
Travail de Fin d'Etudes : Développement d'un modèle novateur de caractérisation du comportement précis d'assemblages de construction métallique et mixte acier-béton

Auteur : Mathieu, Julien

Promoteur(s) : Jaspard, Jean-Pierre

Faculté : Faculté des Sciences appliquées

Diplôme : Master en ingénieur civil des constructions, à finalité spécialisée en "civil engineering"

Année académique : 2019-2020

URI/URL : <http://hdl.handle.net/2268.2/8929>

Avertissement à l'attention des usagers :

Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative"(BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.

Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.



UNIVERSITÉ DE LIÈGE

FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES

**Développement d'un modèle novateur de
caractérisation du comportement précis
d'assemblages de construction métallique et
mixte acier-béton**

Auteur

MATHIEU Julien

Jury

JASPART Jean-Pierre

DEMONCEAU Jean-François

DENOËL Vincent

CORMAN Adrien

WERTZ Freddy

DUCHÊNE Yves

Travail de fin d'études réalisé en vue de l'obtention du grade de master
Ingénieur Civil en constructions par MATHIEU Julien

Année académique 2019-2020

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes promoteurs, Monsieur J-P. Jaspard et Monsieur J-F. Demonceau, qui m'ont permis de réaliser ce mémoire. Je les remercie pour le temps qu'ils ont su me consacrer, afin de répondre rapidement et justement à mes questionnements, ainsi que pour m'avoir aidé à trouver des solutions lorsque des problèmes plus pointus survenaient.

J'aimerais aussi adresser un grand merci à mes proches qui m'ont aidé durant ce quadrimestre. Que ce soit moralement par leur présence et leurs attentions, ou pratiquement par la relecture de mon travail, ils m'ont permis d'avancer dans les meilleures conditions.

Je remercie également tous les membres du jury qui ont accepté et pris le temps de lire et d'analyser mon travail.

Enfin, j'adresse un dernier remerciement à mes tous mes condisciples avec qui j'ai partagé mes cinq années d'études.

Énoncé

Développement d'un modèle novateur de caractérisation du comportement précis d'assemblages de construction métallique et mixte acier-béton

Dans la version actuelle des normes européennes concernant les assemblages métalliques (Eurocode 3 partie 1-8), la problématique de la détermination de la résistance de ces éléments soumis à de la flexion et de l'effort tranchant est traitée avec précision via la méthode dite des composantes.

Cependant, lorsqu'une combinaison de flexion et d'effort normal apparaît, le modèle proposé pour la caractérisation des assemblages s'avère très insécuritaire ou très sécuritaire en fonction du chargement considéré.

Un modèle numérique dit « à ressorts » capable d'aborder le comportement des assemblages soumis à un chargement quelconque en termes de moments de flexion et d'efforts axiaux, mais aussi d'intégrer, pour la première fois, les effets « de groupe », a été développé à l'Université de Liège. Celui-ci est d'application pour la partie « attache » de l'assemblage mais n'a pas encore été étendu à la partie « panneau d'âme ».

Ce mémoire vise donc à l'extension du modèle préexistant pour la prise en compte du panneau d'âme ainsi qu'à la validation du modèle complet ainsi obtenu au travers de comparaisons avec des essais expérimentaux d'assemblages disponibles. Une attention sera aussi réservée à l'influence des efforts tranchants sur le comportement global des assemblages.

Préalablement à ce travail, le modèle numérique concernant la partie « attache » sera étendu à une plus grande variété de configurations d'assemblages, permettant de ce fait l'élargissement du champs d'application actuel.

Etudiant :

MATHIEU Julien



Promoteurs :

JASPART Jean-Pierre

DEMONCEAU Jean-François



Résumé

Ce mémoire s'axe sur le développement d'un modèle mécanique à ressorts permettant la caractérisation précise du comportement réel des assemblages métalliques et mixtes acier-béton. En effet, les méthodes de calcul actuellement proposées dans l'Eurocode 3 partie 1-8 permettent une bonne précision pour des sollicitations de moments de flexion purs, mais sont assez sommaires pour les cas combinant du moment de flexion et de l'effort axial. Des modèles mécaniques à ressorts ont donc été développés pour représenter plus fidèlement le comportement des assemblages (essentiellement pour la partie "attache"), mais il s'avère que ceux-ci ne tiennent pas compte de tous les phénomènes pouvant y apparaître. Leur amélioration est donc nécessaire afin de les prendre en considération.

Dans le présent mémoire, les effets de groupe pouvant apparaître entre plusieurs rangées de boulons, la ductilité des composantes et la résistance à l'effort tranchant sont abordés. Dans l'avenir, il faudra également étudier l'influence de la partie "panneau d'âme cisailé", non étudiée dans ce travail.

Les évolutions apportées concernent tout d'abord le modèle développé en amont de ce document, intégrant les effets de groupe. Celui-ci a été étendu à un plus large ensemble de configurations d'assemblages, et adapté afin de permettre une implémentation numérique plus aisée.

Ensuite, des routines *Matlab* ont été écrites afin d'automatiser la construction du modèle mécanique numérique à introduire dans le logiciel d'analyse non-linéaire *Finelg*, ainsi que de traiter les valeurs de sortie. Ceci permet donc, à partir des données générales de l'assemblage telles que sa configuration géométrique et caractéristiques mécaniques des composantes, de tracer le diagramme de résistance à l'interaction M-N avec ou sans prise en compte de la ductilité des composantes. La résistance à l'effort tranchant est également calculée à partir des résistances des composantes afin de vérifier ce paramètre en plus de la capacité maximale à l'interaction M-N, pouvant dans certains cas réduire cette dernière.

Enfin, le modèle mécanique défini implémenté grâce aux routines a été testé et vérifié afin de valider son bon fonctionnement. Ceci a été réalisé au travers de deux cas tests, en analysant les rigidités initiales en rotation, les résistances et schémas de ruine dans des cas de flexions négative et positive et de traction pure. Les diagrammes M-N obtenus ont également été confrontés aux prédictions analytiques.

Ces vérifications étant concluantes, ceci a permis de clôturer le développement du modèle mécanique numérique à ressorts pour la partie "attache" de l'assemblage.

Abstract

This master thesis focus on the development of a spring mechanical model allowing the precise characterisation of the real behavior of steel and steel-concrete composite joints. Indeed, the actual design methods suggested by the Eurocode 3 part 1-8 allow a great precision for bending moments only, but are quite limited for combined bending moment and axial force cases. Some springs mechanical models have been developed in order to represent more accurately the joints behavior (mainly for the "connexion" part), but it turns out that they are not taking into account all phenomena which can appears in it. So, their upgrade is necessary to take them into consideration.

In the present thesis, group effects which can appear between serveral bolts rows, components ductility and shear resistance are discussed. In the future, the part "column web in shear" should be considered but is not examined in this document.

The changes firstly concern the model which was developped before this work, integrating group effects. It has been extended to a bigger range of joints configurations and has been adapted to allow an easier numerical implementation.

Then, *Matlab* routines have been written in order to automate the numerical springs model construction which will be introduced in the nonlinear analysis software *Finelg*, as well as processing the output values. So it allows, from the general data of the joints such as the geometrical configuration and the components mechanical characteristics, to draw the M-N interaction resistance diagram, with or without considering ductility. The shear resistance has also been calculated from the components resistances in order to verify this parameter in addition to the maximal M-N interaction capacity, which can sometimes reduce the latter.

Finally, the defined mechanical model implemented through the routines has been tested and verified in order to validate its effective functioning. This has been realised through two test cases, by analysing the initial rotational rigidities, resistances and failure schemes in negative and positive bending and tension. The obtained M-N diagrams have also been confronted to the analytical predictions.

These verifications being conclusive, this has allowed to end the development of the numerical mechanical springs model for the "connexion" part of the joint.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Comportement des assemblages et son intégration dans le processus d'analyse et de vérification des structures	1
1.1.1	Caractérisation, classification, modélisation et idéalisation des assemblages	1
1.1.2	Approches de caractérisation des assemblages	2
1.1.3	Approches de modélisation des assemblages	5
1.2	Limitations actuelles des méthodes de calcul	7
1.3	Objectifs du présent mémoire	9
2	Généralisation du modèle mécanique numérique	10
2.1	Modèle initial	10
2.2	Améliorations apportées au modèle initial	11
2.3	Conclusions	15
3	Implémentation numérique du modèle complet	16
3.1	Recueil des données	16
3.2	Traitement des données	17
3.2.1	Paramètres généraux	17
3.2.2	Lois de comportement	18
3.2.3	Contraintes linéaires	23
3.2.4	Noeuds	26
3.2.5	Éléments	28
3.2.6	Supports	29
3.2.7	Chargement	30

3.3	Traitement des résultats	31
3.3.1	Diagramme de résistance à l'interaction M-N	31
3.3.2	Résistance à l'effort tranchant	33
3.4	Conclusions	34
4	Applications et validation du modèle	35
4.1	Premier cas test	36
4.1.1	Moment négatif	37
4.1.2	Moment positif	43
4.1.3	Traction	48
4.1.4	Diagramme M-N	50
4.1.5	Effort tranchant	53
4.2	Second cas test	54
4.2.1	Moment négatif	56
4.2.2	Moment positif	62
4.2.3	Traction	66
4.2.4	Diagramme M-N	69
4.2.5	Effort tranchant	71
4.3	Étude paramétrique	73
4.3.1	Lois tri-linéaires et multi-linéaires	73
4.3.2	Lois multi-linéaires avec écrouissage	76
4.4	Conclusions	79
5	Conclusions générales	80
6	Perspectives	81

Références	82
Appendices	83
A Modèles mécaniques	84
A.1 Premier cas test	84
A.1.1 Noeuds	84
A.1.2 Éléments	85
A.1.3 Lois de comportement	86
A.2 Second cas test	87
A.2.1 Noeuds	87
A.2.2 Éléments	88
A.2.3 Lois de comportement	89

1 Introduction

1.1 Comportement des assemblages et son intégration dans le processus d'analyse et de vérification des structures

1.1.1 Caractérisation, classification, modélisation et idéalisation des assemblages

Afin de déterminer le comportement global et la résistance d'assemblages métalliques ou mixtes, il est nécessaire de passer par quatre étapes successives qui sont la caractérisation, la classification, la modélisation et l'idéalisation de ceux-ci.

1. L'assemblage est caractérisé par sa rigidité, sa résistance, et le déplacement maximal que celui-ci peut supporter.
2. L'assemblage est classé en fonction des trois paramètres obtenus lors de l'étape précédente. Selon sa rigidité, l'assemblage peut être rigide, semi-rigide ou articulé. Selon sa résistance, celui-ci peut être pleinement résistant, partiellement résistant ou articulé. Enfin, selon sa ductilité, il peut être classé comme fragile, semi-ductile ou ductile. Ces différentes classifications sont représentées à la figure 1.1.

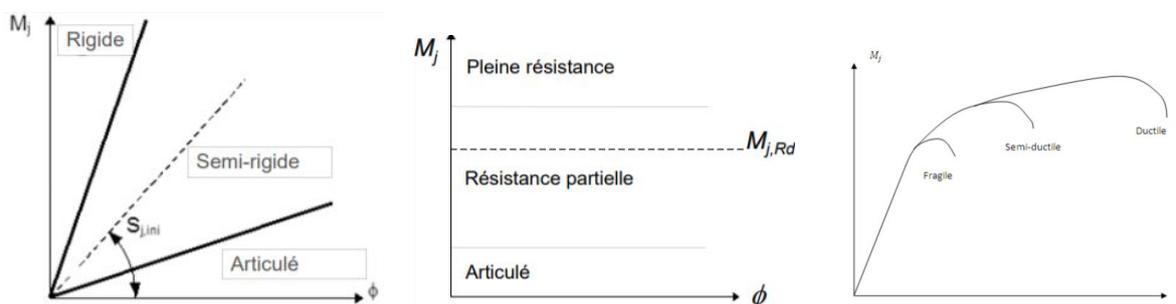


FIGURE 1.1 – Classifications des assemblages [1]

3. Une fois la classification effectuée, l'assemblage doit être modélisé en vue de son intégration dans la structure globale.
4. Enfin, il est nécessaire d'idéaliser l'assemblage en fonction de l'analyse et de la vérification voulant être menées : élastique, rigide-plastique ou élasto-plastique. Pour ce dernier type d'analyse, son comportement général peut être plus ou moins raffiné en prenant en compte des lois bi-linéaires, tri-linéaires ou multi-linéaires.

1.1.2 Approches de caractérisation des assemblages

1.1.2.1 Approches possibles

Afin de caractériser les assemblages, plusieurs méthodes peuvent être utilisées.

Une première approche est expérimentale : elle vise à la reproduction et au test de l'assemblage considéré en laboratoire dans le but d'obtenir des diagrammes de résistance et autres valeurs qui soient fidèles au comportement réel de celui-ci. Cependant, afin d'étudier le comportement complet jusqu'à la ruine, seuls des tests destructifs sont possibles, ce qui demande également une logistique et des moyens importants. L'approche expérimentale s'avère donc coûteuse, aussi bien en temps qu'en argent.

Une seconde approche est numérique. L'assemblage est dans ce cas modélisé dans un logiciel d'analyse aux éléments finis, et peut être soumis à différents chargements jusqu'à sa ruine. Ses différentes caractéristiques mécaniques peuvent donc être déterminées assez précisément sans avoir recours à des tests destructifs. Mais cette méthode demande d'avoir accès à de tels logiciels, et de bien avoir conscience de la manière dont ceux-ci fonctionnent, afin de détecter les problèmes numériques pouvant parfois fausser les résultats. Elle demande donc une bonne expertise ainsi que des programmes adéquats, ce qui s'avère également assez coûteux.

C'est pourquoi, en pratique, les méthodes analytiques sont privilégiées car elles sont plus simples à appliquer et moins coûteuses. Parmi celles-ci, la méthode des composantes, largement utilisée, est exposée au point suivant.

1.1.2.2 Méthode des composantes

Afin de caractériser le comportement mécanique des assemblages métalliques et mixtes, la méthode des composantes est une alternative efficace et précise. Celle-ci est d'ailleurs utilisée par l'Eurocode 3 partie 1-8 [2]. L'application de cette méthode est largement décrite dans [4], et est résumée ci-dessous. Dans cette approche, l'assemblage est décomposé en une série de composantes représentant ses éléments constitutifs. Les plus courantes sont les suivantes :

CWS	Column web in shear	Âme de poteau en cisaillement
CWC	Column web in compression	Âme de poteau en compression
CWT	Column web in tension	Âme de poteau en traction
CFB	Column flange in bending	Semelle de poteau en flexion
EPB	End plate in bending	Platine d'extrémité en flexion
BFC	Beam flange and web in compression	Semelle et âme de poutre en compression
BWT	Beam web in tension	Âme de poutre en traction
BT	Bolts in tension	Boulons en traction

TABLE 1 – Composantes les plus courantes

Ces composantes sont toutes dotées de propriétés propres en terme de résistance, de rigidité, et de capacité de déformation. Celles-ci sont sollicitées soit en traction, soit en compression ou bien encore en cisaillement. La prédiction de la réponse mécanique de l'élément considéré peut alors être déterminée par le biais de trois étapes :

- Identification des composantes actives de l'assemblage ;
- Caractérisation des propriétés mécaniques de ces composantes ;
- Assemblage des composantes afin de déterminer le comportement mécanique global de l'assemblage.

La première étape consiste à identifier les zones comprimées, tendues et cisillées de l'assemblage sur base de sa configuration générale, et d'en déduire les composantes qui seront utilisées pour sa caractérisation.

La seconde étape consiste à calculer les caractéristiques de chaque composante. L'Eurocode 3 partie 1-8 [2] propose des formules analytiques permettant de déterminer les résistances et rigidités initiales individuelles de celles-ci. Pour certaines, ces caractéristiques sont bornées par des phénomènes dit "de groupe". Ces effets peuvent apparaître lorsque plusieurs rangées de boulons interviennent dans le mécanisme de ruine plastique de la composante, comme représenté à la figure 1.2.

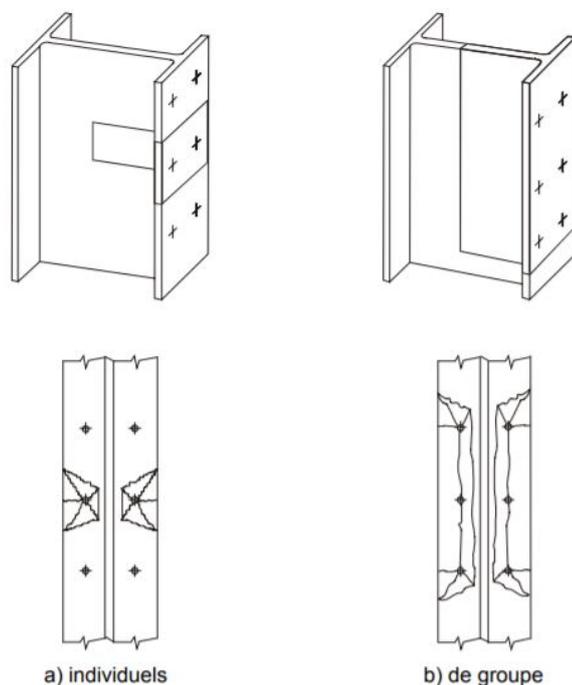


FIGURE 1.2 – Mécanismes de ruine plastiques [4]

Les normes traitent également les effets d'interactions entre les composantes d'un même élément constitutif de l'assemblage. Un exemple est l'âme de colonne, qui est à la fois cisillée (CWS), comprimée (CWC) et tendue (CWT). Ce phénomène est pris en compte via des coefficients de réduction appliqués aux résistances individuelles de ces composantes.

La dernière étape vise à une distribution des efforts internes dans l'assemblage, au sein de chaque composante de chaque rangée de boulons, afin de déterminer les caractéristiques générales de celui-ci. L'Eurocode 3 partie 1-8 [2] décrit également le processus d'assemblage afin de calculer le moment résistant et la rigidité initiale d'un assemblage soumis à du moment de flexion et/ou à de l'effort tranchant, sous la forme d'une courbe tri-linéaire moment de flexion-rotation telle que représentée à la figure 1.3. Une extension est également faite pour les composantes en béton des assemblages mixtes dans l'Eurocode 4 [3].

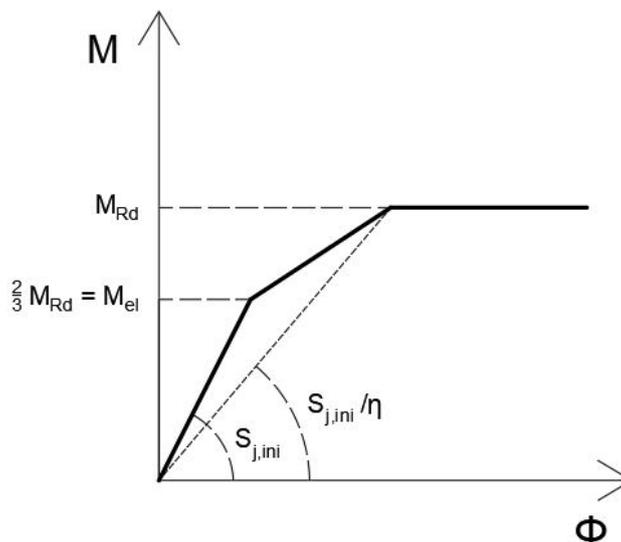


FIGURE 1.3 – Loi moment de flexion-rotation selon l'Eurocode 3 partie 1-8

La rigidité en rotation S_j est calculée en appliquant la formule 1.1.

$$S_j = \frac{E \cdot z^2}{\mu \cdot \sum \frac{1}{k_i}} \quad (1.1)$$

Où E est le module de Young du matériau, z est le bras de levier équivalent calculé selon la méthode décrite dans les normes, k_i sont les coefficients de rigidité de chaque composante et μ est égal à 1 si $M < M_{el}$ et est déterminé selon la formule 1.2 si $M_{el} < M < M_{Rd}$ dans le cas d'un assemblage par platine d'about boulonnée.

$$\mu = \left(1,5 \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}}\right)^{2,7} \quad (1.2)$$

La résistance est quant à elle déterminée en multipliant le maximum des efforts pouvant être repris par chaque rangée (donc la résistance individuelle ou de groupe minimale parmi toutes les composantes de chaque rangée) par leur bras de levier respectif.

Pour le cas des éléments soumis à une combinaison de moment de flexion et d'effort axial, l'assemblage des composantes est plus complexe car celles activées varient en fonction de la combinaison d'efforts considérée. Un diagramme d'interaction est donc proposé. Celui-ci est composé de quatre droites reliant les résistances en flexion pure positive et négative aux résistances en traction et compression pure. De plus, l'influence de l'effort axial est considéré comme négligeable si celui-ci est inférieur ou égal à 5% de la résistance à l'effort axial de la poutre connectée, comme le montre la figure 1.4

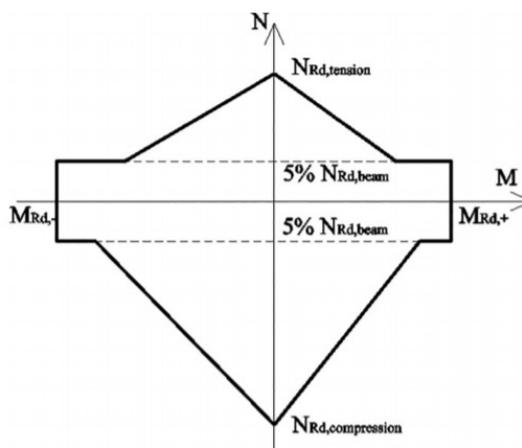


FIGURE 1.4 – Diagramme de résistance à l'interaction moment de flexion-effort normal proposé par l'Eurocode 3 partie 1-8 [5]

Ce diagramme d'interaction s'avère cependant soit trop sécuritaire dans les zones couvertes par les différentes droites, soit trop insécuritaire pour les zones concernées par le critère des 5%. C'est pourquoi des recherches approfondies ont été réalisées afin d'affiner la prédiction de la résistance et de la rigidité d'un assemblage soumis à une combinaison de moment de flexion et d'effort axial. Celles-ci seront présentées au point 1.2.

1.1.3 Approches de modélisation des assemblages

1.1.3.1 Approches possibles

L'étape de modélisation des assemblages est une étape importante dans le calcul des structures car elle va conditionner la réponse globale de celles-ci sous un chargement donné. Différentes méthodes peuvent être utilisées :

- Modélisation par un ressort rotationnel
- Modélisation par un modèle mécanique

Chaque méthode présente ses spécificités propres. Elles sont exposées dans les deux points suivants.

1.1.3.2 Ressorts rotationnels

La première méthode de modélisation des assemblages s'inscrit dans la continuité des étapes précédentes. En fonction de la caractérisation et de la classification réalisées, l'assemblage pourra être modélisé comme un ressort en rotation, ayant une rigidité et une résistance égales à celles préalablement calculées. Cela permet donc une analyse et une vérification de l'ensemble de la structure prenant en compte un comportement plus détaillé de l'assemblage, sans devoir faire d'hypothèses trop restrictives ou insécuritaires sur celui-ci (comme par exemple un encastrement pur ou une rotule parfaite).

1.1.3.3 Modèle mécanique

La seconde approche est plus générale, permettant d'effectuer la modélisation mais également la caractérisation de l'assemblage de manière simultanée. Celle-ci est un modèle mécanique dit "à ressorts", et consiste à représenter chaque composante par un ressort caractérisé par une courbe force-déplacement selon les prescriptions données par les normes et présentées dans le point 1.1.2.2.

L'assemblage est décomposé en deux parties, la première étant la partie "attache", soumise à du moment de flexion et de l'effort normal, et la deuxième étant la partie "panneau d'âme de colonne cisailé" soumise à du cisaillement. Chaque ressort de la première partie est donc sollicité soit en traction, soit en compression en fonction de la rangée considérée. Les ressorts tendus n'ont pas de rigidité en compression et inversement, les ressorts comprimés ne sont pas rigides en traction. La deuxième partie n'est pas encore aboutie concernant son mode de représentation car sa modélisation doit prendre en compte des phénomènes particuliers qui seront décrits dans le point 1.2, pas encore considérés dans les modèles actuels.

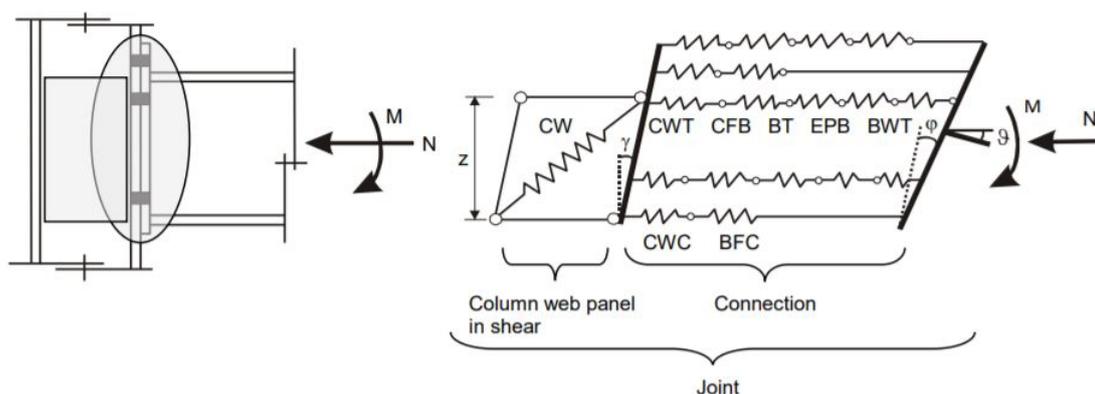


FIGURE 1.5 – Modèle mécanique [5]

Ce type de modèle correspond plus à une approche de modélisation numérique de l'assemblage. Ceux-ci peuvent en effet être implémentés dans des logiciels, où les sollicitations sont augmentées jusqu'à la rupture. Ceci permet d'obtenir une courbe d'interaction moment de flexion-effort axial plus précise que le critère actuellement proposé par les normes.

1.2 Limitations actuelles des méthodes de calcul

De tels modèles ont déjà été largement utilisés et validés dans un grand nombre de cas pratiques. Cependant, ceux-ci ne peuvent être pleinement précis si ils ne tiennent pas compte de certains phénomènes pourtant traités dans les normes, même si ceux-ci y sont parfois abordés sommairement :

- Les effets de groupe pouvant se former entre les rangées adjacentes, dans les composantes "plaque". Si celles-ci sont assez éloignées, la résistance de groupe est plus grande que la somme des résistances des rangées concernées. Dans ce cas, l'effet de groupe ne se développera pas. Inversement, si les différentes rangées sont assez proches, la résistance de groupe peut être inférieure à la somme des résistances individuelles de chaque rangée, et l'effet de groupe diminuera celles-ci.
- Les interactions des contraintes entre les composantes de colonne. Celles-ci se développent entre les contraintes de cisaillement, les contraintes longitudinales et transversales, et diminuent la résistance des éléments concernés.
- La variation de l'effort tranchant au sein de l'âme de la colonne. Celui-ci n'est en effet pas constant sur toute la hauteur du panneau d'âme car il varie en fonction des sollicitations auxquelles est soumis l'assemblage. Cependant, dans les modèles actuels, la composante "âme de poteau cisailée" est représentée comme un seul ressort soumis à une force équivalente agissant à un bras de levier équivalent, comme montré à la figure 1.5.
- La limite de ductilité des composantes n'est également pas prise en compte dans les lois des composantes, ce qui permet à l'assemblage de se déformer indéfiniment. En réalité, certaines vont montrer une ruine fragile, ce qui limitera la redistribution des efforts dans les autres rangées et donc également la résistance globale.

Pour palier à ces lacunes, plusieurs recherches ont été réalisées. Celles détaillées dans ce point concernent d'une part la méthode d'assemblage analytique développée dans [5], et d'autre part la prise en compte des effets de groupes dans les modèles mécaniques à ressorts développée dans [6].

En l'absence de modèle mécanique permettant de prendre en compte les aspects listés ci-dessus, une méthode analytique a été développée, permettant d'obtenir un graphe de résistance à l'interaction moment de flexion-effort axial précis. Elle se concentre sur l'application de la formule 1.3, décrivant le critère de ruine de l'assemblage. Celle-ci inclue les effets de groupe décrits au point précédent pour la partie "attache" de l'assemblage.

$$M = h_k \cdot N + \sum_{(i=1)}^n (h_i - h_k) \cdot F_i^c \quad (1.3)$$

Où h_k est le bras de levier de la rangée où se situe l'axe neutre, n est le nombre total de rangées, h_i est le bras de levier de la rangée considérée, N est l'effort normal appliqué, F_i^c est l'effort maximal pouvant se développer dans la rangée i et M le moment de flexion.

En faisant varier la rangée k où se situe l'axe neutre de 1 à n et ce pour un moment positif et négatif, $2k$ couples M-N sont obtenus. En traçant les droites relatives à ces couples, le diagramme de résistance à l'interaction M-N peut être visualisé en considérant l'enveloppe interne de ces droites.

Cette formule est valable pour les attaches ductiles. Toutes les composantes sont considérées comme indéfiniment déformables. L'influence de l'interaction des contraintes entre les composantes, la prise en compte de la capacité de déformation et une extension aux attaches non ductiles sont également traitées dans l'étude en question.

Afin d'améliorer le modèle mécanique à ressorts, une autre étude a permis d'intégrer les effets de groupe grâce au développement d'un nouveau modèle mécanique [6]. Celui-ci simule le développement d'une résistance de groupe au moyen d'un patin caractérisé par une rigidité infinie et une résistance égale à la résistance du groupe considéré, comme représenté à la figure 1.6. C'est dans la continuité de cette étude que s'intègre le présent mémoire.

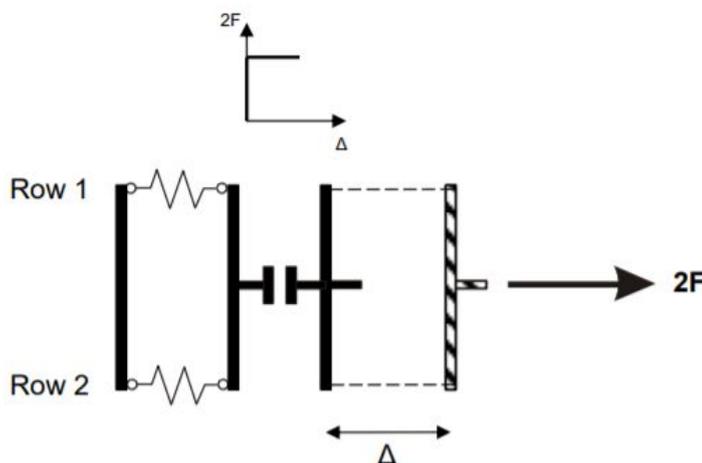


FIGURE 1.6 – Modélisation des effets de groupe dans le modèle mécanique [6]

En réalisant un modèle mécanique intégrant aussi bien les ressorts représentant les caractéristiques mécaniques de chaque composante que les patins représentant les effets de groupe, il est possible d'obtenir une bonne approximation du comportement global réel de l'assemblage considéré. Cependant, toutes les autres spécificités citées précédemment ne sont pas prises en compte dans ce modèle, ce qui le rend toujours incomplet.

1.3 Objectifs du présent mémoire

Au vu des avancées actuelles dans le traitement des assemblages métalliques et mixtes, le but de ce mémoire est multiple.

Premièrement, généraliser le modèle à ressorts développé dans [6]. Il faudra que celui-ci permette de prendre en compte les effets de groupe de la manière la plus générale possible, afin que la méthode développée puisse être applicable à un large ensemble d'assemblages.

Ensuite, une fois ce modèle complété, une routine *Matlab* sera programmée afin d'automatiser la construction de celui-ci en vue de son implémentation dans le logiciel d'analyse non linéaire *Finelg* [7]. Pour ce faire, il faudra tout d'abord définir un agencement général qui serait identique quelque soit la configuration d'assemblage traitée. Le programme pourra par la suite être développé sur base de ce modèle, qui débutera par le recueil des données nécessaires à son implémentation. Ceci permettra ensuite de réaliser la construction du modèle mécanique en déterminant les lois de comportement, les noeuds, les éléments, les supports ainsi que le mode de chargement. Une fois construit, celui-ci sera soumis à plusieurs sollicitations différentes via *Finelg*, qui fournira des données de sortie concernant le comportement de l'assemblage selon l'état de sollicitation. Ces résultats seront enfin traités afin de tracer le diagramme de résistance à l'interaction moment de flexion-effort axial, avec ou sans prise en compte de la ductilité des composantes. La résistance à l'effort tranchant sera également vérifiée.

Pour finir, le modèle développé sera validé au travers de deux cas tests. Le premier étant celui utilisé pour l'étude numérique préalable à ce mémoire, et le second étant le cas test pris en compte par Mr. Cerfontaine dans le cadre de sa thèse de doctorat [8]. Ceci permettra de comparer les résultats pouvant être obtenus grâce au modèle à ressorts numérique aux résultats analytiques calculés suivant sa méthode.

Contrairement aux objectifs cités dans l'énoncé de ce mémoire, il a été choisi en concertation avec les promoteurs de ne pas aborder certains points afin d'en détailler plus spécifiquement d'autres. En effet, le panneau d'âme cisailé n'a pas été abordé pour permettre de finaliser l'étude relative à la partie "attache" de l'assemblage, incluant le traitement de la ductilité des composantes et de la résistance à l'effort tranchant.

2 Généralisation du modèle mécanique numérique

2.1 Modèle initial

Comme expliqué au point 1.2, une étude a déjà été menée afin de représenter les effets de groupe au sein d'un modèle mécanique à ressorts. Elle a été effectuée pour l'assemblage boulonné poutre-colonne par platine d'extrémité débordante repris à la figure 2.1, pour la partie "attache".

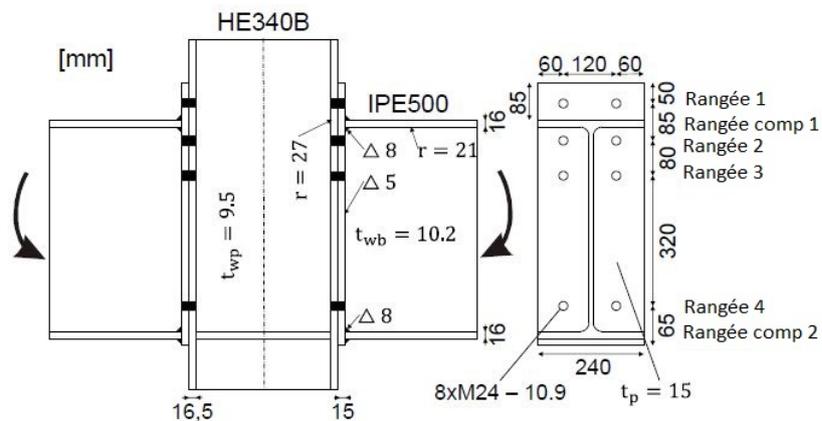


FIGURE 2.1 – Configuration générale [6]

Cet assemblage a été modélisé fidèlement au modèle mécanique développé, et implémenté dans le logiciel d'analyse non linéaire *Finelg* [7] selon l'agencement représenté à la figure 2.2.

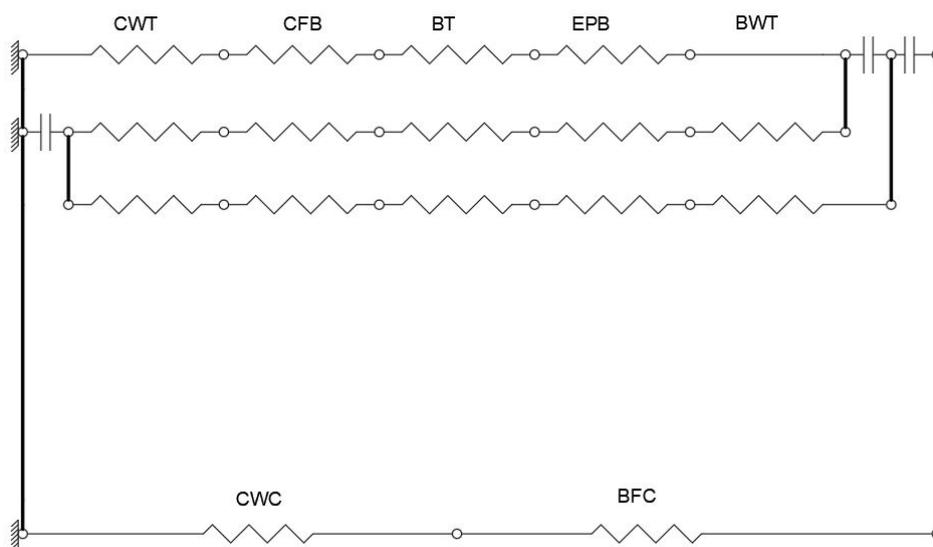


FIGURE 2.2 – Modèle mécanique à ressorts initial

Il a ensuite été soumis à un moment négatif (rangées supérieures tendues) jusqu'à la ruine afin de déterminer sa résistance en flexion. Celle-ci a été comparée aux résultats calculés selon la méthode décrite dans l'Eurocode 3 partie 1-8 expliquée au point 1.1.2.2, et le schéma de ruine a été analysé afin de vérifier si celui-ci était bien fidèle aux concepts évoqués par la méthode des composantes.

Les résultats obtenus étaient concluants, ce qui avait permis de valider cette méthode de représentation pour la sollicitation considérée. Cependant, toutes les rangées ainsi que tous les groupes n'ont pas été représentés. De plus, il reste encore à valider cette représentation pour une enveloppe M-N complète. Le modèle mécanique devra également être testé pour un autre cas test afin de vérifier son bon fonctionnement pour un plus large champs d'application.

2.2 Améliorations apportées au modèle initial

La première étape consiste donc à définir un modèle mécanique permettant d'une part de représenter l'assemblage représenté à la figure 2.1 dans sa globalité, et d'autre part de pouvoir l'étendre à d'autres configurations.

La représentation mécanique de l'assemblage est composée de rangées constituées de ressorts en série. Les rangées tendues sont liées entre elles grâce à des patins et contraintes linéaires représentant les effets de groupe, comme expliqué précédemment et montré à la figure 2.2. Les rangées comprimées quant à elles ne font pas intervenir de tels groupes, ce qui rend leur intégration au modèle assez simple. Par soucis de clarté, seul l'agencement des rangées tendues sera analysé, étant donné que les rangées comprimées ne demandent pas de dispositions particulières pour leur intégration dans le modèle mécanique.

Durant le développement du nouveau mode de représentation, plusieurs observations générales ont été réalisées concernant certains points importants à prendre en compte pour son bon fonctionnement.

Premièrement, pour une configuration telle que représentée à la figure 2.2, il a été constaté qu'il n'est pas possible d'intégrer l'ensemble des groupes sans qu'un conflit entre ceux-ci n'apparaisse. En effet, un groupe ne devant normalement reprendre les efforts que de deux rangées seulement se retrouve à reprendre les efforts d'une rangée supplémentaire.

Par exemple, la figure 2.3 de gauche ci-dessous montre que le groupe censé ne reprendre que les efforts des rangées 2 et 3 reprend également les efforts de la rangée 4, comme l'élément reliant les rangées 2 et 3 est rigide et considérant le cas où le groupe 3-4 est plus résistant que le groupe 2-3. Une autre exemple est celui de la figure 2.3 de droite où, pour les mêmes raisons, le groupe reprenant les forces des rangées 1 et 2 reprend également celles des rangées 3 et 4 via le groupe 2-4.

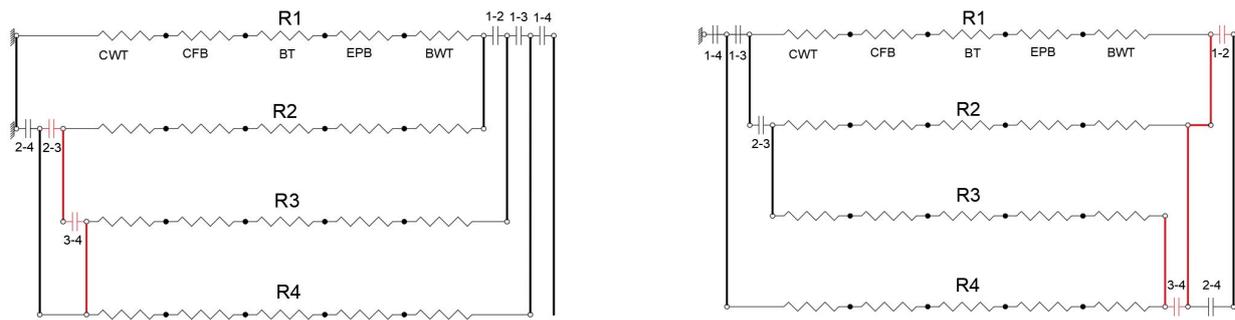


FIGURE 2.3 – Exemples d’agencements inefficaces

Afin de résoudre ce problème, le modèle mécanique a été amélioré pour permettre une prise en compte de tous les groupes sans avoir de conflits. Cette évolution consiste en une démultiplication de chaque rangée, ce qui permet de placer certains groupes entre ces dédoublements, évitant de ce fait le phénomène décrit précédemment. Ce nouveau modèle est représenté à la figure 2.4 dans le cas de la configuration traitée. Comme deux rangées identiques sont présentes à la place d’une seule, il est nécessaire de doubler les rigidités propres de chaque ressort afin que la réponse mécanique reste correcte.

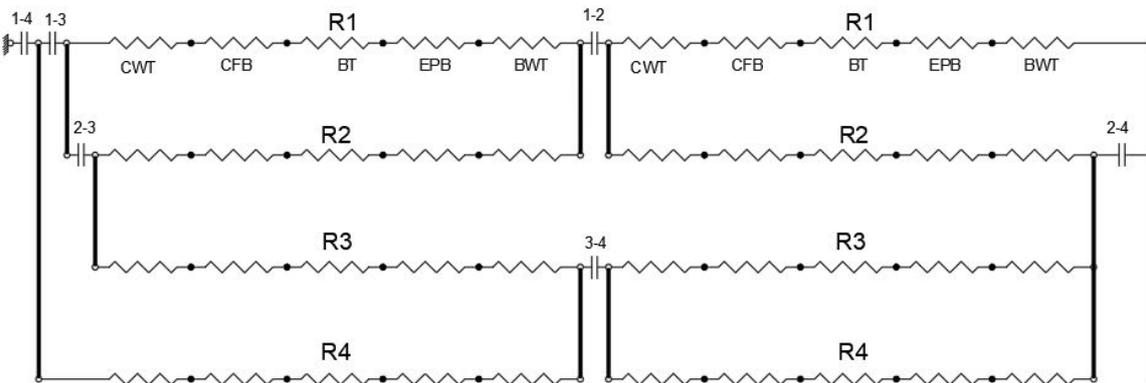


FIGURE 2.4 – Modèle mécanique intégrant l’entièreté des effets de groupe

Ce modèle peut également être étendu à des assemblages présentant plus de rangées. Il faut pour ce faire augmenter le nombre de démultiplications en fonction du nombre total de rangées tendues que l’assemblage comporte. Celui-ci sera défini dans la suite de ce travail.

Cet agencement est efficace pour une configuration d’assemblage comportant quatre rangées tendues. Il est cependant nécessaire que celui-ci soit également applicable à d’autres configurations en présentant un nombre plus ou moins important. De plus, il devra être assez redondant pour permettre l’automatisation de sa construction en vue d’une implémentation numérique. Un premier schéma a donc été développé, présenté à la figure 2.5, toujours pour le même cas étudié.

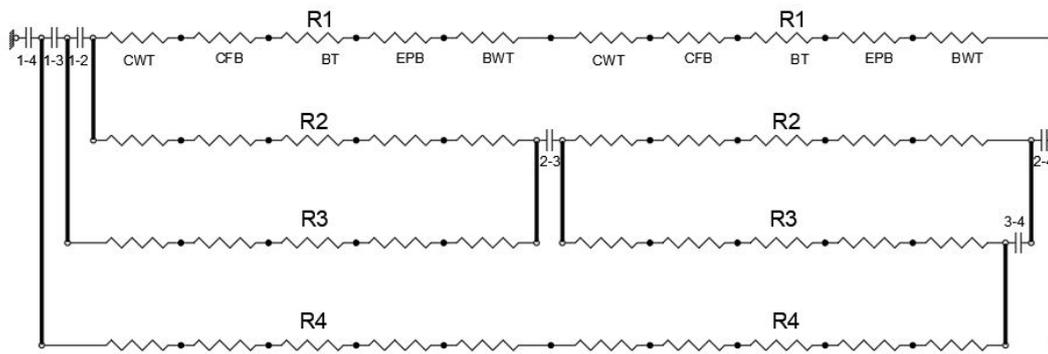


FIGURE 2.5 – Agencement pour l'implémentation numérique

Ce schéma s'avère concluant pour cette configuration. Par contre, la distribution des efforts dans l'assemblage devient incorrecte lorsqu'une rangée supplémentaire est ajoutée, selon l'agencement représenté à la figure 2.6. En effet, la présence de plus d'un groupe entre deux ressorts dédoublés fausse le chemin des forces, menant à un résultat erroné. Dans l'exemple repris ci-dessous, le groupe 2-3 permet bien de limiter la somme des efforts dans les rangées concernées pour les ressorts situés à gauche du groupe, mais celui-ci n'offre pas de borne pour les ressorts localisés à droite. Des contraintes linéaires ont donc été ajoutées afin d'obliger l'égalité des déplacements des ressorts localisés dans les deux dédoublements. Ceci n'a néanmoins pas été suffisant pour rétablir une distribution valide des forces qui se redistribuent de façon incorrecte dans les autres rangées.

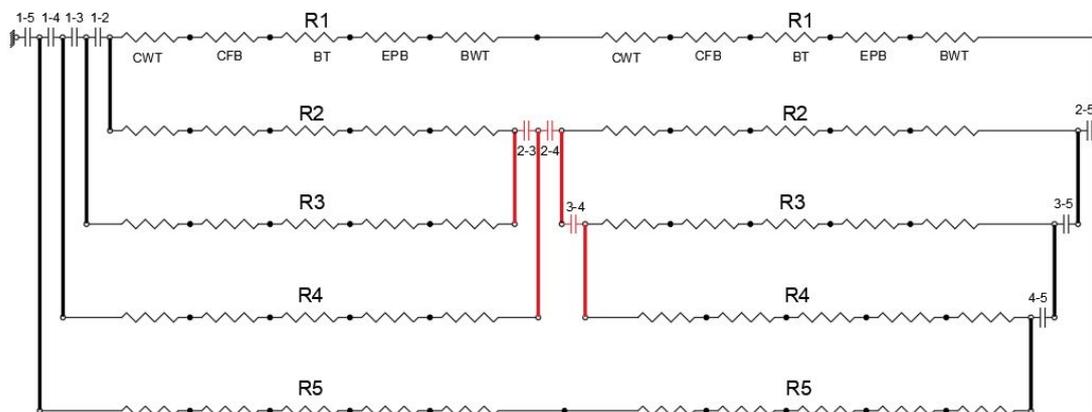


FIGURE 2.6 – Agencement incorrect pour cinq rangées tendues

Ce modèle a donc été amélioré une nouvelle fois, en s'assurant qu'un seul groupe soit présent entre deux démultiplications. Afin de réduire le risque de problèmes numériques pouvant apparaître lors de l'itération non-linéaire dans *Finelg*, il est nécessaire de remplacer la série de ressorts représentant chaque composante par un seul ressort équivalent, modélisant le comportement de la rangée entière. Ceci permet d'alléger le modèle mécanique ainsi que le fichier de données devant être traité par *Finelg*. L'agencement final ainsi obtenu est représenté aux figures 2.7 et 2.8, pour le cas d'un assemblage comportant quatre et cinq rangées de boulons.

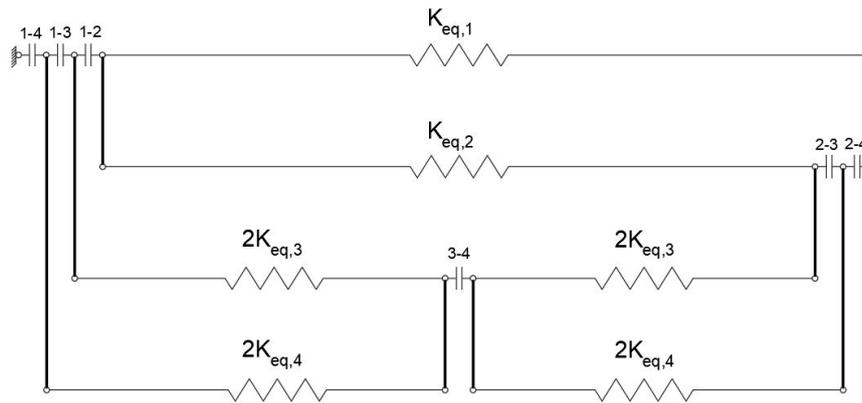


FIGURE 2.7 – Agencement final du modèle mécanique pour quatre rangées tendues

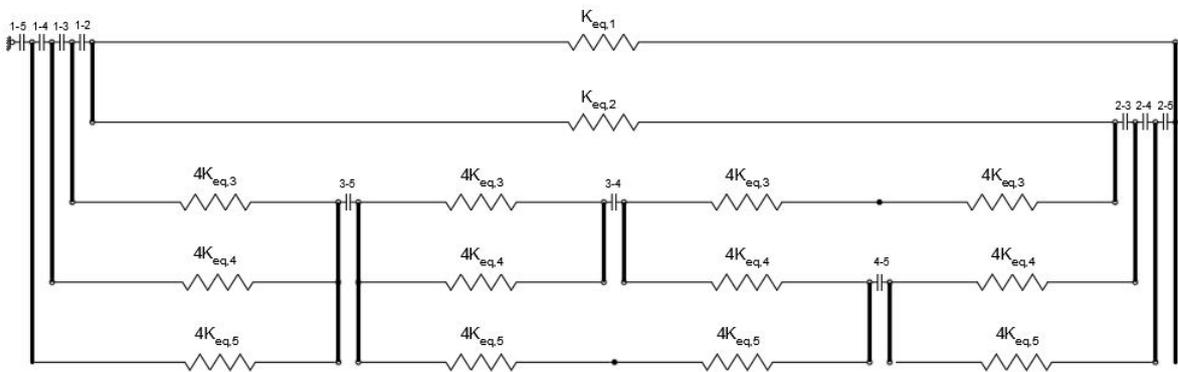


FIGURE 2.8 – Agencement final du modèle mécanique pour cinq rangées tendues

Les deux premières rangées ne nécessitent pas de démultiplication, étant donné que les groupes relatifs à celles-ci sont placés de part et d'autre du ressort équivalent. Celles allant de 3 au nombre total de rangées tendues doivent par ailleurs être démultipliées pour un nombre déterminé grâce à la formule 2.1.

$$N_{demult} = N_{Gr} - (N_{rt,tot} - 1) - (N_{rt,tot} - 2) + 1 \quad (2.1)$$

Où $N_{rt,tot}$ est le nombre total de rangées tendues et N_{Gr} est le nombre total de groupes, pouvant être calculé selon la relation 2.2.

$$N_{Gr} = N_{rt,tot} \cdot \frac{N_{rt,tot} - 1}{2} \quad (2.2)$$

2.3 Conclusions

Le modèle proposé initialement est valide dans le cas d'un moment négatif pur (rangées supérieures tendues), mais seulement car l'entièreté des groupes n'était pas représentée. En effet, la dernière rangée de boulons a été négligée étant donné que celle-ci ne reprenait que peu d'efforts à cause de sa proximité avec la zone comprimée.

Lorsque celle-ci est cependant prise en compte, il s'avère impossible d'intégrer tous les éléments représentant les effets de groupe sans que des conflits n'apparaissent si l'agencement initial est conservé. C'est pourquoi un modèle mécanique amélioré a été défini afin d'y permettre l'implémentation de chaque patin représentant les effets de groupe. Cette amélioration réside dans la démultiplication des rangées tendues, afin de pouvoir intégrer un groupe entre chaque dédoublement. Les ressorts en série ont également été remplacés par un seul ressort équivalent, permettant de simplifier le modèle à construire. L'agencement général a été défini dans le but de faciliter au maximum son implémentation numérique.

Ceci étant réalisé, il faut maintenant déterminer la manière dont va être implémentée l'automatisation de la construction du modèle mécanique numérique en vue de son intégration dans *Finelg*.

3 Implémentation numérique du modèle complet

Le chapitre précédent a permis la définition d'un modèle mécanique à ressorts développé dans le but d'une caractérisation plus précise du comportement réel des assemblages. Il est cependant nécessaire de valider cette représentation au travers de l'application de celui-ci à divers cas tests. Ceci nécessite de passer par l'utilisation d'un logiciel d'analyse non linéaire permettant son implémentation, afin de déterminer le comportement de l'assemblage sous divers cas de chargement.

L'implémentation dans un programme tel que *Finelg* [7] dans le cas présent peut s'avérer assez chronophage et délicate. C'est pourquoi deux routines d'automatisation ont été développées. La première permet l'écriture du fichier de données nécessaire en entrée du logiciel, tandis que la seconde permet de générer le diagramme de résistance à l'interaction M-N grâce aux données de sortie. Ces deux codes permettront une implémentation plus aisée des modèles mécaniques, et faciliteront l'utilisation de tels modèles en évitant de devoir passer par l'étape de leur construction.

Ces routines sont réalisées à l'aide du logiciel de programmation *Matlab*, la récolte des données est faite via un tableur *Excel* et l'analyse non linéaire est effectuée par *Finelg*. La routine *Matlab* est divisée en deux parties : une première permettant de traiter les données d'entrées relatives à la configuration générale de l'assemblage, et de les traduire en données interprétables par *Finelg* et une seconde permettant de traiter les résultats rendus par *Finelg* afin de tracer le diagramme M-N. La résistance à l'effort tranchant ainsi que la prise en compte de la ductilité des composantes sont également abordées dans cette dernière.

Plusieurs éléments sont à définir afin de construire un modèle mécanique numérique. Tout d'abord ses paramètres généraux. Ensuite, les lois de comportement à appliquer aux éléments ainsi que l'ensemble des noeuds. Enfin, les supports à donner à ces noeuds. En plus de cela, le schéma de chargement devra finalement être défini.

3.1 Recueil des données

Le rassemblement des données est réalisé via un tableur *Excel*. Afin que celui-ci soit assez clair et concis, il est nécessaire de ne demander que les informations essentielles ne pouvant pas être déterminées dans la routine *Matlab*, à savoir :

- Le nombre de rangées tendues et comprimées ;
- La distance séparant la rangée considérée et la rangée la plus basse dans l'assemblage ;
- La distance séparant le point d'application des charges axiales et la rangée la plus basse de l'assemblage ;
- Le mode de sollicitation des composantes (compression ou traction) ;
- Le type de loi à considérer pour les composantes ;
- Le rigidité initiale des composantes ;

- La résistance plastique des composantes ;
- Le déplacement plastique maximal des composantes ;
- La résistance de chaque groupe pouvant apparaître dans l'assemblage (si un groupe ne peut pas apparaître à cause d'un éventuel raidisseur, semelle, etc , il suffit de fixer cette résistance à un nombre très élevé) ;
- Le déplacement plastique maximal de chaque groupe.

Les données relatives aux composantes sont obtenues via les méthodes de calcul décrites dans L'Eurocode 3 partie 1-8. Elles peuvent être déterminées aisément via le logiciel de calcul d'assemblages *CoP*, appliquant ces mêmes formules analytiques.

D'autres données plus spécifiques à l'utilisation du programme *Finelg* sont également à introduire. Celles-ci concernent les paramètres de chargement utiles à la résolution non-linéaire :

- Moment appliqué ;
- Effort normal appliqué ;
- Incrément de charge initial ;
- Autres valeurs de moment de flexion et effort axial à appliquer lors du chargement. Ceci sera discuté en détail dans ce chapitre.

Les valeurs des efforts appliqués doivent correspondre à la zone du diagramme M-N voulant être atteinte. L'analyse non-linéaire va augmenter le multiplicateur de ces efforts jusqu'à ce qu'une ruine survienne. Chaque couple M-N va donc donner un point du diagramme.

3.2 Traitement des données

3.2.1 Paramètres généraux

Une fois les données recueillies, celles-ci peuvent être traitées grâce à une première routine *Matlab*, afin de construire un fichier de données interprétable par *Finelg*. Grâce aux valeurs récoltées par le fichier *Excel*, il est tout d'abord possible de déduire certaines informations essentielles concernant l'agencement général du modèle numérique.

Premièrement, le nombre d'effets de groupe pouvant apparaître dans l'assemblage ainsi que le nombre de démultiplications à réaliser ont déjà été calculés précédemment grâce aux formules 2.2 et 2.1.

Le nombre d'effets de groupe pouvant apparaître dans une rangée peut également être déterminé par la relation suivante :

$$N_{Gr,i} = N_{rt,tot} - i \quad (3.1)$$

Où i est le numéro de la rangée considérée (les rangées comprimées n'interviennent pas dans cette numérotation).

Ces valeurs vont condenser l'agencement général du modèle mécanique. Comme montré au point 2.2, les deux premières rangées tendues sont formées d'un seul ressort équivalent. L'entière des groupes 1 à i sont condensés à la gauche du premier ressort, et les groupes 2 à i sont quant à eux condensés à la droite du second ressort (i étant la rangée en traction considérée). Pour les autres rangées, chaque groupe est séparé par une démultiplication du ressort équivalent.

Les rangées comprimées ne sont pas démultipliées ou ne contiennent pas de groupes, elles ne seront donc pas détaillées étant donné qu'elles ne sont composées que d'un seul ressort équivalent. Aucune spécificité n'est donc à prendre en compte pour celles-ci.

3.2.2 Lois de comportement

Chaque élément du modèle mécanique est caractérisé par ses noeuds d'extrémité ainsi que par une loi de comportement. Il est donc nécessaire de déterminer ces données en premier lieu.

Selon la méthode de caractérisation des composantes proposée par l'Eurocode 3 partie 1-8 [2] présentée au point 1.1.2.2, leur réponse mécanique est régie par une loi bi-linéaire caractérisée par une rigidité initiale et une résistance plastique. Les groupes quant à eux sont définis par une loi rigide-plastique, tel qu'énoncé dans [6].

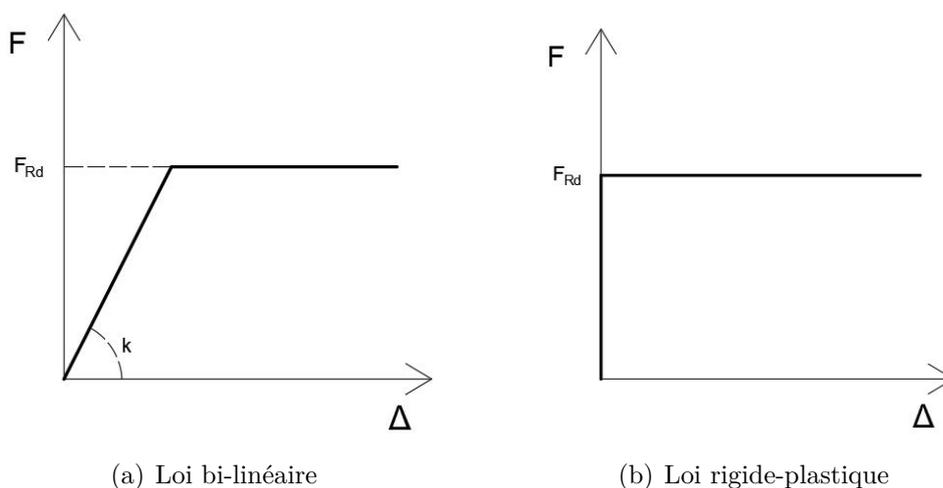


FIGURE 3.1 – Lois de comportement utilisées

Pour l'implémentation numérique, la rigidité des lois théoriquement infiniment rigides doit tout de même être égale à une valeur finie. Celle-ci a été fixée préalablement à ce mémoire à une valeur de $5 \cdot 10^8$ N/mm [6].

D'autres lois peuvent par ailleurs être utilisées pour caractériser les composantes, afin d'avoir une représentation plus fidèle du comportement réel de l'assemblage. Cette précision supplémentaire peut être obtenue en augmentant le degré de non-linéarité des lois affectées aux composantes, en considérant des lois tri-linéaires ou multi-linéaires. La définition de celles-ci est expliquée ci-dessous.

Pour les lois tri-linéaires, le comportement de la composante est supposé élastique jusqu'à ce que l'effort présent dans celle-ci atteigne sa résistance élastique (fixée à $2/3$ de la résistance plastique). Le déplacement relatif à cette force est obtenu grâce à la rigidité initiale de la composante, déterminée à l'aide des formules analytiques des normes. Au delà de cette valeur, la rigidité diminue jusqu'à atteindre la résistance plastique. Le déplacement correspondant est alors calculé grâce à la rigidité réduite, prise égale à $1/3$ de la rigidité initiale.

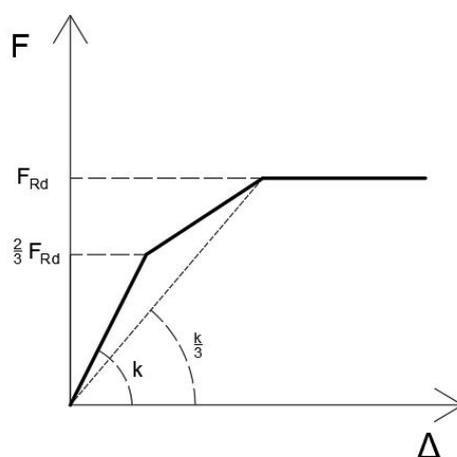


FIGURE 3.2 – Loi tri-linéaire

Concernant les lois multi-linéaires, le nombre de segments utilisés pour représenter le caractère non-linéaire de la courbe est fixé à quatre, hors plateau plastique. Les changements de rigidité sont définis comme apparaissant à des valeurs égales à $6/9 \cdot F_{Rd}$ (résistance élastique selon la norme), $7/9 \cdot F_{Rd}$, $8/9 \cdot F_{Rd}$ et F_{Rd} . Les déplacements relatifs à ces valeurs sont calculés de la même façon que pour la caractérisation de la courbe moment-rotation décrite au point 1.1.2.2. Les formules énoncées dans l'Eurocode 3 partie 1-8 sont adaptées pour obtenir une courbe force-déplacement à la place de la courbe moment-rotation. En reprenant les formules 1.1 et 1.2, on a :

$$\Delta = \frac{F}{\frac{k}{\mu}} \quad (3.2)$$

Où, dans le cas d'un assemblage boulonné par platine d'extrémité :

$$\mu = \left(1,5 \cdot \frac{F}{F_{Rd}}\right)^{2,7} \quad (3.3)$$

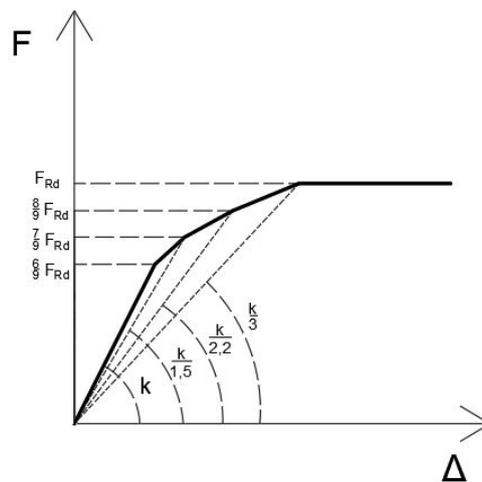


FIGURE 3.3 – Loi mutli-linéaire

Une fois que les lois de comportement des composantes sont définies, le ressort équivalent peut être caractérisé. Sa résistance est égale à la résistance de la composante la plus faible de la rangée et son comportement pré-plastique est régi par les différentes rigidités des ressorts représentant les composantes, tel que représenté à la figure 3.4.

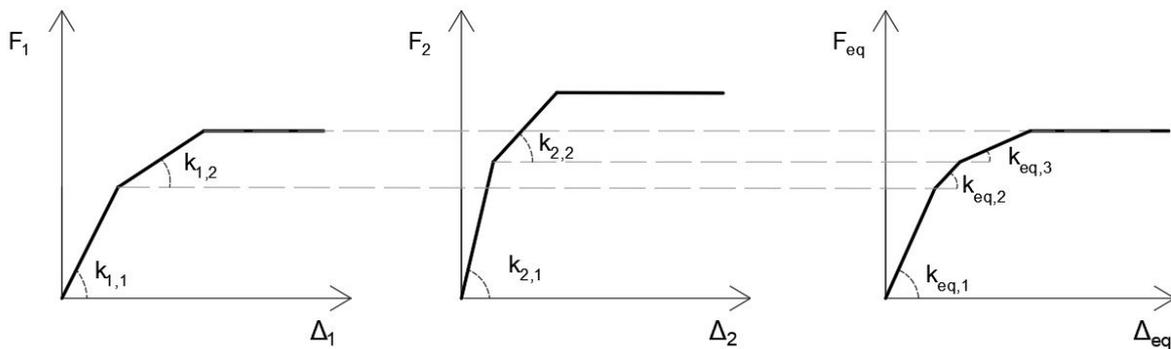


FIGURE 3.4 – Construction des lois des ressorts équivalents

Dans le cas présenté sur cette figure, les rigidités équivalentes sont calculées comme suit :

$$k_{eq,1} = \frac{1}{\frac{1}{k_{1,1}} + \frac{1}{k_{2,1}}}$$

$$k_{eq,2} = \frac{1}{\frac{1}{k_{1,2}} + \frac{1}{k_{2,1}}}$$

$$k_{eq,3} = \frac{1}{\frac{1}{k_{1,2}} + \frac{1}{k_{2,2}}}$$

Afin de prendre en compte la ductilité des composantes dans le calcul de résistance de l'assemblage, il est également nécessaire de déterminer les déplacements plastiques maximaux pouvant être subis par chaque rangée. Ceux-ci sont déterminés selon la méthode décrite dans les normes, résumée ci-dessous.

Les composantes tendues faisant intervenir de la flexion sont caractérisées via la définition d'un "T-Stub". En fonction du mode de ruine de celui-ci, la composante est soit ductile (mode 1) soit fragile (mode 3) soit intermédiaire (mode 2). Les trois différents modes de ruine possibles sont représentés à la figure 3.5.

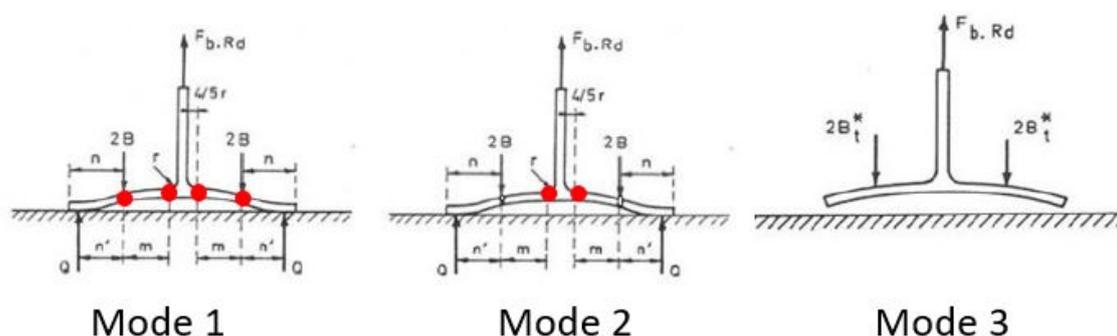


FIGURE 3.5 – Modes de ruine des T-Stub [1]

Le déplacement plastique est considéré comme égal à l'infini, et donc ductile, pour les composantes individuelles listées ci-dessous. Ceci est également valable pour les effets de groupe dont la ruine est provoquée par l'atteinte de la résistance d'un de ces éléments.

- Âme de poutre en traction ;
- Âme de colonne en traction ;
- T-stub mode 1 (formation d'un mécanisme plastique, en rouge sur la figure ci-dessus, avant l'atteinte de la résistance des boulons) ;
- T-stub mode 2, avec $F_{Rd} \leq 1,9 \cdot n \cdot B_{t,Rd}$ (atteinte de la résistance des boulons mais avec formation de lignes de plastification).

Où F_{Rd} est la résistance de la composante individuelle ou du groupe, n est le nombre de rangées intervenant dans le groupe ($n=1$ si résistance individuelle) et $B_{t,Rd}$ est la résistance de la rangée de boulons en traction.

Le déplacement plastique est considéré comme étant nul, et donc fragile, pour les composantes individuelles et effets de groupe ayant comme mode de ruine l'atteinte de la résistance d'un des éléments listés ci-dessous.

- Âme de colonne en compression ;
- Semelle et âme de poutre en compression ;
- T-stub mode 2, avec $F_{Rd} > 1,9 \cdot n \cdot B_{t,Rd}$;
- T-stub mode 3 (atteinte de la résistance des boulons en traction).

Connaissant le déplacement plastique, il suffit d'ajouter celui-ci au déplacement pré-plastique du ressort équivalent afin d'obtenir le déplacement total maximal toléré par la rangée. Pour l'implémentation numérique, une valeur très élevée n'ayant aucune chance d'être atteinte sera attribuée au ressort présentant un déplacement plastique infini.

Quelques spécificités numériques sont cependant à prendre en compte concernant l'implémentation de ces lois dans *Finelg*.

Tout d'abord, les patins représentant les effets de groupe ne peuvent fonctionner correctement que s'ils sont caractérisés par une loi élastique-parfaitement plastique symétrique, devant donc être aussi bien actifs en traction qu'en compression, contrairement à la loi présentée à la figure 3.1. En effet, le patin est défini comme étant infiniment rigide jusqu'à ce qu'il atteigne sa résistance en traction, et comme étant indéfiniment déformable en compression. Or, lorsque l'axe neutre de l'assemblage sous un certain chargement se trouve entre deux rangées et que le patin relié à celles-ci se trouve dans la partie comprimée, il est possible qu'il soit toujours actif à cause des efforts venant de la rangée localisée dans la partie tendue. Lorsque la dernière rangée concernée par le groupe passe en compression, celui-ci se désactive également. Comme la rangée dans laquelle il est situé s'était déjà désactivée pour un chargement inférieur, le patin va subir un changement de chargement assez important. Combiné à une perte de raideur suite à la désactivation simultanée de plusieurs éléments, ceci est interprété par le logiciel comme un pivot négatif, arrêtant de ce fait l'itération.

Il faut donc imposer une loi élastique-parfaitement plastique pour un effort axial aussi bien positif que négatif afin de diminuer le caractère brutal de ces changements. Cela n'aura pas de conséquences sur la réponse du modèle car aucun effort de compression ne passe dans les rangées de ressorts tendus, étant donné que ceux-ci gardent bel et bien leur loi de comportement classique. Il n'y aura donc également aucun efforts dans les patins liés à ces rangées. La nouvelle loi de comportement à appliquer aux groupes est représentée à la figure 3.6.

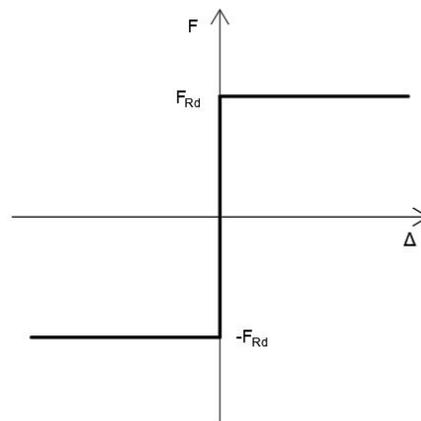


FIGURE 3.6 – Loi rigide-plastique attribuée aux groupes

Ensuite, le fait d'avoir deux ressorts similaires en série provoque un dernier problème numérique. Lorsqu'une composante d'une rangée plastifie, tous les autres éléments de la rangée plastifient également au même instant. Il y a donc une perte de rigidité dans le modèle et si la rangée vers laquelle les efforts sont retransmis n'est pas assez rigide, le logiciel interprète cela comme un pivot négatif. Afin de palier à cela, il est nécessaire d'imposer au palier plastique une très légère rigidité résiduelle. Les efforts vont donc continuer à augmenter légèrement dans chaque rangée après l'atteinte de leur résistance, ce qui évite un arrêt prématuré de l'itération. Ceci est également appliqué aux éléments représentant les effets de groupe afin de se prémunir d'autres erreurs semblables pouvant potentiellement apparaître dans d'autres configurations. Afin que cette modification n'influe pas la résistance de l'assemblage, la valeur de rigidité du palier plastique est fixée à 1N/mm.

3.2.3 Contraintes linéaires

En plus des lois de comportement des groupes et composantes, des contraintes linéaires sont à définir au niveau des éléments représentant les effets de groupe. Ceci permet de définir les liaisons entre les différentes rangées mises en évidence dans la figure suivante.

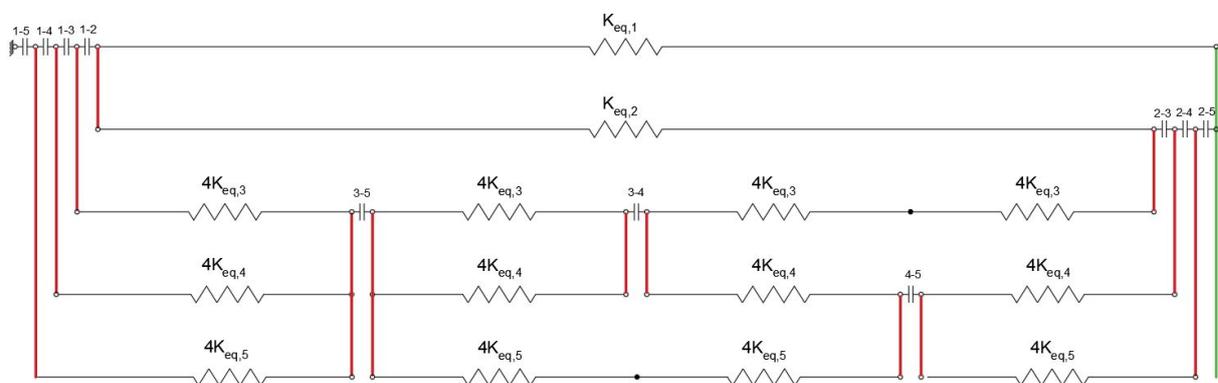


FIGURE 3.7 – Éléments définis par contraintes linéaires

Leur nombre peut-être déterminé comme suit, et sera détaillé par la suite :

- Une contrainte linéaire par groupe situé dans les deux premières rangées ;
- Pour chaque effet de groupe prenant en compte les rangées i à j , où i va de 3 au nombre total de rangées tendues et j de 4 au nombre total de rangées tendues, il faut compter $(j-i)$ contraintes linéaires par groupe ;
- Une contrainte linéaire par noeud situé entre les deux noeuds d'extrémité de l'élément "Bernouilli", liant toutes les rangées entre elles. Cet élément, représenté en vert sur la figure 3.7, permet d'obliger les noeuds d'extrémité des rangées à respecter l'hypothèse de Bernouilli sur les sections planes devant le rester. En plus des rencontres avec les différentes rangées, un noeud supplémentaire est nécessaire pour l'application des efforts axiaux. Comme montré sur la figure ci-dessous, le nombre de contraintes linéaires varie pour cet élément en fonction de la nature de la dernière rangée de l'assemblage.

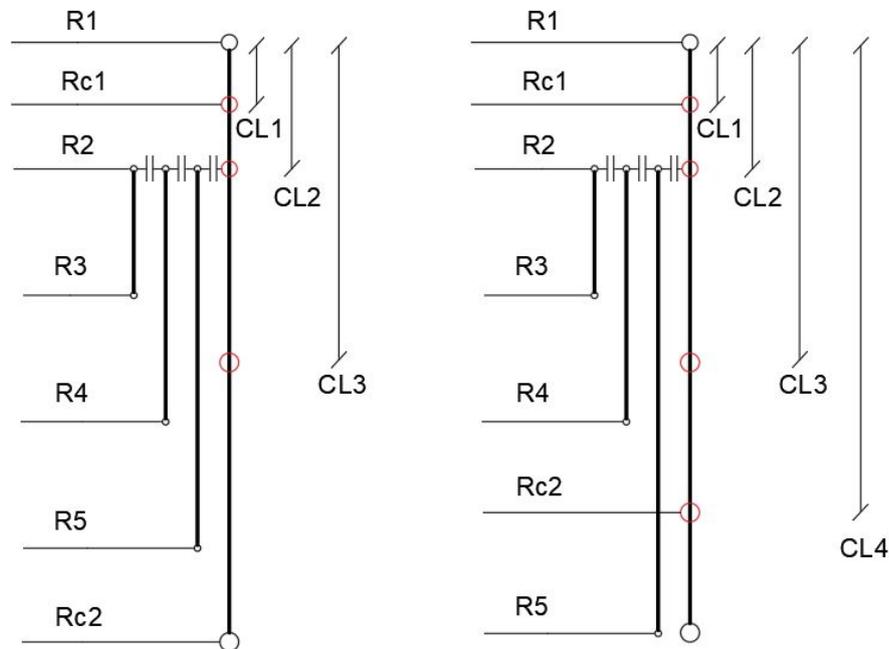


FIGURE 3.8 – Contraintes linéaires composant l'élément "Bernouilli"

Dans le cas d'une configuration d'assemblage ayant sa dernière rangée comprimée (R_{ci} sur la figure ci-dessus), le nombre total est :

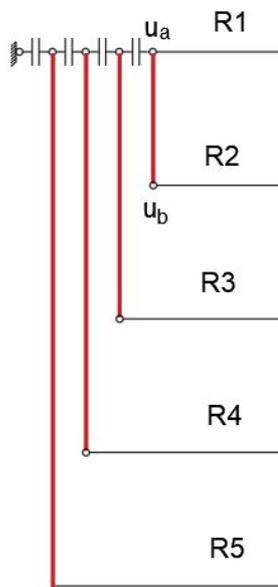
$$N_{contr} = N_{Gr,1} + N_{Gr,2} + \sum_{N1}^{N_{Gr}} (j - i) + N_{r,c} + 1 \quad (3.4)$$

Où $N1 = N_{Gr} - N_{Gr,1} - N_{Gr,2}$ (nombre total de groupes dans les rangées 3 à $N_{rt,tot}$), $N_{r,c}$ est le nombre total de rangées comprimées, i est la première rangée du groupe considéré et j en est la dernière.

Si au contraire la dernière rangée est tendue :

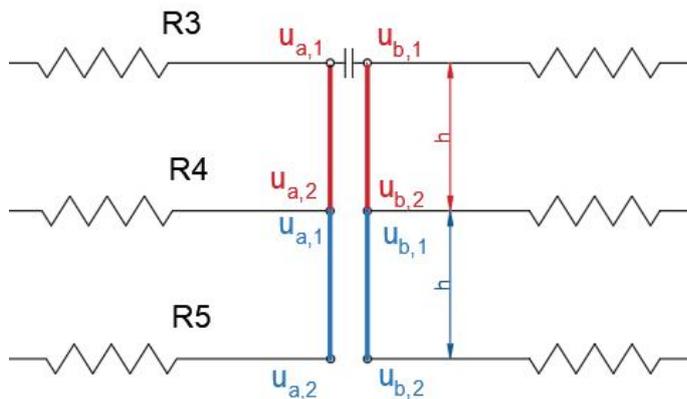
$$N_{contr} = N_{Gr,1} + N_{Gr,2} + \sum_{N1}^{N_{Gr}} (j - i) + N_{r,c} + 2 \quad (3.5)$$

Trois types de contraintes linéaires sont à définir en fonction de leur emplacement dans le modèle mécanique. Pour les éléments reliés à chaque groupe faisant intervenir la première rangée, il faut que les déplacements des noeuds situés aux extrémités de chaque rangée liaisonnée soient égaux, étant donné que ces éléments sont directement raccordés aux appuis fixes :



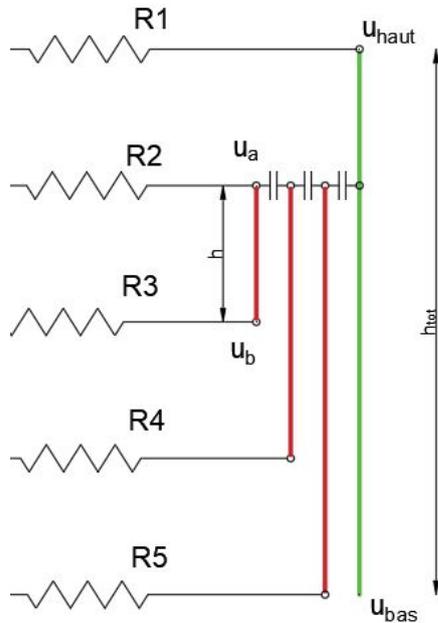
$$u_a = u_b \quad (3.6)$$

Pour les éléments liés aux groupes faisant intervenir les rangées 3 à $N_{rt,tot}$, ceux-ci doivent être tous parallèles afin de garder la continuité des efforts dans les rangées situées de part et d'autre, et de garder l'hypothèse des sections planes. Ceci est réalisé en égalisant les rotations des deux éléments adjacents :



$$\frac{u_{a,1} - u_{a,2}}{h} = \frac{u_{b,1} - u_{b,2}}{h} \quad (3.7)$$

Les contraintes linéaires concernant les groupes faisant intervenir la deuxième rangée doivent imposer une égalité entre la rotation des liaisons d'extrémités de chaque rangée avec la rotation de l'élément "Bernouilli". Celui-ci est également défini à l'aide de contraintes linéaires liant les extrémités des rangées ainsi que le noeud d'application des efforts axiaux. L'équation à respecter est la même pour ces deux types d'éléments :



$$\frac{u_{haut} - u_{bas}}{h_{tot}} = \frac{u_a - u_b}{h} \quad (3.8)$$

Où u_{haut} et u_{bas} sont respectivement les déplacements du noeud supérieur et inférieur de l'élément "Bernouilli" et u_a et u_b ceux des noeuds supérieur et inférieur de l'élément considéré. h_{tot} est la hauteur totale de l'élément "Bernouilli" et h est la distance séparant les rangées considérées.

Finalement, il est nécessaire de contrôler les déplacements de chaque ressort équivalent afin qu'ils soient tous égaux dans une même rangée, permettant également l'égalité des efforts dans toutes les démultiplications. Ceci est réalisé en égalisant la différence de déplacement entre les noeuds d'extrémités du dernier ressort équivalent de la rangée avec ceux de chaque autre ressort la composant.

3.2.4 Noeuds

Les noeuds sont numérotés par ordre croissant, en partant de la rangée supérieure vers l'inférieure. Leur nombre varie par rangée en fonction de la quantité de ressorts équivalents et d'éléments représentant les effets de groupe apparaissant dans celle-ci.

Pour les deux premières, ne présentant qu'un seul ressort équivalent, le nombre de noeuds peut être calculé selon la relation suivante :

$$N_{n,i} = N_{Gr,i} + 2 \quad (3.9)$$

Pour les autres, cette valeur est égale à :

$$N_{n,i} = N_{Gr,i,tot} + N_{demult} + 1 \quad (3.10)$$

Où $N_{Gr,i,tot}$ est le nombre total d'effets de groupe incluant la rangée i (hors groupes 1 à $i-2$ et 2 à $i-1$), qui est donc plus important que le nombre de groupes localisés dans celle-ci. Par exemple, pour une configuration à cinq rangées tendues, la rangée 4 contient le groupe 4-5, mais est également "traversée" par les groupes 3-5 et 3-4.

Pour calculer cette valeur, le modèle mécanique peut être divisé en zones, chacune affichant un agencement homothétique aux autres, comme représenté sur la figure 3.9. L'exemple concerne une configuration comptant six rangées tendues, afin d'avoir une bonne représentation des concepts décrits dans ce point.

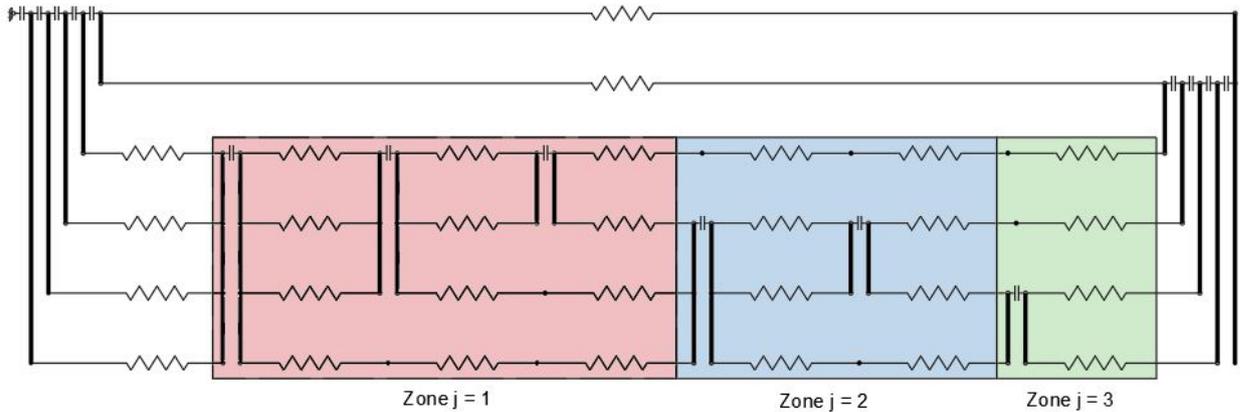


FIGURE 3.9 – Division des rangées 3 à $N_{rt,tot}$ en zones

Le nombre de zones N_{zones} est égal au nombre de rangées situées entre 2 et $N_{rt,tot}$, soit $(N_{rt,tot} - 3)$. Dans chaque zone j , le nombre d'effets de groupe faisant intervenir les rangées $i=j+2$ et $i=j+3$ est égal à :

$$N_{Gr,zone,j,i} = N_{Gr,(j+2)}$$

Pour les rangées $i=j+4$ à $i=N_{rt,tot}$:

$$N_{Gr,zone,j,i} = N_{Gr,zone,j,(i-1)} - 1 \quad (3.11)$$

Et le nombre d'effets de groupe total incluant la rangée i (hors groupes faisant intervenir les deux premières rangées) vaut :

$$N_{Gr,i,tot} = \sum_{j=1}^{N_{zones}} (N_{Gr,zone,j,i}) \quad (3.12)$$

Le nombre de noeuds total compris dans la représentation numérique est égal à la somme du nombre de noeuds présents dans chaque rangée, augmenté d'une unité pour prendre en compte le noeud d'application des charges axiales. Comme présenté précédemment pour l'élément "Bernoulli", un noeud supplémentaire devra être ajouté à la dernière rangée si celle-ci est en traction, afin que cet élément soit continu sur toute la hauteur de l'assemblage (voir figure 3.8).

Des noeuds fictifs supplémentaires sont nécessaires pour l'implémentation dans *Finelg*. Ceux-ci permettent de définir des contraintes linéaires, à raison d'une par degré de liberté du noeud en question, pour un maximum de trois degrés de liberté par noeud.

Le nombre de noeuds fictifs à définir peut être calculé grâce à la relation suivante :

$$N_{n,fic} = N_{contr}/3 \quad (3.13)$$

Le résultat de cette équation sera arrondi à l'entier supérieur. Ceci permet donc de déduire le nombre total de noeuds à intégrer dans le fichier de données en l'additionnant à la valeur déterminée précédemment pour le modèle mécanique seul.

3.2.5 Éléments

Les éléments sont définis par deux paramètres : les noeuds d'extrémités et la loi affectée à celui-ci. Ces données ont déjà été définies précédemment. En fonction de la localisation et de la nature de l'élément considéré, ces paramètres vont varier. Les composantes et groupes sont définis à l'aide d'éléments finis de type "ressort". Les liaisons entre les rangées sont quant à elles définies grâce à des contraintes linéaires comme détaillé précédemment.

La première rangée tendue débute par des éléments de type "patin" (ressort infiniment rigide jusqu'à sa résistance) représentant les effets de groupe Gr_{1,N_t} à $Gr_{1,2}$, puis se termine par le ressort équivalent de celle-ci. La seconde est construite de manière inverse, commençant par le ressort équivalent et se terminant par les différents patins symbolisant les groupes $Gr_{2,3}$ à $Gr_{2,N_{rt,tot}}$.

Les autres rangées sont organisées selon le même système de zones décrit au point précédent. Chacune a un agencement général identique. La rangée tendue $j+2$, où j est le numéro de la zone considérée, est celle comportant les éléments "effets de groupe" $Gr_{i,N_{rt,tot}}$ à $Gr_{i,i+1}$ (i est la rangée tendue considérée). Ceux-ci sont disposés en alternance avec un ressort équivalent, comme montré à la figure 3.9. Pour les rangées $i > j+2$, les $N_{Gr,zone,j,i}$ premiers ressorts équivalents sont séparés par les groupes incluant celles-ci. Les autres sont disposés en série jusqu'à la prochaine zone. Il est nécessaire de faire la différenciation entre ces deux cas car les noeuds d'extrémités de ces éléments ne sont pas répartis de la même manière. Pour le premier cas, le noeud débutant l'élément est égal au noeud terminant l'élément précédent augmenté de 1. Pour le second cas, le noeud de début est égal au noeud de fin de l'élément précédent.

Pour les rangées $i < j+2$, les ressorts sont simplement disposés en série jusqu'à la fin de la rangée concernée.

En plus des éléments représentant les groupes et composantes de l'assemblage, d'autres doivent être définis pour l'implémentation des contraintes linéaires. Leur définition a déjà été discutée précédemment et les noeuds à prendre en compte découlent de la définition des noeuds d'extrémités venant d'être détaillée.

3.2.6 Supports

Trois types de supports sont à assigner aux différents noeuds du modèle mécanique.

- Encastrement pour les noeuds débutant les ressorts équivalents comprimés ainsi que pour le noeud débutant la première rangée en traction. Ceci permet de fixer dans toutes les directions le modèle mécanique.
- Appuis à roulement n'autorisant que le déplacement selon la direction des efforts pour les noeuds n'intervenant pas dans la définition des éléments de groupes ou de contraintes linéaires. Ils sont seulement appliqués aux noeuds uniquement liés aux ressorts équivalents.
- Appuis autorisant le déplacement selon la direction des efforts ainsi que la rotation pour les noeuds intervenant dans la définition de groupes ou de contraintes linéaires, permettant de ce fait de les respecter.

3.2.7 Chargement

Afin de constituer un diagramme d'interaction M-N complet, il est nécessaire de définir une séquence de chargement qui permet d'atteindre chacune de ses zones.

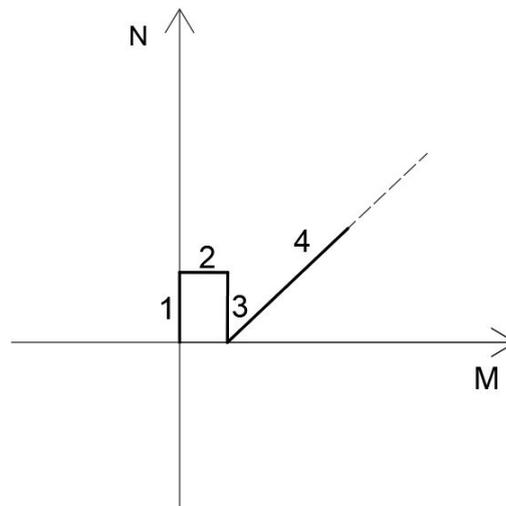
Cependant, certaines spécificités numériques sont à prendre en compte concernant l'activation des rangées en fonction du chargement. Si l'assemblage est soumis à du moment, en fonction de la position de l'axe neutre, certaines rangées ne sont pas actives en raison de leur caractérisation en compression ou traction seule, comme exposé précédemment. Afin de calculer les déplacements de chaque composante, le logiciel résout le système $F = K \cdot U$ où F est le vecteur de forces, K la matrice de rigidité et U le vecteur de déplacements. Pour débiter le premier pas, le logiciel calcule la solution élastique du système. Or, la caractérisation des ressorts en traction ou compression seule n'est pas encore prise en compte. Toutes les rangées reprennent donc des efforts, même si cela ne devrait pas être le cas. Ceci peut représenter un problème au moment où les lois de comportement sont affectées aux ressorts car dans certains cas de chargement, de nombreux éléments se retrouvent désactivés et la rigidité du modèle peut différer fortement entre le pas initial et le second pas pour lesquelles les restrictions sur lois sont affectées aux éléments. Il en résulte une interprétation de ce phénomène par le logiciel comme un élément pivot, arrêtant de ce fait l'itération.

Afin de remédier à ce problème, il est nécessaire de définir une séquence de chargement qui permet d'activer le maximum de composantes, puis de les désactiver progressivement. Dans le cas présent, l'assemblage est soumis à une faible traction, ensuite à un faible moment de flexion, puis à une compression égale à la traction imposée en début de chargement. Par après, le moment de flexion voulu peut être augmenté jusqu'à la ruine sans rencontrer de problèmes. Il faudra veiller à ce que l'effort de traction ainsi que le moment de flexion initiaux soient assez faibles pour que l'assemblage reste dans le domaine élastique afin de ne pas fausser la réponse du modèle. Ces valeurs peuvent être choisies par l'utilisateur, mais sont préférentiellement de l'ordre de quelques Newtons.

Pour ces raisons numériques, plusieurs séquences sont donc nécessaires. Pour la majorité du diagramme, le schéma suivant peut être utilisé :

1. Faible traction, afin d'activer la majorité des composantes ;
2. Faible moment de flexion (de même signe que le moment considéré en séquence 4) pour initier la désactivation progressive des rangées ;
3. Faible compression pour annuler la précédente traction, et permettant de continuer l'activation/désactivation progressive des rangées ;
4. Moment de flexion et/ou compression/traction, appliqués jusqu'à la ruine de l'assemblage. Pour les cas de compression et traction pures, seule cette séquence de chargement est nécessaire, augmentant l'effort axial jusqu'à la ruine.

La figure suivante expose ceci dans le cas d'un moment positif combiné à de la traction, à titre d'exemple.

FIGURE 3.10 – Schéma de chargement $M+/N+$

3.3 Traitement des résultats

Une fois le fichier de données construit, celui-ci peut être utilisé par *Finelg* qui va augmenter le multiplicateur d'efforts jusqu'à atteindre la ruine de l'assemblage. Les données de sortie utiles sont donc :

- Les différents multiplicateurs de charge ;
- Les déplacements des différents noeuds du modèle mécanique durant le chargement.

Ces valeurs permettront de définir le diagramme de résistance à l'interaction M-N, avec ou sans prise en compte de la ductilité des composantes. La résistance à l'effort tranchant sera également vérifiée, sur base des résultats fournis par le logiciel *CoP* obtenus suivant les formules analytiques présentées dans l'Eurocode 3 partie 1-8.

3.3.1 Diagramme de résistance à l'interaction M-N

Afin de tracer le diagramme de résistance à l'interaction M-N, il est tout d'abord nécessaire de réaliser au minimum quatre fichiers de données à intégrer à *Finelg*, prenant en compte les sollicitations suivantes :

- Moment de flexion positif pur ;
- Moment de flexion négatif pur ;
- Compression pure ;
- Traction pure.

Ces chargements permettront d'obtenir le diagramme proposé par l'Eurocode 3 partie 1-8, sans le critère concernant les 5% de la résistance à l'effort axial de la poutre connectée. Cependant, il est évident que ceci n'est pas suffisant pour obtenir une bonne précision. Il est donc nécessaire de considérer d'autres sollicitations combinant du moment de flexion et de l'effort axial afin d'obtenir un diagramme suffisamment précis. Plus le nombre de fichiers de données traités sera important, plus le diagramme sera complet et précis.

Afin de déterminer la charge de ruine correspondant au chargement imposé à l'assemblage, il suffit d'extraire le multiplicateur de charge final rendu par *Finelg*. Il faut cependant faire attention à plusieurs spécificités :

- Si l'incrément initial de charge ou le chargement initial est trop faible, le logiciel va itérer jusqu'à un maximum de 40 pas. Si ce nombre est atteint, il est fort probable que la ruine ne soit pas encore atteinte, ce qui fausse les résultats obtenus. Si cela arrive, il est nécessaire d'augmenter ces données, tout en veillant à supprimer les fichiers faussés.
- Au contraire, si l'incrément initial est trop élevé, la différence d'état de l'assemblage entre deux pas ou deux séquences sera trop élevée, ce qui entraînera une non-convergence du logiciel.

Afin de vérifier ces éléments, la routine *Matlab* donne le nombre de pas réalisés par *Finelg*. Il est donc nécessaire de vérifier ce paramètre pour tous les chargements considérés. Ceci est également lié à l'incrément de charge du dernier pas, qui est également affiché par la routine. Si celui-ci paraît trop élevé, il est préférable de modifier l'incrément de charge initial.

La routine traitant les résultats va tout d'abord extraire ces valeurs, puis construire le diagramme M-N grâce à celles-ci. Dans le cadre de ce mémoire, comme toutes ces manipulations sont à réaliser manuellement, il est complexe d'avoir un diagramme entier assez précis car ceci demanderait un nombre considérable de fichiers de données à traiter. Lors de la validation du modèle, seules les valeurs des couples M-N seront représentées pour vérifier leur correspondance avec l'approche analytique.

Les déplacements maximaux des composantes doivent également être vérifiés. Pour ce faire, ces valeurs sont analysées à chaque pas de chargement pour le dernier ressort équivalent de chaque rangée, et comparées au déplacement maximal que celui-ci peut supporter, calculé dans la routine de traitement des données. S'il est dépassé, alors le multiplicateur de charge utilisé pour le calcul de résistance sera celui correspondant au pas précédent ce dépassement.

Cette technique offre cependant une précision limitée. En effet, ce critère est vérifié après l'itération non-linéaire qui s'est arrêtée pour l'atteinte de la résistance et non pour l'atteinte d'un déplacement maximal. La valeur de l'incrément de charge n'est donc pas minimale. Par contre, ce phénomène se produit généralement assez tard dans le chargement, ce qui permet d'observer une valeur d'erreur aux alentours de 1 à 5% du chargement initial pour les cas traités. Afin de minimiser celle-ci, il faudrait relancer une itération à partir du pas avant dépassement du déplacement maximal pour obtenir des incréments de charge plus faibles.

3.3.2 Résistance à l'effort tranchant

La résistance à l'effort tranchant est calculée sur base des résultats fournis par *CoP*, et suivant les formules données par l'Eurocode 3 partie 1-8. Il fourni les résultats suivants :

- Résistance au cisaillement des boulons ;
- Résistance à la pression diamétrale des éléments connectés ;
- Résistance au cisaillement de l'âme de la poutre connectée ;
- Résistance au cisaillement des soudures ;
- Résistance au cisaillement de bloc ;
- Mode de ruine des T-stub.

Selon les normes, la résistance en cisaillement des boulons doit être diminuée en fonction de l'effort de traction présent dans ceux-ci selon la relation suivante :

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1,4 \cdot F_{t,Rd}} \leq 1 \quad (3.14)$$

L'utilisation de cette équation demanderait de connaître l'effort axial transitant par les boulons. Cependant, cette valeur dépend également du développement d'efforts de levier, ce qui rend sa détermination peu évidente. Dans le cadre de ce mémoire, la réduction due à la présence de traction est donc sécuritairement maximisée en considérant que $F_{t,Ed} = F_{t,Rd}$. La résistance en cisaillement des boulons tendus est donc égale à $0,29 \cdot F_{v,Rd}$.

Pour obtenir la résistance en cisaillement de chaque rangée, il suffit de prendre le minimum entre la résistance au cisaillement des boulons et la résistance à la pression diamétrale. Les résistances individuelles sont ensuite sommées afin d'obtenir une résistance globale. Celle-ci doit ensuite être comparée à la résistance en cisaillement de bloc, de l'âme de poutre et des soudures. Le minimum entre ces différentes valeurs sera la résistance au cisaillement de l'assemblage. Notons que le calcul de résistance au cisaillement des soudures est réalisé en prenant comme hypothèse que seules les soudures d'âme transmettent l'effort tranchant.

3.4 Conclusions

Afin de construire numériquement le modèle mécanique à ressorts pour son intégration dans un logiciel d'analyse non-linéaire, trois étapes principales sont nécessaires.

Tout d'abord le recueil des données, permettant de récupérer tous les paramètres principaux de l'assemblage tels que sa configuration générale, les propriétés mécaniques de ses composantes et effets de groupes pouvant s'y développer, et les paramètres de chargement.

Ensuite le traitement des données, permettant le paramétrage de toutes celles récoltées lors de l'étape précédente. Les différentes caractéristiques mécaniques des composantes permettent la définition des ressorts équivalents pour chaque rangée. Combinés aux données relatives à la configuration générale de l'assemblage, les noeuds, éléments et supports peuvent être également définis. En plus de cela, des contraintes linéaires doivent être introduites afin de modéliser les différentes liaisons entre les rangées provoquées par les effets de groupes pouvant apparaître, ainsi que pour faire respecter l'hypothèse de Bernoulli des sections planes devant rester planes. Finalement, un schéma de chargement doit être déterminé pour s'assurer d'éviter tout problème numérique lors de la résolution non-linéaire.

Enfin, le traitement des résultats permettant un affichage et une construction du diagramme M-N résultant des différents chargements considérés. Les déplacements maximaux doivent également être vérifiés pour prendre en compte la ductilité des composantes dans le calcul de résistance. De plus, la résistance à l'effort tranchant est calculée selon la méthode décrite dans l'Eurocode 3 partie 1-8.

4 Applications et validation du modèle

Afin de vérifier la validité du modèle mécanique défini dans les points précédents, les résultats obtenus par l'analyse non-linéaire du cas étudié vont être confrontés à ceux obtenus via l'Eurocode et la méthode analytique décrite au point 1.2.

Les caractéristiques mécaniques des composantes et groupes sont obtenues via le logiciel *CoP*, appliquant les formules présentées dans l'Eurocode 3 partie 1-8 pour le calcul des rigidités initiales et résistances plastiques. Ces valeurs permettent de construire les différentes lois bi-linéaires, tri-linéaires ou multi-linéaires des composantes, ainsi que celles permettant de caractériser le ressort équivalent.

Ces données sont introduites dans le fichier *Excel* afin d'être traitées par la routine *Matlab* permettant de construire le fichier d'entrée à introduire dans *Finelg*. Les données de sortie sont ensuite analysées par la routine de post-traitement pour fournir les résultats analysés dans ce point. Ceux-ci sont comparés à des méthodes de résolution analytiques afin de vérifier leur validité.

Avant d'analyser l'entièreté du diagramme M-N pouvant être obtenu en combinant les résultats de plusieurs simulations, les résultats sous moments purs positif et négatif vont être vérifiés. En effet, ceux-ci peuvent être aisément calculés manuellement et ceci permet de vérifier également si l'évolution des efforts dans les rangées correspond bien à la prédiction de la méthode des composantes. Ces vérifications se feront avec et sans prise en compte de la ductilité des composantes. En plus de ces sollicitations, le cas d'un effort de traction sera également étudié afin de vérifier la validité du modèle sous un chargement combinant de l'effort normal et du moment de flexion, induit par l'excentricité de ce premier.

Après ces vérifications, le diagramme M-N peut être construit et comparé aux résultats analytiques proposés par la méthode établie par Cerfontaine et décrite au point 1.2, également avec et sans prise en compte des déplacements maximaux pouvant être subis par les composantes. La résistance à l'effort tranchant sera également abordée.

Les lois de comportement utilisées sont tout d'abord des lois bi-linéaires. Une étude paramétrique sera ensuite réalisée avec les résultats obtenus en utilisant des lois tri-linéaires et multi-linéaires, ainsi qu'en considérant le phénomène d'écrouissage afin d'observer l'impact de leur utilisation sur les résultats.

4.1 Premier cas test

Le premier assemblage considéré est celui étudié lors du développement du modèle mécanique préalable à ce mémoire. Celui-ci est représenté à la figure 4.1.

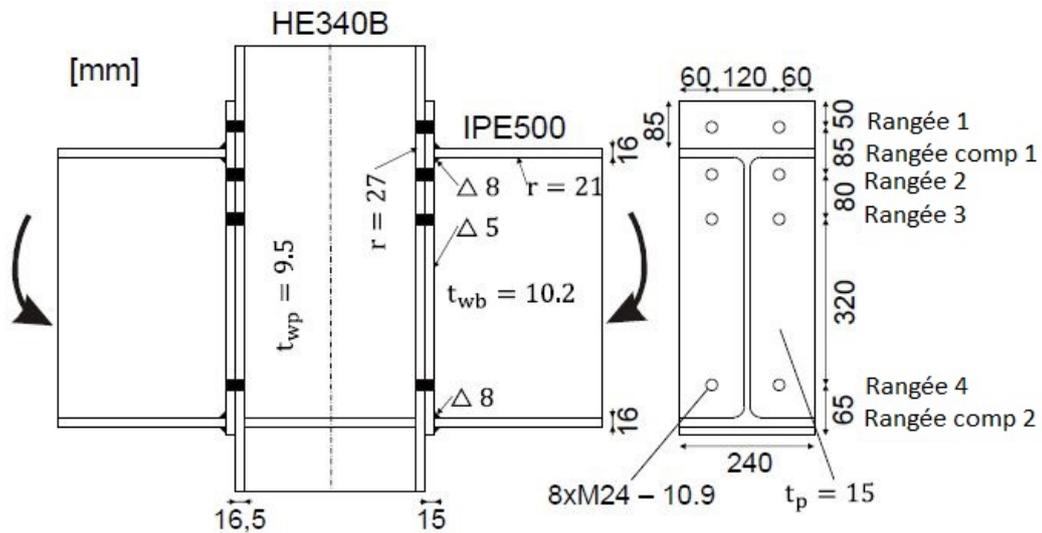


FIGURE 4.1 – Configuration de l'assemblage pour le premier cas test [6]

Le modèle mécanique correspondant à cette configuration est représenté à la figure 4.2

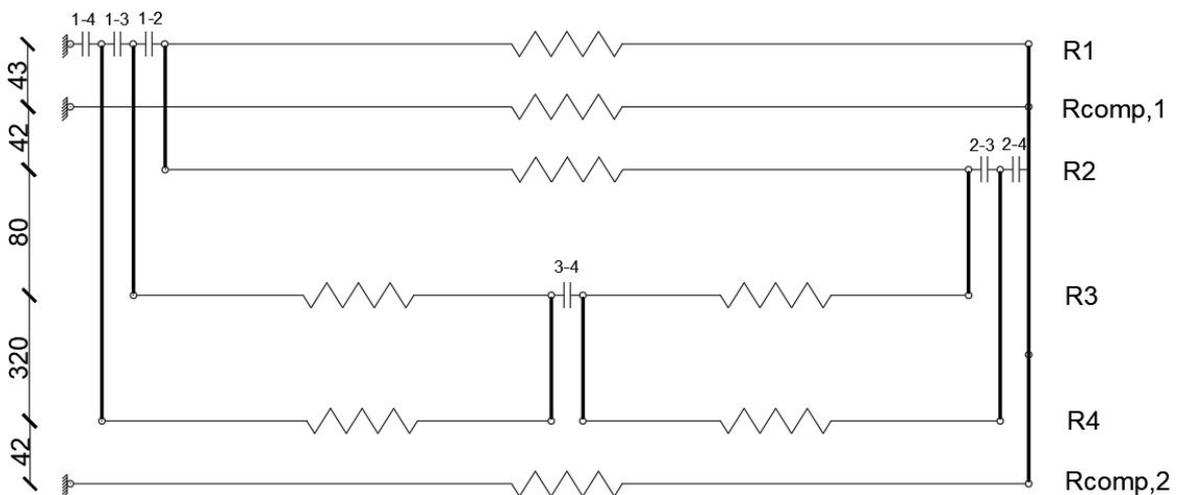


FIGURE 4.2 – Modèle mécanique du premier cas test

La numérotation des nœuds, éléments et lois de comportement relatifs à ce schéma sont repris en annexe A.1.

Les résistances et rigidités initiales des composantes ainsi que les résistances des effets de groupe sont résumées sans les tableaux ci-dessous. Les valeurs minimales sont celles mises en évidence.

Rangées tendues	CWT [kN]	CFB [kN]	BT [kN]	EPB [kN]	BWT [kN]
1	551,7	386,8	508,4	244,5	/
2	551,7	386,8	508,4	332,2	741,6
3	551,7	386,8	508,4	292	651,9
4	625,5	400,8	508,4	332,2	741,6
Rangées comprimées	CWC [kN]	BFC [kN]			
1	565,6	1065			
2	∞	1065			

TABLE 2 – Résistances des composantes

Rangées tendues	CWT [$\frac{kN}{mm}$]	CFB [$\frac{kN}{mm}$]	BT [$\frac{kN}{mm}$]	EPB [$\frac{kN}{mm}$]	BWT [$\frac{kN}{mm}$]
1	954,24	3700,2	2207,1	4380,6	/
2	474,18	1838,34	2207,1	1253,7	∞
3	939,96	3643,5	2207,1	940,17	∞
4	1215,06	4710,3	2207,1	1652,91	∞
Rangées comprimées	CWC [$\frac{kN}{mm}$]	BFC [$\frac{kN}{mm}$]			
1	1644,3	∞			
2	∞	∞			

TABLE 3 – Rigidités initiales des composantes

Groupe	CWT [kN]	CFB [kN]	EPB [kN]	BWT [kN]
1-2	741,4	631,4	/	/
1-3	920	783,5	/	/
1-4	1708	1453	/	/
2-3	730,3	621,9	466,9	1042
2-4	1519	1135	899,5	2008
3-4	1340	818,4	721,7	1618

TABLE 4 – Résistances des groupes

4.1.1 Moment négatif

La courbe moment-rotation de l'assemblage sous un moment négatif pur va avant tout être calculée selon les concepts décrits dans l'Eurocode 3 partie 1-8 par la méthode des composantes présentée au point 1.1.2.2.

L'effort maximal pouvant se développer dans une rangée tendue est égal au minimum entre la résistance individuelle de celle-ci et l'effort maximal pouvant s'y développer lorsqu'elle intervient dans un effet de groupe. On obtient donc :

Rangée 1

Résistance individuelle : $F_{Rd,1} = 244,5kN$

Résistance de la rangée = **244,5 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,527m

Rangée 2

Résistance individuelle : $F_{Rd,2} = 332,2kN$

Résistance de groupe 1-2 : $F_{Rd,1-2} = 631,4 - 244,5 = 386,9kN$

Résistance de la rangée = **332,2 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,442m

Rangée 3

Résistance individuelle : $F_{Rd,3} = 292kN$

Résistance de groupe 1-3 : $F_{Rd,1-3} = 783,5 - 244,5 - 332,2 = 206,8kN$

Résistance de groupe 2-3 : $F_{Rd,2-3} = 466,9 - 332,2 = 134,7kN$

Résistance de la rangée = **134,7 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,362m

Rangée 4

Résistance individuelle : $F_{Rd,4} = 332,2kN$

Résistance de groupe 1-4 : $F_{Rd,1-4} = 1453 - 244,5 - 332,2 - 134,7 = 741,6kN$

Résistance de groupe 2-4 : $F_{Rd,2-4} = 899,5 - 332,2 - 134,7 = 432,6kN$

Résistance de groupe 3-4 : $F_{Rd,3-4} = 721,7 - 134,7 = 587kN$

Résistance de la rangée = **332,2 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,042m

Rangée comprimée 2

Résistance individuelle : $F_{Rd,c2} = 1065kN$

Forces dans les rangées tendues : $F_{Tot} = 244,5 + 332,2 + 134,7 + 332,2 = 1043,6 \text{ kN} < 1065 \text{ kN}$

Le moment résistant est donc égal à :

$$M_{Rd} = 0,527 \cdot 244,5 + 0,442 \cdot 332,2 + 0,362 \cdot 134,7 + 0,042 \cdot 332,2 = \underline{\underline{338,4 \text{ kNm}}}$$

En plus de cela, la rigidité initiale en rotation de l'assemblage peut également être calculée afin de tracer la courbe moment-rotation décrite par les normes. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer préalablement les rigidités équivalentes et coefficients de rigidité efficaces de chaque rangée.

Rangée 1

$$\text{Rigidité équivalente : } K_{eq,1} = \frac{1}{\frac{1}{954,24} + \frac{1}{3700,2} + \frac{1}{2207,1} + \frac{1}{4380,6}} = 500,11 \text{ kN/mm}$$

$$\text{Coefficient de rigidité efficace : } k_{eff,1} = \frac{500,11 \cdot 10^3}{210000} = 2,38 \text{ mm}$$

Rangée 2

$$\text{Rigidité équivalente : } K_{eq,2} = \frac{1}{\frac{1}{474,18} + \frac{1}{1838,34} + \frac{1}{2207,1} + \frac{1}{1253,7}} = 256,17 \text{ kN/mm}$$

$$\text{Coefficient de rigidité efficace : } k_{eff,2} = \frac{256,17 \cdot 10^3}{210000} = 1,21 \text{ mm}$$

Rangée 3

$$\text{Rigidité équivalente : } K_{eq,3} = \frac{1}{\frac{1}{939,96} + \frac{1}{3643,5} + \frac{1}{2207,1} + \frac{1}{940,17}} = 350,26 \text{ kN/mm}$$

$$\text{Coefficient de rigidité efficace : } k_{eff,3} = \frac{350,26 \cdot 10^3}{210000} = 1,668 \text{ mm}$$

Rangée 4

$$\text{Rigidité équivalente : } K_{eq,4} = \frac{1}{\frac{1}{1215,06} + \frac{1}{4710,3} + \frac{1}{2207,1} + \frac{1}{1652,91}} = 477,7 \text{ kN/mm}$$

$$\text{Coefficient de rigidité efficace : } k_{eff,4} = \frac{477,7 \cdot 10^3}{210000} = 2,275 \text{ mm}$$

Les rigidités équivalentes permettent également de connaître la rigidité initiale du ressort équivalent de chaque rangée dans le modèle mécanique.

Le coefficient de rigidité équivalent de la partie tendue de l'assemblage vaut :

$$z_{eq} = \frac{2,38 \cdot 527^2 + 1,21 \cdot 442^2 + 1,668 \cdot 362^2 + 2,275 \cdot 42^2}{2,38 \cdot 527 + 1,21 \cdot 442 + 1,668 \cdot 362 + 2,275 \cdot 42} = 450,07mm$$

$$k_{eq} = \frac{2,38 \cdot 527 + 1,21 \cdot 442 + 1,668 \cdot 362 + 2,275 \cdot 42}{450,07} = 5,53mm$$

En connaissant les coefficients de rigidité de l'âme de poteau en compression (infini) et de l'âme de poutre en compression (infini), la rigidité initiale en rotation de l'assemblage peut finalement être calculée :

$$S_{j,ini} = \frac{210000 \cdot 450,07^2}{\frac{1}{5,53} + 0 + 0} \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{2,35 \cdot 10^5 \text{kNm/rad}}}$$

Notons que les calculs sont effectués sans la prise en compte de la rigidité en cisaillement de l'âme de poteau. En effet, le modèle mécanique développé ne prend pas en compte cette partie de l'assemblage. Les résultats seraient donc différents si celle-ci était incluse dans les calculs. Pour le cas test analysé, cela n'aurait pas modifié les résultats car cette rigidité est égale à l'infini. Pour le calcul des résistances, l'interaction entre les contraintes n'est également pas traitée étant donné qu'une nouvelle fois, le modèle mécanique n'intègre pas ce phénomène.

Grâce à ces données, la courbe moment-rotation analytique peut être tracée selon la méthode décrite en introduction au point 1.1.2.2. La comparaison entre la courbe obtenue analytiquement et celle obtenue numériquement est réalisée à la figure 4.3 :

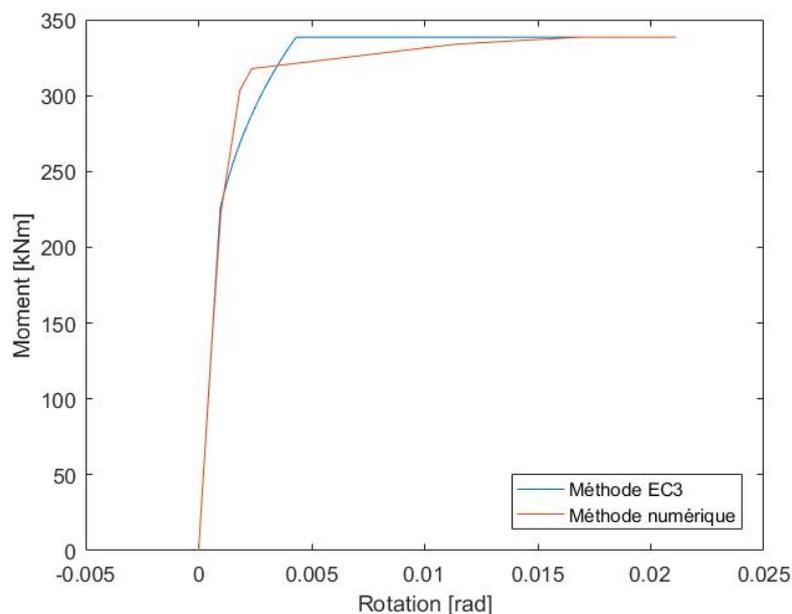


FIGURE 4.3 – Graphe moment-rotation - Moment négatif

En comparant la solution numérique à celle obtenue en suivant la méthode décrite dans les normes, on observe que les modèles numérique et analytique diffèrent principalement dans le domaine non-linéaire des courbes. En effet, les rigidités initiales sont bien identiques ainsi que les résistances plastiques, mais dès que la résistance élastique est atteinte, les comportements divergent. Dans un premier temps, au delà du domaine élastique, la réponse obtenue par le modèle mécanique implémenté est plus rigide que la prédiction des normes. A partir d'un certain moment de flexion (environ 310 kNm), l'assemblage perd une bonne partie de sa rigidité (plus tôt que selon l'Eurocode) puis se déforme de manière quasi linéaire jusqu'à atteindre la résistance plastique. La méthode décrite dans les normes est donc dans un premier temps sécuritaire, prédisant une rotation plus importante que la méthode numérique pour un même chargement, mais devient assez vite insécuritaire. En effet, le palier plastique est atteint pour une rotation beaucoup moins importante que celle obtenue via le modèle mécanique numérique. Il faut tout de même noter que les lois de comportement utilisées sont des lois bi-linéaires, ne renseignant donc pas la résistance élastique des composantes, ce qui pourrait changer l'allure des réponses. Ceci sera discuté dans l'analyse paramétrique.

Afin de vérifier la rigidité initiale de l'assemblage, la valeur calculée peut être comparée à la valeur obtenue numériquement, à savoir $2,335 \cdot 10^5 \text{ kNm/rad}$ (moment de flexion divisé par la rotation en domaine élastique sur la courbe ci-dessus). Ces résultats sont donc très proches mais diffèrent légèrement. Ceci peut s'expliquer par le fait que, outre les arrondis, les composantes théoriquement infiniment rigides ne le sont pas numériquement. Plus ce type d'élément apparaît dans le modèle mécanique numérique, plus les déplacements qu'ils vont générer vont s'additionner, diminuant de ce fait la rigidité de l'assemblage.

Ceci permet de valider l'approche numérique pour le chargement considéré au niveau de la rigidité initiale et de la résistance plastique de l'assemblage. Un autre point à vérifier est le fait que l'évolution des efforts dans les rangées suit bien le même schéma que celui décrit par la méthode des composantes. La figure suivante montre cette évolution pour toutes les rangées et groupes en fonction du moment appliqué.

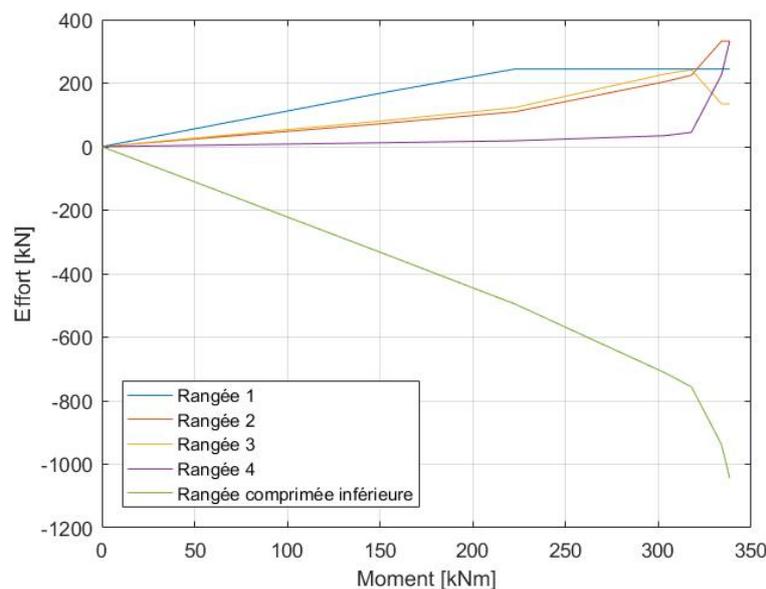


FIGURE 4.4 – Évolution des efforts dans les rangées

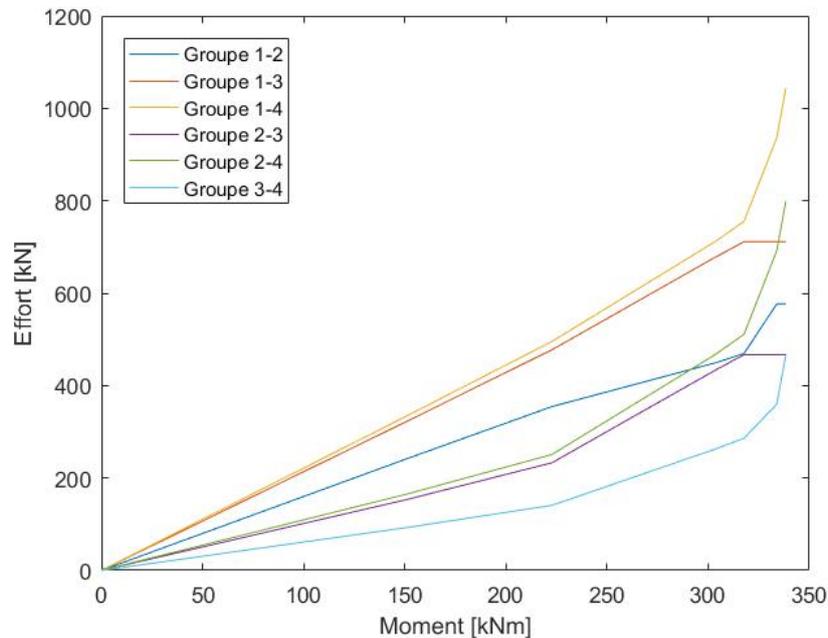


FIGURE 4.5 – Évolution des efforts dans les groupes

En analysant parallèlement ces deux graphes, les étapes suivantes peuvent être observées :

1. Augmentation élastique des efforts dans toutes les rangées ;
2. Atteinte de la résistance plastique de la rangée 1 (244.5 kN), entraînant une surcharge des autres rangées par redistribution plastique ;
3. Atteinte de la résistance du groupe faisant intervenir les rangées 2 et 3 (466.9 kN) ;
4. Nouveau phénomène de redistribution plastique, surchargeant la rangée 4 et redistribution des efforts au sein des rangées formant le groupe 2-3 ;
5. Atteinte de la résistance plastique de la rangée 2 (332.2 kN), ce qui entraîne l'arrêt de l'évolution des efforts dans les rangées 2 et 3 ;
6. Augmentation du chargement de la rangée 4 jusqu'à sa plastification (332.2 kN), entraînant la ruine de l'assemblage.

Ces étapes correspondent bien à ce qu'énonce la méthode des composantes. Les rangées plastifient progressivement en commençant par celle la plus éloignée du centre de rotation. Si la somme des efforts dans les rangées est égale à la résistance du groupe les faisant intervenir, alors les forces se redistribuent au sein du groupe en chargeant la rangée la plus éloignée jusqu'à sa plastification, déchargeant de ce fait les autres impliquées dans le groupe, et ainsi de suite jusqu'à ce que la rangée $n-1$ ait plastifié (n étant le nombre de rangées appartenant au groupe considéré).

Ces conclusions permettent de valider le modèle mécanique pour le cas d'un moment négatif.

4.1.2 Moment positif

Maintenant que le modèle a été vérifié pour le cas d'un moment négatif, celui-ci va désormais être analysé pour un moment positif. L'ordre d'activation des rangées va donc être inverse au cas précédent.

En reprenant les résistances des rangées individuelles et de groupe, l'assemblage va tout d'abord être calculé manuellement de la même manière que pour le cas de charge précédent. On a donc :

Rangée 4

Résistance individuelle : $F_{Rd,4} = 332,2kN$

Résistance de la rangée = **332,2 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,442m

Rangée 3

Résistance individuelle : $F_{Rd,3} = 292kN$

Résistance de groupe 3-4 : $F_{Rd,3-4} = 721,7 - 332,2 = 386,5kN$

Résistance de la rangée = **292 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,122m

Rangée 2

Résistance individuelle : $F_{Rd,2} = 332,2kN$

Résistance de groupe 2-3 : $F_{Rd,2-3} = 466,9 - 332,2 - 292 = -157,3kN \Rightarrow 0kN$

Résistance de groupe 2-4 : $F_{Rd,2-4} = 899,5 - 332,2 - 292 = 275,3kN$

Résistance de la rangée = **0 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,042m

Rangée 1

Cette rangée est entièrement comprimée étant donné qu'elle se situe au delà de la semelle comprimée.

Rangée comprimée 1

Résistance individuelle : $F_{Rd,c1} = 567,6kN$

Forces dans les rangées tendues : $F_{Tot} = 332,2 + 292 + 0 + 0 = 624,2 \text{ kN} > 567,6 \text{ kN}$

Le mode de ruine sera donc lié à la rupture de l'âme de colonne en compression, ce qui limite les efforts pouvant se développer dans les rangées tendues à 567,6 kN. Le moment résistant est donc égal à :

$$M_{Rd} = 0,442 \cdot 332,2 + 0,122 \cdot (567,6 - 332,2) + 0,042 \cdot 0 = \underline{\underline{175,55 \text{ kNm}}}$$

Les rigidités équivalentes et coefficients de rigidité efficaces des différentes rangées tendues sont identiques à ceux calculés pour le cas de charge précédent. Pour la rangée comprimée, ces valeurs sont égales à :

Rangée comprimée 1

$$\text{Rigidité équivalente : } K_{eq,c1} = \frac{1}{\frac{1}{1644,3} + \frac{1}{\infty}} = 1644,3 \text{ kN/mm}$$

$$\text{Coefficient de rigidité efficace : } k_{eff,c1} = \frac{1644,3 \cdot 10^3}{210000} = 7,83 \text{ mm}$$

Le coefficient de rigidité équivalent de la partie tendue de l'assemblage vaut :

$$z_{eq} = \frac{2,275 \cdot 442^2 + 1,668 \cdot 122^2 + 1,21 \cdot 42^2}{2,275 \cdot 442 + 1,668 \cdot 122 + 1,21 \cdot 42} = 374,178 \text{ mm}$$

$$k_{eq} = \frac{2,275 \cdot 442 + 1,668 \cdot 122 + 1,21 \cdot 42}{374,178} = 3,367 \text{ mm}$$

Et la rigidité initiale en rotation de l'assemblage pour un moment positif peut finalement être calculée, toujours sans prise en compte de la composante "colonne d'âme cisillée" :

$$S_{j,ini} = \frac{210000 \cdot 374,178^2}{\frac{1}{3,367} + \frac{1}{7,83}} \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{6,92 \cdot 10^4 \text{ kNm/rad}}}$$

Ceci permet donc la construction du diagramme moment-rotation de l'assemblage soumis à du moment positif, comparé aux résultats obtenus numériquement.

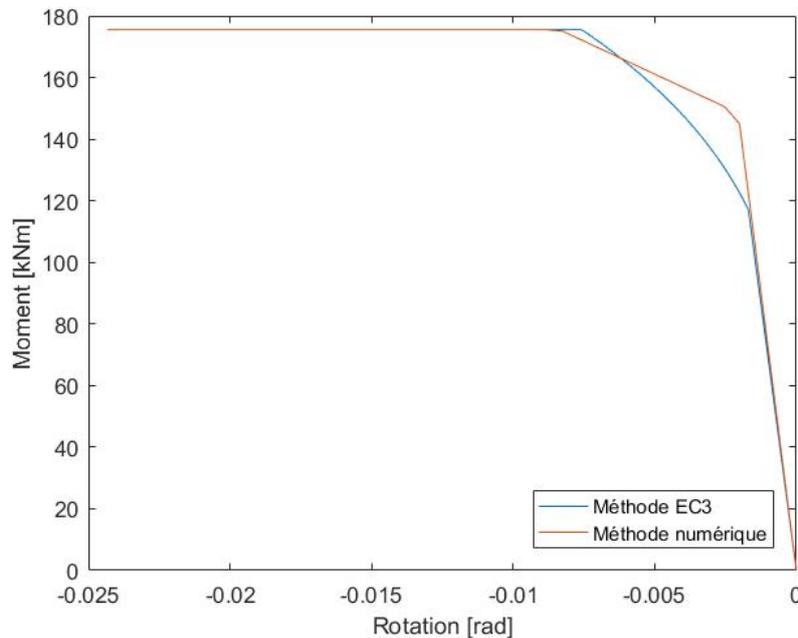


FIGURE 4.6 – Graphe moment-rotation - Moment positif

Les mêmes conclusions que pour le cas considérant un moment négatif peuvent être tirées. L'approche analytique est premièrement sécuritaire, puis insécuritaire. Seulement, cette dernière partie est beaucoup plus restreinte que précédemment. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'assemblage sous un tel chargement atteint sa résistance plus rapidement. En effet, seulement deux rangées tendues participent à la reprise des efforts, ce qui entraînera rapidement la ruine après la plastification de la quatrième rangée en traction. Ceci limite donc la rotation observée à la rupture. Dans le cas précédent, il fallait attendre l'atteinte de la résistance de toutes les rangées avant d'arriver au palier plastique, ce qui entraînait une rotation à la ruine plus importante.

La valeur numérique de la rigidité initiale en rotation est égale à $7,230 \cdot 10^4 \text{ kNm/rad}$. Ce résultat est assez différent de celui calculé analytiquement via la méthode de l'Eurocode. Ceci ne peut donc plus se justifier uniquement par le caractère non-infiniment rigide des groupes et de certaines composantes. Afin de trouver une autre explication, il faut se référer à la thèse de doctorat de Cerfontaine [8] selon laquelle ce dernier explique que la méthode de calcul des normes prend comme hypothèse que le centre de rotation de l'assemblage se trouve au même endroit que le centre de compression de celui-ci. Or, sa position varie en fonction de la configuration générale, du chargement et des rigidités des différentes rangées. Sous moment négatif, le problème ne se posait pas étant donné que grâce au raidisseur, ces deux points étaient bel et bien équivalents.

Selon la méthode décrite dans ce document, la rigidité élastique en rotation dans un cas de moment pur est obtenue selon :

$$K_M^{el} = \sum K_{eq,i} \cdot h_i^2 - \frac{(\sum K_{eq,i} \cdot h_i)^2}{\sum K_{eq,i}} \quad (4.1)$$

Où $K_{eq,i}$ sont les rigidités équivalentes des rangées dans lesquelles se développent des efforts (calculées précédemment), et h_i est le bras de levier relatif à la rangée i . Avant d'appliquer cette formule, il est donc nécessaire de localiser le point de déplacement nul, calculé selon la relation suivante valable dans le cas d'un moment pur :

$$h_0^{el} = \frac{\sum K_{eq,i} \cdot h_i}{\sum K_{eq,i}} \quad (4.2)$$

Comme la position de ce point est inconnue, il est nécessaire d'itérer sur sa valeur afin de connaître sa position. En prenant comme référence le centre de gravité de la poutre connectée, les valeurs à intégrer dans les calculs sont les suivantes :

Rangée	h_i [mm]	$K_{eq,i}$ [kN/mm]
1	285	500,11
comp 1	242	1644,53
2	200	256,17
3	120	350,26
4	-200	477,7
comp 2	-242	∞

TABLE 5 – Caractéristiques des rangées

En prenant comme première hypothèse que h_0^{el} se situe au centre de gravité de la poutre, seule la quatrième rangée de boulons est tendue. Sa nouvelle position calculée grâce à la formule 4.2 vaut :

$$h_0^{el} = \frac{477,7 \cdot (-200) + 1644,53 \cdot 242}{477,7 + 1644,53} = 142,51mm$$

Cette nouvelle valeur de h_0^{el} se situe entre les rangées 2 et 3, ce qui veut dire que le calcul doit être réitéré pour prendre en compte cette nouvelle rangée tendue.

$$h_0^{el} = \frac{477,7 \cdot (-200) + 350,26 \cdot 120 + 1644,53 \cdot 242}{477,7 + 350,26 + 1644,53} = 139,32mm$$

La position du point de déplacement nul étant toujours entre les rangées 2 et 3, l'itération s'arrête ici. La rigidité initiale en rotation peut désormais être calculée en utilisant la formule 4.1, renvoyant un résultat égal à **7,247 · 10⁴ kNm/rad**. La valeur numérique est donc belle et bien fidèle à celle-ci quoique légèrement inférieure. Comme dans le cas du moment négatif, cela est probablement dû aux rigidités infinies fixées à des valeurs finies ainsi qu'aux arrondis effectués lors des calculs.

L'augmentation des efforts dans les différentes rangées et groupes est représentée aux figures suivantes, toujours dans le but de valider la distribution de ceux-ci dans le modèle numérique.

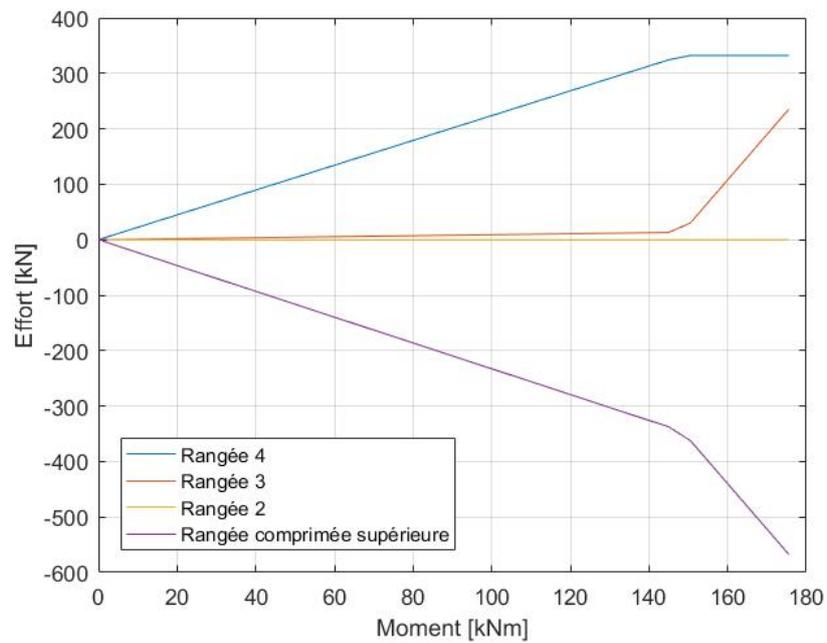


FIGURE 4.7 – Évolution des efforts dans les rangées

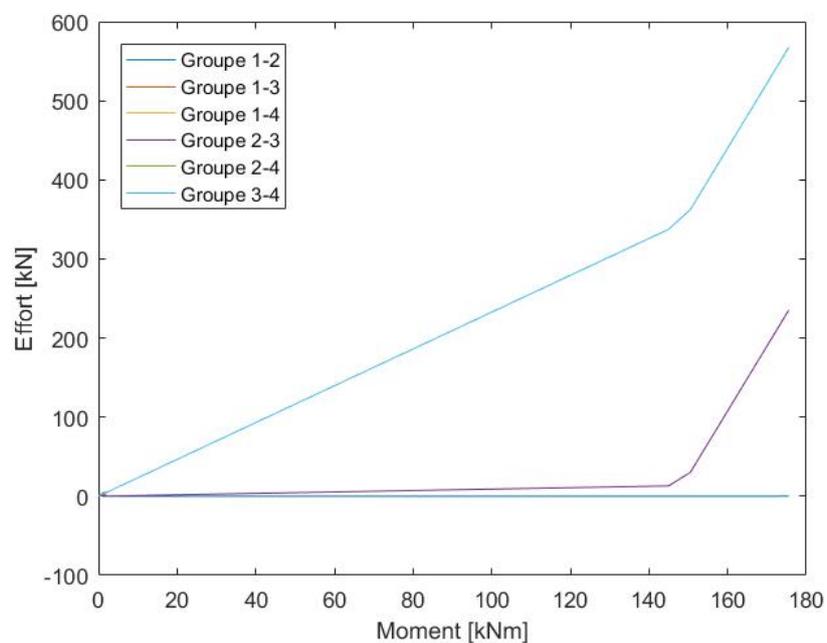


FIGURE 4.8 – Évolution des efforts dans les groupes

Les étapes suivantes sont observées :

1. Augmentation élastique des efforts dans les rangées ;
2. Atteinte de la résistance plastique de la quatrième rangée tendue (332,2 kN), et redistribution plastique des efforts dans la troisième rangée ;

3. Atteinte de la résistance en compression de la rangée comprimée (567,6 kN), faisant plafonner les efforts dans la rangée 3 à 235,4 kN.

Cette séquence est toujours bien fidèle aux concepts évoqués par la méthode des composantes. A noter ici que seuls deux groupes sont visibles sur la figure 4.8 car, étant donné que seules les rangées 3 et 4 interviennent dans la reprise des efforts, les droites d'évolution des efforts dans les autres groupes sont juste superposées.

La résistance, la rigidité élastique et l'évolution des efforts dans les différentes rangées durant le chargement étant fidèles aux prédictions théoriques, on peut en conclure que la représentation numérique est également valide dans le cas d'un moment positif pur.

4.1.3 Traction

Les deux modes de ruine principaux de l'assemblage viennent d'être analysés et vérifiés, à savoir en rotation positive et négative. Afin de confirmer la bonne représentativité du modèle mécanique numérique, le cas d'un chargement combinant du moment de flexion et de l'effort axial va également être analysé. Pour ce faire, de la traction est appliquée au centre de gravité de la poutre connectée. Étant donné qu'il se trouve décentré par rapport au centre de gravité de la connexion, cela va également induire un moment de flexion.

En absence de méthode analytique permettant de vérifier manuellement la résistance d'un assemblage sous une combinaison M-N, les graphes d'évolution des efforts dans les rangées et groupes sont analysés afin de s'assurer que le schéma de ruine est physiquement correct.

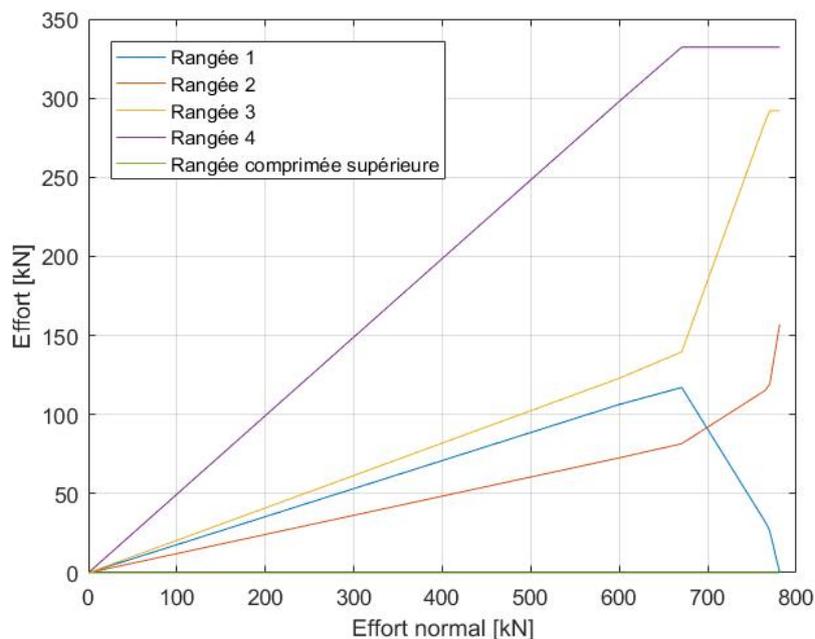


FIGURE 4.9 – Evolution des efforts dans les rangées

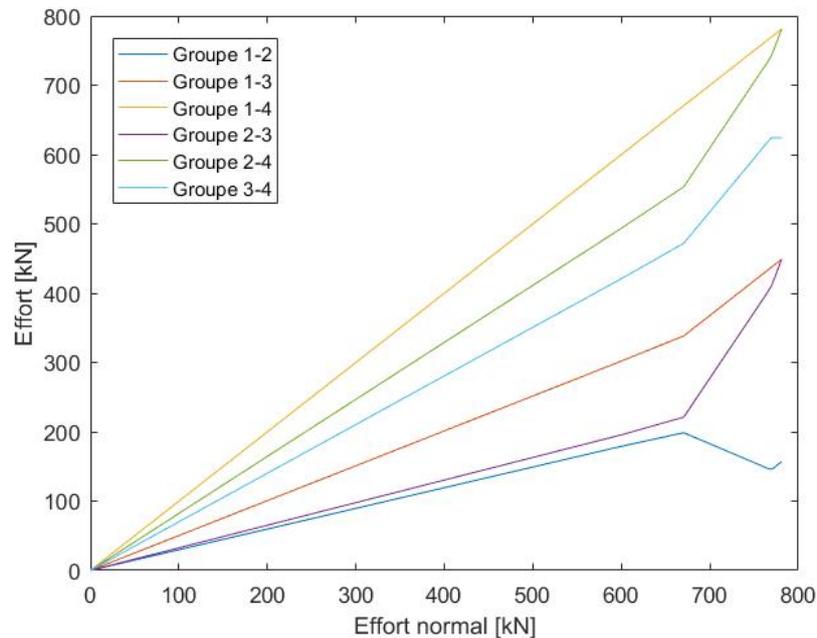


FIGURE 4.10 – Evolution des efforts dans les groupes

En analysant parallèlement ces deux graphes, les observations suivantes sont réalisées :

1. Augmentation élastique des efforts dans toutes les rangées ;
2. Plastification de la rangée 4 pour un effort égal à 332.2 kN, entraînant la surcharge des autres rangées par redistribution plastique. La rangée 1 quant à elle subit une décharge, provoquée par la rotation de l'assemblage réduisant progressivement les efforts dans celle-ci ;
3. Atteinte de la résistance de la rangée 3 (292 kN), et surcharge de la rangée 2 ;
4. Augmentation des efforts dans la rangée 2 jusqu'à la ruine de l'assemblage.

Nous pouvons de plus observer pour ce cas que la deuxième rangée tendue n'a pas atteint le maximum des efforts pouvant s'y développer. Ceci peut s'expliquer par sa proximité avec l'axe neutre. En effet, lorsque la troisième rangée plastifie, cela augmente fortement la surcharge de la seconde. Au moment où la première ne reprend plus d'efforts, la nouvelle surcharge dans la rangée 2 est telle qu'elle plastifie subitement en passant au pas de chargement suivant. Ce phénomène entraîne la ruine de l'assemblage étant donné que cette seconde rangée est la dernière pouvant reprendre des efforts.

Ces diagrammes semblent donc corrects vis-à-vis du schéma de ruine.

Un autre élément pouvant être vérifié est la rigidité extensionnelle de l'assemblage, calculée comme pour le point précédent sur base des formules analytiques proposées par Cerfontaine. Le moment de flexion étant nul, les formules à appliquer sont les suivantes :

$$h_0^{el} = \frac{\sum K_{eq,i} \cdot h_i^2}{\sum K_{eq,i} \cdot h_i} \quad (4.3)$$

$$K_N^{el} = \frac{\sum K_{eq,i} \cdot (h_0^{el} - h_i)}{h_0^{el}} \quad (4.4)$$

Comme observé sur les graphes précédents, toutes les rangées sont tendues en début de chargement. L'hypothèse de base pour le calcul de h_0^{el} est donc que celui-ci se situe au dessus de l'assemblage, ce qui nous donne une valeur égale à $534,88mm$ en reprenant les données du tableau 5. En appliquant la formule 4.4, on obtient une rigidité extensionnelle égale à $1,322 \cdot 10^6 kN/m$. Numériquement, celle-ci équivaut à $1,321 \cdot 10^6 kN/m$ ce qui correspond bien au calcul analytique.

4.1.4 Diagramme M-N

Le modèle mécanique numérique vient d'être vérifié au niveau des rigidités initiales en rotation et des résistances pour des cas de moments positif et négatif. L'évolution des efforts dans les rangées et la rigidité extensionnelle ont également été vérifiées lorsque cet assemblage est soumis à de la traction, en plus des flexions pures.

Afin de vérifier si les résistances obtenues via l'implémentation numérique du modèle sont correctes pour n'importe quel cas de chargement, il est nécessaire de tracer le diagramme de résistance à l'interaction effort normal-moment de flexion. Celui-ci est représenté à la figure suivante, et comparé aux résultats obtenus via la méthode analytique de Cerfontaine décrite au point 1.2. En considérant quelques combinaisons de charges différentes, les résultats suivants sont obtenus :

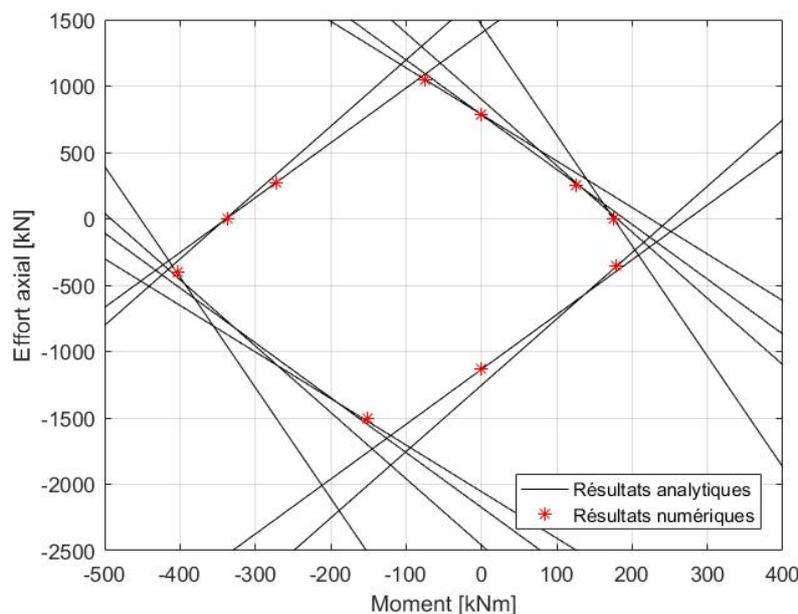


FIGURE 4.11 – Interaction M-N - Premier cas test

Tous les points calculés correspondent donc bien à la prédiction analytique, étant l'enveloppe interne de toutes les droites représentées en noir.

Il se peut cependant que certains points correspondent moins précisément à la solution analytique. Ceci est lié au dernier pas de chargement réalisé par *Finelg*, comme expliqué au point 3.2.7. Si celui-ci est un peu trop important, le multiplicateur de charge final peut être légèrement inférieur à celui pouvant être obtenu à la ruine.

Ce diagramme peut également être tracé en tenant compte de la ductilité de l'assemblage. En effet, celui présenté ci-dessus ne prend pas en compte le fait que certaines composantes ne peuvent pas se déformer indéfiniment une fois leur palier plastique atteint. La résistance maximale peut donc être plus faible si une rangée atteint une ruine fragile lors du chargement. Le diagramme obtenu en tenant compte de ce paramètre est le suivant :

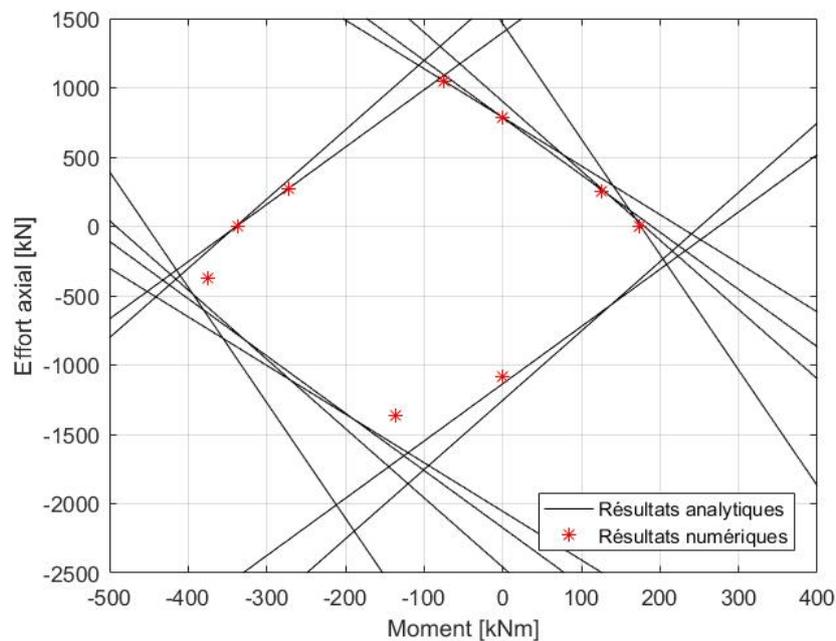


FIGURE 4.12 – Interaction M-N - Premier cas test avec ductilité

Lorsque la ductilité est prise en compte, la résistance est modifiée sous des chargements faisant intervenir de la compression. Plus précisément, la résistance est réduite lorsque la ruine est liée à l'excès de compression dans une des semelles. En effet, celle-ci ne peut plastifier étant donné que les composantes comprimées ne sont pas ductiles. Afin de vérifier cette hypothèse, le graphe d'augmentation des efforts dans les rangées pour le cas de chargement menant au point situé à l'extrême gauche du diagramme M-N peut être analysé (étoile rouge la plus à gauche dans la figure ci-dessus).

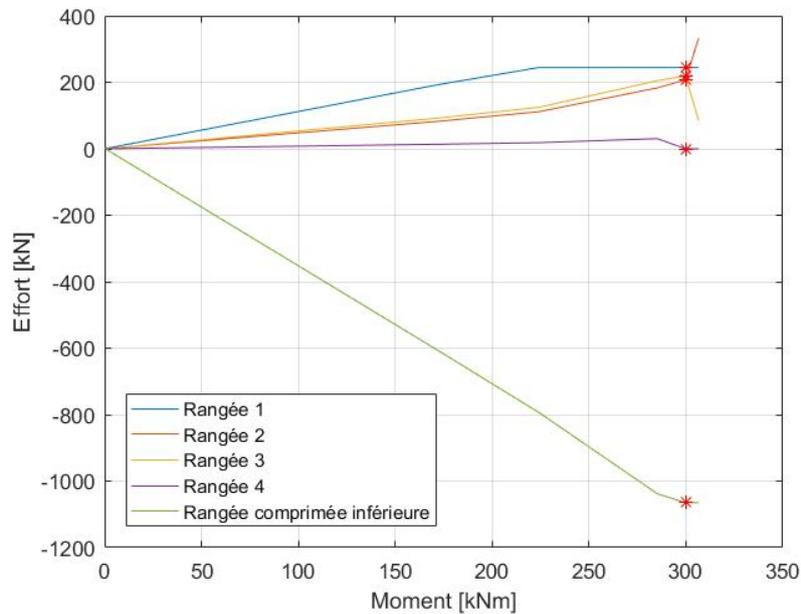


FIGURE 4.13 – Évolution des efforts dans les rangées avec ductilité

Les étoiles rouges représentent l'effort maximal atteint dans les rangées lorsque leur ductilité est prise en compte. On remarque que le moment maximal est atteint lorsque la semelle comprimée inférieure arrive à sa résistance plastique (1065 kN), ce qui confirme l'hypothèse posée précédemment. Sans ce phénomène, cette composante aurait simplement plastifié en redistribuant les efforts dans les rangées tendues.

En comparant les résultats obtenus avec et sans prise en compte de la ductilité, il est possible de repérer plus facilement les chargements pour lesquels la résistance est réduite à cause de ce phénomène.

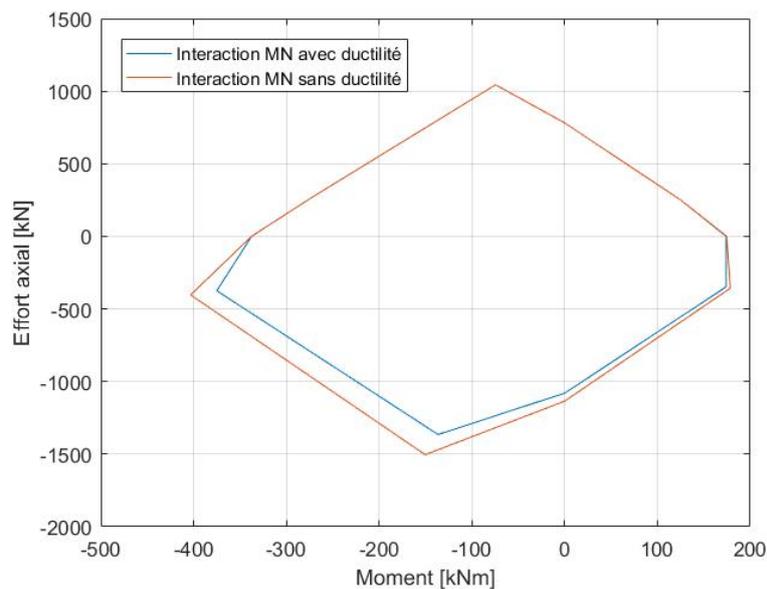


FIGURE 4.14 – Comparaison des diagrammes avec et sans prise en compte de la ductilité

Notons que ce diagramme est obtenu avec peu de points, ce qui limite sa précision. Il permet toutefois d'avoir une bonne représentation des zones concernées par la perte de résistance suite à la prise en compte du phénomène traité. Sa précision est également limitée par la méthode de calcul utilisée. En effet, comme détaillé au point 3.3.1, le multiplicateur de charge pris en compte est celui précédent le dépassement du déplacement maximal. Il peut donc varier en fonction de l'incrément de charge correspondant. Ceci peut s'observer sur le graphe présenté car, en compression pure, la rupture est atteinte lorsque l'effort est égal à deux fois la résistance de la rangée comprimée la plus faible (le centre de gravité de la poutre connectée étant centré sur les deux rangées comprimées). Les deux diagrammes devraient donc normalement correspondre pour cette sollicitation. Or, comme le multiplicateur de charge pris en compte est celui précédent la ruine, une différence est observée. La zone concernée par la perte de résistance est donc plutôt située sous moment négatif et compression.

Toutes ces analyses permettent de valider le modèle mécanique pour l'assemblage considéré.

4.1.5 Effort tranchant

Un dernier point pouvant être abordé est la résistance à l'effort tranchant. En effet, celui-ci pourrait également influencer le diagramme M-N car cette résistance pourrait être dépassée alors que l'assemblage n'a pas atteint sa capacité maximale en terme d'effort normal et de moment de flexion.

Étant donné que les résistances individuelles des boulons au cisaillement sont réduites en présence de traction, on peut s'attendre à obtenir des résistances maximales à l'effort tranchant de plus en plus basses plus les différentes rangées tendues sont activées. Il faut évidemment dans ce cas que les résistances réduites des boulons soient inférieures aux résistances à la pression diamétrale, et que la somme des résistances individuelles soient inférieures aux résistances de l'âme de poutre et des soudures en cisaillement ainsi que celle au cisaillement de bloc.

Rangées tendues	Boulons [kN]	Boulons (red) [kN]	Pression diamétrale [kN]
1	434,304	125,95	723,7
2	434,304	125,95	518,4
3	434,304	125,95	402,1
4	434,304	125,95	435,3
Cisaillement de bloc [kN]	556,7		
Soudure [kN]	885,4		
Âme de poutre [kN]	406,2		

TABLE 6 – Résistances en cisaillement

On remarque que quelque soit le chargement, la résistance à l'effort tranchant sera égal à la résistance au cisaillement de l'âme de la poutre connectée, étant la valeur la plus faible. Dans ce cas-ci, l'assemblage en lui-même ne limite pas la capacité maximale à l'effort tranchant. Le diagramme M-N peut donc être utilisé dans son entièreté.

4.2 Second cas test

Afin de vérifier la validité du modèle mécanique numérique pour d'autres types de configurations, il est nécessaire de l'appliquer à un second cas test. Celui-ci est le même que celui traité dans la thèse de doctorat de Cerfontaine [8], et est représenté ci-dessous.

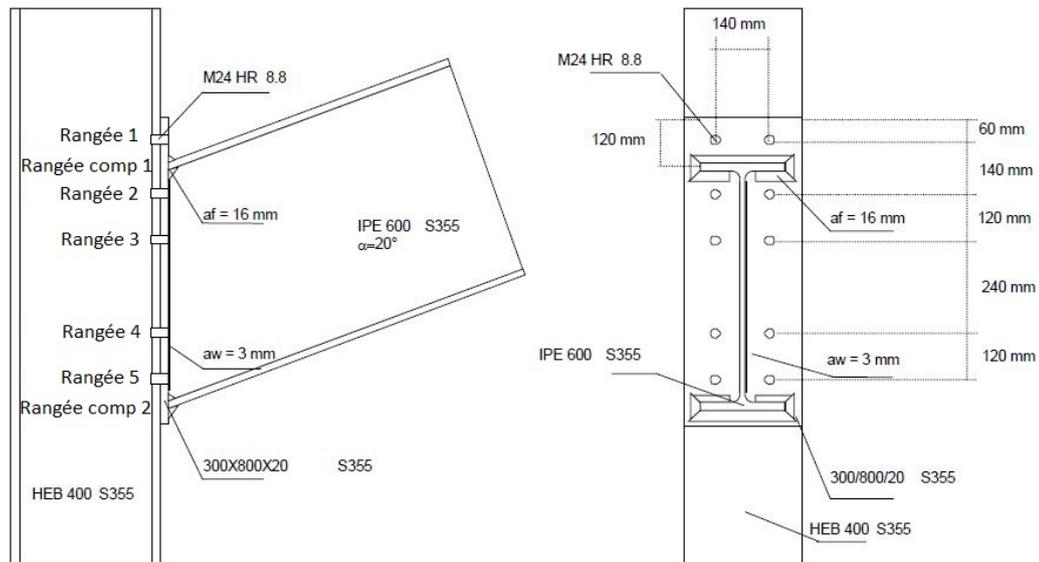


FIGURE 4.15 – Configuration générale du second cas test

Le modèle mécanique correspondant à cette configuration est le suivant :

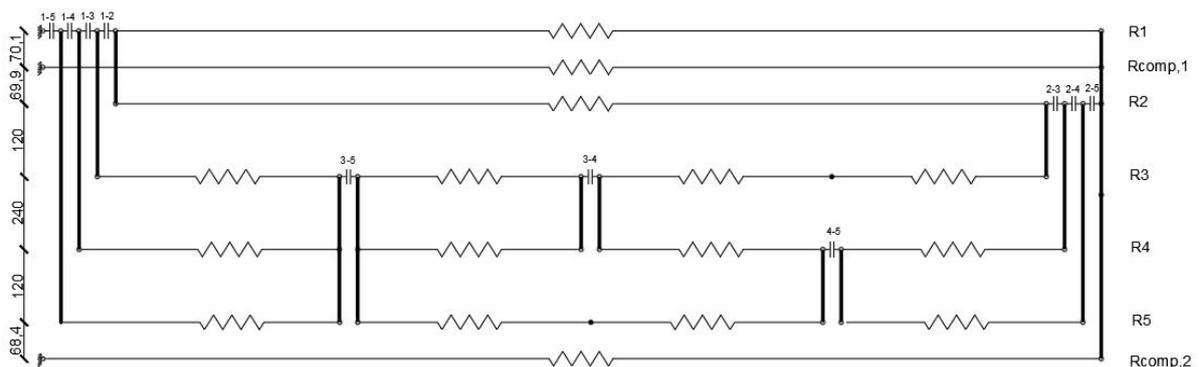


FIGURE 4.16 – Modèle mécanique du second cas test

Les numérotations des noeuds, éléments et lois de comportements utilisées pour la représentation numérique sont repris en annexe A.2.

Les caractéristiques mécaniques liées à l'assemblage sont reprises dans les tableaux suivants. A noter que les valeurs ci-dessous sont celles reprises dans la thèse, réalisée avec une version plus ancienne des normes. Les différentes valeurs ne sont donc pas exactement les mêmes que celles pouvant être calculées avec l'Eurocode 3 partie 1-8 actuel.

Rangées tendues	CWT [kN]	CFB [kN]	BT [kN]	EPB [kN]	BWT [kN]
1	1002	407	407	329	/
2	1002	407	407	407	1603
3	1002	407	407	388	1326
4	1002	407	407	388	1326
5	1002	407	407	407	1603
Rangées comprimées	CWC [kN]	BFC [kN]			
1	1011	1833			
2	1011	1833			

TABLE 7 – Résistances des composantes

Rangées tendues	CWT [$\frac{kN}{mm}$]	CFB [$\frac{kN}{mm}$]	BT [$\frac{kN}{mm}$]	EPB [$\frac{kN}{mm}$]	BWT [$\frac{kN}{mm}$]
1	1354,5	6942,6	1944,6	2912,7	/
2	865,2	4431	1944,6	1942,5	∞
3	1199,1	6146,7	1944,6	1155	∞
4	1199,1	6146,7	1944,6	1155	∞
5	1287,3	6602,4	1944,6	1967,7	∞
Rangées comprimées	CWC [$\frac{kN}{mm}$]	BFC [$\frac{kN}{mm}$]			
1	2394	∞			
2	2394	∞			

TABLE 8 – Rigidités initiales des composantes

Groupe	CWT [kN]	CFB [kN]	EPB [kN]	BWT [kN]
1-2	1320	813	/	/
1-3	1499	1200	/	/
1-4	1704	1627	/	/
1-5	1772	2033	/	/
2-3	1283	813	705	2068
2-4	1603	1220	1044	2997
2-5	1692	1627	1363	3755
3-4	1474	813	728	2256
3-5	1603	1220	1046	3012
4-5	1283	813	706	2083

TABLE 9 – Résistances des groupes

Comme pour le cas précédent, l'assemblage sera étudié sous moment négatif, positif et sous traction avant de tracer le diagramme MN complet avec et sans prise en compte du phénomène de ductilité.

4.2.1 Moment négatif

La courbe moment-rotation va tout d'abord être calculée manuellement grâce à la méthode exposée dans les normes. Les efforts maximaux pouvant se développer dans les différentes rangées sont les suivants :

Rangée 1

Résistance individuelle : $F_{Rd,1} = 329kN$

Résistance de la rangée = **329 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,6884m

Rangée 2

Résistance individuelle : $F_{Rd,2} = 407kN$

Résistance de groupe 1-2 : $F_{Rd,1-2} = 813 - 329 = 484kN$

Résistance de la rangée = **407 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,5484m

Rangée 3

Résistance individuelle : $F_{Rd,3} = 388kN$

Résistance de groupe 1-3 : $F_{Rd,1-3} = 1200 - 329 - 407 = 464kN$

Résistance de groupe 2-3 : $F_{Rd,2-3} = 705 - 407 = 298kN$

Résistance de la rangée = **298 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,4284m

Rangée 4

Résistance individuelle : $F_{Rd,4} = 388kN$

Résistance de groupe 1-4 : $F_{Rd,1-4} = 1627 - 329 - 407 - 298 = 593kN$

Résistance de groupe 2-4 : $F_{Rd,2-4} = 1044 - 407 - 298 = 339kN$

Résistance de groupe 3-4 : $F_{Rd,3-4} = 728 - 298 = 430kN$

Résistance de la rangée = **339 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,1884m

Rangée 5

Résistance individuelle : $F_{Rd,5} = 407kN$

Résistance de groupe 1-5 : $F_{Rd,1-5} = 1772 - 329 - 407 - 298 - 339 = 399kN$

Résistance de groupe 2-5 : $F_{Rd,2-5} = 1363 - 407 - 298 - 339 = 319kN$

Résistance de groupe 3-5 : $F_{Rd,3-5} = 1046 - 298 - 339 = 409kN$

Résistance de groupe 4-5 : $F_{Rd,4-5} = 706 - 339 = 367kN$

Résistance de la rangée = **319 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,0684m

Rangée comprimée 2

Résistance individuelle : $F_{Rd,c2} = 1011kN$

Forces dans les rangées tendues : $F_{Tot} = 329 + 407 + 298 + 339 + 319 = 1692kN > 1011kN$

La résistance à la compression de la rangée comprimée inférieure est atteinte lorsque la troisième rangée est tendue. Ceci veut donc dire que les rangées 4 et 5 ne sont pas actives lors de la rupture de l'assemblage, et l'effort maximal pouvant se développer dans la rangée 3 est égal à $1011-329-407 = 275$ kN

Le moment résistant est donc égal à :

$$M_{Rd} = 0,6884 \cdot 329 + 0,5484 \cdot 407 + 0,4284 \cdot 275 = \underline{\underline{567,49 \text{ kNm}}}$$

Ce qui correspond bien à la valeur obtenue dans la thèse de référence. Afin de tracer la courbe moment-rotation, les différentes rigidités doivent être calculées :

Rangée 1

$$\text{Rigidité équivalente : } K_{eq,1} = \frac{1}{\frac{1}{1354,5} + \frac{1}{6942,6} + \frac{1}{1944,6} + \frac{1}{2912,7}} = 574,75kN/mm$$

$$\text{Coefficient de rigidité efficace : } k_{eff,1} = \frac{574,75 \cdot 10^3}{210000} = 2,737mm$$

Rangée 2

$$\text{Rigidité équivalente : } K_{eq,2} = \frac{1}{\frac{1}{865,2} + \frac{1}{4431} + \frac{1}{1944,6} + \frac{1}{1942,5}} = 414,847kN/mm$$

Coefficient de rigidité efficace : $k_{eff,2} = \frac{414,847 \cdot 10^3}{210000} = 1,975mm$

Rangée 3

Rigidité équivalente : $K_{eq,3} = \frac{1}{\frac{1}{1199,1} + \frac{1}{6146,7} + \frac{1}{1944,6} + \frac{1}{1155}} = 420,75kN/mm$

Coefficient de rigidité efficace : $k_{eff,3} = \frac{420,75 \cdot 10^3}{210000} = 2,004mm$

Rangée 4

Rigidité équivalente : $K_{eq,4} = \frac{1}{\frac{1}{1199,1} + \frac{1}{6146,7} + \frac{1}{1944,6} + \frac{1}{1155}} = 420,75kN/mm$

Coefficient de rigidité efficace : $k_{eff,4} = \frac{420,75 \cdot 10^3}{210000} = 2,004mm$

Rangée 5

Rigidité équivalente : $K_{eq,5} = \frac{1}{\frac{1}{1287,3} + \frac{1}{6602,4} + \frac{1}{1944,6} + \frac{1}{1967,7}} = 512,628kN/mm$

Coefficient de rigidité efficace : $k_{eff,5} = \frac{512,628 \cdot 10^3}{210000} = 2,441mm$

Rangée comprimée 2

Rigidité équivalente : $K_{eq,c2} = \frac{1}{\frac{1}{2394}} = 2394kN/mm$

Coefficient de rigidité efficace : $k_{eff,c2} = \frac{2394 \cdot 10^3}{210000} = 11,4mm$

Le coefficient de rigidité équivalent de la partie tendue de l'assemblage est obtenu selon :

$$z_{eq} = \frac{2,737 \cdot 688,4^2 + 1,975 \cdot 548,4^2 + 2,004 \cdot 428,4^2 + 2,004 \cdot 188,4^2 + 2,441 \cdot 68,4^2}{2,737 \cdot 688,4 + 1,975 \cdot 548,4 + 2,004 \cdot 428,4 + 2,004 \cdot 188,4 + 2,441 \cdot 68,4} = 535,59mm$$

$$k_{eq} = \frac{2,737 \cdot 688,4 + 1,975 \cdot 548,4 + 2,004 \cdot 428,4 + 2,004 \cdot 188,4 + 2,441 \cdot 68,4}{535,59} = 8,16mm$$

La rigidité initiale en rotation de l'assemblage sous moment négatif est finalement égale à :

$$S_{j,ini} = \frac{210000 \cdot 535,59^2}{\frac{1}{8,16} + \frac{1}{11,4}} \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{2,86 \cdot 10^5 kNm/rad}}$$

Et la courbe moment-rotation peut dès lors être construite et comparée aux résultats numériques.

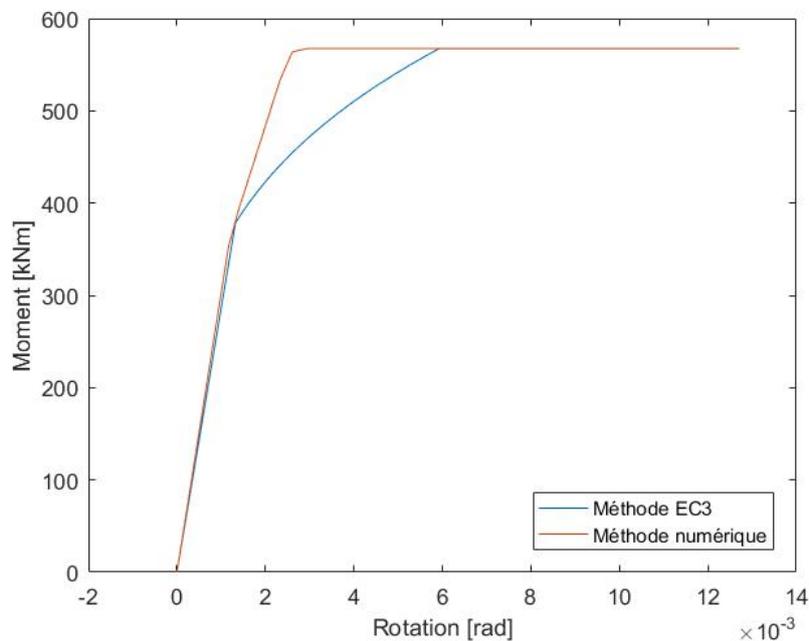


FIGURE 4.17 – Courbe moment-rotation - Moment négatif

La valeur du moment maximal correspond bien à la prédiction analytique. La rigidité initiale en rotation du modèle mécanique numérique est égale à $3,025 \cdot 10^5 \text{ kNm/rad}$, ce qui est supérieur à la prédiction des normes comme pour le cas précédent. Par contre, celle-ci correspond presque exactement à la valeur pouvant être calculée en appliquant les formules 4.2 et 4.1 décrites dans la thèse de Cerfontaine [8], soit $3,047 \cdot 10^5 \text{ kNm/rad}$. Comme le cas traité est le même, le résultat a directement été repris de ce document.

Ceci confirme donc la validité du modèle pour ces paramètres. En analysant ce diagramme, on remarque également que la résistance élastique est atteinte plus tôt dans le modèle numérique. La prédiction de l'Eurocode est toutefois sécuritaire quelque soit le moment considéré, contrairement au cas test précédent. En effet, l'assemblage étudié affiche une perte de rigidité assez brutale. Si elle était plus progressive, on aurait observé les mêmes phénomènes que précédemment, à savoir une zone dans laquelle les normes sont insécuritaires par rapport à la "réalité".

On peut cependant se poser la question de l'influence du panneau d'âme cisailé, étant donné que dans le cas présent il n'est pas infiniment rigide. Le coefficient de rigidité relatif à cette composante étant égal à 4,963 mm selon la thèse de Cerfontaine, le diagramme suivant est obtenu :

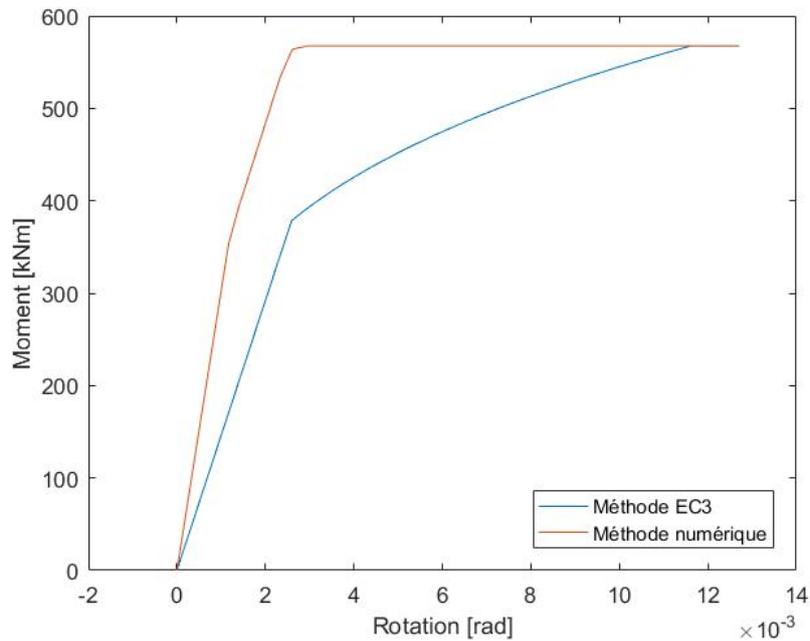


FIGURE 4.18 – Courbe moment-rotation - Moment négatif avec panneau d'âme cisailé

Comme le montre ce graphique, la prise en compte de la composante en question influence la réponse de l'assemblage de manière non négligeable si celle-ci n'est pas infiniment rigide. Il sera donc important dans l'avenir de l'intégrer au modèle mécanique afin de représenter le plus fidèlement possible le comportement réel de la connexion.

Maintenant que ces graphes ont été analysés, l'évolution des efforts dans les rangées va également être vérifiée à l'aide des diagrammes suivants :

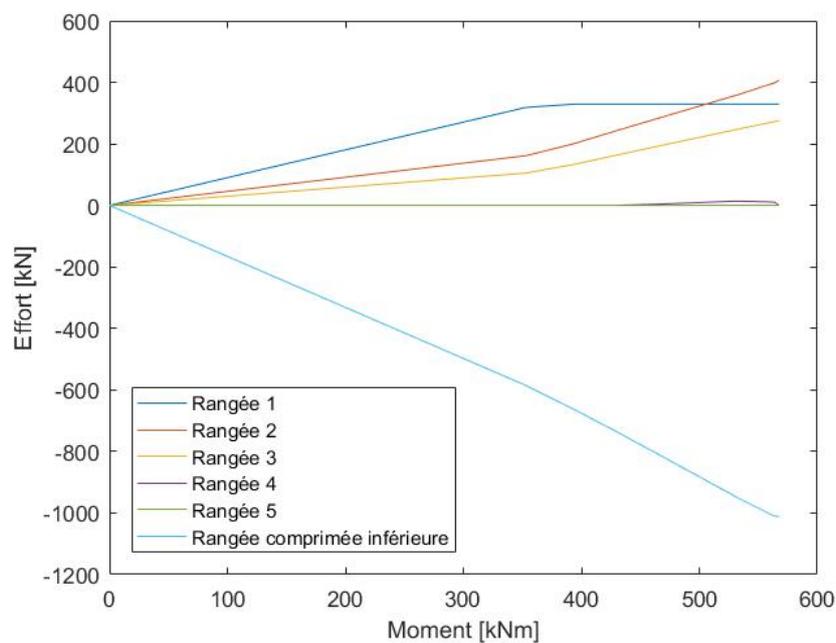


FIGURE 4.19 – Evolution des efforts dans les rangées

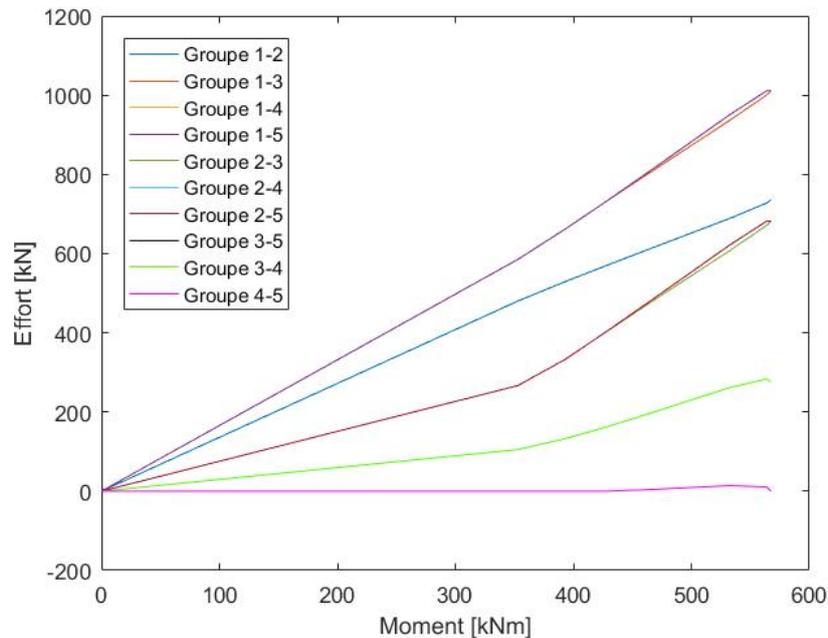


FIGURE 4.20 – Evolution des efforts dans les groupes

La séquence suivante est observée :

1. Augmentation élastique des efforts dans toutes les rangées hormis les 4 et 5 qui sont comprimées ;
2. Plastification de la première rangée causée par l'atteinte de sa résistance (329 kN) et redistribution plastique dans les autres rangées ;
3. Légère activation de la quatrième rangée en traction suite à la rotation progressive de l'assemblage, puis légère diminution des efforts dans celle-ci ;
4. Atteinte de la résistance de la semelle comprimée inférieure, menant à une redistribution des efforts dans les rangées tendues : la seconde est chargée jusqu'à sa ruine (407 kN), la troisième subit également une légère augmentation d'efforts jusque 275 kN et la quatrième est déchargée jusqu'à ce qu'elle ne reprenne plus d'efforts.

Cette séquence étant fidèle aux concepts évoqués par la méthode des composantes ainsi qu'à la prédiction calculée en début de point, on peut en conclure que le modèle mécanique numérique est valide pour le chargement considéré

4.2.2 Moment positif

Les efforts maximaux pouvant se développer dans les différentes rangées à partir de la plus éloignée du centre de compression, sont les suivants :

Rangée 5

Résistance individuelle : $F_{Rd,5} = 407kN$

Résistance de la rangée = **407 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,5535m

Rangée 4

Résistance individuelle : $F_{Rd,4} = 388kN$

Résistance de groupe 4-5 : $F_{Rd,4-5} = 706 - 407 = 299kN$

Résistance de la rangée = **299 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,430m

Rangée 3

Résistance individuelle : $F_{Rd,3} = 388kN$

Résistance de groupe 3-5 : $F_{Rd,3-5} = 1046 - 407 - 299 = 340kN$

Résistance de groupe 3-4 : $F_{Rd,3-4} = 728 - 299 = 429kN$

Résistance de la rangée = **340 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,190m

Rangée 2

Résistance individuelle : $F_{Rd,2} = 407kN$

Résistance de groupe 2-5 : $F_{Rd,2-5} = 1363 - 407 - 299 - 340 = 317kN$

Résistance de groupe 2-4 : $F_{Rd,2-4} = 1044 - 299 - 340 = 405kN$

Résistance de groupe 2-3 : $F_{Rd,2-3} = 705 - 340 = 365kN$

Résistance de la rangée = **317 kN**

Distance entre la semelle comprimée et la rangée : 0,070m

Rangée 1

Rangée tendue située au delà de la rangée comprimée, ne reprenant donc pas d'efforts.

Rangée comprimée 1

Résistance individuelle : $F_{Rd,c1} = 1011kN$

Forces dans les rangées tendues : $F_{Tot} = 407 + 299 + 340 + 317 = 1363kN > 1011kN$

La résistance à la compression de la rangée comprimée supérieure étant inférieure à la somme des efforts dans les rangées en traction, les résistances individuelles doivent être réduites. Les rangées 1 et 2 ne reprennent plus d'efforts et la force maximale pouvant se développer dans la rangée 3 est égale à $1011-407-299 = \mathbf{305 \text{ kN}}$

Le moment résistant est donc égal à :

$$M_{Rd} = 0,5535 \cdot 407 + 0,430 \cdot 299 + 0,190 \cdot 305 = \underline{\underline{\mathbf{411,79 \text{ kNm}}}}$$

Les rigidités équivalentes et coefficients de rigidité efficaces des rangées sont les mêmes que ceux calculés précédemment. Ceux concernant la rangée comprimée supérieure sont égaux aux valeurs obtenues pour la rangée inférieure sachant que leurs caractéristiques sont identiques. Le coefficient de rigidité équivalent de la partie tendue de l'assemblage est donc :

$$z_{eq} = \frac{2,441 \cdot 553,5^2 + 2,004 \cdot 430^2 + 2,004 \cdot 190^2 + 1,975 \cdot 70^2}{2,441 \cdot 553,5 + 2,004 \cdot 430 + 2,004 \cdot 190 + 1,975 \cdot 70} = 439,41mm$$

$$k_{eq} = \frac{2,441 \cdot 553,5 + 2,004 \cdot 430 + 2,004 \cdot 190 + 1,975 \cdot 70}{439,41} = 6,227mm$$

Pour la partie "attache" de l'assemblage, la rigidité en rotation initiale est égale à :

$$S_{j,ini} = \frac{210000 \cdot 439,41^2}{\frac{1}{6,227} + \frac{1}{11,4}} \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{\mathbf{1,631 \cdot 10^5 kNm/rad}}}$$

Et les courbes moment-rotation analytique et numérique sont les suivantes :

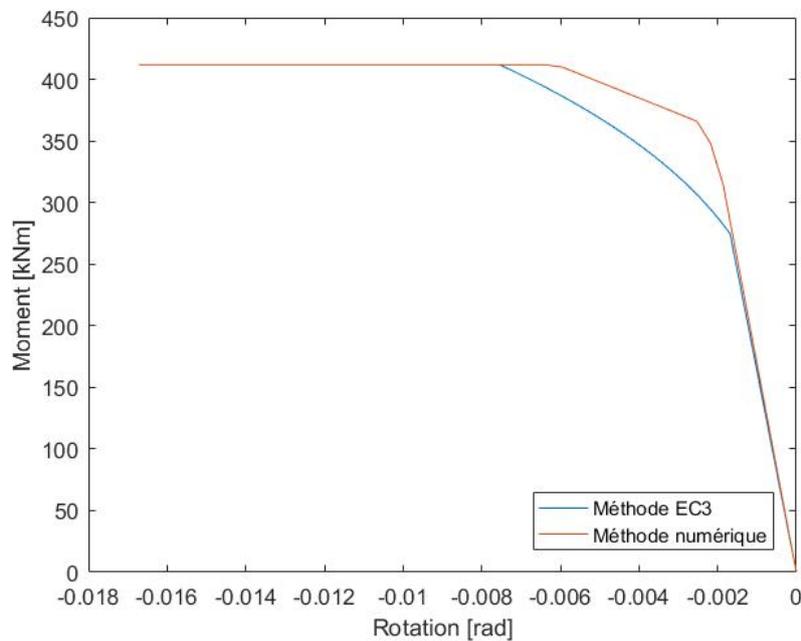


FIGURE 4.21 – Courbe moment-rotation - Moment positif

Les observations réalisées dans le cas d'un moment négatif sont également d'application ici. Les résistances et rigidités initiales correspondent bien à la prédiction analytique. En comparant ces diagrammes avec ceux obtenus sous moment négatif, une différence peut tout de même être observée concernant le domaine élastique. Celui-ci a l'air d'être plus important que celui affiché par la solution analytique. En effet, l'assemblage reste dans ce domaine jusqu'à ce que la rangée 5 plastifie, étant donné que les résistances élastiques ne sont pas prises en compte dans les lois de comportement.

La rigidité initiale en rotation obtenue numériquement est égale à $1,691 \cdot 10^5 \text{ kNm/rad}$, et la valeur obtenue dans la thèse de Cerfontaine suivant sa méthode est de $1,694 \cdot 10^5 \text{ kNm/rad}$. On peut donc en conclure que les résultats sont corrects.

Les évolutions des efforts dans les différentes rangées et groupes sont reprises dans les deux figures suivantes :

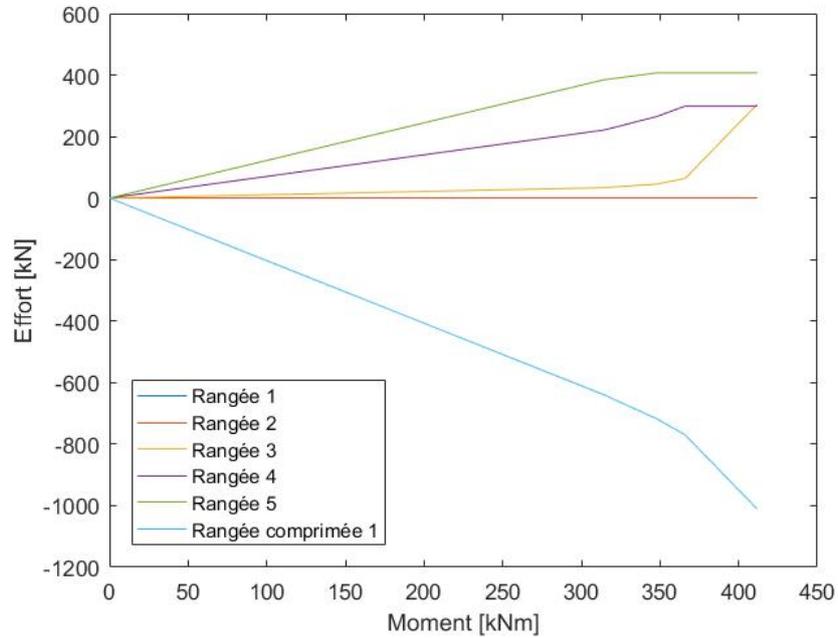


FIGURE 4.22 – Evolution des efforts dans les rangées

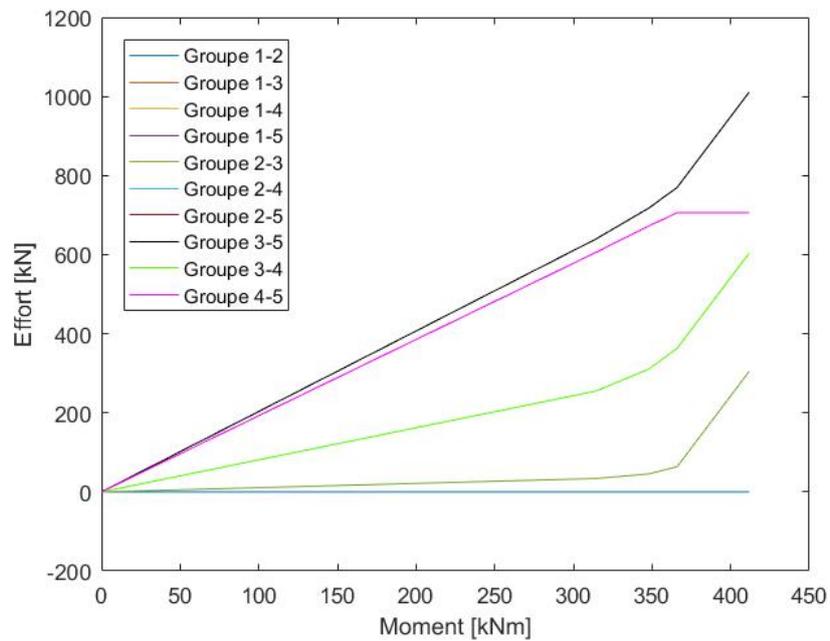


FIGURE 4.23 – Evolution des efforts dans les groupes

Et les séquences suivantes sont observées :

1. Augmentation élastique des efforts dans les rangées ;
2. Atteinte de la résistance de la rangée 5 (407 kN), et redistribution plastique des efforts dans les autres rangées ;
3. Atteinte de la résistance de groupe faisant intervenir les rangées 4-5 (706 kN), arrêtant l'évolution des efforts dans la rangée 4 (299 kN) ;
4. Augmentation des efforts dans la rangée 3 jusqu'à ce que la rangée comprimée 1 atteigne également sa résistance (1011 kN). L'effort dans la rangée 3 est alors égal à 305 kN.

Les valeurs obtenues correspondent bel et bien aux prédictions analytiques, ce qui valide le modèle pour le cas d'un moment positif.

4.2.3 Traction

Comme pour le premier cas test, l'évolution des efforts dans les différentes rangées dans le cas d'un effort de traction est analysé afin d'étudier le comportement de l'assemblage sous une sollicitation M-N. Le centre de gravité de la poutre étant également excentré dans cette configuration, l'effort axial va induire un moment de flexion. Les graphes obtenus sont les suivants :

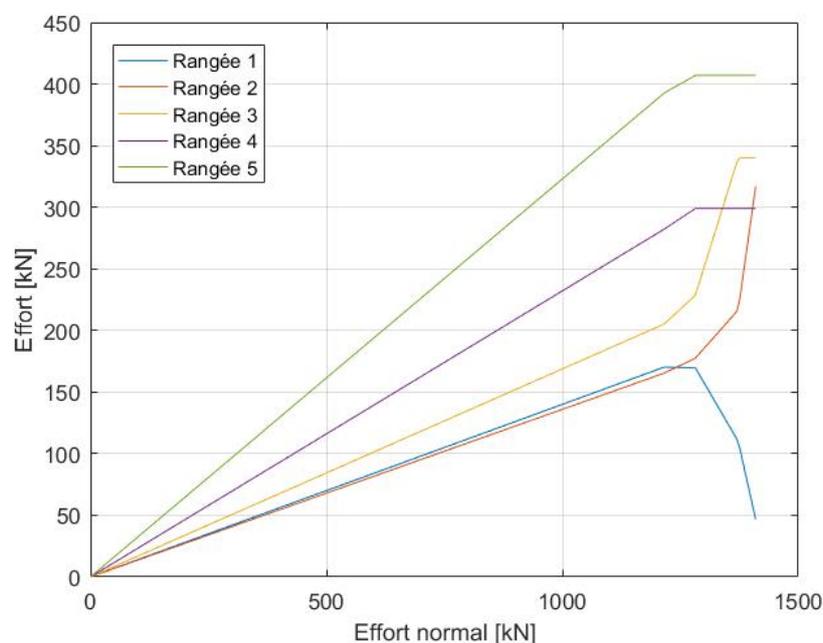


FIGURE 4.24 – Evolution des efforts dans les rangées

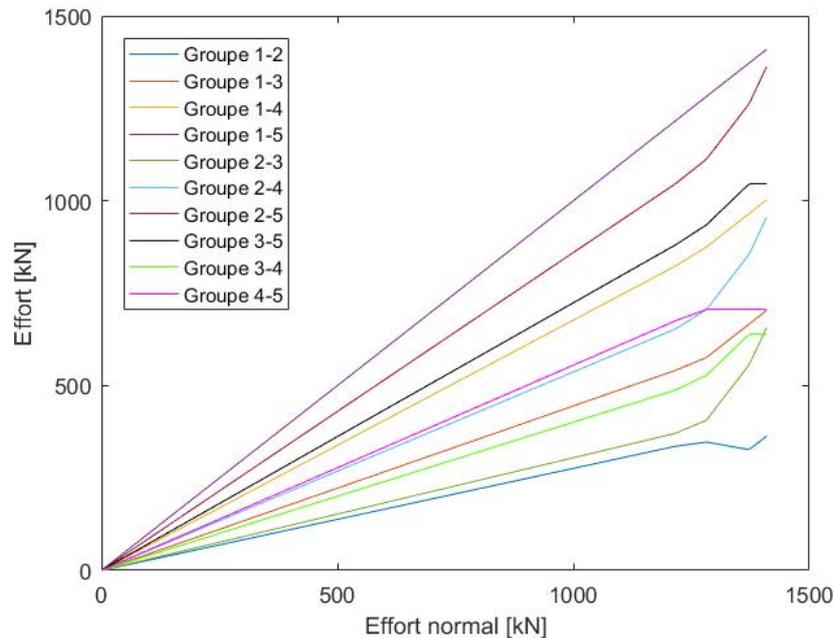


FIGURE 4.25 – Evolution des efforts dans les groupes

Les différentes étapes pouvant être observées sont listées ci-dessous :

1. Augmentation élastique des efforts dans toutes les rangées tendues ;
2. Atteinte de la résistance de la rangée 5 (407 kN), puis redistribution plastique dans les autres rangées, faisant diminuer les forces dans la première rangée de part la rotation de l'ensemble ;
3. Atteinte de la résistance de groupe faisant intervenir les rangées 4 et 5 (706 kN), plafonnant l'effort dans la rangée 4 à 299 kN ;
4. Augmentation des efforts dans les rangées 2 et 3, et diminution de ceux-ci dans la rangée 1 ;
5. Atteinte de la résistance de groupe 3-5 (1046 kN), arrêtant l'évolution des forces dans la rangée 3 à 340 kN ;
6. Augmentation des efforts dans la rangée 2 et diminution de ceux-ci dans la rangée 1, jusqu'à l'atteinte de la résistance du groupe 2-5 (1363 kN). L'effort maximal dans la rangée 2 est dès lors de 317 kN.

Cela correspond une nouvelle fois avec les valeurs de résistances calculées dans le cas d'un moment positif. En effet, les modes de ruine faisant intervenir une combinaison d'effort normal et de moment de flexion seront liés soit aux résistances des rangées calculées pour un moment positif, soit à ceux déterminés pour un moment négatif. Le cas en traction analysé ici est relatif au premier, et les valeurs obtenues sont bien équivalentes aux calculs effectués.

Le calcul de la rigidité extensionnelle est réalisé en prenant comme référence le centre de gravité de la poutre connectée pour le calcul des bras de levier. Comme pour le premier cas test, étant donné que toutes les rangées sont tendues en début de chargement, le point de déplacement nul est considéré comme se trouvant au dessus de l'assemblage. Les données générales à intégrer aux formules 4.3 et 4.4 sont reprises dans le tableau suivant :

Rangée	h_i [mm]	$K_{eq,i}$ [kN/mm]
1	379,255	574,75
comp 1	309,145	2394
2	239,255	414,847
3	119,255	420,75
4	-120,745	420,75
5	-240,745	512,628
comp 2	-309,145	2394

TABLE 10 – Caractéristiques des rangées

En ne considérant que les rangées tendues, la valeur de h_0^{el} est alors égale à $767,35mm$ et celle de K_N vaut $2,048 \cdot 10^6 kN/m$. Numériquement, la rigidité extensionnelle équivaut à $2,083 \cdot 10^6 kN/m$. Les solutions obtenues selon les deux méthodes sont bel et bien équivalentes.

Ceci clôture donc les analyses pour les différents cas de chargement principaux, validant jusqu'ici le modèle mécanique numérique.

4.2.4 Diagramme M-N

Afin de confirmer la bonne représentativité du modèle mécanique, le diagramme M-N relatif à celui-ci va être analysé. Comme pour le cas précédent, des combinaisons menant aux points principaux du diagramme sont utilisées. Les résultats obtenus sont représentés à la figure suivante :

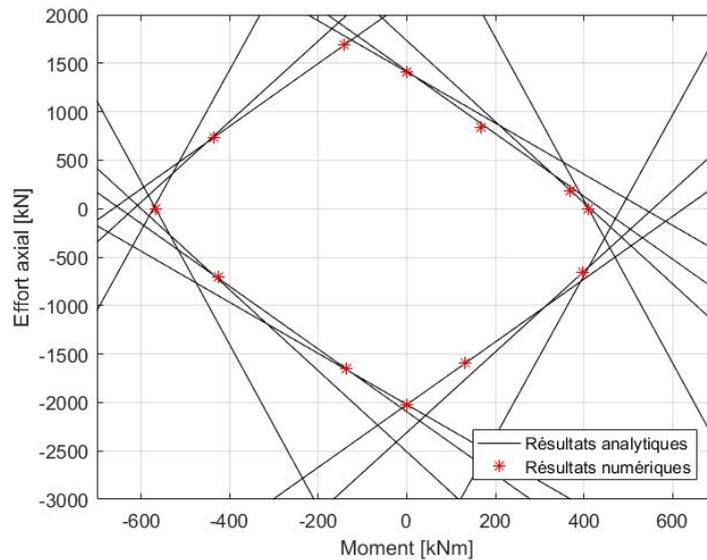


FIGURE 4.26 – Interaction M-N - Second cas test

On obtient donc une bonne concordance entre les approches analytique et numérique, quelque soit la combinaison de charge considérée.

Si le phénomène de ductilité est pris en compte, le diagramme M-N résultant est le suivant :

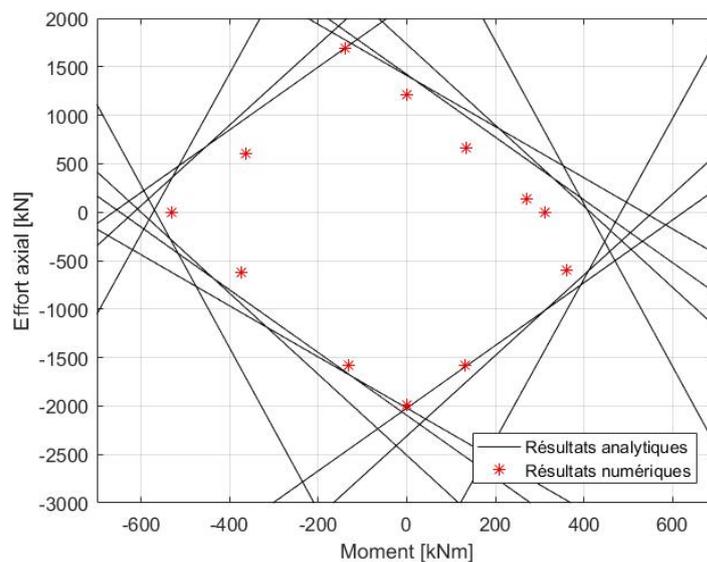


FIGURE 4.27 – Interaction M-N - Prise en compte de la ductilité

Pour cette configuration d'assemblage, la prise en compte de la ductilité a un effet bien plus important sur la résistance que pour le cas précédent. Cela s'explique par le fait que la résistance de la plupart des éléments est liée à la rupture des boulons en traction, ce qui entraîne une ruine fragile de la connexion.

La validité de la prise en compte de ce phénomène peut se prouver comme pour le cas précédent à l'aide des graphes représentant l'évolution des efforts dans les rangées. Ceci est réalisé pour un cas de moment positif, où la réduction de résistance est plus importante. Au vu des calculs réalisés précédemment, on s'attend à ce que le premier élément à plastifier soit la cinquième rangée tendue. L'atteinte de cette résistance est liée aux boulons en traction, composante non ductile. On s'attend donc à voir une ruine apparaître dès l'atteinte de celle-ci.

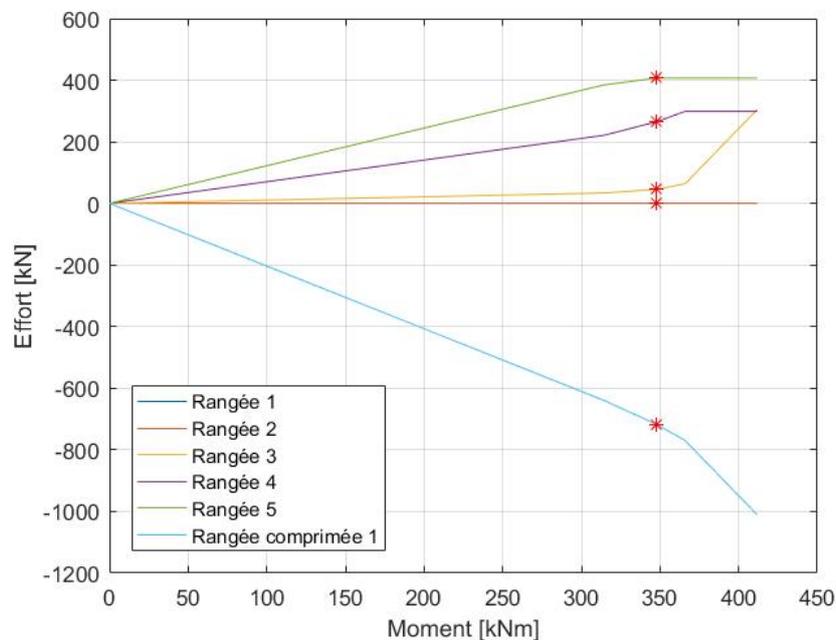


FIGURE 4.28 – Evolution des efforts dans les rangées avec et sans ductilité

Comme observé sur la figure ci-dessus, le moment maximal est atteint lorsque l'effort dans la cinquième rangée est égal à la résistance de celle-ci (les étoiles rouges représentent les efforts maximaux avec prise en compte de la ductilité). Ceci est en accord avec les prédictions, confirmant la validité de l'approche tenant compte de la ductilité.

La comparaison entre les deux approches, avec et sans prise en compte de la ductilité est réalisée sur le graphe suivant :

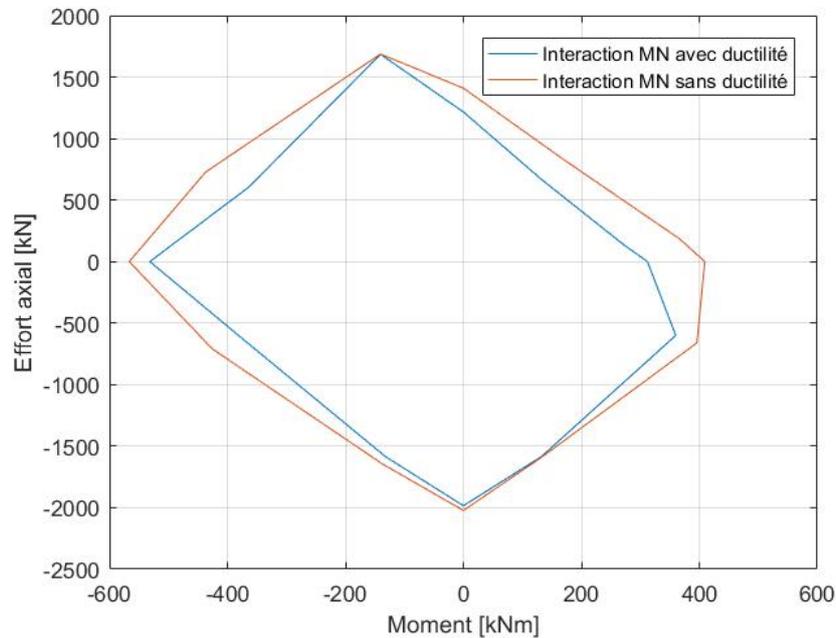


FIGURE 4.29 – Comparaison des approches avec et sans prise en compte de la ductilité

De nouveau, les résultats affichés manquent de précision pour les mêmes raisons qu'expliquées pour le premier cas test. L'idée ici est surtout de visualiser les zones affectées par la perte de résistance due à la prise en compte de la ductilité. Pour cette configuration, la quasi totalité du diagramme est influencée par ce phénomène. La cause principale est que l'atteinte de la résistance des boulons en traction survient assez fréquemment dans le schéma de ruine. Il est évident qu'une configuration montrant de tels résultats n'est pas recommandée d'application, étant donné que la ruine sera, dans de nombreux cas, fragile.

4.2.5 Effort tranchant

La résistance à l'effort tranchant est également à vérifier pour tous les cas de chargement considérés. Comme précisé précédemment, les résistances individuelles des boulons en cisaillement sont réduites pour les rangées activées en traction. Certains chargements pourraient donc entraîner une réduction de cette résistance. Les valeurs des capacités maximales à l'effort tranchant des différentes composantes sont reprises dans le tableau suivant :

Rangées tendues	Boulons [kN]	Boulons (red) [kN]	Pression diamétrale [kN]
1	347,4	100,746	518,4
2	347,4	100,746	940,8
3	347,4	100,746	940,8
4	347,4	100,746	940,8
5	347,4	100,746	940,8
Cisaillement de bloc [kN]	1279		
Soudure [kN]	2201		
Âme de poutre [kN]	913,7		

TABLE 11 – Résistances en cisaillement

Dans la majorité des cas, la résistance au cisaillement maximale est liée à l'âme de poutre. Cependant, lorsque quatre ou cinq rangées sont tendues, celle-ci diminue à des valeurs respectivement égales à 750,39 kN et 503,73 kN. Contrairement à la configuration précédente, l'assemblage influe sur la capacité maximale à reprendre ce type d'effort. Il faudra donc donner une attention particulière aux sollicitations activant au moins quatre rangées de boulons. Il se peut également qu'une rangée tendue devienne comprimée lors du chargement, c'est pourquoi il faudra également vérifier l'augmentation du cisaillement durant tout le chargement.

4.3 Étude paramétrique

Le modèle mécanique est maintenant validé. Les lois utilisées lors des différentes analyses étaient des lois bi-linéaires équivalentes à celles proposées dans les normes. Cependant, ce type de loi n'offre pas d'informations sur la résistance élastique des composantes, et limite la précision du domaine non-linéaire des courbes moment-rotation.

C'est pourquoi une étude paramétrique va être réalisée afin d'analyser l'influence du changement de précision des lois de comportement. Des lois tri-linéaires et multi-linéaires seront étudiées ici. Le cas test utilisé pour cette comparaison est le premier (point 4.1), étant donné que celui-ci montre un comportement non-linéaire plus important que le second. Ce dernier présente le désavantage d'avoir des lois de ressorts équivalents extrêmement non-linéaires à cause de la proximité des résistances des composantes. En effet, comme détaillé au point 3.2.2, il est obligatoire de faire varier légèrement (environ 1N) les résistances des composantes d'une rangée si celles-ci sont égales. Ceci conduit donc à une loi comportant de nombreux tronçons. Or, ce nombre est limité dans *Finelg* et est dépassé si des lois multi-linéaires sont considérées pour les composantes.

Une étude sur l'influence de la prise en compte de l'écroûissage dans les lois de comportement sera également réalisée.

4.3.1 Lois tri-linéaires et multi-linéaires

La comparaison entre les courbes moment négatif-rotation obtenues en utilisant des lois bi-linéaires et tri-linéaires est reprise à la figure suivante :

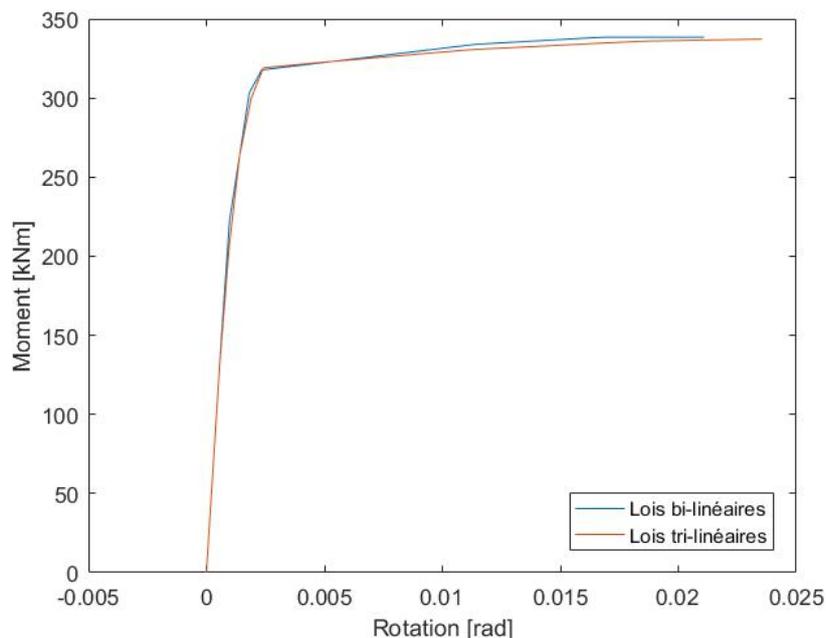


FIGURE 4.30 – Comparaison des graphes moment négatif-rotation

On observe que les différences entre les deux approches sont presque inexistantes. On distingue légèrement que le domaine élastique est plus restreint lorsque des lois tri-linéaires sont utilisées. En effet, ces lois prennent en compte les résistances élastiques des composantes contrairement aux lois bi-linéaires pour lesquelles elles restent élastiques jusqu'à l'atteinte de la résistance plastique. Une autre différence est visible au niveau de la capacité en moment de flexion maximale. Celle-ci est atteinte pour des déplacements supérieurs dans le cas des lois tri-linéaires. De nouveau, ceci est logique étant donné que le déplacement nécessaire pour atteindre le palier plastique d'une loi tri-linéaire est supérieur à celui requis dans le cas de lois bi-linéaires à cause de la perte de rigidité lors de l'atteinte de la résistance élastique.

Pour le cas d'un moment positif, les courbes suivantes sont obtenues :

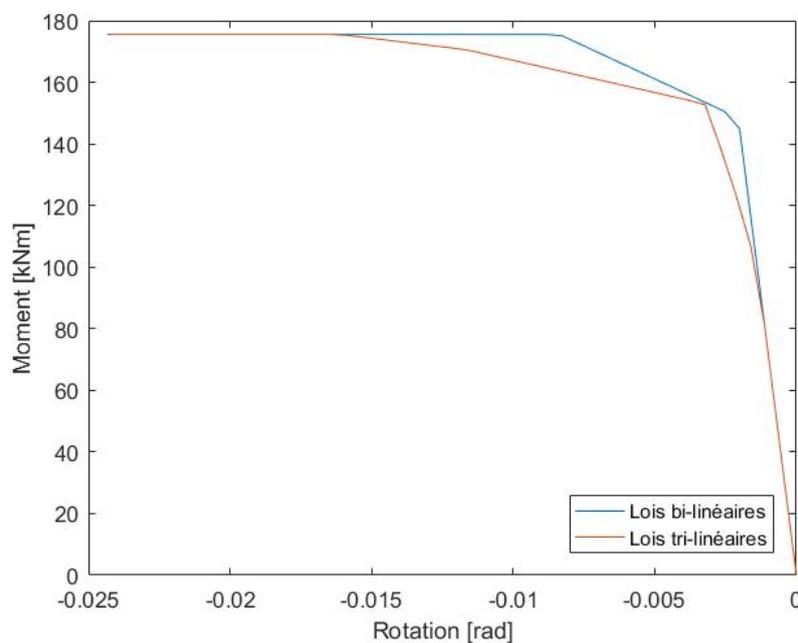


FIGURE 4.31 – Comparaison des graphes moment positif-rotation

Dans ce cas-ci, le changement de loi est beaucoup plus impactant. Le domaine élastique est plus réduit et la résistance plastique est atteinte pour une rotation beaucoup plus grande. Les différences sont ici plus marquées car l'assemblage est moins raide en rotation sous cette sollicitation. Les déplacements sont donc plus importants pour un même différentiel de moment de flexion.

L'utilisation de lois tri-linéaires influe donc plus ou moins significativement la réponse de l'assemblage en fonction de la rigidité en rotation de celui-ci. Il est donc bon de se demander quelle est l'influence de la considération de lois multi-linéaires. La comparaison avec les lois tri-linéaires est effectuée sur la figure suivante dans le cas d'un moment négatif :

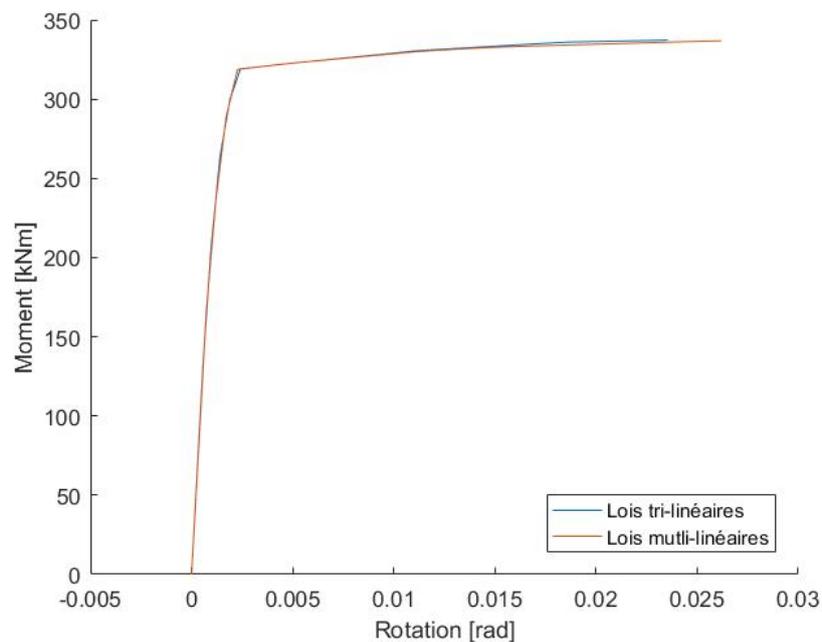


FIGURE 4.32 – Comparaison des graphes moment négatif-rotation

Les différences observées ici ne résident plus que dans la rotation nécessaire pour arriver au moment maximal pouvant être repris par l'assemblage. Celui-ci est une nouvelle fois plus important que lorsque des lois tri-linéaires sont considérées, pour les mêmes raisons que décrites précédemment.

Dans le cas d'un moment positif, la courbe obtenue est la suivante :

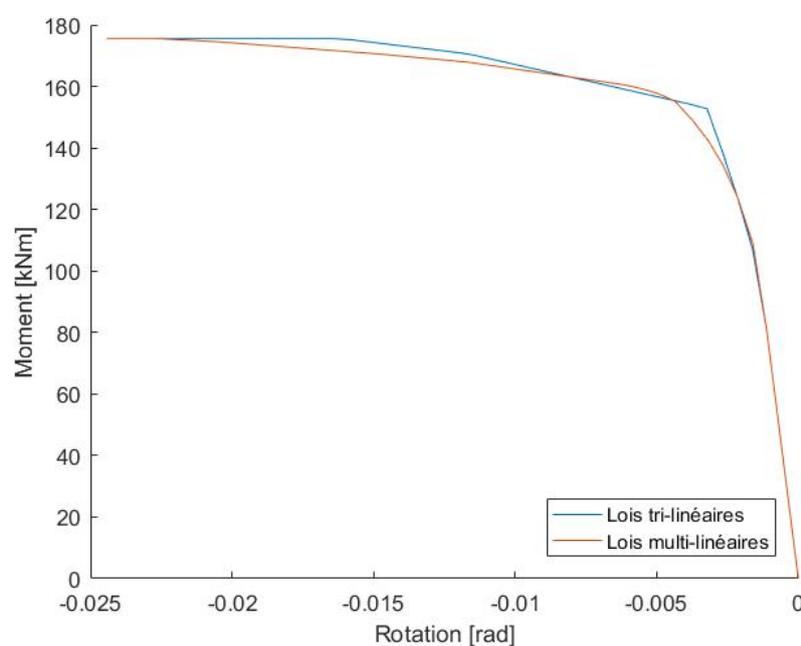


FIGURE 4.33 – Comparaison des graphes moment positif-rotation

Le domaine élastique est équivalent aux résultats obtenus en considérant des lois tri-linéaires pour les composantes. Le domaine non-linéaire est assez proche également mais une nouvelle fois, la rotation nécessaire pour atteindre la résistance plastique est plus importante.

La conclusion de toutes ces analyses est que l'augmentation du degré de non-linéarité des différentes courbes permet l'augmentation de la précision du résultat. Considérer des lois tri-linéaires et non-linéaires impliquera une meilleure précision du domaine élastique et non-linéaire ainsi que du déplacement lié à l'atteinte du palier plastique. Dans tous les cas, la résistance de l'assemblage est équivalente. Ce choix n'influe donc pas les états limites ultimes. Par contre, plus les lois de comportement des composantes sont précises, plus la rotation est importante avant d'atteindre la résistance maximale. Cela peut donc être impactant pour les états limites de service. Concernant la ductilité, ce choix n'aura pas d'influence sur la résistance étant donné que ce paramètre n'entre en compte que lorsque une rangée atteint sa capacité maximale. La rotation avant d'atteindre le déplacement maximal des rangées sera par contre augmentée de la même façon que montré dans les figures précédentes.

4.3.2 Lois multi-linéaires avec écrouissage

Pour finir, la considération d'un dernier type de loi peut être analysée. Il s'agit des lois multi-linéaires prenant en compte le phénomène d'écrouissage, offrant aux composantes une rigidité résiduelle après l'atteinte du palier plastique. Ceci offre une résistance plus élevée de celles-ci et permet d'obtenir le comportement ultime de l'assemblage.

La rigidité d'écrouissage de chaque composante peut être calculée grâce à l'approche présentée dans [9] :

$$k_{st} = \frac{E_{st}}{E} \cdot k_i \quad (4.5)$$

Où $E_{st}=E/50$, k_i est la rigidité initiale de la composante i et E est le module de Young du matériau.

Les résistances individuelles et de groupe des composantes sont obtenues par *CoP* en modifiant la valeur de la nuance d'acier utilisée dans les calculs de $f_y = 235MPa$ à $f_u = 360MPa$. La caractérisation multi-linéaire s'effectue de la même façon que décrite au point 3.2.2. La seule différence réside dans la modification de la résistance des composantes et groupes ainsi que dans l'ajout d'une rigidité au palier plastique, jusqu'à un nouveau palier situé à la résistance ultime.

La nouvelle loi de comportement des composantes est représentée à la figure suivante :

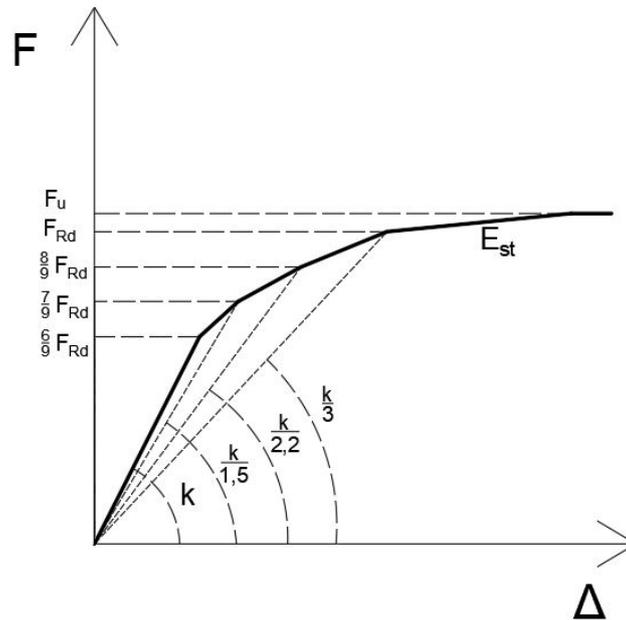


FIGURE 4.34 – Loi de comportement multi-linéaire avec écrouissage

La validité du modèle mécanique étant déjà établie, seule l'influence de la prise en compte du phénomène d'écrouissage sera discutée ici.

En comparant les résultats recueillis avec des lois tri-linéaires avec et sans écrouissage, le graphe suivant est obtenu dans le cas d'un moment négatif.

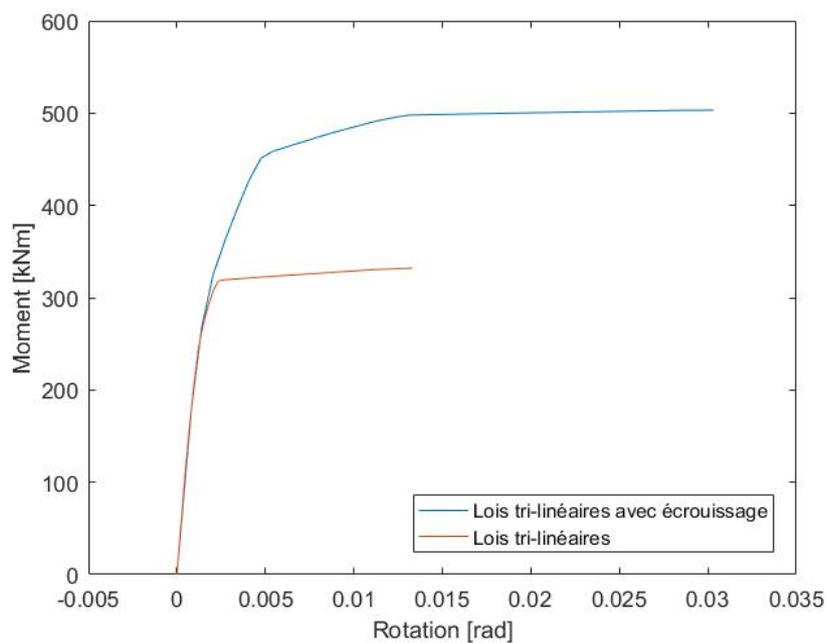


FIGURE 4.35 – Comparaison des graphes moment-rotation

La prise en compte de l'écroûissage montre que la résistance est augmentée de façon assez conséquente. En effet, dans le cas d'un moment positif, la ruine est atteinte lorsque toutes les rangées ont plastifié et non lorsque la rangée comprimée atteint sa résistance. C'est donc dans ce cas de ruine que l'augmentation du moment résistant sera la plus élevée. La rotation nécessaire pour atteindre cette résistance est cependant très importante mais l'assemblage garde une rigidité assez élevée jusqu'à un moment assez élevé par rapport à la courbe obtenue en considérant des lois classiques.

Le graphe précédent montre le gain de résistance obtenu en tenant compte du phénomène d'écroûissage. Comme expliqué, ce gain peut varier en fonction du mode de ruine. Le diagramme M-N peut donc être tracé pour observer cette variation.

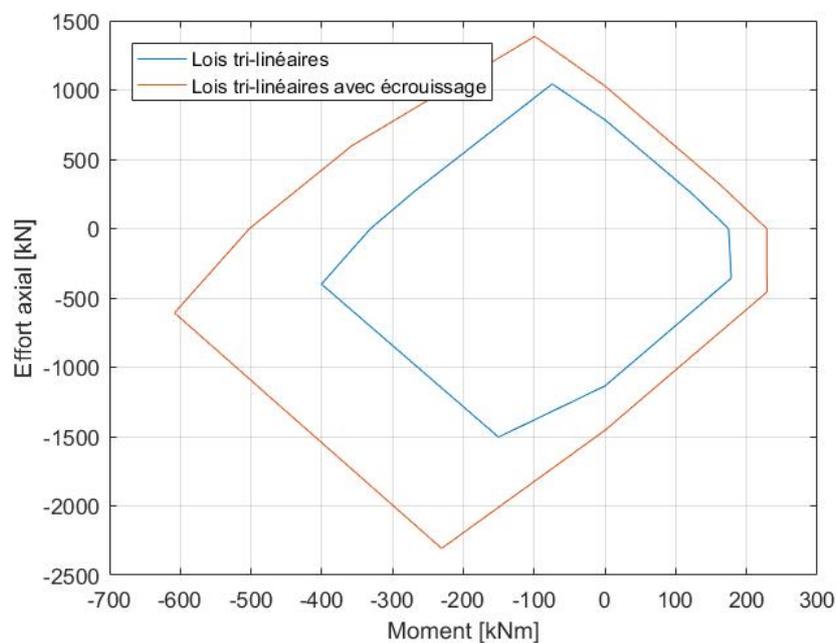


FIGURE 4.36 – Interaction M-N avec et sans écroûissage

Comme montré sur cette figure, le gain de résistance est plus important pour des cas de chargement impliquant du moment négatif. En effet, ceux-ci impliquent qu'une grande partie des rangées atteignent leur résistance ultime avant que la rangée en compression n'ait atteint la sienne. Pour du moment positif, la ruine est généralement atteinte par un excès de compression dans la rangée comprimée, avant que toutes les autres rangées ne plastifient. Il y a donc moins de gain de résistance dû au phénomène considéré. Ceci est observé car l'assemblage est composé d'un raidisseur localisé dans la continuité de la semelle inférieure. Si celui-ci n'était pas présent, le phénomène décrit précédemment aurait été moins perceptible, mais toujours présent étant donné que sous moment positif, un nombre plus réduit de rangées de boulons participe à la résistance de l'ensemble.

Le comportement réel des assemblages inclut ce phénomène, ce qui est bénéfique car la rotation réelle de celui-ci sera moindre que celle prédite par les calculs réalisés à l'aide de lois classiques. L'atteinte de la résistance ultime sera obtenue avec une rotation très importante, ce qui n'est pas possible à prendre en compte pour des calculs visant à déterminer la résistance de l'assemblage sous des chargements classiques. Or, cette prise en compte peut être très utile lors de calculs considérant des chargements exceptionnels. En effet, dans ces cas là, les états limites de service ne sont pas à prendre en compte car le plus important est que l'élément résiste à la sollicitation considérée. La résistance ultime peut donc être utilisée pour vérifier les éléments soumis à de tels chargements, afin d'éviter un surdimensionnement trop important des éléments dû à la prise en compte de la robustesse.

4.4 Conclusions

L'analyse des deux cas test a montré que le modèle mécanique permet une bonne représentativité du comportement réel de l'assemblage, que ce soit en termes de résistance ou de rigidité initiale, avec ou sans prise en compte de la ductilité des composantes. En effet, les résultats théoriques et numériques concordent assez bien même si quelques légères différences sont à noter.

Premièrement, le modèle numérique simule des rigidités infinies par des valeurs finies très grandes, ce qui modifie légèrement les rigidités initiales. De plus, la partie "panneau d'âme cisailé" de l'assemblage n'est pas prise en compte dans le modèle mécanique, ce qui amène une forte différence lorsque cette composante n'est pas infiniment rigide. Ceci était par ailleurs prévu et devra être amélioré dans l'avenir.

Ensuite, la prise en compte de la ductilité offre une précision limitée étant donné que celle-ci est traitée a posteriori de l'analyse non-linéaire par *Finelg*. Ceci peut donc parfois modifier de manière non-négligeable les résultats en fonction de l'incrément de charge lié au multiplicateur atteint lors du dépassement du déplacement maximal du ressort équivalent.

Il a été remarqué que la considération de la résistance à l'effort tranchant serait également en mesure d'impacter les charges maximales que l'assemblage pourrait reprendre. En effet, il est possible que celle-ci soit atteinte sans que la capacité à l'interaction M-N ne soit à son maximum.

Enfin, la considération de lois plus détaillées peut également impacter assez fortement le comportement de l'assemblage en fonction de sa rigidité. Si celle-ci est élevée, les différences sont assez minimes mis à part concernant la rotation nécessaire pour atteindre la résistance maximale. Si celle-ci est faible, la différence d'importance de la zone élastique est plus élevée et le domaine non linéaire plus précis, en plus de l'augmentation de la rotation à la ruine. Considérer ces lois peut donc être impactant vis-à-vis des états-limites de service. La prise en compte de l'écroutissement peut également être intéressant pour le calcul de robustesse des structures.

5 Conclusions générales

Le traitement de la résistance des assemblages sous une sollicitation combinant du moment de flexion et de l'effort axial est actuellement abordé assez sommairement dans les normes. Plusieurs modèles mécaniques ont été développés mais ceux-ci ne prennent pas en compte tous les phénomènes pouvant y apparaître. Ce mémoire s'inscrit dans la continuité de l'étude portant sur l'amélioration des modèles mécaniques à ressorts par l'intégration des effets de groupe dans ceux-ci [6]. Il a en effet été amélioré afin de généraliser leur prise en compte ainsi que d'intégrer le traitement de la ductilité des composantes et de la résistance à l'effort tranchant, dans le but de finaliser l'étude de la partie "attache" de l'assemblage. Pour ce faire, plusieurs étapes ont été nécessaires.

Premièrement, le schéma général sur lequel se base ce travail a été adapté afin que celui-ci puisse prendre en compte un plus large ensemble d'assemblage. Cette amélioration consiste principalement en une démultiplication des rangées de ressorts en fonction du nombre de rangées tendues et donc de groupes à intégrer au modèle mécanique. Celui-ci a ensuite été ré-agencé afin de permettre une implémentation numérique plus aisée.

Ensuite, deux routines *Matlab* ont été développées afin d'automatiser la construction numérique du nouveau modèle mécanique et de traiter les résultats obtenus via l'analyse non-linéaire. La première étape fut le rassemblement des données essentielles via une feuille *Excel*. La seconde consistait au traitement de ces données afin de paramétrer le modèle pour son intégration dans *Finelq*. Ceci a demandé la construction des lois de comportement des ressorts équivalents de chaque rangée, ainsi que celles des patins modélisant les effets de groupe. Des contraintes linéaires ont également dû être intégrées afin d'imposer le respect des liaisons entre les différentes rangées ainsi que l'égalité des déplacements des ressorts équivalents. Les noeuds, éléments et supports ont ensuite été définis avant de terminer par l'introduction des séquences de chargement, déterminées en fonction de problèmes numériques pouvant apparaître lors de la résolution non-linéaire. Ceci a permis la construction d'un fichier de données relatif au modèle mécanique de la configuration considérée. La dernière étape fut le traitement des données, permettant la construction du diagramme de résistance à l'interaction moment de flexion-effort normal, la prise en compte de la ductilité ainsi que le calcul de la résistance à l'effort tranchant.

Enfin, le modèle mécanique a été vérifié au travers de deux cas tests, qui ont permis sa validation au niveau des rigidités initiales, résistances et schémas de ruine avec et sans prise en compte de la ductilité des composantes. Il a par ailleurs été remarqué que certains points manquaient encore de précision comme par exemple la charge pour laquelle le déplacement maximal est atteint, ou bien encore la résistance à l'effort tranchant, calculé dans le cas le plus sécuritaire. Ceci a donc permis d'achever l'étude de la partie "attache" de l'assemblage.

6 Perspectives

Dans l'avenir, le modèle développé dans ce mémoire pourra être amélioré. Il devra en effet intégrer la partie "âme de colonne cisailée" de l'assemblage, qui aura une influence non négligeable sur la rigidité initiale de celui-ci comme cela a été montré précédemment. La prise en compte de l'interaction entre les composantes et de la hauteur de l'âme de colonne vont également impacter les résultats obtenus.

Comme expliqué en conclusion, certains points peuvent également être améliorés. En effet, la prise en compte de la ductilité peut entraîner des imprécisions sur les résultats obtenus. La résistance à l'effort tranchant pourrait également être vérifiée tout au long du chargement afin d'être sûr que celui-ci ne soit dépassé à aucun moment, et également être calculé plus précisément en fonction de l'effort axial présent dans les rangées de boulons tendus.

Ce mémoire poursuit donc l'amélioration des techniques de calcul des assemblages. La représentation de leur comportement est passée, grâce aux récentes études, d'un critère d'interaction peu précis à des modèles de plus en plus fidèles au comportement réel, que ce soit au travers de représentations analytiques ou numériques. Ce travail a permis une avancée dans cette dernière, au travers de l'intégration des effets de groupe, de la ductilité des composantes et de la résistance à l'effort tranchant. Celui-ci doit maintenant être amélioré afin d'offrir un modèle de caractérisation du comportement précis des assemblage complet.

Références

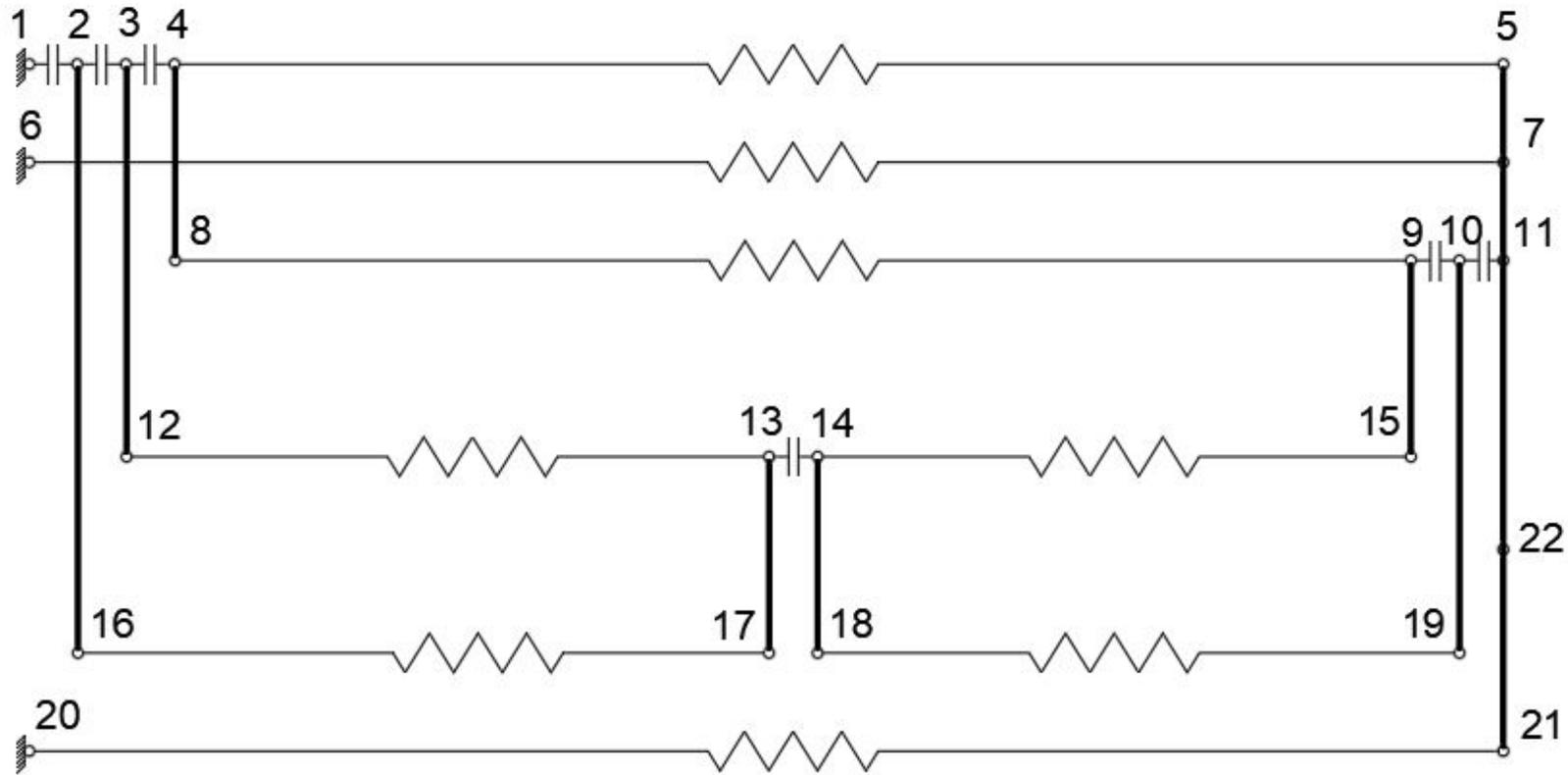
- [1] DEMONCEAU J-F, JASPART J-P *Cours de structures métalliques et mixtes acier-béton*, Université de Liège, 2019.
- [2] *EN 1993-1-8 Eurocode 3 : Calcul des structures en acier - Partie 1-8 : Calcul des assemblages*, CEN, Bruxelles, 2005.
- [3] *EN 1994-1-1 Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier-béton - Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments*, CEN, Bruxelles, 2005.
- [4] JASPART J-P, WEYNAND K, *Design of joints in steel and composite structures*, ECCS Eurocode Design Manual, Wiley, Ernst & Sohn, 2016.
- [5] DEMONCEAU J-F, CERFONTAINE F, JASPART J-P, *Resistance of steel and composite connections under combined axial force and bending including group effects : analytical procedures and comparison with laboratory tests*, Journal of Constructional Steel Research, Volume 160, Pages 320-331, Septembre 2019.
- [6] DEMONCEAU J-F, CORMAN A, JASPART J-P, *Mechanical model for steel connection response including group effects*, Université de Liège, 2020.
- [7] *FINELG : Non-linear finite element analysis program*, User's manual, Version 9.0, BE Greisch & Université de Liège, 2003.
- [8] CERFONTAINE F, *Etude de l'interaction entre moment de flexion et effort normal dans les assemblages boulonnés*, Thèse de doctorat, Université de Liège, 2004.
- [9] JASPART J-P, MAQUOI R, *Prediction of the semi-rigid and partial-strength properties of structural joints*, Proceedings of the SSRC Annual technical Session and Meeting, Pages 320-331, Juin 1994.

Appendices

A Modèles mécaniques

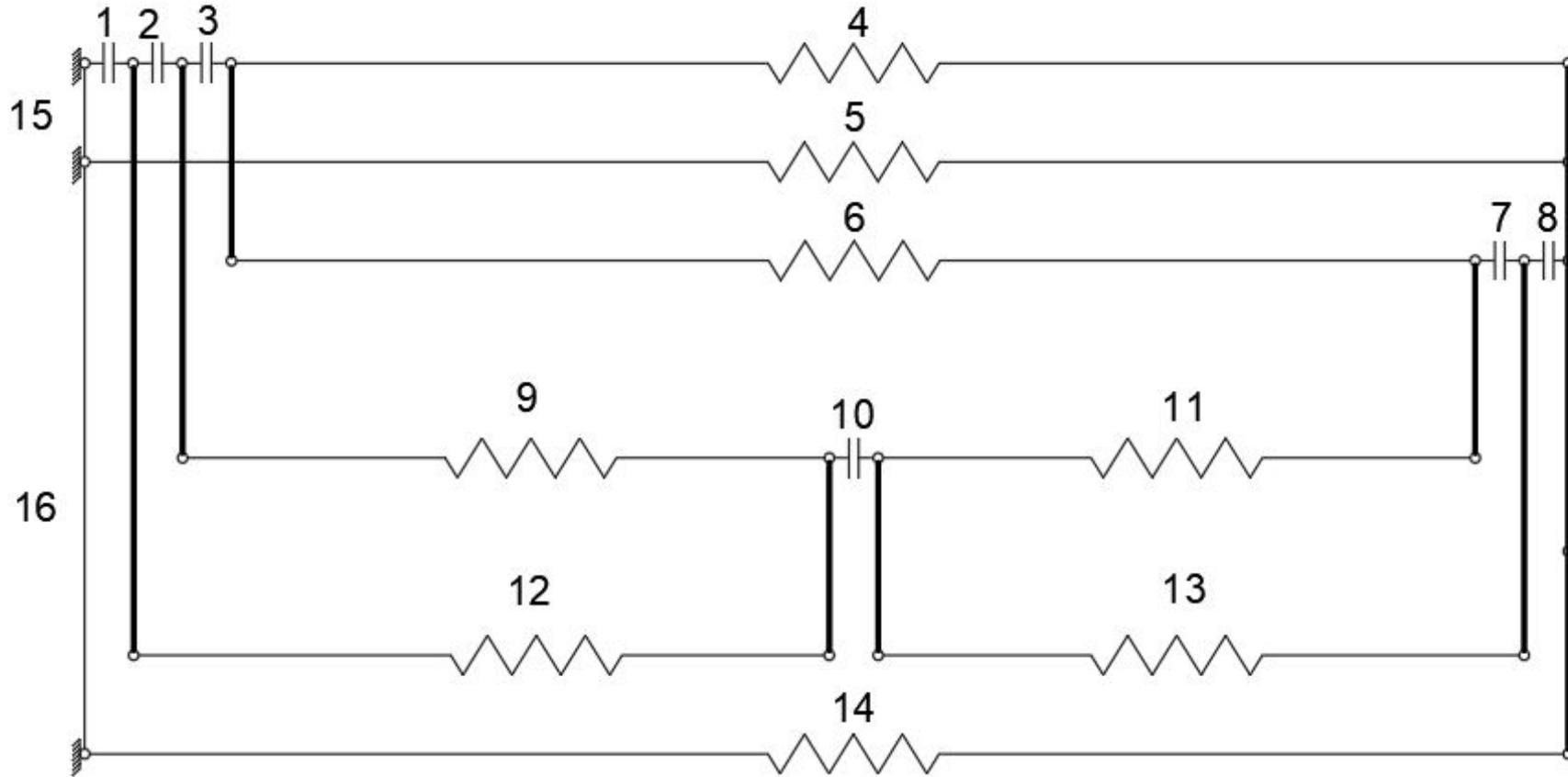
A.1 Premier cas test

A.1.1 Noeuds



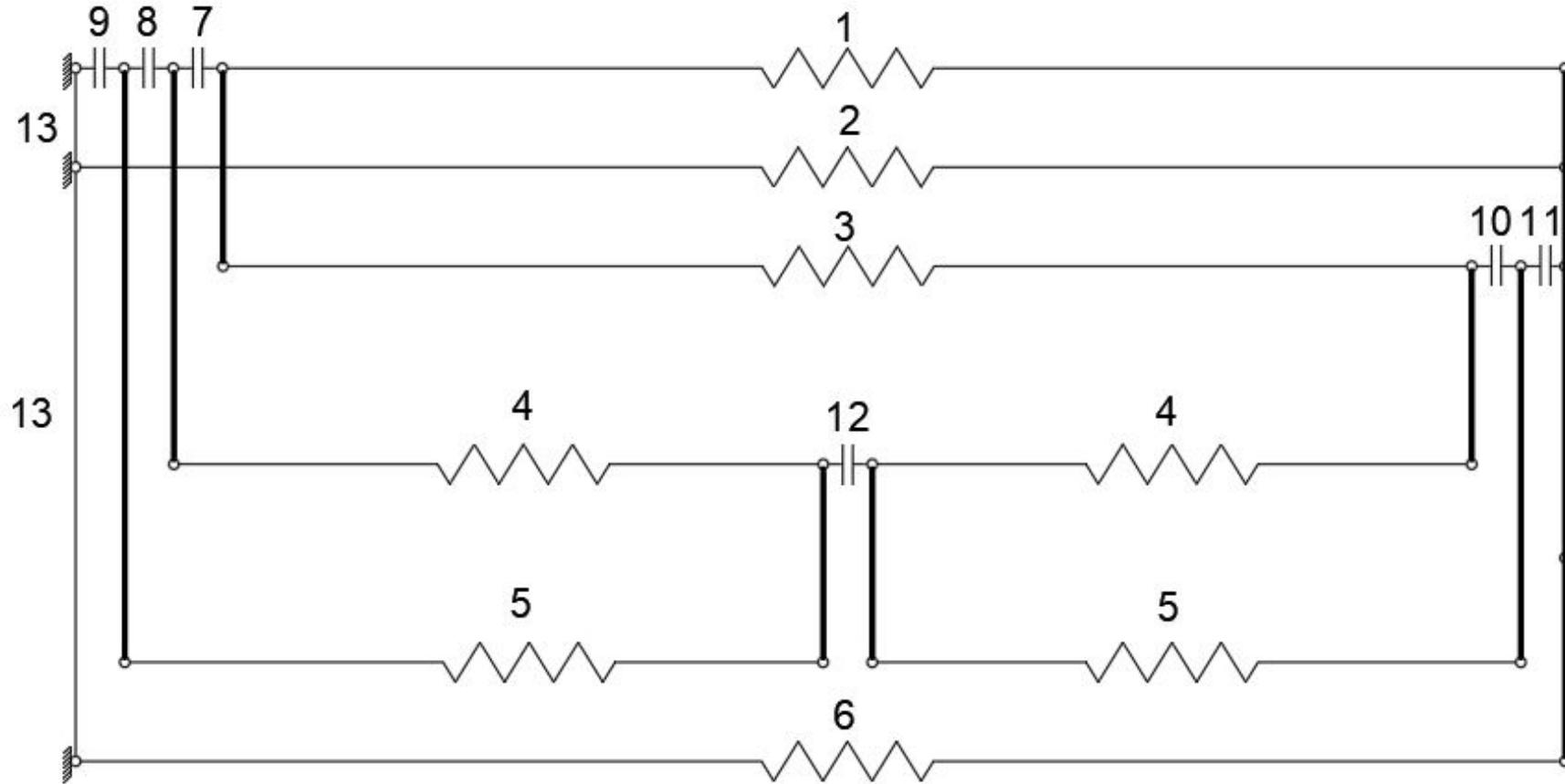
Noeuds 23 à 26 : noeuds fictifs

A.1.2 Éléments



- Elem 17 à 19 : contraintes linéaires groupes 1 à i
- Elem 20 : contraintes linéaires groupes j à i ($j > 2$)
- Elem 21 à 22 : contraintes linéaires groupes 2 à i
- Elem 23 à 25 : contraintes linéaires élément "Bernouilli"
- Elem 26 à 27 : contraintes linéaires pour déplacements égaux

A.1.3 Lois de comportement



Loi 14 : contraintes linéaires groupes 1 à i

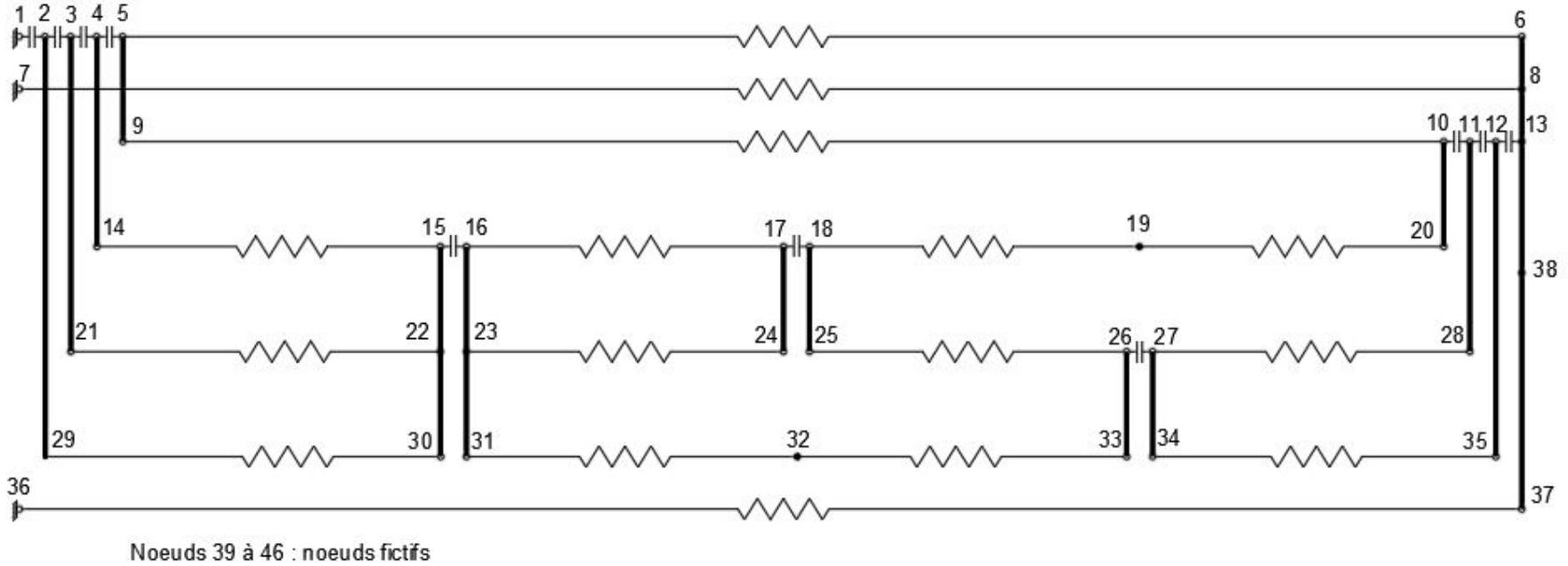
Loi 15 : contraintes linéaires groupes j à i ($j > 2$) et pour déplacements égaux

Lois 16 à 17 : contraintes linéaires groupes 2 à i

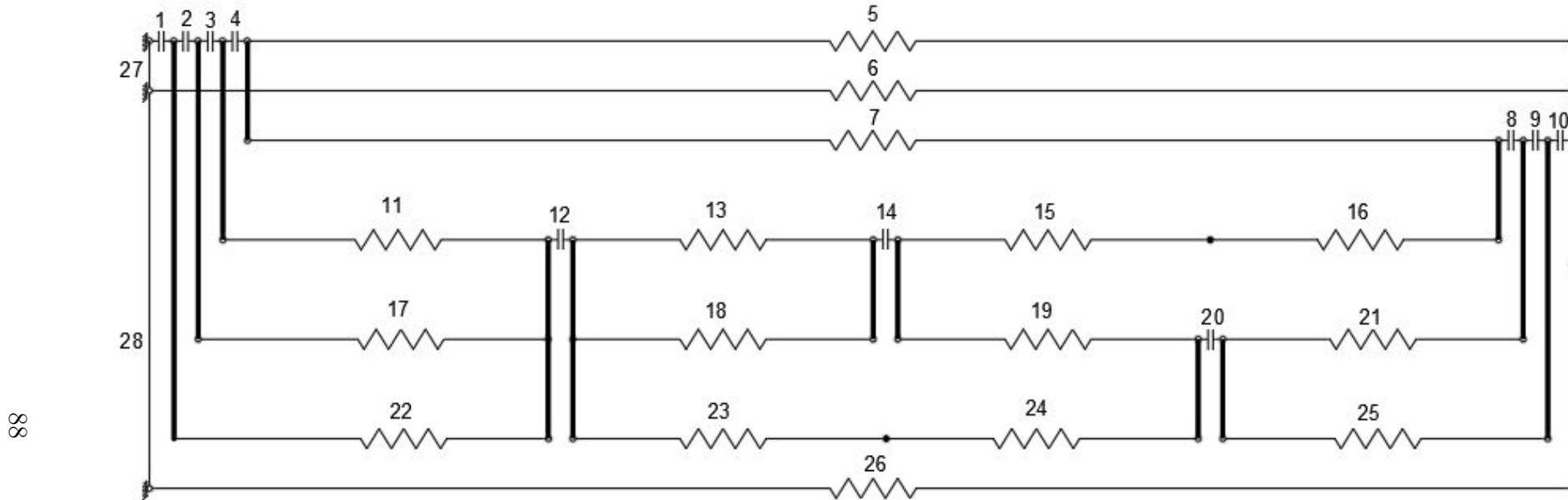
Lois 18 à 20 : contraintes linéaires élément "Bernouilli"

A.2 Second cas test

A.2.1 Noeuds

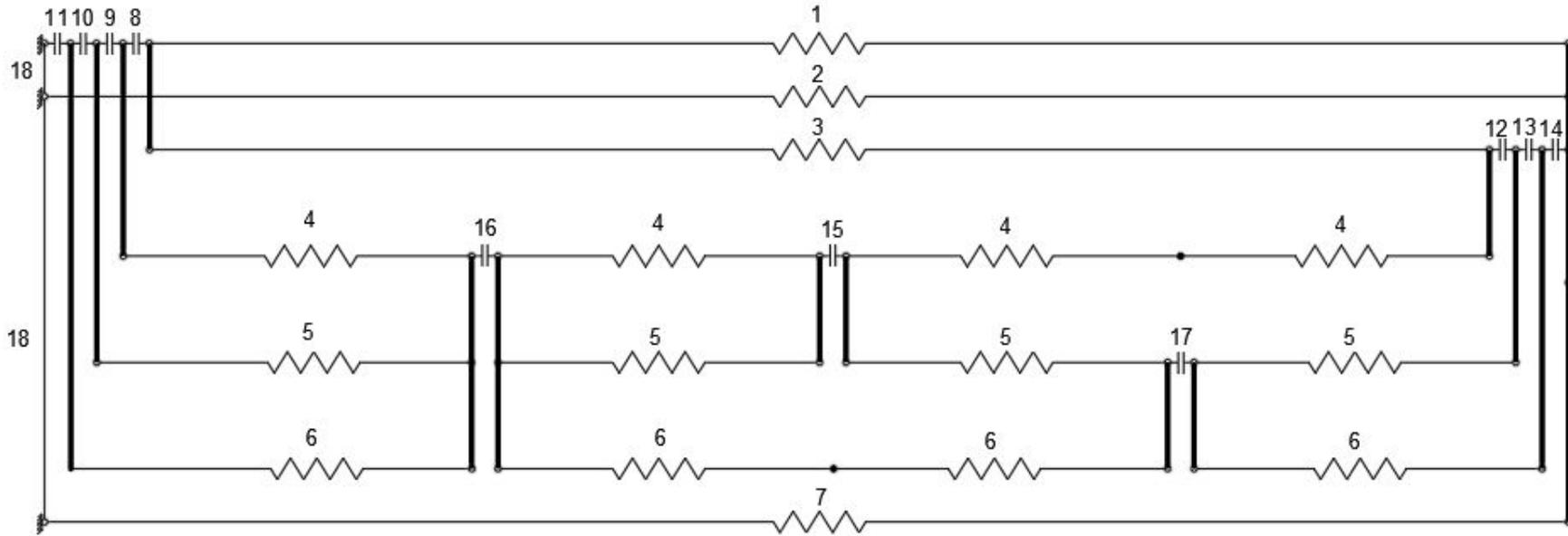


A.2.2 Éléments



- Elem 29 à 32 : contraintes linéaires groupes 1 à i
- Elem 33 à 36 : contraintes linéaires groupes j à i ($j > 2$)
- Elem 37 à 39 : contraintes linéaires groupes 2 à i
- Elem 40 à 42 : contraintes linéaires élément "Bernoulli"
- Elem 43 à 51 : contraintes linéaires pour déplacements égaux

A.2.3 Lois de comportement



- Loi 19 : contraintes linéaires groupes 1 à i
- Loi 20 : contraintes linéaires groupes j à i ($j > 2$) et pour déplacements égaux
- Lois 21 à 23 : contraintes linéaires groupes 2 à i
- Lois 24 à 26 : contraintes linéaires élément "Bernoulli"