
Travail de Fin d'Etudes : Analyse des pressions de vent sur les éléments de façade

Auteur : Bourcy, Carole

Promoteur(s) : Denoel, Vincent

Faculté : Faculté des Sciences appliquées

Diplôme : Master en ingénieur civil des constructions, à finalité spécialisée en "civil engineering"

Année académique : 2019-2020

URI/URL : <http://hdl.handle.net/2268.2/9100>

Avertissement à l'attention des usagers :

Tous les documents placés en accès ouvert sur le site le site MatheO sont protégés par le droit d'auteur. Conformément aux principes énoncés par la "Budapest Open Access Initiative"(BOAI, 2002), l'utilisateur du site peut lire, télécharger, copier, transmettre, imprimer, chercher ou faire un lien vers le texte intégral de ces documents, les disséquer pour les indexer, s'en servir de données pour un logiciel, ou s'en servir à toute autre fin légale (ou prévue par la réglementation relative au droit d'auteur). Toute utilisation du document à des fins commerciales est strictement interdite.

Par ailleurs, l'utilisateur s'engage à respecter les droits moraux de l'auteur, principalement le droit à l'intégrité de l'oeuvre et le droit de paternité et ce dans toute utilisation que l'utilisateur entreprend. Ainsi, à titre d'exemple, lorsqu'il reproduira un document par extrait ou dans son intégralité, l'utilisateur citera de manière complète les sources telles que mentionnées ci-dessus. Toute utilisation non explicitement autorisée ci-avant (telle que par exemple, la modification du document ou son résumé) nécessite l'autorisation préalable et expresse des auteurs ou de leurs ayants droit.



UNIVERSITÉ DE LIÈGE
FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES

**Analyse des pressions de vent
sur les éléments de façade**

En vue de l'amélioration de la compréhension de la corrélation spatiale

Travail de fin d'études réalisé en vue de l'obtention du
grade de master "Ingénieur Civil des Constructions" par

Bourcy Carole

Promoteur :
Denoël Vincent

Jury :
Andrianne Thomas
Duchêne Yves
Rigo François

Année académique 2019-2020

Analyse des pressions de vent sur les éléments de façade

En vue de l'amélioration de la compréhension de la corrélation spatiale

Carole Bourcy

Promoteur : V. Denoël
Master en ingénieur civil des constructions, Université de Liège
Année académique 2019-2020

Résumé

Une nouvelle génération d'immeubles élevés se dresse à l'échelle mondiale. Chaque nouveau projet relève les défis associés à la grande hauteur. La conception des éléments de façade nécessite la détermination des facteurs de pointe et des pressions extrêmes. Les mesures en soufflerie sont un procédé pour évaluer les pressions induites sur les façades par le vent. L'augmentation de la précision des instruments de mesure permet de pointer des pics locaux de pression fortement négative. Bien que négligeables en terme d'échelle spatiale par rapport à l'ensemble de la structure, ces effets impulsions ne peuvent être omis dans le cadre de la conception structurelle.

La pression du vent sur les éléments de façade peut s'avérer fortement non-gaussienne et met en évidence différents modes. Rigo et al. (2018) proposent une méthode de décomposition des différentes contributions du flux de vent basée sur le *mixture model* (Cook, 2016). L'évaluation du facteur de pointe en séparant les modes permet de sélectionner le processus d'intérêt dans la queue de la distribution. Il permet de procéder à l'étude statistique sur les modes décomposés.

La valeur de dimensionnement équivaut à la résultante des pressions du vent sur les surfaces. Lawson (1980) définit une méthodologie pour calculer la pression moyenne surfacique en filtrant la pression locale à l'aide d'un filtre à moyenne mobile de période $T = KL/V$. Amerio (2017) présente une étude exhaustive des effets des pressions de vent. Il propose de trouver une méthodologie pour évaluer ce coefficient K. Cependant, les résultats et l'équation TVL ne transcrivent pas une situation identique.

Ce mémoire propose une vue plus détaillée des effets des pressions de vent sur les éléments de façade. Pour cela, l'estimation des facteurs de pointe se fait en séparant les différentes contributions du vent et en travaillant localement sur les modes d'intérêt puis globalement sur toute la structure. La principale contribution du document est d'identifier la corrélation spatiale sur les phénomènes rapides du vent et de quantifier l'étendue spatiale de ceux-ci. Ce travail a pour but d'approfondir et de prendre part à l'amélioration des connaissances sur le comportement spatial des pressions de vent sur les éléments de façade.

Mots-clés : Pression de vent - Facteur de pointe - Non-gaussien - Soufflerie - Corrélation spatiale

Analysis of wind pressure on facade elements

With a view to improving the understanding of spatial correlation

Carole Bourcy

Supervisor : V. Denoël

Master's degree civil engineer in construction, University of Liège

Academic year 2019-2020

Abstract

A new generation of high buildings is erecting worldwide. Each project takes up the challenges linked to the height. The design of facade elements requires the determination of peak factors and extreme pressures. Wind Tunnel measurements are a method to estimate the wind pressures working on the frontages. The increased precision of the measuring instruments makes the local data of strongly negative pressure possible. Although negligible in terms of spatial scale compared to the entire structure, these impulse effects cannot be omitted in the context of the structural design.

Wind pressures on the frontage elements can prove to be strongly non-gaussian and highlight different modes. Rigo et al. (2018) offer a method to break down the different contributions of wind flow based on the mixing model (Cook, 2016). The assessment of peak factors by separating the modes enables to select the process of interest in the distribution tail. It allows to carry out the statistical study on the decomposed modes.

Design value is equivalent to the result of wind pressures on the surfaces. Lawson (1980) defines a methodology to evaluate the average surface pressure by filtering the local pressure using a moving average filter of period $T = KL/V$. Amerio (2017) presents an exhaustive study of the effects of wind pressures. He suggests a method to evaluate this coefficient K. However, the results and the TVL equation do not transcribe an identical situation.

This master thesis suggests having a more detailed view of the effects of wind pressures on the facade elements. For this, the estimation of peak factors is done by separating the different wind contributions and by working locally on the interesting modes then globally on the entire structure. The main contribution of the document is to identify the spatial correlation on the fast wind phenomena and to quantify the spatial extent of these. This work aims to deepen and take part in the improvement of knowledge on the spatial behaviour of wind pressures on the facade elements.

Keywords : Wind pressure - Peak factor - Non-gaussian - Wind tunnel - Space correlation

Remerciements

Ce mémoire clôture mon parcours de cinq années de Master en ingénieur civil des constructions. J'exprime mes remerciements à tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Mes remerciements vont spécialement à mon promoteur Monsieur Vincent Denoël qui m'a encadrée tout le long de ce mémoire. Je voudrais lui exprimer ma reconnaissance pour ses conseils avisés et ses pistes d'analyse durant nos conversations.

Je souhaite remercier Monsieur François Rigo qui a pris part à nos réunions. Il a partagé ses connaissances et expériences dans ce domaine, ses remarques m'ont été précieuses.

Je témoigne toute ma gratitude à Monsieur Yves Duchêne et Monsieur Thomas Andrianne pour le temps qu'ils m'ont accordé en acceptant d'être dans le jury de ce mémoire.

Un merci est également adressé à Nicolas Blaise qui a réalisé les mesures à la soufflerie de l'université de Liège présentées dans ce mémoire.

Finalement, je remercie ma famille et mes amis pour le soutien durant ce travail et tout au long de mes études.

Un grand merci à Liliane Lhote pour ses conseils de rédaction.

Bastogne, le 8 juin 2020
Carole Bourcy

Table des matières

1	Introduction	1
2	Cas étudié : mesures en soufflerie	6
2.1	Conditions de l'essai en soufflerie	6
2.1.1	Modèle et échelle du modèle	6
2.1.2	Profil de vent	7
2.1.3	Calibration dynamique	8
2.2	Résultats	8
2.2.1	Traitement des résultats	8
2.2.2	Statistiques de rang 1	9
3	Étude statistique des pics de pression	11
3.1	Histogramme conjoint des coefficients de pression c_p	11
3.1.1	Méthodologie exploratoire	11
3.1.2	Études des histogrammes conjoints	15
1)	Étude de l'influence du type d'écoulement	15
2)	Étude de l'influence du placement des capteurs	22
3)	Évolution des coefficients de corrélation	26
3.1.3	Conclusions	32
3.1.4	Exemples complémentaires	34
3.2	Probabilité conjointe des coefficients de pression c_p	36
3.2.1	Modèle de mélange de deux gaussiennes conjointes	36
1)	Explication du modèle de mélange de deux gaussiennes conjointes	36
2)	Exemples	40
3.2.2	Modèle de mélange de quatre gaussiennes conjointes	46
1)	Explication du modèle de mélange de quatre gaussiennes conjointes	46
2)	Exemples	48
3.2.3	Analyse des coefficients de corrélation	51
4	Impact sur le design des structures	53
5	Conclusion	57
	Références	60

1 Introduction

Historiquement, des structures élevées sont érigées depuis l'Antiquité. Au Moyen Âge, davantage de bâtiments culminants sont construits pour pallier aux issues militaires. Ces constructions se déclinent en fortifications, tours d'observations, châteaux ou encore en édifices religieux. Certaines cathédrales peuvent déjà atteindre plus de cent mètres de haut grâce à leur flèche.

Au fil des époques, le développement des constructions est conditionné par plusieurs facteurs comme les matériaux disponibles et les techniques de construction. Ainsi, l'évolution de la métallurgie permet la réalisation d'ouvrages de grande hauteur. Le premier gratte-ciel voit le jour fin du XIX^e siècle aux États-Unis et plus particulièrement à Chicago. Cet immeuble s'inscrit dans le projet de reconstruction après l'incendie de la ville en 1871.

Par la suite se développent des bâtiments multi-étagés dont la conception repose sur une nouvelle approche liée à l'augmentation des prix des terrains et la volonté de concentration des activités économiques. La construction de l'Empire State Building en 1931 ponctue l'apogée de la conception des gratte-ciels. L'essor des buildings américains s'arrête à cause de la crise économique des années 1930 et peine à redémarrer après les deux guerres. L'Empire State Building détient le record du plus haut gratte-ciel du Monde jusqu'en 1973, détrôné par le World Trade Center.

Ce schéma se réitère ultérieurement. En effet, l'apogée économique des villes se traduit par l'apparition de bâtiments de grande hauteur qui s'en suit souvent d'une période de déclin durant laquelle la construction ralentit. Récemment, une vague de nouveaux projets de construction d'immeubles élevés se propage à l'échelle mondiale.

En Asie et au Moyen-Orient, des gratte-ciels émergent depuis plusieurs années. L'actuelle tour de tous les records, Burj Khalifa, se situe au centre de Dubaï. Dans la course aux exploits, cette structure pourrait être destituée par une tour de plus d'un kilomètre qui est en projet en Arabie Saoudite.

Présentement, chaque nouveau projet relève les défis associés à la grande hauteur. Aucune définition pour "bâtiment de grande hauteur" ne s'exprime en terme de valeur minimale de hauteur. Cependant, ces édifices peuvent être caractérisés au sens de l'ingénieur des structures comme une construction dont les efforts latéraux influencent la conception structurelle.

Pour ces projets d'envergure, les charges de vent sont prédominantes et critiques au vu de l'élévation du bâtiment. Une meilleure compréhension du comportement spatial des actions du vent sur les éléments de façade peut permettre une évaluation adéquate des charges de vent. Cette amélioration donne lieu à des économies pour les projets de grande ampleur. En effet, les éléments de façade représentent une partie conséquente du coût total de la construction. Pour des projets chiffrés en plusieurs millions d'euros, cela représente une économie potentielle non négligeable.

Selon Eurocode EN 1991-1-3 [11],

L'action du vent est représentée par un ensemble simplifié de pressions ou de forces dont les effets sont équivalents aux effets extrêmes du vent turbulent.

La conception des éléments de façade, en particulier les fixations de panneaux, l'épaisseur des vitrages, débute par la détermination des charges ou des résultantes de pression de vent. La définition des charges de vent nécessite l'estimation du facteur de pointe.

Deux possibilités d'estimation de pressions du vent existent : soit l'application des normes provenant des codes nationaux en vigueur, soit l'utilisation des résultats d'une campagne en soufflerie.

Les mesures en soufflerie sont une méthode prescrite par l'Eurocode et un procédé pour évaluer les pressions induites sur les façades par le vent. Elles permettent de mesurer la pression selon le temps aux points critiques. Cependant, l'interprétation des résultats expérimentaux pose problème dans le cas des enregistrements courts ou des données manquantes spatialement considérant un maillage grossier. En effet, l'augmentation de la précision des instruments de mesure permet de pointer des pics locaux de pression fortement négative. Bien que négligeables en terme d'échelle spatiale par rapport à l'ensemble de la structure, ces effets impulsionnels ne peuvent être omis dans le cadre de la conception structurelle pour assurer la sécurité tout en restant économique.

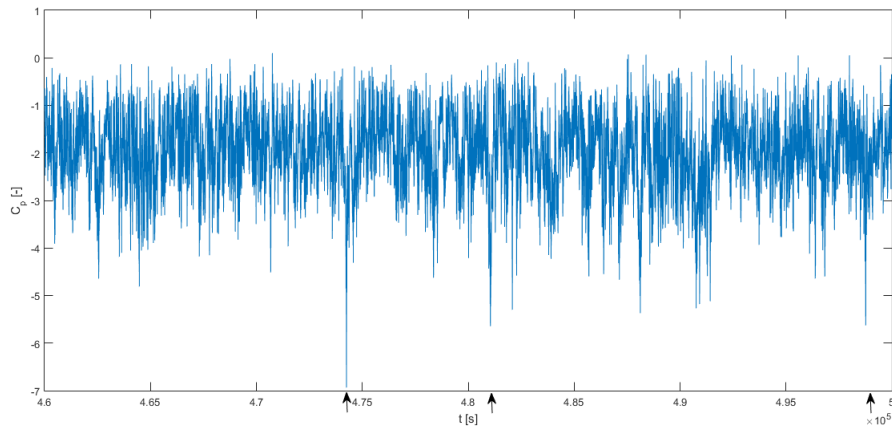


FIGURE 1 – Pics de pression négative enregistrés à la soufflerie de l'ULiège

Cet enjeu est d'autant plus important dans les zones critiques. En effet, dans les zones d'intérêt comme les arêtes et les cônes de détachement des tourbillons, les pressions de vent sont des caractéristiques non-gaussiennes.

Il existe deux méthodes pour estimer le facteur de pointe.

L'approche de l'Eurocode propose de segmenter les mesures en fenêtres de 10 minutes et identifier les valeurs extrêmes sur chaque échantillon. Ensuite, de réaliser des études statistiques. En effet, selon Eurocode EN 1991-1-3 [11],

Il convient de déterminer le facteur de pointe k_p , défini comme le rapport de la valeur maximale de la partie fluctuante de la réponse à son écart type, à partir de l'expression (B.4), illustrée à la Figure B.2.

$$k_p = \sqrt{2(\nu \cdot T)} + \frac{0.6}{\sqrt{2(\nu \cdot T)}} \text{ ou } k_p = 3 \text{ selon la plus grande distance} \quad (\text{B.4})$$

où

ν est la fréquence de franchissement donnée

T est la durée d'intégration de la vitesse moyenne du vent, $T = 600s$

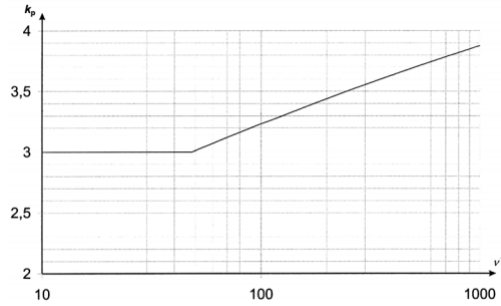


Figure B.2 — Facteur de pointe

FIGURE 2 – Facteur de pointe k_p (Eurocode EN 1991-1-3 [11])

Une seconde option consiste à utiliser un modèle pour les valeurs extrêmes *peak factor model*. L'estimation du facteur de pointe non-gaussien a été traitée par de nombreux travaux.

Le principe est de quantifier ce facteur via une méthode de traduction (*translation method*) (Grigoriu, 1984). Ce procédé utilise une transformation d'un processus gaussien sous-jacent en un processus non-gaussien.

Winterstein (1988) proposait d'appliquer au modèle classique de Davenport (1964) [9] le *Hermite polynomial model* pour estimer le facteur de pointe. Cependant, ce modèle n'était pas adapté en cas de pressions significativement non-gaussiennes. Pour pallier ce problème, des modèles plus avancés ont été développés (*modified Hermite model* (Tognarelli et al., 1997 [22]) ou *revised Hermite model* (Winterstein et al., 1994 [23])). Malgré cela, ils sont peu employés car ils demandent respectivement une résolution lourde et des conditions sur le skewness γ_3 et le kurtosis γ_4 .

Kareem et Zhao (1994) [13] utilisaient le *moment-based Hermite polynomial* pour caractériser la traduction du processus gaussien au non-gaussien. Kwon et Kareem (2011) [15] révisaient le *Hermite polynomial model* pour obtenir une méthodologie plus robuste.

Sadek et Simiu (2002) [21] modélisaient la série temporelle non-gaussienne en lui attribuant une fonction de distribution point par point de type Weibull ou Gamma.

La pression du vent sur les éléments de façade ou les toits des bâtiments peut s'avérer fortement non-gaussienne. Via l'étude des fonctions de densité de probabilité (PDF), il est possible de mettre en évidence différents modes. Ces pressions peuvent être analysées avec un *mixture model* (Cook, 2016 [8]). Rigo et al. (2018) [19] proposent une méthode de décomposition des différentes contributions du flux de vent en considérant des informations de rang plus élevé comme les auto-corrélations et des corrélations plus élevées (triple ou quadruple). Ils démontrent que la décomposition dans les modes sous-jacents permet de qualifier plus précisément les pressions extrêmes. L'évaluation du facteur de pointe en séparant les modes permet de sélectionner le processus d'intérêt dans la queue de la distribution.

Les modèles de mélange permettent de mettre en avant ces modes. C'est pourquoi cette option est développée dans ce travail. Elle permet de procéder à l'étude statistique sur les modes décomposés.

L'équivalence espace-temps des effets de vent a été validée par peu d'études expérimentales dans la littérature. En effet, le but principal est de définir une relation entre la durée des phénomènes et leur dimension spatiale. Même avec une bonne connaissance des zones critiques, l'évaluation d'une charge de vent extrême ponctuelle n'est pas reproductible. La conception des éléments de façade débute par la définition de la valeur de dimensionnement qui équivaut à la résultante des pressions du vent sur les surfaces. La quantité moyenne surfacique peut être évaluée en multipliant le spectre des pressions par la fonction admittance aérodynamique $\chi^2(n)$ (Holmes, 1997 [12]). Cette fonction dépend de la fréquence de fluctuation de pression n et de fonction de cohérence γ . Cependant, les conditions standard des essais et les enjeux économiques permettent difficilement de définir la fonction de cohérence. Ainsi, l'admittance aérodynamique est souvent inconnue en soufflerie.

Pour éviter ces problématiques, Lawson (1980) définit une méthodologie pour calculer la pression moyenne surfacique en filtrant la pression locale à l'aide d'un filtre à moyenne mobile de période $T = KL/V$. V est la vitesse moyenne du vent au point de référence, L la longueur caractéristique de la structure et K une constante à déterminer.

Initialement, le coefficient K est quantifié à 4.5 par Lawson. Holmes (1997) étudiait l'équation TVL via une étude comparative de la fonction d'admittance dérivée analytiquement. Le coefficient est alors défini selon une valeur optimale de 1. Dans un cas plus général, Amerio (2017) [2] présente une étude exhaustive des effets de pression de vent. Le but principal est de définir une relation entre la durée des phénomènes et leur dimension spatiale. Il propose de trouver une méthodologie pour évaluer ce coefficient K . Cependant, les résultats transcrivent une situation beaucoup plus complexe que celle proposée par la simple équation TVL. Aucune relation n'a pu être définie à cause de problèmes de stationnarité des pressions et le manque de sens physique dans l'évaluation de la variabilité de K .

Ainsi, ce travail propose une vue plus détaillée des effets des pressions de vent sur les éléments de façade. Pour cela, l'estimation des facteurs de pointe se fait en séparant les différentes contributions du vent et en travaillant localement sur les modes d'intérêt puis globalement sur toute la structure.

La principale contribution du document est d'identifier la corrélation spatiale sur les phénomènes rapides du vent et de quantifier l'étendue spatiale de ceux-ci. Ce travail a pour but d'approfondir et de prendre part à l'amélioration des connaissances sur le comportement spatial des pressions de vent sur les éléments de façade.

Le contenu du travail s'articule autour de **trois parties principales**.

La première partie présente l'acquisition des données et les modalités de réalisation de l'essai en soufflerie. Ensuite, les phénomènes intéressants sont mis en avant et les statistiques de pression de base sont calculées. La méthodologie est illustrée en utilisant les mesures de pression de vent sur un modèle représentant un toit plat de faible hauteur avec un vent d'orientation 45° .

La deuxième section étudie les statistiques des pics de pression. Elle reprend le travail exploratoire basé sur l'étude des histogrammes conjoints. Via l'estimation des coefficients de pression en séparant la contribution des modes, l'analyse de ces résultats permet d'isoler la corrélation spatiale pour chaque mode. Pour corroborer les résultats de cette première analyse et quantifier cette corrélation, un modèle permettant de représenter la probabilité conjointe est effectué. Une prospection est faite pour quantifier l'étendue spatiale de phénomènes rapides.

La troisième section démontre l'impact sur le design des structures. Il est intéressant en terme d'ingénierie des structures de connaître l'impact que ces effets peuvent engendrer sur la valeur de dimensionnement, la résultante des pressions du vent sur une surface donnée.

2 Cas étudié : mesures en soufflerie

Ce travail est illustré en exploitant les mesures de pression de vent sur un modèle représentant un toit plat de faible hauteur avec un vent d'orientation 45° . Ces mesures ont été effectuées par N. Blaise dans le laboratoire de soufflerie de l'Université de Liège.

Dans cette première partie, l'acquisition des données et les conditions liées à la réalisation de l'essai en soufflerie sont exposées. Ensuite, les résultats sont présentés et analysés.

2.1 Conditions de l'essai en soufflerie

2.1.1 Modèle et échelle du modèle

Le modèle utilisé est celui de la configuration réalisée par Blaise et al. (2017) [6]. Il représente un bâtiment carré de 45 m de côté et de 25 m de hauteur. Ainsi, l'échelle géométrique employée est $\lambda_L = 1/100$.

Comme représenté à la FIGURE 3, il y a 121 capteurs de pressions placés uniformément sur le quart du toit. Ils ont une fréquence d'échantillonnage équivalant à $f_s = 500 \text{ Hz}$.

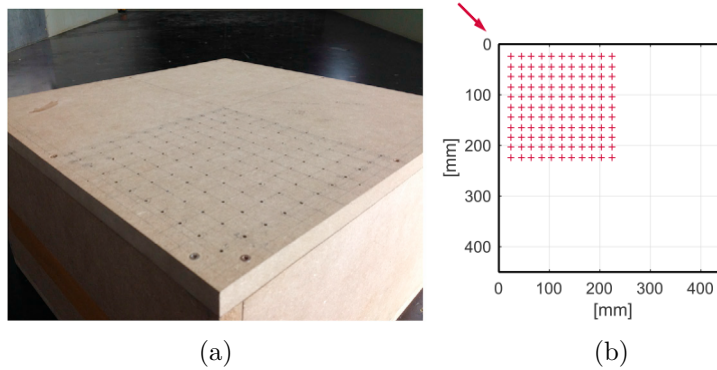


FIGURE 3 – (a) Représentation du modèle (b) Emplacement des capteurs de pression (Blaise et al., 2017 [6])

Ce modèle est déposé pour obtenir une incidence de 45° . Ce placement est fixe pour obtenir une symétrie dans le développement des tourbillons d'angle sur les bords.

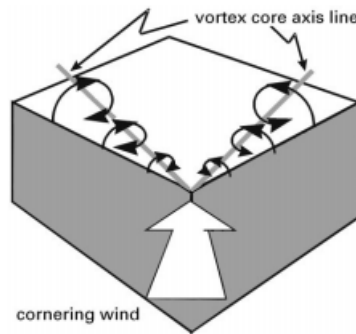


FIGURE 4 – Illustration des tourbillons d'angle (Banks et al., 1999 [4])

2.1.2 Profil de vent

Ce modèle est placé dans la section de génie civil de la soufflerie permettant de travailler en couche limite atmosphérique. La FIGURE 5 représente le dispositif mis en place.



FIGURE 5 – Installation dans la soufflerie (Blaise et al., 2017 [6])

Cela rend possible la création d'un vent turbulent de catégorie III conformément à l'Eurocode (1991) [11] avec $z_0 = 0.3$ m et $z_{min} = 5$ m. La vitesse moyenne est calculée via l'équation 1 et les profils d'intensité de turbulence via l'équation 2.

$$U_{\infty}(z) = U_{ref} k_r \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \text{ avec } k_r = 0.19 (20z_0)^{0.07} \quad (1)$$

$$I_u(z) = \frac{1}{\ln \left(\frac{z}{z_0} \right)} \quad (2)$$

La FIGURE 6 représente respectivement la vitesse moyenne $U_{\infty}(z)$ et le profil d'intensité de turbulence $I_u(z)$ de la couche limite atmosphérique. Elle permet de comparer les mesures et les résultats des terrains de catégorie III de l'Eurocode (1991) [11].

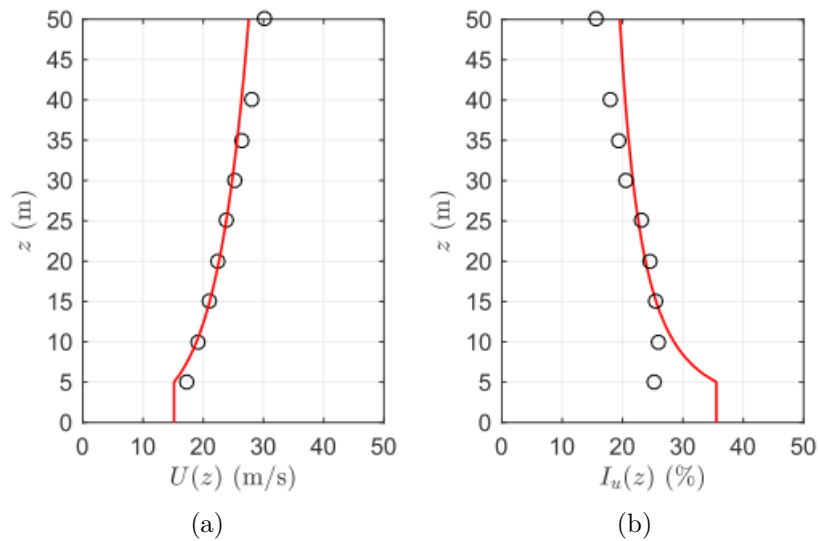


FIGURE 6 – (a) Vitesse moyenne $U_{\infty}(z)$ (b) Profil d'intensité de turbulence $I_u(z)$ (Blaise et al., 2017 [6])

2.1.3 Calibration dynamique

Les capteurs de pression sont assemblés au scanner via une connexion pneumatique de diamètre 1.32 mm et de longueur 600 mm. De ce fait, les mesures effectuées doivent être corrigées dynamiquement. La calibration dynamique est réalisée via la formulation de Bergh et Tijdeman (1965) [5] et l'appareil développé par Rigo (2017) [18].

2.2 Résultats

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus lors du test de soufflerie décrit précédemment.

Dans un premier temps, les résultats sont traités dans le domaine temporel en utilisant les informations spatiales. Bien que se limitant au traitement temporel et ne relevant pas du nouvelle approche, cette première analyse est indispensable à la suite du travail. En effet, cette inspection a pour but de mettre en évidence les points critiques et intéressants sur lesquels axer les futures recherches.

2.2.1 Traitement des résultats

Premièrement, les données de la soufflerie sont traitées pour obtenir les coefficients de pression c_p . Les données recueillies via l'essai sont les historiques de la pression aux différents capteurs.

Tout d'abord, les paramètres relatifs au modèle sont initiés.

L'échelle géométrique est $\lambda_L = 1/100$. La condition de Reynolds nécessite une échelle de vitesse $\lambda_U = \lambda_L^{-1} = 100$, ce qui ne permet pas d'imposer un écoulement décroché. C'est pourquoi, la condition de Strouhal est préférée et l'échelle de vitesse est égale à $\lambda_U = 1/3.5$. Cette condition impose une échelle de temps de $\lambda_T = \frac{\lambda_L}{\lambda_U} = 1/28.6$.

Condition de Reynolds	λ_L^{-1}	100
Condition de Strouhal	λ_U^{-1}	3.5
Condition de Strouhal	λ_T^{-1}	28.6
Nombre de capteurs	n	121
Fréquence d'échantillonnage	f_s	500 Hz

TABLE 1 – Paramètres du modèle utilisé en soufflerie

Ainsi, les mesures sont converties en échelle réelle. Ces mesures sont riches dans le temps, en effet elles ont été effectuées pendant 13 h ce qui correspond à 371.8 h en échelle réelle.

Ensuite, les coefficients de pression peuvent être calculés comme le rapport entre la pression statique et la pression dynamique via l'équation 3.

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (3)$$

2.2.2 Statistiques de rang 1

La FIGURE 7 représente les cartes statistiques des capteurs présentés de façon adimensionnelle. L'étude de ces cartes permet de mettre en avant les zones d'intérêt par la différenciation de l'écoulement.

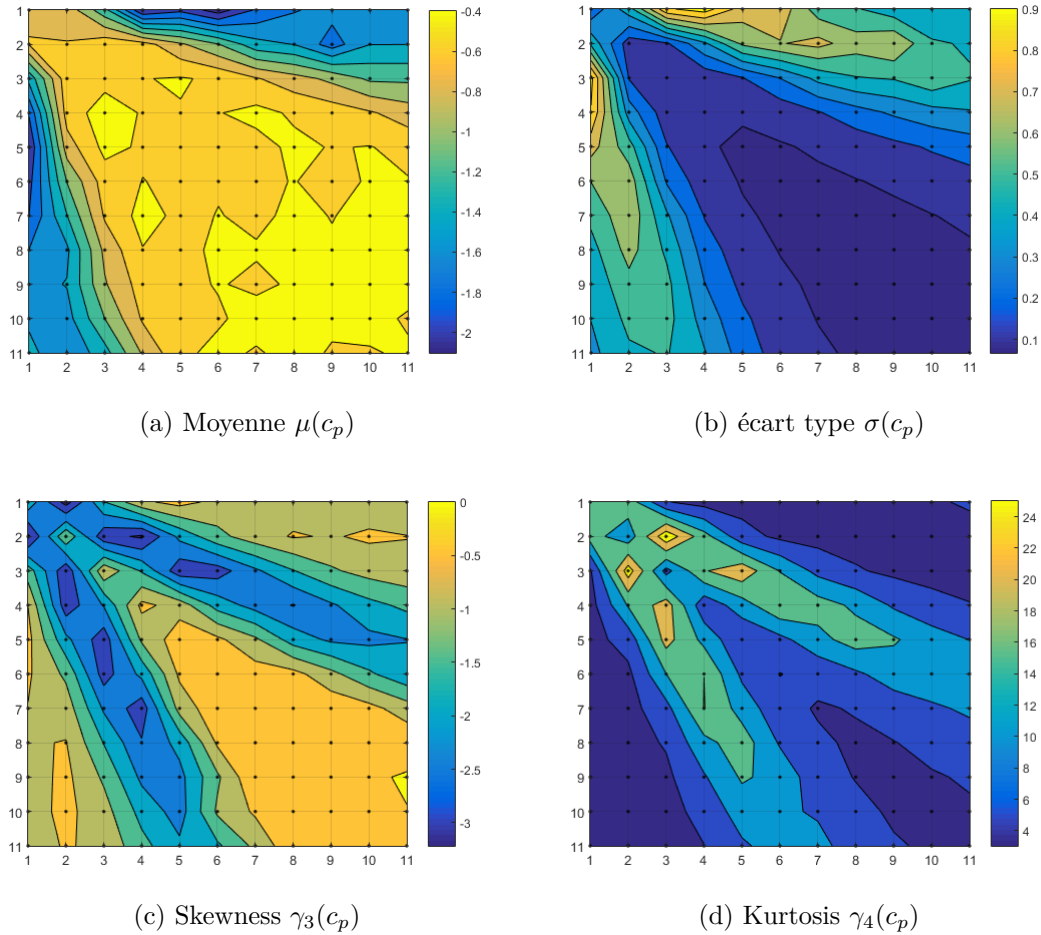


FIGURE 7 – Carte des statistiques de rang 1

L'écoulement autour d'un bâtiment de faible hauteur est caractérisé par des tourbillons d'angle. Le modèle est placé pour obtenir un développement symétrique de ces tourbillons. En effet, cette symétrie est visible sur les cartes statistiques.

Sur la FIGURE 7 (a), les pressions sont principalement négatives. Cela est dû à la séparation de l'écoulement. La pression est fortement négative aux bords et sur le coin.

Un triangle dans le coin inférieur droit apparait sur toutes les cartes statistiques. Il est caractérisé par le comportement gaussien via des faibles écarts types et des valeurs moyennes élevées. Étudiant les phénomènes non-gaussiens, cette région est moins remarquable vis-à-vis de la zone de coin dont l'écoulement prend une forme plus complexe avec les tourbillons de coin. Cette zone est déterminée par l'écoulement de fond turbulent présent sur la zone du toit sans vortex.

Les deux zones de coin sont définies via leurs axes principaux. Ils correspondent aux ligne de crête des écarts types des coefficients de pression. Ces zones d'intérêt que sont les zones non-gaussiennes sont représentées par un skewness faible et un kurtosis élevé.

3 Étude statistique des pics de pression

Cette seconde section étudie les statistiques des coefficients de pression c_p . La première partie permet de traiter les histogrammes conjoints entre deux capteurs c_{pi} et c_{pj} . Ainsi, la seconde section reprend la définition d'un modèle automatique calculant les densités de probabilité conjointe entre deux capteurs.

Une telle analyse s'inscrit dans le travail d'amélioration de la compréhension du comportement du vent. Elle permet de quantifier la corrélation spatiale.

3.1 Histogramme conjoint des coefficients de pression c_p

Cette section examine les histogrammes conjoints entre deux capteurs c_{pi} et c_{pj} . L'étude des histogrammes conjoints met en exergue les paramètres variant dans leurs configurations.

Afin de mettre en avant les caractéristiques des histogrammes conjoints, un travail exploratoire est réalisé. Par conséquent, une méthodologie de recherche commune est définie. Elle est nécessaire pour pouvoir comparer l'ensemble des résultats. Celle-ci est expliquée dans la première partie de la section.

Ensuite, plusieurs exemples ont pour but d'illustrer ces changements de forme des histogrammes conjoints. Ils sont illustrés via les histogrammes conjoints avec un capteur fixe.

3.1.1 Méthodologie exploratoire

L'histogramme conjoint des c_p se réalise sur les séries temporelles totales des deux capteurs étudiés i et j . Ce qui nous permet d'obtenir la distribution de probabilité conjointe de c_{pi} et c_{pj} .

La méthodologie de recherche est illustrée à l'aide de la FIGURE 8 (a). Celle-ci représente les isocontours de l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p47} .

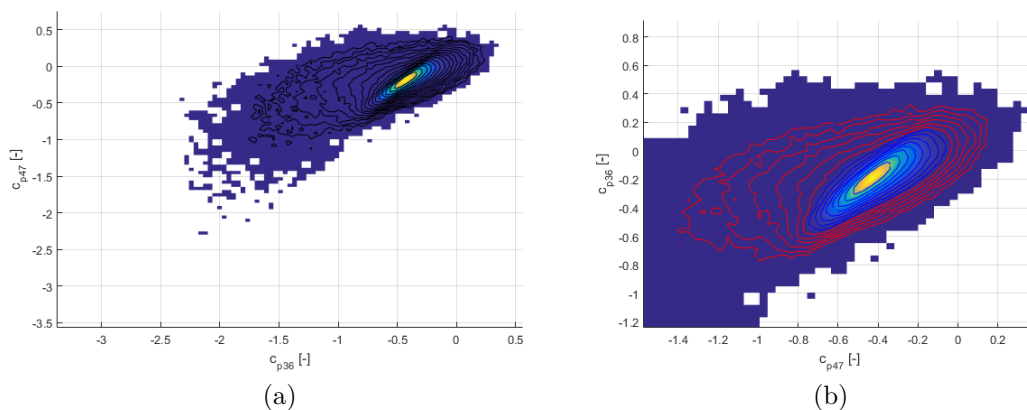


FIGURE 8 – Capteurs 36 et 47 : Histogramme conjoint

L'observation des histogrammes nous permet de mettre en évidence deux groupes d'ellipses.

Le premier groupe est composé d'ellipses plus restreintes dans le domaine des c_p . La première ellipse, centrale, délimite la zone des valeurs maximales de l'histogramme conjoint. Les ellipses du premier groupe se développent autour de cette ellipse correspondant à la valeur du pic. Le second groupe est plus étendu dans le domaine des c_p . Le centre de ces ellipses prend une valeur plus négative que celle du premier groupe.

Sur la FIGURE 8 (b), les deux groupes sont représentés via 2 couleurs différentes.

Ces deux groupes correspondent aux deux modes pouvant être observés lors de ce type d'écoulement. Le premier groupe coïncide au **mode 1** et le deuxième groupe au **mode 2**. Pour rappel, le premier mode correspond à l'écoulement de fond turbulent présent sur la zone du toit sans vortex. Quant au second mode, il représente les fluctuations dues aux tourbillons. Le mode 1 est le mode d'importance dont le facteur de pondération est élevé et le mode 2 se rapporte à la queue de distribution.

Nous pouvons distinguer l'inclinaison de ces groupes d'ellipses. Celles-ci transcrivent une dépendance entre les modes des deux capteurs c_{p36} et c_{p47} . Cela se traduit par l'existence de coefficients de corrélation distincts dans ces modes entre les deux capteurs c_{p36} et c_{p47} . En effet, pour des capteurs non-corrélés et indépendants, les axes de symétrie de l'ellipse sont parallèles aux axes principaux x et y .

Un travail de définition de ces ellipses est réalisé afin de donner une première approximation de ces coefficients de corrélation ρ dans chacun des modes. Le coefficient de corrélation permet de donner des informations sur l'existence d'une relation linéaire entre les deux capteurs considérés.

Définition des ellipses de dispersion

Une ellipse de dispersion d'ordre k est définie comme une courbe sur laquelle les points ont une PDF similaire. Son expression est caractérisée par l'ÉQUATION (4).

$$\frac{(x - \mu_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho(x - \mu_x)(y - \mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y - \mu_y)^2}{\sigma_y^2} = k^2 \quad (4)$$

Cette ellipse représente une courbe d'isodensité d'un couple de variables gaussiennes. Elle permet de visualiser un intervalle de confiance.

Pour obtenir une ellipse d'inclinaison θ comme illustré sur la FIGURE 9, il faut introduire la matrice de covariance. En effet, l'orientation des axes principaux de l'ellipse dépend des écarts-types et de la corrélation entre les deux variables. L'ellipse étudiée correspond à une ellipse à un écart type ($k = 1$).

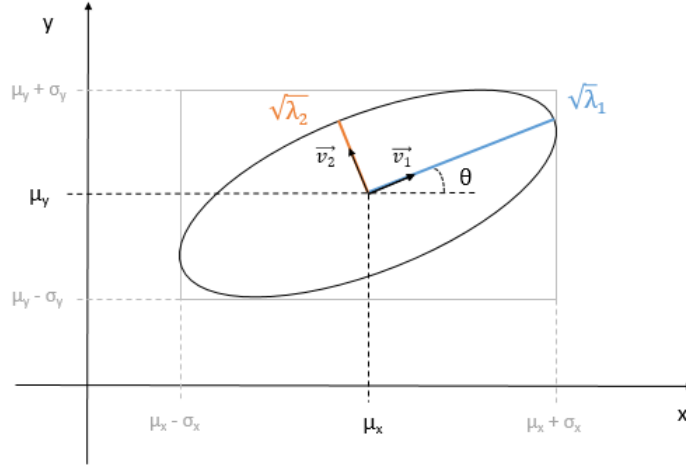


FIGURE 9 – Ellipse de dispersion

Cette ellipse est caractérisée par la matrice de covariance. La direction de l'ellipse est représentée par les vecteurs propres de la matrice de covariance alors que la longueur des demis axes coïncide avec la racine carrée de ses valeurs propres.

La matrice de covariance s'exprime sous la forme de la MATRICE (5).

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Les valeurs propres correspondent à la longueur de diffusion des variables dans la direction des vecteurs propres. Par conséquent, les valeurs propres désignent la variance des variables dans l'axe des vecteurs propres.

Les valeurs propres de la MATRICE (5) de covariance sont définies par l'ÉQUATION (6).

$$\det(C - \lambda I) = 0 \implies \begin{cases} \lambda_1 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \\ \lambda_2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \end{cases} \quad (6)$$

L'angle θ correspond à l'inclinaison de l'ellipse, c'est à dire à l'angle entre le grand axe de l'ellipse et l'axe x. Il est défini via le vecteur propre \vec{v}_1 associé à la valeur propre λ_1 de MATRICE (5) de covariance et s'exprime grâce à l'ÉQUATION (7).

$$\theta = \begin{cases} 0 & \text{si } \sigma_{xy} = 0 \text{ et } \sigma_x \geq \sigma_y \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } \sigma_{xy} = 0 \text{ et } \sigma_x < \sigma_y \\ \text{atan2}(v_{1y}, v_{1x}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (7)$$

Pour des variables non-corrélées et indépendantes, l'ellipse est alignée aux axes principaux x et y. Cela signifie que la covariance est nulle. Ainsi, les valeurs propres équivalent aux variances de la matrice de covariance et les vecteurs propres transcrivent la direction des axes principaux x et y.

Ainsi, l'équation paramétrique de l'ellipse de la FIGURE 9 s'exprime via l'ÉQUATION (8).

$$\begin{cases} x(t) = \sqrt{\lambda_1} \cos(t) \cos(\theta) - \sqrt{\lambda_2} \sin(t) \sin(\theta) + \mu_x \\ y(t) = \sqrt{\lambda_1} \cos(t) \sin(\theta) + \sqrt{\lambda_2} \sin(t) \cos(\theta) + \mu_y \end{cases} \quad (8)$$

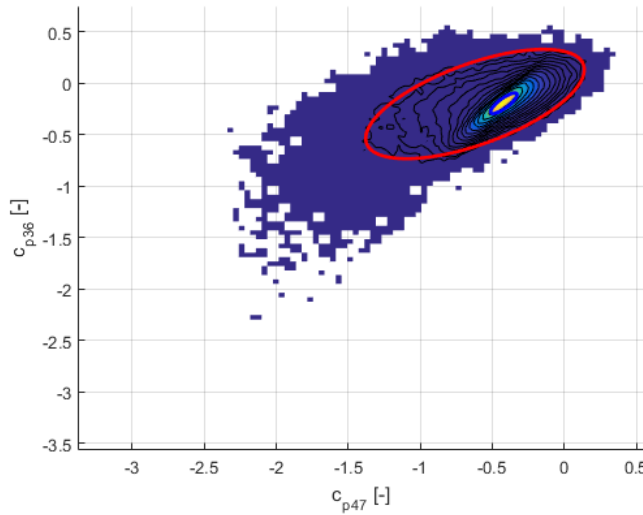
$$t \in [0 ; 2\pi]$$

Dans le cadre de cette recherche, il est intéressant de tracer deux ellipses de dispersion, chacune correspondant à un mode. Ces ellipses sont associées à des matrices de covariances différentes. Afin de définir un processus commun à tous les histogrammes, nous définissons les isocontours à interpoler en adéquation avec les observations faites précédemment à partir de l'histogramme conjoint de la FIGURE 8 (a).

Le **mode 1** se représente par l'ellipse qui délimite la zone des valeurs maximales de l'histogramme conjoint.

Le **mode 2** se rapporte à l'ellipse extérieure.

Le travail de définition de ces ellipses est illustré à la FIGURE 10. Celle-ci représente les deux ellipses de chacun des modes sur l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p47} . La TABLE 2 reprend les paramètres des deux ellipses.



	Mode 1	Mode 2
μ_x	-0.4135	-0.62
μ_y	-0.1930	-0.2
σ_x	0.1	0.8
σ_y	0.12	0.5
ρ	0.9	0.7

TABLE 2 – Capteurs 36 et 47 : Paramètres des ellipses

FIGURE 10 – Capteurs 36 et 47 : Histogramme conjoint

3.1.2 Études des histogrammes conjoints

Les analyses se font autour du capteur 36.

Notre choix se porte sur ce capteur car la détermination de la PDF marginale des coefficients de pression permet de visualiser les contributions des 2 modes.

Il est positionné à la frontière de détachement des tourbillons d'angle et de ce fait, les pressions sont plus significativement non-gaussiennes que sur un autre capteur hors de la zone des tourbillons. En effet, sur FIGURE 11 (b), ce capteur est situé à une position à laquelle le skewness est le plus faible et correspond à la frontière des tourbillons d'angle.

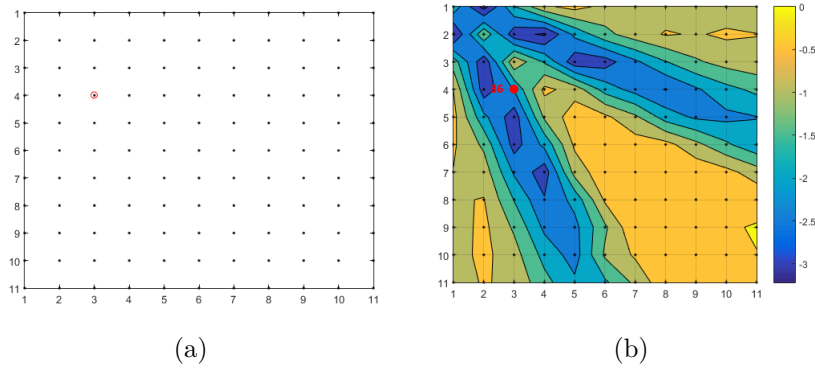


FIGURE 11 – Capteur 36 : (a) Position (b) Skewness

1) Étude de l'influence du type d'écoulement

La FIGURE 12 (a) présente la numérotation des capteurs étudiés dans cette configuration. Le capteur central est le capteur 36 et l'étude se fait avec ses voisins directs.

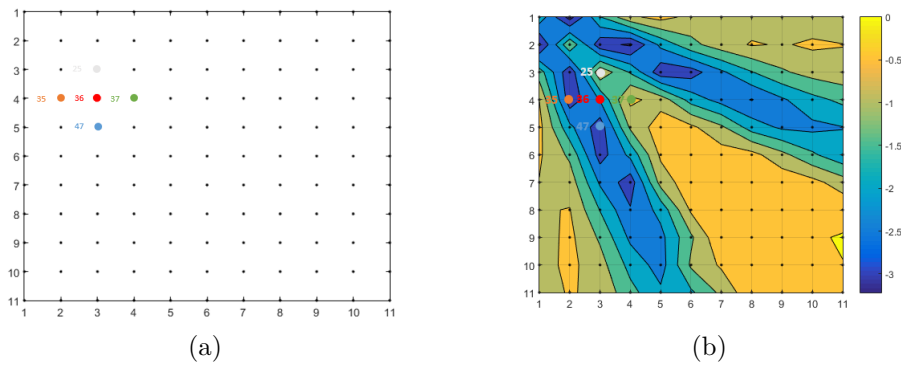


FIGURE 12 – Exemple 1 : Numérotation des capteurs

Le but de cette première étude est d'analyser l'influence du type d'écoulement présent à ce capteur sur les coefficients de corrélation intervenant dans les histogrammes conjoints. Ainsi, nous examinons des couples de capteurs, le capteur c_{p36} et un capteur voisin c_{p25} , c_{p35} , c_{p37} ou c_{p47} . Les capteurs voisins étant placés dans des zones d'écoulement différents, ils permettent d'apprécier les différences dans l'apparition des modes et les différences quantitatives des coefficients de corrélation.

La FIGURE 13 représente respectivement l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p25} en axe logarithmique et les isocontours de l'histogramme conjoint.

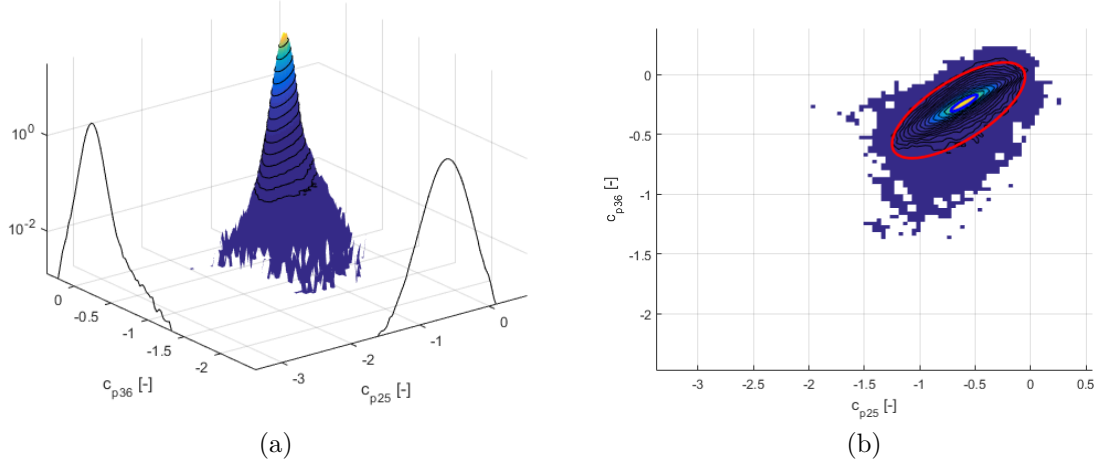


FIGURE 13 – Capteurs 36 et 25 : Histogramme conjoint

La première différence avec l'exemple précédent consiste en la décomposition en deux modes. Dans ce cas, nous examinons plus difficilement les deux groupes d'ellipses. Par conséquent, la méthodologie de définition des ellipses est nécessaire.

Une explication provient du placement du capteur. Le premier mode correspond à l'écoulement de fond turbulent présent sur la zone du toit sans vortex. Le capteur 25 est positionné sur l'axe de symétrie de la section étudiée. En effet, ce capteur se situe hors de la zone de détachement des tourbillons. De plus, nous pouvons observer les PDF marginales sur la FIGURE 13 (a). La PDF marginale du capteur 25 prend une forme gaussienne pouvant être représentée par un seul mode. Considérant le capteur 36, nous pouvons remarquer les deux modes lorsque la PDF est représentée via un axe logarithmique. En effet, les deux modes ne sont pas distinguables par deux "bosses", mais nous pouvons discerner une deuxième contribution en observant la queue de distribution. C'est pourquoi, le mode 2 est plus difficilement observable sur cet histogramme conjoint. Il est sous-jacent au mode 1.

Via l'identification commune de la méthodologie, le mode 1 est défini par l'ellipse qui délimite la zone des valeurs maximales de l'histogramme conjoint. Le mode 2 par l'ellipse extérieure. La première ellipse du mode 1 est plus étendue selon l'axe des x que des y . Cela signifie que l'écart type σ_x est plus grand que σ_y . De plus, la forme de l'ellipse tend vers une droite. L'axe mineur de l'ellipse est faible par rapport à l'axe majeur. Cela indique que le coefficient de corrélation ρ s'approche de la valeur 1. La seconde ellipse est plus dispersée dans le domaine des c_p mais se développe comme une extension de la première ellipse. Cela impose également que σ_x est plus grand que σ_y . Néanmoins, la forme de l'ellipse suppose un coefficient de corrélation ρ plus faible que celui du mode 1.

Les paramètres obtenus lors de la définition des ellipses sont présentés à la TABLE 3. Ceux-ci confirment les observations.

Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p25} est corrélé avec un coefficient de 0.9. Cela signifie que la corrélation est positive parfaite. En effet, la relation linéaire positive entre les deux capteurs est forte. Quant au mode 2, il est corrélé avec un coefficient de 0.7. Cela indique seulement une relation linéaire modérée entre les deux capteurs.

	Mode 1	Mode 2
μ_x	-0.6	-0.65
μ_y	-0.2404	-0.3
σ_x	0.12	0.6
σ_y	0.07	0.4
ρ	0.9	0.7

TABLE 3 – Capteurs 36 et 25 : Paramètres des ellipses selon les modes

Bien que plus difficilement discernables, nous pouvons confirmer via ces résultats que les deux modes apportent une contribution à la formation de l'histogramme conjoint. En effet, nous pouvons désormais pointer une différence entre les coefficients de corrélation des deux ellipses. Cela signifie que deux groupes d'ellipses coexistent.

La FIGURE 14 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p35} .

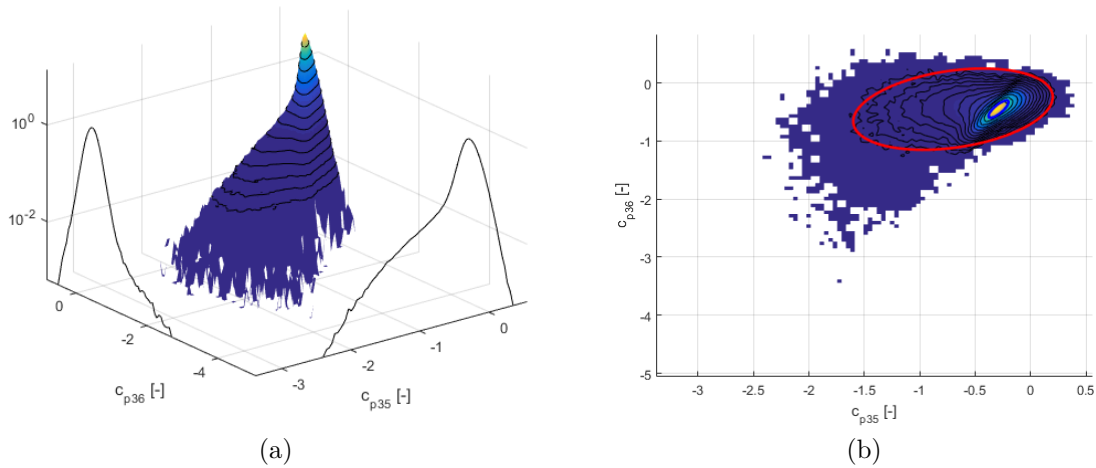


FIGURE 14 – Capteurs 36 et 35 : Histogramme conjoint

La distinction entre les deux groupes est plus aisée. La FIGURE 14 (a) expose les PDF marginales des deux capteurs. Le capteur 35 se rapproche de l'arête du coin et est situé dans la zone de détachement des tourbillons. La PDF de ce capteur est fortement non-gaussienne. De ce fait, la contribution du mode 2 est plus importante.

Dans ce cas, la première ellipse du mode 1 est plus étendue selon l'axe des y que des x. Cela signifie que l'écart type σ_y est plus grand que σ_x . En effet, cela est dû aux placements des capteurs, le capteur 35 ayant un mode 2 prépondérant. De plus, la forme de

l'ellipse tend vers une droite. Cela indique que le coefficient de corrélation ρ équivaut à une valeur haute $\in [0.8 ; 1]$. La seconde ellipse est plus dispersée dans le domaine des c_p . Contrairement au mode 1, σ_x est plus grand que σ_y ce qui résulte également des contributions des modes des capteurs. Cependant, la forme et l'inclinaison de l'ellipse supposent un coefficient de corrélation ρ plus faible que celui du mode 1.

Les paramètres obtenus lors de la définition des ellipses sont présentés à la TABLE 4.

Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p35} est corrélé avec un coefficient de 0.8. Cela signifie que la corrélation est positive forte. Quant au mode 2, il est corrélé avec un coefficient de 0.3.

	Mode 1	Mode 2
μ_x	-0.2896	-0.55
μ_y	-0.4498	-0.4
σ_x	0.09	0.75
σ_y	0.15	0.5
ρ	0.8	0.3

TABLE 4 – Capteurs 36 et 35 : Paramètres des ellipses selon les modes

La FIGURE 15 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p37} .

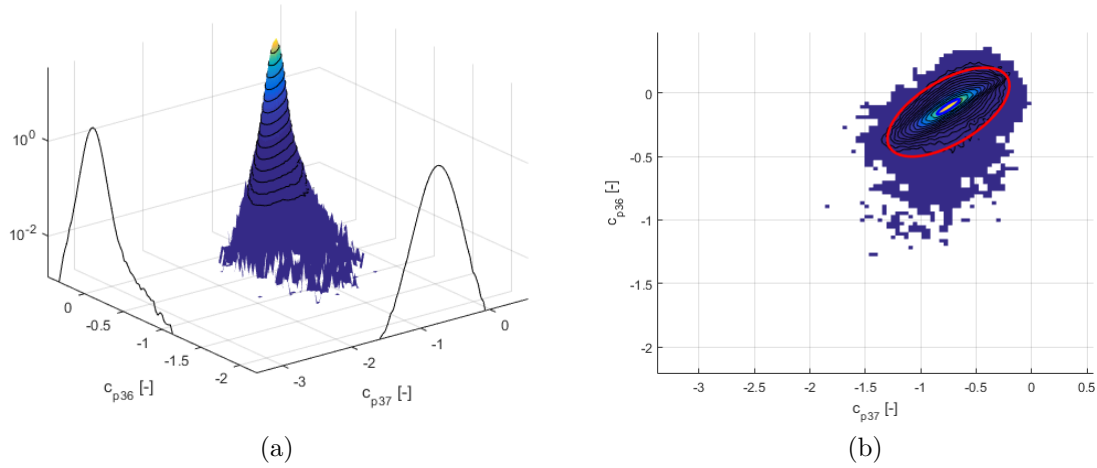


FIGURE 15 – Capteurs 36 et 37 : Histogramme conjoint

Identiquement à la première configuration, le capteur 37 présente une PDF gaussienne. L'analyse des résultats mène à des observations similaires.

Les paramètres obtenus lors de la définition des ellipses sont présentés à la TABLE 5.

Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p37} est corrélé avec un coefficient de 0.9 tandis que le mode 2 l'est avec un coefficient de 0.6.

	Mode 1	Mode 2
μ_x	-0.7512	-0.75
μ_y	-0.1085	-0.15
σ_x	0.1	0.55
σ_y	0.06	0.35
ρ	0.9	0.6

TABLE 5 – Capteurs 36 et 37 : Paramètres des ellipses selon les modes

La FIGURE 16 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p47} .

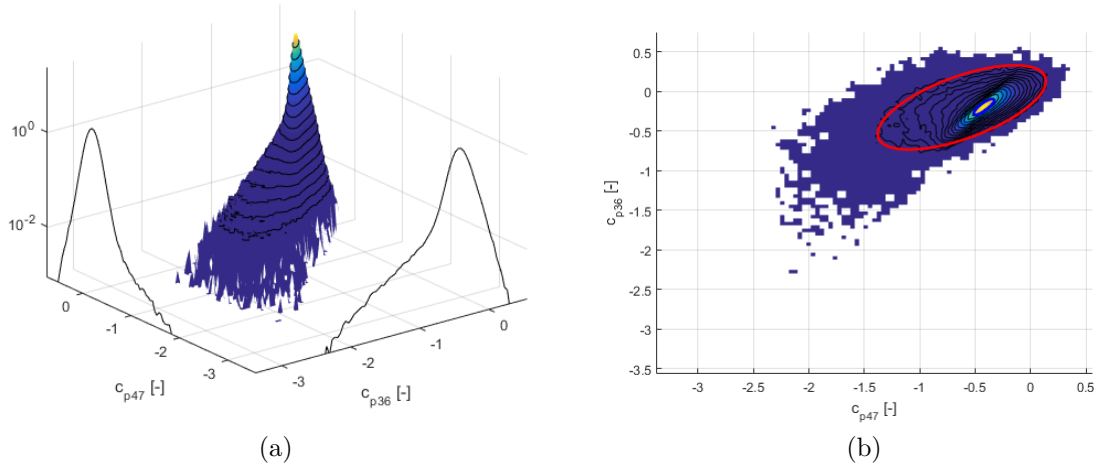


FIGURE 16 – Capteurs 36 et 47 : Histogramme conjoint

En première observation générale, nous pouvons remarquer deux ellipses de forme distinctes comme pour le capteur 35. La première ellipse du mode 1 peut s'inscrire dans un carré. Cela signifie que les écarts types σ_x et σ_y sont proches. De plus, la forme de l'ellipse tend vers une droite. L'axe mineur de l'ellipse est faible. Cela indique que le coefficient de corrélation ρ s'approche de la valeur 1. En effet, dans le cas de valeurs non-corrélées ayant des écarts types égaux, l'ellipse devient un cercle. La seconde ellipse est plus étendue selon la direction de l'axe x. Cela impose que σ_x est plus grand que σ_y . En outre, la forme de l'ellipse suppose un coefficient de corrélation ρ plus faible que celui du mode 1.

Les paramètres obtenus lors de la définition des ellipses sont présentés à la TABLE 6.

Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p47} est corrélé avec un coefficient de 0.9. Cela signifie que la corrélation est positive parfaite. En effet, la relation linéaire positive entre les deux capteurs est forte. Quant au mode 2, il est corrélé avec un coefficient de 0.7. Cela indique seulement une relation linéaire modérée entre les deux capteurs.

	Mode 1	Mode 2
μ_x	-0.4135	-0.62
μ_y	-0.1930	-0.2
σ_x	0.1	0.8
σ_y	0.12	0.5
ρ	0.9	0.7

TABLE 6 – Capteurs 36 et 47 : Paramètres des ellipses selon le mode.

Conclusions

La TABLE 7 récapitule les coefficients de corrélation des situations étudiées dans ce premier exemple. De plus, les coefficients de corrélation calculés globalement sur l'entièreté des données temporelles c_p sont également présentés.

	c_{p25}	c_{p35}	c_{p37}	c_{p47}
Mode 1	0.9	0.8	0.9	0.9
Mode 2	0.7	0.3	0.6	0.7

Données	0.7535	0.4074	0.7135	0.7098
---------	--------	--------	--------	--------

TABLE 7 – Récapitulatif des coefficients de corrélation.

Quelque soit le cas, le coefficient de corrélation du mode 1 est plus élevé que celui du mode 2. Le coefficient de corrélation du mode 1 se situe entre 0.8 et 0.9 ce qui correspond à une corrélation forte. De plus, les coefficients de corrélation sont différents entre les modes. Cela signifie que deux modes sont présents.

L'estimation du coefficient de corrélation global est réalisée sans distinction entre les modes. Sa valeur se rapproche de celle du mode 2. En effet, le coefficient global est plus élevé que le coefficient du mode 2.

Nous observons 2 comportements différents suivant la direction de l'analyse. La FIGURE 17 représente les directions 1 et 2.

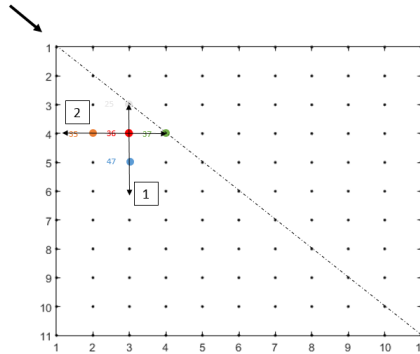


FIGURE 17 – Exemple 1 : Direction de l'étude

Nous commençons notre analyse par la direction 1. Bien que les PDF marginales des capteurs soient différentes, le capteur 25 étant gaussien et le 47 non-gaussien, l'analyse de l'histogramme permet de résulter à des coefficients de corrélation similaires. Dans cette direction 1, les coefficients de corrélation évoluent avec la distance. Cela fait écho à l'exemple 3 qui est présenté par la suite.

La direction 2 est plus complexe en terme d'analyse. La PDF marginale du capteur 37 étant gaussienne, l'analyse est similaire à celle du capteur 25.

Cependant, le capteur 35 est situé dans la zone de détachement des tourbillons. La contribution du mode 2 est élevée pour la PDF marginale du c_{p35} . Le coefficient de corrélation entre les capteurs c_{p36} et c_{p35} équivaut à 0.3. Les événements rapides apparaissant aux capteurs 36 et 35 sont faiblement corrélés. Cela signifie que les phénomènes impulsionnels sont de faible amplitude spatiale. Finalement, plus le capteur est proche de l'arête du modèle, plus la corrélation du mode 2 diminue.

La perte de corrélation est plus rapide selon la direction 2 que la direction 1. De ce fait, nous pouvons dire que les phénomènes rapides ont une étendue spatiale moins importante selon la direction 2 que la direction 1. C'est logique lorsque nous considérons le sens de l'écoulement.

2) Étude de l'influence du placement des capteurs (capteurs symétriques)

La FIGURE 18 présente la numérotation des capteurs étudiés dans cette configuration. Le capteur central est le capteur 36 et l'étude se fait avec deux capteurs symétriques.

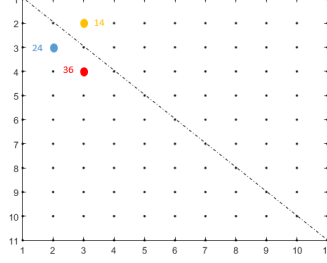


FIGURE 18 – Exemple 2 : Numérotation des capteurs

Le but de cette deuxième analyse est d'étudier l'influence d'un changement de position du capteur sur les histogrammes conjoints. Nous examinons deux couples de capteurs, le capteur c_{p36} et le capteur c_{p14} ou c_{p24} . Les capteurs 14 et 24 sont symétriques. Ainsi, ces capteurs ont la même distribution marginale, par symétrie. Cet exemple permet d'apprécier les différences dans la forme de l'histogramme conjoint.

La FIGURE 19 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p24} .

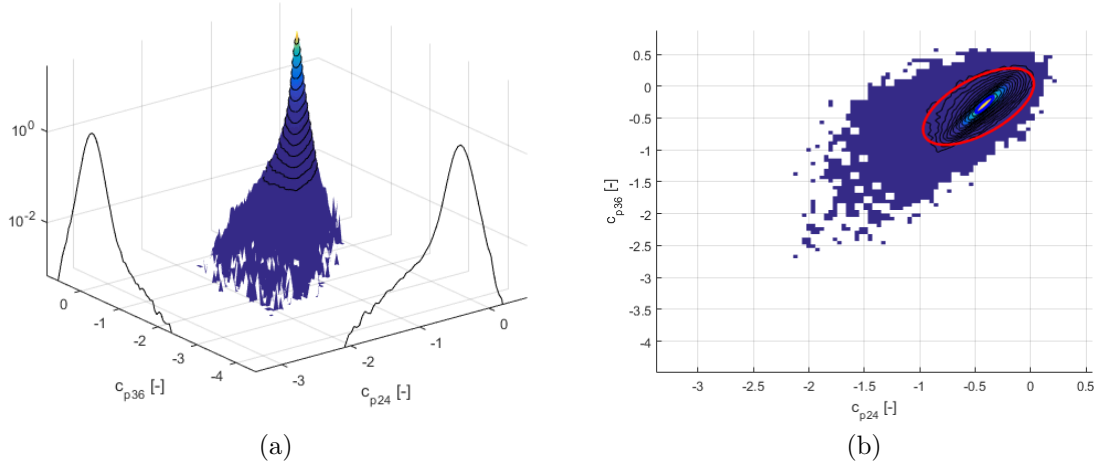


FIGURE 19 – Capteurs 36 et 24 : Histogramme conjoint

La première ellipse du mode 1 est plus étendue selon l'axe des y que des x. Cela signifie que l'écart type σ_y est plus grand que σ_x . De plus, la forme de l'ellipse indique que le coefficient de corrélation ρ s'approche de la valeur 1. La seconde ellipse est plus dispersée dans le domaine des c_p mais se développe comme une homothétie de la première ellipse. Cela impose également que σ_y est plus grand que σ_x . Néanmoins, la forme de l'ellipse suppose un coefficient de corrélation ρ plus faible que celui du mode 1.

Les paramètres obtenus lors de la définition des ellipses sont présentés à la TABLE 8.

Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p24} est corrélé avec un coefficient de 0.9. Quant au mode 2, il l'est avec un coefficient de 0.7.

	Mode 1	Mode 2
μ_x	-0.4154	-0.47
μ_y	-0.2892	-0.32
σ_x	0.08	0.5
σ_y	0.13	0.65
ρ	0.9	0.7

TABLE 8 – Capteurs 36 et 24 : Paramètres des ellipses selon les modes

La FIGURE 20 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p14} .

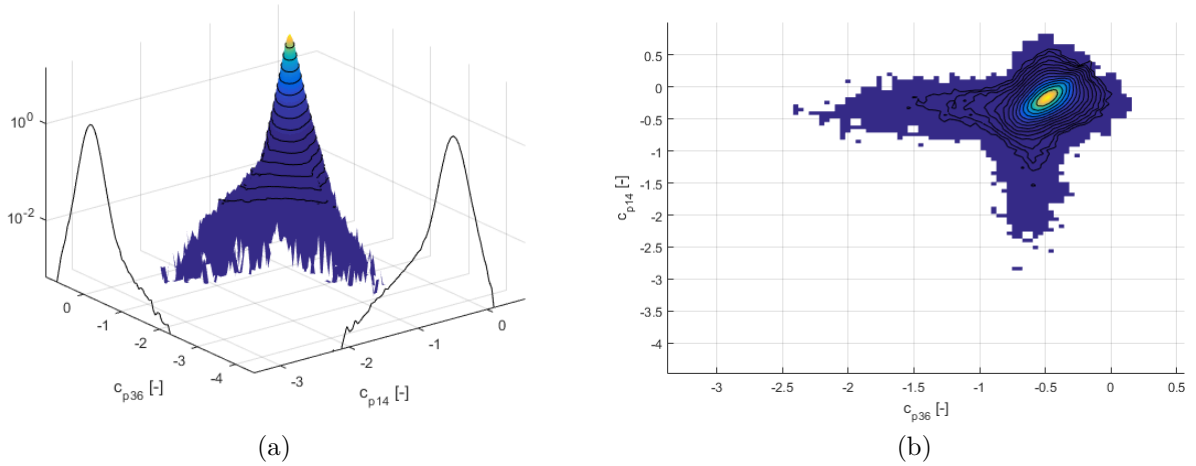


FIGURE 20 – Capteurs 36 et 14 : Histogramme conjoint

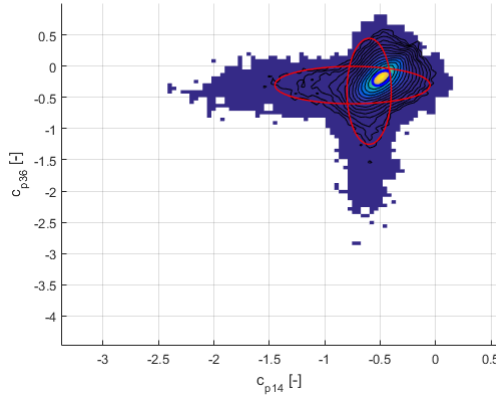
Nous pouvons observer sur les FIGURES 19 (a) et 20 (a) que les PDF marginales des capteurs 24 et 14 sont identiques. Cependant, nous observons logiquement que les histogrammes conjoints avec le capteur 36 sont différents.

La forme générale de l'histogramme conjoint est distincte des configurations étudiées précédemment. La méthodologie exploratoire ne peut pas être appliquée pour les deux modes.

Concernant le mode 1, elle est inchangée. Nous pouvons discerner la zone délimitant les valeurs maximales de l'histogramme conjoint par une ellipse de dispersion. Cela signifie que ce mode est corrélé entre les deux capteurs. En effet, dans le cas contraire, cette zone s'assimile à un cercle ou une ellipse parallèle aux axes principaux.

Cependant, l'identification du mode 2 doit être adaptée. En effet, nous ne pouvons pas définir l'ellipse du mode 2 par une unique ellipse. Le mode 2 est représenté par deux ellipses indépendantes comme sur la FIGURE 21. Cette forme de l'histogramme conjoint dans le mode 2 indique que ce couple est indépendant dans ce mode .

Les paramètres obtenus lors de la définition de l'ellipse du mode 1 sont présentés à la TABLE 9. Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p14} est corrélé avec un coefficient de 0.7.



	Mode 1
μ_x	-0.4895
μ_y	-0.1892
σ_x	0.08
σ_y	0.13
ρ	0.7

TABLE 9 – Capteurs 36 et 14 : Paramètres des ellipses

FIGURE 21 – Capteurs 36 et 14 : Histogramme conjoint

Pour corroborer ces observations, nous calculons la PDF conjointe pour des capteurs 36 et 14 indépendants. Elle s'exprime comme le produit des PDF marginales de chacun des capteurs. La PDF conjointe de ces deux capteurs indépendants est représentée à la FIGURE 22 (b).

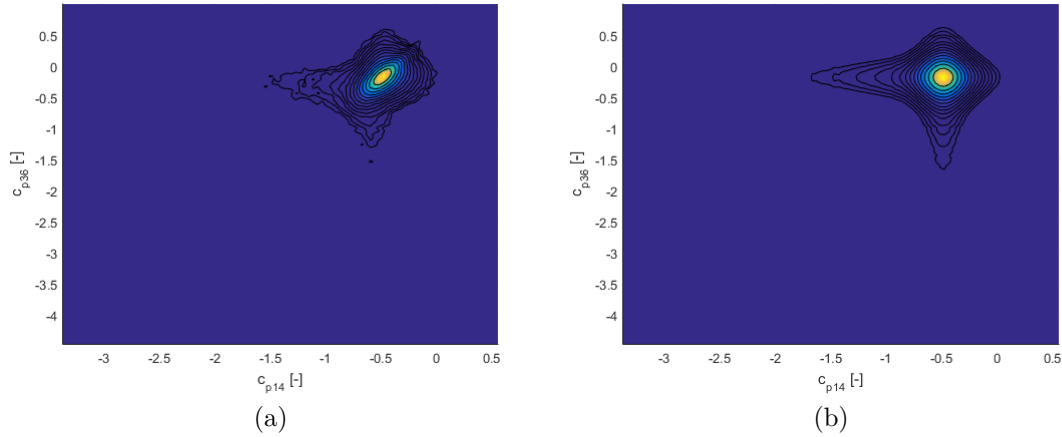


FIGURE 22 – Capteurs 36 et 14 : (a) Histogramme conjoint (b) Probabilité conjointe entre capteurs indépendants

Nous pouvons observer que la zone délimitant le pic de l'histogramme conjoint est un cercle dans le cas de capteurs indépendants. Cela confirme la corrélation dans le mode 1.

De plus, la forme de la PDF conjointe pour les valeurs de la queue de distribution est similaire à celle de l'histogramme conjoint. Cela conforte la conclusion de l'indépendance du mode 2.

Conclusions

Nous pouvons être confrontés à plusieurs formes de l'histogramme conjoint et ce même dans le cas où les PDF marginales sont similaires.

Dans le premier cas, les deux modes peuvent être représentés par deux ellipses. Cela signifie que les capteurs sont corrélés dans chacun des modes. Ces résultats permettent de mettre en avant les coefficients de corrélation de chacun des modes. C'est la configuration dans laquelle les deux capteurs sont placés du même côté de l'axe de symétrie du modèle.

Dans le second cas, la méthodologie commune ne peut pas être utilisée même si, statistiquement, les données sont identiques. En effet, la forme de l'histogramme conjoint ne permet pas de définir les deux modes par des ellipses de dispersion.

Cela signifie qu'un des deux modes est indépendant. En effet, lorsque les capteurs se situent de part et d'autre de cet axe de symétrie, les phénomènes rapides correspondant au mode 2 sont indépendants. Deux cônes de détachement des tourbillons se développent de façon indépendante de chaque côté de l'axe de symétrie. Leur occurrence au capteur 36 n'a plus d'impact significatif sur ceux du capteur 14. Cela explique l'indépendance des ces événements.

Concernant le mode 1, il est corrélé entre les deux capteurs considérés. Cependant, nous nous attendons à ce que son coefficient diminue avec la distance. Ce mode étant celui présent sans les tourbillons, il est corrélé sur l'entièreté spatiale du modèle.

3) Évolution des coefficients de corrélation.

La FIGURE 23 présente la numérotation des capteurs étudiés dans cette configuration. Le but de cette étude est d'observer l'évolution des facteurs de corrélation intervenant dans les histogrammes conjoints. Ainsi, nous examinons deux capteurs voisins c_{p36} et c_{p47} et ensuite nous choisissons des capteurs de plus en plus éloignés c_{p58} , c_{p69} , et finalement c_{p113} pour apprécier les différences quantitatives des coefficients de corrélation.

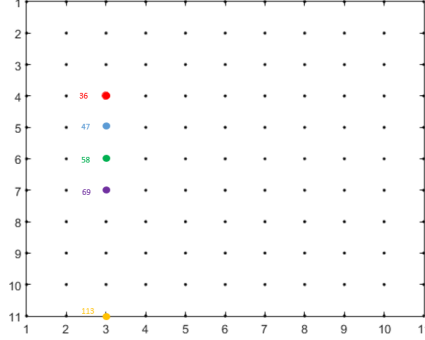


FIGURE 23 – Numérotation des capteurs

La FIGURE 16 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p47} . Cette configuration a été étudiée lors du premier exemple.

La FIGURE 24 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p58} . Ces capteurs sont espacés d'un capteur.

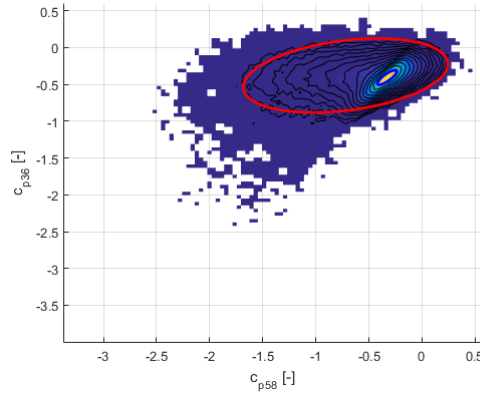


FIGURE 24 – Capteurs 36 et 58 : Histogramme conjoint

L'ellipse du mode 1 est similaire à celle observée précédemment. Cependant, la deuxième ellipse correspondant au mode 2 est plus étendue dans le domaine des c_p . Les données sont plus étendues. En effet, l'ellipse est plus étirée dans la direction de l'axe x. Cela se traduit par un écart type σ_x plus élevé et un coefficient de corrélation ρ plus faible que le cas précédent.

Les paramètres obtenus lors de la définition des ellipses sont présentés à la TABLE 10.

Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p58} est corrélé avec un coefficient de 0.9. Cela signifie que la corrélation est positive parfaite. Quant au mode 2, il est corrélé avec un coefficient de 0.35. Cela indique seulement une relation linéaire faible entre les deux capteurs.

	Mode 1	Mode 2
μ_x	-0.3283	-0.72
μ_y	-0.4064	-0.38
σ_x	0.1	0.95
σ_y	0.12	0.5
ρ	0.9	0.35

TABLE 10 – Capteurs 36 et 58 : Coefficients de corrélation selon le mode.

Nous pouvons d’ores et déjà observer une différence entre les coefficients de corrélation lorsque nous considérons des capteurs séparés par un capteur. Nous remarquons que le coefficient de corrélation pour le mode 1 est similaire à celui obtenu pour les deux capteurs voisins et équivaut à 0.9. Cependant, quant au coefficient de corrélation pour le mode 2, il est plus faible.

La FIGURE 25 représente l’histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p69} . Ces capteurs sont séparés par deux capteurs. Le capteur 69 est également situé dans la zone pour laquelle le skewness est le plus faible.

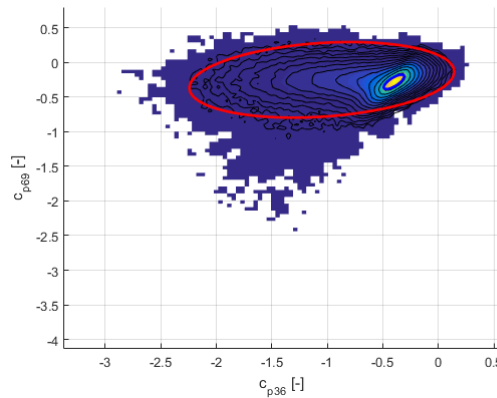


FIGURE 25 – Capteurs 36 et 69 : Histogramme conjoint

L’ellipse du mode 1 est différente de celles observées précédemment. La forme de l’ellipse transcrit une différence entre les écarts types et une perte de corrélation par rapport aux cas antérieurs. La deuxième ellipse est plus étendue dans le domaine des c_p et surtout selon l’axe x . De plus, l’inclinaison θ de l’ellipse tend vers un angle nul. Cela se traduit par un écart type σ_x plus élevé tout en gardant un σ_y équivalent et un coefficient de corrélation ρ plus faible que le cas précédent.

Les paramètres obtenus lors de la définition des ellipses sont présentés à la TABLE 11.

Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p69} est corrélé avec un coefficient de 0.7. Quant au mode 2, il est corrélé avec un coefficient de 0.25. Cela indique seulement une relation linéaire faible entre les deux capteurs.

	Mode 1	Mode 2
μ_x	-0.4	-1.05
μ_y	-0.2797	-0.25
σ_x	0.09	1.18
σ_y	0.145	0.55
ρ	0.7	0.25

TABLE 11 – Capteurs 36 et 69 : Coefficients de corrélation selon le mode.

La FIGURE 26 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p36} et c_{p113} . Ces capteurs sont séparés par six capteurs.

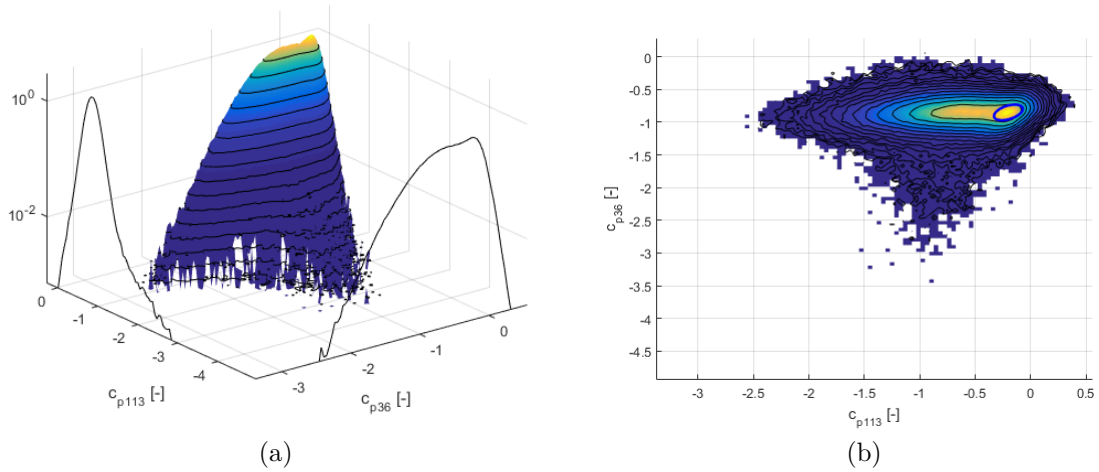


FIGURE 26 – Capteurs 36 et 113 : Histogramme conjoint

L'ellipse du mode 1 est plus difficilement identifiable. Elle s'inscrit dans un cercle, ce qui signifie que les écarts types σ_x et σ_y sont équivalents. L'ellipse prend une forme plus circulaire que précédemment. Cela implique que le coefficient de corrélation est plus faible.

Le mode 2 est étendu selon deux directions dans le domaine des c_p . Il ne peut être représenté par une ellipse unique mais par deux ellipses dont les directions de ces axes sont parallèles aux axes principaux. Ainsi, les capteurs s'apparentent à des capteurs indépendants et le coefficient de corrélation ρ tend vers une valeur nulle.

Les paramètres obtenus lors de la définition des ellipses sont présentés à la TABLE 12.

Le mode 1 entre les capteurs c_{p36} et c_{p113} est corrélé avec un coefficient de 0.45. Quant

au mode 2, un coefficient de corrélation de 0 indique qu'il n'y a aucune relation entre les deux capteurs.

	Mode 1
μ_x	-0.2
μ_y	-0.85
σ_x	0.13
σ_y	0.12
ρ	0.45

TABLE 12 – Capteurs 36 et 113 : Paramètres des ellipses selon le mode.

Pour vérifier l'indépendance du mode 2, nous calculons la PDF conjointe pour des capteurs 36 et 113 indépendants. Elle s'exprime comme le produit des PDF marginales de chacun des capteurs. La PDF conjointe de ces deux capteurs indépendants est représentée à la FIGURE 27 (b).

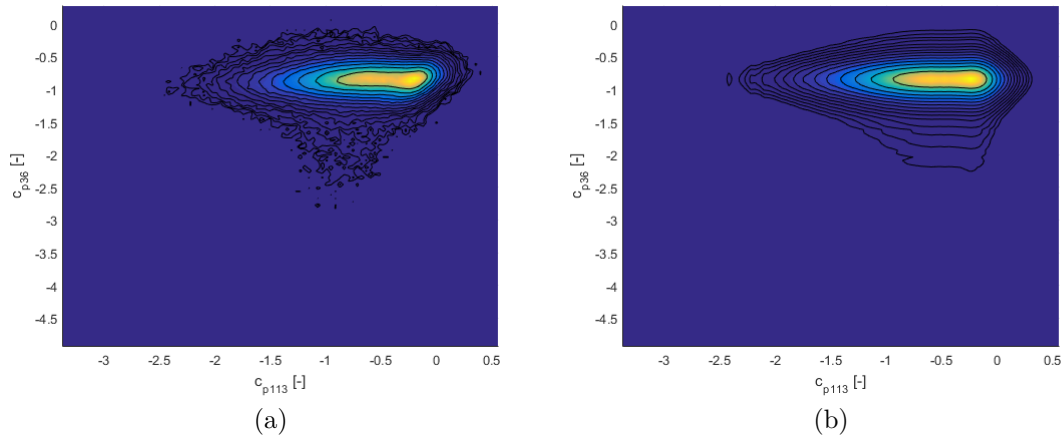


FIGURE 27 – Capteurs 36 et 113 : (a) Histogramme conjoint (b) Probabilité conjointe entre capteurs indépendants

La forme de la PDF conjointe pour les valeurs de la queue de distribution est similaire à celle de l'histogramme conjoint. Cela conforte la conclusion de l'indépendance du mode 2. Cependant, la forme obtenue est le résultat de l'indépendance du mode 1 et 2. Le mode 1 étant corrélé, il influence la forme finale de l'histogramme conjoint. En effet, nous pouvons observer une légère différence.

Conclusions

La TABLE 13 récapitule les coefficients de corrélation ρ de chacun des modes des situations étudiées dans cet exemple. De plus, tous les résultats des capteurs séparant le capteur c_{p36} du c_{p113} sont recensés.

Finalement, les coefficients de corrélation calculés globalement sur l'entièreté des données sont également représentés.

	c_{p47}	c_{p58}	c_{p69}	c_{p80}	c_{p91}	c_{p102}	c_{p113}
Mode 1	0.9	0.9	0.7	0.7	0.45	0.45	0.45
Mode 2	0.7	0.35	0.25	0.15	0	0	0

Données	0.7098	0.4202	0.2004	0.1171	0.0770	0.0708	0.0863
---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

TABLE 13 – Récapitulatif des coefficients de corrélation avec le c_{p36}

Concernant le mode 1, le coefficient de corrélation pour le mode 1 est similaire pour certaines configurations. Il diminue par paliers lorsque la distance entre les deux capteurs étudiés augmente.

La conclusion générale pour le mode 2 est également la diminution du coefficient de corrélation avec la distance. Cependant, la baisse est plus rapide considérant le mode 1. En effet, plus les capteurs sont éloignés, plus le coefficient de corrélation pour le mode 2 entre les deux capteurs est faible, voir tend vers une valeur nulle.

La FIGURE 28 représente l'évolution des coefficients de corrélation pour chacun des modes et des coefficients de corrélation globaux calculés sans distinction de mode. Les coefficients résultent de l'analyse des histogrammes conjoints entre le capteur c_{p36} et un capteur x. La position 1 correspond au capteur c_{p47} , la 2 au capteur c_{p58} , ainsi de suite. Enfin, sont représentés les coefficients de corrélation globaux.

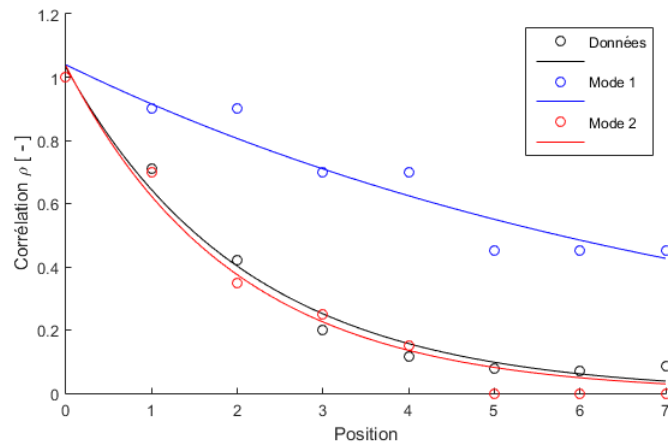


FIGURE 28 – Évolution des coefficients de corrélation avec le c_{p36}

Nous pouvons confirmer les observations précédentes. La décroissance du mode 1 est plus lente que celle du mode 2. En effet, à partir de 3 capteurs de séparation, la perte de corrélation du mode 2 est considérable. De plus, le mode 2 tend vers une asymptote qui équivaut à $\rho = 0$. Tandis que le mode 1 présente un dernier plateau qui correspond à $\rho = 0.45$.

Le mode 2 coïncide avec les phénomènes rapides. La décroissance rapide du coefficient de corrélation signifie que leur étendue à l'échelle spatiale est réduite. En effet, à partir de 3 capteurs de séparation, leur occurrence n'a plus d'impact significatif sur le coefficient de pression c_p du capteur considéré.

L'estimation du coefficient de corrélation global est réalisée sans distinction entre les modes. Concernant son évolution, l'allure de la courbe s'apparente à celle du mode 2. Cela signifie que le mode 2 gouverne le coefficient de corrélation global. De ce fait, ce sont les phénomènes impulsionnels de faible ampleur spatiale qui commandent le comportement du coefficient de corrélation complet.

Toutes les configurations sont présentées dans l'ANNEXE 1.

3.1.3 Conclusions

La FIGURE 29 représente la carte statistique de la corrélation spatiale avec le capteur 36. Nous présentons la corrélation globale accompagnée de celle des modes séparément. La partie symétrique n'est pas intéressante au sens que la corrélation spatiale du mode 2 équivaut à une valeur nulle.

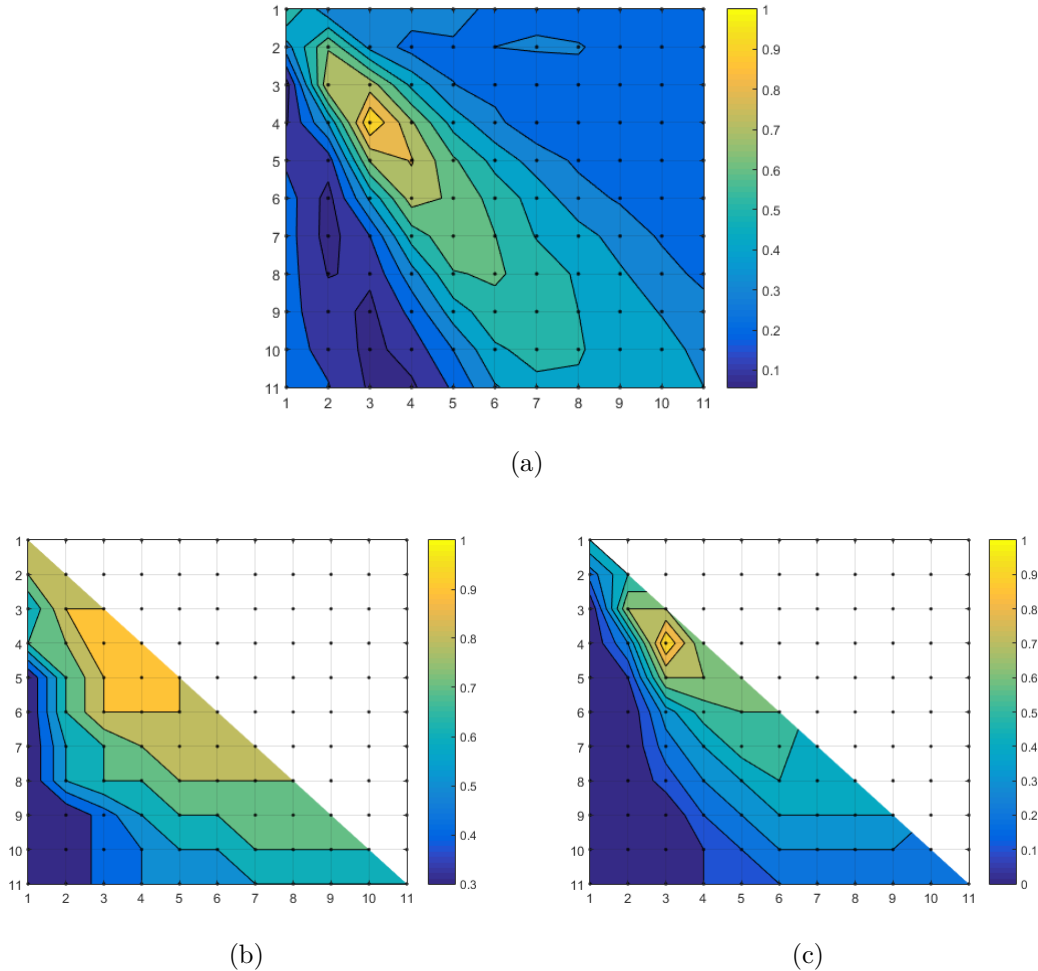


FIGURE 29 – Corrélation avec le capteur 36 (a) Globale (b) Mode 1 (c) Mode 2

Les comportements globaux des modes sont différents. La corrélation du mode 1 évolue compte tenu de la distance de séparation avec le capteur 36. Elle diminue plus rapidement dans la direction x que y . Cette baisse est influencée par la direction de l'écoulement. Le mode 2 diminue de façon concentrique dans le sens de l'écoulement. Finalement, le fond turbulent correspondant au mode 1 est toujours corrélé. Contrairement, les tourbillons représentés par le mode 2 peuvent être indépendants.

La forme de la corrélation complète est gouvernée par celle du mode 2. Cependant, la corrélation complète atteint des valeurs plus élevées que la corrélation du mode 2. Le coefficient de corrélation du mode 2 décline plus rapidement que celle réalisée sans distinction des modes.

La FIGURE 30 représente l'étendue spatiale des phénomènes rapides sur les cartes statistique de la corrélation spatiale avec le capteur 36. Elle est définie à partir de la carte du mode 2 et disposée sur la carte de la corrélation complète pour l'analyse.

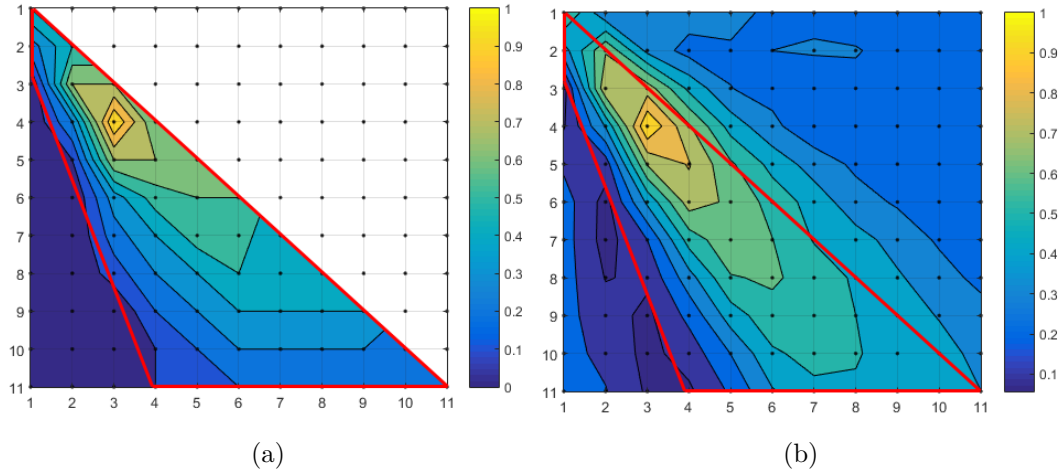


FIGURE 30 – Étendue spatiale du mode 2 à partir du capteur 36 sur la carte de la corrélation (a) Mode 2 (b) Complète

Pour délimiter la zone d'influence qu'est l'étendue spatiale des phénomènes rapides, les capteurs indépendants doivent être identifiés dans le mode 2. Nous avons défini les deux frontières : la frontière gauche conduit à l'indépendance des phénomènes impulsionsnels dans la même partie et celle de droite provient de l'indépendance des deux parties symétriques. Cette zone prend la forme d'un cône et est fonction de la direction de l'écoulement sur le modèle. La portée selon y est supérieure à celle selon x, cela confirme les conclusions apportées par les exemples précédents.

La frontière droite n'est pas rectiligne dû à la difficulté d'identification de l'indépendance de mode 2. En effet, cela dépend de l'influence du mode 1 sur la forme de l'histogramme conjoint complet. Cet impact est d'autant plus important lorsque le mode 1 est prépondérant.

La corrélation complète permet de retrouver la frontière gauche. Lorsque nous nous penchons sur la carte de corrélation complète, le sens de propagation de l'impact du mode 2 prend son sens.

3.1.4 Exemples complémentaires

Le traitement des histogrammes conjoints dans cette section a été entrepris via le capteur de référence 36. Ce capteur est un capteur intermédiaire entre le cas gaussien et non-gaussien.

Pour compléter l'étude et affiner l'applicabilité à l'ensemble des capteurs, quelques autres exemples sont présentés. Pour envisager tous les cas, nous prendrons un couple de deux capteurs gaussiens, un couple de capteurs fortement non-gaussiens et un couple unissant les deux configurations.

La FIGURE 31 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p37} et c_{p49} . Ces capteurs sont positionnés sur l'axe de symétrie. Ainsi, leur PDF marginale est gaussienne.

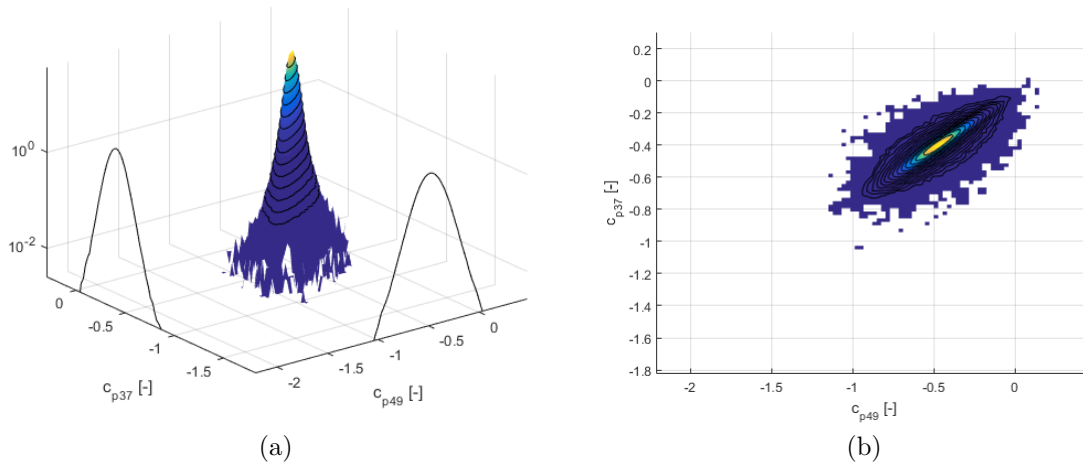


FIGURE 31 – Capteurs 37 et 49 : Histogramme conjoint

L'histogramme conjoint se présente sous la forme d'un pic. Nous pouvons définir les deux ellipses de façon analogue à la méthodologie précédente. Ces ellipses possèdent les mêmes caractéristiques : la position du centre et un coefficient de corrélation élevé. Seuls les écarts types changent. Cela signifie qu'un seul mode est visible. Sachant que les deux capteurs sont disposés dans une zone sans tourbillon, nous pouvons confirmer que le mode omniprésent est le mode 1.

La FIGURE 32 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p34} et c_{p45} . Les deux capteurs sont situés sur le bord du modèle et, ainsi, ils sont fortement non-gaussiens.

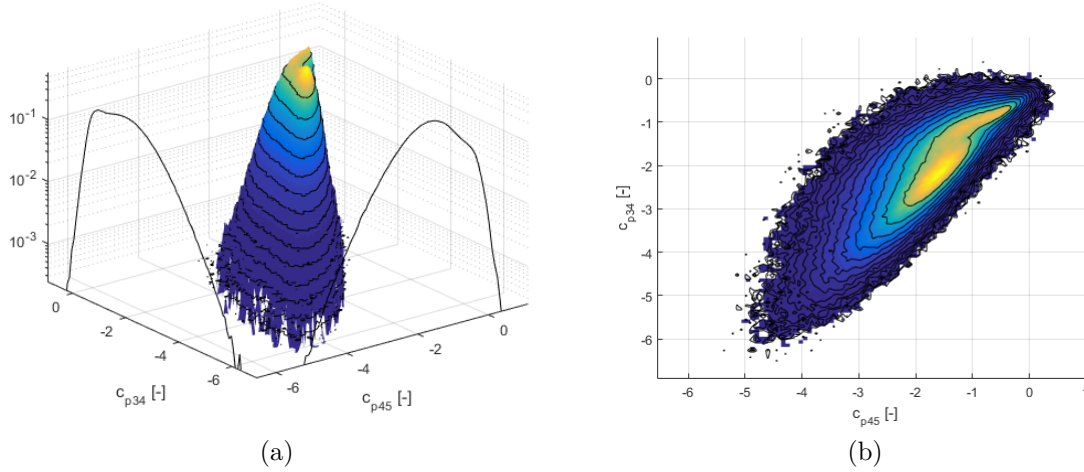


FIGURE 32 – Capteurs 34 et 45 : Histogramme conjoint

Nous pouvons nettement observer les deux contributions des modes dans l'histogramme conjoint. Cela est dû à l'équivalence des participations des modes. La forme de la PDF conjointe indique la corrélation du mode 1 et du mode 2. Dans cette configuration, la méthodologie précédente doit être adaptée. Les deux ellipses sont construites sur les deux isocontours des valeurs maximales.

La FIGURE 33 représente l'histogramme conjoint entre les capteurs c_{p37} et c_{p34} . Comme vu précédemment, le capteur 37 est gaussien. Quant au capteur 34, il est fortement non-gaussien.

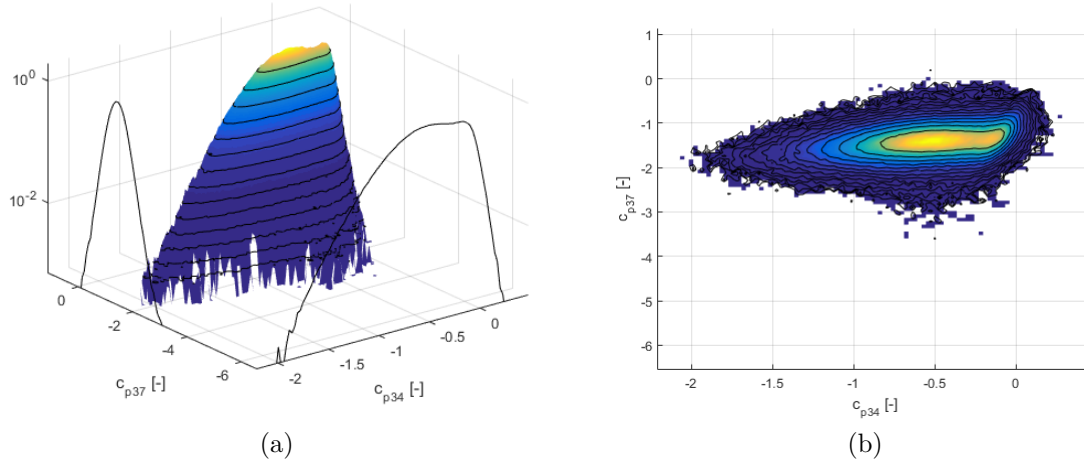


FIGURE 33 – Capteurs 37 et 34 : Histogramme conjoint

L'observation de l'histogramme conjoint permet de mettre en avant deux "bosses". Lorsqu'une des deux PDF marginales est constituée de 2 modes, la contribution des deux modes dans l'histogramme conjoint est visible. Dans ce cas, elles sont situées sur un même plan. En effet, lors de l'intégration, nous devons trouver la PDF marginale du capteur 37 qui est gaussienne. La forme de la PDF conjointe indique la corrélation du mode 1 et l'indépendance du mode 2.

3.2 Probabilité conjointe des coefficients de pression c_p

Cette section a pour but de décrire le modèle employé pour représenter les histogrammes conjoints et, ainsi modéliser les PDF conjointes des coefficients de pression c_p . Ensuite, plusieurs exemples contribuent à illustrer la méthodologie.

La SECTION 3.1 permet de traiter les histogrammes conjoints. En observant ces histogrammes, nous identifions deux groupes d'ellipses qui correspondent à une décomposition bimodale. Ainsi, nous décidons de choisir un modèle à deux composantes permettant respectivement de coïncider aux deux modes. Les PDF conjointes sont représentées par un modèle de mélange de deux gaussiennes conjointes.

L'implémentation d'un tel modèle permet de mettre en évidence les coefficients de corrélation de chacun des modes entre les capteurs étudiés. La validation du modèle nécessite la comparaison de ces valeurs. Ces coefficients de corrélation doivent correspondre aux valeurs observées sur les histogrammes conjoints à la SECTION 3.1.

3.2.1 Modèle de mélange de deux gaussiennes conjointes

1) Explication du modèle de mélange de deux gaussiennes conjointes

Ce modèle permet de calculer la PDF conjointe entre deux capteurs et ainsi, de pouvoir identifier les corrélations du mode 1 et du mode 2 de ces deux capteurs.

Évaluation de la PDF conjointe

L'estimation de la fonction $f(\underline{x}, x, y)$ permettant de représenter la densité de probabilité conjointe est ajustée par la méthode des moindres carrés.

La fonction $f(\underline{x}, x, y)$ exprime la PDF conjointe entre c_{pi} et c_{pj} et le vecteur \underline{x} correspond à ses paramètres variables. Leurs expressions mathématiques sont données par la suite.

La méthode des moindres carrés permet de trouver les coefficients \underline{x} qui résolvent le problème de minimisation de la fonction suivante :

$$E(\underline{x}) = \sum_{i=0}^n [\log(f(\underline{x}, xbins_i, ybins_i)) - \log(zdata_i)]^2 \quad (9)$$

Les données de sortie $zdata$ sont observées via l'histogramme conjoint et $f(\underline{x})$ est une fonction de la PDF conjointe évaluée pour $xbins$ et $ybins$.

Le but est de trouver les valeurs de \underline{x} afin de minimiser la somme des écarts entre le logarithme de la PDF conjointe entre c_{pi} et c_{pj} et le logarithme de l'histogramme conjoint entre c_{pi} et c_{pj} .

L'avantage de l'utilisation du logarithme dans ce problème est d'obtenir une précision supérieure dans l'approximation des valeurs de la queue de distribution.

Le nombre de paramètres \underline{x} dépend de la fonction $f(\underline{x}, x, y)$ utilisée pour représenter

la PDF conjointe entre les deux capteurs.

— Données d'entrée et de sortie

La détermination des données d'entrée et de sortie se réalise à partir de l'histogramme conjoint des c_{pi} et c_{pj} . Ces configurations ont été étudiées dans la section précédente.

— Fonction objectif $f(\underline{x}, x, y)$

La PDF conjointe entre deux gaussiennes X et Y s'exprime sous la forme suivante.

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi \sqrt{|C|}} \exp \left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \mu_x & y - \mu_y \end{bmatrix} C^{-1} \begin{bmatrix} x - \mu_x \\ y - \mu_y \end{bmatrix} \right) \quad (10)$$

avec la matrice de covariance de X et Y et son déterminant $|C|$

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}$$

Soit la PDF conjointe de c_{pi} et c_{pj} est modélisée via un mélange de deux gaussiennes conjointes.

La fonction $f(\underline{x}, x, y)$ représente la PDF conjointe entre c_{pi} et c_{pj} .

$$f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) = \sum_{k=1}^K w_k f_{c_{pi}, c_{pj}}^{(k,k)}(x, y) \quad (11)$$

avec w_k est le facteur de pondération tel que $\sum_{k=1}^K w_k = 1$.

La PDF du coefficient de pression c_p peut être exprimée selon le modèle de décomposition bimodale. Le premier mode correspond à l'écoulement de fond turbulent (présent sur la zone du toit sans vortex). Quant au second mode, il représente les fluctuations dues aux vortex.

Ainsi, ce modèle de mélange de $K = 2$ composantes peut être décomposé comme suit :

$$f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) = w_1 \underbrace{f_{c_{pi}, c_{pj}}^{(1,1)}(x, y)}_{MODE\ 1} + w_2 \underbrace{f_{c_{pi}, c_{pj}}^{(2,2)}(x, y)}_{MODE\ 2} \quad (12)$$

avec le vecteur des paramètres

$$\underline{x} = \left[\underbrace{\mu_{x,1} \ \mu_{y,1} \ \sigma_{x,1} \ \sigma_{y,1} \ \sigma_{xy,1} \ w_1}_{MODE\ 1} \ \underbrace{\mu_{x,2} \ \mu_{y,2} \ \sigma_{x,2} \ \sigma_{y,2} \ \sigma_{xy,2} \ w_2}_{MODE\ 2} \right]$$

Par conséquent, la PDF conjointe des c_{pi} et c_{pj} peut être déterminée par la fonction $f(\underline{x}, x, y)$ dont le vecteur \underline{x} correspond à ces 12 paramètres avec une contrainte. En effet,

les deux paramètres de pondération $w_{k,l}$ peuvent être réduits en prenant en compte que $\sum_{k=1}^K w_k = 1$.

Pour conclure, la fonction $f(\underline{x}, x, y)$ intervenant alors le problème de minimisation prend la forme suivante :

$$f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) = w_1 \frac{1}{2\pi \sqrt{|C_{1,1}|}} \exp \left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,1} & y - \mu_{y,1} \end{bmatrix} C_{1,1}^{-1} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,1} \\ y - \mu_{y,1} \end{bmatrix} \right) \\ + w_2 \frac{1}{2\pi \sqrt{|C_{2,2}|}} \exp \left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,2} & y - \mu_{y,2} \end{bmatrix} C_{2,2}^{-1} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,2} \\ y - \mu_{y,2} \end{bmatrix} \right) \quad (13)$$

avec les matrices de covariance

$$C_{1,1} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,1}^2 & \sigma_{xy,1} \\ \sigma_{xy,1} & \sigma_{y,1}^2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad C_{2,2} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,2}^2 & \sigma_{xy,2} \\ \sigma_{xy,2} & \sigma_{y,2}^2 \end{bmatrix}$$

En introduisant les coefficients de corrélation comme :

$$\rho_{xy,1} = \frac{\sigma_{xy,1}}{\sigma_{x,1} \sigma_{y,1}} \quad \text{et} \quad \rho_{xy,2} = \frac{\sigma_{xy,2}}{\sigma_{x,2} \sigma_{y,2}}$$

La fonction dépend des 12 paramètres avec une condition.

$$\underline{x} = \left[\underbrace{\mu_{x,1} \mu_{y,1} \sigma_{x,1} \sigma_{y,1} \rho_{xy,1} w_1}_{MODE\ 1} \underbrace{\mu_{x,2} \mu_{y,2} \sigma_{x,2} \sigma_{y,2} \rho_{xy,2} w_2}_{MODE\ 2} \right] \quad (14)$$

Utilisation des PDF marginales

→ En étudiant la PDF marginale de chaque capteur, il est possible de fournir une estimation initiale cohérente.

Considérant l'ÉQUATION (13) de la PDF conjointe entre c_{pi} et c_{pj} , il est possible de l'intégrer selon une direction x ou y et ainsi, trouver la PDF marginale de c_{pj} ou c_{pi} respectivement.

$$f_{c_{pi}}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) dy \quad \text{et} \quad f_{c_{pj}}(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) dx \quad (15)$$

Ainsi, la PDF marginale peut être modélisée par un modèle de mélange gaussien composé de 2 gaussiennes.

$$f_{c_{pi}}(x) = \underbrace{w_1 \frac{1}{\sigma_{x,1} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(x - \mu_{x,1})^2}{2 \sigma_{x,1}^2} \right)}_{MODE\ 1} + \underbrace{w_2 \frac{1}{\sigma_{x,2} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(x - \mu_{x,2})^2}{2 \sigma_{x,2}^2} \right)}_{MODE\ 2} \quad (16)$$

Il y a 6 paramètres et une contrainte : la moyenne et l'écart type de chaque mode $\mu_{x,1}$ et $\sigma_{x,1}$, $\mu_{x,2}$ et $\sigma_{x,2}$, et deux coefficients de pondération w_1 et w_2 associés via une contrainte.

L'ajustement de modèle est réalisé via une méthode des moindres carrés. Le but est de trouver des paramètres afin de minimiser la somme des écarts entre le logarithme de la PDF calculée via le modèle et le logarithme des données du c_p . Le principe de la méthode est identique à celui expliqué précédemment et permet de trouver leurs paramètres optimaux.

De façon analogue à la procédure précédente, pour le deuxième capteur.

$$f_{c_{pj}}(y) = w_1 \underbrace{\frac{1}{\sigma_{y,1} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(y - \mu_{y,1})^2}{2 \sigma_{y,1}^2} \right)}_{MODE 1} + w_2 \underbrace{\frac{1}{\sigma_{y,2} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(y - \mu_{y,2})^2}{2 \sigma_{y,2}^2} \right)}_{MODE 2} \quad (17)$$

Dès lors, les 10 paramètres peuvent être estimés via l'interpolation de la probabilité marginale. Les choix initiaux de valeurs pour le vecteur des paramètres de l'ÉQUATION (14) peut se réduire à :

$$\underline{x} = \left[\underbrace{\mu_{x,1} \mu_{y,1} \sigma_{x,1} \sigma_{y,1} \rho_{xy,1} w_1}_{MODE 1} \underbrace{\mu_{x,2} \mu_{y,2} \sigma_{x,2} \sigma_{y,2} \rho_{xy,2} w_2}_{MODE 2} \right]$$

En regroupant les paramètres par capteur, cela donne :

$$\underline{x} = \left[\underbrace{\mu_{x,1} \mu_{x,2} \sigma_{x,1} \sigma_{x,2}}_{c_{pi}} \underbrace{\mu_{y,1} \mu_{y,2} \sigma_{y,1} \sigma_{y,2}}_{c_{pj}} w_1 w_2 \rho_{xy,1} \rho_{xy,2} \right]$$

Analyse du modèle

Rigo et al. (2018) [19] proposent une méthode de décomposition des différentes contributions du flux de vent. En observant les PDF, ils identifient une composition bimodale. Cette décomposition bimodale est pertinente en ce sens qu'elle permet de qualifier plus précisément les pressions extrêmes. Cook (2016) [8] propose un modèle de mélange composé de skew-gaussienne et exponentielle. Ainsi, ils utilisent deux skew-gaussiennes pour la partie principale et une exponentielle pour la queue de distribution.

Dès lors, l'utilisation de modèle de mélange à deux gaussiennes est cohérente. Ces deux contributions correspondent aux 2 modes observés sur la forme de PDF.

L'estimation de la PDF des coefficients c_p est réalisée selon le modèle de décomposition bimodale. Le premier mode (mode 1) correspond à l'écoulement de fond turbulent (présent sur la zone du toit sans vortex). Quant au second mode (mode 2), il représente les fluctuations dues aux vortex.

2) Exemples

Les exemples suivants servent d'illustration pour l'application du modèle. Les exemples choisis font écho à des configurations étudiées dans la précédente section. En effet, nous avons puisé deux exemples dans le troisième exemple de la SECTION 3.1. Ces deux exemples sont différents et permettent de mettre en évidence deux formes distinctes des histogrammes conjoints.

Analyse des capteurs 36 et 47

Via le modèle, la PDF conjointe des coefficients de pression c_p des capteurs 36 et 47 peut être calculée. Cela permet de comprendre la corrélation des coefficients de pression et d'identifier les corrélations du mode 1 et du mode 2 de ces deux capteurs.

Lors du traitement des histogrammes conjoints, les coefficients de corrélation sont définis à 0.9 pour le mode 1 et 0.7 pour le mode 2.

Utilisation des PDF marginales

Tout d'abord, nous décidons d'étudier la PDF marginale de chaque capteur. Cette analyse permet d'isoler des valeurs initiales pour l'ensemble des paramètres. Les PDF marginales s'obtiennent via l'intégration de l'histogramme conjoint des capteurs.

La FIGURE 34 représente respectivement l'estimation de la PDF marginales des coefficients de pression selon la méthode bimodale du capteur 36 et 47.

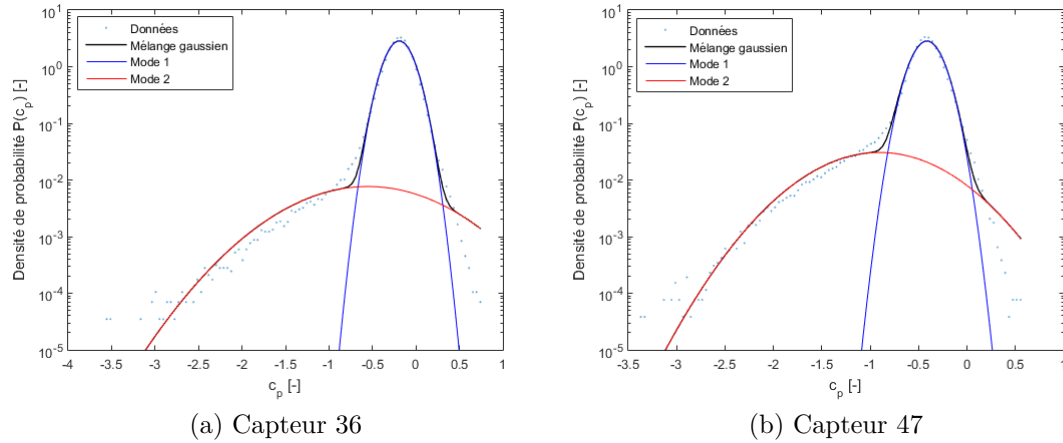


FIGURE 34 – Capteur 36 / 47 : Décomposition des PDF marginales (mélange gaussien, mode 1, mode 2)

Les paramètres des PDF marginales du capteur 36 et 47 sont respectivement présentés aux TABLES 14 et 15.

$\mu_{y,1}$	$\mu_{y,2}$	$\sigma_{y,1}$	$\sigma_{y,2}$	w_1	w_2
-0.1930	-0.5542	0.0189	0.4912	0.9865	0.0135

TABLE 14 – Capteur 36 : Paramètres pour l'estimation de la PDF marginale

$\mu_{x,1}$	$\mu_{x,2}$	$\sigma_{x,1}$	$\sigma_{x,2}$	w_1	w_2
-0.4135	-0.9045	0.0181	0.3044	0.9577	0.0423

TABLE 15 – Capteur 47 : Paramètres pour l'estimation de la PDF marginale

Cette méthode est adéquate pour modéliser les PDF marginales. En effet, la méthode d'ajustement par deux gaussiennes permet d'obtenir un résidu normé qui équivaut à $\boxed{5.76 \%}$ pour le capteur 36 et $\boxed{5.58 \%}$ pour le capteur 47. Ce nombre traduit la possibilité de cette configuration de présenter correctement l'allure de la PDF marginale.

En observant la PDF en axe semi-logarithmique sur la FIGURE 34 (a), la contribution de 2 modes est notable. Bien que non visibles par 2 bosses, l'observation de l'estimation de la queue de distribution permet de pointer la contribution du mode 2. La première gaussienne du mode 1 permet de caractériser les c_p dont les valeurs sont récurrentes et la deuxième du mode 2 les valeurs extrêmes. Le mode 1 est plus important que le mode 2.

Sur la FIGURE 34 (b), nous observons une forme similaire pour le capteur 47.

La description du modèle impose que les w_1 et w_2 soient équivalents. Dans ce cas, nous observons que les facteurs de pondération des deux capteurs sont proches. Ainsi, il est cohérent d'utiliser ce modèle pour obtenir la PDF conjointe entre ces deux capteurs.

Utilisation du modèle pour estimer la PDF conjointe

La FIGURE 35 représente l'histogramme conjoint et la PDF conjointe du capteur 36 et 47.

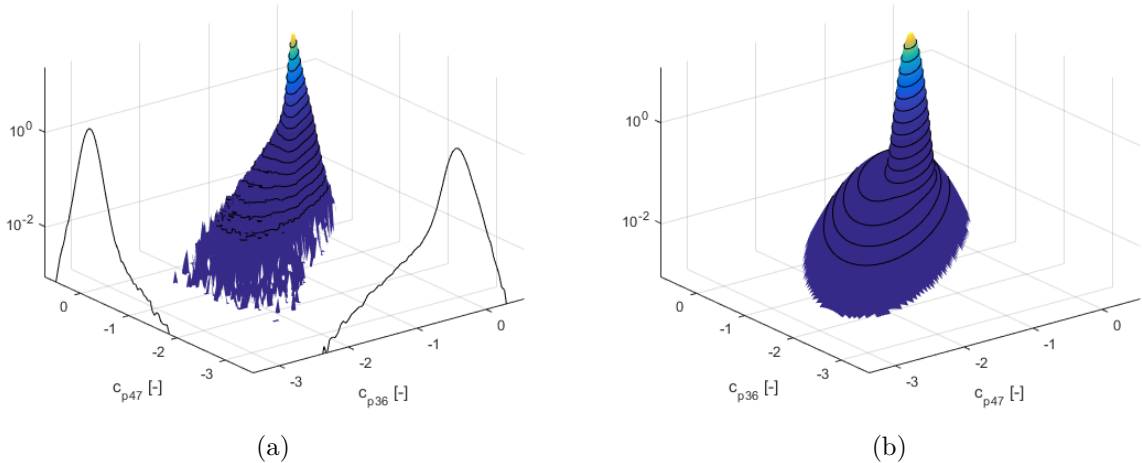


FIGURE 35 – Capteur 36 et 47 : (a) Histogramme conjoint (b) Probabilité conjointe

Les paramètres de la PDF conjointe entre les capteurs 36 et 47 sont présentés à la TABLE 16.

$\mu_{x,1}$	$\mu_{y,1}$	$\sigma_{x,1}$	$\sigma_{y,1}$	ρ_1	w_1
-0.4139	-0.1923	0.1395	0.1284	0.7628	0.9343

$\mu_{x,2}$	$\mu_{y,2}$	$\sigma_{x,2}$	$\sigma_{y,2}$	ρ_2	w_2
-0.6305	-0.0132	0.7381	0.7896	0.7720	0.0657

TABLE 16 – Capteur 36 et 47 : Paramètres pour l'estimation de la PDF conjointe

La FIGURE 35 permet la comparaison entre l'histogramme conjoint et la probabilité conjointe. Ce modèle permet globalement de modéliser les PDF conjointes. En effet, la méthode d'ajustement par deux gaussiennes conjointes permet d'obtenir un résidu normé qui équivaut à $\boxed{2.63 \%}$. Ce nombre traduit la possibilité de cette configuration de présenter correctement l'allure de la PDF conjointe.

Concernant les paramètres, le mode 1 présente des moyennes selon x et y équivalentes à celles obtenues lors de l'analyse des PDF marginales. Contrairement, les caractéristiques du mode 2 sont différentes de celles des PDF marginales. Cela vient du fait que le mode 2 est davantage non-gaussien.

Les facteurs de pondération ont les mêmes ordres de grandeur que ceux acquis lors de l'étude des PDF marginales. C'est cohérent avec la définition du modèle.

Les coefficients de corrélation sont équivalents et valent 0.7628 pour le mode 1 et 0.7720 pour le mode 2. Ces valeurs sont différentes de celles attendues et trouvées lors traitement des histogrammes conjoints. Cependant, elles sont proches de la valeur de corrélation obtenue sans distinction de mode qui équivaut à 0.7098.

Analyse des capteurs 36 et 113

Grâce au modèle, la PDF conjointe des coefficients de pression c_p des capteurs 36 et 113 peut être estimée. Cela permet d'estimer le coefficient de corrélation du mode 1 et du mode 2 de ces deux capteurs.

Lors de l'exposé des histogrammes conjoints, nous avons vu précédemment que le mode 2 était indépendant et le mode 1 est corrélé avec un coefficient de 0.45.

Utilisation des PDF marginales

Nous commençons par l'étude de la PDF marginale de chaque capteur. Cette analyse permet de quantifier les valeurs de départ pour l'ensemble des paramètres.

La FIGURE 36 représente respectivement l'estimation de la PDF marginale des coefficients de pression selon la méthode bimodale du capteur 36 et 113.

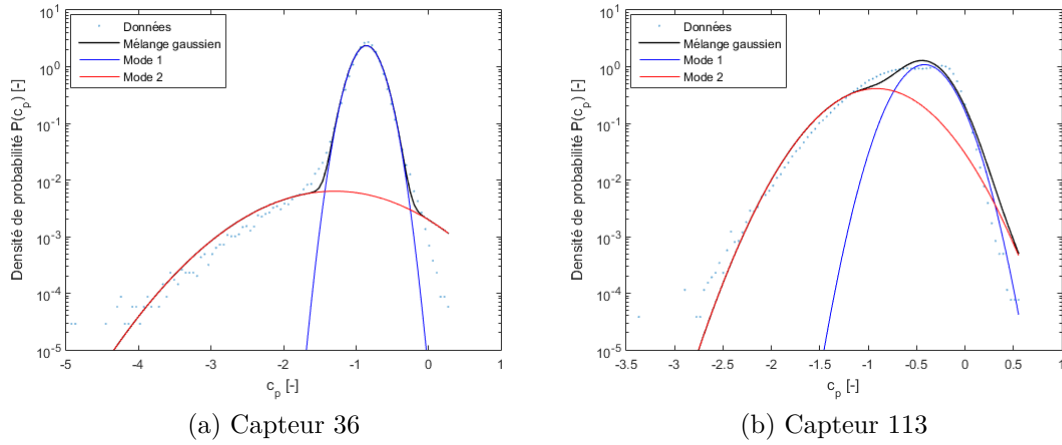


FIGURE 36 – Capteur 36 / 113 : Décomposition des PDF marginales (mélange gaussien, mode 1, mode 2)

Les paramètres des PDF marginales du capteur 36 et 113 sont respectivement présentés aux TABLES 17 et 18.

$\mu_{y,1}$	$\mu_{y,2}$	$\sigma_{y,1}$	$\sigma_{y,2}$	w_1	w_2
-0.8565	-1.2937	0.0276	0.7189	0.9865	0.0135

TABLE 17 – Capteur 36 : Paramètres pour l'estimation de la PDF marginale

$\mu_{x,1}$	$\mu_{x,2}$	$\sigma_{x,1}$	$\sigma_{x,2}$	w_1	w_2
-0.4185	-0.9151	0.0464	0.1589	0.5894	0.4106

TABLE 18 – Capteur 113 : Paramètres pour l'estimation de la PDF marginale

Cette méthode est appropriée pour modéliser les PDF marginales. En effet, la mé-

thode d'ajustement par deux gaussiennes permet d'obtenir un résidu normé qui équivaut à $\boxed{6.67 \%}$ pour le capteur 36 et $\boxed{8.32 \%}$ pour le capteur 113. Ce nombre traduit une légère difficulté de cette configuration de présenter correctement l'allure de la PDF marginale pour le capteur 113.

Sur la FIGURE 36 (a), la forme de la PDF marginale pour le capteur 36 est inchangé.

En observant la PDF en axe semi-logarithmique sur la FIGURE 36 (b), la contribution de 2 modes est visible par 2 bosses. Dans cette PDF marginale, la contribution du mode 2 représentant les tourbillons du coin est important par rapport aux autres PDF marginales. Les participations des deux modes s'égalisent.

La description du modèle impose que les w_1 et w_2 soient équivalents. Dans ce cas, nous observons que les facteurs de pondération des deux capteurs sont distincts. Ainsi, il est moins cohérent d'utiliser ce modèle pour obtenir la PDF conjointe entre ces deux capteurs.

Utilisation du modèle pour estimer la PDF conjointe

La FIGURE 37 représente l'histogramme conjoint et la PDF conjointe du capteur 36 et 113.

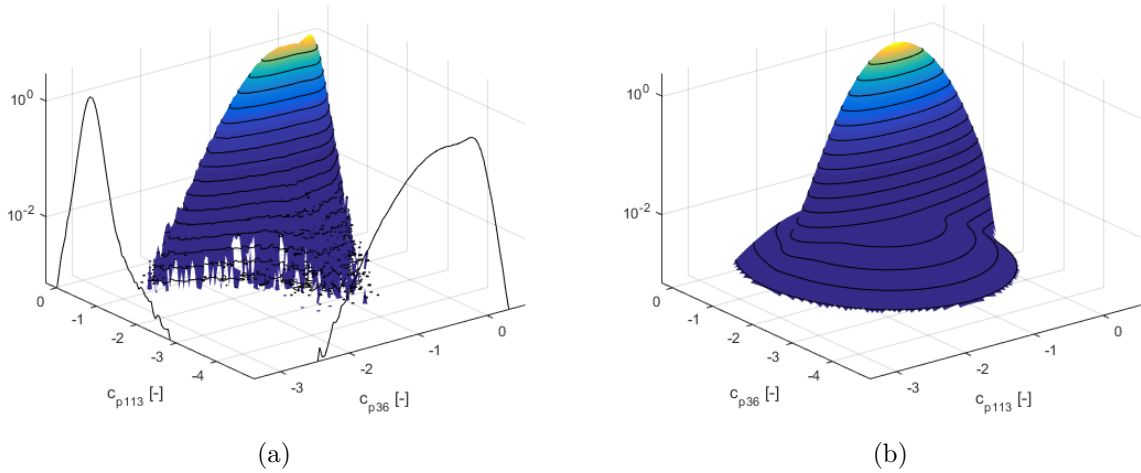


FIGURE 37 – Capteur 36 et 113 : (a) Histogramme conjoint (b) Probabilité conjointe

Les paramètres de la PDF conjointe entre les capteurs 36 et 113 sont présentés à la TABLE 19.

$\mu_{x,1}$	$\mu_{y,1}$	$\sigma_{x,1}$	$\sigma_{y,1}$	ρ_1	w_1
-0.6412	-0.8591	0.3890	0.1628	0.0654	0.9682

$\mu_{x,2}$	$\mu_{y,2}$	$\sigma_{x,2}$	$\sigma_{y,2}$	ρ_2	w_2
-1.0542	-1.0717	0.7522	1.1175	-0.0574	0.0318

TABLE 19 – Capteur 36 et 113 : Paramètres pour l'estimation de la PDF conjointe

La FIGURE 37 permet la comparaison entre l'histogramme conjoint et la probabilité conjointe. Ce modèle permet globalement de modéliser les PDF conjointes. En effet, la méthode d'ajustement par deux gaussiennes conjointes permet d'obtenir un résidu normé qui équivaut à $\boxed{2.73 \%}$. Ce nombre traduit la possibilité de cette configuration de présenter correctement l'allure de la PDF conjointe.

Dans cette configuration, les caractéristiques du mode 1 et 2 varient de celles des PDF marginales.

Les facteurs de pondération sont également distincts de ceux acquis lors de l'étude des PDF marginales. Ils se rapprochent des facteurs du capteur 36, mais ne concordent pas à ceux du capteur 113. Cette différence pose un problème dans la définition des PDF marginales.

Les coefficients de corrélation sont équivalents et valent 0.0654 pour le mode 1 et -0.0574 pour le mode 2. Ces valeurs sont différentes de celles attendues et trouvées lors du traitement des histogrammes conjoints. Elles sont proches de la valeur de corrélation obtenue sans distinction de mode qui équivaut à 0.0863.

Cependant, ce modèle de mélange à deux gaussiennes conjointes n'est pas capable de représenter l'indépendance de deux capteurs. En effet, cette indépendance est représentée par le produit des deux contributions marginales.

3.2.2 Modèle de mélange de quatre gaussiennes conjointes

1) Explication du modèle de mélange de quatre gaussiennes conjointes

Ce modèle est développé pour pallier le problème concernant les capteurs indépendants et l'unicité des facteurs de pondération.

Évaluation de la PDF conjointe

L'estimation de la fonction $f(\underline{x}, x, y)$ permettant de représenter la PDF conjointe est ajustée par la méthode des moindres carrés. Le principe de la méthode est similaire à précédemment, seule la définition de la fonction objectif change.

— Fonction objectif $f(\underline{x}, x, y)$

Soit la PDF de c_{pi} est un mélange de 2 gaussiennes. Idem pour c_{pj} .

La fonction $f(\underline{x}, x, y)$ représente la PDF conjointe entre c_{pi} et c_{pj} .

$$f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L w_{k,l} f_{c_{pi}, c_{pj}}^{(k,l)}(x, y) \quad (18)$$

avec $w_{k,l}$ est le facteur de pondération tel que $\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L w_{k,l} = 1$.

Ce modèle de mélange de $K = L = 2$ composantes peut être décomposé comme suit :

$$f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) = w_{1,1} f_{c_{pi}, c_{pj}}^{(1,1)}(x, y) + w_{1,2} f_{c_{pi}, c_{pj}}^{(1,2)}(x, y) + w_{2,1} f_{c_{pi}, c_{pj}}^{(2,1)}(x, y) + w_{2,2} f_{c_{pi}, c_{pj}}^{(2,2)}(x, y) \quad (19)$$

avec le vecteur des paramètres

$$\underline{x} = \left[\underbrace{\mu_{x,1} \ \mu_{y,1} \ \sigma_{x,1} \ \sigma_{y,1}}_{MODE \ 1} \ \underbrace{\mu_{x,2} \ \mu_{y,2} \ \sigma_{x,2} \ \sigma_{y,2}}_{MODE \ 2} \ \sigma_{xy,k,l} \ w_{k,l} \right]$$

Ainsi, la PDF conjointe des c_{pi} et c_{pj} peut être déterminée par la fonction $f(\underline{x}, x, y)$ dont le vecteur \underline{x} correspond à ces 16 paramètres et une condition sur les facteurs de pondération $\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L w_{k,l} = 1$.

Pour conclure, la fonction $f(\underline{x}, x, y)$ intervenant alors dans le problème de minimisation prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) = & \mathbf{w}_{1,1} \frac{1}{2\pi \sqrt{|C_{1,1}|}} \exp \left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,1} & y - \mu_{y,1} \end{bmatrix} C_{1,1}^{-1} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,1} \\ y - \mu_{y,1} \end{bmatrix} \right) \\ & + \mathbf{w}_{1,2} \frac{1}{2\pi \sqrt{|C_{1,2}|}} \exp \left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,1} & y - \mu_{y,2} \end{bmatrix} C_{1,2}^{-1} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,1} \\ y - \mu_{y,2} \end{bmatrix} \right) \\ & + \mathbf{w}_{2,1} \frac{1}{2\pi \sqrt{|C_{2,1}|}} \exp \left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,2} & y - \mu_{y,1} \end{bmatrix} C_{2,1}^{-1} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,2} \\ y - \mu_{y,1} \end{bmatrix} \right) \\ & + \mathbf{w}_{2,2} \frac{1}{2\pi \sqrt{|C_{2,2}|}} \exp \left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,2} & y - \mu_{y,2} \end{bmatrix} C_{2,2}^{-1} \begin{bmatrix} x - \mu_{x,2} \\ y - \mu_{y,2} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

avec les matrices de covariance

$$C_{1,1} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,1}^2 & \sigma_{xy,1,1} \\ \sigma_{xy,1,1} & \sigma_{y,1}^2 \end{bmatrix} \text{ et } C_{2,2} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,2}^2 & \sigma_{xy,2,2} \\ \sigma_{xy,2,2} & \sigma_{y,2}^2 \end{bmatrix}$$

$$C_{1,2} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,1}^2 & \sigma_{xy,1,2} \\ \sigma_{xy,1,2} & \sigma_{y,2}^2 \end{bmatrix} \text{ et } C_{2,1} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,2}^2 & \sigma_{xy,2,1} \\ \sigma_{xy,2,1} & \sigma_{y,1}^2 \end{bmatrix}$$

En introduisant les coefficients de corrélation comme :

$$\rho_{xy,1,1} = \frac{\sigma_{xy,1,1}}{\sigma_{x,1} \sigma_{y,1}} ; \quad \rho_{xy,1,2} = \frac{\sigma_{xy,1,2}}{\sigma_{x,1} \sigma_{y,2}} ; \quad \rho_{xy,2,1} = \frac{\sigma_{xy,2,1}}{\sigma_{x,2} \sigma_{y,1}} \text{ et } \rho_{xy,2,2} = \frac{\sigma_{xy,2,2}}{\sigma_{x,2} \sigma_{y,2}}$$

La fonction dépend des 16 paramètres et une contrainte.

$$\underline{x} = [\mu_{x,1} \ \mu_{y,1} \ \sigma_{x,1} \ \sigma_{y,1} \ \mu_{x,2} \ \mu_{y,2} \ \sigma_{x,2} \ \sigma_{y,2} \ \rho_{xy,1,1} \ \rho_{xy,1,2} \ \rho_{xy,2,1} \ \rho_{xy,2,2} \ w_{1,1} \ w_{1,2} \ w_{2,1} \ w_{2,2}] \quad (21)$$

Utilisation des PDF marginales

Considérant l'équation (20) de la PDF conjointe entre c_{pi} et c_{pj} , il est possible de l'intégrer selon une direction x ou y et ainsi, trouver la PDF marginale de c_{pj} ou c_{pi} respectivement.

$$\int f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) dy = f_{c_{pi}}(x) \quad \text{et} \quad \int f_{c_{pi}, c_{pj}}(x, y) dx = f_{c_{pj}}(y)$$

À partir de celle-ci, une méthode des moindres carrés permet de quantifier les paramètres initiaux caractérisant ces 2 gaussiennes. Le principe de la méthode est identique à celui expliqué précédemment sauf qu'il se base sur l'histogramme 2D de ce capteur et la fonction objectif est définie par :

$$f_{c_{pi}}(x) = (w_{1,1} + w_{1,2}) \underbrace{\frac{1}{\sigma_{x,1} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(x - \mu_{x,1})^2}{2 \sigma_{x,1}^2} \right)}_{\text{MODE 1}} + (w_{2,1} + w_{2,2}) \underbrace{\frac{1}{\sigma_{x,2} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(x - \mu_{x,2})^2}{2 \sigma_{x,2}^2} \right)}_{\text{MODE 2}} \quad (22)$$

De façon analogue à la procédure précédente, pour le deuxième capteur.

$$f_{c_{pj}}(y) = (w_{1,1} + w_{2,1}) \underbrace{\frac{1}{\sigma_{y,1} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(y - \mu_{y,1})^2}{2 \sigma_{y,1}^2} \right)}_{\text{MODE 1}} + (w_{1,2} + w_{2,2}) \underbrace{\frac{1}{\sigma_{y,2} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(y - \mu_{y,2})^2}{2 \sigma_{y,2}^2} \right)}_{\text{MODE 2}} \quad (23)$$

2) Exemples

Analyse des capteurs 36 et 47

Les propriétés marginales sont identiques à l'exemple précédent.

Utilisation du modèle pour estimer la PDF conjointe

La FIGURE 38 représente l'histogramme conjoint et la PDF conjointe du capteur 36 et 47.

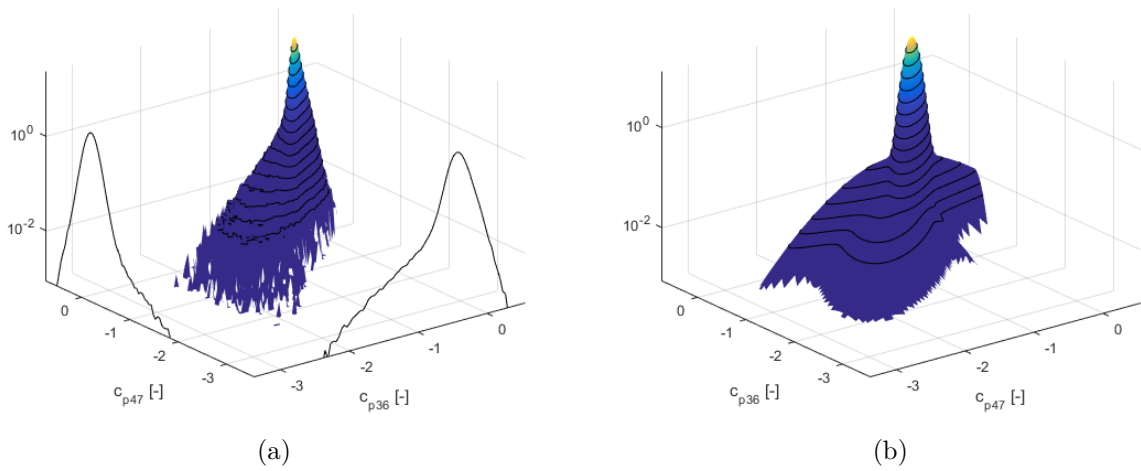


FIGURE 38 – Capteur 36 et 47 : (a) Histogramme conjoint (b) Probabilité conjointe

Les paramètres de la PDF conjointe entre les capteurs 36 et 47 sont présentés à la TABLE 20.

$\mu_{x,1}$	$\mu_{y,1}$	$\sigma_{x,1}$	$\sigma_{y,1}$	$\mu_{x,2}$	$\mu_{y,2}$	$\sigma_{x,2}$	$\sigma_{y,2}$
-0.4120	-0.1916	0.1375	0.1329	-0.6559	0.0305	0.7314	0.8502

$\rho_{x,y,1,1}$	$\rho_{x,y,1,2}$	$\rho_{x,y,2,1}$	$\rho_{x,y,2,2}$	$w_{1,1}$	$w_{1,2}$	$w_{2,1}$	$w_{2,2}$
0.8009	-0.9112	0.3448	0.7930	0.9275	0.0008	0.0279	0.0439

TABLE 20 – Capteur 36 et 47 : Paramètres pour l'estimation de la PDF conjointe

La FIGURE 38 permet la comparaison entre l'histogramme conjoint et la probabilité conjointe. Cette méthode d'ajustement par quatre gaussiennes conjointes permet d'obtenir un résidu normé qui équivaut à $\boxed{2.41 \%}$. Par ce nombre, nous pouvons affirmer que ce modèle présente de façon plus correcte l'allure de la PDF conjointe.

Concernant les paramètres, les moyennes obtenues pour le mode 1 sont équivalentes à celles obtenues lors de l'analyse des PDF marginales. En effet, elles représentent le pic de valeurs maximales. Contrairement, les caractéristiques du mode 2 sont différentes de

celles des PDF marginales. Cela est dû à l'étendue du mode 2 selon les axes principaux.

Les facteurs de pondération concordent avec ceux acquis lors de l'étude des PDF marginales. Cela confirme l'efficacité du modèle.

Les coefficients de corrélation sont plus difficilement analysables. Les coefficients de corrélation d'un même mode sont équivalents et valent 0.8009 pour le mode 1 et 0.7930 pour le mode 2. Quant aux coefficients de corrélation entre modes différents, leurs valeurs sont différentes.

Analyse des capteurs 36 et 113

Les propriétés marginales sont identiques à l'exemple précédent.

Utilisation du modèle pour estimer la PDF conjointe

La FIGURE 39 représente l'histogramme conjoint et la PDF conjointe du capteur 36 et 113.

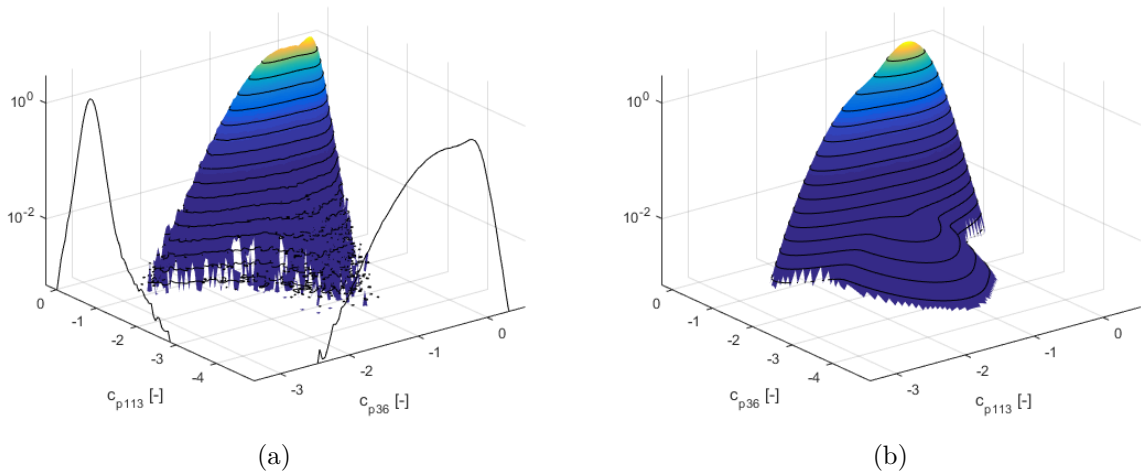


FIGURE 39 – Capteur 36 et 113 : (a) Histogramme conjoint (b) Probabilité conjointe

Les paramètres de la PDF conjointe entre les capteurs 36 et 113 sont présentés à la TABLE 21.

$\mu_{x,1}$	$\mu_{y,1}$	$\sigma_{x,1}$	$\sigma_{y,1}$	$\mu_{x,2}$	$\mu_{y,2}$	$\sigma_{x,2}$	$\sigma_{y,2}$
-0.4469	-0.8576	0.2335	0.1620	-0.8992	-0.8811	0.4179	1.1520

$\rho_{x,y,1,1}$	$\rho_{x,y,1,2}$	$\rho_{x,y,2,1}$	$\rho_{x,y,2,2}$	$w_{1,1}$	$w_{1,2}$	$w_{2,1}$	$w_{2,2}$
0.1177	-0.6129	0.1051	0.1171	0.5973	0.0010	0.3741	0.0277

TABLE 21 – Capteur 36 et 113 : Paramètres pour l'estimation de la PDF conjointe

La FIGURE 16 permet la comparaison entre l'histogramme conjoint et la probabilité conjointe. Cette méthode d'ajustement par quatre gaussiennes conjointes permet d'obtenir un résidu qui équivaut à $\boxed{2.47\%}$. Ce nombre traduit la possibilité de cette configuration de présenter correctement l'allure de la PDF conjointe.

Concernant les paramètres, les moyennes obtenues pour le mode 1 sont équivalentes à celles obtenues lors de l'analyse des PDF marginales. Cela n'était pas le cas dans le modèle à deux gaussiennes. Contrairement, les caractéristiques du mode 2 sont différentes de celles des PDF marginales. Cela est dû à l'étendue du mode 2 selon les axes principaux.

Les facteurs de pondération concordent avec ceux acquis lors de l'étude des PDF marginales. Dans le premier modèle de mélange à deux gaussiennes, l'unicité des facteurs de pondération posait problème lors de la définition des PDF marginales. L'introduction de quatre gaussiennes permet de pallier ce problème. Cela confirme l'efficacité du modèle.

Les coefficients de corrélation entre mode sont équivalents et valent 0.1177 pour le mode 1 et 0.1171 pour le mode 2. Quant aux coefficients de corrélation entre modes différents, leurs valeurs sont différentes. Elles traduisent des différences notables.

Cependant, ce modèle de mélange à quatre gaussiennes conjointes permet de représenter l'indépendance de deux capteurs. Nous pouvons observer les deux contributions représentées précédemment par deux ellipses dont les axes sont parallèles aux axes principaux.

Le gain de précision est plus important dans cette configuration pour le passage du modèle de mélange de deux gaussiennes à quatre gaussiennes.

3.2.3 Analyse des coefficients de corrélation

Les coefficients obtenus via le modèle de mélange de quatre gaussiennes conjointes sont difficilement analysables. Ce modèle permet de discuter des corrélations entre les modes. Il est particulièrement intéressant à étudier lorsque la PDF marginale est fortement non-gaussienne et, ainsi, plusieurs contributions sont notables.

L'analyse des coefficients de corrélation est illustrée via un nouveau couple de capteurs. La FIGURE 40 représente l'histogramme conjoint et la PDF conjointe du capteur 36 et 34. Les valeurs de moyennes sont représentées par des lignes bleues pour le mode 1 et rouge pour le mode 2.

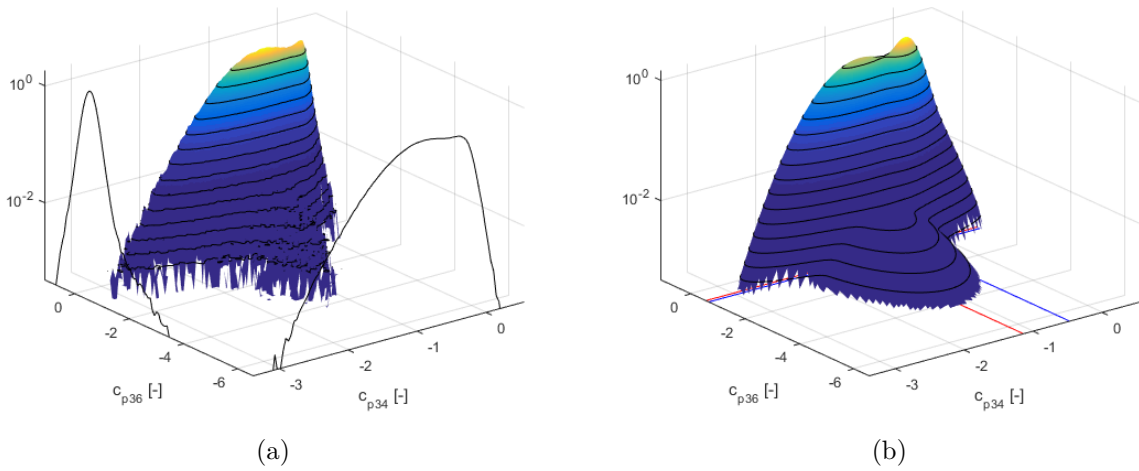


FIGURE 40 – Capteur 36 et 34 : (a) Histogramme conjoint (b) Probabilité conjointe

$\rho_{x,y,1,1}$	$\rho_{x,y,1,2}$	$\rho_{x,y,2,1}$	$\rho_{x,y,2,2}$	$w_{1,1}$	$w_{1,2}$	$w_{2,1}$	$w_{2,2}$
0.5093	-0.1002	0.1355	0.0539	0.2459	0.0000	0.7257	0.0284

TABLE 22 – Capteur 36 et 34 : Paramètres pour l'estimation de la PDF conjointe

Le premier fait auquel il faut être attentif est les valeurs de pondération $w_{k,l}$ associées aux coefficients de corrélation $\rho_{k,l}$. Dans ce cas, le facteur w_{12} est nul, ainsi, aucune contribution n'est apportée par le lien du mode 1 du capteur 34 et le mode 2 du capteur 36.

Le coefficient de corrélation entre les modes 1 équivaut à 0.5093. Cette gaussienne conjointe représente le pic des valeurs maximales. Son centre se situe à l'intersection des deux moyennes du mode 1 selon x et y. Ce coefficient indique une relation linéaire modérée entre les deux capteurs. L'écoulement de fond turbulent au capteur 36 qui est présent sur la zone sans tourbillon a un impact sur cet écoulement du capteur 34, et réciproquement. La dépendance du mode 1 est liée au sens de l'écoulement sur le modèle.

Le coefficient de corrélation entre le mode 2 du capteur 34 et le mode 1 du capteur

36 équivaut à 0.1355. Cela signifie qu'il existe un lien faible entre les deux modes. L'écoulement de fond turbulent au capteur 36 a une dépendance faible sur les tourbillons du capteur 34, et réciproquement.

Le coefficient de corrélation entre les modes 2 équivaut à 0.0539. Ce coefficient traduit l'indépendance entre l'apparition des tourbillons aux deux capteurs. Cela signifie que l'étendue spatiale de ces phénomènes rapides est faible.

De plus, Kawai et Nishimura (1996) [14] suggèrent qu'en plus du tourbillon principal, des petits tourbillons secondaires se développent sous celui majeur au niveau des bords. Ces tourbillons secondaires sont indépendants.

4 Impact sur le design des structures

La troisième section concerne l'impact sur le design des structures. Il est intéressant en terme d'ingénierie des structures d'identifier l'impact que des effets rapides peuvent engendrer sur la valeur de dimensionnement, la résultante des pressions du vent sur une surface donnée.

La conception des éléments de façade débute par la détermination des charges ou des résultantes de pression de vent. L'objectif final des essais en soufflerie est de fournir des charges de calcul au concepteur de la façade. La définition des charges de vent nécessite l'estimation du facteur de pointe.

La pression du vent sur ce modèle peut s'avérer fortement non-gaussienne et met en évidence différents modes. C'est mis en avant lors des sections précédentes.

La technique utilisée couramment dans le cas des processus non-gaussiens est le modèle de Kareem et Zhao (1994) [13].

$$\begin{aligned} \mu_{g_{Her}} = \kappa & \left[\left(\beta + \frac{\gamma}{\beta} \right) + h_3 \left(\beta^2 + 2\gamma - 1 + \frac{1.98}{\beta^2} \right) \right. \\ & \left. + h_4 \left(\beta^3 + 3\beta(\gamma - 1) + \frac{3}{\beta} \left(\frac{\pi^2}{6} - \gamma + \gamma^2 \right) + \frac{5.44}{\beta^3} \right) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

x est le processus non-gaussien et y est le processus non-gaussien standardisé obtenu du processus x . $y = (x - E[x])/\sigma_x$

h_3 , h_4 , κ sont les coefficients du *moment-based Hermite moment* du Winterstein (1988) et $\gamma \approx 0.5772$ est la constante d'Euler.

$$\begin{aligned} h_3 &= \frac{\gamma_3}{4 + 2\sqrt{1 + 1.5\gamma_4}}, \quad h_4 = \frac{\sqrt{1 + 1.5\gamma_4} - 1}{18}, \quad \kappa = \frac{1}{\sqrt{1 + 2h_3^2 + 6h_4^2}} \\ \beta &= \sqrt{2\ln(v_0 T)}, \quad v_0 = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}}, \quad m_i = \int_0^\infty n^i S_y(n) dn \end{aligned} \quad (25)$$

avec v_0 est le taux de franchissement du processus y , T est la durée, m_i est le i^e moment spectral de y , $S_y(n)$ densité spectrale de puissance unilatérale de y , n est la fréquence en Hertz.

Rigo et al. (2018) [19] travaillent sur la décomposition bimodale et étudient les contributions de chacun des modes. Les propriétés statistiques (skewness et kurtosis) du mode 2 sont utilisées pour corriger la valeur du modèle de Kareem et Zhao (1994). Ils prouvent que cette méthode permet une estimation précise par rapport à celle obtenue via la PDF complète.

La réelle distribution de pression induite par le vent sur une façade de bâtiment doit être représentée par un champ de pression qui varie dans le temps et l'espace.

Cette pression moyenne surfacique ne peut pas être calculée via l'équation *TVL* de Lawson (1980) [16]. En effet, les résultats d'Amerio (2017) [2] présentent une incohérence entre les résultats et l'équation TVL. Cette différence est due à la non-stationnarité spatiale provenant des tourbillons.

Cependant, ayant une densité de capteurs de pression suffisamment élevée, les pressions de vent peuvent être calculées sur les zones appropriées. Cette pression totale peut être estimée via l'intégrale sur la surface de la zone considérée Ω . Ensuite, elle est divisée par la surface totale pour obtenir une pression moyenne surfacique.

Résultantes des pressions de vent

Le calcul des résultantes de pression de vent sur un élément de façade donné est mené dans cette section. Le but est de relier la diminution de la corrélation et celle de la résultante.

La formulation de cette résultante est effectuée via un modèle probabiliste. Lorsque les valeurs de coefficient de pression c_p et leur corrélation spatiale sont connus, il est possible de calculer la PDF de la résultante. La corrélation globale peut être décomposée pour faire apparaître la corrélation des modes.

Modèle probabiliste

La résultante de vent sur une surface donnée peut être calculée via l'ÉQUATION (26)

$$R(t) = \int \int_{\Omega} q c_p (x, y; t) dx dy \quad (26)$$

avec q est la pression dynamique $q = \frac{1}{2} \rho U^2$ et c_p les coefficients de pression.

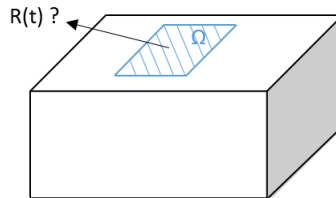


FIGURE 41 – Résultante de pression $R(t)$ sur une surface Ω

Pour définir le modèle probabiliste pour la résultante $R(t)$, il faut en calculer ses propriétés statistiques.

La moyenne de $R(t)$ s'exprime sous la forme de l'ÉQUATION (32). Elle permet de définir la résultante moyenne relative aux coefficients de pression moyens c_p .

$$\begin{aligned}\mu_R &= \mathbb{E}[R(t)] = q \mathbb{E} \left[\int \int_{\Omega} c_p(x, y; t) dx dy \right] \\ &= q \int \int_{\Omega} \mathbb{E}[c_p(x, y; t)] dx dy \\ &= q \int dy \int \mathbb{E}[c_p(x, y; t)] dx\end{aligned}\tag{27}$$

La variance de $R(t)$ peut être estimée via l'ÉQUATION (28). Elle permet d'introduire les coefficients de corrélation des coefficients de pression c_p .

$$\sigma_R^2 = \mathbb{E}[(R(t) - \mu_R)^2] = q^2 \mathbb{E} \left[\left(\int \int_{\Omega} c_p(x, y; t) - \mathbb{E}[c_p(x, y; t)] dx dy \right)^2 \right]\tag{28}$$

En nommant $\underbrace{c_p(x, y; t) - \mathbb{E}[c_p(x, y; t)]}_{=\bar{c}_p(x, y; t)}$, l'ÉQUATION (28) peut s'écrire sous la forme suivante.

$$\begin{aligned}&= q^2 \mathbb{E} \left[\int \int \int \int_{\Omega} \bar{c}_{pi}(x_i, y_i; t) \bar{c}_{pj}(x_j, y_j; t) dx_i dy_i dx_j dy_j \right] \\ &= q^2 \int \int \int \int_{\Omega} \mathbb{E}[\bar{c}_{pi}(x_i, y_i; t) \bar{c}_{pj}(x_j, y_j; t)] dx_i dy_i dx_j dy_j\end{aligned}$$

Finalement, via $\underbrace{\mathbb{E}[\bar{c}_{pi}(x_i, y_i; t) \bar{c}_{pj}(x_j, y_j; t)]}_{=\sigma_{c_{pi}, c_{pj}}(x_i, y_i, x_j, y_j)}$, elle peut s'exprimer selon l'ÉQUATION (33).

$$\begin{aligned}&= q^2 \int \int \int \int_{\Omega} \sigma_{c_{pi}}(x_i, y_i) \sigma_{c_{pj}}(x_j, y_j) \rho_{c_{pi}, c_{pj}}(x_i, y_i, x_j, y_j) dx_i dy_i dx_j dy_j \\ &= q^2 \int \int \sigma_{c_{pj}}(x_j, y_j) dx_j dy_j \int \int \sigma_{c_{pi}}(x_i, y_i) \rho_{c_{pi}, c_{pj}}(x_i, y_i, x_j, y_j) dx_i dy_i\end{aligned}\tag{29}$$

Le coefficient de corrélation entre deux capteurs i et j est global sans distinction de mode.

Ce développement permet de relier la résultante de pression et le coefficient de corrélation.

Dans le cas d'une configuration bimodale, la moyenne et la variance de la PDF globale peuvent s'exprimer en fonction de leur correspondant dans chacun des modes.

$$\mu = w_1 \mu_1 + w_2 \mu_2\tag{30}$$

$$\sigma^2 = w_1 \sigma_1^2 + w_2 \sigma_2^2 + w_1 w_2 (\mu_1 - \mu_2)^2\tag{31}$$

Ainsi, les propriétés statistiques de la résultante de pression peuvent être exprimées en fonction de chacun des modes.

$$\begin{aligned}\mu_R &= w_1 \left(q \int \int_{\Omega} \mathbb{E}[c_{p,1}(x, y; t)] dx dy \right) \\ &\quad + w_2 \left(q \int \int_{\Omega} \mathbb{E}[c_{p,2}(x, y; t)] dx dy \right)\end{aligned}\tag{32}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_R^2 = & w_1 \left(q^2 \int \int \int \int_{\Omega} \sigma_{c_{pi,1}}(x_i, y_i) \sigma_{c_{pj,1}}(x_j, y_j) \rho_{c_{pi,1}, c_{pj}}(x_i, y_i, x_j, y_j) dx_i dy_i dx_j dy_j \right) \\
& + w_2 \left(q^2 \int \int \int \int_{\Omega} \sigma_{c_{pi,2}}(x_i, y_i) \sigma_{c_{pj,2}}(x_j, y_j) \rho_{c_{pi,2}, c_{pj}}(x_i, y_i, x_j, y_j) dx_i dy_i dx_j dy_j \right) \\
& + w_1 w_2 \left(\left(q \int \int_{\Omega} \mathbb{E}[c_{p,1}(x, y; t)] dx dy \right) - \left(q \int \int_{\Omega} \mathbb{E}[c_{p,2}(x, y; t)] dx dy \right) \right)^2
\end{aligned} \tag{33}$$

Ces formulations nécessitent les propriétés statistiques de chacun des modes : les moyennes, les écarts types et les coefficients de corrélation. L'utilisation du modèle de mélange gaussien pour construire les PDF conjointes permet de recueillir ces informations modales nécessaires au développement précédent.

Via ces données, le lien entre la diminution de la résultante à la diminution des corrélations de chacun des modes pourra être prospecté.

5 Conclusion

Ce travail détaille les effets des pressions de vent sur les éléments de façade. L'amélioration de la compréhension des phénomènes constituant les pressions de vent s'inscrit dans la continuité des travaux de recherche de l'université de Liège. La contribution principale de ce travail porte sur le comportement spatial des pressions. Il permet d'identifier la corrélation spatiale et ainsi pouvoir quantifier l'étendue spatiale des modes composant les pressions de vent. En effet, les pressions de vent peuvent être représentées par un modèle bimodal. Le premier mode correspond à l'écoulement de fond turbulent présent sur la zone du toit sans tourbillons. Quant au second mode, il représente les fluctuations dues aux tourbillons d'angle. L'intérêt de cette décomposition est de définir les caractéristiques du mode 2 correspondant aux phénomènes rapides.

Les mesures proviennent d'un modèle représentant un toit plat de faible hauteur avec un vent d'orientation 45° . Bien que ne relevant pas d'une nouvelle approche, la **première partie** de ce travail a permis de mettre en évidence les zones de coin. Ces deux zones non-gaussiennes sont représentées par un skewness faible et un kurtosis élevé.

La **deuxième section** étudie les statistiques des pics de pression. Cette partie est basée sur le travail exploratoire sur les **histogrammes conjoints**. Elle permet d'envisager plusieurs configurations d'histogrammes.

Une première distinction sur la forme est faite en utilisant la méthodologie des ellipses de dispersion. Certaines configurations peuvent être qualifiées par deux ellipses de dispersion. Dans ce cas, les couples sont corrélés dans les deux modes. Sinon, la méthode ne peut pas être appliquée en raison de l'indépendance du mode 2. En effet, ce travail a permis de définir que le mode 1 n'est jamais indépendant.

Considérant la configuration de deux modes corrélés, les comportements globaux sont différents. Les capteurs possèdent des PDF marginales soit gaussiennes, fortement non-gaussiennes ou intermédiaires. L'étude de deux capteurs gaussiens permet de confirmer par l'unique valeur du coefficient de corrélation l'omniprésence du mode 1 et, ainsi la disparition du mode 2. La contribution du mode 2 est élevée pour les capteurs positionnés dans la zone de détachement des tourbillons que sont les capteurs non-gaussiens. Si la contribution des deux modes est visible dans une des deux PDF marginales, elle est visible dans l'histogramme conjoint entre ces deux capteurs.

L'analyse des histogrammes permet également de résulter à des coefficients de corrélation distincts selon les modes. Cela permet de corroborer l'existence de deux modes. Ces corrélations évoluent compte tenu de la distance de séparation avec le capteur de référence et en fonction du sens l'écoulement. Quelque soit leur position, le coefficient de corrélation du mode 1 est supérieur au coefficient de corrélation du mode 2. La décroissance spatiale du mode 1 est plus lente que celle du mode 2. Ainsi, les phénomènes impulsifs sont de plus faible amplitude spatiale. Leur étendue spatiale est également fonction du sens

de l'écoulement ; la diminution est plus importante lorsque la direction étudiée est perpendiculaire au flux.

Lorsque la méthodologie commune ne peut pas être appliquée, le mode 2 est indépendant. Ce cas se produit, par exemple, lorsque deux capteurs qui se situent chacun dans une des parties symétriques sont étudiés. En effet, le modèle est placé pour obtenir une symétrie dans l'apparition des tourbillons d'angle et ceux-ci sont indépendants. De plus, il est possible que l'apparition des tourbillons se fasse de façon indépendante dans la même partie.

L'apparition des phénomènes rapides au capteur de référence n'a pas d'influence sur ceux se développant au second capteurs. Ainsi, l'étendue spatiale de ces phénomènes s'arrête à ce capteur. L'identification des capteurs indépendants permet de délimiter la zone d'influence donc l'étendue des phénomènes rapides.

Ensuite, un modèle pour calculer les **probabilités conjointes** entre un couple de capteurs est construit. Ce modèle permet d'identifier les coefficients de corrélation du mode 1 et mode 2 de ces capteurs. Tout d'abord, un modèle composé de deux gaussiennes conjointes est développé, mais certains problèmes sont mis avant. Pour pallier ces problèmes concernant les capteurs indépendants et l'unicité des facteurs de pondération, le modèle de quatre gaussiennes conjointes est élaboré. L'analyse des coefficients extraits du modèle corrobore les hypothèses faites lors du traitement des histogrammes conjoints. L'écoulement de fond turbulent définissant la zone sans tourbillon des deux capteurs est dépendant et ce coefficient de corrélation est fonction de l'éloignement du couple de capteurs. Pour modéliser les capteurs indépendants, le coefficient du mode 2 traduit l'indépendance entre l'apparition des tourbillons aux deux capteurs. De plus, il introduit un coefficient entre modes, un lien entre le mode 1 et le mode 2.

La **troisième section** concerne l'impact sur le design des structures. Les formules présentées ont permis de lier la résultante de pression au coefficient de pression. Ces expressions peuvent être décomposées pour faire apparaître les contributions des modes. Les propriétés modales nécessaires peuvent être identifiées via l'utilisation du modèle de mélange gaussien.

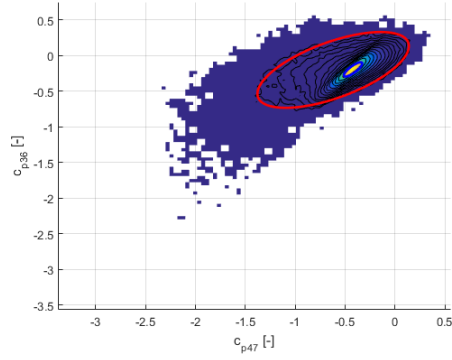
Lors de l'étude du modèle, le choix est fait face aux problèmes rencontrés de compléter le modèle et, ainsi, d'augmenter à quatre gaussiennes conjointes. Le modèle à quatre gaussiennes conjointe est idéal pour observer les interactions entre les modes. La possibilité de modéliser la probabilité conjointe via des skew-gaussiennes conjointes serait une piste à suivre dans de prochains travaux.

Références

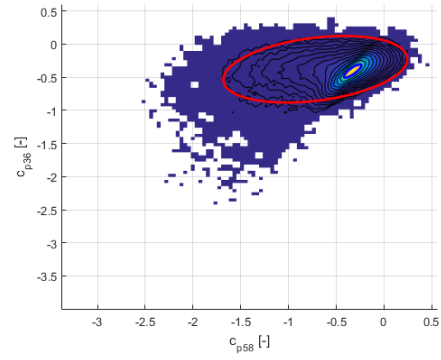
- [1] L. Amerio. Numerical and experimental analysis of peak pressure loads on rectangular building. Master's thesis, Politecnico di Milano, 2014.
- [2] L. Amerio. *Experimental high resolution analysis of the pressure peaks on a building scale model façades*. PhD thesis, Politecnico di Milano, 2017.
- [3] A. Azzalini and A. Dalla Valle. The multivariate skew-normal distribution. *Biometrika*, 83 :715–726, 1996.
- [4] D. Banks, R. Meroney, P. Sarkar, Z. Zhao, and F. Wu. Flow visualization of conical vortices on flat roofs with simultaneous surface pressure measurement. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 84 :65–85, 1999.
- [5] H. Berg and H. Tijdeman. Theoretical and experimental results for the dynamic response of pressure measuring systems. *National Aero and Aeronautical Research Institute*, NLR-TR F.238, 1965.
- [6] N. Blaise, T. Andrianne, and V. Denoël. Assessment of extreme value overestimations with equivalent static wind loads. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 168 :123–133, 2017.
- [7] M. Choi and B. Sweetman. The hermite moment model for highly skewed response with application to tension leg platforms. *ASCE Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 132, Issue 2, 2010.
- [8] J. Cook. Short communication : On the gaussian-exponential mixture model for pressure coefficients. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 153 :71–77, 2016.
- [9] A. G. Davenport. Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading. *Journal of the Institution of Civil Engineers*, 24 :187–196, 1964.
- [10] S. Derrode and P. Wojciech. Segmentation d'images par modèle de mélange conjoint non gaussien. *Traitement du Signal* 29(1-2), pages 9–28, 2012.
- [11] Eurocode. *EN 1991-1-3 : Actions on Structures-General Actions-Wind Actions*. European Committee for Standardization, 1991.
- [12] J. Holmes. Equivalent time averaging in wind engineering. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 72 :411–419, 1997.
- [13] A. Kareem and J. Zhao. Analysis of non-gaussian surge response of tension leg platforms under wind loads. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, ASME, 116 :137–144, 1994.
- [14] H. Kawai and G. Nishimura. Characteristics of fluctuating suction and conical vortices on a flat roof in oblique flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 60 :211–225, 1996.
- [15] D. Kwon and A. Kareem. Peak factors for non-gaussian load effects revisited. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 137 :1611–1619, 2011.
- [16] T. Lawson. *Wind effect on buildings, Volume 1 : Design applications*. London : Applied Science Publishers, 1980.
- [17] X. Peng, L. L. Yang, E. Gavanski, K. Gurley, and D. Prevatt. A comparison of methods to estimate peak wind loads on buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 126 :11–23, 2014.

- [18] F. Rigo. Unsteady pressure measurement around aerodynamic bodies : Development of a calibration apparatus and wind tunnel testing. Master’s thesis, University of Liège, 2017.
- [19] F. Rigo, T. Andrianne, and V. Denoël. Mixture model in high-order statistics for peak factor estimation on low-rise building. 2018.
- [20] D. Rocchi, P. Schito, and A. Zasso. Evaluation of unsteady pressure fluctuations on surfaces using cfd. In *The Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering*, (CWE2010) :1–8, 2010.
- [21] F. Sadek and E. Simiu. Peak non-gaussian wind effects for database-assisted low-rise building design. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 128(5) :530–539, 2002.
- [22] M. A. Tognarelli, J. Zhao, and A. Kareem. Equivalent statistical cubicization for system and forcing nonlinearities. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 123(8) :1772–1790, 1997.
- [23] S. R. Winterstein, T. C. Ude, and G. Kleiven. Springing and slow-drift responses : predicted extremes and fatigue vs. simulation. *Proc. BOSS-94*, 3, MIT, pages 1–15, 1994.
- [24] L. Yang, K. R. Gurley, and D. O. Prevatt. Probabilistic modeling of wind pressure on low-rise buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 114 :18–26, 2013.
- [25] Q. Yang and Y. Tian. A model of probability density function of non-gaussian wind pressure with multiple samples. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 140 :67–78, 2015.

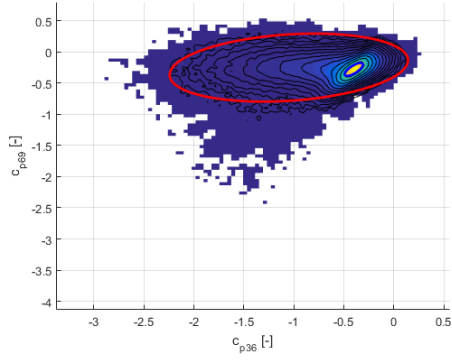
Annexe 1 - Histogrammes conjoints de l'exemple 3



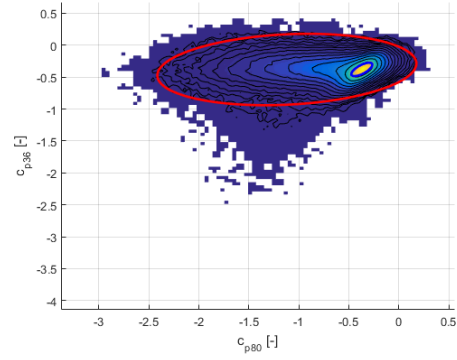
(a) Capteurs 36 et 47



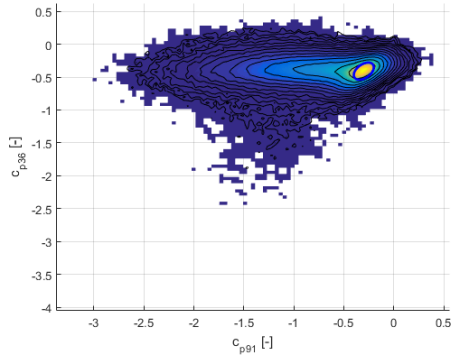
(b) Capteurs 36 et 58



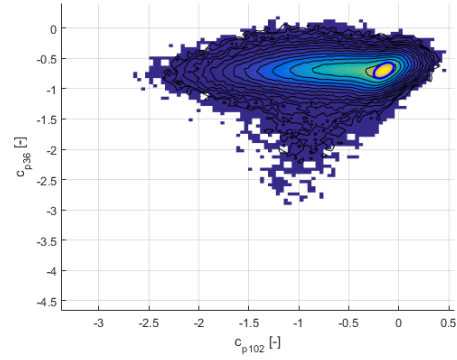
(c) Capteurs 36 et 69



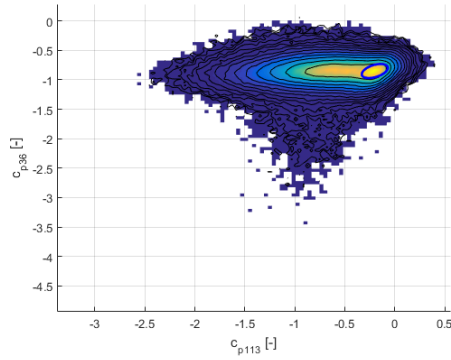
(d) Capteurs 36 et 80



(e) Capteurs 36 et 91



(f) Capteurs 36 et 102



(g) Capteurs 36 et 113

