut également constituer une perte pour l'écosystème, il est préférable de considérer ces diverses composantes comme celles d'un bilan énergétique, qui peut s'écrire (Foken et al., 2012) :

$$R_{net} = G + H + LE \quad (1)$$

Cette relation est une application du premier principe de la thermodynamique, stipulant que tout apport ou retrait d'énergie à un système, sous forme de chaleur ou de travail, se répercute sur son énergie interne (Monson & Baldocchi, 2014). Parmi les quantités reprises en équation (1), les flux de H et LE sont caractéristiques du fonctionnement de l'écosystème. Outre leur rôle majeur dans la dynamique du cycle de l'eau par la régulation de l'évapotranspiration, ils déterminent le taux d'humidité et le degré de stabilité thermique de la couche limite atmosphérique (ABL, de l'anglais Atmospheric Boundary Layer), la teneur en eau du sol ainsi que l'occurrence des précipitations (da Rocha et al., 2009; Katul et al., 2012; Pielke et al., 2007). Qui plus est, ces deux flux conditionnent la formation de nuages convectifs, toujours dans l'ABL (Manoli et al., 2016). Du point de vue agronomique, la productivité des cultures est grandement dépendante de l'équilibre entre chaleur sensible et latente échangée. (Safa et al., 2018). En effet, une plus grande proportion de chaleur sensible implique des mouvements d'air plus chauds et secs dans l'ABL (Betts et al., 1996). Ceci affecte considérablement la saturation de l'air et donc, indirectement, le processus d'évapotranspiration (McNaughton & Spriggs, 1986). Un tel comportement est synonyme d'une région non productive, à l'inverse de celles caractérisées par une ABL plus humide et froide (Baldocchi & Meyers, 1998). L'ensemble de ces éléments, couplé au fait que les flux de H et LE sont les seuls flux turbulents apparaissant dans l'équation (1), justifie leur regroupement lors d'études climatiques (Heinesch, 2018). De fait, celle-ci peut se réécrire :

$$R_{net} - G = H + LE = ED \quad (2)$$

Les deux membres de cette relation sont égaux et sont tous deux dénommés énergie disponible (ED) de l'écosystème (Foken, 2008).

Au vu des éléments susmentionnés, la répartition de l'apport énergétique entre les flux de H et LE traduit le comportement éco-physiologique de l'écosystème. Les facteurs régissant cette distribution de l' ED résultent majoritairement des interactions entre le climat et la végétation (Baldocchi & Meyers, 1998). Du point de vue climatique, plusieurs paramètres jouent un rôle prépondérant dans ce processus de répartition. Parmi ceux-ci, il convient de distinguer la température de l'air, la disponibilité de l'eau pour l'évaporation ainsi que l'entraînement d'air sec dans l'ABL (Betts et al., 1996). En ce qui concerne la végétation, les flux de H et LE dépendent de sa nature et, plus précisément, des caractéristiques qui lui sont associées (Valayamkunnath et al., 2018). De nombreuses propriétés végétales sont donc concernées, telles le type de plante (herbacée ou ligneuse, conifère ou feuillue, monocotylédone ou dicotylédone, ...), le mode de régulation photosynthétique (C3 ou C4), la saisonnalité ou encore la longévité (Baldocchi & Meyers, 1998). Qui plus est, l'action des stomates gouverne véritablement la redistribution de l' ED à travers un mécanisme d'ouverture/fermeture assurant une régulation des pertes en eau (Valentini et al., 1995). Un dernier paramètre qu'il importe de mentionner est la densité du couvert, caractérisée par le rapport de la surface foliaire à celle du sol ou LAI (de l'anglais, *Leaf Area Index*). Effectivement, une région de faible LAI se traduit par l'amoindrissement de la biomasse et des nutriments apportés au sol, comparativement à une végétation dense. Une conséquence immédiate de cette réduction réside dans la limitation de l'activité des éléments photosynthétiques et de l'évapotranspiration (Baldocchi & Meyers, 1998). Enfin, l'être humain peut également influencer sur les interactions plantes-écosystème de par ses activités. De manière générale, la répartition de l' ED entre les flux de H et LE est affectée par le type et l'ampleur de la perturbation induite (Baldocchi & Meyers, 1998). A titre illustratif, celle-ci peut consister en une modification du couvert végétal ou simplement la pratique de l'irrigation, dont l'intensité est proportionnelle au flux de LE et inversement proportionnelle au flux de H , principalement en période estivale (Chen et al., 2009; Zeng et al., 2017).

A la lumière du contexte de réchauffement climatique actuel, de nombreux impacts à la fois sur les flux de H et LE sont attendus. L'accumulation de gaz à effet de serre dans l'atmosphère, traduisant ce phénomène, induit une augmentation de la température moyenne de l'air à la surface du globe terrestre (GIEC, 2014). Outre des conséquences évidentes sur l'accroissement du flux de H , cet événement impacte la distribution de l' ED au travers de modifications du cycle de l'eau. De prime abord, il existe un risque d'intensification des précipitations dans les régions tropicales et tempérées, notamment par la fonte des neiges (GIEC, 2014). Or, ces précipitations modifient de nombreux comportements physiologiques d'un écosystème, se répercutant directement sur les flux de H et LE (Burns et al., 2018). Qui plus est, une amplification de l'apport d'eau à un écosystème favorise le phénomène d'évapotranspiration, renforçant ainsi le flux de LE . Néanmoins, ceci se produit dans une moindre mesure relativement à la hausse des précipitations, au vu de la réponse stomatique à l'augmentation de la concentration de CO_2 dans l'air (Huntington, 2010; Oki & Kanae, 2006; Chapin et al., 2011). Une fréquence accrue d'évènements extrêmes serait également à prévoir, parmi lesquelles des périodes de sécheresse plus récurrentes (Gaertner et al., 2019; GIEC, 2014; Oki & Kanae, 2006). Dans ce dernier cas, l'absence d'eau impacte directement la répartition de l' ED , résultant en une proportion plus conséquente de H (McGloin et al., 2019). Au-delà de ces impacts directs sur le cycle de l'eau, un forçage radiatif supplémentaire serait induit par la boucle de rétroaction de la vapeur d'eau. Une élévation des températures se traduit par un accroissement de la portion d'eau sous forme gazeuse, de par la relation liant cette

variable thermodynamique à la pression de vapeur (Aubinet, 2012). Etant donné que, sous cette forme, l'eau est le gaz provoquant l'effet de serre le plus important, le phénomène de réchauffement planétaire serait à nouveau renforcé (GIEC, 2013). Par ailleurs, plusieurs contributions scientifiques mentionnent un allongement probable de la durée de la saison de croissance, entraînant de nombreuses répercussions sur l'équilibre interannuel des flux de H et LE (Huntington, 2010; Hwang et al., 2014; Gaertner et al., 2019). Une multitude de conséquences additionnelles du changement climatiques sont attendues, et de nombreuses autres restent incertaines à ce jour (GIEC, 2014).

En définitive, il importe de caractériser les flux de H et LE de la manière la plus exhaustive possible en vue non seulement de quantifier leur dérèglement, mais également de comprendre et anticiper les conséquences du changement climatique sur le fonctionnement des écosystèmes terrestres. Ceci est d'autant plus nécessaire que certaines régions du monde sont dépourvues de systèmes de mesure efficaces (Bernadas et al., 2018). Les études précédentes réalisées sur ces flux de H et LE se concentrent majoritairement sur deux aspects. Le premier concerne la non-fermeture quasi systématique du bilan énergétique, violant de fait le premier principe de la thermodynamique. Encore aujourd'hui, une incertitude subsiste quant aux causes potentielles de ce phénomène, justifiant l'intérêt qui lui est accordé (Campos et al., 2019; Foken, 2008; Gao et al., 2017; Leuning 2012; McGloin et al., 2018). Le second aspect consiste en l'étude de l'interaction des flux turbulents au moyen du rapport de Bowen, défini comme le quotient de H par LE (Rebmann et al., 2012). La caractérisation de ce rapport peut être envisagée selon une multitude d'approches. Wilson et al. (2002) ont réalisé un travail comparatif des flux de H et LE entre 27 sites FLUXNET, durant la période s'étendant de mi-juin à fin août, en vue de déduire les facteurs déterminant leur répartition au sein de divers écosystèmes. Poursuivant cette démarche comparative, Amiro et al. (2006) ont proposé une étude intersites sur deux années consécutives, avec une comparaison des flux durant la saison de croissance. McGloin et al. (2019) se sont, eux, consacrés à l'interaction de H et LE sur plusieurs sites sous conditions de sécheresse. A l'inverse, Arain et al. (2003) ont adopté une méthodologie d'analyse plus intégrée de la distribution de l' ED , en distinguant des échelles journalières, mensuelles et saisonnières, tout en se limitant à un unique écosystème.

A terme, une grande diversité ressort des études précitées, tant en considération spatiale, temporelle que fréquentielle. Cette notion de « fréquence » fait référence aux échelles des phénomènes analysés, qu'ils soient journaliers, mensuels, annuels, etc. Là où les deux premiers volets sont assez bien représentés dans la littérature avec des recoupements de plusieurs années d'études et de multiples sites, une grande majorité des études portant sur la répartition de l' ED se concentre sur un ensemble discret de fréquences (par exemple, Arain et al., 2003; Blanken et al., 1997; Campos et al., 2019; Gao et al., 2018; Matsumoto et al., 2009; McGloin et al., 2019; Teuling et al., 2010). Néanmoins, comme Bonan (2016) le souligne, les interactions écosystèmes-climat s'observent sur un continuum d'échelles, s'étendant de la minute à l'année voire même au millénaire. Une solution possible pour considérer l'intégralité de ces phénomènes consiste à implémenter une méthode d'analyse temps-fréquence telle la transformée en ondelettes continue (CWT).

Partant de ce constat, la présente étude se propose d'analyser l'évolution intra- et interannuelle des flux de H et LE , accompagnée de celle de leurs interactions, au moyen de l'outil CWT. Plus précisément, les objectifs de ce travail exploratoire sont :

1. Déterminer des périodicités sous-jacentes caractérisant l'évolution temporelle de H et LE
2. Apporter un regard complémentaire sur celles déjà connues et référencées
3. Identifier les processus écophysiologiques gouvernant ces composantes périodiques, par l'étude des corrélations non seulement entre les flux précités mais également avec diverses variables climatiques
4. Explorer les perspectives de l'utilisation de la CWT dans le cadre de l'étude des échanges énergétiques à l'interface écosystème-atmosphère
5. Contribuer à l'expansion de la CWT dans le domaine des études environnementales.

En vue de favoriser la clarté du contenu, ce rapport se subdivise en plusieurs parties. Premièrement, une description de l'outil CWT accompagnée de son implémentation au présent cas d'étude sont proposés. Cette première section référence également les détails concernant l'écosystème étudié ainsi que les variables disponibles. Par la suite, les résultats obtenus par application de la CWT sont présentés et discutés. Enfin, certaines perspectives d'utilisation de ce travail sont exposées, suivies de quelques remarques en guise de conclusion.

2 Matériel et Méthodes

Cette section a pour vocation de présenter les modalités théoriques et pratiques d'analyse adoptées dans le cadre de ce travail. Dans cette optique, un bref historique des développements en traitement du signal ayant abouti à la transformée en ondelettes continue est exposé en premier lieu. Celui-ci permet au lecteur non aguerri de se familiariser avec les concepts mathématiques utilisés. Par la suite, le procédé de décomposition en ondelettes continue est détaillé. Cette partie, relativement descriptive, est complétée par l'exposition des conventions et choix opérés au niveau de l'application de la méthode. Enfin, le site étudié ainsi que les variables d'intérêt, dont l'évolution est investiguée au moyen de la transformée en ondelettes continue, sont présentés. Cette dernière partie référence également la procédure d'analyse des flux de chaleur sensible et latente présentement adoptée.

2.1 Des travaux de Fourier à la transformée en ondelettes : deux siècles d'avancée en traitement du signal

L'analyse du signal a connu un véritable essor depuis les travaux pionniers menés par Joseph Fourier durant la première moitié du 19^e siècle. Ce dernier a posé les bases d'une méthode fréquentielle de traitement du signal dont les applications sont aussi nombreuses que variées. Aussi utile soit-elle, cette méthodologie d'analyse dite de Fourier présente des limites au contact desquelles de nouveaux outils mathématiques ont vu le jour, dont la transformée en ondelettes. Il semble donc opportun de brièvement rappeler les fondements de l'analyse de Fourier afin d'en extraire les développements ayant abouti à la formulation de la transformée en ondelettes.

Il est à noter que ce travail, s'intégrant dans le cadre d'une étude environnementale, utilise en guise de cas d'étude des signaux temporels. Néanmoins, les relations et déductions fournies ci-après restent évidemment valables pour des variables à évolution spatiale.

2.1.1 L'analyse fréquentielle de Fourier

Le postulat établi par Fourier dans son mémoire publié en 1807 se résume comme suit : toute fonction périodique et continue peut être décomposée en un ensemble de composantes oscillantes de fréquences différentes, consistant en des fonctions sinusoïdales. L'expression mathématique traduisant cette propriété pour un signal d'évolution temporelle $x(t)$, est :

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(kw_0t) + b_k \sin(kw_0t)] \quad (3)$$

Avec :

a_0 , la moyenne du signal sur une période T

w_0 , la fréquence (angulaire) fondamentale

$k w_0$, la fréquence d'une contribution sinusoïdale ($k \in \mathbb{Z}$)

a_k , les amplitudes des contributions paires, issues de fonctions cosinus

b_k , les amplitudes des contributions impaires, issues de fonctions sinus

En utilisant l'identité d'Euler, i.e. $e^{jy} = \cos(y) + j \sin(y)$, ce formalisme se simplifie en :

$$c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (4)$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega_0 t} \quad (5)$$

De fait, un signal périodique et continu peut être considéré comme une superposition d'exponentielles complexes dont les différentes contributions fréquentielles (les harmoniques) sont multiples entières d'une fréquence unique, appelée fréquence fondamentale. Chaque contribution ($k^{\text{ème}}$ harmonique) est pondérée par un facteur complexe c_k auquel correspondent une amplitude et une phase. L'ensemble de ces facteurs sont appelés coefficients de Fourier et associent à chaque harmonique une importance relative dans la construction du signal étudié. Au départ de ces coefficients, une représentation des données peut être envisagée dans l'espace des fréquences.

A terme, cette méthode de décomposition fréquentielle dite en séries de Fourier présente un intérêt limité étant donné qu'elle ne s'applique qu'aux signaux périodiques. Ceux-ci constituent généralement des cas d'études et sont peu rencontrés dans des situations pratiques. Afin de pallier ce défaut, une extension de l'analyse à des fonctions non périodiques a été développée. Celle-ci, nommée transformée de Fourier, généralise le concept de décomposition en considérant toutes les fréquences possibles. De fait, les coefficients de Fourier prennent la forme d'une fonction complexe continue de variable fréquentielle, d'où la dénomination de spectre de fréquence. Mathématiquement, ceci se traduit par l'introduction d'une somme infinie ou d'une intégration comme suit :

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (6)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (7)$$

Ces deux équations sont communément appelées transformée de Fourier (6) et transformée de Fourier inverse (7). Il découle de ces expressions qu'une condition suffisante d'existence de la transformée de Fourier (TF) est l'appartenance de la fonction continue analysée à l'espace des fonctions intégrables, i.e. $L^1(\mathbb{R})$, pour lequel $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < +\infty$ (Tan, 2016). Néanmoins, cet espace n'étant pas invariant par l'application de la TF, il n'est pas évident de définir la transformée inverse. Un espace adapté pour cette seconde transformation est celui des fonctions de carré intégrable $L^2(\mathbb{R})$, satisfaisant la relation $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < +\infty$ (Lilly, 2018 ; Bigot, 2009). Une définition de la TF est également établie dans ce dernier cas (Mabille et al., 2012 ; Lapidoth, 2017).

Il est à noter que, dans la suite du document, l'utilisation d'une lettre majuscule pour une variable définie au préalable désignera par convention sa transformée de Fourier.

2.1.2 Les limitations de la transformée de Fourier

La TF est un outil mathématique d'ampleur telle qu'il prévaut encore aujourd'hui dans une multitude de domaines. Ceci est en partie dû au caractère relativement général de sa définition : la TF peut être appliquée sans aucune contrainte quant à l'origine

physique du signal étudié (Meyer et al., 1987). Néanmoins, deux restrictions majeures limitent son utilisation, notamment en micro-climatologie. Dans un premier temps, la TF fournit des informations globales sur le signal. Ceci provient directement de la nature des fonctions analysantes sinusoïdales dont le support est infini. Autrement dit, étant donné que ces sinusoïdes sont animées d'un mouvement oscillatoire continu, la relation (6) retire nécessairement l'entièreté du contenu fréquentiel du signal sans conserver aucune notion de localisation temporelle. Ainsi, il est possible de déterminer quelles contributions spectrales composent le signal étudié mais toute information relative à leur évolution temporelle reste inaccessible. La **Figure 2** illustre ce principe : le spectre de Fourier d'une fonction $y(t)$ composée d'un empilement de quatre contributions fréquentielles se confond avec celui d'une autre fonction $z(t)$ où ces contributions interviennent de manière isolée et s'alternent au cours du temps.

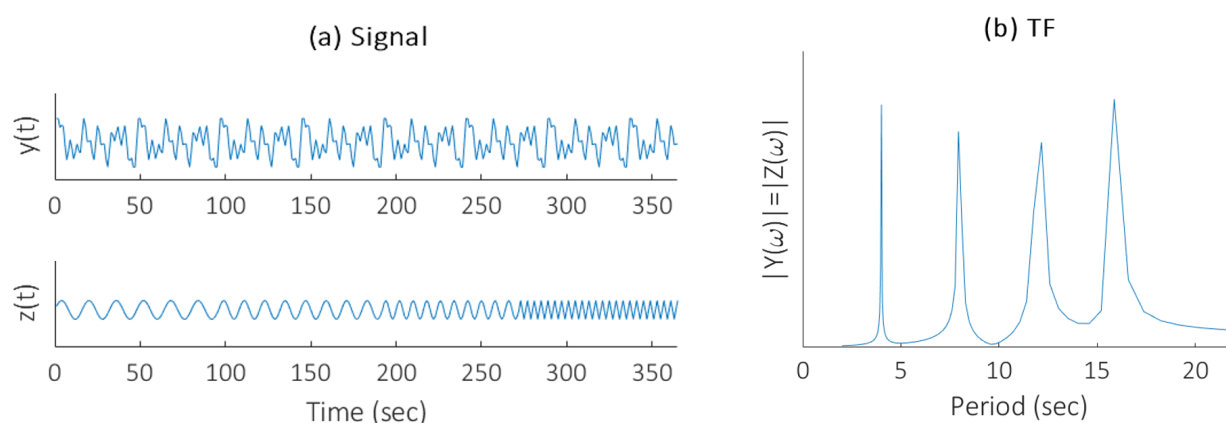


FIGURE 2 – Représentation (a) de signaux quelconques d'évolution temporelle et (b) de la transformée de Fourier (TF) associée. Dans les deux cas, le spectre de Fourier est identique.

Une seconde limite consiste en la difficulté relative de représentation des signaux fortement localisés. Au plus le signal est de courte durée, au plus le nombre de coefficients de Fourier significatifs requis pour sa représentation augmente. Ceci découle de la nécessité de définir des composantes qui se compensent mutuellement pour reconstituer des valeurs nulles, d'autant plus présentes que le signal est concis. Dans le cas limite d'une impulsion de Dirac, une infinité de coefficients significatifs seraient sollicités (Lau & Weng, 1995). Dès lors, la TF se révèle être très peu efficace en termes de ressources mises en œuvre lors de l'étude de signaux concis.

2.1.3 L'analyse temps-fréquence

En vue de remédier à ces manquements, il est nécessaire de recourir à un formalisme conservant à la fois les informations temporelles et fréquentielles du signal. Une telle méthodologie, appelée analyse temps-fréquence, impose la définition d'une fréquence dite localisée. Dans le cas de la TF, les composantes périodiques mises en évidence dans le signal correspondent aux contributions sinusoïdales significatives. La fréquence associée possède donc un sens physique valable car elle qualifie un phénomène animé d'un mouvement oscillatoire continu. Si l'on souhaite restreindre l'étude à une partie du signal, il convient de définir de nouvelles fonctions analysantes dont les oscillations seraient limitées à l'intervalle étudié. Par conséquent, celles-ci s'amortiraient très rapidement en dehors de cet intervalle. Les fréquences identifiées correspondraient à la partie oscillante de ces fonctions, d'où l'introduction du qualificatif « local ». Dans la

suite du document, le terme de fréquence sera génériquement employé pour désigner à la fois ces concepts globaux et locaux, bien que dans ce second cas, cela consiste en un abus de langage (Meyer et al., 1987).

La forme générale de la transformée évoquée ci-dessus est obtenue en substituant l'exponentielle complexe de l'expression (6) par la nouvelle fonction analysante comme suit :

$$T(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,b} dt \quad (8)$$

Avec :

a et b , des paramètres liés respectivement à la fréquence et au temps

$\psi_{a,b}$, la fonction analysante (ou élémentaire)

$T(a, b)$, les coefficients de la transformée.

La relation identifiée en (8) dépend désormais de deux paramètres, témoignant d'une analyse temps-fréquence, contrairement à la TF où seule des informations fréquentielles sont extraites du signal. En vue de définir les fonctions $\psi_{a,b}$, plusieurs solutions pourraient être envisagées. Deux d'entre-elles, dont la diffusion parmi le monde scientifique a été considérable, seront passées en revue en ici : la transformée de Fourier à fenêtre glissante et la transformée en ondelettes. Dans ces deux cas, le paramètre b correspond à une translation dans le domaine temporel. La différence majeure réside dans la définition du paramètre de fréquence, a (Antoine, 2018).

2.1.4 La transformée de Fourier à fenêtre glissante

En 1946, le physicien Dennis Gabor introduit une nouvelle méthode d'analyse temps-fréquence : la transformée de Fourier à fenêtre glissante. Le procédé consiste à « tronquer » le signal étudié en diverses sous-parties au moyen d'une fenêtre mobile. Chaque fraction ainsi définie est analysée indépendamment au moyen des exponentielles complexes de la TF. Cette méthode peut donc être décrite comme une modification directe de la TF afin de lui adjoindre une capacité de localisation temporelle. La relation exprimant ce procédé est :

$$T(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-jat} p(t - b) dt \quad (9)$$

Dans ce cas, a joue le rôle d'un paramètre de modulation, déterminant la fréquence des sinusoïdes complexes. Le paramètre p représente, quant à lui, la fonction fenêtre symétrique de largeur fixe, pouvant être translatée. Toute la controverse liée à l'utilisation de cette méthode réside dans le choix de celle-ci. Effectivement, la sélection de la fonction p résulte d'un compromis effectué entre temps et fréquence : une fenêtre de taille réduite donne lieu à une bonne localisation temporelle au détriment de la résolution fréquentielle. Inversement, une fenêtre élargie ne peut plus être associée à un temps précis mais, en contrepartie, permet de repérer plus efficacement les composantes fréquentielles du signal étudié. Ceci est représenté en **Figure 3**, dans le cas d'un signal $y(t)$ de forme sinusoïdale.

Le compromis dont il est question exprime le principe d'incertitude, formulé par le physicien Heisenberg en 1927. Énoncé premièrement dans le cadre de la mécanique quantique, ce principe s'applique à des paires de variables dites conjuguées (Rex et Thornton, 2009; Pourprix, 2014). À titre d'exemple, il convient de citer la position et la quantité de mouvement, couple pour lequel le principe a été introduit, ou encore le temps et la fréquence.

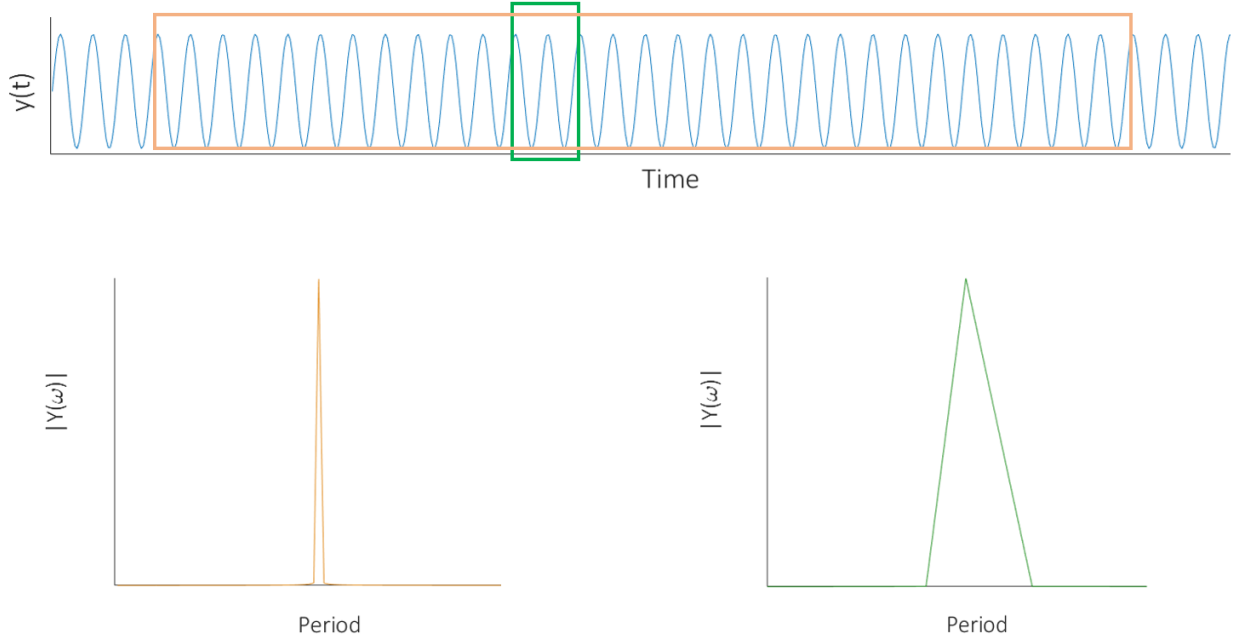


FIGURE 3 – Illustration de la transformation de Fourier à fenêtre pour une fenêtre étroite (vert) et large (orange)

En définitive, toute analyse temps-fréquence se doit de respecter une restriction quant à la résolution temporelle qu'il est possible d'atteindre sans affecter de manière significative la résolution fréquentielle. En quantifiant ces résolutions par les écarts-types correspondants, σ_t et σ_ω , le principe d'incertitude peut être explicité comme suit (Bracewell, 2000) :

$$\sigma_t \sigma_\omega \geq \frac{1}{2} \quad (10)$$

Avec $\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi_{a,b}(t)|^2 dt$ et $\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 |\Psi_{a,b}(\omega)|^2 d\omega$. Dans le cas de la transformée de Fourier à fenêtre – où les fonctions analysantes prennent la forme $\psi_{a,b}(t) = e^{jat} p(t - b)$ – il peut être démontré que les résolutions temporelles et fréquentielles sont indépendantes des paramètres a et b (voir **Annexe 6.1**). De fait, la fonction fenêtre détermine entièrement la résolution appliquée à toutes les fréquences analysées. Il importe donc de choisir judicieusement cette dernière en vue d'optimiser le compromis temps-fréquence, soit, de minimiser les écarts-types σ_t et σ_ω . Ceci peut être réalisé en égalisant les deux membres de l'inéquation (10). En procédant de la sorte, Gabor a identifié une fenêtre idéale : la fonction gaussienne (Gabor, 1946).

Toutefois, malgré cette forme d'optimisation, le problème initial persiste : une même résolution fréquentielle et temporelle, uniquement dépendante de la fonction $p(t)$, est appliquée à tout le signal. Or, les développements précédents illustrent la nécessité de

dissocier l'analyse des phénomènes à haute et basse fréquence, en affinant la résolution au besoin. Un second inconvénient, découlant du premier, réside dans le fait de devoir tester plusieurs fenêtres afin d'identifier la plus adaptée au signal étudié. Ce procédé semble particulièrement inefficace si le signal présente une gamme élargie de composantes fréquentielles significatives (Lau & Weng, 1995).

En vue de s'affranchir de ces limitations, il serait opportun de définir une nouvelle fonction $\psi_{a,b}(t)$ s'adaptant aux fréquences analysées, c'est-à-dire, pour laquelle la relation (10) dépendrait du paramètre a (Bigot, 2009). Une proposition consisterait à remplacer les fonctions analysantes sinusoïdales, dont les oscillations sont modulées au sein d'une fenêtre de largeur fixe, par une autre fonction analysante présentant un nombre d'oscillations fixe mais qui pourrait être dilatée ou contractée. Par application d'une telle méthodologie, la résolution temporelle serait adaptée aux fréquences étudiées. Cette idée, dont la paternité est attribuée à Jean Morlet en 1975, correspond au concept de base de la transformée en ondelettes continue (Lasaulce, 2010). Il est à noter qu'une version discrète existe, à savoir, pour laquelle les paramètres a et b prennent des valeurs discrètes, mais elle ne sera pas exploitée dans le cadre de la présente application.

En conclusion, le développement de l'analyse temps-fréquence a ouvert un nouveau champ de possibilités dans le domaine de l'étude du signal. Parmi les méthodes adoptant une telle analyse, la transformée en ondelettes continue optimise au mieux le compromis de résolution temporelle/fréquentielle. Cette caractéristique justifie en grande partie la popularité de l'outil et, par extension, son implémentation dans le cadre de ce travail.

2.2 La transformée en ondelettes continues

2.2.1 Historique : développement de la transformée en ondelettes continues

L'origine de la transformée en ondelettes continue (CWT, de l'anglais *Continuous Wavelet Transform*) remonte aux travaux du géophysicien Jean Morlet. Ce chercheur, expert en exploitation pétrolière, utilisait régulièrement la transformée de Fourier à fenêtre (de forme exponentielle) durant ses études portant sur la prospection sismique. L'objectif de ses recherches était de déduire précisément et de manière non destructive la localisation de nappes de pétrole. Pour ce faire, la méthode consistait à émettre un ensemble d'ondes appelé « ondelettes » à la surface du sol. Après réflexion en profondeur, le signal résultant était analysé pour en déduire la structure du sous-sol. Afin de procéder à cette analyse, Morlet, fort de l'intérêt de combiner des informations temporelles et fréquentielles, était adepte de la transformée de Gabor. De même, il était grandement conscient des limitations inhérentes à cette méthode, notamment lors d'étude de signaux hautement instationnaires (Farge et al., 2012). Il souligna, entre-autres, que la transformée de Fourier à fenêtre ne permet pas une bonne définition locale de la phase, particulièrement pour les hautes fréquences (Morlet, 1983).

L'ensemble de ces inconvénients le poussèrent à formuler une nouvelle méthodologie basée sur la dilatation des fonctions analysantes précédemment introduites. En 1975, lors du 45^e Colloque International de la *Society of Exploration Geophysicists*, il présenta ses premiers travaux portant sur cette méthode, qu'il appela alors « Cycle-Octave Expansion » et dont il avait établi le formalisme expérimentalement (Morlet et al., 1982). Quelques années plus tard, en 1981, il rencontra Alexandre Grossmann avec lequel il définit les

fondements mathématiques de la méthode. Ils rédigèrent ensemble un article, considéré comme la référence en termes de CWT, et dont le postulat est le suivant (Grossmann & Morlet, 1984) :

Soit $f(t)$, une fonction d'intérêt et $\psi(t)$, une fonction analysante. Si l'on suppose $f, \psi \in H^2 (\subset L^2)$, où H^2 représente l'espace de Hardy pour lequel :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < +\infty \quad (11)$$

$$F(\omega) = 0 \text{ si } \omega < 0 \quad (12)$$

Alors, la définition du produit scalaire usuel dans L^2 permet d'identifier la formulation de ce qui sera plus tard connu sous la dénomination de « transformée en ondelettes continues » comme suit :

$$W_f(a, b) = T(a, b) = \langle f, \psi_{a,b}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (13)$$

Où la notation $*$ désigne le complexe conjugué et $\langle \cdot, \cdot \rangle$ le produit scalaire. Cette notion correspond à la projection de la fonction $f(t)$ sur les fonctions analysantes $\psi_{a,b}(t)$. Autrement dit, il s'agit d'une mesure de la « similarité » entre ces deux fonctions (Charles, 2011a; Gao, 2011). Le produit scalaire consiste en une généralisation de la formulation des transformées précédemment établies dans le cas de fonctions définies sur L^2 . Effectivement, les transformées de Fourier et de Gabor peuvent respectivement se réécrire :

$$F(\omega) = \langle f, e^{j\omega t} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (14)$$

$$T(a, b) = \langle f, \psi_{a,b}(t) \rangle = \langle f, e^{jat} p(t-b) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-jat} p(t-b) dt \quad (15)$$

Grossmann et Morlet introduisirent également une condition d'admissibilité des fonctions $\psi(t)$, indispensable pour la reconstruction du signal et n'ayant aucun égal pour la transformée de Fourier à fenêtre. Sans élaborer outre mesure, ceci est dû au fait que le groupe des dilatations et des translations sur H^2 est non-unimodulaire, contrairement au cas des fonctions analysantes de l'analyse de Gabor (Grossmann & Morlet, 1984; Grossmann et al., 1985; Daubechies, 1992). L'intérêt de cette condition, ainsi que la formule de reconstruction associée, seront discutés plus en détail à la **section 2.2.2**.

En 1984, le mathématicien Yves Meyer reconnut, en lisant l'article de Grossmann et Morlet, l'identité de reproduction de Calderón. Cette dernière est valable pour toute fonction appartenant à l'espace L^2 , étendant ainsi le domaine d'application de la CWT. Il s'agit donc d'une avancée assez conséquente, au sujet de laquelle Meyer s'exprima (Dundas & Skau, 2017) :

“What they proved in that paper was a simple version of a theorem by Calderón that I immediately recognized, namely Calderón’s reproducing identity. They had the fantastic idea that this could be a revolution in signal processing.”

Par la suite, Meyer s'attela à prouver qu'il n'était pas possible de définir une représentation complète de la fonction étudiée tout en assurant l'indépendance des fonctions analysantes, à l'instar des travaux de Roger Balian pour la transformée de Fourier à fenêtre (Balian, 1981). Il finit néanmoins par y parvenir et construisit une base orthonormée à partir d'ondelettes régulières (Meyer, 1986), qu'il étendra aux fonctions à plusieurs variables en collaboration avec Pierre-Gilles Lemarié (Lemarié & Meyer, 1986; Farge et al., 2012). Qui plus est, la théorie pour élaborer ces bases orthonormées sera explicitée par Stéphane Mallat et Yves Meyer, en développant le concept d'analyse multirésolution (Mallat, 1989; Meyer, 1992). Il s'en suivit alors un foisonnement de nouvelles ondelettes, culminant avec les travaux de Ingrid Daubechies et des célèbres ondelettes éponymes à support compact (Mallat, 2009).

Depuis ces avancées majeures, la transformée en ondelettes s'est grandement popularisée à travers le monde scientifique, dans nombre de domaines. Parmi ceux-ci figurent le traitement d'image, l'exploration des ondes gravitationnelles ainsi que la micro-climatologie, discipline concernée par la présente application.

2.2.2 La transformée en ondelettes continue : détail de la méthode

Les développements précédents retracent l'émergence de la CWT ainsi que les principales avancées ayant contribué au succès de la méthode. Cette nouvelle partie a pour vocation de rompre avec ce cadre relativement narratif en vue d'exposer de manière plus explicite le formalisme mathématique de la CWT. Dans l'optique de garantir une certaine clarté, elle se décline en trois volets principaux : la définition de la fonction analysante ainsi que ses caractéristiques, le détail de la formulation mathématique de la CWT et, enfin, l'extension de l'analyse à l'étude simultanée de deux signaux.

2.2.2.1 Les fonctions analysantes : les ondelettes

Une ondelette se définit comme étant une fonction appartenant à la fois à l'espace des fonctions intégrables et de carré intégrable, soit $L^1 \cap L^2$ (Goupillaud et al., 1984; Nicolay, 2009). Elle se doit de respecter une condition dite d'admissibilité, pouvant être formulée comme suit (Grossmann et al., 1990) :

$$C_\psi = 2\pi \int_0^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (16)$$

L'explication relative à la nécessité de cette condition sera fournie en **section 2.2.2.2**. Il convient de remarquer qu'au point $\omega = 0$, l'intégrabilité de la relation (16) serait compromise si $\Psi(\omega)$ prenait une valeur non nulle. De fait, une condition nécessaire – mais non suffisante – découlant de cette première contrainte est (Misti et al., 2007) :

$$\Psi(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (17)$$

La condition d'admissibilité impose donc l'annulation du moment par rapport à l'origine d'ordre zéro, soit, la moyenne. Par ailleurs, une ondelette se doit d'être à support compact ou à décroissance suffisamment rapide afin de disposer d'un pouvoir de localisation temporelle (Kumar & Foufoula-Georgiou, 1994). L'ensemble de ces deux considérations constituent une justification de la terminologie « ondelette », puisqu'une fonction fortement localisée de moyenne nulle se doit d'osciller (Nicolay, 2011). En

pratique, l'ondelette est généralement normalisée de telle sorte à posséder une énergie unitaire, c'est-à-dire $\|\psi(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt = 1$ (Aguiar-Conraria & Soares, 2011).

Au départ d'une première ondelette admissible, un groupe de nouvelles fonctions est obtenu par dilatations et translations dans le domaine temporel. Ce groupe correspond aux fonctions analysantes utilisées dans le cadre de la CWT. Etant donné qu'elles dérivent toutes de l'ondelette initiale, la dénomination d'ondelettes filles (ou plus simplement ondelettes) leur a été attribué afin de les distinguer de la fonction génératrice, nommée, quant à elle, ondelette mère (Lau & Weng, 1995).

En définitive, l'ensemble des transformations effectuées pour générer des ondelettes filles peut être scindé en deux opérations élémentaires :

- La translation de l'ondelette mère, désignée par le paramètre b . Il représente la localisation temporelle de l'ondelette fille.
- La dilatation de l'ondelette mère, traduite par le paramètre a . Il est proportionnel à la fréquence (locale) identifiée dans la fonction étudiée sans toutefois qu'il y ait égalité entre ces deux quantités. En effet, une relation de proportionnalité inverse les relie, justifiant l'introduction d'un nouveau terme pour qualifier le paramètre a : l'échelle. Il est à noter que cette relation, entre une échelle et la fréquence correspondante, peut être établie indépendamment pour chaque ondelette mère (voir **section 2.3.2.5**).

A terme, l'ensemble des ondelettes filles se déclinent à partir de l'ondelette mère dans le demi plan ouvert « temps-échelle », tel que $a > 0$ et $b \in \mathbb{R}$, comme suit (Grossmann et al., 1990) :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (18)$$

La transformée de Fourier associée est :

$$\Psi_{a,b}(\omega) = \sqrt{a} \Psi(a\omega) e^{-j\omega b} \quad (19)$$

L'adjonction du facteur \sqrt{a} permet de conserver la même normalisation d'énergie entre les ondelettes mère et filles, à savoir $\|\psi_{a,b}(t)\|^2 = \|\psi(t)\|^2$, cette norme étant généralement unitaire. Dans certains cas, il peut être intéressant de modifier cette relation de normalisation en substituant le facteur \sqrt{a} par une forme alternative. Ceci sera illustré en **section 2.3.1.2**.

Contrairement à la transformée de Fourier à fenêtre, la résolution temporelle et fréquentielle de ces ondelettes filles sont adaptatives, de telle sorte à ce que le paramètre a affecte leur valeur. Si l'indice a, b désigne un paramètre relatif à une ondelette fille quelconque, l'expression des écarts-types dans les deux domaines sont les suivantes (démonstration fournie en **Annexe 6.1**) :

$$\sigma_{\omega_{a,b}} = \frac{1}{a} \sigma_{\omega} \quad (20)$$

$$\sigma_{t_{a,b}} = a \sigma_t \quad (21)$$

Avec σ_t/σ_ω , les écarts-type temporel/fréquentiel de l'ondelette mère et $\sigma_{t_{a,b}}/\sigma_{\omega_{a,b}}$ ceux obtenus après translation et dilatation. A l'image de la transformée de Fourier à fenêtre, la translation n'impacte aucunement la résolution de l'ondelette. Néanmoins, le paramètre d'échelle dispose d'un rôle significatif : il permet d'adapter l'ondelette aux fréquences étudiées. Deux cas de figure sont à distinguer :

- La dilatation de l'ondelette ($a > 1$) restreint sa capacité de localisation temporelle (σ_t augmente), mais, en contrepartie, offre une extension suffisante pour l'analyse de phénomène lents (σ_ω diminue). On repère ainsi des évolutions à basse fréquence, correspondant à des échelles élevées.
- La contraction de l'ondelette ($a < 1$) rend son support plus compact, permettant l'analyse de phénomènes hautement instationnaires, de courte durée. Dans ce cas, les évolutions à haute fréquence et donc à faible échelle sont privilégiées.

Cette caractéristique d'adaptation « automatisée » de l'analyse aux phénomènes étudiés rend la CWT particulièrement attrayante lors de l'étude de signaux climatiques non stationnaires, tels les flux de chaleur sensible et latente. Ceci explique en grande partie le succès de l'outil dans le contexte d'évolution climatique actuel.

2.2.2.2 Expression de la transformée et de son inverse

A partir des fonctions analysantes définies ci-dessus, la CWT s'exprime comme le produit scalaire entre celles-ci et la fonction étudiée. Cet opération peut s'écrire, par analogie avec (13) :

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi_{a,b}^*(t)dt \quad (22)$$

La relation (22) peut être davantage précisée au moyen d'une interprétation géométrique, illustrée en **Figure 4**. Effectivement, les coefficients d'ondelette $W_f(a, b)$ représentent une mesure de l'aire sous la courbe produit $f(t)\psi_{a,b}^*(t)$, comptabilisée sans distinction pour le signe de cette expression. En d'autres termes, lorsque le produit $f(t)\psi_{a,b}^*(t)$ est positif, la fonction résultante surplombe l'axe des abscisses et l'aire est comptée positivement. Inversement, quand cette courbe se situe sous l'axe des x , la contribution à l'aire totale est négative. De fait, en raison de la propriété de moyenne nulle de l'ondelette, $W_f(a, b)$ tend vers zéro au plus la fonction étudiée est régulière et s'approche d'une valeur constante. Par contre, les coefficients d'ondelette prennent des valeurs d'autant plus élevées que cette fonction est irrégulière et singulière (Meyer et al., 1987).

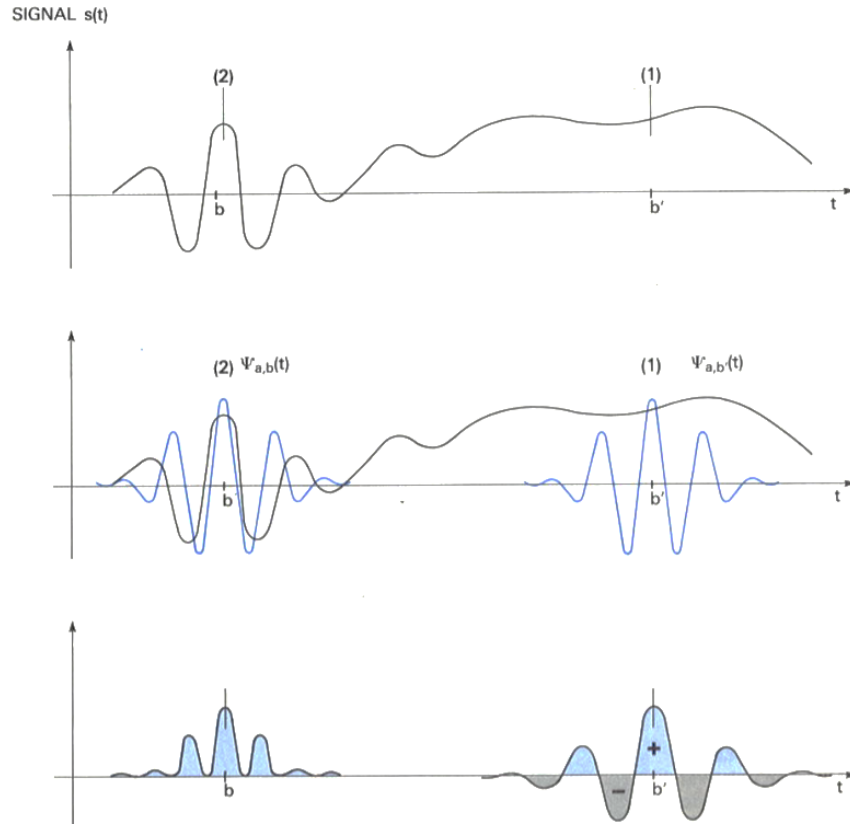


FIGURE 4 – Interprétation géométrique des coefficients d'ondelettes. Un signal régulier (cas (1), droite) se traduira par des coefficients d'ondelettes faibles. À l'inverse, un signal irrégulier (cas (2), gauche) possèdera des coefficients d'ondelettes d'autant plus importants que ses fluctuations correspondent à la forme de l'ondelette utilisée. (Meyer et al, 1987)

Par ailleurs, ce constat peut être généralisé pour tout moment d'ordre supérieur ou égal à 0, correspondant à la moyenne. Plus particulièrement, une ondelette possédant un nombre n de moments par rapport à l'origine nuls, soit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \psi(t) dt = 0, \quad k = 0, 1, \dots, n \quad (23)$$

est insensible aux polynômes d'ordre inférieur ou égal à n . De fait, au plus ce nombre n est important, au plus l'ondelette associée permet de mettre en évidence les singularités du signal (Mabille et al., 2012; Antoine, 2018).

À l'instar du spectre de fréquences de la TF, les coefficients d'ondelette peuvent également être exploités afin de déduire des informations concernant la fonction étudiée. Néanmoins, les ondelettes utilisées étant souvent complexes, ces coefficients $W_f(a, b)$ sont généralement associés à une partie imaginaire non nulle. Dès lors, la dualité inhérente à la nature complexe d'un nombre permet de déduire à la fois l'amplitude et la phase de $W_f(a, b)$ (Farge, 1992). L'analyse de l'amplitude se fait généralement au moyen de la notion de densité d'énergie, correspondant à $P_f(a, b) = |W_f(a, b)|^2$. Une représentation de cette quantité sur le demi-plan temps-fréquence est appelé spectre en puissance ou *scalogram* (Mallat, 2009). La valeur $|W_f(a, b)|^2$ caractérise la variabilité du signal expliquée par l'ondelette utilisée, raison pour laquelle elle peut être considérée comme une mesure locale de la variance du signal (Charles, 2011b).

Qui plus est, une caractéristique fondamentale de la CWT réside dans la préservation de l'énergie de la fonction d'intérêt, définie par $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$. De fait, il est possible de la reconstruire au départ des coefficients d'ondelette de la transformée. Par ailleurs, la CWT a, dans un premier temps, été développée en vue de procéder à cette opération inverse (Grossmann & Morlet, 1984). La formule dite de reconstruction prend la forme générale suivante (Mallat, 2009) :

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_f(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (24)$$

Cette relation justifie l'existence de la condition d'admissibilité (équation (16)) précédemment introduite. Effectivement, si elle n'est pas respectée, l'énergie du signal n'est pas préservée, empêchant sa reconstruction (Aguar-Conraria & Soares, 2011).

Diverses simplifications existent pour cette formule de reconstruction. Elle peut être reformulée pour l'étude de fonctions réelles, pour les ondelettes et/ou fonctions analytiques, etc. Daubechies (1992) propose une synthèse relativement complète de ces possibilités. Parmi celles-ci, une liberté élégante, liée à la nature de la CWT, se doit d'être précisée : l'ondelette mère $\psi(t)$ ayant servi à la transformée peut être remplacée par une nouvelle fonction appelée ondelette de synthèse, $\phi(t)$ (Holschneider & Tchamitchian, 1990). Ceci est dû à la nature de la CWT qui, comme il sera explicité en **section 2.3.1.1**, est une construction redondante. Cette seconde ondelette $\phi(t)$ doit satisfaire la condition d'admissibilité modifiée (Daubechies, 1992) :

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)| |\Phi(\omega)|}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (25)$$

Où $\Phi(\omega)$ représente la transformée de Fourier de $\phi(t)$. Mis à part le respect de la condition (25), le choix de cette ondelette de synthèse est relativement libre. Elle peut donc disposer de caractéristiques antagonistes à celles de $\psi(t)$. Cette propriété sera exploitée ci-après (**section 2.3.2.8**).

2.2.2.3 Extension de la transformée : co-spectre et cohérence

Une grande majorité des phénomènes physiques connus sont intimement liés entre eux. Du fait de leur interaction, l'évolution des variables les quantifiant est conditionnée par leurs variations mutuelles. A titre illustratif, les flux de chaleur latente et sensible possèdent une telle relation, la premier influant sur la valeur du second et inversement. En vue d'étudier ces signaux physiques au moyen de la CWT, il est indispensable que le formalisme permette l'analyse conjointe de deux fonctions différentes. Pour ce faire, de nouvelles notions se doivent d'être introduites : la transformée en ondelettes croisée (XWT, de l'anglais *Cross Wavelet Transform*) et la cohérence par ondelettes (WC, de l'anglais *Wavelet Coherence*).

Soit deux fonctions $f, g \in L^2$. La XWT se définit par le produit de leurs coefficients d'ondelette respectifs (Hudgins et al., 1993; Brunet & Collineau, 1994; Liu, 1994) :

$$W_{fg}(a, b) = W_f(a, b) W_g^*(a, b) \quad (26)$$

Pour rappel, le symbole $*$ désigne l'opération de conjugaison complexe. L'amplitude de $W_{fg}(a, b)$ correspond de nouveau à une densité d'énergie, à laquelle est associée une

représentation graphique dénommée « co-spectre ». Cette notion met en évidence les portions du domaine temps-fréquence pour lesquelles les deux fonctions f et g présentent une densité énergétique commune élevée. De fait, elle peut être considérée comme une mesure locale de covariance (Anguiar-Conraria & Soares, 2011). Cette analogie est accentuée par le fait que la variance est conservée par la CWT (Torrence & Webster, 1999).

En outre, si l'ondelette analysante est complexe, la phase associée à $W_{fg}(a, b)$ représente le déphasage entre les deux signaux étudiés. Une telle information s'avère grandement utile pour repérer les liens de causalité potentiels existant entre ceux-ci (Grinsted et al., 2004).

Enfin, en vue d'étudier les évolutions relatives des deux fonctions, il peut être envisagé d'affranchir l'expression (26) de la valeur absolue des coefficients d'ondelette. Pour ce faire, une solution, empruntée de l'analyse de Fourier, consiste à normaliser $|W_{fg}(a, b)|$ par les densités d'énergie de f et g . Néanmoins, étant donné la définition de la XWT, le rapport de ces quantités sera toujours unitaire (Liu, 1994 ; Labat, 2005). Pour adapter cette notion à la CWT, une possibilité serait d'adjoindre un opérateur de lissage (en anglais *smoothing*) aux quantités susmentionnées (Torrence & Webster, 1999). En procédant de la sorte, la WC se définit au travers de la relation (Grinsted et al., 2004) :

$$R_{fg}^2(a, b) = \frac{|S(a^{-1}W_{fg}(a, b))|^2}{S(a^{-1}|W_f(a, b)|^2) S(a^{-1}|W_g(a, b)|^2)} \quad (27)$$

Avec :

$$S = S_a(S_t(W(a, b))) \quad (28)$$

Où S_a et S_t correspondent respectivement à un lissage en échelle et en temps. La définition exacte de ces opérateurs reste sujette à une certaine incertitude (Torrence & Compo, 1998). Torrence & Webster (1999) proposent, malgré tout, de les désigner de manière à disposer d'une empreinte similaire à celle de l'ondelette d'analyse.

La relation (27) s'apparente, de par sa définition, à une version localisée du coefficient de détermination en statistiques. Qui plus est, sa valeur sera toujours comprise entre 0 et 1, renforçant cette correspondance. Il convient de mentionner que la quantité $R_{fg}^2(a, b)$ sera toujours positive au vu du formalisme.

2.3 Mise en pratique de la transformée en ondelettes continue

La présente section a pour vocation de décrire les modalités pratiques de l'implémentation de la CWT adoptées dans le cadre de ce travail. Étant donné que les deux flux étudiés, à savoir ceux de chaleur sensible et latente, correspondent à des signaux physiques, il convient de reformuler au préalable les relations présentées ci-dessus dans le cas d'ensembles finis de points et non plus de fonctions continues. Cette opération de discrétisation a été réalisée en suivant le formalisme proposé par Torrence & Compo (1998). Les équations sous forme discrète traduisant la CWT seront présentées en **section 2.3.2**.

Dès à présent, la notion générale de fonction $f(t)$ sera remplacée par celle plus restrictive de signal $x(t)$, en référence à la réalité physique des phénomènes étudiés.

2.3.1 Ondelettes utilisées

2.3.1.1 Paramètres de choix

La première étape indispensable à toute analyse consiste à effectuer choix quant à l'ondelette mère utilisée en vue de générer les fonctions analysantes de la CWT. Ce choix doit être effectué judicieusement car, comme il a été établi précédemment, la valeur des coefficients de la transformée se déduit d'informations communes à l'ondelette et au signal étudié. En vue d'orienter le processus de sélection, il importe de se baser sur plusieurs critères permettant de discriminer les ondelettes entre-elles. Les principaux sont détaillés ci-dessous.

Orthogonalité : De prime abord, l'analyse peut être effectuée sur base d'ondelettes orthogonales ou non. Dans ce dernier cas, les coefficients correspondants à des échelles adjacentes ne sont pas indépendants : une partie de l'information extraite à une échelle donnée se retrouve aux suivantes. Cette propriété dite de redondance présente de nombreux avantages, notamment la possibilité de retranscrire au mieux le contenu périodique d'un signal, en renforçant certaines de ces caractéristiques telles ses singularités (Farge, 1992; Terradellas et al., 2001). Néanmoins, la redondance implique également de travailler avec des bases sur-complètes, ce qui induit une reconstruction parfois hasardeuse (Lau & Weng, 1995). L'orthogonalité, quant à elle, signifie que les ondelettes filles forment une base orthogonale dans L^2 . Ceci implique une indépendance entre les différents coefficients générés (Debnat & Shah, 2015). Les avantages et inconvénients qui découlent de cette caractéristique sont antonymes à celles de la transformée redondante. De fait, l'orthogonalité induit une réduction du nombre de composantes nécessaires à la reconstruction d'un signal au départ de ses coefficients, s'accompagnant donc d'une vitesse de calcul plus élevée. En contrepartie, elle peine à repérer les périodicités propres au signal étudié (Terradellas et al., 2001; Hubbard, 1998).

De manière général, le choix entre ces deux critères doit se baser sur le type d'information que l'on souhaite extraire du signal. L'orthogonalité est à préférer dans le cas d'applications nécessitant une représentation compacte du signal, notamment pour compresser des données ou pour leur modélisation. A l'inverse, la redondance est particulièrement adaptée à l'analyse de signaux temporels, pour lesquels des variations progressives et continues sont attendues (Lau & Weng, 1995; Torrence & Compo, 1998). Au vu de l'objectif de ce travail, cette seconde propriété semble être la plus appropriée. Il est à noter que la redondance est inhérente à la CWT, méthode impliquant des translations et dilatations continues sur l'ensemble de l'axe temporel (Cazelles, 2008).

Localisation : Une ondelette est intrinsèquement constituée d'une multitude de composantes fréquentielles. Il serait évidemment avantageux de parvenir à réduire cette gamme en vue de relier de manière plus précise les fréquences identifiées à celles présentes au sein du signal analysé. Néanmoins, en vertu du principe d'incertitude d'Heisenberg, ce gain de précision s'opère nécessairement au détriment de la résolution temporelle, réduisant ainsi la capacité de localisation de l'ondelette. Par conséquent, la fonction analysante idéale serait capable de conserver un maximum de ces deux

informations. Autrement dit, l'ondelette sélectionnée se doit d'optimiser au mieux le compromis temps-fréquence (Antoine, 2018; Hubbard, 1998; Torrence & Compo, 1998).

Nature : L'ondelette mère peut être réelle ou complexe. L'avantage majeur à utiliser ce second type de fonctions analysantes réside dans la possibilité de retirer des informations à la fois en amplitude et en phase (Daubechies, 1992; Grossmann et al., 1990). De manière générale, elles conviennent pour capturer le comportement fréquentiel instantané du signal analysé. A l'inverse, les ondelettes réelles sont souvent utilisées pour repérer des transitions brusques, hautement instationnaires (Huang, 2004; Mallat, 2009).

En ce qui concerne les ondelettes complexes, il est souvent préférable que celles-ci soient également analytiques. Cette notion se définit par la nullité des coefficients de Fourier aux fréquences négatives (Gannaz et al., 2017). Elle implique donc que la partie réelle et imaginaire de l'ondelette soient liées par le biais de la transformée de Hilbert (Abbate et al., 2002). L'intérêt de cette propriété réside dans la possibilité de simplification de la formule de reconstruction établie en (24) (Daubechies, 1992). Qui plus est, elle permet de faciliter les interprétations graphiques, en évitant les confusions avec les fréquences négatives (Grossmann et al., 1990; Meyers et al., 1993). Il convient de remarquer que, par analogie avec la discussion précédente, cette propriété d'analyticité semble incompatible avec la notion de fonction à support compact. En effet, la transformée de Fourier d'une telle fonction ne peut être exactement nulle sur un intervalle quelconque et donc, par extension, sur l'ensemble de l'axe fréquentiel négatif. Il ressort de ce constat que toute fonction analytique se doit de posséder un support infini. Dès lors, en vue de conserver une localisation temporelle élevée, une approche courante consiste à définir des ondelettes approximativement analytiques (Gannaz et al., 2017; Selesnick et al., 2005). Un exemple sera fourni en **section 2.3.1.2**.

Forme : La CWT est le résultat de l'interaction entre l'ondelette et le signal analysé (Lilly, 2018). De fait, il importe de lui conférer des caractéristiques proches de celles présentes ou recherchées dans ledit signal (Terradellas et al., 2001). Pour ce faire, deux paramètres jouent un rôle prépondérant :

- La régularité, qui désigne le nombre de dérivées continues que possède la fonction analysante. L'ondelette est d'autant plus lisse et régulière que ce nombre est élevé. Cette caractéristique est à privilégier dans le cas de signaux à variation continue (Debnat & Shah, 2015; Hubbard, 1998).
- Le nombre de moments nuls, qui représente le degré de sensibilité des coefficients d'ondelettes aux évolutions polynomiales, comme explicité en **section 2.2.2.2**. Un nombre important de moments nuls implique une concentration de l'information au sein de peu de coefficients. Une telle propriété peut être recherchée lors d'études portant sur des signaux fortement irréguliers et empreints de singularités (Antoine, 2018; Debnat & Shah, 2015).

Ainsi, une ondelette irrégulière convient à une série temporelle hautement variable, présentant des pics marqués, alors qu'une ondelette plus lisse est adaptée à un signal d'évolution progressive (Torrence & Compo, 1998).

2.3.1.2 Ondelettes retenues

En considérant l'ensemble de ces éléments, les ondelettes de Morlet et de Mexican Hat ont été retenues pour l'analyse. Celles-ci sont fréquemment utilisées dans le domaine environnemental (par exemple : Brunet & Collineau, 1994 ; Grinsted et al., 2004 ; Torrence & Compo, 1998 ; Schaller et al., 2017). Qui plus est, il a été décidé de les implémenter conjointement au vu des recommandations de Farge (1992), proposant de recourir à plusieurs ondelettes afin de sélectionner la plus adaptée à l'application concernée. Une description plus détaillée de ces deux fonctions est proposée ci-dessous.

L'ondelette de Mexican Hat

Cette première ondelette consiste en la dérivée seconde de la fonction gaussienne, définie par (Percival & Walden, 2008) :

$$\psi(t) = \frac{2 \left(1 - \frac{t^2}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}}{\pi^{\frac{1}{4}} \sqrt{3}\sigma} = \frac{2}{\pi^{\frac{1}{4}} \sqrt{3}} \left(1 - t^2\right) e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (29)$$

Où la variance de la courbe de Gauss σ^2 est appelée paramètre de forme de l'ondelette. Elle consiste en un équilibre entre sa capacité de localisation temporelle et fréquentielle. En effet, au plus σ^2 augmente, au plus l'ondelette s'étend dans le domaine temporel, dégradant ainsi la résolution affiliée. Par le principe d'incertitude, la précision fréquentielle s'en trouve, elle, accrue (Carmona et al., 1998 ; Liu & Qu, 2000). Dans le cadre de cette application, il a été décidé de fixer une variance unitaire. L'ondelette ainsi obtenue est représentée en **Figure 5**.

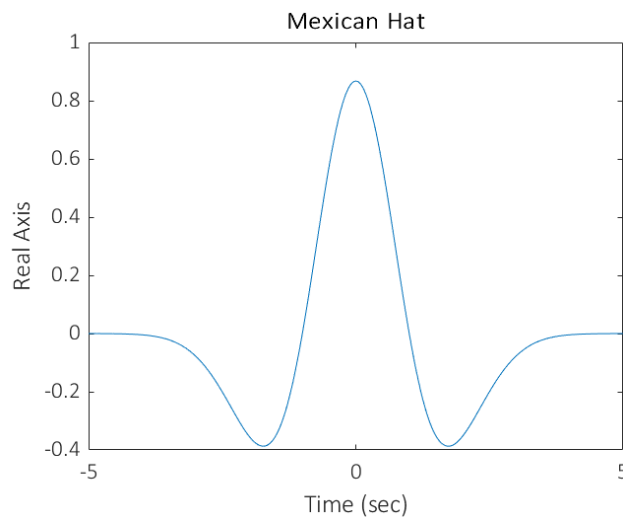


FIGURE 5 – Représentation de l'ondelette de Mexican Hat.

L'ondelette de Mexican Hat est une fonction réelle et régulière, possédant deux moments nuls (Antoine, 2018). Le facteur constant apparaissant dans l'expression (29) a été déduit de telle sorte à ce que $\|\psi(t)\|^2 = 1$. Cette ondelette est adaptée à la détection de contours et la localisation d'évènements instationnaires (Kumar & Foufoula-Georgiou, 1994 ; Schaller, 2017).

L'ondelette de Morlet

L'ondelette de Morlet (**Figure 6**) consiste en une onde plane modulée par une fonction gaussienne (Farge, 1992). Elle se traduit mathématiquement comme suit (Goupillaud et al., 1984) :

$$\psi(t) = e^{-j\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (30)$$

Où ω_0 est appelé fréquence centrale de l'ondelette, malgré son caractère adimensionnel (Nicolay, 2011; Terradellas et al., 2001). En réalité, l'expression (30) ne définit pas une ondelette admissible, car $\Psi(0) \neq 0$. Il convient donc d'y adjoindre un terme correctif en vue de respecter cette condition d'admissibilité. Toutefois, pour des valeurs élevées de ω_0 et, plus précisément, pour $\omega_0 \geq 5$, ce second terme devient négligeable (Farge, 1992; Kumar & Foufoula-Georgiou, 1994). En pratique, la forme approximativement admissible telle que présentée ici est utilisée. La valeur particulière de $\omega_0 = 6$ a été retenue pour la présente application.

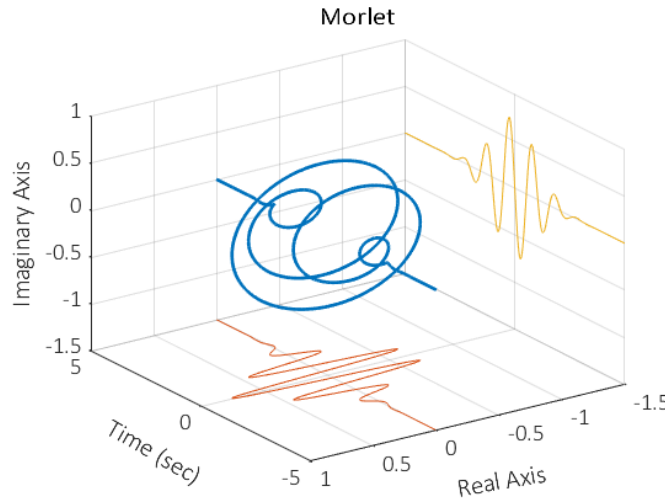


FIGURE 6 – Représentation de l'ondelette de Morlet.

L'ondelette de Morlet est à valeurs complexes. Elle est souvent utilisée pour détecter des comportements périodiques spécifiques d'un signal (Antoine, 2018). Elle présente exactement un moment nul dans sa version corrigée et peut être considérée comme approximativement analytique (Nicolay, 2011). Outre le terme correctif mentionné ci-dessus, il est possible de généraliser l'expression de l'ondelette en introduisant deux notions supplémentaires. Premièrement, à l'instar de l'ondelette de Mexican Hat, la fonction gaussienne apparaissant en (30) constitue un cas particulier de courbe de Gauss, pour lequel $\sigma^2 = 1$. Il peut donc être envisagé de faire explicitement apparaître ce paramètre afin de moduler cet équilibre. Dans un second temps, il semble opportun d'introduire une constante multiplicative K en vue de normaliser l'énergie de l'ondelette. L'expression (30) devient, par adjonction de ces modifications :

$$\psi(t) = K e^{-j\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (31)$$

Dans l'optique de définir la constante K , deux conventions sont généralement adoptées (démonstrations en **Annexe 6.2**) :

- La norme L^2 , pour laquelle $\|\psi_{a,b}(t)\|^2 = \|\psi(t)\|^2$. Cette normalisation est celle qui a été supposée jusqu'à présent, justifiant l'introduction du facteur \sqrt{a} dans l'équation (18). Une valeur $K = (\sigma^2\pi)^{-\frac{1}{4}}$ permet de conserver une norme L^2 unitaire.
- La norme L^1 , caractérisée par $\|\psi_{a,b}(t)\| = \|\psi(t)\|$. En vue d'assurer cette égalité, il importe de redéfinir les ondelettes filles, de telle sorte à ce que $\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{a}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$. La constante peut alors être définie par $K = \sqrt{2}(\sigma^2\pi)^{-\frac{1}{2}}$, assurant ainsi $\|\psi(t)\| = 2$.

En vue de distinguer ces deux expressions, la première sera qualifiée ondelette de Morlet usuelle et la seconde ondelette de Morlet modifiée. L'avantage consistant à adopter une norme L^1 réside dans la conservation de l'amplitude entre les composantes fréquentielles et les coefficients d'ondelette. Qui plus est, elle permet une conversion unique et non ambiguë de l'échelle en fréquence (Yi & Shu, 2012; Yi et al., 2014). Ceci sera illustré en **section 2.3.2.5**. En raison de ces deux avantages, l'ondelette de Morlet modifiée a été conservée pour la présente étude et sera, dès à présent, simplement nommée « ondelette de Morlet ».

Il est à noter que le paramètre de forme σ^2 a été adjoint afin de présenter la formulation la plus générale possible de l'ondelette. Néanmoins, pour l'application, il a été décidé de lui fixer par défaut une valeur unitaire.

Enfin, il convient de mentionner que les ondelettes utilisées optimisent toutes deux le compromis temps-fréquence en assurant une égalité entre les membres de l'équation (10) (Aguiar-Conraria et al., 2008).

2.3.2 Implémentation de l'algorithme et choix opérés

Le calcul de la CWT impose à l'utilisateur de réaliser plusieurs choix pratiques. L'ensemble du processus décisionnel est résumé au sein de cette section. Pour ce faire, un signal d'étude $x(t)$ est supposé échantillonné sur un total de N mesures, caractérisées par un pas de temps δt . Au départ de cette convention, une valeur discrète précise de $x(t)$ sera notée x_n .

Un logigramme illustrant le processus d'application de la transformée en ondelettes continue dans le cadre de ce travail est proposé en **Annexe 6.5**.

2.3.2.1 Conventions graphiques

Etant donné que les coefficients d'ondelette dépendent de deux variables a et b , leurs représentations sont nécessairement tridimensionnelles. Toutefois, en vue d'améliorer la lisibilité des outils graphiques, il est préférable de conserver un système d'axes temps-fréquence en 2D, tout en indiquant l'intensité des coefficients par une légende colorée. Un exemple pour un signal simple est fourni en **Figure 7**.

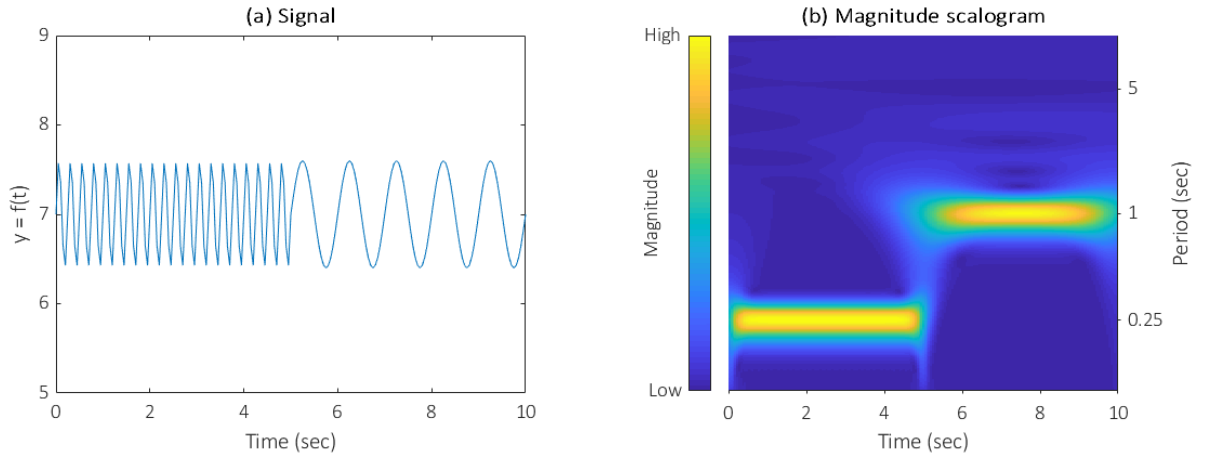


FIGURE 7 – (a) Représentation d'un signal synthétique constitué de deux composantes périodiques, respectivement de 0,25 et 1 sec et (b) *scalogram* associé obtenu au départ de l'ondelette de Morlet.

L'axe des ordonnées a été gradué de manière logarithmique dans l'optique de représenter une vaste gamme d'échelles (Grossmann et al., 1990). Un tel choix permet de mettre en évidence plusieurs composantes du signal à des échelles d'ordre de grandeur très différents (Addison, 2017). Qui plus est, une conversion des échelles en périodes – et non en fréquences – a été opérée étant donné que cette première grandeur présente un sens physique plus pertinent pour la présente application. Enfin, de manière générale, la couleur jaune se réfèrera à des coefficients d'amplitude élevée tandis que le bleu indiquera l'information inverse.

2.3.2.2 Calcul des coefficients

En supposant une norme L^2 , les coefficients d'ondelettes s'obtiennent, sous forme discrète, comme suit (Torrence & Compo, 1998) :

$$W_x(a, b) = \left(\frac{\delta t}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \psi^* \left(\frac{n\delta t - b}{a}\right) \quad (32)$$

Cette relation peut aisément être implémentée au sein d'un logiciel de calcul adéquat. Néanmoins, une alternative à cette méthode, basée sur une propriété de l'expression (32), existe. En effet, les coefficients $W_x(a, b)$ s'obtiennent par une opération analogue à la convolution entre l'ondelette et le signal, nommée corrélation croisée (Lilly, 2018). De fait, il est possible d'appliquer une extension au théorème de Wiener - Khintchine, traduisant cette opération comme étant un simple produit dans l'espace des fréquences, comme suit (Debnat & Shah, 2015 ; Bracewell, 2000) :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g^*(t - \tau)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)G^*(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega \quad (33)$$

La démonstration est fournie en **Annexe 6.3**. Dès lors, dans le cadre de la CWT, une version discrétisée de cette relation peut être utilisée afin de réécrire l'expression (32) en (Torrence & Compo, 1998) :

$$W_x(a, b) = \left(\frac{a}{\delta t}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \Psi^*(a\omega) e^{j\omega_k b \delta t} \quad (34)$$

Où $k = 0, 1, \dots, N - 1$ représente l'index de fréquence. A terme, deux possibilités s'offrent communément à l'utilisateur de la CWT. En première approche, il peut être

envisagé de déterminer les coefficients d'ondelettes par convolution dans le domaine temporel. L'alternative, quant à elle, consiste à multiplier le signal et l'ondelette dans l'espace des fréquences avant de procéder à une opération de transformée de Fourier inverse.

En pratique, l'intérêt de passer par la TF réside principalement dans le gain en termes de temps de calcul : un algorithme de convolution basé sur la TF requiert $O(N \log_2(N))$ opérations par échelle tandis qu'une complexité de $O(N^2)$ par échelle est de mise lorsque les coefficients sont générés directement dans le domaine temporel (Farge, 1992; Meyers et al, 1993). Qui plus est, Yi et al. (2014) ont illustré que les erreurs de calculs tendent à diminuer lorsque la transformée est réalisée au sein du domaine fréquentiel. Un dernier avantage réside dans la possibilité de déduire analytiquement la TF des ondelettes utilisées, évitant l'étape de conversion. De fait, l'ondelette de Mexican Hat s'écrit :

$$\Psi(\omega) = -\sqrt{\frac{2^3 \sigma^5 \pi^{\frac{1}{2}}}{3}} \omega^2 e^{-\frac{\sigma^2 \omega^2}{2}} \quad (35)$$

Et l'ondelette de Morlet :

$$\Psi(\omega) = K \sqrt{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\sigma^2(\omega-\omega_0)^2}{2}} = 2e^{-\frac{\sigma^2(\omega-\omega_0)^2}{2}} \quad (36)$$

Pour ces raisons, la seconde méthodologie, basée sur la détermination des coefficients à partir de la TF, a été retenue.

2.3.2.3 Padding

La méthode de déduction des coefficients d'ondelette par la TF induit une erreur de calcul aux extrémités du signal analysé car elle suppose une périodicité artificielle. De fait, il importe de remédier à ce défaut en vue d'éviter des effets de bord trop importants. Une solution réside dans l'application d'opérations de prétraitement sur les données (Meyers et al., 1993). Parmi les nombreuses possibilités, celle retenue dans le cadre de ce travail consiste à compléter le signal de zéros. Cette activité d'adjonction se nomme *padding*. Elle présente de nombreux avantages, en évitant notamment de formuler des hypothèses trop importantes quant à la forme du signal au-delà de ses limites. Pour ce qui est des aspects négatifs, l'inconvénient majeur se manifeste à travers l'augmentation de la longueur du signal et, donc, du temps de calcul (Mcgill & Taswell, 1992). Etant donné que l'algorithme de transformée de Fourier rapide est particulièrement adapté aux signaux de longueur égale à une puissance de deux, il est généralement conseillé de procéder au *padding* en respectant cette propriété (Auth, 2013).

2.3.2.4 Cône d'influence

Indépendamment de la méthode de calcul des coefficients, la CWT implique nécessairement des erreurs de mesure aux extrémités d'un signal, étant donné que l'ondelette capture des informations au-delà de ses limites (Addison, 2017). Cette notion correspond au cône d'influence (COI, de l'anglais *Cone of influence*) de l'ondelette, défini comme la région du demi-plan temps-fréquence affecté par la valeur du signal en un point précis (Nobach et al., 2007). Elle est illustrée pour une impulsion de Dirac en **Figure 8**.

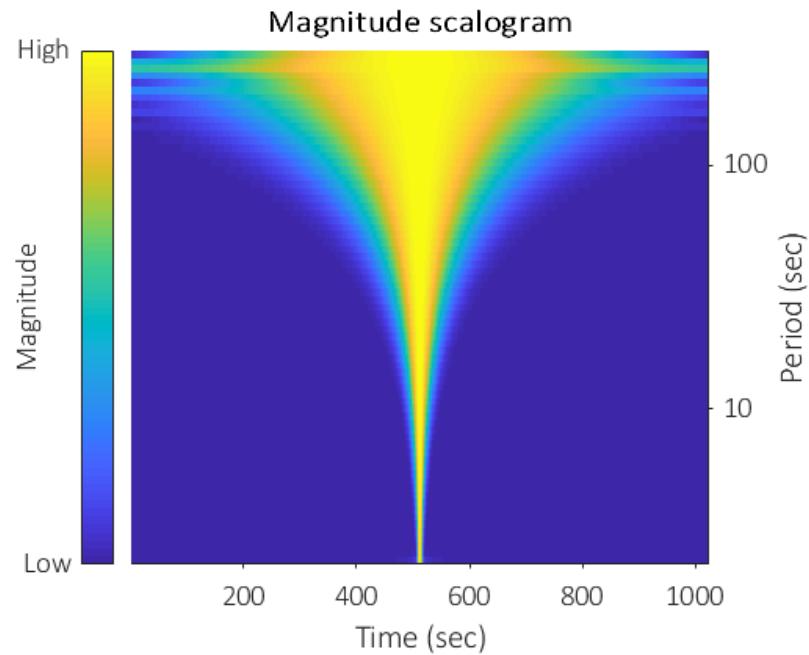


FIGURE 8 – *Scalogram* d'un signal synthétique composé d'une impulsion de Dirac en son centre.

La définition du COI introduit une certaine subjectivité au travers de la notion « affecter ». Il convient donc de la préciser, en admettant qu'un coefficient $W_x(a, b)$ appartient au cône d'influence dressé au temps n quelconque, si la puissance $|W_x(a, b)|^2$ induite au couple échelle-temps (a, b) par un pic au temps n est supérieure à une fraction q_{coi} de la valeur maximale qu'elle atteint à l'échelle a (Kirby & Swain, 2013). Le concept de COI est primordial pour quantifier les effets de bords du signal. En pratique, il est possible de déterminer ces effets en simulant une masse de Dirac aux deux extrémités d'une série temporelle fictive, de même longueur que le signal analysé. Le cône d'influence de chacune de ces masses peut ensuite être tracé en vue de délimiter la région affectée par les discontinuités (Figure 9). Etant donné qu'elle est porteuse d'informations potentiellement artificielles, cette région est à interpréter avec précaution (Aguar-Conraria & Soares, 2011).

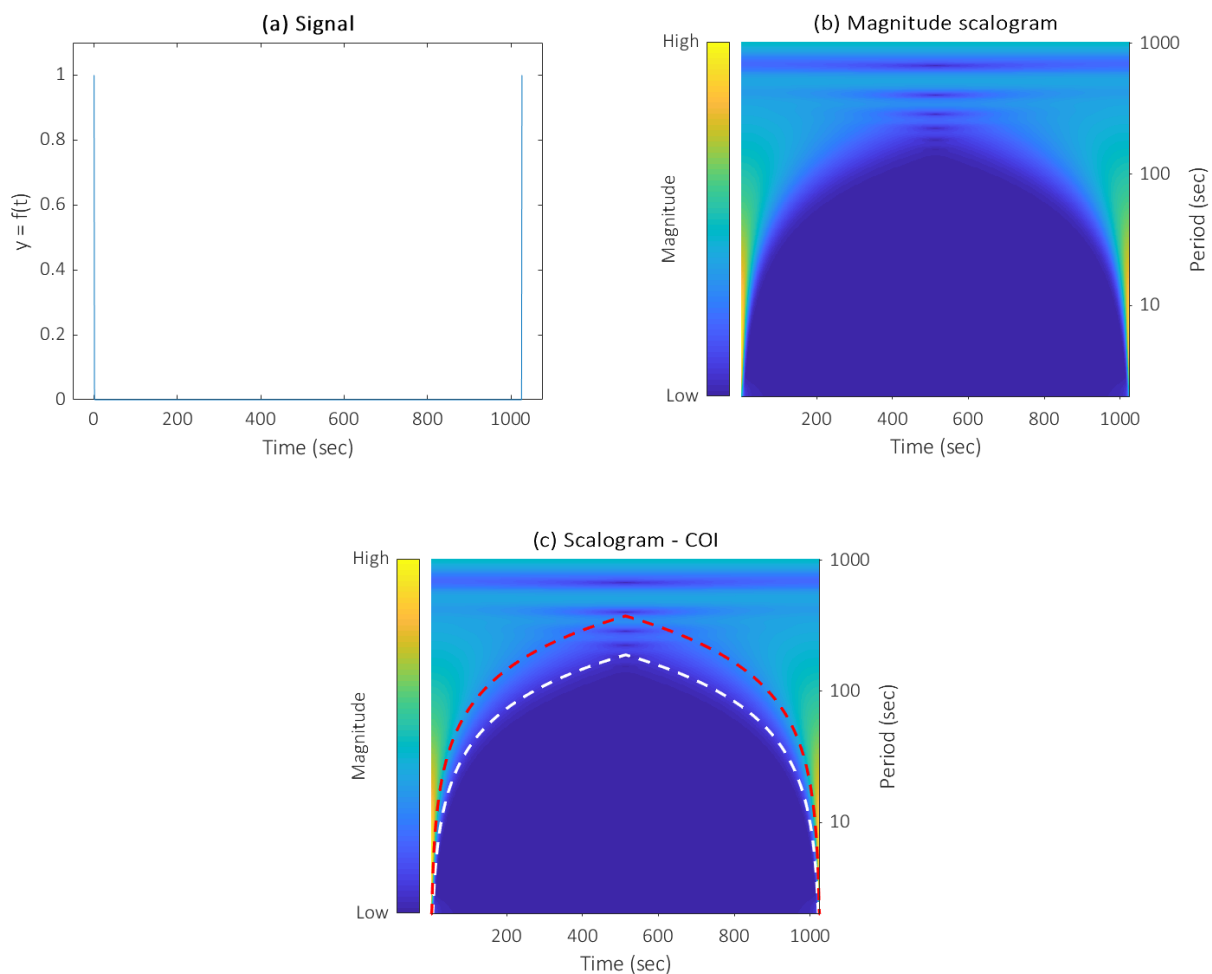


FIGURE 9 – (a) Représentation d’un signal synthétique constitué d’une impulsion de Dirac à chacune de ses extrémités, (b) cône d’influence dressé pour ces deux points particuliers et (c) délimitation de la région affectée par les effets de bords, en supposant $q_{coi} = e^{-1}$ (rouge) ou $q_{coi} = 0,02$ (blanc)

Finalement, il importe de quantifier q_{coi} en vue de tracer la zone influencée par les extrémités du signal. La valeur qui lui est attribuée varie grandement selon les auteurs. Torrence & Compo (1998) proposent $q_{coi} = e^{-1}$, quantité qu’ils appellent « *e-folding time* ». Nobach et al. (2007) ont, quant à eux, utilisé la valeur plus restrictive de $q_{coi} = 0,02$. Les deux régions ainsi définies sont illustrées en **Figure 9c**. Dans le cadre de cette application, la seconde convention de q_{coi} a été conservée car elle a été jugée plus adaptée au signal étudié. Il est à noter que, dans la suite du document, le cône d’influence désignera de manière générique les coefficients d’ondelette affectés à plus de 2% par les discontinuités aux bords du signal.

2.3.2.5 Relation échelle-fréquence

Comme évoqué précédemment, les échelles sont inversement proportionnelles aux fréquences correspondantes. En vue de quantifier plus précisément cette relation, plusieurs méthodologies sont envisageables. Néanmoins, il convient de préciser que tout lien échelle-fréquence reste une interprétation dont la validité ne remet pas en question celle d’autres possibilités. Dès lors, au plus cette diversité d’interprétations – découlant chacune d’une méthode spécifique – converge vers une même relation, au plus celle-ci peut être considérée pertinente (Lilly & Olhede, 2009).

Dans le cadre de ce travail, l'interprétation proposée par Meyers et al. (1993) a été appliquée. Ces derniers proposent de remplacer le signal étudié par une fonction sinusoïdale de fréquence connue. L'échelle équivalente correspond alors à celle pour laquelle la puissance est maximale. En procédant de la sorte pour l'ensemble des échelles analysées, une relation peut être établie entre celles-ci et leur fréquence ou période homologue, dite de Fourier (Huang, 2004). Fort heureusement, il est possible de déduire les facteurs de conversion analytiquement pour chaque ondelette. En appliquant le procédé susmentionné, la correspondance échelle - période de Fourier (λ) pour l'ondelette de Morlet se note :

$$\lambda_j = \frac{2\pi}{\omega_0} a_j \quad (37)$$

Et pour l'ondelette de Mexican Hat :

$$\lambda_j = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{5}{2}}} a_j \quad (38)$$

Une alternative à cette première définition consiste à grouper une échelle avec la période pour laquelle la valeur maximale de l'ondelette est atteinte dans le domaine fréquentiel (Huang, 2004). Ces deux interprétations se confondent pour l'ondelette de Morlet modifiée contrairement à l'ondelette de Morlet usuelle, justifiant l'utilisation de la première (Annexe 6.4).

2.3.2.6 Echelles analysés

Par opposition à la transformée en ondelettes discrète, la CWT permet de travailler avec un continuum d'échelles. Dans le cadre de l'étude de signaux physiques à durée limitée, il convient d'en sélectionner un sous-ensemble suffisamment représentatif. Pour ce faire, il peut être envisagé de conserver le rapport entre deux échelles successives, par analogie avec la représentation des notes musicales (Grossmann et al., 1990; Lau & Weng, 1995). De fait, l'expression générale d'une échelle peut s'écrire (Torrence & Compo, 1998)

$$a_j = a_0 2^{j\delta j}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, J \quad (39)$$

$$J = \frac{1}{\delta j} \log_2 \left(\frac{a_{\max}}{a_0} \right) \quad (40)$$

Où δj représente la résolution fréquentielle, déterminant la densité d'échantillonnage dans le domaine fréquentiel. La valeur J indique, quant à elle, l'indice d'échelle maximal atteint. Cette échelle, notée a_{\max} , peut être fixée arbitrairement, sans toutefois dépasser la période de Fourier la plus élevée que le signal est susceptible de contenir, à savoir $N\delta t$. En ce qui concerne le paramètre a_0 , il représente l'échelle minimale analysée. Certains auteurs préconisent de limiter sa valeur par la fréquence de Nyquist (Kumar & Foufoula-Georgiou, 1994; Thomas & Foken, 2005). Torrence & Compo (1998) proposent, quant à eux, de la fixer à $2\delta t$, en supposant que les échelles inférieures présentent une interprétabilité restreinte. Cette dernière convention a été adoptée.

2.3.2.7 Spectre global

Au départ des coefficients d'ondelette, il peut être envisagé de représenter la puissance moyenne répertoriée pour chaque échelle analysée. Cette notion, analogue au spectre de

Fourier, est appelée spectre global et se note $\overline{W}_x^2(a)$. Il est obtenu en effectuant la moyenne arithmétique des coefficients d'ondelette sur l'ensemble de l'axe temporel, soit :

$$\overline{W}_x^2(a) = \frac{1}{N} \sum_{b=0}^{N-1} |W_x(a, b)|^2 \quad (41)$$

Il est à noter que le spectre global est un estimateur efficace mais biaisé du spectre en puissance de Fourier (Torrence & Compo, 1998). Ceci provient de la dépendance de la fenêtre analysante à l'échelle analysée. Au plus cette dernière est faible, au plus l'ondelette s'étend dans le domaine fréquentiel, lissant de fait les pics du signal. À terme, le spectre global présentera une sous-estimation de l'information contenue au sein des fréquences élevées.

2.3.2.8 Reconstruction

En **section 2.2.2.2**, l'expression de la reconstruction du signal à partir des coefficients d'ondelette a été développée, en mentionnant les nombreuses libertés de formulation liées à la redondance de la CWT. Dans le cadre de cette application, cette propriété a été exploitée en vue de réduire la complexité des calculs à effectuer. Une première forme de simplification découle du fait que le signal étudié soit réel et les ondelettes (approximativement) analytiques (Daubechies, 1992). Cependant, la considération majeure consiste à utiliser comme ondelette de synthèse la distribution de Dirac, suivant Farge (1992). De fait, la reconstruction peut s'exprimer (Torrence & Compo, 1998) :

$$x_n = \frac{\delta j \sqrt{\delta t}}{\psi(0) C_\delta} \sum_{j=0}^J \frac{\Re \{W_x(a_j, b)\}}{\sqrt{a_j}} \quad (42)$$

Où $\psi(0)$ permet de retirer la normalisation d'énergie adoptée. Le facteur C_δ est, quant à lui, constant pour chaque ondelette. Il peut être déterminé par une seconde opération de reconstruction comme suit : dans un premier temps, il convient d'appliquer la CWT à un signal synthétique, constitué d'une unique impulsion de Dirac au temps initial. Par la suite, étant donné que le signal est connu, la relation (42) peut être appliquée afin de déduire le coefficient C_δ correspondant à l'ondelette étudiée.

Enfin, il importe de mentionner que la reconstruction peut être opérée sur un ensemble discret d'échelles, agissant alors comme un filtre passe-bande (Terradellas et al., 2001).

2.3.2.9 Opération de *smoothing*

La méthode d'analyse par cohérence permet de retirer des informations précieuses quant à l'évolution relative des signaux étudiés. Comme évoqué en **section 2.2.2.3**, une restriction majeure quant à son utilisation réside dans la définition de l'opérateur de *smoothing* $S = S_a(S_t(W(a, b)))$. Torrence & Webster (1999) proposent d'utiliser la valeur absolue de l'ondelette pour le lissage en domaine temporel. Dans ce cas, l'opérateur de *smoothing* en temps s'écrit, pour l'ondelette de Morlet :

$$S_t(W_x(a, b)) = W_x(a, b) c_1 e^{\frac{-t^2}{2a^2}} \quad (43)$$

Avec c_1 , une constante de normalisation. En ce qui concerne le lissage en échelle, une fenêtre rectangulaire Π de largeur proportionnelle au facteur de décorrélation δj_0 de l'ondelette peut être utilisée, soit (Torrence & Webster, 1999) :

$$S_a(W_x(a, b)) = W_x(a, b)c_2\Pi(\delta j_0 a) \quad (44)$$

Où c_2 dispose d'un rôle analogue à celui de c_1 et δj_0 vaut 0,6 dans le cas de l'ondelette de Morlet. Cette méthodologie est spécifiquement adaptée à cette fonction, contrairement à l'ondelette de Mexican Hat pour laquelle la valeur absolue ne peut être aisément déduite de manière analytique. Dès lors, il convient d'adopter un second procédé pour calculer la WC au moyen de cette ondelette. Une solution proposée par Cazelles et al. (2008) consiste à utiliser des fenêtres usuelles (carrées, triangulaires, de Hamming, ...) pour le *smoothing* à la fois en temps et en échelles. Cette méthode relativement générale risque de fournir des résultats plus difficilement interprétables en raison de la non adaptabilité des fenêtres de *smoothing* à l'ondelette utilisée, à l'inverse de la première approche (Torrence & Webster, 1999).

2.3.2.10 Définition de la phase

La différence de phase entre deux signaux x et y peut se déduire de l'expression de la XWT. En calculant les parties réelle et imaginaire du spectre croisé $W_{xy}(a, b)$, l'expression de cette différence se note :

$$\theta_{xy} = \arctan \left(\frac{\Im(W_{xy}(a, b))}{\Re(W_{xy}(a, b))} \right) \quad (45)$$

Où $\theta_{xy} \in [-\pi, \pi]$ est exprimé en radians. Il est possible de traduire cette information en décalage temporel en établissant une correspondance entre l'échelle analysée et un angle de 2π radians.

Par convention, toute représentation de la cohérence sera accompagnée de celle de la différence de phase entre les signaux analysés. Ceci sera réalisé au moyen de flèches, illustrant des vecteurs orientés dans le cercle trigonométrique avec le zéro correspondant à une flèche pointant vers la droite.

2.3.2.11 Signification statistique

Hypothèse du bruit rouge

A ce stade, il est possible d'appliquer la CWT à un signal et de comparer les coefficients d'ondelette entre eux pour en déduire les comportements périodiques constitutifs dudit signal. Néanmoins, cette interprétation reste relativement limitée étant donné que des valeurs élevées de coefficients n'impliquent pas nécessairement une périodicité avérée. En effet, celles-ci peuvent refléter une variation aléatoire du processus climatique étudié. En vue d'éviter de déceler ces périodicités artificielles, la signification des coefficients d'ondelette générés se doit d'être évaluée. Pour ce faire, la méthode la plus simple consiste à supposer une distribution du bruit intrinsèque au signal étudié. Celle-ci serait constituée d'un spectre moyen associé à une dispersion dont l'importance peut être définie au départ de méthodes statistiques. En comparant les composantes périodiques repérées dans le signal avec cette distribution aléatoire, il est possible de déterminer les coefficients significativement différents du bruit de fond supposé.

Au vu de ce constat, il importe de sélectionner judicieusement le bruit caractéristique du signal d'intérêt. Dans le cadre de l'étude de processus géophysiques, une hypothèse

de bruit rouge est souvent appropriée (Gilman et al., 1963). Cette distribution suppose une augmentation de la puissance spectrale aux plus faibles fréquences. Elle peut être modélisée par un processus autorégressif d'ordre 1 (AR1) comme suit (Torrence & Compo, 1998) :

$$x_n = \alpha x_{n-1} + \varepsilon_n \quad (46)$$

Où ε_n représente le terme d'erreur, supposé normalement distribué, et α est le paramètre d'autocorrélation d'ordre 1. Il consiste en une mesure de la corrélation entre deux données séparées par un pas de temps unitaire et peut être directement estimé à partir du signal (Allen & Smith, 1996). Le spectre de Fourier de la relation (46) est donné, en supposant un index de fréquence k , par (Gilman et al., 1963) :

$$P_k = \frac{1 - \alpha^2}{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos(2\pi k)} \quad (47)$$

Torrence & Compo (1998) ont illustré, au départ de simulations *Monte Carlo*, que la relation (47) était également valable en moyenne pour le spectre en puissance local, défini comme l'ensemble des coefficients d'ondelettes $W_x(a, b)$ compris entre a_0 et a_{max} pour un temps précis b . Cette analogie nécessite d'utiliser une correspondance entre $k = \frac{\delta t}{\lambda}$ et a , telle que renseignée en **section 2.3.2.5**. En introduisant ces considérations, il est possible de déduire la distribution de probabilité du bruit rouge par (Grinsted et al., 2004) :

$$\frac{|W_x(a, b)|^2}{\sigma_x^2} \sim \frac{1}{v} P_k \chi_v^2 \quad (48)$$

Où σ_x^2 représente la variance de la série temporelle et le facteur v permet d'adapter la relation à la nature de l'ondelette, en prenant la valeur 1 si elle est réelle ou 2 dans le cas complexe. Le signe \sim signifie que le membre de gauche suit une distribution χ^2 définie par celui de droite. Sur base de cette relation, il est possible de déterminer les coefficients d'ondelette significativement différents de ceux correspondant à un bruit rouge, au seuil 5% par exemple.

Spectre croisé et cohérence

Lorsque l'intérêt d'une étude porte sur l'investigation simultanée de deux signaux, la CWT met à disposition de l'utilisateur deux méthodes : la XWT et la WC. Toujours par égard aux dispositions précitées, il importe de définir la signification des coefficients liés à ces deux outils. La méthodologie est assez directe pour la XWT, étant donné que le formalisme requiert de multiplier deux variables distribuées chacune selon une loi χ^2 . Torrence & Compo proposent de définir la distribution théorique du spectre croisé de deux signaux caractérisés chacun par des bruits rouges $P_{k,x}$ et $P_{k,y}$ au moyen de :

$$\frac{|W_x(a, b)W_y^*(a, b)|}{\sigma_x \sigma_y} \sim \frac{Z_v(p)}{v} \sqrt{P_{k,x} P_{k,y}} \quad (49)$$

Où $Z_v(p)$ représente le niveau de confiance correspondant au seuil choisi. Il peut être défini sur base de la distribution de probabilité de la racine carrée du produit de variables χ^2 , par analogie avec le terme $W_x(a, b)W_y^*(a, b)$ de l'équation (26). En supposant une erreur de première espèce de 5%, la valeur de ce paramètre vaut pour une ondelette réelle $Z_1(95\%) = 2,182$ et complexe $Z_2(95\%) = 3,999$.

En ce qui concerne la WC, il n'existe pas de relation analytique permettant de déterminer la distribution de probabilité des coefficients. Ceci découle de l'adjonction d'un opérateur de smoothing, nécessaire afin d'éviter d'attribuer une valeur constante unitaire à $R_{xy}^2(a, b)$. En vue de contourner ce manquement, Grinsted et al. (2004) proposent d'utiliser des simulations *Monte Carlo*. Celles-ci consistent à générer un grand nombre de paires de données disposant des mêmes coefficients AR1 que les deux signaux étudiés. Pour chaque couple ainsi créé, la WC est évaluée permettant, à terme, de déterminer la distribution de probabilité du bruit de fond des séries temporelles. A l'instar de la XWT, il devient alors possible d'évaluer la signification de $R_{xy}^2(a, b)$.

Méthode alternative : Bootstrapping

Les développements conduits ci-dessus supposent que le signal est distribué selon un bruit rouge. Malgré la concordance de ce modèle avec de nombreux processus dans le domaine de la climatologie, il n'en demeure pas moins une hypothèse. Il convient donc de la confirmer ou, au contraire, de l'infirmier par application d'une méthode tierce. Pour ce faire, Cazelles et al. (2008) proposent divers outils statistiques en vue de déterminer la signification de coefficients d'ondelettes. Parmi ceux-ci, ils préconisent une méthode de *bootstrapping* associée à un processus de Markov préservant les corrélations à court terme du signal (Cazelles & Stone, 2003). La méthodologie consiste à indexer les valeurs de la série temporelle afin de former un histogramme dont le nombre de classes est fixé. Sur base des fréquences relatives de ce dernier, une matrice de transition décrivant la probabilité de passage d'une valeur du signal depuis une classe b_i vers une autre b_j est définie, soit $P(x_{n+1} \in b_j | x_n \in b_i)$. Par la suite, le processus de *bootstrapping* est amorcé en sélectionnant les données sur base de la probabilité de transition entre les différentes classes. Pour chaque échantillon ainsi créé, les coefficients d'ondelettes sont déterminés, de sorte à former une distribution représentative du bruit de fond du signal. Au départ de celle-ci, la signification des coefficients peut être établie, notamment au seuil 5%.

2.4 Application aux flux de chaleur sensible et latent

2.4.1 Site étudié

Le site étudié (**Figure 10**) est une zone forestière de 300m d'altitude située au Nord-Est de la France, à Hesse. Elle est constituée à 90% de hêtraie (*Fagus sylvatica* L.), accompagnée majoritairement de charme (*Carpinus betulus* L.). La végétation de sous-bois est, quant à elle, peu présente en raison de l'importante fermeture du couvert, atteignant une hauteur comprise entre 21 et 23m. La forêt dans son ensemble est assez jeune, ayant été plantée aux alentours de 1965. Sa gestion est active, avec de nombreuses éclaircies réalisées en moyenne chaque 5 à 6 ans. Pour la période étudiée, à savoir 2000-2014, elles ont été pratiquées en mars 2002, fin 2005 et fin 2009 avec des retraits respectifs d'environ 25% de la surface terrière de la forêt. L'indice de surface foliaire (LAI, de l'anglais *Leaf Area Index*) connaît des chutes sévères après chaque éclaircie, mais se rétablit après seulement quelques années au vu de la forte résilience du système étudié (Granier et al., 2008). La forêt se situe sur un sol intermédiaire entre les types luvisol et stagnic luvisol dont la profondeur atteint les 1,5m avant de rencontrer la roche mère (Chiesi et al., 2016). La plupart de la biomasse végétale est localisée dans les 40 premiers centimètres du sol, néanmoins, certaines racines de diamètre inférieur à 1mm peuvent atteindre cette limite de 1,5m (Granier et al., 2000). En ce qui concerne les conditions

météorologiques, le site se caractérise par une température moyenne de 9,2°C et 820mm de précipitations annuelles (Thum et al., 2017). Il est également à noter que la forêt a connu un évènement de sécheresse particulièrement intense en 2003 (Peiffer et al., 2014).



FIGURE 10 – Forêt de Hesse (Greiveldinger, 2016)

2.4.2 Variables mesurées

Les variables étudiées ont été échantillonnées et analysées sur une période s'étendant du 11 avril 2000 au 31 décembre 2014. L'ensemble des modalités de mesure et de calcul de ces variables ont été réalisées par des équipes de recherche extérieures à la réalisation de ce TFE. Néanmoins, en vue de garantir la pertinence scientifique de son contenu, ces dispositions seront brièvement explicitées ci-dessous. Le lecteur intéressé par le détail de la méthode de récolte et de traitement des données est renvoyé à Granier et al. (2008) et Thum et al. (2017).

La tour de mesure a été placée approximativement au centre de la forêt (48°67'N; 7°06'E). Elle atteignait 23m de haut en 1999 et 35 m de haut en 2013 (Greiveldinger, 2016). Elle relève en continu les flux d'énergie, de vapeur d'eau et de CO₂ échangés à l'interface écosystème-atmosphère en utilisant la méthode de covariance de turbulences (EC, de l'anglais Eddy covariance). L'appareillage, décrit par Granier et al. (2008), est constitué d'un anémomètre sonique tridimensionnel (Solent R2, Gill Instruments Ltd., Lymington, UK) couplé à un analyseur de gaz IR de type « chambre fermée » (LI-6262 LI-COR Inc., Lincoln, Nebraska, USA), tous deux placés au sommet de la tour. Le système de mesure est représenté en **Figure 11**. Les flux de chaleur sensible (H), de CO₂ et de chaleur latente (LE) à la demi-heure ont été calculés suivant la méthodologie EUROFLUX décrite par Aubinet et al. (2000).

Outre ces données principales, le stockage de CO₂ dans la canopée a été évalué par des mesures de variation de la concentration de ce gaz dans l'air, toutes les 2 minutes et à 6 hauteurs différentes entre la surface du sol et le niveau de mesure par EC. Par la suite, la différence entre deux périodes successives de 30 minutes a été évaluée et sommée sur l'ensemble des 6 points de mesure afin de constituer une estimation du stockage total de carbone du couvert (Granier et al., 2008). Ce terme, additionné aux flux de CO₂ mesurés par EC, forme l'échange de carbone net de l'écosystème (NEE , de l'anglais *Net Ecosystem Exchange*). La NEE consiste en une mesure de la différence entre l'activité photosynthétique et respiratoire de l'écosystème. Cette variable, étant grandement



FIGURE 11 – Tour de mesure du site de Hesse (Greiveldinger, 2016)

caractéristique du site étudié, permet notamment d'évaluer la durée de la saison de croissance durant laquelle le flux de LE supplante ceux de H .

Par ailleurs, plusieurs variables climatiques ont été mesurées à hauteur de la tour. Parmi celles-ci, les données disponibles pour cette étude sont le rayonnement solaire incident (R_g), la température de l'air (T_{air}) et l'humidité de l'air, respectivement évalués au moyen de pyranomètres (**Figure 12**), de thermomètres et d'hygromètres ventilés (Greiveldinger, 2016). Sur base de ces deux dernières informations, il est possible de déduire la pression de vapeur de l'air, et de là, son déficit de saturation (VPD), de l'anglais *Vapor Pressure Deficit*). L'ensemble de ces variables ont été récoltées toutes les 10s et encodées par un datalogger (modèle CR7, Campbell Scientific, Courtaboeuf, France) en vue d'en déduire les moyennes par demi-heure. En complément à ces informations, le contenu en eau du sol (SWC , de l'anglais *Soil Water Content*) à 10cm de profondeur a été prélevé au moyen de sondes diélectriques.



FIGURE 12 – Illustration du pyrriadiomètre, constitué d'un pyranomètre (rayonnement solaire) et d'un pyrgéomètre (rayonnement IRL), de la forêt de Hesse (Greiveldinger, 2016).

Il est à noter que l'ensemble des procédés de *Gap filling* ont été réalisés au moyen de *lookup tables*. Ceci permet d'éviter l'utilisation de modèles de régression, impliquant une restriction quant à la forme de la relation fonctionnelle liant les variables dépendantes et indépendantes (Baldocchi et al., 2001).

2.4.3 Procédure

L'application de la transformée en ondelettes continue aux flux de H et LE offre la possibilité d'utiliser de nombreux outils d'analyse. Suivant l'information recherchée, il convient d'en sélectionner certains ou, au contraire, de les combiner entre eux. Dans le cadre de ce travail exploratoire, l'ensemble des outils couramment utilisés lors d'études

environnementales ont été appliqués. De fait, il est possible de décomposer l'analyse selon leurs propriétés respectives. Cette section a pour vocation d'exposer les modalités de cette dissociation et, de là, d'expliciter la procédure d'étude des flux de H et LE présentement adoptée.

2.4.3.1 Mise en évidence de périodicités des flux de H et LE

Dans un premier temps, une étude des mouvements périodiques qu'il est possible de repérer au sein des flux de H et LE est proposée. Leur origine ainsi que leur répartition sur le demi-plan temps-fréquence est investiguée. Pour ce faire, la CWT met deux outils à disposition : le spectre local dans le domaine temps-fréquence ou *scalogram* et le spectre global, moyenne des coefficients d'ondelette selon l'axe temporel. Cette dernière représentation permet d'identifier les échelles qui participent le plus à la variabilité de la série temporelle analysée (Baldocchi et al., 2001 ; Jia et al., 2018 ; Vargas et al., 2010). Ainsi, cette première section aura pour vocation l'étude isolée des flux de H et LE .

2.4.3.2 Vérification de l'hypothèse de bruit rouge

Afin de juger de la correspondance entre la signification des coefficients d'ondelette obtenus au départ du bruit rouge ou par *bootstrapping*, le coefficient de corrélation de Pearson a été utilisé. Il peut être défini comme suit :

$$R = \frac{cov(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (50)$$

Où X/Y sont des variables qui permettent de discriminer les deux méthodes entre-elles et σ_X/σ_Y sont les variances associées. Dans le cadre de cette application, les variables X/Y sont constituées de matrices de 1 ou 0, selon que le coefficient d'ondelette généré soit significatif ou non. Elles se réfèrent chacune à l'une des deux approches de signification.

Le coefficient de corrélation est une mesure de la dépendance linéaire entre deux variables. Il importe tout de même de compléter cette information par une étude plus localisée de la concordance entre les méthodes. Dans cette optique, deux procédés ont été envisagés. En premier lieu, une comparaison directe de la signification de l'ensemble des coefficients générés a été réalisée. Plus précisément, pour chaque couple de points constituant le demi-plan temps-échelle, la signification du coefficient d'ondelette associé a été calculé au départ de la supposition de bruit rouge et par *bootstrapping*. Le couple a ensuite été classé en une catégorie, selon que les coefficients aboutissent au même résultat ou que l'une ou l'autre méthode donne un coefficient significatif. La comparaison visuelle de l'ensemble des catégories sur le demi-plan permet de juger la pertinence de l'hypothèse de bruit rouge de manière locale. La seconde approche, quant à elle, propose de regrouper les informations selon des intervalles d'échelles définis. De fait, il est possible de repérer à quel ensemble d'échelles les deux méthodes donnent les résultats les plus divergents.

2.4.3.3 Etude de l'évolution conjointe des flux de H et LE

En vue d'étudier les interactions entre les flux de H et LE , le co-spectre et le spectre de cohérence sont tous deux investigués. En ce qui concerne cette dernière représentation,

l'information relative à la différence de phase entre les signaux étudiés est illustrée par des flèches, adjointes directement au graphique. La convention suivante est adoptée :

→ : les deux flux sont en concordance de phase

← : les deux flux sont en opposition de phase

↑ : H est en avance de phase de π rad par rapport à LE

↓ : H est en retard de phase de 90° par rapport à LE

2.4.3.4 Evolution moyenne des flux de H et LE sur 1 an

Les flux de H et LE étant sujets à des variations en réponse à des événements climatiques particuliers, il semble pertinent d'étudier les coefficients moyens sur une année afin de s'affranchir de ces effets ponctuels. Ce faisant, le spectre correspondant se déduit au départ d'une simple opération de moyenne arithmétique annuelle de l'ensemble des coefficients d'ondelette générés sur les 14 années de données. Pour ce qui est de la signification, le paramètre d'autocorrélation d'ordre 1 ainsi que la variance de la série temporelle moyenne ont été également approximés par la moyenne arithmétique de la valeur annuelle de ces mêmes paramètres.

2.4.3.5 Interaction des flux de H et LE avec les variables météorologiques

En dernier lieu, les conclusions précédemment émises sur les flux de H et LE se doivent d'être complétées par l'étude de leur dépendance aux variables climatiques disponibles. Dans cette optique, les spectres de cohérence de chaque variable avec les flux de H et LE sont proposés. La convention précédemment mentionnée pour la représentation de la relation de phase est conservée.

L'ensemble des calculs ont réalisés au moyen du logiciel Matlab R2018a (MATLAB 2018a, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States).

3 Résultats et Discussion

3.1 Données étudiées

Les moyennes journalières des flux de chaleur sensible (H) et latente (LE) récoltés durant les 14 années d'analyse sont représentés en **Figure 13**. Certaines valeurs aberrantes semblent se retrouver parmi le jeu de données de H , particulièrement durant les mois de décembre des années 2001, 2002 et 2004. En vue d'illustrer ces propos, le pic de décembre 2002 peut être utilisé en guise d'exemple. Ce dernier se produit le 8 du mois, avec pour densités de flux d'énergie échangés : $R_g = 62,22 \text{ W/m}^2$, $H = 390,16 \text{ W/m}^2$ et $LE = -0,714 \text{ W/m}^2$. Au vu de la température de l'air moyenne ce jour-là, $T_{air} = -8,78^\circ\text{C}$, et en supposant l'absence de stockage d'énergie dans le sol, la différence de température entre la surface de la forêt et le ciel devrait être de l'ordre de 100°C pour observer de telles valeurs. Cette conclusion est incompatible avec la dynamique d'échange thermique des corps terrestres.

Néanmoins, étant donné que ce travail s'attarde à l'analyse qualitative des données par la méthode de transformée en ondelette, ces valeurs aberrantes sont supposées ne pas impacter les conclusions qui viendraient à être émises. Bien qu'il soit plus judicieux de les corriger, celles-ci ont été conservées pour cette analyse préliminaire.

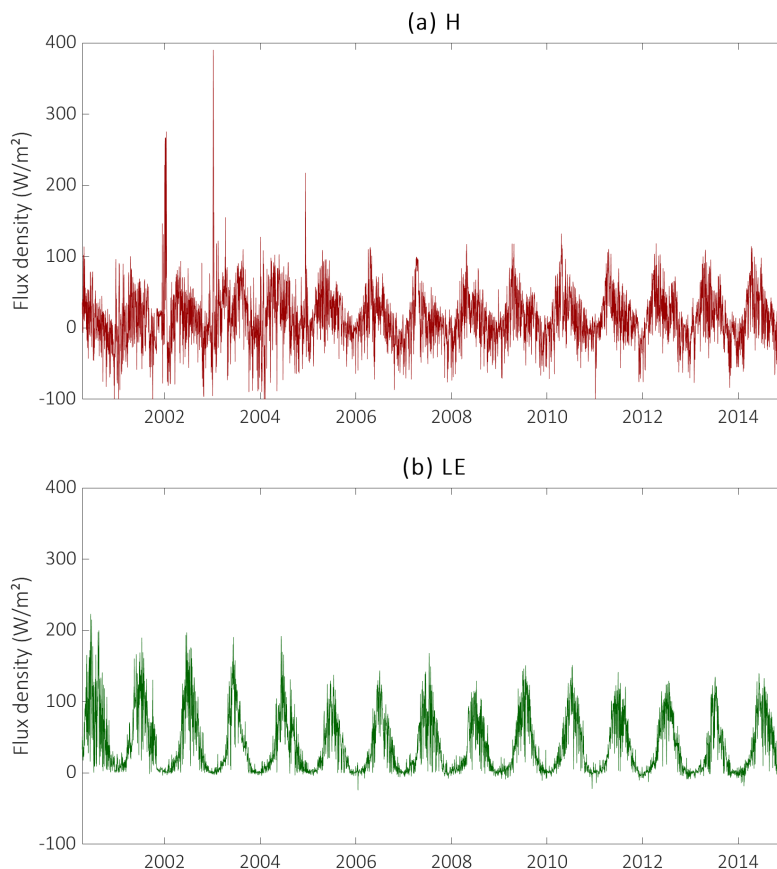


FIGURE 13 – Evolution pluriannuelle de la moyenne journalière des flux de (a) H et (b) LE échangés à l'interface écosystème-atmosphère pour la période du 11 avril 2000 au 31 décembre 2014.

La **Figure 14** représente les flux à la demi-heure de H et LE pour l'année 2014. Les deux variables suivent une évolution annuelle dirigée par la variabilité intra-annuelle du rayonnement solaire incident (R_g). Cependant, leurs courbes diffèrent de par le moment où leur maximum respectif est atteint : H culmine durant les mois d'avril-mai et LE en juillet-août. Cette différence est principalement due à l'alternance de la saison de croissance, caractérisée par une reprise des activités végétales (Bonan, 2016). Ce point sera développé ci-après.

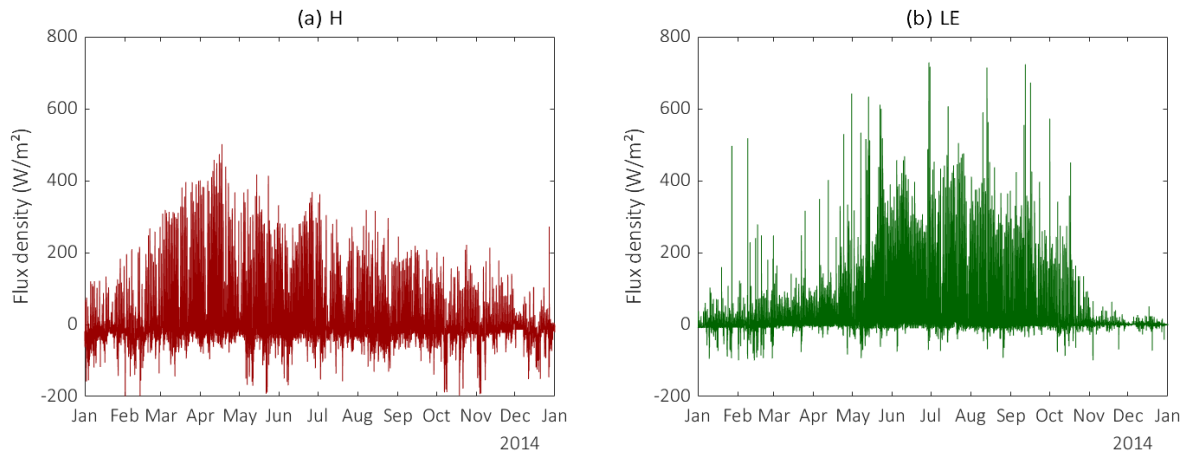


FIGURE 14 – Evolution annuelle des flux de (a) H et (b) LE échangés à l'interface écosystème-atmosphère en 2014.

Enfin, la dynamique journalière moyenne des deux flux est fournie en **Figure 15**. De nouveau, cette évolution est typique de celle du R_g et caractérise l'alternance entre l'apport d'énergie solaire (jour) et l'absence (nuit), les deux flux parvenant à leur extremum aux alentours de l'heure de midi.

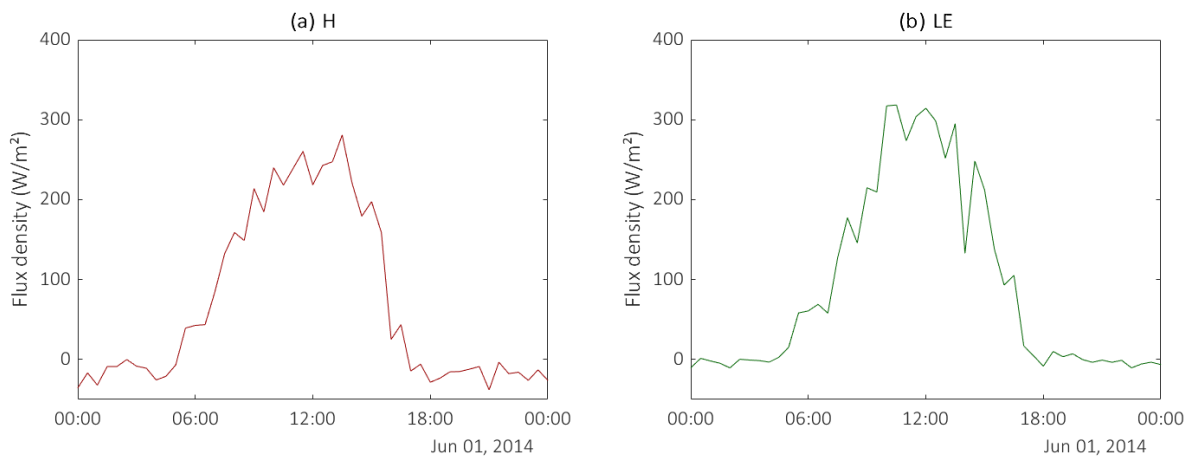


FIGURE 15 – Evolution journalière des flux de (a) H et (b) LE échangés à l'interface écosystème-atmosphère le 1^{er} juin 2014.

Les comportements périodiques mis en évidence en **section 3.1** se retrouvent bien au travers de l'analyse en ondelettes des flux de H et LE (**Figure 16** et **Figure 17**). La bande annuelle est très clairement marquée, à la fois sur les *scalograms* et les spectres globaux (GS, de l'anglais *Global Spectrum*), illustrant la dynamique continue des deux flux à cette échelle. La composante journalière ressort également, mais reste néanmoins plus contrastée que la

première. Ceci est dû à la faible amplitude des flux de H et LE en début et en fin d'année. De fait, la puissance spectrale s'en retrouve grandement amoindrie, au point à ne plus paraître significative comparativement au bruit rouge supposé. Ces comportements aux deux échelles évoquées sont liés à l'influence du rayonnement solaire non seulement sur la répartition de l'apport énergétique à l'écosystème mais également sur l'activité biologique régulant les flux d'évapotranspiration (Baldocchi et al., 2001; Jia et al., 2018; Stoy et al., 2005).

3.2 Mise en évidence de périodicités des flux de H et LE

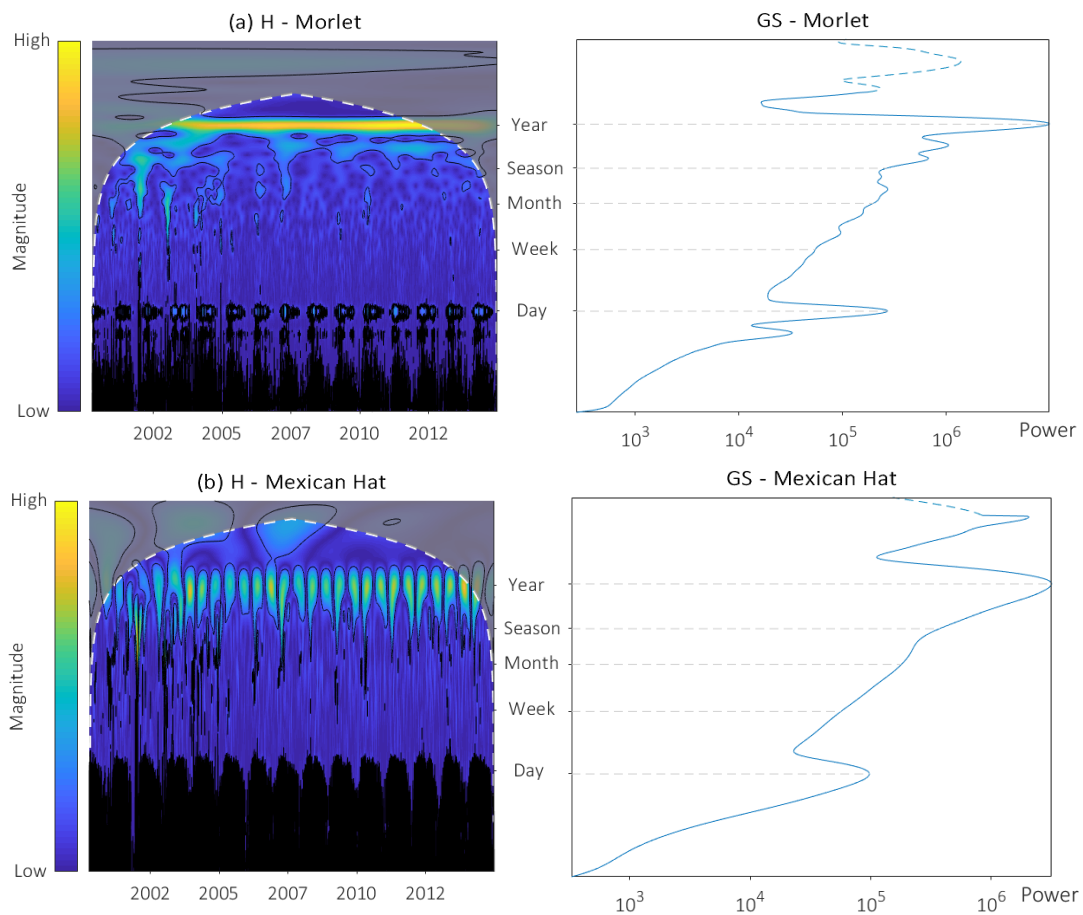


FIGURE 16 – Scalograms du flux de chaleur sensible (H) échangé durant la période du 11 avril 2000 au 31 décembre 2014 en utilisant (a) l'ondelette de Morlet et (b) l'ondelette de Mexican Hat. Les coefficients significatifs au seuil 5% sont entourés en noir. Les deux graphiques sont associés aux spectres globaux (GS) correspondant. Les pointillés représentent les valeurs calculées à partir de coefficients affectés par le cône d'influence.

En ce qui concerne les échelles intermédiaires comprises entre le jour et l'année, les **Figures 16** et **17** illustrent la présence de nombreux comportements d'apparence hautement instationnaires. Pour LE (**Figure 17**), ceux-ci sont principalement concentrés durant la saison de croissance, au vu des faibles valeurs d'évapotranspiration hors de cette période. Plusieurs hypothèses peuvent être émises en vue d'expliquer ces observations. Dans un premier temps, les composantes intermédiaires pourraient être liées à des événements de passage de fronts chauds et froids (Baldocchi et al., 2001). De tels événements sont à l'origine de conditions climatiques contrastées, s'accompagnant

d'apparition de nuages de nature diverses (Longdoz, 2018). Il s'en suit donc un amoindrissement du rayonnement incident sur l'écosystème et, donc, de la quantité d'énergie qu'il est possible de dissiper sous forme de H ou LE . Par ailleurs, d'autres paramètres physiques se retrouvent affectés par ces fronts climatiques, notamment la température de l'air et le déficit de saturation (VPD). Etant donné qu'il s'agit de facteurs contrôlant directement et indirectement – en causant la fermeture des stomates par exemple – l'importance relative des flux de H et LE , le passage de fronts chauds et froids peut vraisemblablement influencer ces deux flux à une échelle hebdomadaire, voire mensuelle (Baldocchi et al., 2001). Une seconde hypothèse pouvant expliquer ces périodicités réside dans la possibilité d'altération du fonctionnement de l'écosystème par des événements climatiques extrêmes. Ceux-ci peuvent constituer en des précipitations particulièrement importantes ou des sécheresses édaphiques. L'influence de tels événements sur les flux de H et LE aux échelles intermédiaires a maintes fois été mis en évidence (Stoy et al., 2005; Vargas et al., 2010).

Par ailleurs, il est à noter que l'influence des quelques valeurs aberrantes repérées en **section 3.1** dans le jeu de données de H semblent se détecter assez aisément sur les *scalograms* de la **Figure 16**, avec une facilité de lecture accrue pour l'ondelette de Morlet par rapport à celle de Mexican Hat.

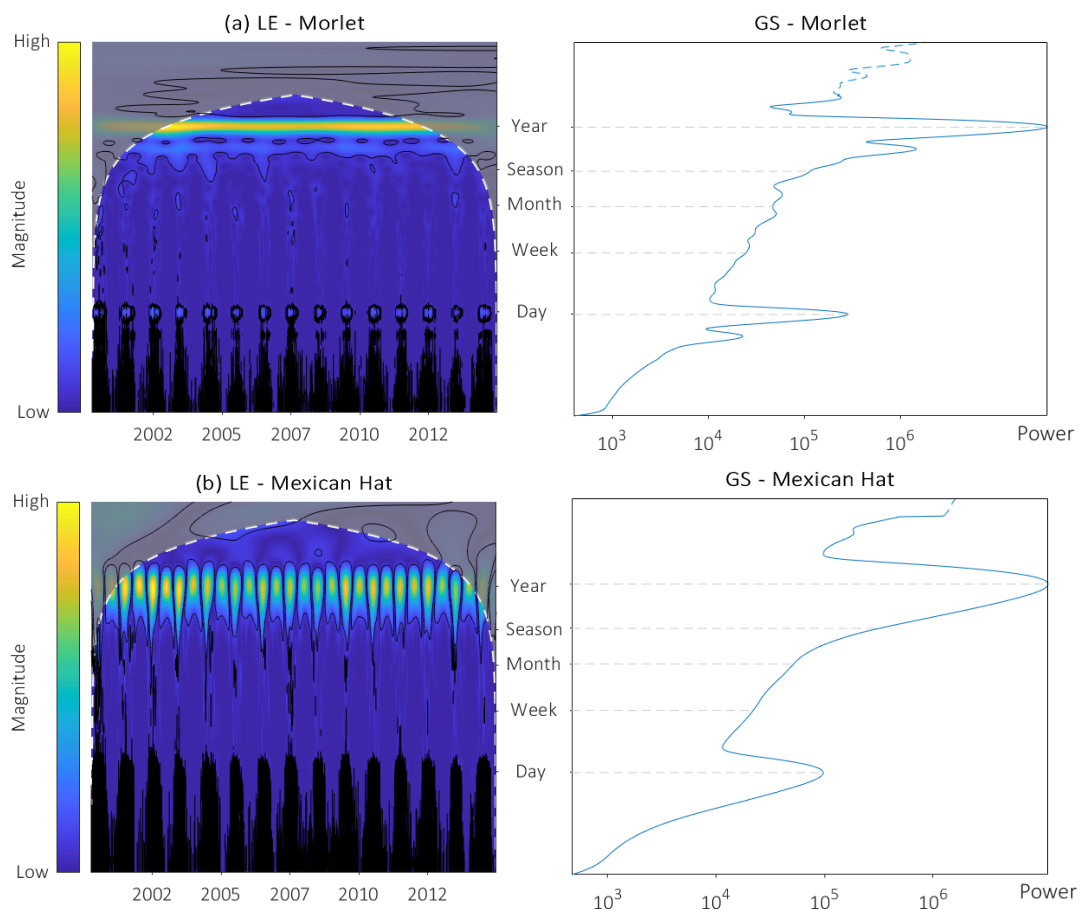


FIGURE 17 – *Scalograms* du flux de chaleur latente (LE) échangé durant la période du 11 avril 2000 au 31 décembre 2014 en utilisant (a) l'ondelette de Morlet et (b) l'ondelette de Mexican Hat. Les coefficients significatifs au seuil 5% sont entourés en noir. Les deux graphiques sont associés aux spectres globaux (GS) correspondant. Les pointillés représentent les valeurs calculées à partir de coefficients affectés par le cône d'influence.

En ce qui concerne l'échelle intra-journalière, relativement peu d'information peut être tirée des *scalograms* des flux de H et LE . Ceci est probablement dû au comportement « chaotique » des données étudiées, composé de fluctuations continues. De nombreux facteurs, notamment des possibles erreurs de mesures, expliquent cette allure. Parmi ceux-ci, le principal reste l'échantillonnage opéré lors de la récolte des données des deux flux, consistant en une discrétisation d'un phénomène continu.

Malgré ce manque d'interprétabilité, une information ressort toutefois des **Figures 16** et **17** : la présence d'une périodicité à une demi-journée et, par extension, à une demi-année. Ce comportement se marque principalement sur les *scalograms*, et les GS associés, tracés au départ de l'ondelette de Morlet (**Figures 16a** et **17a**). Une telle observation a été réalisée dans de nombreuses autres études, sans toutefois qu'il n'y ait d'interprétation quant à son origine (Hatala et al., 2012; Jia et al., 2018). Dans le cadre de cette analyse, une précision supplémentaire sur ce phénomène peut être apportée par l'analyse des graphiques générés en utilisant l'ondelette de Mexican Hat. Effectivement, les résultats obtenus au départ de cette seconde ondelette ne semblent pas aboutir de manière aussi formelle aux mêmes conclusions (**Figures 16b** et **17b**). Bien que les *scalograms* associés soient assez difficiles à lire pour les échelles intra-journalières, les spectres globaux, eux, ne laissent paraître qu'une influence modeste des composantes semi-journalières et semi-annuelles. De fait, il serait plausible que cette périodicité soit un artifice mathématique induit du fait de l'utilisation de l'ondelette de Morlet.

En vue d'investiguer la vraisemblance de cette hypothèse, il a été envisagé d'étudier par CWT un signal synthétique représentatif de la dynamique journalière (ou annuelle) des flux de H et LE . De fait, les caractéristiques suivantes lui ont été attribuées :

- Il est composé de gaussiennes successives avec un espacement de 24 heures (un jour).
- Les gaussiennes sont centrées sur l'heure de midi de chacun de ces jours synthétiques.
- L'écart-type de chaque courbe de Gauss est fixé de telle sorte à simuler un lever de Soleil à 6h et un coucher à 18h.

Bien qu'idéalisé, ce signal synthétique reprend les caractéristiques majeures de la forme des courbes de LE et H qui auraient pu aboutir à une périodicité semi-journalière. Une représentation partielle de ce signal ainsi que le *scalogram* associé, obtenu au départ de l'ondelette de Morlet, sont fournies en (**Figure 18**).

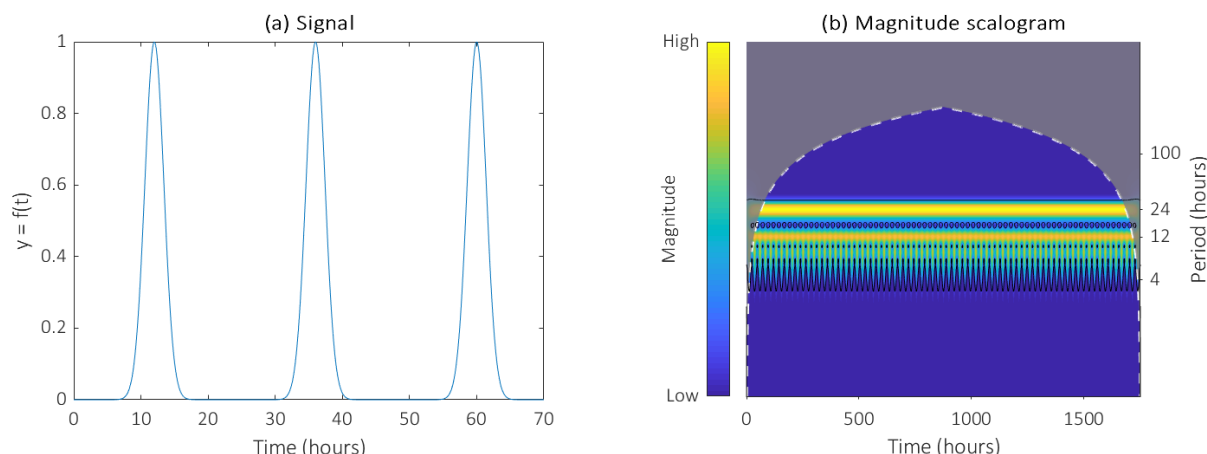


FIGURE 18 – (a) Représentation de 3 jours synthétiques du signal d'étude et (b) *scalogram* associé pour trois mois consécutifs, obtenu par application de la CWT au départ de l'ondelette de Morlet.

Malgré la présence d'un mouvement périodique unique, plusieurs composantes additionnelles ont été mises en évidence sur le *scalogram*. Celles-ci correspondent à des périodes comprises entre 4 et 12h, avec la présence d'une bande continue à 12h. Une telle information semble corroborer l'hypothèse d'artifice lié à l'utilisation de l'ondelette de Morlet dans le cas de l'étude de signaux gaussiens.

En vue d'investiguer ce résultat plus en profondeur, une reconstruction de la série temporelle de H a été envisagée sur base des coefficients d'ondelette. Celle-ci s'est limitée aux composantes périodiques à 24h et 12h afin de mieux cerner leur rôle dans la décomposition du signal. Le résultat de cette reconstruction est illustré en **Figure 19** pour la période du 11 au 14 avril.

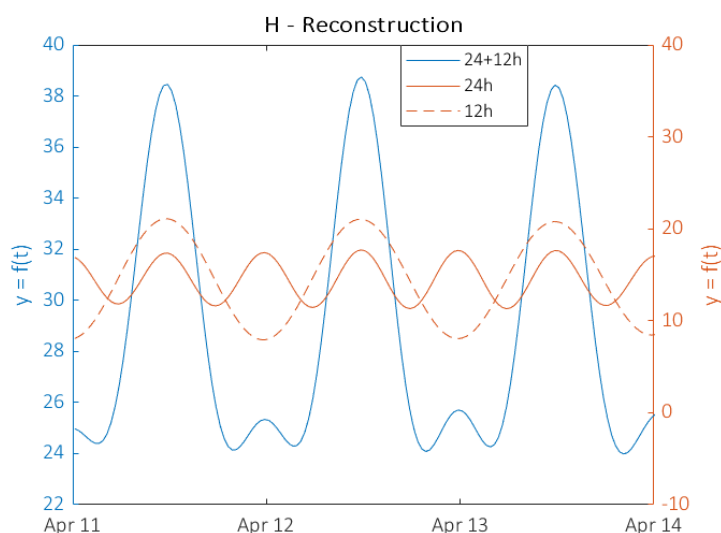


FIGURE 19 – Représentation partielle du signal reconstruit à partir des composantes à 12h et 24h repérées dans le flux de H .

La somme des composantes périodiques à 12h et 24h résulte en une courbe dont l'allure approche celle d'une gaussienne. Elles semblent se compenser aux zones où le signal est nul tout en s'accroissant mutuellement aux pics. Dès lors, l'hypothèse quant à

l'origine artificielle du comportement périodique semi-journalier et semi-annuel semble se renforcer. Au vu de l'ensemble de ces observations, les périodicités décelées à des échelles de 12h et 6 mois peuvent être considérées comme des phénomènes sans signification physique véritable. Afin de conclure quant à cette particularité de l'ondelette de Morlet, il semble opportun de citer Farge (1992) :

"A very common pitfall when using any kind of transform is to forget the presence of the analyzing function in the transformed field, which may lead to severe misinterpretations, the structure of the analyzing function being interpreted as characteristic of the phenomena under study. To reduce this risk we should choose the analyzing function in accordance to the intrinsic structure of the field to be analyzed."

Enfin, il convient de remarquer qu'à travers l'étude des flux de H et LE , les différences propres aux ondelettes utilisées peuvent être mises en évidence. L'ondelette de Morlet, présentant plus d'oscillations et étant à valeurs complexes, a tendance à fournir des résultats sous forme de bande continue ainsi qu'une localisation fréquentielle accrue comparativement à l'ondelette réelle de Mexican Hat. A l'inverse, cette dernière fonction est particulièrement appropriée pour associer les comportements détectés dans le signal au moment précis de leur apparition (Mi et al, 2005 ; Torrence & Compo, 1998). De fait, l'ondelette de Mexican Hat fournit des GS qui discriminent de manière approximative les échelles entre-elles, justifiant l'intérêt des démarches supplémentaires adoptées afin de confirmer l'artifice induit par l'utilisation de l'ondelette de Morlet.

3.3 Vérification de l'hypothèse de bruit rouge

En vue de valider l'hypothèse selon laquelle le bruit sous-jacent au signal peut être assimilé à un bruit rouge, les résultats générés en supposant ce postulat avéré ont été confrontés avec ceux obtenus par *bootstrapping*. La comparaison entre ces deux méthodes a été restreinte à l'année 2014 afin d'améliorer la lisibilité des graphiques (**Figure 20**).

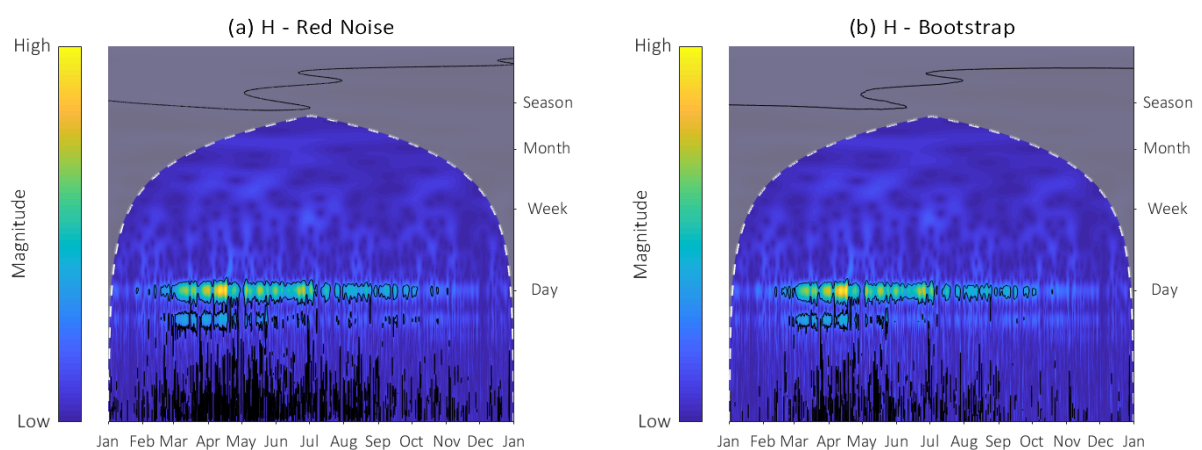


FIGURE 20 – Comparaison de deux *scalograms* obtenus par application de l'ondelette de Morlet à la série temporelle de H pour l'année 2014. Les coefficients significatifs au seuil 5% ont été déduits (a) en supposant un bruit rouge et (b) par méthode de *bootstrapping*.

L'indice général utilisé pour juger de la qualité de leur correspondance est le coefficient de corrélation de Pearson, noté R . Dans le cadre de cette application, il prend la valeur de 0,9269 indiquant une concordance globale relativement élevée entre les deux approches. En vue de compléter cette information, une étude plus localisée du facteur de corrélation est proposée en **Figure 21**. Celle-ci recense une comparaison directe entre les *scalograms* générés sous hypothèse de bruit rouge et par *bootstrapping*. Les zones grises, représentant les régions pour lesquelles les deux méthodes aboutissent au même résultat, sont largement majoritaires. Ceci était à prévoir, au vu de la valeur élevée du R précédemment obtenu. Les différences majeures, quant à elles, se situent autour des zones significatives, où le bruit rouge a globalement tendance à surestimer les contours de signification. La tendance inverse s'observe pour les échelles les plus élevées, affectées par le cône d'influence (COI). Ces différences restent néanmoins négligeables à l'égard de l'étude qualitative adoptée.

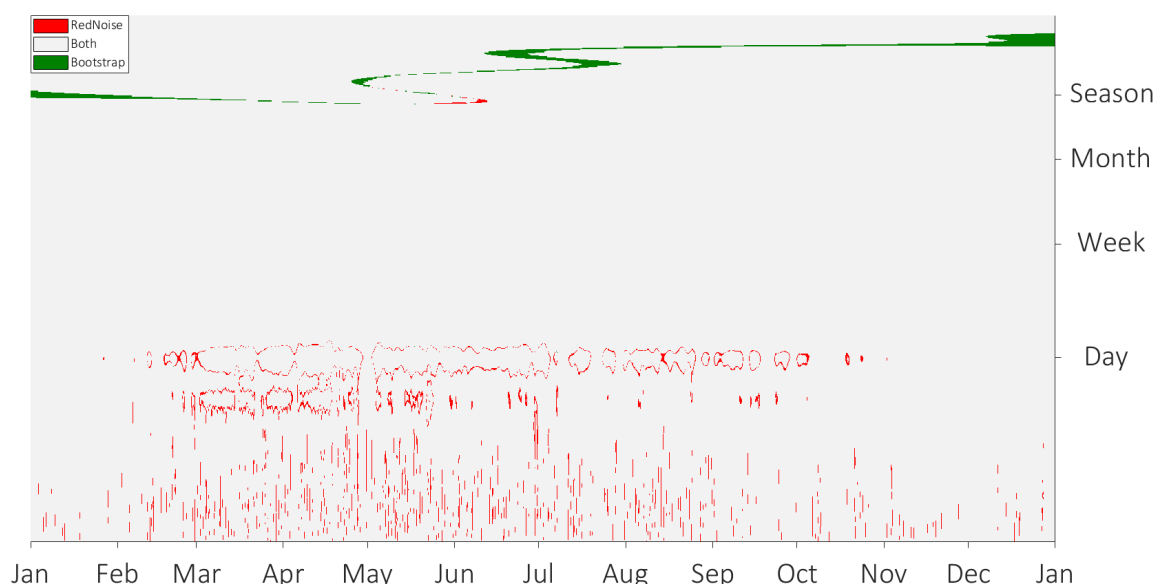


FIGURE 21 – Comparaison entre les coefficients significatifs générés en supposant un bruit rouge et par application de méthodes de *bootstrapping*. Le code couleur employé est le suivant : le gris (*Both*) indique que les résultats sont identiques pour les deux méthodes, le rouge (*RedNoise*) dénote que les coefficients sont significatifs uniquement pour le bruit rouge et le vert (*Bootstrap*) véhicule l'information inverse par rapport au rouge.

La **Figure 22** propose une alternative intermédiaire entre les deux critères de qualité présentés ci-dessus en regroupant les informations de la **Figure 21** selon la période observée. De manière globale, elle illustre de nouveau la cohérence des deux approches statistiques envisagées. La majorité de la distorsion de l'information se trouve aux échelles intra-journalières, pour lesquelles peu de conclusions peuvent être émises ($R = 0,6918$). En ce qui concerne les autres périodes, les résultats sont assez consistants avec des valeurs de R qui varient entre 0,9114 et 0,9515.

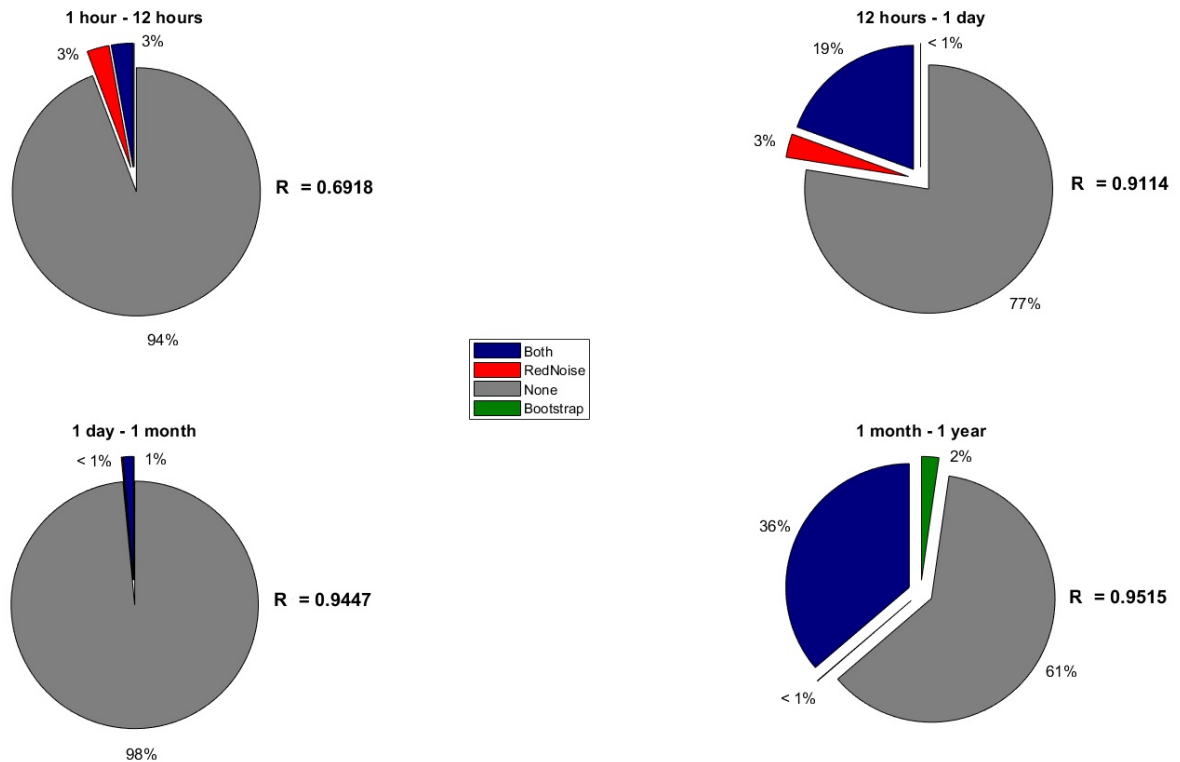


FIGURE 22 – Séparation de la comparaison entre les deux méthodes de signification en 4 périodes : 1h-12h, 12h-24h, 24h-1mois et 1mois-1an. Le code couleur employé est le suivant : le gris (*None*) suppose que les coefficients générés sont non significatifs pour les deux méthodes, le bleu (*Both*) correspond au cas où les deux méthodes aboutissent à des coefficients significatifs, le rouge (*RedNoise*) dénote que les coefficients sont significatifs uniquement pour le bruit rouge et le vert (*Bootstrap*) véhicule l'information inverse par rapport au rouge. Les pourcentages indiquent la proportion de données observées entrant dans la classe concernée pour chacune des périodes étudiées. Les valeurs de R associés à ces périodes correspondent aux coefficients de corrélation de Pearson.

A terme, l'hypothèse de bruit rouge semble être une supposition raisonnable dans le cas des données étudiées. De fait, celle-ci sera adoptée dès à présent pour l'ensemble des coefficients d'ondelettes générés.

3.4 Etude de l'évolution conjointe des flux de H et LE

En vue d'étudier les interactions entre les flux de H et LE , leur spectre croisé a été construit et est représenté en **Figure 23**. Outre les indications déjà repérées sur les *scalograms* des deux variables prises indépendamment, peu d'informations supplémentaires ont pu être tirées de ces graphiques. Il importe de mentionner que la forte puissance commune observée à un an et un jour est due à la dépendance des deux flux au rayonnement solaire incident.

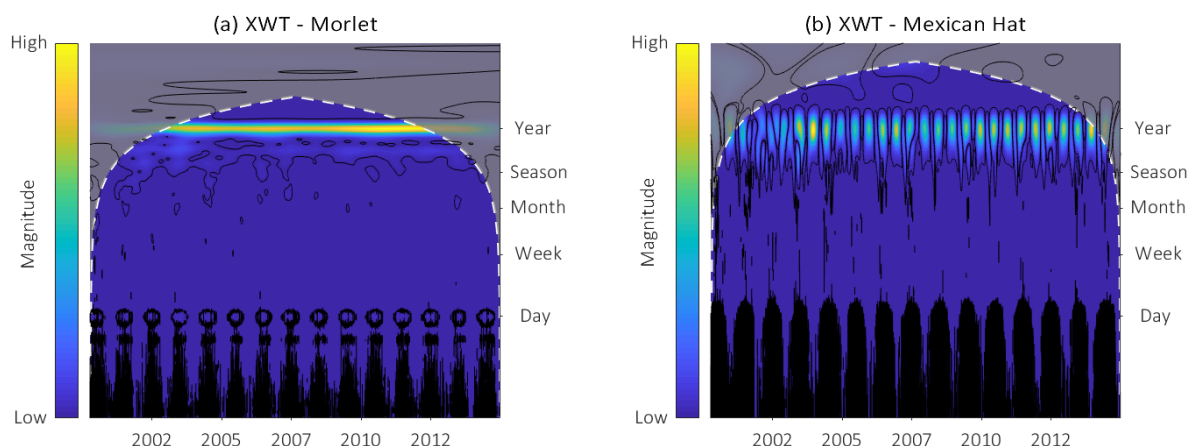


FIGURE 23 – Spectre croisé entre les flux de H et LE pour la période du 11 avril 2000 au 31 décembre 2014 construit au départ de l'ondelette (a) de Morlet et (b) de Mexican Hat. Les contours noirs indiquent les coefficients significatifs au seuil 5%

La cohérence par ondelettes (WC), permettant de s'affranchir de la valeur absolue des coefficients, a été représentée en **Figure 24**. Seul le spectre généré au départ de l'ondelette de Morlet a été conservé pour deux raisons principales. Dans un premier temps, aucun opérateur de *smoothing* adapté à l'ondelette de Mexican Hat n'a pu être défini. De fait, la représentation de la WC réalisée au départ de cette fonction analysante ne présente qu'un intérêt limité en termes d'interprétabilité. Ensuite, l'information retirée sur ce graphique est grandement redondante par rapport à celui obtenu sur base de l'ondelette de Morlet.

Il est à noter que les contours de signification n'ont pas été représentés sur le spectre de cohérence, dans l'optique de garantir une certaine lisibilité du contenu.

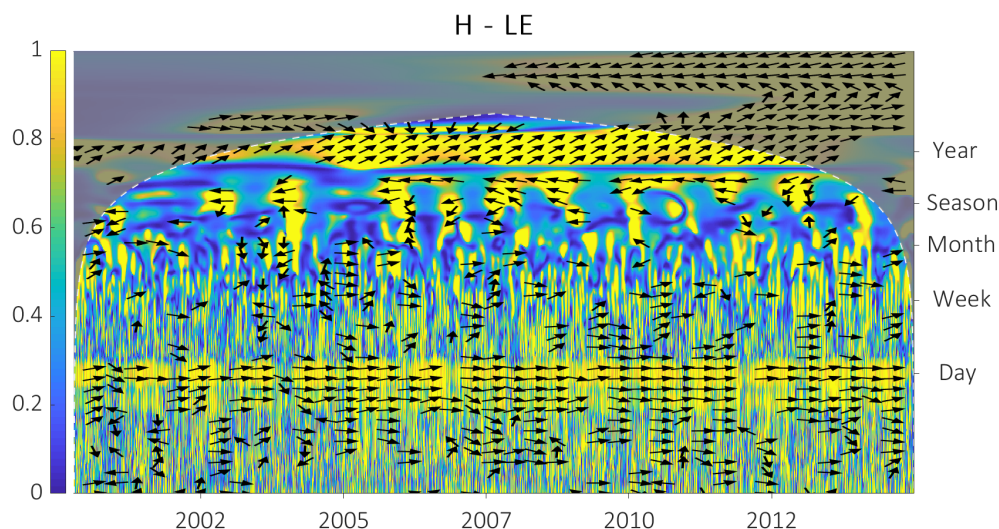


FIGURE 24 – Spectre de cohérence, généré au départ de l'ondelette de Morlet, entre les flux de H et LE pour la période du 11 avril 2000 au 31 décembre 2014. La relation de phase entre ces deux variables est représentée par des flèches pointant, par convention, à droite s'il y a concordance de phase, à gauche en cas d'opposition de phase et en haut si H est en avance de 90° par rapport à LE .

La **Figure 24** met de nouveau en exergue l'influence du rayonnement solaire sur les flux de H et LE tout en permettant de préciser ce lien. En effet, la bande annuelle du spectre de cohérence indique une relation de phase de $47,41 \pm 3,37$ jours (par convention, des valeurs positives désignent H en avance de phase par rapport à LE). Ce déphasage reflète grandement la réponse variable de l'écosystème à l'apport énergétique. Durant la période pré-foviaire, le rayonnement net se dissipe majoritairement sous forme de H en raison de l'absence d'éléments photosynthétiques. De fait, à partir du mois de janvier jusqu'à l'amorce de la saison de croissance, l'augmentation du rayonnement incident se traduit en un accroissement presque proportionnel du flux de H . Néanmoins, avec la reprise des activités végétales et particulièrement la hausse du LAI traduisant la repousse des feuilles, le flux de LE s'intensifie et atteint des valeurs similaires, voire supérieures à H selon les écosystèmes (Arain et al., 2003; Gao et al., 2018; Wilson et al., 2002). Ce phénomène est particulièrement avéré dans des milieux forestiers, où le flux de LE est une composante majeure du bilan énergétique, comptant pour 45% de l'évapotranspiration totale à la surface du globe (Oki & Kanae, 2006; Matsumoto et al., 2008). À terme, l'augmentation de l'échange de LE provoque une répartition plus importante de l' ED sous cette forme, induisant une dépréciation du flux de H . Dès lors, la hausse de H durant la saison pré-végétative suivie de celle de LE , qui prend l'ascendant à l'amorce de la saison de croissance, justifie le déphasage observé entre les deux flux.

À l'échelle journalière, H et LE semblent être en concordance de phase, avec un décalage temporel de $0,4 \pm 0,38$ heures. Au premier abord, ce résultat paraît censé étant donné qu'ils suivent tous deux l'évolution gaussienne du rayonnement solaire. Toutefois, le flux de LE dépend également du déficit en pression de vapeur (VPD) dont la dynamique journalière n'est pas centrée sur le zénith (Arain et al., 2003). De fait, cette relation de phase pourrait être affectée, principalement durant la saison de croissance, pour laquelle le VPD atteint des valeurs élevées. En vue d'investiguer cette piste, le déphasage journalier moyen entre les flux de H et LE a été séparément calculé pour la

période de croissance et le reste de l'année (**Figure 25**). Des valeurs de respectivement $0,63 \pm 0,21$ heures et $0,08 \pm 0,25$ heures ont été obtenus. Dès lors, l'hypothèse d'influence du VPD sur le flux de LE , provoquant un décalage entre les deux composantes de l' ED en moyenne 8 fois plus important pendant la saison végétative, semble plausible.

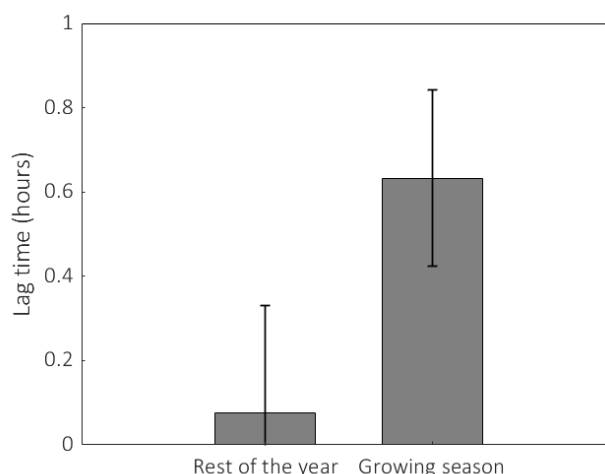


FIGURE 25 – Séparation du déphasage journalier entre les flux de H et LE en 2 périodes : la saison de croissance et le reste de l'année. Pour chacune des 14 années étudiées, les valeurs comprises entre le 15 décembre et le 15 janvier de l'année suivante n'ont pas été considérées car les données de phase présentent une incertitude trop importante au vu des faibles valeurs de LE .

En ce qui concerne les échelles intermédiaires, le spectre de cohérence entre H et LE s'avère, de nouveau, difficilement interprétable. Outre les informations susmentionnées, peu d'éléments peuvent être dégagés de cette représentation. Tout du moins, une tendance a pu être mise en évidence : le spectre présente des composantes significatives récurrentes entre les échelles mensuelle et semi-annuelle. Au vu du caractère répétitif de ce comportement, il semble qu'il soit lié à un phénomène physique annuel affectant la répartition entre les flux de H et LE de manière localisée. Une hypothèse conforme à cette description consiste en la déplétion des réserves en eau du sol, durant la saison de croissance. Effectivement, un déficit en disponibilité de l'eau entraîne une limitation de l'activité des éléments photosynthétiques, dépréciant ainsi principalement le flux de LE (Granier et al., 2008). Ce mécanisme régulateur d'évapotranspiration, s'opérant par le biais des stomates, a des impacts majeurs sur la distribution de l' ED (Zha et al., 2010). Par ailleurs, Jia et al. (2018) ont illustré que de tels événements de sécheresse se marquent aux échelles mensuelles à pluri-mensuelles, renforçant la pertinence de l'hypothèse émise.

Dans ce cadre, il a été évoqué en **section 2.4.1** que l'écosystème étudié a connu un épisode de sécheresse particulièrement intense en 2003. Au vu des informations susmentionnées, il serait intéressant d'étudier le spectre de cohérence entre H et LE durant cette année. Bien que la **Figure 24** indique une bande légèrement élargie comparativement aux autres années, l'évènement de sécheresse ne semble pas affecter les flux de manière significativement différente. Cet élément ne permet toutefois pas d'infirmer l'hypothèse émise quant au lien existant entre les échelles mensuelles à

semi-annuelles et la sécheresse, étant donné la résilience du système étudié. En effet, certains écosystèmes ont tendance à être d'avantage affectés par le phénomène d'épuisement des réserves en eau du sol – renforçant d'ailleurs ses effets en accentuant le flux de H – tandis que d'autres n'en sont que faiblement marqués (Bonan, 2008). Les forêts entrent généralement dans cette seconde catégorie, en raison de leur potentiel élevé de mitigation des impacts de la sécheresse par une utilisation plus conservative de l'eau (Teuling et al., 2010). Ceci est particulièrement avéré dans le cas des hêtraies européennes, pour lesquelles la répartition de l' ED est peu sensible aux sécheresses extrêmes (McGloin et al., 2019). Concernant le site étudié, Peiffer et al. (2014) expliquent ce comportement par la combinaison d'une régulation stomatique efficace et d'un système avancé de contrôle de l'inclinaison des feuilles. A terme, l'écosystème forestier de Hesse semble disposer de mesures efficaces pour lutter contre le phénomène de sécheresse. Cette capacité pourrait être partiellement à l'origine de l'intensité des composantes périodiques aux échelles pluri-mensuelles observées par application de la WC (**Figure 24**) relativement à la XWT (**Figure 23**).

Par ailleurs, trois activités d'éclaircies ont été réalisées sur le site étudié, en mars 2002, décembre 2005 et décembre 2009. De tels événements, provoquant une nette diminution du LAI, pourraient raisonnablement impacter la répartition de l' ED . Après investigation du spectre de cohérence (**Figure 24**), ces périodes ne semblent pas dégager de composantes périodiques particulières. Un tel résultat suppose que l'effet des éclaircies sur l'évolution des composantes du bilan énergétique serait négligeable. Pour la forêt de Hesse, de nombreuses études ont déjà évoqué ce constat, dans le cadre de l'investigation de la consommation photosynthétique de carbone et, plus globalement, de l'échange net de l'écosystème (NEE) (Baldocchi et al., 2018; Granier et al., 2008; le Maire et al., 2010). Une hypothèse pouvant expliquer cette absence d'effet sur les flux de H et LE réside dans la croissance subséquente des espèces végétales de sous-bois à l'abattage des arbres dominants de la canopée (Dore et al., 2012; Wilkinson et al., 2016; Moreaux et al., 2011). En outre, Noormets et al. (2015) soulignent que les impacts des éclaircies sont limités comparativement à ceux des récoltes, résultant en des effets indiscernables de la variabilité interannuelle des flux de H et LE . En définitive, ces activités d'éclaircies ne semblent pas affecter les échanges énergétiques de l'écosystème de manière significative.

Enfin, en ce qui concerne les échelles semi-journalières, semi-annuelles et intra-journalières, les mêmes remarques et interprétations que celles fournies en **section 3.2** sont proposées.

3.5 Evolution moyenne des flux de H et LE sur 1 an

Les représentations précédentes donnent lieu à une analyse limitée aux échelles intermédiaires. En vue de remédier à ce manque, une solution alternative consiste à représenter les coefficients d'ondelette moyens sur une année. Cette approche possède de nombreux avantages, notamment la possibilité de s'affranchir des événements particuliers propres à une année afin de s'intéresser à la dynamique globale des flux étudiés. Qui plus est, elle permet une étude plus précise de la variabilité hebdomadaire et mensuelle de la répartition de l' ED , relativement difficile à décrire au départ du jeu de donnée complet.

La **Figure 26** présente les *scalograms* annuels moyens des deux variables étudiées. Ces

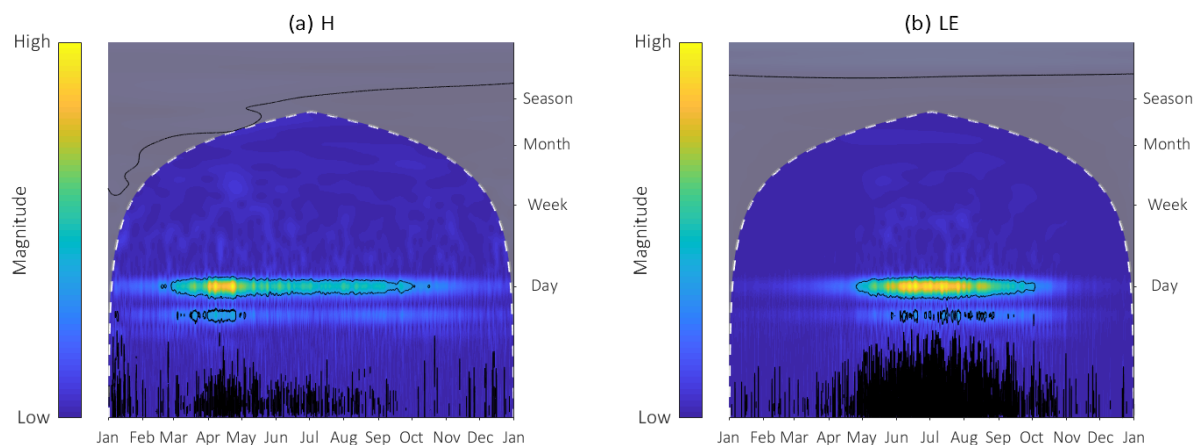


FIGURE 26 – Scalograms moyens des flux de (a) H et (b) LE annuels, obtenus au départ de l'ondelette de Morlet. Les contours noirs renseignent sur les coefficients significatifs au seuil 5%.

graphiques illustrent les modalités de leur évolution mutuelle, discutée en **section 3.4**. L'échange de H atteint son maximum entre les mois d'avril et de mai, à partir desquels l'écosystème se réchauffe et reprend ses activités biologiques. Par conséquent, le flux de LE augmente progressivement pour culminer durant les mois de juin-juillet (Arain et al., 2003). En septembre, les deux flux s'amenuisent avec la diminution du rayonnement solaire incident pour finalement atteindre des variations non significatives. Le déphasage annuel observé en **Figure 24** s'explique, entre-autres, par cette dynamique particulière. Les échelles intermédiaires, quant à elles, ne présentent aucun coefficient significatif.

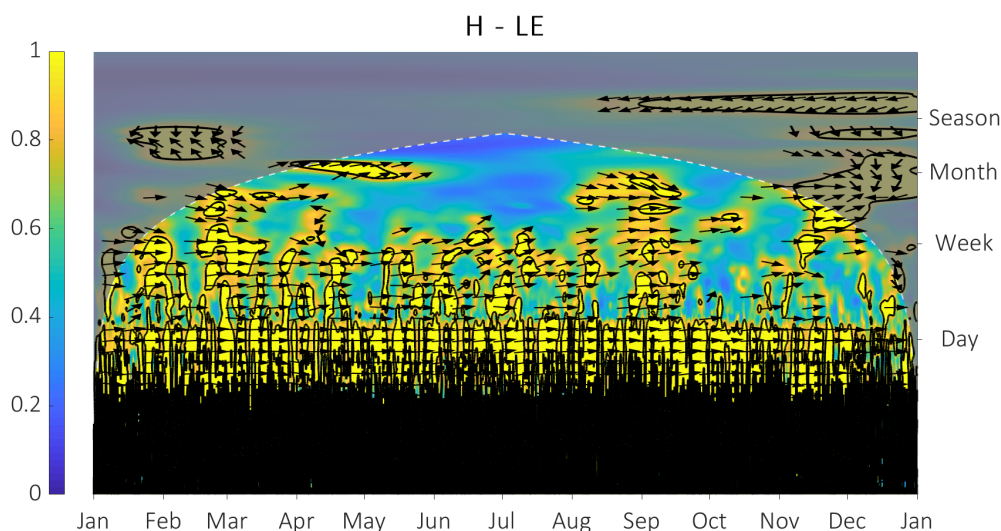


FIGURE 27 – Spectre moyen de cohérence annuelle entre les flux de H et LE généré au départ de l'ondelette de Morlet. La relation de phase entre ces deux variables est représentée par des flèches pointant, par convention, à droite s'il y a concordance de phase, à gauche en cas d'opposition de phase et en haut si H est en avance de 90° par rapport à LE . Les contours noirs renseignent sur les coefficients significatifs au seuil 5%.

En ce qui concerne l'analyse des interactions entre les flux de H et LE , le spectre moyen de cohérence annuelle est représenté en **Figure 27**. De nombreuses périodicités apparaissent, particulièrement pour les échelles comprises entre le jour et la semaine. De janvier à juin, ces composantes se marquent par une concordance de phase entre les deux flux, à hauteur de $0,06 \pm 0,2$ rad. Cette relation se modifie de juin à août, où H a tendance à évoluer en avance par rapport à LE de $0,56 \pm 0,11$ rad. Il est à noter que les valeurs de phase n'ont pas été retranscrites en décalages temporels car elles recoupent plusieurs échelles, dénuant ainsi la conversion de tout sens. A ce jour, aucune hypothèse n'a été émise quant à l'origine de ces mouvements. Il serait néanmoins intéressant d'adjoindre à la **Figure 27** une distribution de probabilité des événements climatiques, notamment les précipitations, afin de potentiellement les relier aux composantes périodiques repérées.

Qui plus est, plusieurs coefficients significatifs s'observent entre les échelles hebdomadaires et mensuelles. Parmi ceux-ci, deux régions se distinguent nettement : l'une localisée en mars et l'autre en septembre. Dans les deux cas, le flux de LE est en avance de phase par rapport à H , avec une différence moyenne de respectivement $-0,56 \pm 0,12$ rad et $-0,42 \pm 0,2$ rad. Ces deux mouvements semblent liés à l'amorce et le déclin de la saison de croissance, s'étendant généralement entre les périodes précitées. Partant de ce constat, il serait envisageable d'associer la seconde composante repérée, durant le mois de septembre, à la sénescence végétale, se traduisant par une chute du LE (McGloin et al., 2019). Granier et al. (2008) ont précédemment illustré l'influence de ce phénomène sur la NEE au mois de septembre, à la forêt de Hesse. Par ailleurs, cette supposition corrobore avec la relation de déphasage observée, étant donné que le flux de LE aurait alors tendance à se déprécier plus rapidement que celui de H . Une proposition alternative consisterait à admettre que cette seconde composante soit liée à l'épuisement des réserves en eau du sol. Ce phénomène s'observe régulièrement autour du mois de septembre pour le site étudié (Epron et al., 1999). En outre, le jeu de données disponible confirme cette observation, en présentant une chute du contenu en eau du sol (SWC) au même moment. Ceci est illustré pour l'année 2014 en **Annexe 6.6**.

Enfin, une dernière composante semble intéressante à investiguer : celle qui s'étend à l'échelle mensuelle entre le mois d'avril et celui de juin. Elle se marque par un déphasage de $2,35 \pm 0,41$ jours. Cette piste semble indiquer un mouvement périodique qui reste, en l'état, inexpliqué.

En définitive, de nombreux comportements récurrents s'observent entre les flux de LE et H , s'étendant entre l'échelle de la semaine à celle du mois. Il serait pertinent de mener une étude plus approfondie de ces composantes, au départ de variables météorologiques directrices, en vue d'identifier avec une précision accrue leurs origines respectives. Ceci est l'objet de la section suivante.

3.6 Interaction des flux de H et LE avec les variables météorologiques

En vue d'identifier les variables potentiellement responsables des comportements périodiques repérés dans les séries temporelles de H et LE , une étude de la cohérence entre ces flux et l'ensemble des variables climatiques disponibles est proposée en **Figure 28**. Celles-ci se constituent du rayonnement solaire incident (R_g), de la température de l'air (T_{air}), du déficit en pression de vapeur (VPD), du contenu en eau du sol (SWC) et

de l'échange net de carbone de l'écosystème (NEE). Etant donné que ces variables n'ont pas été mesurées de manière continue durant les 14 années d'analyse, les spectres de cohérence représentés se limitent à l'année 2014. Les séries temporelles associées sont fournies en **Annexe 6.6**.

Dans un premier temps, l'analyse de la **Figure 28** permet de conclure quant à l'influence prépondérante du R_g sur les flux de H et LE . Effectivement, suivant Jia et al. (2018), la variable météorologique possédant le spectre de cohérence le plus dense avec les flux étudiés peut raisonnablement être considérée comme principale directrice de leur évolution. Un tel résultat paraît censé au vu de la relation existant entre le rayonnement incident et H/LE (Gao et al., 2018). Par ailleurs, la cohérence entre R_g et H/LE ne se marque pas uniquement à l'échelle journalière : des composantes périodiques significatives pluri-journalières à mensuelles se perçoivent également. Celles-ci peuvent potentiellement s'expliquer par l'influence d'événements climatiques altérant directement le rayonnement solaire incident, tels les passages de fronts évoqués en **section 3.2**. Par ailleurs, les **Figures 28a/28b** illustrent partiellement la répartition de l' ED entre H et LE : le flux de LE présente une cohérence plus importante avec R_g à partir du mois de juin, au-delà duquel l'échange de chaleur par évapotranspiration constitue une part conséquente du bilan énergétique de l'écosystème (Bonan, 2016).

En ce qui concerne la température de l'air, le spectre de cohérence présente une continuité de coefficients significatif à l'échelle journalière, témoignant de la dépendance du flux de vapeur d'eau et de chaleur sensible à T_{air} . Cette conclusion peut d'ailleurs être étendue à l'ensemble des variables climatiques étudiées, affichant toutes cette bande journalière caractéristique (Baldocchi et al., 2001). En revanche, une information assez singulière se retrouve au sein du graphe de cohérence entre T_{air} et H/LE (**Figures 28c/28d**) : la composante semi-journalière paraît moins marquée relativement aux autres spectres. Une explication plausible de ce phénomène peut être établie au départ de l'hypothèse d'origine artificielle de cette composante. Il a été illustré, en **section 3.2**, que l'utilisation de l'ondelette de Morlet introduisait des périodicités à cette échelle sans signification physique en raison de l'allure gaussienne des variables étudiées. Néanmoins, la température de l'air suit une évolution d'allure sinusoïdale, justifiant le caractère superflu d'une périodicité semi-journalière. Le spectre global de T_{air} met en exergue l'influence peu marquée de cette échelle comparativement aux GS présentés pour H et LE en **Figures 16 et 17** (Jia et al., 2018 ; Nicolay, 2009).

Qui plus est, les spectres de cohérence relatifs au déficit en pression de vapeur (**Figures 28f/28g**) illustrent l'influence saisonnière de cette variable sur le flux de LE . Hors saison de croissance, l'évapotranspiration ne possède qu'une corrélation réduite avec le VPD , en raison des valeurs relativement faibles que ce gradient revêt (Chen et al., 2009). En revanche, le spectre de H et VPD révèle une cohérence plus marquée en cette même période. Ceci est principalement dû à la dépendance mutuelle et indépendante de ces deux variables à la température de l'air et, donc, au rayonnement solaire incident (Gu et al., 2006). Néanmoins, une fois la saison végétative établie, le VPD atteint des valeurs d'autant plus conséquentes que R_g s'intensifie. De fait, la demande évaporatoire s'en retrouve accentuée, justifiant l'augmentation du flux de LE et la cohérence subséquente avec le VPD (Arain et al., 2003). Par ailleurs, cette corrélation localisée entre le déficit de pression de vapeur et l'évapotranspiration appuie l'origine du déphasage observé entre H et LE durant la saison de croissance (**section 3.4**).

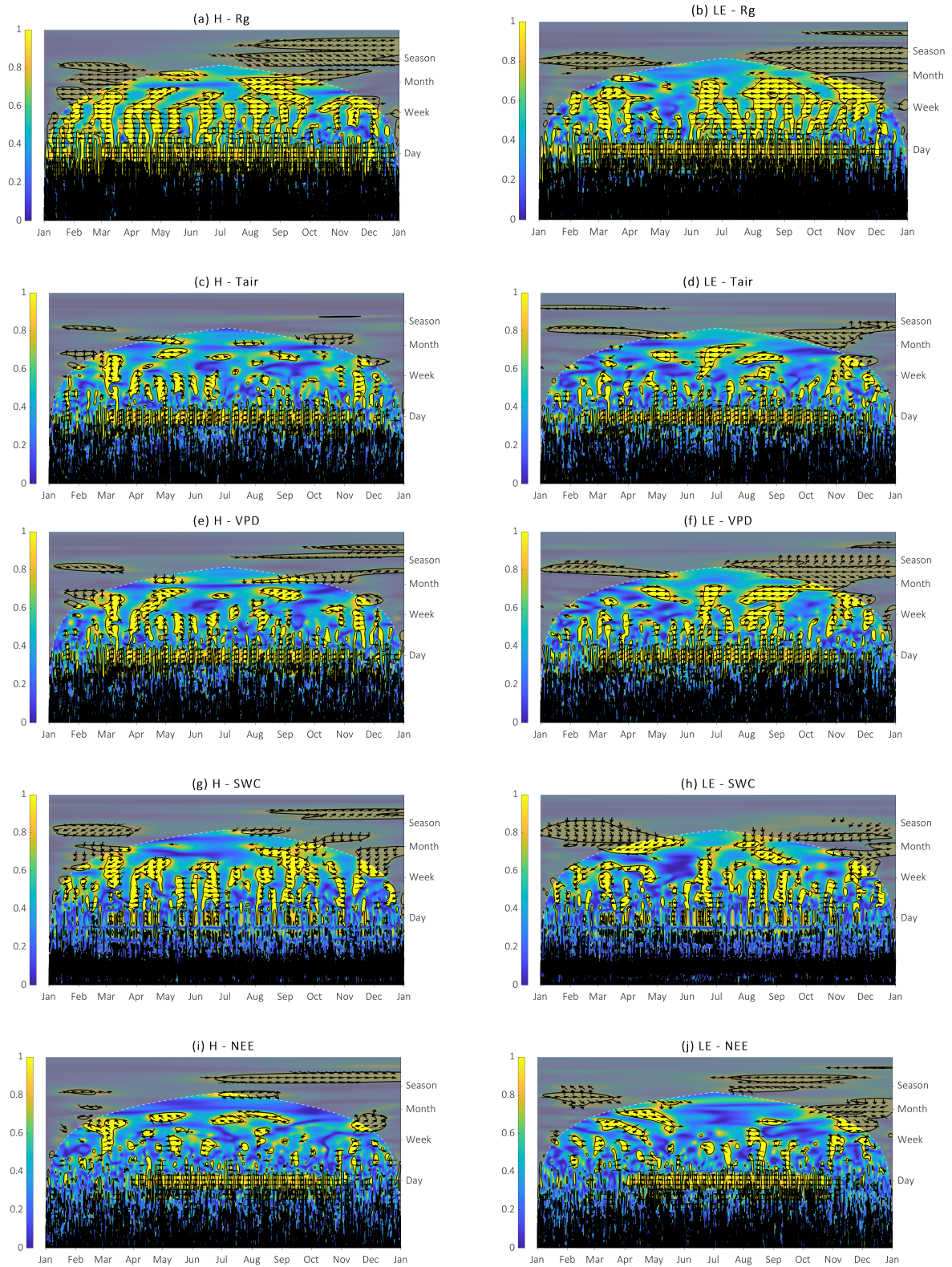


FIGURE 28 – Cohérence entre les flux de H/LE et les variables climatiques disponibles pour l'année 2014 à partir de l'ondelette de Morlet. Les contours noirs renseignent sur les coefficients significatifs au seuil 5%.

Pour ce qui est du *SWC*, il a précédemment été mentionné que cette variable influe grandement sur la répartition de l'*ED*. Effectivement, une déplétion importante des réserves en eau du sol induit la fermeture des stomates des espèces végétales. Par conséquent, la sensibilité de l'écosystème aux fortes valeurs de *VPD* est atténuée, limitant la chaleur échangée sous forme de *LE* (Arain et al., 2003; Gu et al., 2006). Cet effet du *SWC* sur la distribution de l'énergie disponible provoque des variations de grande ampleur, se répercutant donc sur des échelles supérieures à la journée (Jia et al., 2018). Les **Figures 28g/28h** illustrent ce comportement, avec une répartition plus importante des composantes périodiques au niveau des échelles intermédiaires entre le jour et le mois. À l'inverse, l'influence journalière du *SWC* sur les flux de *H/LE* est moins densément marquée relativement aux autres variables étudiées. À titre informatif, la cohérence entre le flux de vapeur d'eau et le *SWC* peut être utilisé comme un outil de détection des périodes de sécheresse (Jia et al., 2018).

Enfin, les spectres correspondant au *NEE* (**Figures 28i/28j**) présentent des zones significatives, concentrées durant la saison de croissance. Plusieurs facteurs permettent d'expliquer ce fait, notamment l'augmentation du rayonnement incident, source énergétique de la photosynthèse et donc de la consommation de CO_2 de l'écosystème (Monson & Baldocchi, 2014). En outre, l'élévation des températures, dépendante du flux de *H*, renforce également l'activité respiratoire de l'écosystème et, de fait, influe sur la *NEE* (Baldocchi et al., 2018). D'autres facteurs indirects sont également à l'origine de la relation entre la *NEE* et *H/LE*. Parmi ceux-ci, il convient de distinguer la densification du couvert végétal et, par-là, des éléments photosynthétiques. Ces derniers sont directement proportionnels au flux de *LE*, expliquant son effet sur la répartition de l'*ED* (Blancken et al., 1997; Gao et al., 2018; Valayamkunnath et al., 2018). Il est à noter que le spectre de cohérence indique une opposition de phase entre le flux de *NEE* et ceux de *H/LE*. Ceci était à prévoir, étant donné que la photosynthèse supplante la respiration de l'écosystème forestier durant la journée, rendant de fait l'évolution de la *NEE* (**Annexe 6.6**) négative (Chapin et al., 2011).

L'analyse des variables climatiques présentée ci-dessus peut également être réalisée de manière plus intégrée. En effet, la combinaison des informations issues des différents spectres de cohérence annuels générés (**Figures 27 et 28**) permet d'identifier l'origine potentielle d'évènements ponctuels. Les prochains développements se proposent d'étudier trois de ces épisodes. Il est à noter que l'ensemble des suppositions se basent en grande partie sur l'observation des évolutions temporelles des variables climatiques (**Annexe 6.6**).

De prime abord, la **section 3.5** évoque l'existence d'un mouvement périodique entre les flux de *H* et *LE* durant le mois de septembre. Celui-ci se marque aux échelles hebdomadaires à mensuelles, avec un déphasage de $-0,42 \pm 0,2$ rad (**Figure 27**). Deux hypothèses ont été émises quant à la source de cette composante : la dépréciation périodique du contenu en eau du sol et la présumée chute des feuilles saisonnière. La **Figure 28** permet d'apprécier la vraisemblance de cette première supposition. Effectivement, aux périodes précitées, le *SWC* présente une cohérence élevée avec les flux de *H/LE*. Il est en avance de phase de respectivement $-1,97 \pm 0,05$ rad et $-2,32 \pm 0,04$ rad sur les deux composantes du bilan énergétique. Cette variable pourrait donc être considérée comme directrice de cet évènement. Néanmoins, le flux de *LE* présente également une cohérence significative avec le *VPD*, caractérisée par une

relation de phase de $0,29 \pm 0,05$ rad. Cette valeur, plus proche de la concordance de phase, renseigne sur le lien à court terme existant entre LE et le VPD (Hatala et al., 2012). Partant de l'ensemble de ces constatations, l'hypothèse quant à l'origine de l'évènement étudié peut être reformulée comme suit : une augmentation du VPD a entraîné une hausse immédiate de la demande évaporatoire, se répercutant ainsi sur les réserves en eau du sol. Ce phénomène modifie également la répartition de l' ED , principalement au travers du flux de LE , expliquant son évolution prématurée par rapport à H . En ce qui concerne la seconde hypothèse, liée à la chute des feuilles, l'activité photosynthétique et donc la NEE devrait également être marquée par cet épisode. Or, aucune cohérence ne s'observe entre NEE et LE durant la période concernée. De fait, il serait judicieux d'écarter cette piste au profit de la première.

En second lieu, la **Figure 27** met en évidence une cohérence importante entre les flux de H et LE au mois de mars pour les mêmes échelles intermédiaires. Il est assez intéressant de remarquer que l'ensemble des variables climatiques semblent fortement corrélés à H et, dans une moindre mesure, à LE durant cette période (**Figure 28**). Néanmoins, ces dernières sont toutes en retard de phase par rapport à H mis à part le SWC et R_g , avec un déphasage de respectivement $-2,58 \pm 0,089$ rad et $0,29 \pm 0,06$ rad. Dès lors, l'évolution conjointe de H et R_g s'apparente à une concordance de phase tandis que celle de SWC et H s'assimile à une opposition de phase. R_g peut donc être considéré comme la variable directrice de ce mouvement et la diminution du SWC (**Annexe 6.6**) comme une conséquence sous-jacente. Qui plus est, cette hypothèse est renforcée par la cohérence marquée entre R_g et LE en ce même mois de mars. Une situation pour laquelle l'ensemble des conditions précitées peuvent être rencontrées correspond à une période étendue sans nuages ou pluie, impliquant une hausse du R_g et H au détriment du SWC .

Finalement, une information semble ressortir de l'ensemble des spectres représentés en **Figure 28** : une cohérence importante caractérise la période comprise entre le mois de juin et de juillet. Afin d'explicitier l'origine de ce phénomène, il a été admis que R_g joue le rôle de variable directrice. Ceci se base sur deux observations, à savoir la cohérence étendue entre R_g et H/LE ainsi que la relation de phase presque nulle associée, respectivement de $0,018 \pm 0,13$ rad et $0,18 \pm 0,04$ rad (H et LE en avance de phase). Par ailleurs, R_g atteint son maximum durant cette période (**Annexe 6.6**), exacerbant donc son effet sur les deux flux. Mis à part l'influence du R_g sur le bilan énergétique de l'écosystème, l'ensemble des variables étudiées dépendent également du rayonnement incident. Ceci pourrait expliquer l'origine des multiples cohérences observées en **Figure 28** pour la période concernée. A titre illustratif, une augmentation du R_g se traduit par une température de l'air plus élevée. Par conséquent, le VPD s'accroît, entraînant à son tour à la fois une hausse du flux de LE et une diminution du SWC . Toutefois, il convient de signaler que les conséquences de cette augmentation du R_g sont multiples et ne peuvent être explicitées de manière aussi simple. De nombreux effets complémentaires sont à attendre, notamment la rétroaction négative de la diminution du SWC sur le VPD (Gu et al., 2006).

4 Perspectives

4.1 Pistes d'amélioration

L'étude présentement menée a permis de souligner une multitude de traits fonctionnels de l'écosystème forestier de Hesse. Il serait néanmoins pertinent de la compléter de diverses manières afin de préciser davantage les résultats générés.

De prime abord, il a précédemment été mentionné que de nombreux comportements des flux de H et LE sont liés aux événements climatiques, tels les précipitations. De fait, il serait intéressant d'adjoindre aux *scalograms* des informations concernant la fréquence de ces événements pour la période étudiée. Une telle approche permettrait de mettre les résultats en perspectives afin de tirer des conclusions plus intégrées voire impossible à déceler autrement.

Par la suite, la démarche présentement appliquée illustre l'importance de disposer de longues séries temporelles pour l'analyse par ondelettes. Effectivement, au départ des 14 années disponibles, la période maximale d'analyse monte approximativement à 1 an, en raison de l'influence des extrémités du signal. Il convient donc d'étendre le plus possible les séries temporelles étudiées dans l'optique déceler des périodicités interannuelles.

En ce qui concerne la méthodologie appliquée, la principale limitation consiste en la définition de l'opérateur de *smoothing* intervenant dans l'expression de la cohérence par ondelettes (WC). Bien que Torrence & Webster (1999) en aient proposé une forme adaptée à l'ondelette de Morlet, celle-ci reste sujet à une certaine d'incertitude et ne peut être étendue à la seconde fonction analysante utilisée, à savoir l'ondelette de Mexican Hat. En vue de remédier à ce manquement, il pourrait notamment être envisagé d'utiliser une fenêtre de taille modulable, en temps et en fréquence, afin de s'adapter à la dilatation des ondelettes. Cette solution reste valable si tant est que la complexité de calcul subséquente reste de moindre mesure comparativement au gain potentiel d'information.

Par ailleurs, au travers de cette étude, il a été possible de constater l'importance que revêtent les données aberrantes dans le cadre de l'implémentation d'une méthode d'analyse basée sur la transformée en ondelettes continue (CWT). Ces erreurs découlent principalement du procédé de *gap filling* utilisée en amont de l'étude. Il importe donc de le sélectionner avec précaution tout en observant des routines de vérification des valeurs générées. Comme mentionné en **section 2.4.2**, l'utilisation de méthodes de régressions, telles les interpolations, sont à proscrire étant donné qu'elles contraignent la forme de l'évolution de la variable d'intérêt. Qui plus est, elles résultent typiquement en un lissage du signal, induisant une perte d'information aux hautes fréquences. Au départ de ces constats, Frick et al. (1998) ont développé une méthodologie dérivée de la CWT adaptée aux signaux avec données manquantes. Dans le cadre de la continuité de ce travail, il serait pertinent d'explorer les possibilités offertes par cette piste.

Enfin, cette analyse présente certaines lacunes statistiques auxquelles il conviendrait de remédier. Dans un premier temps, il semble opportun d'adjoindre des notions de signification propres aux spectres globaux. Le principal avantage découlant de cette démarche réside dans la fiabilité accrue des informations fréquentielles. Suivant Cazelles et al. (2008) il pourrait être envisagé d'implémenter des méthodes de *bootstrapping*, à

l'image de celles utilisées pour valider l'hypothèse de bruit rouge (**section 2.3.2.11**). Torrence & Compo (1998) proposent, quant à eux, d'exploiter de nouveau la distribution théorique de ce bruit rouge. En définitive, une multitude de solutions existent pour pallier ce manque.

Un des défauts les plus proéminents lié à l'évaluation statistique tient à la difficulté relative d'établissement de la signification pour la WC. Effectivement, le calcul se base sur des simulations *Monte Carlo*, relativement onéreuses en termes de temps de calcul. Ceci est particulièrement avéré dans le cadre de l'étude de signaux micro-climatiques, dépassant fréquemment une année de mesures (équivalent à 17520 données). A l'instar des développements de Torrence & Compo (1998) pour la CWT et l'analyse croisée par ondelettes (XWT), une solution idéale serait de développer une relation analytique décrivant le bruit sous-jacent au signal étudié. Dans cet esprit, Ge (2008) et Cohen & Walden (2010) ont précédemment déduit la distribution asymptotique d'un bruit blanc gaussien dans le cas précis de l'ondelette de Morlet. Toutefois, cette méthode présente de nombreuses restrictions car, comme le soulignent Aguiar-Conraria & Soares (2014), elle dépend fortement de la structure de covariance locale de l'ondelette. De fait, elle ne peut être généralisée à d'autres familles de fonctions analysantes. A terme, de potentielles futures études pourraient s'atteler à la définition d'une méthodologie plus adaptée à la détermination du spectre de cohérence du bruit rouge.

Pour ce qui est de la relation de phase, peu de tests statistiques ont réellement été proposés afin de juger de sa signification. Quand bien même, Ge (2008) suggère de ne pas recourir à de tels tests sur la phase. Effectivement, au départ de signaux synthétiques, il a illustré que cette quantité se distribue uniformément entre $-\pi$ et π dans le cas d'une absence de relation linéaire entre les variables d'intérêt. A l'inverse, si celles-ci sont effectivement liées, la phase tend vers une valeur définie, avec peu de fluctuations et donc, d'incertitudes. Etant donné que la WC est proche de 1 si une corrélation linéaire importante existe entre les deux variables, Ge (2008) propose d'utiliser directement le test de signification de la WC pour la phase. Malgré ces considérations, le développement de tests statistiques pour la phase permettrait d'accroître la fiabilité des relations décelées.

4.2 Extension de l'étude : analyse de littérature

Cette seconde section propose une analyse des publications récentes ayant pour optique l'application de la transformée en ondelette continue dans le cadre d'études climatiques. L'objectif poursuivi est à la fois d'illustrer la diversité d'application des ondelettes et de s'inspirer de cette diversité afin de peaufiner les futures études qui seraient amenées à être réalisées au départ de la présente thèse de Master. Une telle démarche s'intègre naturellement au sein de ce travail, à caractère exploratoire.

Pour ce faire, cinq articles ont été sélectionnés sur base de leur originalité, de leur impact et de leurs potentiels apports comparativement à la présente démarche. Un résumé concis de leur contenu est proposé par le biais de fiches synthétiques en annexe. Il est à noter que les informations présentées ont volontairement été restreintes en vue d'orienter le lecteur vers les éléments utilisés au sein de ce document. De manière succincte, les cinq articles retenus portent sur les thématiques suivantes :

- **Jia et al. (2018)** : Evaluation de l'impact relatif des variables climatiques sur l'évolution de l'échange net de CO₂ au-dessus d'une zone arbustive semi-aride (**section 4.2.1**).
- **Hatala et al. (2012)** : Mise au point de la relation de dépendance des émissions de CH₄ à l'activité photosynthétique des cultures de riz (**section 4.2.2**).
- **Furon et al. (2008)** : Etude de l'évolution conjointe de deux flux face à un évènement climatique (la fonte des glaces) afin d'en déduire la cause de leurs variations respectives (**section 4.2.3**).
- **Samuels-Crow et al. (2018)** : Définition des conditions sous lesquelles la respiration du sol peut être utilisée en tant que *proxy* pour la production totale de CO₂ au sein de ce même sol (**section 4.2.4**).
- **Vargas et al. (2010)** : Détermination des variables directrices de la production du CO₂ souterraine et validations de modèles (**section 4.2.5**).

Les développements qui suivent ont pour vocation d'explicitier les apports à la fois en termes d'interprétation et de méthodologie émanant de ces publications.

4.2.1 Article 1 : Jia et al. (2018) - Fiche synthétique : Annexe 6.7

Ce premier article propose d'étudier l'influence de variables climatiques sur l'échange net de CO₂ de l'écosystème. En ce sens, l'objectif diffère peu de la présente analyse. Néanmoins, de nombreuses méthodes alternatives et complémentaires à celles proposées dans le cadre de ce travail sont adoptées. De fait, les présents développements se concentrent majoritairement sur les apports méthodologiques découlant de l'étude menée par Jia et al. (2018).

Ces auteurs explorent les perspectives d'utilisation d'une méthodologie d'analyse émergente dénommée cohérence partielle par ondelettes (PWC, de l'anglais *Partial Wavelet Coherence*). Ce concept, introduit par Mihanović et al. (2009), se base sur la correspondance entre la cohérence par ondelettes (WC) et la corrélation linéaire. Il permet d'affranchir l'expression de la cohérence entre deux variables de l'influence d'une troisième variable externe. De fait, il est possible de déduire dans quelle mesure l'effet repéré par application de la WC est due à la variable considérée (Ng & Chan, 2012). Au vu des nombreuses interactions inhérentes aux flux de H et LE, l'application d'une telle méthodologie pourrait se révéler riche en informations et en précisions.

Par ailleurs, Jia et al. (2018) ont utilisé la PWC afin de déterminer le paramètre climatique le plus influent sur le flux de NEE. Ils proposent de considérer comme facteur prépondérant celui qui présente la PWC et la WC la plus densément répartie sur le demi-plan temps-fréquence avec la NEE. Cette information a également été utilisée dans le cadre de cette étude, afin d'illustrer le lien entre le rayonnement incident et la répartition de l'énergie disponible. Toujours en rapport avec la cohérence, les auteurs ont illustré la possibilité de repérer des événements particuliers de dominance d'un facteur au départ de la PWC. En guise d'exemple, ils ont mis en évidence des impacts localisés de sécheresse à travers l'utilisation de cette méthode.

Cet article fait également usage d'un indice dénommé transfert spectral de l'écosystème (EST, de l'anglais *Ecosystem Spectral Transfer*). Ce dernier permet de comparer l'intensité de la variabilité de deux facteurs. Plus particulièrement, un EST

positif indique une amplification du signal comparativement à la source tandis qu'un EST négatif renseigne quant à un phénomène d'amortissement (Stoy et al., 2009).

En ce qui concerne les résultats, Jia et al. (2018) ont obtenu des spectres d'allure similaire à ceux de la présente étude, renforçant l'analogie entre les démarches adoptées. Néanmoins, là où ce TFE n'exploite que peu la transformée en ondelettes croisée, Jia et al. (2018) proposent d'utiliser des co-spectres globaux en vue de déterminer les échelles auxquelles deux variables possèdent une puissance commune élevée.

De surcroît, les auteurs considèrent qu'un temps de réponse à court terme consiste en le meilleur indicateur d'une relation de cause à effet. Partant de ce constat, ils proposent de considérer le facteur caractérisé par le déphasage le plus réduit avec la variable d'intérêt comme ayant l'influence la plus prépondérante sur son évolution. Une telle méthodologie leur a permis de mettre en évidence l'impact de la température de l'air sur le flux de NEE à une échelle annuelle.

Enfin, Jia et al. (2018) avancent que l'application d'une procédure de *gap filling* aux données semble affecter de manière peu significative l'appréciation qualitative des résultats. Ceci semble compléter la discussion précédemment menée au point 4.1, concernant l'importance de pratiquer correctement le *gap filling*, pour éviter notamment d'adjoindre des pics au signal étudié.

4.2.2 Article 2 : Hatala et al. (2012) - Fiche synthétique : Annexe 6.8

Cet article a pour vocation de démentir une supposition quant à l'origine de l'évolution journalière de l'émission du méthane du sol. Pour ce faire, les auteurs implémentent une méthode basée sur la cohérence par ondelette. Elle est appliquée à deux variables climatiques, dont l'une est supposée gouverner le flux de méthane.

Deux informations principales peuvent se dégager de la méthodologie d'analyse adoptée par Hatala et al. (2012). Dans un premier temps, ces derniers proposent de considérer le spectre de cohérence de manière globale. Ce faisant, ils s'intéressent uniquement aux zones significatives étendues et non aux bandes localisées. Une telle approche permet de relier la majeure partie de l'évolution d'une variable à celle d'une autre, déterminant de fait les relations de proximités entre celles-ci. Cette démarche est à rapprocher de la convention utilisée dans le cadre du premier article, consistant à estimer l'influence d'une variable par la densité de coefficients significatifs présente au sein du spectre de cohérence.

Dans un second temps, les auteurs illustrent l'importance d'examiner les relations de phase lors de l'investigation des variables directrices d'un flux. En effet, le facteur déterminant l'évolution dudit flux se doit d'être en avance de phase comparativement à celui-ci. Cette proposition exprime, de manière simplifiée, le constat élémentaire stipulant que « la cause précède toujours la conséquence ». De nouveau, ces considérations rejoignent celles de l'article susmentionné (Jia et al., 2018).

4.2.3 Article 3 : Furon et al. (2008) - Fiche synthétique : Annexe 6.9

Furon et al. (2008) proposent d'étudier le mécanisme à l'origine des émissions de N_2O et de CO_2 durant la fonte des glaces. Dans cette optique, la cohérence entre ces flux et la température du sol à différentes profondeurs a été calculée.

Cet article se base sur une comparaison de multiples spectres générés le long d'un gradient (dans ce cas, la profondeur de mesure de la température). L'intérêt d'adopter une telle démarche réside dans la possibilité de grandement faciliter l'interprétation de la cohérence. Effectivement, les différences repérées au travers des spectres sont nécessairement liées à l'influence de ce gradient. Les similitudes, quant à elle, renseignent sur l'absence d'effet dudit gradient. De fait, la méthodologie employée par Furon et al. (2008) permet une identification immédiate de l'amplitude d'impact d'un facteur au travers d'informations temporelles et fréquentielles.

Qui plus est, cet article se construit au départ d'une hypothèse pour laquelle la transformée en ondelettes continue est utilisée en tant qu'outil d'investigation. A l'inverse, dans le cadre du présent travail, cette transformée est considérée en tant que méthodologie à part entière dans l'optique de déceler des informations inédites quant à l'évolution du signal. L'avantage de la méthode suivie par Furon et al. (2008) se trouve, de nouveau, dans la possibilité de faciliter les interprétations des spectres de cohérence. Ces représentations véhiculent une quantité d'information telle qu'il peut s'avérer, dans certains cas, relativement complexe d'en retirer des conclusions précises. Dans ce contexte, limiter la zone d'étude en éprouvant des hypothèses semble être une démarche pertinente.

4.2.4 Article 4 : Samuels-Crow et al. (2018) - Fiche synthétique : Annexe 6.10

L'objectif de cet article est de déterminer sous quelles conditions la respiration à la surface du sol peut être considérée comme représentative de la production totale de CO_2 dans le sol. Les auteurs apportent des éléments de réponse à cette question de recherche au départ de la cohérence par ondelettes.

Globalement, ils adoptent une approche comparative, au travers de plusieurs spectres de cohérence, différenciés les uns des autres par la granulométrie du sol. Comme discuté précédemment dans le cas de la démarche menée par Furon et al. (2008), cette méthode présente comme avantage de concourir à la simplification des interprétations.

A l'instar de Jia et al. (2018), les auteurs se basent sur des interprétations globales des spectres de cohérence. Ce faisant, ils supposent qu'une zone est représentative du comportement vers lequel elle tend. De nouveau, une telle approche facilite grandement la détection d'informations lorsque celles-ci s'avèrent difficilement discernables.

Par ailleurs, Samuels-Crow et al. (2018) proposent d'utiliser des spectres globaux de cohérence et de phase, définis par application de l'opération de moyenne temporelle aux coefficients d'ondelette des deux grandeurs mentionnées. Ces notions permettent d'identifier les périodes pour lesquelles la cohérence et/ou la phase seraient les plus significatives. De fait, l'utilisation de ces représentations peut accompagner le processus de discussion des résultats. Qui plus est, elles offrent la possibilité de repérer des

tendances pouvant être dissimulées au sein de représentations locales. A titre illustratif, une phase qui aurait tendance à croître avec l'échelle analysée serait aisément repérée au sein d'un spectre global.

Enfin, les auteurs intègrent des informations quant aux événements climatiques lors de leur investigation des spectres de cohérence. Ce faisant, il leur a notamment été possible de rattacher certains comportements à des précipitations particulièrement intenses. Ce résultat étaye les commentaires formulés en **section 4.1**.

4.2.5 Article 5 : Vargas et al. (2010) - Fiche synthétique : Annexe 6.11

Vargas et al. (2010) étudient l'influence de facteurs climatiques sur la production de CO_2 du sol. A l'image des articles précédents, ils témoignent de l'importance d'adopter une vision globale lorsque la transformée en ondelettes continue est utilisée en tant que méthode exploratoire. Par ailleurs, parallèlement à la démarche poursuivie par Samuels-Crow et al. (2018), ils basent de nombreuses interprétations sur des données se référant aux événements climatiques (dans leur cas, les précipitations), afin d'interpréter la répartition de la cohérence sur le demi-plan temps-fréquence.

En outre, ces mêmes auteurs utilisent les données de différence de phase issues de deux spectres de cohérence différents (CO_2 – température de l'air et CO_2 – rayonnement photosynthétiquement actif) afin de réaliser une régression linéaire. Ce faisant, ils sont à même d'évaluer si la relation entre deux variables x_1 et y peut être expliquée par une variable externe x_2 . Plus globalement, Vargas et al. (2010) illustrent le caractère premier de la transformée en ondelettes continue : celui de constituer un outil complémentaire aux méthodes existantes et non une méthodologie à part entière.

Cet article poursuit un second objectif, consistant à évaluer la validité de modèles ayant pour optique d'estimer la production de CO_2 du sol. Dans ce cadre, les auteurs ont implémenté la transformée en ondelettes continue de manière assez originale, directement sur les résidus des modèles. Ils soutiennent que la décomposition dans le demi-plan temps-fréquence permet non seulement de déterminer à quels moments le modèle échoue mais également d'associer à cette localisation temporelle des informations fréquentielles, pouvant renseigner sur l'origine des facteurs qu'il convient d'adjoindre à la modélisation. Une telle application pourrait trouver un intérêt dans de futures études.

4.2.6 Synthèse

En définitive, il ressort de cette analyse de littérature une tendance marquée quant à l'utilisation de la cohérence par ondelettes. Cette méthode, permettant d'étudier la corrélation locale entre deux variables, dispose d'un grand potentiel exploratoire. En ce qui concerne la méthodologie, les points suivant ont pu être tirés :

- ⇒ Les auteurs se basent sur des informations globales, exacerbant les tendances majeures aperçues sur les spectres de cohérence.
- ⇒ La relation de phase indique la variable directrice principale d'un flux comme étant celle précédant directement ce flux. Il convient néanmoins de nuancer ce point en mentionnant les possibles effets à long terme de certaines variables.

- ⇒ La cohérence consiste en un outil complémentaire aux méthodes d'analyse statistiques ou mathématiques existantes. De fait, elle n'a pas pour vocation de les suppléer mais bien de les enrichir.
- ⇒ Une interprétation accrue peut être établie en utilisant la transformée en ondelettes continue comme outil d'investigation d'une hypothèse. Dans le cadre d'un travail exploratoire, ce même rendu peut être atteint en décomposant l'analyse selon un gradient.

Enfin, de nombreuses méthodes émergentes se développent au départ de la transformée en ondelettes continue. Celles-ci découlent d'une multitude de contributions pluridisciplinaires. Cette particularité, qui est à l'origine du succès de la CWT, continue à lui permettre d'évoluer et à s'implémenter dans le domaine de la climatologie.

5 Conclusion

Le présent travail a pour vocation d'explorer les perspectives qu'offrent les méthodes fréquentielles de traitement du signal dans le domaine de la micro-climatologie. Il se veut capable d'identifier les tendances caractérisant la dynamique des échanges écosystème-atmosphère. Avec la disponibilité croissante de mesures continues des variables correspondantes, notamment par le biais de réseaux internationaux tels ICOS et FLUXNET, l'étendue des séries temporelles auxquelles les climatologues sont confrontés est en perpétuel accroissement. En vue d'investiguer de telles bases de données, il leur importe de maîtriser des outils d'analyse de signaux toujours plus performants. Ce besoin est d'autant plus important qu'il favorisera la compréhension des conséquences du dérèglement climatique actuel sur les agroécosystèmes. Par ce biais, il est possible de caractériser sous quelles modalités les écosystèmes terrestres évoluent dans un monde en proie au changement, tant par des facteurs physico-chimiques (augmentation des températures, accumulation de gaz à effets de serre, intensification des événements extrêmes) que biologiques (perturbation des cycles biogéochimiques, modification de la répartition des biomes, réduction de la biodiversité).

Dans ce contexte, l'étude présentement menée propose d'implémenter un outil dont l'utilisation s'est répandue à travers de nombreux domaines depuis ses premiers développements en 1975 : la transformée en ondelettes continue. A l'inverse de l'analyse classique de Fourier, cette méthodologie permet d'associer une localisation temporelle aux comportements périodiques décelés dans le signal. De fait, elle est particulièrement adaptée à l'étude de variables micro-climatologiques de par sa compatibilité aux phénomènes instationnaires. Dans le cadre de ce travail, elle a été appliquée aux flux de chaleur sensible H et latente LE échangés à l'interface écosystème-atmosphère, surplombant la forêt de Hesse. Ces deux variables sont caractéristiques du fonctionnement de l'écosystème, de par les processus écophysiologiques sous-jacents qu'ils reflètent. Qui plus est, ils permettent de déterminer l'état physique de l'atmosphère, expliquant l'intérêt qui leur est accordé.

Par le procédé d'analyse susmentionné, plusieurs conclusions en lien avec les échanges énergétiques de l'écosystème ont pu être tirées. De prime abord, la transformée en ondelettes continue a illustré la dynamique journalière et annuelle typique des flux de H et LE , tout en la précisant par des informations complémentaires, notamment concernant leur déphasage. De nombreux comportements inédits ont également été mis en exergue, principalement aux échelles comprises entre le jour et l'année, à l'amorce et au déclin de la saison de croissance. Par ailleurs, l'étude de l'interaction entre les deux flux a permis d'apprécier la résilience du système forestier face à des événements particuliers, qu'il s'agisse de sécheresses ou d'éclaircies. Enfin, il a été possible de caractériser l'influence relative des variables climatiques sur la répartition de l'énergie disponible. Au départ de l'ensemble de ces informations, des suppositions intégrées quant aux processus écophysiologiques gouvernant l'évolution des flux de H et LE ont été avancées.

En ce qui concerne la méthodologie appliquée, la transformée en ondelettes continue s'est avérée relativement apte à retranscrire des comportements propres aux échanges énergétiques des écosystèmes forestiers. Ceci confirme donc l'adaptabilité de l'outil à

l'étude de tels processus et, par extension, au domaine de la micro-climatologie. Toutefois, un artifice lié à l'utilisation de l'ondelette de Morlet a été repéré dans le cas de l'examen de signaux de forme gaussienne. De fait, dans l'optique d'éviter de déceler des périodicités artificielles, il est suggéré d'utiliser une multitude d'ondelettes de propriétés différentes. Somme toute, la méthodologie de transformée en ondelettes reste une technique relativement récente. Elle est en constante évolution et donne lieu à nombre d'applications, telle la cohérence partielle en ondelettes, qui permettraient à la fois d'étendre et de préciser les développements de ce travail.

A terme, de nombreux comportements de l'écosystème forestier de Hesse ont pu être mis en évidence au travers de l'étude présentement menée. Il est sage et prudent de retenir que les propositions énoncées à l'issue de ce travail de fin de Master restent des hypothèses et que celles-ci pourraient encore très certainement être éprouvées plus intensément. Qui plus est, de nombreux effets à la fois directs et indirects existent entre les facteurs étudiés, pouvant dès lors atténuer voire supplanter les processus explicatifs évoqués. Dès lors, il importe de compléter toute méthode d'analyse temps-fréquence par une connaissance la plus exhaustive possible du fonctionnement de l'écosystème d'intérêt. Dans cet esprit, ces quelques paroles d'Yves Meyer sont proposées en guise d'*explicit* (Meyer, 1990 cité par Farge, 1992) :

"[wavelets] do not constitute a theory but rather a new scientific tool. Indeed, they have never been used to explain anything. [...] they play nearly the same role as the pair of glasses I use to read the "Apologie de Raimond Sebond." These glasses, now required by my age, should not be condemned if I do not understand Montaigne's thoughts, or glorified if I admire them. Likewise with wavelets whose modest, but essential, role is to help us to better study, at different scales, complex phenomena."

6 Annexes

6.1 Formulation des variances temporelles et fréquentielles

Soit une fonction analysante $g(t)$ et la transformée de Fourier associée $G(\omega)$. Supposons, sans perte de généralité, que la fonction $g(t)$ soit normée, i.e. $\|g(t)\|^2 = 1$ ce qui implique, par l'égalité de Parseval, $\|G(\omega)\|^2 = 2\pi$. La moyenne temporelle de $g(t)$ est fournie par :

$$\mu_t = \int_{-\infty}^{+\infty} t |g(t)|^2 dt$$

Et la variance associée :

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - \mu_t)^2 |g(t)|^2 dt$$

Dans le domaine fréquentiel, ces paramètres s'écrivent :

$$\mu_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |G(\omega)|^2 d\omega$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \mu_\omega)^2 |G(\omega)|^2 d\omega$$

L'objectif poursuivi est de déterminer la valeur des variances temporelles et fréquentielles pour les fonctions analysantes définies pour la transformée de Fourier à fenêtre et la transformée en ondelettes continue.

a) Transformée de Fourier à fenêtre

Pour rappel, la fonction analysante $\psi_{a,b}(t)$ dépend de deux paramètres a et b . Etant donné que b représente la translation de l'ondelette, celle-ci sera constamment centrée en ce point, de par sa symétrie. La moyenne μ_t correspond donc au paramètre b , et on peut écrire :

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - b)^2 |\psi_{a,b}(t)|^2 dt$$

En remplaçant $\psi_{a,b}$ par sa définition, à savoir : $\psi_{a,b}(t) = e^{jat} p(t - b)$, il découle de l'expression précédente :

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - b)^2 |e^{jat} p(t - b)|^2 dt$$

Etant donné que $|e^{jat}| = 1$, on déduit :

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - b)^2 |p(t - b)|^2 dt$$

Par le changement de variable $u = t - b$ l'expression devient :

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (u)^2 |p(u)|^2 du = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |p(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi(t)|^2 dt$$

Pour la résolution fréquentielle :

— La transformée de Fourier de $\psi_{a,b}(t)$ est $\Psi_{a,b}(\omega) = e^{jbt} P(\omega - a)$

— La valeur moyenne de $\psi_{a,b}$ dans le domaine fréquentiel vaut a

Preuve :

$$\mu_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |\Psi_{a,b}(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |P(\omega - a)|^2 d\omega$$

Devenant après changement de variable $u = \omega - a$:

$$\mu_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (u + a) |P(u)|^2 du = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u |P(u)|^2 du + \frac{a}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |P(u)|^2 du$$

La symétrie de la fonction fenêtre implique $\int_{-\infty}^{+\infty} u |P(u)|^2 du = 0$ et les hypothèses simplificatrices initiales permettent de dire $\int_{-\infty}^{+\infty} |P(u)|^2 du = 2\pi$. L'expression se simplifie en :

$$\mu_\omega = \frac{a}{2\pi} 2\pi = a$$

Au départ de ces deux informations, un développement analogue à celui précédemment mené pour σ_t^2 permet de démontrer que :

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 |\Psi(\omega)|^2 d\omega$$

De fait, les expressions de σ_t^2 et σ_ω^2 sont affranchies de a et b . Il en découle que les résolutions fréquentielles et temporelles sont indépendantes de ces paramètres.

b) Transformée en ondelettes

Dans un souci de simplification des expressions obtenues, supposons l'ondelette initialement centrée en zéro. De telle sorte, les paramètres de moyenne et de variance s'écrivent, pour l'ondelette mère $\psi(t)$:

$$\mu_t = \int_{-\infty}^{+\infty} t |\psi(t)|^2 dt = 0 (= b)$$

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi(t)|^2 dt$$

Après translation et dilatation, ces mêmes paramètres deviennent :

$$\mu_{t_{a,b}} = b$$

$$\sigma_{t_{a,b}}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - b)^2 |\psi_{a,b}(t)|^2 dt$$

Dans le cas de la transformée en ondelettes continue, les fonctions analysantes $\psi_{a,b}(t)$ prennent la forme $\frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$. Dès lors :

$$\sigma_{t_{a,b}}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - b)^2 \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \right|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} a \left(\frac{t-b}{a} \right)^2 \left| \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \right|^2 dt$$

Au départ du changement de variables $u = \left(\frac{t-b}{a}\right)$, impliquant $dt = a du$, la relation se simplifie en :

$$\sigma_{t_{a,b}}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} a^2 u^2 |\psi(u)|^2 du = a^2 \sigma_t^2$$

En ce qui concerne le domaine fréquentiel, les deux paramètres de position et de dispersion définis précédemment s'écrivent, pour l'ondelette mère :

$$\mu_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |\Psi(\omega)|^2 d\omega = \gamma$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \mu_\omega)^2 |\Psi(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \gamma)^2 |\Psi(\omega)|^2 d\omega$$

Où la valeur moyenne de l'ondelette mère $\Psi(\omega)$ est fixée à une valeur γ . Il est à noter que l'expression de la moyenne fréquentielle μ_ω en fonction des paramètres a et b ne peut être immédiatement déduite pour toutes les ondelettes filles à partir de sa valeur initiale pour l'ondelette mère, contrairement au cas temporel. Elle est évidemment liée au paramètre d'échelle a mais, les fonctions analysantes n'étant plus sinusoïdales, il n'y a pas une concordance immédiate entre les échelles et les fréquences repérées dans le signal. De fait, il convient de réécrire le paramètre μ_ω en faisant explicitement apparaître l'influence de a et b , soit :

$$\mu_{\omega_{a,b}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |\Psi_{a,b}(\omega)|^2 d\omega$$

En remplaçant $\Psi_{a,b}(\omega)$, la transformée de Fourier de $\psi_{a,b}(t)$, par sa valeur, à savoir $\Psi_{a,b}(\omega) = \sqrt{a}\Psi(a\omega)e^{-j\omega b}$, il découle :

$$\mu_{\omega_{a,b}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |\sqrt{a}\Psi(a\omega)e^{-j\omega b}|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} a\omega |\Psi(a\omega)|^2 d\omega$$

Par application du changement de variable $u = a\omega$:

$$\mu_{\omega_{a,b}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u |\Psi(u)|^2 \frac{du}{a} = \frac{\gamma}{a}$$

Ainsi, la valeur moyenne de l'ondelette mère γ étant indépendante de a , la relation précédente établit une définition de la moyenne fréquentielle des ondelettes filles où l'influence de ce paramètre a été mise en exergue. A l'instar de la démarche adoptée pour le cas temporel, il convient désormais de définir la variance de $\Psi_{a,b}(\omega)$ comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega_{a,b}}^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \mu_{\omega_{a,b}})^2 |\Psi_{a,b}(\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \frac{\gamma}{a})^2 |\sqrt{a}\Psi(a\omega)e^{-j\omega b}|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a^2} (a\omega - \gamma)^2 a |\Psi(a\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a} (a\omega - \gamma)^2 |\Psi(a\omega)|^2 d\omega \end{aligned}$$

En exploitant à nouveau le changement de variable $u = a\omega$, l'expression devient :

$$\sigma_{\omega_{a,b}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a} (u - \gamma)^2 |\Psi(u)|^2 \frac{du}{a} = \frac{1}{a^2} \sigma_\omega^2$$

En définitive, après dilatation d'une ondelette d'un facteur a :

- L'écart-type dans le domaine temporel σ_t est multiplié par a , diminuant ainsi la résolution temporelle
- L'écart type dans le domaine fréquentiel σ_ω est divisé par a , augmentant ainsi la résolution fréquentielle

La translation n'affecte aucunement ces deux paramètres.

6.2 Normalisation de l'ondelette de Morlet

L'ondelette de Morlet, définie dans $L^1 \cap L^2$, se note :

$$\psi(t) = K e^{-j\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

En vue d'assurer une conservation de l'énergie initiale de l'ondelette mère suite à ses dilatations et translations, la convention générale consiste à adopter une norme L^2 constante entre les ondelettes filles. La formulation générale d'une norme L^p ($p \geq 1$) associée à une fonction intégrable au sens de Lebesgue est la suivante (Debnadt & Shah, 2015) :

$$\|\psi(t)\|^p = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^p dt < \infty$$

De fait, au vu de la définition d'une l'ondelette, il peut également être envisagé d'égaliser la norme L^1 entre les différentes fonctions analysantes. Les deux cas conduisent à une formulation différente des ondelettes filles ainsi que de la constante apparaissant dans l'expression de l'ondelette de Morlet. Pour rappel, les ondelettes filles sont obtenues par translation et dilatation de l'ondelette mère, à savoir :

$$\psi_{a,b}(t) = \lambda \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

Où λ représente le facteur de normalisation à définir.

Somme toute, la présente section a pour vocation de déterminer les paramètres K et λ pour chacune des deux possibilités susmentionnées.

a) Conservation de la norme L^2

Cette première convention suppose une conservation de l'énergie du signal entre les ondelettes mère et filles, à savoir :

$$\|\psi_{a,b}(t)\|^2 = \|\psi(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt$$

En remplaçant $\psi_{a,b}(t)$ par sa définition, il ressort :

$$\|\psi_{a,b}(t)\|^2 = \left\| \lambda \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \right\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \lambda \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \right|^2 dt$$

En posant le changement de variable $u = \frac{t-b}{a}$, cette expression se simplifie en :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\lambda \psi(u)|^2 a du = \lambda^2 a \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(u)|^2 du = \lambda^2 a \|\psi(t)\|^2$$

De fait, en vue de conserver une norme L^2 , il convient de fixer $\lambda = \frac{1}{\sqrt{a}}$. Cette normalisation est celle qui a été précédemment présentée.

Dans le cas de l'ondelette de Morlet, il est de commune mesure de lui attribuer une norme unitaire, soit :

$$\|\psi(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| K e^{-j\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \right|^2 dt = 1$$

Le membre de gauche de cette équation peut être simplifié comme suit, en utilisant l'intégrale de Gauss :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left| K e^{-j\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \right|^2 dt = K^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{\sigma^2}} dt = K^2 \sigma \sqrt{\pi}$$

En égalisant de nouveau les deux membres de l'équation, la valeur de la constante K se déduit comme étant :

$$K = (\sigma^2 \pi)^{-\frac{1}{4}}$$

b) Conservation de la norme L^1

En ce qui concerne cette seconde normalisation, la relation préservée entre ondelette mère et filles est :

$$\|\psi_{a,b}(t)\| = \|\psi(t)\| = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)| dt$$

En détaillant l'expression des ondelettes filles, il découle :

$$\|\psi_{a,b}(t)\| = \left\| \lambda \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \right\| = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \lambda \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \right| dt$$

Par un raisonnement analogue au cas de la norme L^2 , on déduit $\lambda = \frac{1}{a}$. De fait, l'expression des ondelettes filles devient :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{a} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right)$$

Dans le cadre de cette application, il a été décidé de fixer la valeur de cette norme à 2. De fait, il est possible de déduire la valeur de la constante K de l'ondelette de Morlet en utilisant :

$$\|\psi(t)\| = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| K e^{-j\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \right| dt = K \sqrt{2} \sigma \sqrt{\pi}$$

Cette expression étant égale à 2. Il en découle la nouvelle formulation de K , à savoir $K = \left(\frac{2}{\sigma^2 \pi} \right)^{\frac{1}{2}}$.

6.3 Application du théorème de corrélation croisée

La propriété de calcul des coefficients d'ondelettes à partir de la transformée de Fourier se base sur le théorème de convolution, permettant d'exprimer cette opération comme un simple produit dans l'espace des fréquences. En d'autres termes, ce théorème stipule :

$$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g(\tau - t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) G(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Où $*$ représente l'opération de convolution.

En apparence, l'expression de la transformée en ondelettes continue correspond à une opération analogue à la convolution, nommée corrélation croisée. Celle-ci se note \otimes et se définit par :

$$f(t) \otimes g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g^*(t - \tau) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t + \tau) g^*(t) dt$$

Cette formulation est bien celle utilisée pour générer les coefficients d'ondelette. Au départ de ces définitions, l'objectif des développements suivants est de prouver que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g^*(t - \tau) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) G^*(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Pour ce faire, il convient de redéfinir cette expression afin de faire apparaître l'opération de convolution :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g^*(t - \tau) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g^*(-(\tau - t)) dt = f(t) * g^*(-t) = A$$

En dénotant la transformée de Fourier d'une variable par la lettre \mathcal{F} , le théorème de convolution peut s'écrire :

$$\mathcal{F}(A) = \mathcal{F}(f(t)) \mathcal{F}(g^*(-t))$$

Le terme $\mathcal{F}(f(t))$ équivaut à $F(\omega)$, défini précédemment. Néanmoins, la déduction de la valeur de $\mathcal{F}(g^*(-t))$ n'est pas immédiate. Afin de remédier à ceci, il convient de développer cette expression :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(g^*(-t)) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g^*(-t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{+\infty}^{-\infty} g^*(\tau) e^{j\omega\tau} (-d\tau) \\ &= \left[\int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \right]^* \\ &= \mathcal{F}(g(t))^* \end{aligned}$$

Cette dernière expression, étant connue, équivaut à $\mathcal{F}(g(t))^* = G^*(\omega)$. Dès lors, il devient possible d'évaluer l'expression du produit de convolution comme suit :

$$\mathcal{F}(A) = F(\omega) G^*(\omega)$$

En appliquant la transformée inverse aux deux membres et en remplaçant A par sa valeur initiale, il ressort :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g^*(t - \tau) dt = \mathcal{F}^{-1}(F(\omega) G^*(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) G^*(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

A l'égard de ce résultat, les coefficients d'ondelettes peuvent se déduire de (norme L^2) :

$$\begin{aligned} W_f(a, b) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \sqrt{a} \Psi^*(a\omega) e^{j\omega b} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \Psi_{a,b}(\omega) d\omega \end{aligned}$$

Ainsi, l'expression de la transformée en ondelettes continue se réduit bien à un produit dans le domaine fréquentiel.

6.4 Dédution de la relation échelle-fréquence pour l'ondelette de Morlet

Dans le cadre de ce travail, deux interprétations de la correspondance entre les échelles et les fréquences ont été évoquées. La première consiste à considérer le maximum de l'ondelette dans le domaine fréquentiel et la seconde à calculer la transformée en ondelettes continue d'une fonction sinusoïdale de fréquence connue pour en déduire l'échelle correspondante. Cette section a pour optique de démontrer qu'elles sont équivalentes dans le cas de l'ondelette de Morlet modifiée. Pour rappel, l'ondelette de Morlet répond à la formulation générale :

$$\Psi(\omega) = K \sqrt{2\pi\sigma^2} e^{\frac{-\sigma^2(\omega-\omega_0)^2}{2}}$$

a) Première approche : fréquence de l'ondelette

Etant donné que l'ondelette de Morlet présente une forme de courbe gaussienne dans l'espace des fréquences, il semble raisonnable de rattacher l'échelle de cette fonction à la fréquence à laquelle sa puissance maximale est atteinte. En pratique, ceci revient à annuler la dérivée première du spectre en puissance de l'ondelette, après lui avoir appliqué la transformée de Fourier.

Ondelette de Morlet usuelle

Dans le cas de l'ondelette de Morlet usuelle, les fonctions analysantes se déduisent comme suit :

$$\Psi_{a,b}(\omega) = \sqrt{a}\Psi(a\omega)e^{-j\omega b} = \sqrt{a}(\sigma^2\pi)^{\frac{1}{4}}e^{\frac{-\sigma^2(a\omega-\omega_0)^2}{2}}e^{-j\omega b}$$

La puissance de l'ondelette s'obtient par l'opération $|\Psi_{a,b}(\omega)|^2 = a(\sigma^2\pi)^{\frac{1}{2}}e^{-\sigma^2(a\omega-\omega_0)^2}$. Il est possible de déterminer la valeur maximale en appliquant :

$$\frac{\partial |\Psi_{a,b}(\omega)|^2}{\partial \omega} = 0$$

L'expression de la dérivée est donnée par :

$$\frac{\partial |\Psi_{a,b}(\omega)|^2}{\partial \omega} = a(\sigma^2\pi)^{\frac{1}{2}}e^{-\sigma^2(a\omega-\omega_0)^2}2a(a\omega-\omega_0)$$

La condition d'annulation de la dérivée peut donc se réécrire, en omettant les termes qui ne peuvent être annulés :

$$(a\omega - \omega_0) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \omega = \frac{\omega_0}{a}$$

Ondelette de Morlet modifiée

En ce qui concerne l'ondelette de Morlet modifiée, une définition alternative a été posée pour la déduction des ondelettes filles, à savoir :

$$\Psi_{a,b}(\omega) = \Psi(a\omega)e^{-j\omega b} = 2e^{\frac{-\sigma^2(a\omega-\omega_0)^2}{2}}e^{-j\omega b}$$

Ce deuxième cas conduit nécessairement à la même relation échelle-fréquence $\omega = \frac{\omega_0}{a}$, étant donné que seul le terme constant a été modifié.

b) Seconde approche : fréquence équivalente de Fourier

La méthode alternative consiste à calculer la transformée en ondelettes continue d'une fonction sinusoïdale prédéfinie. Etant donné que la fréquence de cette fonction est connue, il est possible de la rattacher à l'échelle correspondante en déterminant celle qui présente la puissance maximale.

Pour ce faire, le signal d'étude considéré ainsi que la transformée de Fourier associée sont :

$$x(t) = \cos(\omega_x t)$$

$$X(\omega) = \pi(\delta(\omega - \omega_x) \delta(\omega + \omega_x))$$

Avec δ , la distribution de Dirac. La transformée en ondelettes continue d'un tel signal se déduit de (**Annexe 6.3**) :

$$W_x(a, b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \Psi_{a,b}(\omega) d\omega = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} (\delta(\omega - \omega_x) \delta(\omega + \omega_x)) \Psi_{a,b}(\omega) d\omega$$

Par la propriété fondamentale de la distribution de Dirac, à savoir $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - \omega_x) \Psi_{a,b}(\omega) d\omega = \Psi_{a,b}(\omega_x)$, l'expression se réduit à :

$$W_x(a, b) = \frac{1}{2} \Psi_{a,b}(\omega_x) + \frac{1}{2} \Psi_{a,b}(-\omega_x)$$

Etant donné que l'ondelette de Morlet est approximativement analytique, le second terme s'annule. A partir de cette équation, la puissance spectrale est fournie par :

$$P_x(a, b) = |W_x(a, b)|^2 = \left| \frac{1}{2} \Psi_{a,b}(\omega_x) \right|^2$$

Ondelette de Morlet usuelle

Au départ des démonstrations du point a (première approche), cette expression se développe, dans le cas de l'ondelette de Morlet usuelle, en :

$$P_x(a, b) = \frac{1}{2} a \left(\sigma^2 \pi \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\sigma^2 (a\omega_x - \omega_0)^2}$$

En vue de déterminer l'échelle pour laquelle cette puissance est maximale, il convient d'annuler l'expression de sa dérivée par rapport au paramètre a comme suit :

$$\frac{\partial P_x(a, b)}{\partial a} = \frac{1}{2} \left(\sigma^2 \pi \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\sigma^2 (a\omega_x - \omega_0)^2} (1 - 2a\omega_x \sigma^2 (a\omega_x - \omega_0)) = 0$$

Cette relation peut se réduire à :

$$1 - 2a\omega_x \sigma^2 (a\omega_x - \omega_0) = 0$$

Constituant ainsi une simple équation du second degré dont la résolution donne :

$$\omega = \frac{\sigma\omega_0 + \sqrt{\sigma^2\omega_0^2 + 2}}{2\sigma a}$$

Où la fréquence de la fonction sinusoïdale ω_x a été généralisée à une fréquence ω quelconque. Cette relation diverge de la correspondance échelle-fréquence déduite pour la première approche.

Ondelette de Morlet modifiée

Le spectre en puissance de la transformée du signal $x(t)$ réalisée au départ de l'ondelette de Morlet modifiée peut s'écrire :

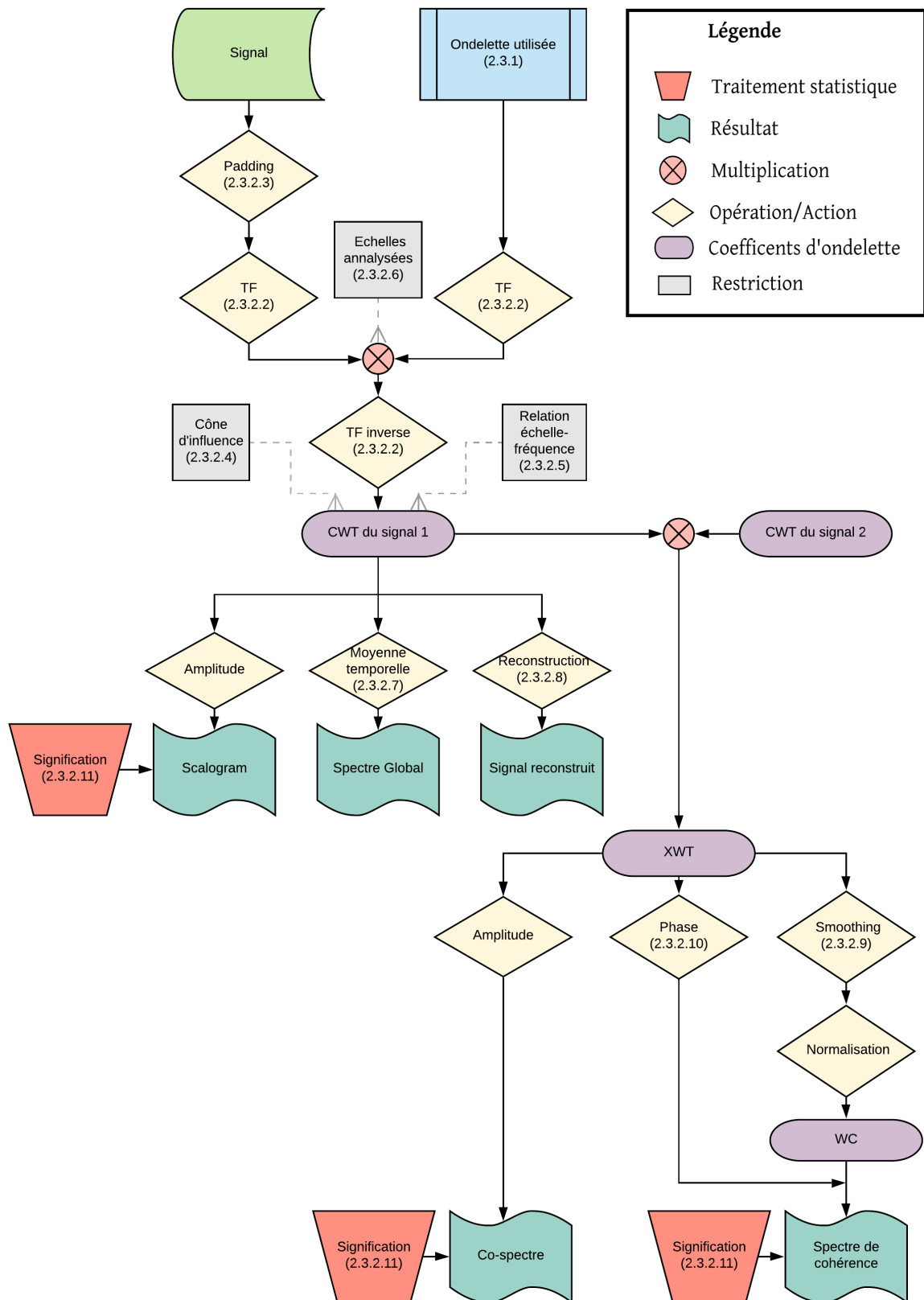
$$P_x(a, b) = \frac{1}{2} 4e^{-\sigma^2(a\omega_x - \omega_0)^2}$$

En suivant la démarche explicitée ci-dessus pour l'ondelette de Morlet usuelle, il est possible de déduire la conversion échelle-fréquence suivante :

$$\omega = \frac{\omega_0}{a}$$

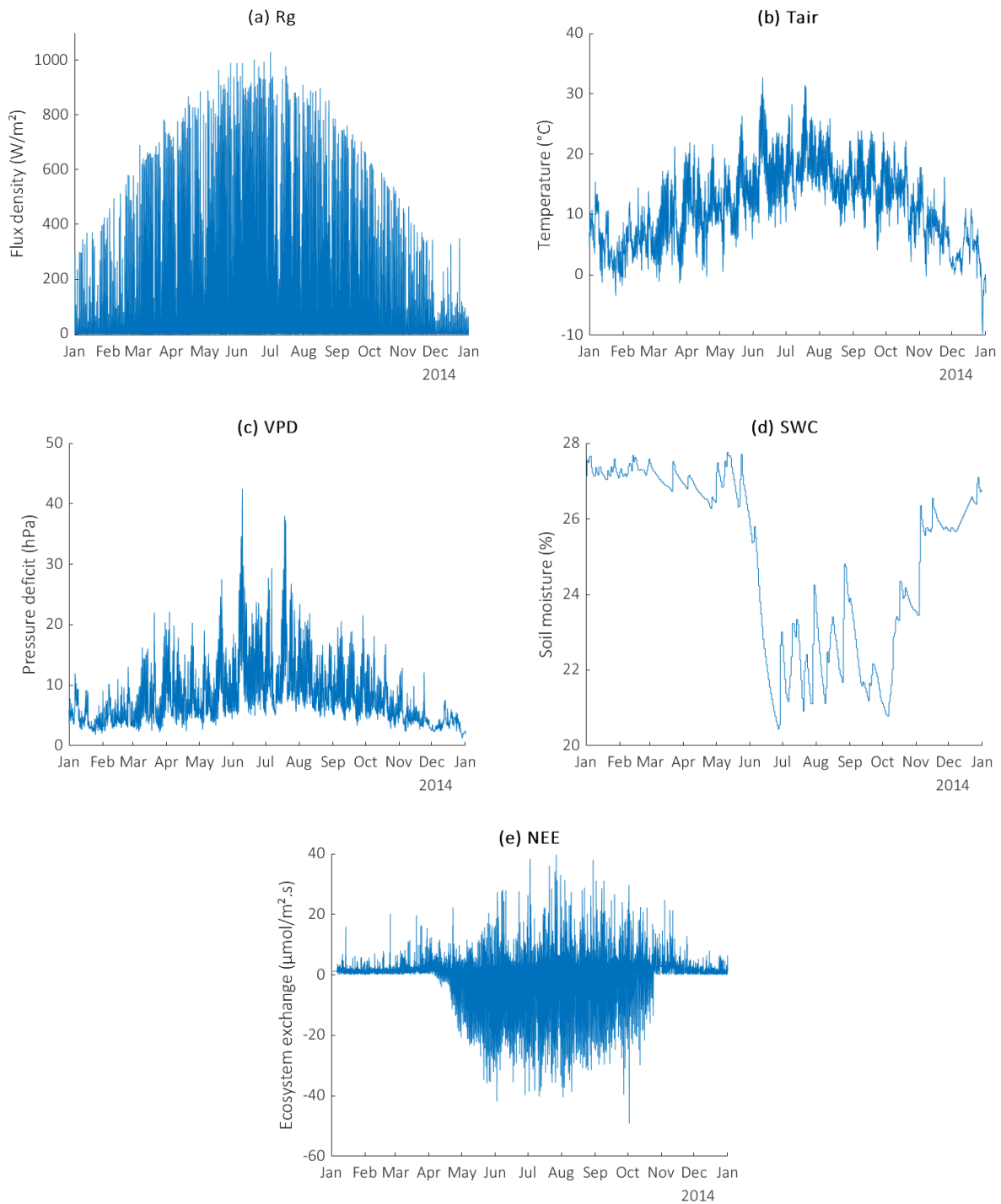
De fait, les deux approches développées aboutissent bien à une relation équivalente pour l'ondelette de Morlet modifiée.

6.5 Logigramme de la méthode



6.6 Evolution temporelle des variables climatiques étudiées pour l'année 2014

Variables présentées : **(a)** rayonnement incident (R_g), **(b)** température de l'air (T_{air}), **(c)** déficit en pression de vapeur (VPD), **(d)** contenu en eau du sol (SWC) et **(e)** échange net de carbone de l'écosystème (NEE)



6.7 Article 1

MULTI-SCALE DYNAMICS AND ENVIRONMENTAL CONTROLS ON NET ECOSYSTEM CO₂ EXCHANGE OVER A TEMPERATE SEMIARID SHRUBLAND

Jia et al, 2018 : Agric. For. Meteorol., 259, 250–259.

<https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2018.05.009>

Objectifs

Les auteurs discutent sous quelles modalités le rayonnement photosynthétiquement actif (*PAR*), la température de l'air (*T_a*), le déficit en pression de vapeur (*VPD*) et le contenu en eau du sol mesuré à 30 cm de profondeur (*SWC₃₀*) modulent la variabilité de l'échange net de carbone (*NEE*) au travers d'une étude sur plusieurs échelles temporelles.

Matériel et méthodes

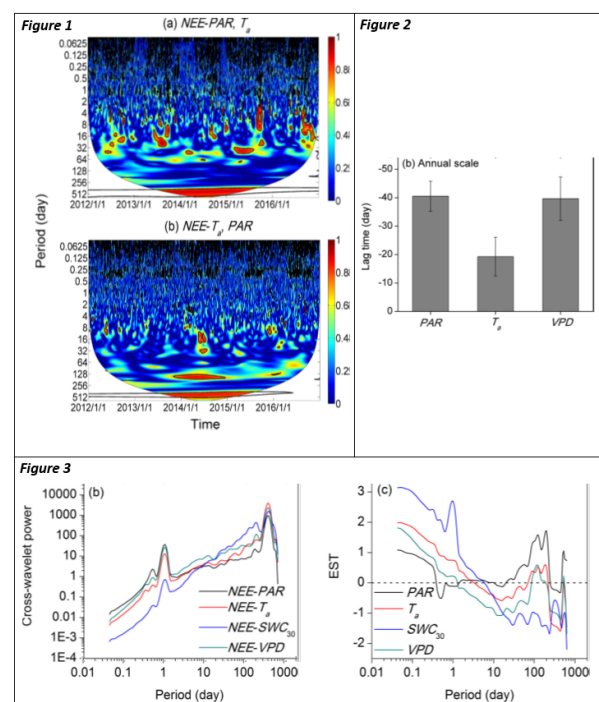
Le site étudié consiste en une zone arbustive semi-aride du nord de la Chine. Les variables disponibles ont été récoltées durant 5 années consécutives (2012-2016). Elles ont été investiguées au moyen de la transformée en ondelettes continue (CWT), de la cohérence par ondelettes (WC) et de la cohérence partielle par ondelettes (PWC), permettant de s'affranchir de l'influence d'une variable externe.

Résultats et discussion

Par application de la cohérence partielle par ondelettes, il a été possible de mettre en évidence le rôle prépondérant du *PAR* sur la *NEE* comparativement à celui de la *T_a*, au vu de la densité de plus élevé de coefficients significatifs dans le cas de la première variable (Figure 1). Néanmoins, sur une échelle annuelle, la variable la plus influente est la *T_a* car elle présente un déphasage plus faible avec la *NEE* (Figure 2). Qui plus est, la cohérence entre la *NEE* et *SWC₃₀* après retrait de chacune des

autres variables (cf Article, Fig. 8) a permis d'illustrer l'influence de la sécheresse aux échelles pluri-mensuelles sur l'échange de *NEE*. Cette information se retrouve également au sein des spectres globaux de puissance croisée (Figure 3). De même, les zones de cohérence significatives entre la *NEE* et *SWC₃₀* marquent un déclin de la cohérence entre *PAR* et *NEE* (cf Article, Fig. 5). Ceci illustre la mitigation de l'effet du *PAR* subséquente à la déplétion des réserves en eau.

Enfin, les auteurs implémentent le concept de transfert spectral de l'écosystème (EST), permettant d'exprimer la variabilité relative de la *NEE* par rapport à ses variables directrices (Figure 3).



6.8 Article 2

GROSS ECOSYSTEM PHOTOSYNTHESIS CAUSES A DIURNAL PATTERN IN METHANE EMISSION FROM RICE

Hatala et al., 2012 : Geophys. Res. Lett., 39, L06409.

<https://doi.org/10.1029/2012GL051303>

Objectifs

L'objet de cet article est l'étude des mécanismes à l'origine de l'émission de méthane (CH_4) des cultures de riz.

Matériel et méthodes

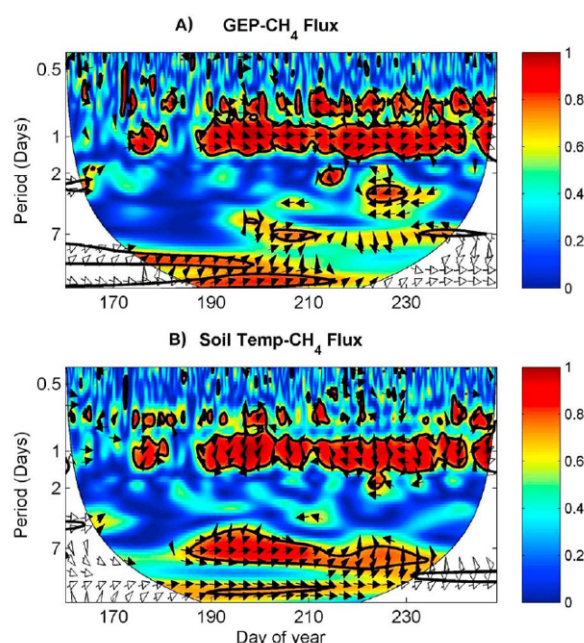
Les données ont été récoltées en Californie (USA) durant la période de croissance du riz (15 juin 2011 au 15 octobre 2011). Outre le flux de CH_4 , la production primaire brute (*GEP*) et la température (*Temp*) du sol ont été mesurés. En vue d'investiguer ces variables, la cohérence par ondelettes leur a été appliquée.

Résultats et discussion

L'évolution journalière du CH_4 semble corrélée à la fois à celle du *GEP* et de la température du sol (Figure 1). Cet effet se marque particulièrement durant la saison de croissance, pour laquelle les flux étudiés prennent des valeurs plus importantes. Les auteurs proposent de se concentrer sur la bande journalière au vu de sa prépondérance dans le spectre de cohérence (Figure 1). Contrairement à ce que d'autres études ont proposé, la Figure 1 met en exergue l'influence de la *GEP* sur les émissions de CH_4 . En effet, le spectre

de cohérence illustre une avance de 1.3 ± 0.08 heures du *GEP* et un retard de 5.5 ± 0.1 heures de la température du sol par rapport au CH_4 . Ceci suppose que la *GEP* est la variable directrice des émissions des CH_4 , étant donné que la température du sol suit les variations de ce gaz. Finalement, les auteurs mentionnent l'influence de la température du sol sur les flux de CH_4 à une échelle hebdomadaire (Figure 1), sans émettre d'interprétation quant à son origine physique

Figure 1



6.9 Article 3

WAVELET ANALYSIS OF WINTERTIME AND SPRING THAW CO_2 AND N_2O FLUXES FROM AGRICULTURAL FIELDS

Furon et al., 2008 : Agric. For. Meteorol., 148, 1305-1317.

<https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2008.03.006>

Objectifs

Cet article a pour vocation de déterminer l'impact des variations de température sur les émissions de N_2O et de CO_2 d'un sol sujet au gel. Deux autres objectifs sont poursuivis (non discutés) : comparer deux pratiques agricoles sur les flux de N_2O et examiner la relation entre les flux de CO_2 et de N_2O .

Matériel et méthodes

Les deux flux, accompagnés de mesures de températures (T) de l'air et du sol à 5cm et 25cm, ont été mesurés à Ontario (Canada) de 2001 à 2004. L'influence des mesures des températures a été évaluée au moyen de la cohérence par ondelettes.

Résultats et discussion

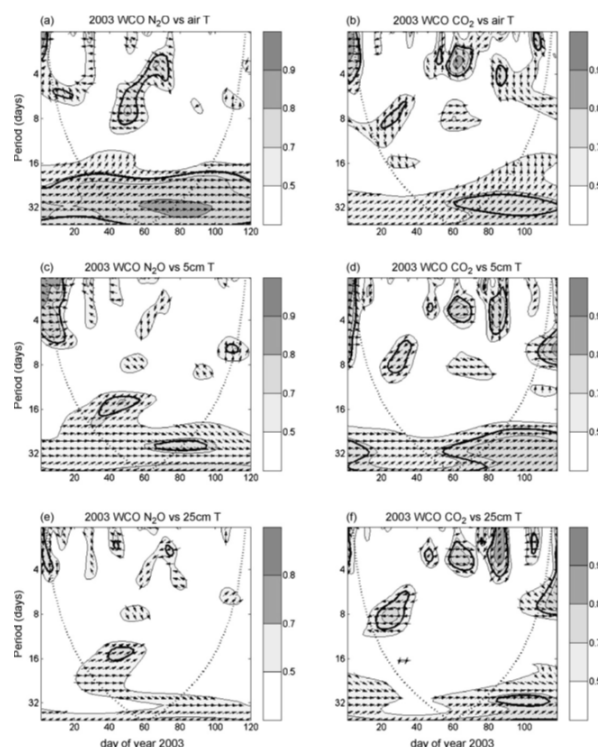
Les auteurs ont lié les émissions de N_2O du sol principalement aux conditions de surface, correspondant à celles des premiers mm dudit sol. Ceci s'explique par une corrélation plus élevée avec la température de l'air, pour laquelle 45% des coefficients possédant une cohérence supérieure à 0,5 (Figure 1).

Les 3 spectres relatifs au N_2O (Figure 1, gauche) illustrent un amenuisement de la cohérence au plus la température est prise profondément dans le sol. Furon et al. (2008) lie ce comportement à la réduction du N_2O en N_2 lors de sa remontée vers la

surface. Par ailleurs, les 3 autres spectres (Figure 1, droite) semblent corroborer cette hypothèse. Effectivement, le CO_2 , non altéré durant la remontée, ne présente pas de cohérence significativement impactée par la profondeur de mesure de la température.

Enfin, au départ de l'ensemble de ces informations, les auteurs supposent que les flux de N_2O émis durant la fonte des neiges (DOY 62-98) sont majoritairement déterminés par la production de surface et moins par des libérations de quantités piégées en profondeur.

Figure 1



6.10 Article 4

TEMPORAL COUPLING OF SUBSURFACE AND SURFACE SOIL CO₂ FLUXES : INSIGHTS FROM A NONSTEADY STATE MODEL AND CROSS-WAVELET COHERENCE ANALYSIS

Samuels-Crow et al, 2018 : J. Geophys. Res. Biogeosci., 123, 1406–1424.

<https://doi.org/10.1002/2017JG004207>

Objectifs

Cet article propose d'étudier sous quelles conditions physiques et biologiques la production totale de CO₂ dans le sol (S_{Total}) peut être approximée par la respiration du sol (R_{soil}).

Matériel et méthodes

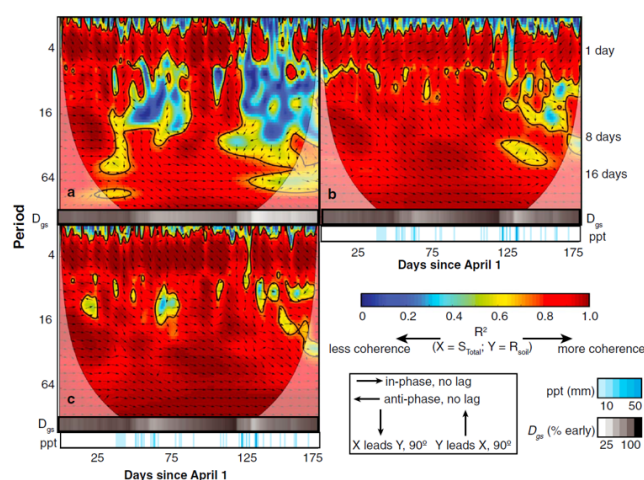
S_{Total} et R_{soil} ont été déterminés en utilisant le modèle (DETECT), paramétré au départ de variables environnementales supposées représentatives des conditions de prairie au Wyoming (USA) du 1er avril au 30 septembre 2008. L'analyse est basée sur l'utilisation de la cohérence par ondelettes (WC), que ce soit entre S_{Total} et R_{soil} ou avec le contenu en eau du sol (SWC) et la température du sol (T_s) en distinguant 3 types de sol : (a) argile, (b) limon et (c) sable (indices utilisés en Figure 1).

Résultats et discussion

Le spectre de cohérence entre S_{Total} et R_{soil} pour les trois types de sol est proposé en Figure 1. Celle-ci illustre l'influence de la granulométrie du sol sur la différence entre ces deux paramètres. De manière globale, les auteurs proposent que R_{soil} est un bon estimateur de S_{Total} au plus le sol est grossier et de texture sableuse. Par ailleurs la Figure 1 met en exergue l'influence des précipitations sur la concordance entre S_{Total} et R_{soil} . Il semble que les deux variables soient fortement corrélées et en concordance de phase lorsque le sol est relativement sec

(1-25 avril). Néanmoins, lors d'évènements de précipitations, cette relation se dégrade, dans une mesure plus conséquente pour les sols argileux. Dans ce dernier cas, la cohérence diminue au point de ne plus apparaître significative (Figure 1a). En ce qui concerne le limon et le sable, si la cohérence est préservée, le déphasage s'accroît avec S_{Total} en avance sur R_{soil} . Les auteurs proposent également de dresser le spectre global de cohérence pour ces trois types de sol, en fonction de la distribution des racines (superficielles ou profondes). A partir de la représentation graphique (cf Article, Fig. 5), ils ont illustré que l'influence de cette distribution impacte majoritairement les sols argileux. Enfin, sur base de la cohérence avec les variables climatiques, Samuels-Crow et al. (2018) ont mis en évidence l'influence du SWC aux grandes échelles et celle de T_{sol} à une échelle journalière (cf Article, Figs. 7 et 8)

Figure 1



6.11 Article 5

MULTISCALE ANALYSIS OF TEMPORAL VARIABILITY OF SOIL CO₂ PRODUCTION AS INFLUENCED BY WEATHER AND VEGETATION

Vargas et al, 2010 : Global Change Biol., 16, 1589–1605.

<https://doi.org/10.1111/j.1365-2486.2009.02111.x>

Objectifs

Les auteurs proposent d'étudier l'influence des processus biophysiques sur la production de CO₂ du sol (P_s) en examinant les relations entre cette variable et le rayonnement photosynthétiquement actif (PAR), la température du sol (T_s) ainsi que le contenu en eau du sol (SWC). Ils ont également pour optique de tester la performance de modèles empiriques de caractérisation des flux de CO₂ du sol.

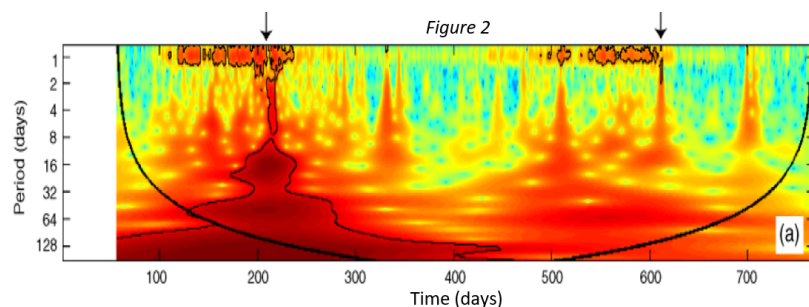
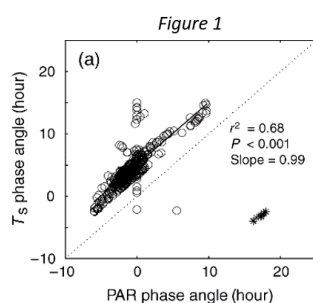
Matériel et méthodes

Le site étudié est une forêt mixte de conifères et de chênes aux USA. Les relations entre les variables ont été étudiées de 2006 à 2008 au moyen de la transformée en ondelettes continue (CWT) et la cohérence en ondelettes (WC). La performance de techniques de modélisation de P_s , basées sur la T_s et SWC , a été évaluée en utilisant la CWT directement sur les résidus de ces modèles. Ces résidus sont générés en comparant les valeurs de P_s prédites avec celles mesurées sous les mêmes conditions.

Résultats et discussion

Les auteurs ont illustré la dépendance de la P_s aux variations du SWC et de la T_s , s'étendant sur des échelles comprises respectivement entre 2-32 jours

et 2-64 jours (cf Article, Figs. 4 et 5). Il semble que les effets de la SWC sur P_s sont largement exacerbés par les pluies estivales de la région, et ce, d'autant plus que la végétation concernée est jeune et clairsemée. Cette conclusion se base sur le fait qu'une cohérence plus importante se démarque aux échelles précitées (cf Article, Fig. 4). Par ailleurs, les zones de cohérence les plus élevées entre P_s et T_s se remarquent en conditions humides, illustrant l'interaction du SWC et de la T_s . Cet article soutient, sur base de régressions, que la différence de phase entre PAR et P_s explique 70% de celle entre T_s et P_s , à une échelle journalière (Figure 1). Au départ des valeurs de cette différence, ils ont déterminé que le PAR était la variable directrice de l'évolution journalière de P_s par le biais de l'influence de la photosynthèse sur les flux de CO₂. Enfin, en appliquant la CWT au résidus des modèles empiriques, Vargas et al. (2010) ont, dans un premier temps, mis en exergue des zones significatives à une échelle journalière (Figure 2). Celles-ci concordent avec les périodes de stress induites par des faibles SWC . Les événements de précipitations présentent également un effet non négligeable à des échelles intermédiaires (Figure 2). Ces résultats illustrent la nécessité de considérer d'autres variables directrices que le SWC et la T_s pour les modélisations.



7 Bibliographie

Abbate A., Casimer M. D. & Pankaj K. D., 2002. *Wavelets and subbands : fundamentals and applications*. Boston, Massachusetts : Birkhäuser Basel.

Addison P. S., 2017. *The illustrated wavelet transform handbook : introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance*. 2nd ed. Boca Raton, Florida : CRC Press.

Aguiar-Contraria L., Azevedo N. & Soares M. J., 2008. Using wavelets to decompose the time–frequency effects of monetary policy. *Physica A*, 387(12), 2863-2878.

Aguiar-Contraria L. & Soares M. J., 2011. The continuous wavelet transform : A primer. *NIPE Work. Pap.*, 16/2011, 1-43.

Aguiar-Contraria L. & Soares M. J., 2014. The continuous wavelet transform : moving beyond uni- and bivariate analysis. *J. Econ. Surv.*, 28, 344-375.

Allen M. R. & Smith L. A., 1996. Monte Carlo SSA : Detecting irregular oscillations in the presence of coloured noise. *J. Clim.*, 9, 3373–3404.

Amiro B. D. et al., 2006. Carbon, energy and water fluxes at mature and disturbed forest sites, Saskatchewan. *Canada. Agric. For. Meteorol.*, 136, 237–251.

Antoine J. P., 2018. L'analyse en ondelettes : De la recherche pétrolière aux reliques du Big Bang. *Rev. Quest. Sci.*, 189 (1-2), 5-49.

Arain M. A. et al., 2003. Year-round observations of the energy and water vapour fluxes above a boreal black spruce forest. *Hydrol. Process.*, 17, 3581-3600.

Argoul F. et al., 1989. Wavelet analysis of turbulence reveals the multifractal nature of the Richardson cascade. *Nature*, 338, 51–53.

Aubinet M. et al., 2000. Estimates of the annual net carbon and water exchange of forests : the EUROFLUX methodology. *Adv. Ecol. Res.*, 30, 113-175.

Aubinet M., 2012. *Fondements de bioclimatologie*. Gembloux Agro-Bio Tech, ULiege.

Aubinet M., 2014. *Thermodynamique*. Gembloux Agro-Bio Tech, ULiege.

Aubinet M. & Longdoz B., 2018. *Physique de l'environnement*. Gembloux Agro-Bio-Tech, ULiege.

Auth C., 2013. Continuous wavelet transform and wavelet coherence - Implementation and application to the diversification analysis of hedge funds returns.

Baas A. C. W., 2006. Wavelet power spectra of aeolian sand transport by boundary layer turbulence. *Geophys. Res. Lett.*, 33, L05403.

Baldocchi D. & Meyers T., 1998. On using eco-physiological, micrometeorological and biogeochemical theory to evaluate carbon dioxide, water vapor and trace gas fluxes over vegetation : a perspective. *Agric. For. Meteorol.*, 90, 1–25.

Baldocchi D., Falge E. & Wilson K., 2001. A spectral analysis of biosphere–atmosphere trace gas flux densities and meteorological variables across hour to multi-year time scales. *Agric. For. Meteorol.*, 107(1), 1-27.

Baldocchi D., 2018. *ESPM 129 : Biometeorology*. University of California, Berkeley. <https://nature.berkeley.edu/biometlab/index.php?scrn=espm129>, (30/05/2019).

Baldocchi D., Chu H. & Reichstein M., 2018. Inter-annual variability of net and gross ecosystem carbon fluxes : a review. *Agric. For. Meteorol.*, 249, 520-533.

Balian R., 1981. Un principe d'incertitude fort en théorie du signal ou en mécanique quantique. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 292, 1357-1362.

Bernadas V. B., Grings F., Restrepo-Coupe N. & Huete A., 2018. Comparison of the performance of latent heat flux products over southern hemisphere forest ecosystems : estimating latent heat flux error structure using insitu measurements and the triple collocation method. *Int. J. Remote Sens.*, 39(19), 6300-6315.

Betts A. K. et al., 1996. The land surface–atmosphere interaction : a review based on observational and global modeling perspectives. *J. Geophys. Res.*, 101, 7209–7225.

Bigot J., 2009. *Analyse par ondelettes*. Université Paul Sabatier, Toulouse.

Blanken P. D. et al., 1997. Energy balance and canopy conductance of a boreal aspen forest : Partitioning overstory and understory components. *J. Geophys. Res.*, 102 (D24), 28915– 28927.

Bonan G. B., 2008. Forests and climate change : forcings, feedbacks, and the climate benefits of forests. *Science*, 320, 1444–1449.

Bonan G. B., 2016. *Ecological climatology : concepts and applications*. 3rd ed. Cambridge : Cambridge University Press.

Bracewell R. N., 2000. *The Fourier transform and its applications*. 3rd ed. New York : McGraw-Hill Book Company.

Brunet Y. & Collineau S., 1994. Wavelet analysis of diurnal and nocturnal turbulence above a maize crop. In : Foufoula-Georgiou E. and Kumar P., eds. *Wavelets in geophysics*. California, US : Academic Press, 129–150.

Burns S. P. et al., 2018. A comparison of the diel cycle of modeled and measured latent heat flux during the warm season in a Colorado subalpine forest. *J. Adv. Model. Earth Syst.*, 10, 617–651.

Campos S. et al., 2019. Closure and partitioning of the energy balance in a preserved area of a Brazilian seasonally dry tropical forest. *Agric. For. Meteorol.*, 271, 398-412.

Carmona R., Hwang W. L., Torr sani B., 1998. *Practical time-frequency analysis wavelet and Gabor transforms with an implementation in S*. San Diego : Academic Press.

Cazelles B. & Stone L., 2003. Detection of imperfect population synchrony in an uncertain world. *J. Anim. Ecol.*, 72, 953-968.

Cazelles B. et al., 2008. Wavelet analysis of ecological time series. *Oecologia*, 156(2), 287-304.

Chapin III F. S., Matson P. A. & Vitousek P., 2011. *Principles of terrestrial ecosystem ecology*. 2nd ed. New York : Springer.

Charles C., 2011a. Introduction aux ondelettes. *Notes Stat. Inform.*, 2011/1, 1-35.

Charles C., 2011b. Introduction aux applications des ondelettes. *Notes Stat. Inform.*, 2011/2, 1-35.

Chellali F., Khellaf A. & Belouchrani A., 2010. Wavelet spectral analysis of the temperature and wind speed data at Adrar, Algeria. *Renewable Energy*, 35 (6), 1214-1219.

Chen S. et al., 2009. Energy balance and partition in Inner Mongolia steppe ecosystems with different land use types. *Agric. For. Meteorol.*, 149, 1800-1809.

Chiesi M. et al., 2016. Testing the applicability of BIOME-BGC to simulate beech gross primary production in Europe using a new continental weather dataset. *Ann. For. Sci.*, 73(3), 713-727.

Cohen E. and Walden A., 2010. A statistical study of temporally smoothed wavelet coherence. *IEEE Trans. Signal Process.*, 58(6), 2964-2973.

Coifman R. R. & Majid F., 1993. Adapted waveform analysis and denoising. In : Y. Meyer and S. Roques (eds.). *Progress in Wavelet Analysis and Applications*. France : Editions Frontieres, B.P.33, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France, 63-76.

da Rocha H. R. et al., 2009. Patterns of water and heat flux across a biome gradient from tropical forest to savanna in Brazil. *J. Geophys. Res.*, 114, G00B12.

Daubechies I., 1992. *Ten lectures of wavelets*. Philadelphia, US : Society for Industrial and Applied Mathematics.

Debnat L. & Shah F. A., 2015. *Wavelet transforms and their applications*. 2nd ed. Boston, Massachusetts : Birkhäuser Basel.

Dore S. et al., 2012. Recovery of ponderosa pine ecosystem carbon and water fluxes from thinning and stand-replacing fire. *Glob. Change Biol.*, 18, 3171-3185.

Dundas B. I. & Skau C. F., 2017. Interview with Abel Laureate Yves Meyer. *EMS Newsl.*, 9, 14-22.

Epron D., Farque L., Lucot E. & Badot P. M., 1999. Soil CO₂ efflux in a beech forest : dependence on soil temperature and soil water content. *Ann. For. Sci.*, 56, 221-226.

Farge M., 1992. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 24(1), 395-458.

Farge M. et al., 2012. Les ondelettes et le CIRM. In : Gayet éd. *Gazette des Mathématiciens* 131, Paris, France : Société Mathématique de France, 47-57.

Foken T., 2008. The energy balance closure problem : an overview. *Ecol. Appl.*, 18(6), 1351-1367.

Foken T., 2012. Corrections and data quality control. In : Aubinet M., Vesala M. & Papale D., eds. *Eddy covariance*. Dordrecht, Netherlands : Springer, 85-131.

Frick P., Grossmann A., Tchamitchian P., 1998. Wavelet analysis of signals with gaps. *J. Math. Phys.*, 39(8), 4091-4107.

Furon A. C., Wagner-Riddle C., Smith C. R. & Warland J. S., 2008. Wavelet analysis of wintertime and spring thaw CO₂ and N₂O fluxes from agricultural fields. *Agric. Forest Meteorol.*, 148, 1305-1317.

Gabor D., 1946. Theory of communications. *J. Inst. Electr. Eng. III Radio Commun. Eng.*, 93(26), 429-457.

Gaertner B. A. et al., 2019. Climate, forest growing season, and evapotranspiration changes in the central Appalachian Mountains, USA. *Sci. Total Environ.*, 650, 1371-1381.

Gannaz I., Achard S., Clausel M. & Roueff F., 2017. *Ondelettes analytiques, application à l'analyse des processus multivariés à longue mémoire*. XXVIème colloque GRETSI (GRETSI 2017), Juan-Les-Pins, France.

Gao R. X. & Yan R., 2011. *Wavelets theory and applications for manufacturing*. New York : Springer.

Gao X. et al., 2018. Evapotranspiration partitioning and energy budget in a rainfed spring maize field on the Loess Plateau, China. *Catena*, 166, 249-259.

Gao Z., Liu H., Katul G. G. & Foken T., 2017. Non-closure of the surface energy balance explained by phase difference between vertical velocity and scalars of large atmospheric eddies. *Environ. Res. Lett.*, 12(3), 034025.

Ge Z., 2008. Significance tests for the wavelet cross spectrum and wavelet linear coherence. *Ann. Geophys.*, 26, 3819-3829.

GIEC, 2013 : *Résumé à l'intention des décideurs, Changements climatiques 2013 : Les*

éléments scientifiques. Contribution du Groupe de travail I au cinquième Rapport d'évaluation du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat [sous la direction de Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S. K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex et P.M. Midgley]. Cambridge University Press, Cambridge, Royaume-Uni et New York (État de New York), États-Unis d'Amérique.

GIEC, 2014. *Changements climatiques 2014 : Rapport de synthèse. Contribution des Groupes de travail I, II et III au cinquième Rapport d'évaluation du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat* [Sous la direction de l'équipe de rédaction principale, R.K. Pachauri et L.A. Meyer]. GIEC, Genève, Suisse, 161 p.

Gilman D. L., Fuglister F. J., & Mitchell Jr. J. M., 1963 : On the power spectrum of "red noise." *J. Atmos. Sci.*, 20, 182-184.

Goupillaud P., Grossmann A. & Morlet J., 1984. Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexplor.*, 23, 85-102.

Granier A. et al., 2000. The carbon balance of a young Beech forest. *Funct. Ecol.*, 14, 312-325.

Granier A. et al., 2008. Ten years of fluxes and stand growth in a young beech forest at Hesse, North-eastern France. *Ann. For. Sci.*, 65, 704, 1-13.

Greiveldinger L., 2016. *Site expérimental en forêt de Hesse*. UMR 1137 Ecologie et Ecophysiologie Forestières, INRA Nancy.

Grinsted A., Moore J. C. & Jevrejeva S., 2004. Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series. *Nonlin. Processes Geophys.*, 11, 561-566.

Grossmann A. & Morlet J., 1984. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM J. Math. Anal.*, 15(4), 723-736.

Grossmann A., Morlet J. & Paul T., 1985. Transforms associated to square integrable group representations. I. General results. *J. Math. Phys.*, 26, 2473-2479.

Grossmann A., Kronland-Martinet R. G. & Morlet J., 1990. Reading and understanding continuous wavelet transforms. In : Combes J. M., Grossmann A. & Tchamitchian P., eds. *Wavelets. inverse problems and theoretical imaging*. Heidelberg, Berlin : Springer, 2-20.

Gu D. & Philander S. G. H., 1995. Secular changes of annual and interannual variability in the tropics during the past century. *J. Climate*, 8, 864-876.

Gu L. et al., 2006. Direct and indirect effects of atmospheric conditions and soil moisture on surface energy partitioning revealed by a prolonged drought at a temperate forest site. *J. Geophys. Res.*, 111, D16102.

Hatala J. A., Detto M. & Baldocchi D., 2012. Gross ecosystem photosynthesis causes a

diurnal pattern in methane emission from rice. *Geophys. Res. Lett.*, 39, L06409.

Heinesch B., 2018. *Plant, ecosystems, climate : Turbulent exchanges*. Gembloux Agro-Bio Tech, ULiege.

Heisenberg, 1927. Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. *Z. Angew. Phys*, 43(3-4), 172-198.

Holschneider M., Tchamitchian P., 1990. Régularité locale de la fonction “non-différentiable” de Riemann. In : Lemarié P.G., ed. *Les Ondelettes en 1989. Lecture Notes in Mathematics*, vol 1438. Berlin, Heidelberg : Springer, 102-124.

Hong J. & Kim J., 2011. Impact of the Asian monsoon climate on ecosystem carbon and water exchanges : a wavelet analysis and its ecosystem modeling implications. *Global Change Biol.*, 17, 1900–1916.

Huang M. C., 2004. Wave parameters and functions in wavelet analysis. *Ocean Eng.*, 31(1), 111-125.

Hubbard B. B., 1998. *The world according to wavelets : The story of a mathematical technique in the making*. 2nd ed. Wesley, Massachusetts : A K Peters.

Hudgins L., Friehe C. A., & Mayer M. E., 1993. Wavelet transforms and atmospheric turbulence. *Phys. Rev. Lett*, 71(20), 3279–3282.

Huntington T. G., 2010. Climate warming-induced intensification of the hydrologic cycle. *Adv. Agron.*, 109, 1–53.

Hwang T. et al., 2014. Divergent phenological response to hydroclimate variability in forested mountain watersheds. *Glob. Change Biol.*, 20, 2580-2595.

Jia X. et al, 2018. Multi-scale dynamics and environmental controls on net ecosystem CO₂ exchange over a temperate semiarid shrubland. *Agric. Forest Meteorol.*, 259, 250–259.

Jung M. et al., 2011. Global patterns of land-atmosphere fluxes of carbon dioxide, latent heat, and sensible heat derived from eddy covariance, satellite, and meteorological observations. *J. Geophys. Res.*, 116, G00J07.

Katul G. G., Albertson J. D., Chu C. R. & Pralange M. B., 1994. Intermittency in atmospheric surface layer turbulence : the orthonormal wavelet representation. In : Foufoula-Georgiou E. and Kumar P., eds. *Wavelets in geophysics*. California, US : Academic Press, 81-105.

Katul G. G. et al., 2012. Evapotranspiration : A process driving mass transport and energy exchange in the soil-plant-atmosphere-climate system. *Rev. Geophys.*, 50, RG3002.

Kirby J. F. & Swain C. J., 2013. Power spectral estimates using two-dimensional Morlet-fan wavelets with emphasis on the long wavelengths : jackknife errors, bandwidth resolution and orthogonality properties. *Geophys. J. Int.*, 194, 78–99.

Koebisch F. et al., 2015. Controls for multi-scale temporal variation in ecosystem methane exchange during the growing season of a permanently inundated fen. *Agric. For. Meteorol.*, 204, 94-105.

Kumar P. & Foufoula-Georgiou E., 1994. Wavelet analysis in geophysics : an introduction. In : Foufoula-Georgiou E. and Kumar P., eds. *Wavelets in geophysics*. California, US : Academic Press, 1-43.

Labat D., 2005. Recent Advances in Wavelet Analyses : Part 1. A Review of Concepts. *J. Hydrol.*, 314, 275-288.

Lapidoth A., 2017. *A foundation in digital communication*. 2nd ed. Cambridge : Cambridge University Press.

Larousse, 2018. *Dictionnaire Larousse poche 2018 : dictionnaire*. Éd. anniversaire bicentenaire Pierre Larousse. Paris : Larousse.

Lasaulce S., 2010. Module Ondelettes du DEA TIS, Non publié

Lau K. & Weng H., 1995. Climate signal detection using wavelet transform : how to make a time series sing. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 76, 2391-2402.

Lauwers M. & Smars L., 2018. *Cours de droit de l'environnement*. Gembloux Agro-Bio Tech, ULiege.

le Maire G. et al., 2010. Detecting the critical periods that underpin interannual fluctuations in the carbon balance of European forests. *J. Geophys. Res.*, 115, G00H03.

Lemarié P. G., Meyer Y., 1986. Ondelettes et bases Hilbertiennes : Hommage à A. P. Calderon, *Rev. Mat. Iberoamericana*, 2, 1-18.

Lilly J. M. & Olhede S. C., 2009. Higher-order properties of analytic wavelets. *IEEE Trans. Signal Process.*, 57(1), 146-160.

Lilly J. M., 2018. *Time series analysis : theory and practice*, version 3, <http://www.jmlilly.net/jmlcourse.html>, (20/04/19).

Lin J. & Qu l., 2000. Feature extraction based on Morlet wavelet and its application for mechanical fault diagnosis. *J. Sound Vib.*, 234(1), 135-148.

Liu P. C., 1994. Wavelet spectrum analysis and ocean wind waves. In : Foufoula-Georgiou E. and Kumar P., eds. *Wavelets in geophysics*. California, US : Academic Press, 151-166.

Longdoz B., 2018. *Fondements de bioclimatologie*. Gembloux Agro-Bio Tech, ULiege.

Mabille G., Fettweis X., Erpicum M. & Nicolay S., 2012. Étude fréquentielle de données via la transformée en ondelette : application aux cycles climatiques. *Bull. Soc.*

Geogr. Liège, 58, 5-15.

Mallat S., 1989. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of L_2 . *Trans. Amer. Math. Soc.*, 315, 69–87.

Mallat S., 2009. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. 3^e ed. Burlington : Academic Press.

Manoli G. et al., 2016. Soil-plant-atmosphere conditions regulating convective cloud formation above southeastern US pine plantations. *Global Change Biol.*, 22(6), 2238-2254.

Matsumoto K. et al., 2008. Energy consumption and evapotranspiration at several boreal and temperate forests in the Far East. *Agric. For. Meteorol.*, 148(12), 1978–1989.

Mauder M., Desjardins R. L., Oncley S. P., & MacPherson I., 2007. Atmospheric response to a partial solar eclipse over a cotton field in central California. *J. Appl. Meteor. Climatol.*, 46, 1792–1803.

Mcgill C. K. & Taswell C., 1992. *Length-preserving wavelet transform algorithms for zero-padded and linearly-extended signals*. Technical Report, Rehab. R&D, Veterans Affairs Medical Center, Palo Alto, CA.

McGloin R. et al., 2018. Energy balance closure at a variety of ecosystems in Central Europe with contrasting topographies. *Agric. For. Meteorol.*, 248, 418–431.

McGloin R. et al., 2019. Available energy partitioning during drought at two Norway spruce forests and a European beech forest in central Europe. *J. Geophys. Res. Atmos.*, 124, 3726– 3742.

McNaughton K. J. & Spriggs T. W., 1986. A mixed layer model for regional evaporation. *Boundary Layer Meteorol.*, 43, 243–262.

Meyer Y., 1986. Principe d'incertitude, bases Hilbertiennes et algèbres d'opérateurs. *Séminaire Bourbaki 1985/86, Astérisque*, 662, 209-223.

Meyer Y., Jaffard S. & Rioul O., 1987. L'analyse par ondelettes. *Pour la Sci.*, 119, 28-37.

Meyer Y., 1992. *Wavelets and Operators : Advanced Mathematics*. Cambridge University Press.

Meyers S. D., Kelly B. G. & O'Brien J. J., 1993. An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology : with application to the dispersion of Yanai waves. *Mon. Weather Rev.*, 121, 2858–2866.

Mi X. et al., 2005. The use of the Mexican Hat and the Morlet wavelets for detection of ecological patterns. *Plant Ecol.*, 179(1), 1-19.

Mihanović H., Orlić M. & Pasarić Z., 2009. Diurnal thermocline oscillations driven by tidal flow around an island in the Middle Adriatic. *J. Mar. Syst.*, 78, 157-168.

Misiti M., Misiti Y., Oppenheim G. & Poggi J. M., 2007. *Wavelets and their applications*. London : ISTE.

Monson R. & Baldocchi D., 2014. *Terrestrial biosphere-atmosphere fluxes*. Cambridge : Cambridge University Press.

Moreaux V. et al., 2011. Paired comparison of water, energy and carbon exchanges over two young maritime pine stands (*Pinus pinaster* Ait.) : effects of thinning and weeding in the early stage of tree growth. *Tree Physiol.*, 31, 903–921.

Moriwaki R. & Kanda M., 2006. Local and global similarity in turbulent transfer of heat, water vapour, and CO₂ in the dynamic convective sublayer over a suburban area. *Boundary Layer Meteorol.*, 120, 163–179.

Morlet J., Arens G., Fourgeau E. & Giard D., 1982. Wave propagation and sampling theory--Part II : Sampling theory and complex waves. *Geophys.*, 47(2), 222–236.

Morlet J., 1983. Sampling Theory and Wave Propagation. In : Chen C.H., ed. *Issues in acoustic signal — Image processing and recognition*. Heidelberg, Berlin : Springer, 233–261.

Moy C. M., Seltzer G. O., Rodbell D. T. & Anderson D. M., 2002. Variability of El Niño/Southern Oscillation activity at millennial timescales during the Holocene epoch. *Nature*, 420, 162–165.

Ng E. K. & Chan J. C., 2012. Geophysical applications of partial wavelet coherence and multiple wavelet coherence. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 29, 1845–1853.

Nicolay S., Mabilille G., Fettweis X. & Erpicum M., 2009. 30 and 43 months period cycles found in air temperature time series using the Morlet wavelet method. *Clim. Dyn.*, 33, 1117–1129.

Nicolay S., 2011. A wavelet-based mode decomposition. *Eur. Phys. J. B*, 80, 223–232.

Nobach H. et al., 2007. Review of Some Fundamentals of Data Processing. In : Tropea C., Yarin A. L. & Foss J. F., eds. *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics*. Heidelberg, Berlin : Springer, 1337–1398.

Noormets A. et al., 2015. Effects of forest management on productivity and carbon sequestration : A review and hypothesis. *For. Ecol. Manage.*, 355, 124–140.

Oki T. & Kanae S., 2006. Global hydrological cycles and world water resources. *Science*, 313, 1068–1072.

Peiffer M., Bréda N., Badeau V. & Granier A., 2014 Disturbances in European beech water relation during an extreme drought. *Ann. For. Sci.*, 71(7), 821–829.

Percival D. & Walden A. T., 2008. *Wavelet methods for time series analysis*. Cambridge : Cambridge Univ. Press.

Pielke R. A. et al., 2007. An overview of regional land-use and land-cover impacts on rainfall, *Tellus B*, 59(3), 587-601.

Pourprix B., 2014. La genèse du principe d'incertitude d'Heisenberg. *BUP Phys. Chim.*, 967, 1231-1242.

Prokoph A. & Bilali H. E., 2008. Cross-wavelet analysis : a tool for detection of relationships between paleoclimate proxy records. *In* : Bonham-Carter G., Cheng Q., eds. *Progress in Geomathematics*. Heidelberg, Berlin : Springer, 575-586.

Rebmann C., 2012. Data acquisition and flux calculations. *In* : Aubinet M., Vesala M. & Papale D., eds. *Eddy Covariance*. Dordrecht, Netherlands : Springer, 59-83.

Rex A. & Thornton S. T., 2009. *Physique moderne*. Bruxelles : De Boeck Université.

Safa B. et al., 2018. Latent heat and sensible heat flux simulation in maize using artificial neural networks. *Comput. Electron. Agric.* 154, 155-164.

Samuels-Crow K. E., Ryan E., Pendall E. & Ogle K., 2018. Temporal coupling of subsurface and surface soil CO₂ fluxes : Insights from a nonsteady state model and cross-wavelet coherence analysis. *J. Geophys. Res. G : Biogeosci.*, 123, 1406–1424.

Sauter T. & Galos S. P., 2016. Effects of local advection on the spatial sensible heat flux variation on a mountain glacier. *The Cryosphere*, 10, 2887-2905.

Schaller C., Göckede M. & Foken T., 2017. Flux calculation of short turbulent events – comparison of three methods. *Atmos. Meas. Tech.*, 10, 869-880.

Schulz A. et al., 2017. Surface energy fluxes during the total solar eclipse over Ny-Ålesund, Svalbard, on 20 March 2015. *Meteorol. Z.*, 26(4), 431 – 440.

Selesnick I. W., Baraniuk R. G. & Kingsbury N. C., 2005. The dual-tree complex wavelet transform. *IEEE Signal Process Mag.*, 22(6), 123-151.

Stoy P. C. et al., 2005. Variability in net ecosystem exchange from hourly to inter-annual time scales at adjacent pine and hardwood forests : a wavelet analysis. *Tree Physiol.*, 25(7), 887-902.

Stoy P. C. et al., 2009. Biosphere-atmosphere exchange of CO₂ in relation to climate : a cross-biome analysis across multiple time scales. *Biogeosciences*, 6, 2297-2312.

Sturtevant C. et al., 2016. Identifying scale-emergent, nonlinear, asynchronous processes of wetland methane exchange. *J. Geophys. Res. Biogeosci.*, 121, 188–204.

Tan S. M., 2016. *Linear Systems and Transform Methods*. The University of Auckland, Unpublished.

Terradellas E., Morales G., Cuxart J. & Yagüe C., 2001. Wavelet methods : application to the study of the stable atmospheric boundary layer under non-stationary conditions.

Dynam. Atmos. Oceans, 34, 225–244.

Teuling A. J., et al., 2010. Contrasting response of European forest and grassland energy exchange to heatwaves. *Nat. Geosci.*, 3(10), 722–727.

Thomas C. K. & Foken T., 2005. Detection of long-term coherent exchange over spruce forest using wavelet analysis. *Theor. Appl. Climatol.*, 80, 91–104.

Thum T. et al., 2017. The potential benefit of using forest biomass data in addition to carbon and water flux measurements to constrain ecosystem model parameters : Case studies at two temperate forest sites. *Agric. For. Meteorol.*, 234, 48–65.

Torrence C. & Compo G. P., 1998. A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79, 61–78.

Torrence C. & Webster P. J., 1999. Interdecadal Changes in the ENSO–Monsoon System. *J. Climate*, 12, 2679–2690.

Valayamkunnath P., Sridhar V., Zhao W. & Allen R. G., 2018. A comprehensive analysis of interseasonal and interannual energy and water balance dynamics in semiarid shrubland and forest ecosystems. *Sci. Total Environ.*, 651(1), 381–398.

Valentini R., Gamon J. A. & Field C. B., 1995. Ecosystem gas exchange in a California grassland : seasonal patterns and implications for scaling. *Ecology*, 76(6), 1940–1952.

Vargas R., Detto M., Baldocchi D. D. & Allen M. F., 2010. Multiscale analysis of temporal variability of soil CO₂ production as influenced by weather and vegetation. *Global Change Biol.*, 16, 1589–1605.

Wang B. & Wang Y., 1996. Temporal structure of the southern oscillation as revealed by waveform and wavelet analysis. *J. Climate*, 9, 1586–1598.

Wang K. & Dickinson R. E., 2012. A review of global terrestrial evapotranspiration : Observation, modeling, climatology, and climatic variability. *Rev. Geophys.*, 50, RG2005.

Wang W. et al., 2016. On the correlation of water vapor and CO₂ : Application to flux partitioning of evapotranspiration. *Water Resour. Res.*, 52, 9452–9469.

Wang, Y. et al., 2019. Estimation of vegetation latent heat flux over three forest sites in ChinaFLUX using satellite microwave vegetation water content index. *Remote Sens.*, 11, 1359.

Wiebe A., Sturman A. & McGowan H., 2011. Wavelet analysis of atmospheric turbulence over a coral reef flat. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 28(5), 698–708.

Wilkinson M., Crow P., Eaton E. L. & Morison J. I. L., 2016. Effects of management thinning on CO₂ exchange by a plantation oak woodland in south-eastern England. *Biogeosciences*, 13, 2367–2378.

Wilson K. B. et al., 2002. Energy partitioning between latent and sensible heat flux during the warm season at FLUXNET sites. *Water Resour. Res.*, 38(12), 1294.

Yi H. & Shu H., 2012. The improvement of the Morlet wavelet for multi-period analysis of climate data. *C.R. Geosci.*, 334(10), 483-497.

Yi H., Chen Z. & Cao Y., 2014. High precision computation of Morlet wavelet transform for multi-period analysis of climate data. *J. Inf. Comput. Sci.*, 11(17), 6369-6385.

Zeng Y., Xie Z. & Liu S., 2017. Seasonal effects of irrigation on land-atmosphere latent heat, sensible heat, and carbon fluxes in semiarid basin. *Earth Syst. Dynam.*, 8, 113-127.

Zha T et al., 2010. Interannual variation of evapotranspiration from forest and grassland ecosystems in western Canada in relation to drought. *Agric. For. Meteorol.*, 150, 1476-1484.